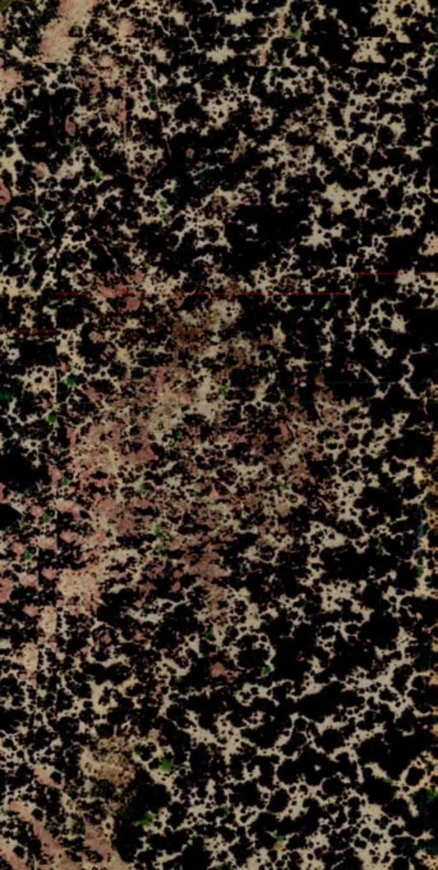


ՀԱՄԱՌՕՏ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ՀԱՄԱՌՕՏ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ԴՊՐԱՏԱՆ ՏՂԱՑ ՀԱՄԱՐ

ՇԱՐԱԴՐԵՑ

Հ. ԱԲՐԱՀԱՄ ՃԱՐԵԱՆ

ՄԽԻԹԱՐԵԱՆՑ

ՎԵՆԵՏԻԿ

ՍՈՒՐԲ ՂԱԶԱՐՈՒ ՎԱՆՔԸ

—

1843

ՅԱՌԱՋԱԲԱՆ

Մեր ազգին ուսումնասիրութեան գովելի ջանքը օրէ օր աւելի անանելով՝ կյորդորուինք որ ուսման ճամբաները դիւրացընենք, և մանաւանդ տղոց ախորժելի ընենք ուսմունքը պարզ ու համառօտ դասատետրներով ։ Եւ որովհետեւ չափաբանական գիտութեանց մէջ թուաբանութենէն ետքը երկրաչափութիւնն է գլխաւոր գիտութիւնը, որ մարդուս միտքը կըսրէ ու կըկրթէ, և շատ բանի կողմանէ օգտակար կընէ իր հայրենեացը, յուսանք որ աս նոր համառօտ երկրաչափութիւնն ալ հանելով օգուտ մը ընենք մեր ազգին տղոցը ։ Նայեցանք որ ասիկայ իր համառօտութեն մէջ բովանդակէ երկրաչափական ամէն սկզբունքները. բայց այնպէս ալ դիւրիմաց ըլլայ, որ ոչ միայն վարժապետները քիչ աշխատանքով կարենան մտքէն դաս տալ, հապա ինչուան մէկը առանց վարպետի ալ կարենայ սորվիլ՝ թէ որ նախընթաց հարկաւոր գիտելիքներուն տեղեակ է ։

Աս վախճանիս հասնելու համար օրինակ

ու առաջնորդ առինք փորձը Թագաւորական գաղութներուն գործածած նոր և ընտիր երկրագործութիւնը. բայց ան ալ բաւական չանցած շատ տեղ աւելի պարզեցինք, որ ալոց մտքին յարմար ըլլայ: Յաւելուած մըն ալ ըրինք գործնական երկրագործութեան:

Մասնաւոր ուշադրութիւն ըրինք որ ապացոյցները պարզ և որոշ ըլլան. ան պատճառաւ աւելի յանձն առինք տեղ տեղ կրկնաբան ըլլալ, քան թէ խիստ համառօտութենայելով՝ ուսմունքը դժուարացնել, որով գաստեղծը իր վախճանին չէր հասնէր: Վասն զի երկրագործական ձեռնարկութիւնները առանց յայտնի ապացուցի ամենևին ոյժ չունին ու մեռած կրնան սեպուիլ: Ասկէ աւելի պարզելը կը յանձնենք վարժապետաց իմաստութեանն ու ջանքին. անոնք իրենց օգնական կրնան ունենալ նաև մեր մեծ գրաբառ երկրագործութիւնը. և մենք գոհ կ'ըլլանք՝ թէ որ աս համառօտութիւնս ալ նոյնպէս պիտանի և ընդունելի ըլլայ :

ՀԱՄԱՌՕՏ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԳԻՏԵԼԻՔ

Հ. Ի՞նչ է երկրաչափութիւնը.

Պ. Երկրաչափութիւնը գիտութիւն մըն է՝ որ գծերու, մակերեւոյթներու ու զանգուածներու չափը եւ անոնց այլ եւ այլ համեմատութիւնները կը սորվեցընէ ։

Հ. Երկրաչափութիւնը ո՞ր վիճակի մարդկանց աւելի հարկաւոր է.

Պ. Երկրաչափութիւնը խիստ հարկաւոր է ամէն կարգի մարդկանց. արուեստաւորի՝ որ իրեն արուեստին բաները աղէկ ձեւի ու կարգի մէջ դնէ. աշխարհագրի ու նաւավարի՝ որ հեռաւորութիւնները չափէ, ու տեղերուն դիրքը որոշէ. ճարտարապետի՝ որ շէնք շինէ. երկրագործի՝ որ արտերուն չափը առնէ, եւն ։

Հ. Ուրիշ ինչ օգուտ ունի երկրաչափութիւնը.

Պ. Երկրաչափական գիտութիւնը նաեւ

կատարեալ կրթութեան հարկաւոր մէկ մասն է. վասն զի մարդուս միտքը կըսրէ, տրամաբանութիւնը կըշտկէ, մտածմունքը կըկատարելագործէ, ու որ և իցէ ճշմարտութեանց խնդիր հասցընելու շատ կօգնէ :

1.

Զանգուած. — Ձև. — Մակերևոյթ :

Հ. Զանգուածը ի՞նչ է.

Պ. Ո՛ր և իցէ մարմնոյ տարածութիւնը՝ որով մեծ կամ պզտիկ միջոց մը բըռնած է՝ զանգուած կըսուի :

Հ. Ձևը ո՞րն է.

Պ. Ձև կըսուի մարմնոյ զանգուածին չորս կողմէն ամփոփուելուն տեսքը :

Հ. Ի՞նչ է մակերևոյթը.

Պ. Մակերևոյթ կըսուի զանգուածին բոլոր երեսը :

2.

Տարածութիւն :

Հ. Մարմնոյ մը տարածութիւնը ո՞րն է.

Պ. Մարմնոյ մը զանգուածին մեծութիւնը իրեք կերպով կըմտածուի, որ կըսուին երկայնութիւն, լայնութիւն, թանձրութիւն. ու աս իրեքը մէկտեղ տարածութիւն կըսուին. ինչպէս տախտակի մը զանգուածը ունի երկայնութիւն, լայնութիւն ու թանձրութիւն. այսպէս ալ պատ մը ունի թանձրութիւն, բարձրութիւն ու երկայնութիւն։

Հ. Ամէն մարմին աս իրեք տարածութիւններն ալ ունի՞.

Պ. Ամէն մարմին ալ ունի. բայց իրեն զանգուածին չափը իմացընելու համար միշտ իրեք տարածութիւններն՝ ալ յիշել հարկաւոր չէ. օ՟ր գետակի մը զանգուածը՝ միայն թանձրութենէն կրնայ իմացուիլ. և ուղիղ գլանի մը զանգուածը իմանալու համար բաւական է գիտնալ թանձրութիւնն ու երկայնութիւնը։

3.

Մակերևոյթ. — Գիծ. — Կէտ։

Հ. Մակերևութին տարածութիւնը ո՞րն է.

Պ. Մարմնոյ մը մակերևոյթը միայն երկու տարածութիւն ունի. ա՟յ երկայնութիւն ու լայնութիւն. օ՟ր տախտակի մը մակերևոյթը։

Հ. Ի՞նչ է գիծը.

Պ. Գիծը միջոց մըն է՝ որ միայն մէկ տարածութիւն մը ունի, ա՟յ երկայնութիւն. օ՟ր ԱԳԲՀ ձևին (ձև 1) բոլորտիքը գիծ է ։ Ասանկ ալ երբոր մարմին մը կընետես, անոր ամէն մէկ մասնիկներուն ըրած ճամբան գիծ կըսուի ։

Հ. Ո՞րն է կէտը .

Պ. Կէտ կըսուի ան միջոցը, որ ամենեւին տարածութիւն մը չունի . ինչպէս գծի մը ո՛ր և իցէ կտորը կամ՝ երկու ծայրերը մէյմէկ կէտ են ։

4.

Ուղիղ գիծ . — Կոր գիծ . — Բեկեալ գիծ . — Մակարդակ ։

Հ. Ի՞նչ է ուղիղ գիծը .

Պ. Ինչ և իցէ կէտէ մը դէպ 'ի ուրիշ կէտ անթիւ գծեր կրնան ձգուիլ զանազան երկայնութեամբ . ասոնց մէջ ամենէն կարճն է ուղիղը , զ՞ ԱԳԲ գիծը (Ձև 1) որ Ա կէտէն դէպ 'ի Բ կէտը ձըգուած է ։

Հ. Բեկեալ գիծը ո՞րն է .

Պ. Բեկեալ գիծ կըսուի այլ և այլ ուղիղ գծերէ բաղադրած գիծը . ինչպէս ԱՄԿԲ գիծը ։

Հ. Ի՞նչ է կոր գիծը .

Պ. Կոր գիծն է անիկայ՝ որ ոչ ուղիղ է և ոչ ալ ուղիղ գծերէ բաղադրած . զ՞ ԱՀԲ գիծը ։

Հ. Մակարդակը ի՛նչ է.

Պ. Մակարդակ կըսուի ան շիտակ մակերեւոյթը, որ թէ վրան երկու կէտ որոշես, ու ան կէտերը գծով մը միացընես, աս գիծը բոլորովին մակարդակին վրան կըտարածուի։

Ե.

Բոլորակ. — Շառաւիղ. — Տրամագիծ. — Լար. — Աղեղ։

Հ. Ի՛նչ է բոլորակը.

Պ. Բոլորակն է մակարդակի վրայ քաշած կոր գիծ մը, որ սկիզբ չունի, ու մէջտեղի որոշուած կէտէ մը՝ ամէն կողմէն հաւասար հեռու է։ Ա՛ն կէտը՝ ուսկից որ բոլորակին շրջանակը ամէն կողմէն հաւասար հեռու է՝ կեդրոն կըսուի. ինչպէս Ա կէտը (ձև 3)։

Հ. Շառաւիղն ի՛նչ է.

Պ. Շառաւիղ կըսուին կեդրոնէն դէպ 'ի շրջանակը ձգուած գծերը. զ° ԱՓ, ԱԲ, ԱՄ գծերը։

Հ. Շառաւիղ գծելու օրինակ մը տուր.

Պ. Թէ որ կարկինին մէկ ոտքը կէտի մը վրայ հաստատեմ, ու մէկալ ոտքը ուրիշ երկրորդ կէտի մը գնեմ ու դարձընեմ, բոլորակ մը կըձեւանայ. անոր շա-

ուղիղը՝ այս երկու կէտերուն իրարմէ ու-
նեցած հեռաւորութիւնն է։

Հ. Ի՞նչ է լարը․

Պ. Լար կըսուի այն ուղիղ գիծը որ առանց կեդրոնէն անցնելու՝ բոլորակին շրջանակը դիմացէ դիմաց կըկտրէ․ գ․ ԻՀ գիծը։

Հ. Տրամագիծը ո՞րն է․

Պ. Տրամագիծ կըսուի այն ուղիղ գիծը որ բոլորակին կեդրոնէն անցնելով՝ զբոլորակը երկու հաւասար կիսաբոլորակ կըբաժնէ․ ինչպէս ՎԿ գիծը (ձև 3)։

Հ. Հապա աղեղը ո՞րն է․

Պ. Աղեղ կըսուի բոլորակին այն կտորը որ լարով կտրած է․ գ․ ԲՕՓ։

6.

Հ. Ուղիղ գծի մը վրայ ուզած չափով ուրիշ գիծ մը ինչպէս կաւելցընես․

Պ. Կարկինով կառնեմ երկրորդ գծին չափը առաջինին վրայ կըդնեմ։ Ինչպէս թէ որ ԱԲ գծին վրայ (ձև 4) ուզենամ աւելցընել ԳԴ գծին երկայնութիւնը, նախ առջի ԱԲ գիծը կերկընցընեմ անորոշ չափով մը․ ետքը կարկինին ոտքերը կըբանամ, ԳԴ գծին երկու ծայրերուն վրայ կըդընեմ, ու առանց չափը փոխելու կըբերեմ մէկ ոտքը Բ կէտին վրայ կըդնեմ, ու

մէկալովը կըքաշեմ՝ աղեղ մը որ O կէտը
կըկտրէ. ասով ԱO գիծը կըլլայ հաւասար
ԱԲ ու Գ.Դ. գծերուն։

Հ. Ի՞նչպէս պէտք է իմանալ երկու
գծերուն իրարմէ ունեցած տարբերութիւնը.

Պ. Երկու գծերու իրարմէ տարբերու-
թիւնը կիմացուի՝ երբոր պզտի գիծը մե-
ծին մէջէն հանենք. զօ թէ որ ուզենք ԱԲ
ու Գ.Դ. գծերուն տարբերութիւնը իմանալ
(Ձև 4), պէտք է Բ կէտը կեդրոն ընել ու
աղեղ մը քաշել Գ.Դ. գծին երկայնութեր
շառաւիղով, որ ԱԲ գիծը կըկտրէ Ս կէ-
տին վրայ. ասանկով ԱՍ գիծը կըլլայ ԱԲ
գծին Գ.Դ. գծէն ունեցած տարբերու-
թիւնը։

7.

Բոլորակի մէջ որոշ չափով լար քաշել։

Հ. Ի՞նչպէս պէտք է քաշել բոլորակի
մէջ որոշ չափով լար մը.

Պ. Ինչպէս որ վերը ըսինք գծերուն
համար, նոյնպէս հոս ալ կարկինով ու-
զած չափս կառնեմ, ու կըքաշեմ անով
աղեղը. զօ թէ որ Ա կեդրոն ունեցող բոլո-
րակի մը մէջ (Ձև 3) ուզեմ Մ.Ն. գծին չափո-
վը լար մը քաշել, կարկինին ոտքերը Մ.Ն.
գծին ծայրերուն վրայ կըդնեմ, ետքը ա-
ռանց փոխելու կըբերեմ մէկ ոտքը շրջա-

նակին ի կէտին վրայ կըդնեմ, մէկալովը կըքաշեմ Գ.Դ. աղեղը, որ շրջանակը Հ կէտին վրայ կըկտրէ. անկէ ետքը Հ կէտէն ի կէտին գիծ մը կըքաշեմ քանոնով, աս գիծը հաւասար է Մ՛Ն գծին ։

8.

Երկու գծի հաստատակ չափը ու համեմատութիւնը գտնել ։

Հ. Ի՞նչ կանոնով պէտք է գտնել թէ երկու գիծ իրարու ինչ համեմատութիւն ունին.

Պ. Նախ պէտք է նայիլ թէ պզտի գիծը քանի անգամ կայ մեծին մէջ. զ° թէ որ ուզենք իմանալ թէ ԱԲ գիծը Գ.Դ. գծին հետ ինչ համեմատութիւն ունի կամ թէ քանի անգամ կըբովանդակի մէջը, ու տեսնենք որ իրեք անգամ կայ, ինչպէս Գ.Ս. ՍՕ. ՕԴ. (ձև 5) ըսել է թէ աս երկու գիծը իրարու նոյն համեմատութիւնը ունին՝ ինչ որ ունի 1 թիւը 3ին ։

Հ. Երբոր ճիշդ չելլելով՝ կտոր մը աւելնայ, ինչ պէտք է ընել.

Պ. Խիստ քիչ կըպատահի որ ամբողջ գանուի պզտի գիծը մեծին մէջ, հապա գրեթէ միշտ կաւելնայ կտոր մը. զ° ԱԲ գիծը Գ.Դ. գծին մէջ երկու անգամ կայ, ու Դ.Օ կտոր մըն ալ կաւելնայ (ձև 5). ասանկ տանել պէտք է առ ԴՕ կտորը ԱԲ գծին հետ համեմատել. Թէ որ ելլէ երկու անգամ, ու ԲԻ մասն ալ աւելնայ, դարձեալ աս աւելցած մասը բերելու է ԴՕ կտորին հետ նայելու է. Թէ որ իրեք անգամ ըլլայ ու ԴՀ կտոր մըն ալ աւելնայ, դարձեալ ԴՀ կտորը ԲԻ մասին հետ նայելու է. Թէ որ երկու անգամ ճիշդ ելլէ, գործողութիւնը կըլմըննայ, ու ԴՀ կտորը ԱԲ ու ԳԴ գը-ծերուն հասարակ չափը կըլլայ. որով անոնց իրարու ինչ համեմատութիւն ու-նենալը կիմացուի. ըր 9 ու 25։

Հ. Ուրիշ պարզ կերպով հանկըցուր աս համեմատութիւնը.

Պ. Ներքոր իմացանք թէ ԴՀ մասը ամբողջ երկու անգամ կայ ԻԲ կտորին մէջ, ու իրեք անգամ ԻԲ կտորը ու մէկ ԴՀ մասը՝ հաւասար է ԴՕ գծին, մէկէն կիմացուի որ ԴՕ կտորը՝ եօթն անգամ ԴՀ մասն է. իսկ ԱԲ գիծն որ հաւասար է ԴՕ կտորին ու ԻԲ մասին, ուրեմն 9 անգամ ԴՀ մասն է։ Նմանապէս Գ.Դ. գիծը, որ հաւասար է երկու անգամ ԱԲ գծին ու մէկ ԴՕ կտորին, ուրեմն 25 ան-գամ ԴՀ մասը ունի։ Աս համեմատու-թիւնը երկրաչափական համեմատութեան նշաններով այսպէս կըգրուի.

Գ.Դ = 2 ԱԲ + ԴՕ
ԱԲ = ԴՕ + ԻԲ
ԴՕ = 3 ԻԲ + ԴՀ
ԻԲ = 2 ԴՀ [1]

Հ. Թուաբանական կանոնով ինչպէս կըգտնուի երկու գծերու համեմատութիւնը.

Պ. Ամբողջ ու խառն թիւը ընդհանուր յայտարարի վերածելով, կամ պարզ թիւ ընելով. զ° թէ որ ԱԲ գիծը 6 մաս ունենայ ու Գ.Դ գիծը 8 մաս, կոտորակ մըն ալ $\frac{2}{6}$, 6ով կըբազմապատկեմ ամբողջ մասերը, 6ը ընդհանուր յայտարար սեպելով. ու կելլայ $\frac{36}{6}$, $\frac{50}{6}$. ասով կիմացուի որ ինչպէս 36ը կըհամեմատի 50ին, ասանկ ալ ԱԲ ու Գ.Դ գծերը իրարու։

9.

Անչափակից գծեր, ու իրենց մերձաւոր համեմատութիւնը։

Հ. Անչափակից գծերը որո՞նք են.

Պ. Անչափակից կըսուին այն գծերը որ իրենց հասարակ չափ մը չունին. զ° երբոր համեմատես իրարու, այնպիսի կոտորակ մը չելլեր որ առջի մասին մէջ ամբողջ դառնուի։

1 Երկրաչափութեան ու Թուաբանութեան մէջ հաւասարութեան նշանը աս է = . աւելի ըլլալը ցցնելուն նշանն է աս + ։

Հ. Անչափակից գծերուն համեմատութիւնը ինչպէս գտնելու է.

Պ. Որովհետեւ գծերը որչափ մանր բաժնես՝ այնչափ դիւրաւ կըմօտենայ իրենց համեմատութիւնը, որ մերձաւոր համեմատութիւն կըսուի, անոր համար շատ բաժնելու է. զի՞ դնենք թէ ԱԲ ու ԳԴ գծերը անչափակից են, ու իրենց մերձաւոր համեմատութիւնը կըփնտռեմ. թէ որ ԳԴ գիծը բաժնեմ հազար մաս, ու տեսնեմ որ ԱԲ գիծը ԳԴ գծին հազարերորդ մասէն 435 միայն ունի, հետն ալ պզտի մաս մը որ 436 չկրնար ըսուիլ, մերձաւորական համեմատութեամբ կըսեմ թէ ԱԲ գիծը այնպէս կըհամեմատի ԳԴ գծին՝ ինչպէս 1000ը 435ին ։

10.

Հաւասար շառաւիղով քաշած բոլորակներու աղեղներուն հասարակ չափը ու համեմատութիւնը ։

Հ. Թէ որ երկու բոլորակ ունիմ՝ հաւասար շառաւիղներով, ինչպէս գտնելու է անոնց աղեղներուն համեմատութիւնը

Պ. Ինչ կանոնով որ երկու գծերու հասարակ չափը ու համեմատութիւնը. կըգտնենք (8). ուստի աղեղներն ալ կըրնան ըլլալ չափակից ու անչափակից (8,9)։

Հ. Օրինակ մը տուր․

Պ. Թէ որ ուզեմ ․Բ․Ր ու Փ․Ք․ աղեղներուն համեմատութիւնը իմանալ (Ձև 3), պզտի աղեղը կըտանիմ մեծին վրայ, կընայիմ թէ որչափ կայ մէջը․ թէ որ ճիշդ ելլէ՝ աղէկ․ իսկ թէ չէ, կըշարունակեմ գծերուն համեմատութիւնը գտնելու կանոնը, ու ինչուան որ գիտնամ թէ անչափակից են․ ասանկով մերձաւոր համեմատութիւնին միայն կընամ իմանալ (9)։

11.

Գաղղիական մեթր ու անոր մանր բաժանմունքը։

Հ. Երկայնութիւնը ինչպէս կըչափուի։

Պ. Երկայնութեան ընդհանուր չափը ինչ և իցէ հաստատուն և որոշ երկայնութիւն մըն է, որ կըհամեմատենք անորոշ երկայնութեանց հետ, ու ասոնց քանի անգամ իրմէ մեծ կամ պզտիկ ըլլալը կիմանանք։

Հ. Հիմակուան գործածական չափը ո՞րն է․

Պ. Եւրոպայի չափերուն մէջ դիւրինն ու գործածականը գաղղիական մեթրն է, որ խիստ մանր բաժանմունք ունենալովը ո՛ր և իցէ երկայնութիւն չափելու կըգործածուի, ու միշտ տասնորդական բաժամամբ կըմանըրնայ. ը՞ մանր երկայ-նութիւններու համար՝ կըբաժնուի տասա-նամեթր, հարիւրամեթր, հազարամեթր են. ը՞ մեթրին տասներորդ մասը, հա-րիւրորդ մասը են. իսկ մեծամեծ երկայ-նութիւններ չափելու համար մեթրը կը-բազմապատկուի. ինչպէս տասը մեթր, հարիւր մեթր, հազար մեթր, տասը հա-զար մեթր են։

Հ. Գաղղիական մեթրով ինչպէս կը-ցուցընես գծի մը երկայնութիւնը։

Պ. Օրինակի համար, թէ որ գծիս երկայնութիւնն է 0,394, ըսել թէ գծիս չափն է 3 տասնամեթր, 9 հարիւրամեթր ու 4 հազարամեթր. կամ որ նոյն է, 394 հազարամեթր։ Իսկ թէ որ այսպէս գրեմ 33,62, ըսել է թէ ունեցած երկայնու-թեանս չափն է 33 մեթր ու 62 հարիւրամեթր։

Հ. Երկու այլ և այլ երկայնութիւն ունեցող գծերուն չափը առնելէն վերջը ինչպէս կըգտնես անոնց իրարու համե-մատութիւնը.

Պ. Երկու գծերուն չափը իմանալէս ետքը հարկ չըլլար բանեցընել երկու գծե-րու համեմատութիւնը գտնելու կանոնը (8). բաւական է որ երկայն գծին չափ պըզ-տի գծին վրայ բաժանմունք ընեմ. ը՞ ըսենք թէ գիծ մը ունիմ 3,42 երկայնութեամբ. ուրիշ գիծ մը ունիմ 0,76 երկայնութեամբ. մեծ գիծը պզտիկին վրայ բաժնելով կիմանամ որ չորս ու կէս անգամ քան զայն մեծ է, որ տասնորդական կոտորակով այսպէս կըգրուի 4,5:

12.

Ձողաչափ ու իր բաժանմունքը:

Հ. Ի՞նչ է ձողաչափը.

Պ. Քանի որ գաղղիացւոց մեթրը չէր հնարուած, իրենց սովորական չափն էր ձողաչափը. մէկ ձողաչափը կըբաժնուէր 6 ոտք. մէկ ոտքը՝ 12 բթաչափ. մէկ բթաչափը 12 գծաչափ:

Հ. Ձողաչափին գործածութիւնը ինչու թողուցին.

Պ. Վասն զի ձողաչափը հաստատուն չափ մը չէ, և ըստ տեղւոյն ու ժամանակին կըտարբերի. ասով շատ անգամ շփոթութիւն ու խարդախութիւն կըմտնէ իր բաժանմանցը մէջ: Ընդ հակառակն գաղղիական մեթրը անփոփոխ երկայնութեան մը վրայ հաստատուած է. բաժանմունքները պարզ, ու գործածութիւնը դիւրին է՝ թէ պզտի և թէ մեծամեծ երկայնութիւններ չափելու համար:

Հ. Ձողաչափը ինչպէս կըհամեմատի մեթրին հետ.

Պ. Գիտենք որ բևեռէն մինչուան հասարակած տասը միլիոն մեթր է. իսկ ձողաչափով (որ կիմանանք փարիզու ձողաչափը) 5,130,740. ուրեմն աս համեմատութի՛ կըրցանենք որ մէկ մեթրը՝ կէս ձողաչափէն մեծ է. այսինքն 3 ոտք, 11 գծաչափ ու 296, գծաչափի հազարորդական մասը։

15.

Հին չափերը նոր չափերու վերածել, ու նորերը հիներու։

Հ. Ի՞նչ կանոնով պէտք է հին չափերը գաղղիական մեթրի վերածել.

Պ. Աս հարկաւոր գործողութիւնը աս կանոնով կըլլայ։ Որովհետև մէկ մեթրն է 3 ոտք, 11 գծ. ու 296 հազարամասն (12). կամ թէ բոլորը գծաչափի վերածելով, 443 գծ. ու 296 հազարամասն. դիւրին է գտնելը թուաբանութեան կանոնով։

Հ. Օրինակով մը ցըցուր թէ հին չափ մը ինչպէս մեթրի վրայ առնելու է.

Պ. Թէ որ ուզեմ՝ իմանալ թէ 7 ոտք, 9 բթ. 3 գծ. երկայնութիւնը քանի մեթր է, ու իր տասնորդական մասը նախ ոտքը ու բթաչափը գծաչափի կըվերածեմ, կըլլայ 1119 գծաչափ։ Իսկ որովհետև մէկ մեթրն է 443 գծաչափ ու 296, կըբաժնեմ՝ 111, թիւը 443 գծ. ու 296ին վրայ, որ կելլէ 29, 52 ու մէկ հարիւրամասէ մը պակաս։

Հ. Ուրիշ օրինակով մը վերածէ մեթրը հին չափին.

Պ. Թէ որ ուզեմ իմանալ թէ 6 մեթրը ու 3 տասնամեթրը քանի ձողաչափ կընէ, պէտք է 443 գծաչափին ու 296 հազարորդական մասը բազմապատկեմ 6,3ին հետ, արտադրեալը կըլլայ 2792 գծաչափ ու 7648 բիւրամասն։ Հիմա կիմանամ որ այսչափ գծաչափը կընէ 3 ձողաչափ, 1 ոտք, 4 բթ. 8 գծ. ու 7648 բիւրամասն։

14.

Անկիւն. — Հաւասար անկիւն։

Հ. Ի՞նչ է անկիւնը.

Պ. Երբոր երկու այլ և այլ դիրքով քաշուած ուղիղ գծերը կուգան մէկ կէտի մը վրայ իրար կըկտրեն, մակարդակին վրայ ան գծերով փակուած միջոցը անկիւն կըսուի. զօր. ԱԲ ու ԱԴ գծերով փակուած միջոցը (ձև 7). գծերուն մէկըզմէկ կտրած կէտը գագաթ կըսուի, ինչպէս Ա կէտը. իսկ երկու գծերը կողմունք։

Հ. Անկիւնի մը անունը ինչ կերպով կըտրուի.

Պ. Անկիւն մը ցուցընելու կամ անունը տալու համար իրեք գիր կըդրուի անկեան իրեք մասը ցուցընող. բայց գագաթի գիրը միշտ երկուքին մէջ պիտի յիշուի.

փ ԲԱԳ անկիւնը ։ Շատ անգամ իրեքին տեղը՝ գագաթին գիրը միայն կըկոչուի ։

Հ. Ինչ ըսել է հաւասար անկիւն, կամ մեծ ու պզտիկ անկիւն.

Պ. Անկիւն մը ուրիշ անկեան հաւասար կըսուի, երբոր իրարու վրայ դնես՝ ու գագաթնին ու կողմունքնին իրար շօշափեն. փ ԲԱԳ ու ԿԴՀ անկիւնները (ձև 7)։ Թէ որ մէկուն կողմունքը աւելի բաց կամ գոց ըլլան մէկալէն, մեծ կամ պզտիկ անկիւն կըսուին. փ թէ որ ԿԴՀ անկեան ԿԴ կողմը ԲԱԳ անկիւնէն դուրս ԱԻ գծին վրայ իյնայ, ԲԱԳ անկիւնէն մեծ կըսուի. իսկ թէ որ ներս ԱՍ գծին վրայ, պզտիկ կըսուի ։

15

Ուղղահայեաց. — Ուղիղ անկիւն. — Սրանկիւն. — Բթանկիւն ։

Հ. Ինչ է ուղղահայեացը.

Պ. Երբոր ուղիղ գիծ մը կըկտրէ ուրիշ գիծ՝ իր երկու կողմը հաւասար անկիւններ ձգելով, ան ուղիղ գիծը կըսուի ուղղահայեաց, երկու կողմի անկիւններն ալ ուղիղ անկիւն. փ ՕՍ գիծը ուղղահայեաց է (ձև 8). որ կտրելով ԿՀ գիծը Օ կէտին վրայ, երկու կողմը ԿՕՍ ու ՀՕՍ հաւասար անկիւններ կըձևացընէ, որ ուղիղ անկիւն կըսուին ։

Հ. Խոտոր գիծը ո՞րն է.

Պ. Ուղղահայեացէն դուրս եղած գիծը՝ խոտոր կըսուի. զ՚ ՕՀ գիծը որ ՕՎ ուղղահայեացէն դուրս կտրելով կիջնայ Օ կէտին վրայ (ձև 9)։

Հ. Ո՞րն է բթանկիւնը, ո՞րն է սրանկիւնը.

Պ. Բթանկիւն կըսուի անիկայ որ ուղիղ անկիւնէն մեծ է. զ՚ ԿՕՀ անկիւնը որ ԿՕՎ ուղիղ անկիւնէն մեծ է։ Իսկ սրանկիւնը ան է որ ուղիղ անկիւնէն պզտիկ է. ինչպէս ՀՕՐ անկիւնը։

Հ. Ամէ՞ն ուղիղ անկիւններ հաւասա՞ր են իրարու.

Պ. Երբոր կողմերնին մէյմէկ ուղղահայեաց է, անկիւննին ալ ամէնքին հաւասար կըլլան իրարու. զ՚ ՍՕ ու Մ՚Ն գծերը (ձև 8) մէյմէկ ուղղահայեաց ըլլալով ԿՀ ու ՎԻ գծերուն, յայտնի է որ ՍՕԿ ու ՍՕՀ անկիւնները հաւասար են Մ՚ՆՎ, Մ՚ՆԻ անկիւններուն։

16

Լրացուցիչ ու Յաւելիչ անկիւններ։

Հ. Ո՞րո՞նք են լրացուցիչ անկիւնները.

Պ. Երկու անկիւն մէկմէկու լրացուցիչ կըսուին՝ երբոր երկուքը մէկտեղ հաւասար են մէկ ուղիղ անկեան մը. զ՚ ՀՕՎ ու

ՀՕՐ (Ձև 9) անկիւնները լրացուցիչ կըսուին, վասն զի ասոնց գումարը ՎՕՐ ուղիղ անկիւնն է ։

Հ. Յաւելից անկիւնները որո՞նք են.

Պ. Երբոր երկու անկիւններուն գումարը հաւասար ըլլայ երկու ուղիղ անկեան, Յաւելից կըսուին. զ°ր ՀՕԸ ու ՀՕԿ անկիւններուն գումարը հաւասար է ՎՕՐ ու ՎՕԿ երկու ուղիղ անկեան, (Ձև 9) ուստի յաւելից կըսուին ։

17.

Մերձաւոր անկիւններ ։

Հ. Ի՞նչ է մերձաւոր անկիւնը.

Պ. Մերձաւոր անկիւն կըսուին անոնք որ գագաթնին մէկ կէտի վրայ է, մէկ կողմերնին ալ մէկ գծի վրայ. զ°ր մերձաւոր անկիւն են ԲԱԴ ու ԳԱԴ անկիւնները (Ձև 10). վասն զի ԱԴ կողմը երկուքին ալ հաւասար կողմ՝ է, ու Ա կէտը գագաթնին է. ԱԲ ու ԱԳ կողմունքն ալ արտաքին կողմունք կըսուին ։

Հ. Մերձաւոր անկեանց գումարը քանի՞ ուղիղ անկեան հաւասար է.

Պ. Մերձաւոր անկիւններուն գումարը հաւասար է երկու ուղիղ անկեան, երբոր իրենց արտաքին կողմունքը ուղիղ գիծ է ։

Հ. Ինչպէս կըցուցընես.

Պ. Վասն զի երբոր երկու ուղղահայեաց կողմեր ունենան, հարկաւ երկու ուղիղ անկիւնէն աւելի կամ պակաս չեն կրնար ըլլալ. իսկ արդ գիտենք որ աս ուղղահայեաց կողմերը իրարու շարունակութիւն են, ու մերձաւոր անկեան արտաքին կողմունքը. զոր օրինակ թէ որ ԲԱԳ ու ԳԱԴ մերձաւոր անկեանց գումարը հաւասար է երկու ուղիղ անկեան, ուրեմն ԱԲ ու ԱԴ արտաքին կողմունքը ուղիղ գծի մը վրայ են. կամ թէ այսպէս ըսեմ, ԱԴ գիծը ԱԲ գծին շարունակութիւնն է: Վասն զի թէ որ ԱԲ գծին ճիշդ շարունակութիւնը ԱՄ գիծը ենթադրենք, ԳԱՄ անկիւնը ԲԱԳ անկեան յաւելիչ կըլլայ (16). իսկ արդ աս ենթադրութեամբ ԳԱԴ անկիւնն ալ յաւելիչ է ԲԱԳ անկեան, ուրեմն հարկ պիտի ըլլայ որ ԳԱԴ անկիւնը հաւասար ըլլայ ԳԱՄ անկեան, որ է անկարելի. վասն զի մասը բոլորին հաւասար չկրնար ըլլալ:

18.

Հակադիր անկիւններ:

Հ. Հակադիր անկիւնները ինչ համեմատութիւն ունին իրարու.

Պ. Հակադիր անկիւնները հաւասար

են իրարու ։ Վասն զի իրենց կողմունքը նոյն ուղղութիւն քաշուած գծերուն շարունակութիւնն ըլլալով՝ պէտք է որ անկիւննին ալ իրարու հաւասար ըլլան. զոր օրինակ (ձև 11) թէ որ ԱՕԿ անկեան գագաթէն ՕԱ և ՕԿ կողմունքը երկընցընեմ, կրձևանայ ՎՕԻ անկիւնը՝ հաւասար ԱՕԿ անկեան ։ Ապացոյց. վասն զի ԱԻ գիծը ուղիղ ըլլալով, իր ՎՕԻ անկիւնը յաւելիչ է ՎՕԱ անկեան (16)։ Նոյնպէս ՎԿ գիծը ուղիղ ըլլալով, ԱՕԿ անկիւնը յաւելիչ է ՎՕԱ անկեան։ Եւ որովհետև ՎՕԱ անկեան վրայ թէ որ փոփոխ աւելցընես ՎՕԻ ու ԿՕԱ անկիւնները, հաւասար են երկու ուղիղ անկեան. ուրեմն աս երկու հակադիր անկիւնները հաւասար են իրարու ։

Հ. Ինչպէս կրցուցընես թէ հակադիր անկեանց կողմունքը նոյն ուղղութիւն քաշուած գծերուն շարունակութիւններն են.

Պ. Ասիկա յայտնի ճշմարտութիւն է, բայց օրինակով մը ցուցընենք։ Թէ որ ՕԱ ու ՕԻ գծերը (ձև 12) ՎԿ գծին Օ կէտին վրայ երկու կողմէն կարելով՝ հաւասար հակադիր անկիւններ ձևացընեն, յայտնի բան է որ աս երկու գծերը իրարու ուղիղ շարունակութիւններ են ։ Վասն զի թէ որ ենթադրէինք ՕԻ գծին բուն շարունակու-

ՍՃ գիծը, հարկ կըլլայ ՃՕԿ անկիւնը հաւասար սեպել ՎՕԻ անկեան . իսկ արդ աս ենթադրութեամբ՝ ՍՕԿ անկիւնն ալ հաւասար է ՎՕԻ անկեան , ուրեմն ՃՕԿ ու ՍՕԿ անկիւններն ալ հաւասար պիտի ըլլան իրարու . որով պիտի ըլլայ մասը հաւասար բոլորին , որ է անկարելի ։

19.

Հաւասար անկիւններ ։

Հ. Երկու անկիւններու հաւասարութիւնը ինչպէս կըցուցընես ։

Պ. Երբոր երկու անկեանց գագաթէն հաւասար շառաւիղներով կողմանցը մէջ քաշուած աղեղները հաւասար ըլլան՝ անկիւններն ալ հաւասար են իրարու ։ Աս բանս յայտնի է նախ նոյն կեդրոնով ու նոյն շառաւիղով քաշուած բոլորակներէն , որ երբոր իրարու վրայ դնես՝ ամէն կէտերով մէկզմէկ կըծածկեն . ուստի իրարու ալ հաւասար են ։ Օրինակով մը ըսենք . թէ որ ԳԲ ու ԶԵ աղեղները (ձև 13) Ա ու Դ անկեանց գագաթներէն հաւասար շառաւիղով քաշած են իրենց կողմանց մէջ. նախ իրենք հաւասար են իրարու . նոյնպէս Ա ու Դ անկիւններն ալ հաւասար են իրարու . վասն զի թէ որ ԶԴԵ անկիւնը տանիս ԳԱԲ անկեան վրայ դնես , ամէն մէկ կէտերով իրար կըծածկեն ։

20.

Անկիւններու համեմատութիւն ։

Հ. Երկու անկիւն ինչպէս կը համեմատին իրարու.

Պ. Երկու անկիւն այնպէս կը համեմատին իրարու, ինչպէս իրենց գագաթներէն կողմանցը մէջ հաւասար շառաւիղով քաշած աղեղները ։

Հ. Աղեղներուն համեմատուէն ինչպէս կը գտնուի անկիւններուն համեմատութիւնը.

Պ. Վերը (19) իմացանք թէ անկեանց գագաթէն հաւասար շառաւիղով կողմանց մէջ քաշած աղեղները երբոր հաւասար են իրարու, անկիւններն ալ մէկմէկու հաւասար կըլլան. ուրեմն այնպէս կը համեմատին իրարու, ինչպէս իրենց անկիւնները. զ° գտնենք թէ նոյն շառաւիղով քաշած ԿԻ ու ՓՔ աղեղները (Ձև 14) այնպէս կը համեմատին իրարու, ինչպէս 7ը 9ին. ուրեմն ԲԱԳ ու ԴՀԳ անկեանց համեմատութիւնն ալ նոյն է ։ Այս ճշմարտութիւնը որոշ տեսնելու համար Ա գագաթէն ԿԻ աղեղին բաժանմանցը վրայ շառաւիղներ կը քաշեմ որ Ա անկիւնը 7 անկիւն կըբաժնեն. զ° ԿԱԻ, ԻԱՕ են. նոյնպէս Հ անկիւնն ալ 9 անկիւն կըբաժնեմ՝ ՓՔ աղեղին վրայ շառաւիղներ քաշելով. աս անկիւնները չէ թէ միայն իրարու հաւասար են, հապա նաև Ա անկեան եօթը անկեանցը ամէն մէկուն ալ զատ զատ հաւասար են ։ Ուրեմն Ա ու Հ անկիւնները այնպէս կըհամեմատին իրարու՝ ինչպէս 7ը 9ին ։ Իսկ թէ որ երկու աղեղները իրարու անչափակից ըլլան (9,10), մերձաւոր համեմատութիւնին պէտք է փընտռել ։

21.

Անկեանց չափ. — Վաթսնորդական բաժանում ։

Հ. Անկեան մը չափը ինչպէս կընաս առնել.

Պ. Անկիւն մը չափելու համար բնական է որ ունեցած անկիւնս յայտնի չափ մը ունեցող անկեան մը հետ կըհամեմատեմ. ատ յայտնի չափն է ուղիղ անկիւն, որ կըսուի նաև չափ անկեանց ։

Դարձեալ, երբոր երկու անկեանց գագաթները բոլորակին կեդրոնին վրայ են, ասոնց իրարու համեմատութիւնը այնպէս է՝ ինչպէս դիմացի աղեղները (20). զ ԲԱԳ ու ԲԱԻ անկիւնները (ձև 17) համեմատ են ՕՍ ու ՕԿ աղեղներուն ։ Ասոր համար է բոլորակին բաժանումը ։

Հ. Բոլորակը ինչպէս կըբաժնուի.

Պ. Սովորութիւն եղած է բոլորակը 360

հաւասար մաս բաժնել, որ աստիճան կը֊սուին․ ուստի կիսաբոլորակը կըլլայ 180°, քառորդը 90°։ Մէկ մէկ աստիճանն ալ 60 հաւասար մանրամաս կըբաժնուի․ ամէն մէկ մանրամասը 60 երկրորդական մանրամաս, և այլն։

Հ. Ուրեմն ԲԱԳ անկեան չափը որն է։

Պ. ԲԱԳ անկեան չափն է ՕՍ աղեղը․ ուստի քանի աստիճան, մանրամաս ու երկրորդական մանրամաս որ ունի այս աղեղը, այնչափ է նաև անկիւնը։

Հ. Բոլորակին բաժանմունքը ինչ նշաններով կըգրուի․

Պ. Գրութեան համար այս նշաններովս կըգրենք °, ′, ″․ ինչպէս 5°, 8′, 4″. որ ըսել է հինգ աստիճան, ութը մանրամաս, չորս երկրորդական մանրամաս։

Հ. Ունեցած անկիւնդ ուղիղ անկեան հետ ինչպէս կըհամեմատես․

Պ. Կառնեմ ՕՍ աղեղին չափը 90 աստիճանի հետ կըհամեմատեմ, որ է ուղիղ անկեան չափը։

22.

Հարիւրորդական բաժանմունք։

Հ. Ո՞րն է հարիւրորդական բաժանմունքը․

Պ. Հարիւրորդական բաժանմամբ բո֊

լօրակը կըրաժնուի 400°, կիսաբոլորակը 200°, և այլն. իր բաժանմունքն ալ հարիւրական կըրաժնուի, զ. 100′. 100″ ։ Այս բաժանմունքը տասնորդական ըլլալով՝ ան օգուտը ունի, որ դիւրաւ կրնանք մարդ. վասն զի փոխանակ ըսելու 33°, 6′, 67″, կըսենք 33°, 0667. հոս 6 մանրամասը հաւասար է աստիճանի մը 6 հարիւրամասին, նոյնպէս 67 մանրամասը երկրորդական մանրամասին 67 հարիւրամասին ու 67 աստիճանի մը բիւրամասին ։

Հ. Վաթսնորդական բաժանմամբ չափուած աղեղը ինչպէս կըվերածուի հարիւրորդականի.

Գ. Նախ պէտք է գիտնալ որ վաթսնորդական աստիճանը այնպէս կըհամեմատի հարիւրորդականի, ինչպէս $\frac{10}{9}$. վասն զի վաթսնորդական բաժանմամբ բոլորակին քառորդն է 90°, իսկ հարիւրորդական բաժանմամբ 100°. աս գիտնալէն վերջը ունեցած վաթսնորդական աստիճանս, մանրամասս ու երկրորդական մանրամասս՝ բոլոր երկրորդական մանրամասի կըվերածեմ, ու ելածը կըբազմապատկեմ $\frac{10}{9}$ով. արտադրեալն է փնտռուած հարիւրորդական բաժանմունքս ։

Հ. Օրինակով մը վաթսնորդական բաժանմամբ չափուած աղեղը հարիւրորդականի վերածէ .

Պ. Ենթադրենք թէ աղեղ մը ունիմ վաթսնորդական բաժանմամբ չափուած՝ 41°, 6′, 39″, ու կուզեմ հարիւրորդական բաժանման վերածել. թուաբանական կանոնով կըգտնեմ որ կընէ 147,999 երկրորդական մանրամաս. և որովհետև գիտենք թէ մէկ վաթսնորդական աստիճանը 3600 երկրորդական մանրամաս է, ուրեմն մէկ երկրորդական մանրամասն է աստիճանի մը 3600որդական մասը. ուրեմն ունեցած գծիս չափն է $\frac{147999}{3600}$ վաթսնորդական բաժանմամբ. ասիկայ կըբազմապատկեմ $\frac{10}{9}$ով, ու կելլէ $\frac{49333}{1080}$ հարիւրորդական, կամ որ նոյն է՝ 45° 6787:

Հ. Հարիւրորդական բաժանմամբ չափուած աղեղը ինչպէս կըվերածես վաթսնորդականի.

Պ. Նախ ունեցած չափս $\frac{9}{10}$ով կըբազմապատկեմ, ու արտադրեալին մէջ ամբողջը քանի վաթսնորդական աստիճան ըլլալը կիմանամ: Ետքը մնացած տասնորդական կըտորը 60ով կըբազմապատկեմ, ելած ամբողջն է մանրամաս. դարձեալ մնացած կտորը 60ով կըբազմապատկեմ, ամբողջն է երկրորդական մանրամաս. թէ որ դուրս կտոր մնալու ըլլայ, ըսել է թէ երկրորդականէն ալ մանր կտորակ է:

Հ. Օրինակով մը հարիւրորդական բաժանմամբ չափուած աղեղ մը վաթսունորդական վերածէ.

Պ. Գտնենք թէ աղեղ մը ունիմ որ հարիւրորդական բաժանմամբ է 11°, 4794. աս թիւը $\frac{9}{10}$ով կըբազմապատկեմ, արտադրեալը կըլլայ 10,33146. 10 ամբողջը մէկդի կըդնեմ, որ է վաթսունորդական աստիճան, ու մնացած 33146 կոտորակը 60ով կըբազմապատկեմ, և կելլէ 19,8876. աստ 19 ամբողջ թիւն է մանրամաս, իսկ մնացած 8876ը կոտորակ. անիկայ դարձեալ 60ով կըբազմապատկեմ, արտադրեալը կըլլայ 53, 256. հոս ալ 53 ամբողջն է երկրորդական մանրամաս, ու մնացածը աւելի մանր կոտորակ. ըսել է թէ հարիւրորդական բաժանմամբ 11°,4794 աղեղ մը վաթսունորդական բաժանմամբ կընէ 10°,19',53'',256:

25.

Ուղղահայեաց:

Խ. Ուղիղ գծի մը վրայ որոշած կէտէ մը քանի՞ ուղղահայեաց կրնայ քաշուիլ.

Պ. Որոշած կէտէ մը ուղիղ գծի վրայ մէկ ուղղահայեացէն աւելի չքաշուիր. վս զի երկու կէտի մէջ ալ մէկ ուղիղ գծէն աւելի չքաշուիր. զ° թէ որ ԱԲ գիծը Ա կէտէն ՓՔ գծին վրայ ուղղահայեաց է (ձև 24), նոյն կէտէն ԱՍ գիծն ալ ուղղահայեաց չկրնար ըլլալ ։ Ասիկայ փորձով ցուցընելու համար, ԲՍ գիծը ՍԱԲ ձևին առանցք սեպելով ՍԱԲ ձևը ան գծին վրայ կըդարձընեմ, անանկ որ Ա կէտը Գ կէտին վրայ կուգայ, ու կըտեսնուի թէ ինչպէս որ ԱԲՍ անկիւնը ուղիղ է՝ նոյնպէս ալ ԳԲՍ անկիւնը. ուրեմն ԲԳ գիծը նոյն ուղղութեամբ շարունակութիւն է ԲԱ գծին (17) ու ԱԳ գիծը ուղիղ գիծ է. իսկ թէ որ ԱՍ գիծն ալ ուղղահայեաց սեպեմ, կըհետևի որ ԱՍԳ գիծն ալ ուղիղ ըլլայ. ան ատենը Ա ու Գ կէտերուն մէջ այլ և այլ ուղիղ գծեր քաշուած կըլլայ, որ է անկարելի ։ Ուրեմն գծի մը վրայ մէկ կէտէ մը երկու ուղղահայեաց չքաշուիր ։

Հ. Ուղղահայեացին գագաթէն դէպ 'ի վար այլ և այլ ուղղութեամբ քաշուած գծերը ինչ կըսուին.

Պ. Խոտոր գիծ. փ̃ ԱՍ գիծը որ ԱԲ ուղղահայեացէն երկայն էր (ձև 24). վասն զի ԱՍԲ ձևը ԲՍ գծին վրայ դարձընելով՝ ԱՍԳ բեկեալ գիծը ձևացաւ. որ ԱԲԳ ուղիղ գծէն երկայն է ։

24.

Խոտոր գիծ ։

Հ. Ուղղահայեացին տարէն հաւասար հեռաւորութեամբ քաշած խոտոր գծերը ի՞նչ համեմատութիւն կունենան իրարու ․

Պ. Ուղղահայեացին ոտքէն հաւասար հեռաւորութեամբ քաշած խոտոր գծերը հաւասար են իրարու, ու հաւասար անկիւններ կըշինեն ։ Վասն զի ուղղահայեացին ոտքէն երկու գիծ հաւասար հեռու ըսելը, և ուղղահայեացին մէկ կողմի խոտոր գիծը մէկալ կողմը փոխադրելը նոյն բանն է ․ ինչպէս, ԱԲ ուղղահայեաց գծին ոտքէն Փ·Բ գծին վրայ հաւասար հեռաւորութ-թը կըքաշեմ ՍԱ ու ԿԱ գծերը դէպ 'ի ուղղահայեացին գագաթը (ձև 25)․ աս գծերը հաւասար են իրարու ։ Վասն զի թէ որ ԱԲԿ ձևը ԱԲ գծին վրայ դարձընեմ, ԲԿ գիծը ԲՍ գծին վրայ կիյնայ, ու Կ կէտն ալ Սին վրայ կիյնայ ։ Ուրեմն ԱԿ ու ԱՍ ուղղահայեացին ոտքէն հաւասար հեռաւորութեամբ քաշուած խոտոր գծերը հաւասար են իրարու, նոյնպէս ալ ԲԱԿ ու ԲԱՍ անկիւնները ։

Հ. Ա՛ն խոտոր գծերն որ ուղղահայեացին ոտքէն անհաւասար հեռաւորութեամբ քաշած են՝ ի՞նչ համեմատութիւն ունին իրարու ․

Պ. Խոտոր գծերը որչափ հեռանան ուղղահայեացին ոտքէն, այնչափ աւելի երկայն են ։ Ա՛ս ճշմարտութիւնը յայտնի է վերի ըսած փորձովս ։ Դարձեալ, երբոր երկու

կէտերու մէջ քաշուած գծերուն մէջ ամէ-
նէն կարճն է ուղիղը. բայց է թէ որչափ
որ խոտորի՝ այնչափ աւելի կերկըննայ։
Օրինակով մը ցուցընենք. ԱԲ ուղղա-
հայեացին ոտքէն ԱՍ ու ԱԻ խոտոր գծերը
կըքաշեմ (Ձև. 26). ասոնցմէ ԱԻ գիծը ուղ-
ղահայեացին ոտքէն աւելի հեռու ըլլալով
քան թէ ԱՍ գիծը, անկէ երկայն է։ Յայտ-
նի կերեւնայ ըսածս երբոր ԱԻՍԲ ձեւը
ԲԻ գծին վրայ դարձընեմ, այնպէս որ Ա
կէտը Գ. կէտին վրայ գայ. վասն զի կըտես-
նենք որ վրայի գիծը մէջի ԱՍԳ. գծէն եր-
կայն է. ուրեմն նոյնպէս ԱԻ գիծը ԱՍ
գծէն երկայն է. որովհետեւ առջի բեկեալ
գծերուն կէսերն են։ Ուրիշ օրինակ. հա-
կառակ կողմի խոտոր գծին ուղղահայեա-
ցին ոտքէն ունեցած հեռաւորութեան
չափը կառնեմ, ուզած կողմս կըբերեմ,
եւքը առջի ըսած կանոնովս կընեմ. փ
ԱԲ ուղղահայեացին ոտքէն այլեւայլ հեռա-
ւորութի՟ դիմացէ դիմաց քաշուած ըլլան
ԱՍ ու ԱԻ խոտոր գծերը (Ձև. 27). կառնում
ԲՍ գծին հեռաւորութեան չափը ու կըբե-
րեմ հաւասար կըքաշեմ ԲՀ գծէն. եւ ինչ-
պէս վերն ալ ըսինք՝ մէկէն կիմացուի որ
ԱՀ գիծը աւելի կարճ է քան թէ ԱԻ
գիծը. ու որովհետեւ ԱՀ ու ԱՍ հաւասար
են, ուրեմն ԱՍ գիծը ԱԻ գծէն կարճ է։

Հ. Ըս առաջարկութիւններէն ինչ հետեւանք կը հանես .

Պ. Մէյմը որ ուղիղ գծէ մը դուրս եղած կէտէն՝ գծին վրայ երկու հաւասար գծէն աւելի չըքաշուիր . վասն զի թէ որ աւելի քաշուելու ըլլային , հարկաւ ուղղահայեացին մէկ կողմը պիտի իյնային . որով չէին կըրնար հաւասար ըլլալ՝ առանց խառնուելու :

Երկրորդ, երկու հաւասար խոտոր գծերը ուղղահայեացին ոտքէն հաւասար հեռու են . ապա թէ ոչ , չէին կրնար հաւասար ըլլալ իրարու :

23

Ուղիղ գիծ :

Հ. Ուղիղ գծի մը մէջտեղէն բարձրացած ուղղահայեացին կէտերը՝ գծին հետ ինչ համեմատութիւն ունին .

Պ. Ուղիղ գծի մը մէջտեղէն բարձրացած ուղղահայեացին ամէն մէկ կէտերը նոյն գծին երկու ծայրերէն հաւասար հեռու են . վասն զի ուղղահայեացը ինչ հեռաւորութեամբ որ կեցեր է ուղիղ գծին երկու ծայրերէն , իր վրայի կէտերն ալ նոյն գրքով կեցած են . գօ թէ որ ԱԲ ուղիղ գծին վրայ քաշեմ Մ՛Ն ուղղահայեացը , որ նոյն գիծը կըկարէ Օ կէտին վրայ (ձև 28), ու ՄԱ ու ՄԲ գծերը երկընցընեմ Մ՛Ն գծին վրայ, ան երկու գծերը հաւասար են իրարու. որովհետև ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութիւն ունեցող խոտոր գծեր են (24)։ Բայց թէ որ Մ՛Ն գծէն դուրս Հ կէտին վրայէն քաշեմ, ան ատենը աւելի մեծ է ՀԱ գիծը քան թէ ՀԲ գիծը. վասն զի երբոր կըքաշեմ ԿԲ գիծը, մէկէն կըտեսնուի որ ԲՀ գիծը աւելի կարճ է քան թէ բեկեալ գիծը ՀԿ + ԿԲ. իսկ արդ ԿԲ ու ԿԱ հաւասար են, ուրեմն ԲՀ գիծը ՀԿ+ԿԱ գծէն կամ ՀԱ գծէն կարճ է։

Հ. Ըսկէ ինչ կըհետևի.

Պ. Ըսկէ կըհետևի թէ ան կէտն որ ուղիղ գծի մը երկու ծայրերէն հաւասար հեռու է, նոյն գծին մէջտեղէն քաշուած ուղղահայեացին կէտն է. վասն զի թէ որ ան կէտը ուղղահայեացին կէտերէն մէկը չըլլար, անկարելի էր որ նոյն ուղիղ գծին ծայրերէն հաւասար ըլլար։

26.

Ուղիղ գիծ՝ իրրև հատանող կամ լար բոլորակի։

Հ. Ուղիղ գիծ մը քանի՞ կէտով կրնայ կտրել զբոլորակը.

Պ. Ուղիղ գիծ մը երկու կէտով միայն կրնայ կտրել բոլորակը։ Վասն զի որ և է ուղիղ գիծ որ բոլորակին մէջտեղէն կանցնի՝ հատանող կըսուի․ աս ուղիղ գիծը միայն երկու կէտով կրնայ կտրել բոլորակին շրջանակը․ վասն զի թէ որ իրեք կէտով կարենար կտրել, կեդրոնէն իրեք շառաւիղ ալ պիտի ձգուէին ան կէտերուն․ որ ըսել էր թէ կէտէ մը ուղիղ գծի վրայ իրեք հաւասար խոտոր գծեր քաշուին, որ է անկարելի (24․ Հետև․ ա)։

27.

Լարերու և աղեղներու համեմատութիւն։

Հ․ Բոլորակի աղեղներն ու լարերը ինչպէս կըհամեմատին իրարու․

Պ․ Երբոր մէկ բոլորակի մը կամ երկու հաւասար բոլորակներու մէջ երկու աղեղ իրարու հաւասար են, իրենց տակի լարերն ալ հաւասար կըլլան իրարու․ իսկ երկու անհաւասար աղեղներու մէջ, որ կիսաբոլորակէ մը պզտիկ են, ան աղեղը աւելի մեծ է՝ որուն լարը մէկայինէն մեծ է։

Հ․ Ի՞նչպէս կըցուցընես աս առաջարկութեան առաջին մասը․

Պ․ Օրինակ․ թէ որ Գ․Խ․Դ․ աղեղը հաւասար է ԱՕԲ աղեղին (ձև 29), յայտնի է որ լարերն ալ հաւասար են իրարու․ ք՛ թէ որ մէկմէկու վրայ բերեմ՝ ամէն մէկ կէտերով իրար կըծածկեն․ ուրեմն հաւասար են։

Հ. Երկրորդ մասը ինչպէս կըցուցընես.

Պ. Կըդնեմ երկու աղեղ ԿՀ ու ԱԲ (ձև 30), երկուքն ալ կիսաբոլորակէ մը պզտիկ, բայց ԿՀ աղեղը ԱԲ աղեղէն մեծ. Ա կէտէն կառնեմ ԱՍ աղեղը՝ հաւասար ԿՀ աղեղին. ԱՍ լարը հաւասար կըլլայ ԿՀ լարին, որովհետև հաւասար աղեղներու լարեր են. ուստի յայտնի է որ ԱԲ լարը ԱՍ լարէն պզտիկ է. բայց փորձով ալ ցուցընելու համար կըքաշեմ ԳՍ ու ԳԲ շառաւիղները. որոնցմէ ԳԲ շառաւիղը կըկտրէ ԱՍ լարը O կէտին վրայ, ու կիմանամ համեմատութիւններն այսպէս. ա՛, ԱԲ < ԲO + ԱO[1]. բ՛, ՍԳ < ԳO + OՍ. ուրեմն ԱԲ + ՍԳ < ԲO + ԱO + ԳO + OՍ. կամ թէ ԱԲ + ՍԳ < ԱՍ + ԲԳ. իսկ արդ ՍԳ = ԲԳ, ուրեմն. ԱԲ < ԱՍ:

Հ. Աս ճշմարտութենէս ինչ հետևանք կըհանես.

Պ. Ըսել է կըհետևի որ եթէ երկու լարերը ԳԴ ու ԱԲ հաւասար են, աս լարերուս տակի աղեղները ԳԻԴ ու ԱOԲ հաւասար կըլլան մէկմէկու (ձև 29). վասն զի

[1] Աս նշանս < երկրաչափութեան ու թուաբանութեան մէջ նախընթաց քանակութեան յաջորդէն պզտիկ ըլլալը կըցուցընէ. ուստի օրինակին մէջ ասանկ կըկարդացուի ԱԲ փոքր քան ԲO, ևն.

թէ որ մէկը մէկալէն մեծ ըլլար, իրենց լարերն ալ անհաւասար կըլլային:

28.

Հ. Կեդրոնէն դէպ 'ի լարը ձգուած ուղղահայեացը ինչ համեմատութեամբ կըբաժնէ լարը ու աղեղը.

Պ. Կեդրոնէն դէպ 'ի լարը ձգուած ուղղահայեացը լարն ու աղեղը երկու հաւասար մաս կըբաժնէ. վ̃ զի բոլորակին մէջի շառաւիղները ամէնն ալ հաւասար են իրարու. ուրեմն յայտնի է որ լարին երկու ծայրերէն քաշուած շառաւիղները երկու հաւասար խոտոր գծեր են, և ասոնց մէջտեղի կէտը լարին մէջտեղի ուղղահայեացին կէտը կըլլայ. ուստի լարն ալ աղեղն ալ հաւասար կըբաժնուին:

Հ. Օրինակով մը ցըցուր ըսածդ.

Պ. Ինչպէս, ԴՕ ուղղահայեաց գիծը կեդրոնէն ԱԲ լարին վրայ ինջած ըլլալով, Հ կէտին վրայ լարը երկու հաւասար կտոր կըբաժնէ (Ձև 31). վասն զի թէ որ ԴԱ ու ԴԲ շառաւիղները քաշեմ, ասոնք կըլլան երկու խոտոր գծեր հաւասար, և ուղղահայեացին ոտքէն նոյն չափով հեռու. ուրեմն ԲՀ և ԱՀ հաւասար են: Դարձեալ, ԴՀ ուղղահայեացին կարած կէտը, որ է Օ, ԱԲ լարին մէջտեղն է նէ, ԱՕ ու ԲՕ լարերը իրարու հաւասար են(25). վասն զի հաւասար աղեղներուն լարերն ալ հաւասար կըլլան (27). ուրեմն O կէտը ԱԲ աղեղին կէտն է։

29.

Շօշափող։

Հ. Շօշափող բոլորակի ո՞րն է.

Պ. Շօշափող բոլորակի կըսուի ան ուղիղ գիծն որ կէտով մը միայն կըշօշափէ բոլորակը, ու շառաւիղին վրայ ուղղահայեաց կիջնայ. զ° ԱԲ ուղիղ գիծը ԳO շառաւիղին ուղղահայեաց ըլլալով (ձև 32), շօշափող է բոլորակին. վասն զի թէ որ ԱԲ գծին վրայի կէտէ մը քաշեմ ԽO գիծը, խոտոր գիծ մը կըլլայ՝ մեծ քան OԳ շառաւիղը որ ուղղահայեաց է ԱԲ գծին. ուրեմն ԱԲ գծին վրայ Գ. կէտէն զատ ամէն կէտերը դուրս են բոլորակէն, և ԱԲ գիծն է Շօշափող։

30.

Հ. Հապա բոլորակին շօշափողը՝ ինչ դիրք կունենայ համեմատութեամբ դէպ ՚ի շօշափող կէտը քաշուած շառաւիղին.

Պ. Բոլորակի շօշափողը պէտք է որ ուղղահայեաց ըլլայ ան շառաւիղին որ կեդրոնէն դէպ ՚ի շօշափող կէտը քաշած է։ Ասիկայ թէպէտ յայտնի է վերի օրինակէն(29), բայց պարզութեան համար նորէն կըցուցընեմ. ԱԲ գիծը ենթադրենք շօշափող O կեդրոն ունեցող բոլորակին (ձև 32). ուրեմն O կեդրոնէն Գ. շօշափողին կէտին վրայ քաշուած շառաւիղը ուղղահայեաց է ԱԲ գծին. մ̃ զի թէ որ OԳ շառաւիղը ուղղահայեաց չըլլար, կարելի պիտի ըլլար ուրիշ ուղղահայեաց մը քաշել աւելի կարճ. ան ատենը աս ուղղահայեացին ոտքը պիտի ըլլար շրջանակէն ներս, ԱԲ գիծն ալ շօշափող մը, որ չկրնար ըլլալ:

31.

Գործնական առաջարկութիւններ:

Երբոր աշկերտները կըսորվին պատճառովան ճշմարտութիւնները որոնց վրայ վերը կարգաւ խօսեցանք, ան ատեն վարպետը պէտք է տայ գործնական առաջարկութիւններ. որ աղոց միտքը շատ կըսրէ. մանաւանդ երբոր բոլորովին իրենց թողու գտնել անոնց կանոնն ու պատճառները: Աստի հոս դնենք օրինակի համար քանի մը առաջարկութիւններ:

32.

Ուղիղ գծի մը վրայ որոշած կէտէ մը ուղղահայեաց քաշել:

Հ. Ուղիղ գծի մը վրայ որոշած կէտէ մը ինչպէս կըքաշուի ուղղահայեաց.

Գ. Նախ պէտք է գտնել որոշած կէտէդ քաշելու ուղղահայեացին գագաթը. որ այսպէս կըգտնուի. թէ որ ուզեմ Գ.Դ. գծին Ա կէտին վրայ ուղղահայեաց մը քաշել (Ձև. 33), կըդնեմ կարկինին մէկ ոտքը Ա կէտին վրայ, ու մէկալ ոտքովը աս կէտին երկու կողմերը հաւասար հեռաւորութեամբ կէտեր կընշանեմ, զոր Հ ու Կ. ետքը աս կէտերէն հաւասար շառաւիղով երկու աղեղներ կըքաշեմ՝ որ իրար կտրեն Ս կէտին վրայ, որ է ուզած ուղղահայեացին գագաթը. աս կէտերս կըմիացընեմ, ու կըլլայ ԱՍ փնտռած ուղղահայեաց գիծս. վասն զի Ս կէտը հաւասար հեռու ըլլալով ՀԿ գծին երկու ծայրերէն, մէջտեղի քաշուած ուղղահայեացին կէտն է (25)։

33.

Ուղիղ գծէ մը դուրս եղած կէտէն գծին վրայ ուղղահայեաց իջեցընել։

Հ. Ուղիղ գծէ մը դուրս եղած կէտէն ինչպէս ուղղահայեաց կըքաշուի ան գծին վրայ.

Գ. Ուզած կէտէս քաշելու ուղղահայեացին ոտքը գտնելով. զոր Ա կէտէն Գ.Դ. գծին վրայ ուղղահայեաց մը կուզեմ իջեցընել (Ձև. 34). աս ուղղահայեացին ոտքը գտնելու համար Ա կէտէն չափաւոր շաառնլով մը Գ.Գ. գծին վրայ երկու աղեղներ կըքաշեմ Մ.Ն. ետքը աս կէտերէս գծին մէկալ կողմը երկու աղեղներ կըքաշեմ որ իրար կըկտրեն Հ կէտին վրայ . ետքը կըքաշեմ ՀԱ գիծը որ կըլլայ ուզած ուղղահայեացս : Վասն զի կըտեսնեմ որ Ա ու Հ կէտերը հաւասար հեռու են Մ.Ն. գծին ծայրերէն , ուրեմն Մ.Ն. գծին մէջտեղը քաշուած ուղղահայեացին կէտերն են (25) . ուստի ԱՀ գիծն ալ է ուղղահայեաց Մ.Ն. գծին :

34.

Ուղիղ գծի մը մէջտեղը գտնել :

Հ. Ուղիղ գծի մը մէջտեղը ինչպէս պէտք է գտնել .

Պ. Գ.ծին երկու ծայրերէն դէպ 'ի վեր ու դէպ 'ի վար աղեղներ կըձգեմ. ետքը աս աղեղներէս գիծ մը կըքաշեմ որ ունեցած ուղիղ գծիս մէջտեղէն կտրէ . զօ ԱԲ ուղիղ գծին մէջտեղը գտնելու համար (Ձև 35) , գծին ծայրերէն հաւասար շառաւիղով կըքաշեմ կրկին աղեղներ որ Գ. կէտին վրայ իրար կըկտրեն . նոյն գործողութիւնը կընեմ գծին մէկալ կողմն ալ , ու ետքը Գ.Գ. գիծը քաշելով կիմանամ որ ԱԲ գծին մէջտեղն է Օ կէտը (25) :

35.

Անկիւն մը կամ բոլորակի աղեղ մը երկու հաւասար կտոր բաժնել: — Ուղիղ գծի մը որոշած կէտէն անկիւն մը շինել հաւասար ուրիշ անկեան:

Հ. Անկիւն մը ինչպէս երկու կը բաժնուի.

Պ. Անկիւն մը երկու հաւասար կտոր բաժնելու համար պէտք է նախ դիմացի աղեղը երկու բաժնել, ու անկէ դէպ 'ի գագաթը գիծ մը ձգելով անկիւնն ալ երկու բաժնել. զ° թէ որ ուզեմ Ա անկիւնը երկու հաւասար կտոր ընել (Ձև 36), նախ Ա գագաթէն կը քաշեմ ուզած շառաւիղով ՍԿ աղեղը, ետքը վերի ըսած կանոնով (34) աղեղին մէջտեղը գտնելով կը ձգեմ ԱԻ գիծը՝ որ ՍԱԿ անկիւնը երկու հաւասար կտոր կը բաժնէ. վասն զի ԱԻ գիծը ՍԿ գծին մէջտեղը ուղղահայեաց է (25). ուրեմն ԱՍ ու ԱԿ խոտոր գծերը հաւասար հեռու են ուղղահայեացին ոտքէն, ուստի ՀԱՍ ու ՀԱԿ անկիւններն ալ հաւասար են իրարու (24):

Հ. Բոլորակի մը աղեղին մէջտեղը ինչպէս կը գտնես.

Պ. Ամենեւին նոյն կանոնով որով կը գըտնեմ ուղիղ գծին մէջտեղը. զ° Փ·Բ·Ր աղեղին մէջտեղը գտնելու համար (Ձև 37), երկու ծայրերէն հաւասար շառաւիղներով աղեղներ կըքաշեմ վեր ու վար Ս ու Օ կէտերուն վրայ, ու ՍՕ գիծը կըքաշեմ որ մէջտեղի Մ կէտին վրայ կըկտրէ ՓՐ աղեղը (25). ուրեմն հաւասար երկու կըբաժնուի ՓՐ աղեղը (28):

Հ. Ինչպէս կըքաշես ուղիղ գծի մը որոշած կէտէն անկիւն մը որ հաւասար ըլլայ ուրիշ անկեան.

Պ. Ընծայած անկեանս աղեղին չափը առնելով. զՓՔ գծին Մ կէտին վրայ կուզեմ անկիւն մը քաշել հաւասար ԱԲԳ անկեան (Ձև 38): Նախ Բ անկեան գագաթէն որ և է շառաւիղով աղեղ մը կըքաշեմ կողմանցը մէջ՝ Ս ու Ր կէտերուն վրայ. ետքը կու գամ ՓՔ գծին վրայ նոյն շառաւիղով աղեղ մը կըքաշեմ որ գիծը Վ կէտին վրայ կըկտրէ. ետքը Վ կէտէն ՍՐ աղեղին բացուածքովը աղեղ մը կըքաշեմ որ Կ կէտին վրայ կըկտրէ, ու ԿՄ գիծը քաշելովս կըձևանայ ԿՄՎ անկիւնը՝ հաւասար ԱԲԳ անկեան. վասն զի ՍՐ ու ԿՎ աղեղները հաւասար են իրարու (27). ուրեմն ԱԲԳ և ԿՄՎ հաւասար են:

ԼՈՒԾԵԼՈՒ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա. Գիծ մը կուտամ ՓՔ, ու երկու կէտեր Ա, Բ (Ձև 39) որոշ դրքով, ու կուզեմ որ ՓՔ գծին վրայ այնպիսի կէտ մը գտնես, ինչպէս Գ, որ թէ աս կէտէս Ա ու Բ կէտերուն մէյմէկ գծեր քաշես, աս գծերս հաւասար անկիւններ ձևացընեն, ԱԳՓ=ԲԳՔ։

Բ. Մակարդակի մը վրայ որոշած դըրքով իրեք կէտ կուտամ. զԱ, Բ, Գ. ու կուզեմ որ Բ կէտէն աս միջոցիս մէջ այնպիսի գիծ մը քաշես որ եթէ մէկալ Բ, Գ կէտերէն աս գծիս վրայ մէյմէկ ուղղահայեաց քաշես, ուղղահայեացներուն երկայնութիւնը իրարու հաւասար ըլլայ։

Գ. Մակարդակի մը վրայ կուտամ երկու գիծ ու կէտ մը, և կուզեմ որ աս կէտէն այնպիսի գիծ մը քաշես, որ մէկալ գծերուն հետ հաւասար անկիւններ շինէ։

Դ. Մակարդակի մը վրայ կուտամ բոլորակ մը ու երկու կէտ, և կուզեմ որ բոլորակին վրայ գտնես այնպիսի կէտ մը որ հաւասար հեռու ըլլայ ունեցած երկու կէտերէդ։

Ե. Մակարդակի մը վրայ բոլորակ մը ու երկու գիծ կուտամ, և կուզեմ որ բոլորակին վ՟ր այնպիսի կէտ մը գտնես՝ որ աս կէտէս դէպ՚ի ունեցած գծերուդ վրայ քաշած ուղղահայեացներդ հաւասար ըլլան ։

36 ·

Զուգահեռական գծեր։

Հ. Ի՞նչ է զուգահեռականը ·

Պ. Զուգահեռական կըսուին մակարդակի վրայ երկընցած ան ուղիղ գծերը, որոնք որչափ ալ երկըննան՝ ոչ երբէք կըմիանան իրարու · ուրեմն ըսել է թէ ուղիղ գծի վրայ ձգուած ուղղահայեացները իրարու զուգահեռական են · զ· ՄՆ գծին վրայ ինջած ուղղահայեացները, որ են ԱԲ ու ԳԴ գծերը (ձև 40)։ Վասն զի թէ որ ենթադրենք թէ վերջապէս կէտի մը վրայ ատոնք կըմիանան, ան ատենը կէտէ մը երկու ուղղահայեաց քաշել կըլլար ՄՆ գծին վրայ, որ է անկարելի (23)։

37 .

Հ. Թէ որ երկու գծեր ուրիշ երրորդական գծէ մը կտրուին ու ներքին փոխադարձ անկիւնները հաւասար ըլլան, իրարու ի՞նչ համեմատութիւն կունենան ·

Պ. Հատանող գծէ մը կտրուած երկու գծերը զուգահեռական են իրարու՝ երբոր ներքին փոխադարձ անկիւնները հաւասար

ըլլան իրարու ։ Աս Ճշմարտութիւնը հաս-
տատուած է հակադիր անկեանց իրարու
հաւասար ըլլալուն վրայ (18) . վասն զի
ներքին փոխադարձ անկիւնները հաւասար
ըսելը ուրիշ բան չէ , բայց եթէ երկու
գծերը նոյն հաւասար ուղղութեամբ իջ-
ջած ու իրենց հակադիր անկիւնները նոյն
աստիճանով բացուած . զի երբոր ՍԼ ու
ԽԿ գծերը ԳԴ հատանողէ մը կտրուին Ա
ու Բ կէտերուն վրայ (ձև. 43), աս հա-
տանողէն կըձևանայ ԲԱԼ ու ԿԲԱ փո-
խադարձ անկիւնները . նոյնպէս ՍԱԲ ու
ԱԲԽ անկիւններուն յաւելիչը ըլլալով , ի-
րարու փոխադարձ են ։ Ուստի երբոր եր-
կու փոխադարձ անկիւններ հաւասար են
իրարու, զի ԲԱԼ=ԿԲԱ, ՍԼ ու ԽԿ գծերը
զուգահեռական կըլլան ։ Վասն զի թէ որ
ենթադրէինք թէ ԲԽ ու ԱԼ գծերը , որ ԱԲ
գծին վրայ կըձևացընեն ԱԲԽ սրանկիւնը,
ու ԼԱԲ բթանկիւնը, երթալով միանան կէ-
տի մը վրայ . նոյնպէս պէտք էր ենթա-
դրել ԱՍ ու ԲԿ գծերն ալ՝ որ առջի գծե-
րուն շարունակութիւնն են ու ԱԲ գծին
վրայ առջի սրանկեան ու բթանկեան հա-
ւասար անկիւններ շինելով ԲԱՍ=ԱԲԽ ,
ԱԲԿ=ԲԱԼ , պէտք որ երթալով միանայ-
ին կէտի մը վրայ . ան ատեն երկու կէտի
մէջ երկու ուղիղ գիծ քաշուած կըլլար .

որ է անկարելի . ուրեմն աս գծերս ԼՄ ու ԿԻ զուգահեռական են իրարու ։

38 .

Ներքին և արտաքին կամ փոխադարձ անկիւններ ։ — Արտաքին փոխադարձ անկիւններ ։

Հ . Արտաքին փոխադարձ անկիւնները որո՞նք են .

Պ . Երբոր անկիւնները զուգահեռական գծերուն բռնած միջոցէն դուրս կըլլան , կըսուին արտաքին փոխադարձ անկիւններ . զ° ԼՄ ու ԿԻ ուղիղ գծերը ԳԴ հատանողէն կտրուած ըլլալով (ձև 43) , ԳԱՄ ու ԴԲԻ անկիւնները արտաքին փոխադարձ կըսուին, որ զուգահեռականներուն բռնած միջոցէն դուրս են . նոյնպէս նաև ԳԱԼ ու ԴԲԿ անկիւնները ։

Հ . Ներքին և արտաքին անկիւնները որո՞նք են .

Պ . Ներքին և արտաքին կամ փոխադարձ անկիւն կըսուին անոնք որ հատանողին մէկ կողմն են , զոր օրինակ ԴԱԼ ու ԴԲԻ (ձև 43). նոյնպէս ԴԲԿ ու ԴԱՄ անկիւնները . դարձեալ ԼԱԳ ու ԻԲԳ և ԳԱՄ ու ԳԲԿ անկիւնները ։ Ներքին համանկողմեան կըսուին ան անկիւնները որ հատանողին մէկ կողմը զուգահեռական գծերուն մէջ կըձևանան . զ° ԼԱԲ ու ԱԲԻ անկիւնները ։

Հ. Զուգահեռականի ներքին և արտաքին կամ փոխադարձ անկիւնները ինչ համեմատութիւն ունին իրարու և զուգահեռականին.

Պ. Թէ որ երկու անկիւնները հաւասար են, ինչպէս ԴԱԼ ու ԴԲԻ ներքին և արտաքին կամ փոխադարձ անկիւնները, ԼՍ ու ԿԻ ուղիղ գծերն ալ իրարու զուգահեռական կըլլան: Վասն զի ԱԲԿ ու ԴԲԻ հակադիր անկիւնները իրարու հաւասար են, ԴԱԼ անկիւնն ալ հաւասար է ԱԲԿ անկեան. ուրեմն ԼՍ ու ԿԻ գծերը զուգահեռական են իրարու (37):

Հ. Արտաքին փոխադարձ անկիւնները ինչպէս կըհամեմատին իրարու, և զուգահեռականին.

Պ. Թէ որ իրարու հաւասար են, ինչպէս ԳԱՍ ու ԴԲԻ արտաքին փոխադարձ անկիւնները, ԼՍ ու ԿԻ գծերը զուգահեռական են: Վասն զի ԴԱԼ ու ԱԲԿ ներքին փոխադարձ անկիւններն ալ հաւասար կըլլան, որովհետև հաւասար անկեանց գագաթներ են (37):

Հ. Զուգահեռականի մէջ երկու ներքին համակողման անկեանց գումարը որչափ է.

Պ. Երկու ուղիղ անկեան հաւասար. վասն զի նախ յայտնի է որ առանց անոր զուգահեռական չէին ըլլար ուղիղ գծերը. ք° թէ որ ԼՄ ու ԿԻ գծերը զուգահեռական են, հարկաւ ԲԱԼ ու ԱԲԻ անկիւններուն գումարն է հաւասար երկու ուղիղ անկեան ։ Վասն զի ԱԲԿ անկիւնը յաւելիչ ըլլալով ԱԲԻ անկեան, հաւասար է ԴԱԼ անկեան որ նոյնպէս յաւելիչ է ԱԲԻ անկեան. ուրեմն փոխադարձ անկիւնները հաւասար ըլլալով ԼՄ ու ԿԻ գծերը իրարու զուգահեռական են (37) ։

39.

Ն. Թէ որ երկու ուղիղ գծերուն մէկը ուղղահայեաց ու մէկալը խոտոր ըլլայ երրորդ գծի մը, աս երկու գծերը ինչ պատճառաւ իրար պիտի կտրեն՝ թէ որ ծայրերնին երկըննայ.

Պ. Պատճառը յայտնի է. վասն զի շարունակ կըխոտորին իրենց տեղէն, որով վերջապէս կուգան կըմիանան ուղղահայեացին մէկուն հետ. ք° թէ որ ԱԲ գիծը ուղղահայեաց է ՓԲ գծին (ձև 41), ԳԴ խոտոր գիծը պէտք է որ գայ միանայ ԱԲ ուղղահայեացին ։ փորձի համար Գ կէտէն կըքաշեմ ԳԿ ուղղահայեացը, ու ասոր տեղէն կըձգեմ ԳԵ, ԳԶ են խոտոր գծերը, որոնք ԳԿԳ անկեան հետ հաւասար անկիւններ կըշինեն. ք° ԴԳԵ, ԵԳԶ.

են անկիւնները. ուստի յայտնի կըտեսնեմ՝ որ ԿԴԻ բթանկիւնը աւելի մեծ է քան թէ ԿԴՔ ուղիղ անկիւնը։ Դարձեալ, թէ որ մէկալ կողմէն Ա կէտէն սկսիմ բաժնել ԱՄ, ՄՔ են, հաւասար կտորներ՝ ԳԱ գծին չափովը, ու նոյն բաժանման կէտերուն վրայ բարձրացընեմ ՄՆ, ՔՍ են ուղղահայեացները, ԿԴԱՐ, ՐԱՄՆ, ՆՄՔՍ են ուղղանկիւններուն կողմունքները չեն կրնար հաւասարիլ ԿԴՔ ուղիղ անկեան կողմանցը մէջ փակուած միջոցին։ Դարձեալ, տեսանք որ կրնայ լեցուիլ ան միջոցը եռանկիւնի ձեւերով, ԳԿԴ եւ այլն, որոնց գումարը հաւասար ըլլայ ամբողջին։ Ուրեմն աս վերջի միջոցս աւելի մեծ է քան թէ անորոշ ԿԴԱՐ միջոցը. ու թէ որ ԳԿ ու ԳԴ գծերը երկընցուին՝ նոյն չափին մէջ չեն մնար. ուրեմն ԳԴ գիծը վերջապէս ԱՐ գիծը կըկտրէ։

40.

Հ. Ուղիղ գծի մը քանի՞ զուգահեռական կրնայ քաշուիլ որոշած կէտէ մը.

Պ. Մէկ զուգահեռական միայն. վասն զի թէ որ ենթադրենք թէ Ա կէտէն ՓՔ գծին ոչ միայն ՎՀ զուգահեռականը կրնայ քաշուիլ, հապա նաեւ ԿՕ գիծը (ձեւ 42), եւ ուղղահայեաց մը քաշենք ՓՔ գծին ԱՄ գիծը, կըտեսնուի որ ԿՕ գիծը ուղղահայեաց չէ ԱՄ գծին՝ ինչպէս ՓՔ գիծը, ու վերջապէս կերթայ կըմիանայ ՓՔ գծին հետ. ուրեմն անոր զուգահեռական չկրնար ըլլալ։

41.

Հատանողէ մը կտրուած զուգահեռական գծերուն անկիւնները։

Հ. Հատանողէ մը կտրուած զուգահեռականներուն ներքին փոխադարձ անկիւնները ինչպէս կըհամեմատին իրարու.

Պ. Հաւասար են իրարու. վասն զի զուգահեռական ԼՄ ու ԿԻ գծերը ԳԴ հատանողէն կտրուելով Ա ու Բ կէտերու վրայ (ձև 44), իրենց շինած փոխադարձ անկիւնները պէտք է որ հաւասար ըլլան իրարու. թէ որ հաւասար չըլլային, կըրնայինք Բ կէտէն ԲՎ գիծը քաշել, որ ԱԲ գծին հետ ԱԲՎ անկիւնը շինէ՝ հաւասար ԲԱՄ անկեան. ու ԲՎ գիծը կըլլար զուգահեռական ԼՄ գծին (38). ուստի կարելի պիտի ըլլար Բ կէտէն երկու գիծ քաշել ԲՎ ու ԲԿ զուգահեռական ԼՄ գծին, որ է անկարելի։

Նոյն փորձով կըտեսնուի թէ արտաքին փոխադարձ անկիւնները ու ներքին և արտաքին անկիւնները հաւասար են իրարու ։

Հ. Ներքին համակողման անկեանց գումարը որչափ է.

Պ. Հաւասար է երկու ուղիղ անկեան. ինչպէս ԲԱՄ ու ԱԲԻ անկեանց գումարը. վասն զի թէ որ հաւասար չըլլար, պիտի կարենայինք Բ կէտէն ԲՀ գիծը քաշել ան ուղղուն (ձև 44), որ ԲԱՄ ու ԱԲՀ անկեանց գումարը հաւասար ըլլայ երկու ուղիղ անկեան. որով ԲՀ գիծը զուգահեռական կըլլար ԱՄ գծին (38). ուստի նոյն Բ կէտէն երկու զուգահեռական քաշած պիտի ըլլայինք ԱՄ գծին. որ է անկարելի ։

Հ. Աս ճշմարտութիւններէն ինչ հետևանք կըհանես.

Պ. Ա. Երբոր ուղիղ գիծ մը երկու զուգահեռական գծեր կտրելով անոնցմէ մէկուն հետ ուղիղ անկիւն ձևացնէ, պէտք է որ մէկալ գծին ալ ուղղահայեաց ըլլայ ։

Բ. Երբոր երկու գծեր, զոր օրինակ ԱԲ ու ԳԴ (ձև 45), ԻԿ հատանողէ մը կըտրուին, այնպէս որ ներքին համակողման ԱԻԿ ու ԳԿԻ անկիւններուն գումարը հաւասար չըլլայ երկու ուղիղ անկեան, թէ որ աս երկու գծերս երկընցընես՝ իրարու հետ կըմիանան. վասն զի թէ որ զուգահեռական ըլլային, պէտք էր համակողման անկեանց գումարը հաւասար ըլլար երկու ուղիղ անկեան ։

42.

Զուգահեռական գծերու համեմատութիւններ։

Հ. Երկու զուգահեռական գծեր իրարմէ ինչ հաւասարութիւն ունին.

Պ. Զուգահեռական գծերը միշտ նոյն հեռաւորութիւնը ունին իրարմէ ։ Աս յայտնի ճշմարտութիւնը նոր փորձով մը կրնամ ցուցընել այսպէս. ԱԲ ու ԳԴ գծերը զուգահեռական սեպելով (ձև. 48), թէ որ ՄՆ ու ՍՐ գծերը քաշես զուգահեռականներու մէջ ուղղահայեաց՝ հաւասար են իրարու. վասն զի զուգահեռականները միշտ նոյն հեռաւորութիւնը ունին իրարմէ։ Փորձով ցուցընելու համար կըքաշեմ ՓՔ ուղղահայեացը, ետքը ՓՐՍՔ ձևը կըդարձընեմ ՓՔ գծին վրայ. ՓՐ կողմը ՓՄ կողման վրայ կիյնայ. վասն զի ՔՓՐ ու ՔՓՄ անկիւնները ուղիղ են, ու Ր կէտը Մ կէտին վրայ կիյնայ, որովհետև ՓՐ = ՓՄ ։ Համառօտ ըսենք. բոլոր մնացած կողմունքն ու անկիւններն ալ հաւասար ըլլալով իրարու, ՓՐՍՔ ձևը ամէն մէկ կէտերովը կըծածկէ ՓՄՆՔ ձևը. ուրեմն ՐՍ ու ՄՆ գծերը հաւասար են իրարու, ու զուգահեռականները միշտ իրարմէ նոյն հեռաւորութիւնը պահեր են ։

43.

Հ. Երբոր մակարդակի մը վրայ քաշուած երկու անկիւններուն կողմունքը զուգահեռական են իրարու, անկիւններն ալ հաւասա՞ր են.

Պ. Պէտք է որ հաւասար ըլլան. վասն զի զուգահեռական բսերը և նոյն ուղղութեամբ քաշուած բսերը՝ նոյն բանն է. իսկ արդ երբոր անկեանց կողմունքը նոյն ուղղութեամբ ու նոյն բացուածքով ըլլան, հարկաւ իրարու հաւասար են. ուրեմն, և այլն ։ Օրինակ. ՓԲՐ ու ԱԹՎ անկեանց կողմունքն իրարու զուգահեռական ըլլալով (ձև 46), աս անկիւնները հաւասար են իրարու ։ Իսկ արդ ԹՎ ու ԲՐ գծերը զուգահեռական ըլլալով, ԱԹ գիծը որ կըկարէ ԹՎ գիծը՝ նոյնպէս պէտք է կարէ ԲՐ գիծն ալ (41) Ի կէտին վրայ. ուրեմն ԱԻՐ ու ԱԹՎ անկիւնները հաւասար են իբրև փոխադարձ անկիւններ ԹՎ ու ԲՐ զուգահեռականներու մէջ ։ Նոյնպէս ալ ԱԻՐ ու ՓԲՐ փոխադարձ ըլլալով ՓԲ ու ԱԻ զուգահեռականներու մէջ՝ հաւասար են. ուրեմն ՓԲՐ ու ԱԹՎ անկիւնները հաւասար ըլլալով ԱԻՐ անկեան՝ իրարու ալ հաւասար են ։

44.

Հ. Ի՞նչպէս կրցուցընես թէ երկու գիծ երբոր երրորդ գծի մը զուգահեռական են՝ իրարու ալ զուգահեռական պիտի ըլլան.

Պ. Վասն զի եթէ կարելի ըլլար որ վերջապէս կէտի մը վրայ միանային իրարու, մէկ կէտէ մը երկու զուգահեռական քաշուած կըլլար. զ° ԵԶ գծին ԱԲ ու ԳԴ գծերը (Ձև. 47). որ է անկարելի։

43.

Զուգահեռական քաշել։

Հ. Որոշած կէտէդ ունեցած գծիդ վրայ զուգահեռական մը ի՞նչպէս կըքաշես.

Պ. Դիւրութեան համար կրնամ ընել անկիւնաչափ գործիքով կամ քանոնով. զ° Ա կէտէն ԳԴ գծին զուգահեռական մը կուզեմ քաշել նէ (Ձև. 49), նախ անկիւնաչափին ՓՔ կողմը՝ ունեցած գծիս կըկպցընեմ, ետքը գործիքս թղթին վրայ կըթրնցընելով կըդնեմ ՐՕՍՎ քանոնը այնպէս որ ՐՕ կողմը անկիւնաչափին ՓՀ կողմին հետ կպչի. ետքը քանոնը թղթին վրայ կըթրնցընելով անկիւնաչափին ՓՀ կողմը շիտակ քանոնին ՐՕ երկայնութեամբը կըսահեցընեմ կըբերեմ ինչուան ՓՔ կողմը՝ ՔՓ գծին ու Ա կէտին վրայ, ու մատիտով կըքաշեմ Ա կէտէն գիծ մը որ Գ.Դ. գծին կըլլայ զուգահեռական. վասն զի ՔՓՋ ու ՓՔՋ փոխադարձ անկիւնները հաւասար են իրարու (38):

Դ. Մ'իայն քանոնով ու կարկինով ինչպէս կըքաշես ըսած զուգահեռականդ.

Պ. Նախ Ա կէտէն չափաւոր շառաւիղով կըքաշեմ ԿՕ աղեղը, որ Գ.Դ. գծին վրայ Օ կէտը կըկտրէ (Ձև 50). Ետքը Օ կէտէն աղեղ մը կըքաշեմ ԱՕ շառաւիղով, որ հարկաւ Ա կէտէն կանցնի ու Ս կէտին վրայ կըկտրէ Գ.Դ. գիծը: Ետքը Օ կէտէն ԱՍ լարին երկայնութեամբը շառաւիղով կըքաշեմ երրորդ աղեղ մը որ առջի քաշուած աղեղը Ի կէտին վրայ կըկտրէ. ու ԱԻ գիծը կըքաշեմ, կըլլայ ուզած զուգահեռականս: Ուստի սա քաշուած լարերը որ Ա կէտը Ս կէտին, ու Օ կէտը Ի կէտին հետ կըմիացընեն՝ հաւասար են. ինչպէս փորձով ցուցինք. ուրեմն ԱՍ ու ՕԻ հաւասար ըլլալով (27), ՍՕԱ ու ՕԱԻ անկիւններն ալ, որոնց չափն է իրենց աղեղները, հաւասար են: Եւ որովհետեւ Գ.Դ. ու ԱԻ գծին ու ԱՕ հատանողին մէջ սա անկիւններս փոխադարձ են իրարու, ուրեմն ԱԻ ու Գ.Դ. գըծերը զուգահեռական են (38):

46.

Բոլորակի մէջ զուգահեռական գծեր :

Հ. Բոլորակի մը մէջ զուգահեռականները ինչ աղեղ կըկտրեն ·

Պ. Բոլորակի մէջ քաշած զուգահեռական գծերը՝ շրջանակը հաւասար կըկըտրեն երկու ծայրերէն : Ինչպէս, թէ որ ԱԲ ու ԳԴ հատանող գծերը իրարու զուգահեռական են (ձև 31), աս գծերուս երկու ծայրի աղեղները ԱԳ ու ԲԴ հաւասար են · վասն զի թէ որ ՕՄ շառաւիղը քաշեմ ուղղահայեաց ԳԴ գծին Կ կէտին վրայ, կըկտրէ նաև ԱԲ գիծը Ս կէտին վրայ, որովհետև իրեն ալ ուղղահայեաց է (41). և որովհետև կեդրոնէն դէպ ՚ի լարին վրայ իջած ուղղահայեացը լարը երկու հաւասար կտոր կըբաժնէ (28), ուրեմն ԳՄ = ԴՄ, ու ԱՄ = ԲՄ, և ԱԳ աղեղը՝ որ ԳՄ ու ԱՄ աղեղներուն իրարմէ եղած տարբերութիւնն է, հաւասար է ԴԲ աղեղին՝ որ ԴՄ ու ԲՄ աղեղներուն տարբերութիւնն է :

Հ. Թէ որ զուգահեռականներուն մէկը շօշափող ըլլայ, ինչ համեմատութիւն կունենան ծայրերուն կտրած աղեղները ·

Պ. Ամենեին նոյն համեմատութիւնը կունենան՝ ինչ որ երկու հատանողներու մէջ եղած ատեննին կուռնենային . գ° ԱԲ զուգահեռականը բոլորակին շօշափողին ըլլալով (ձև 52), Հ կէտին վրայ Գ.Դ. հատանողին հետ հաւասար աղեղներ կըշինէ՝ Գ.Հ ու Դ.Հ . վասն զի թէ որ ՕՀ շառաւիղը քաշեմ ԱԲ շօշափողին ուղղահայեաց (30), Գ.Դ. գծին ալ ուղղահայեաց կըլլայ . ուստի Հ կէտը Գ.Դ. լարին աղեղին մէջ տեղն է (28) :

47 .

Բոլորակի մէջ քաշուած անկիւններ :

Հ . Երբոր բոլորակի մէջ քաշուած անկեան գագաթն է շրջանակին վրայ , իր չափը ի՞նչ է .

Պ . Բոլորակի մէջ շրջանակէն քաշուած անկեան չափը իրեն դիմացի աղեղին կէսն է : Ասոր ապացոյցը յայտնի է . վասն զի գիտենք որ բոլորակի մէջ կեդրոնէն քաշուած անկեանց չափն է դիմացի կողմունքներուն մէջ ամփոփուած աղեղը . ուրեմն երբոր շրջանակին վրայ կըլլայ անկեան գագաթը , հարկաւ պէտք է իր դիմացի աղեղին կէսն ըլլայ իր չափը :

Հ . Օրինակով մը ցցուր աս ըսածդ .

Պ . Ինչպէս ԲԱԳ. անկեան չափն է ԲԳ. աղեղին կէսը (ձև 53) : Նախ դնենք թէ ԲԱԳ. անկեան ԱԳ. կողմը բոլորակին տրամագիծն ըլլայ (Ձև. 54). կըքաշեմ ՕՀ շառաւիղը ԲԱ գծին զուգահեռական. որով ԳԱԲ անկիւնը հաւասար կըլլայ ԳՕՀ անկեան՝ իբրև փոխադարձ անկիւններ. իսկ արդ ԳՕՀ անկեան չափն է ԳՀ աղեղը, ուրեմն աս նոյն աղեղը ԳԱԲ անկեան ալ չափն է, ու ինքը, ԲԳ աղեղին կէսն է. վասն զի թէ որ ՕՀ շառաւիղը երկընցընեմ ինչուան շրջանակին Վ կէտին վրայ, ԲՀ ու ՎԱ աղեղները հաւասար կըլլան, որովհետև զուգահեռական լարերու մէջ են (46). ու ԱՎ = ԳՀ, որովհետև ՎՕԱ ու ԳՕՀ հակադիր ու հաւասար անկեանց աղեղներ են։ Ուրեմն ԳՀ = ԲՀ, ու ԲԱԳ անկեան չափն է ԲԳ աղեղին կէսը, որ է ԳՀ աղեղը։

Հ. Ինչպէս պէտք է ցուցընել աս ճշմարտութիւնս՝ երբոր բոլորակին կեդրոնը անկեան մէջ տեղը կիյնայ.

Գ. Ենթադրենք թէ բոլորակին Օ կեդրոնը ԲԱԳ անկեան մէջ տեղը իյնայ (Ձև. 53). կըքաշեմ ԱՀ տրամագիծը. ու աս փորձով կըտեսնեմ որ ԲԱՀ ու ԳԱՀ անկիւններուն չափն է ԲՀ ու ԳՀ աղեղներուն կէսը, ու ԲԱԳ անկիւնն է ԲԱՀ ու ԳԱՀ անկեանց գումարը. և իրեն չափն է դիմացի աղեղին կէսը, որ է ԲԳ։

Հ. Ինչպէս պէտք է ընել աս փորձը

երբոր անկիւնը բոլորակին դուրս ըլլայ կեդրոնէն .

Պ . *Թէ որ բոլորակին դուրս ըլլայ , ինչ֊պէս ԲԱՀ անկիւնը (Ձև 55), նոյնպէս պէտք է տրամագիծը քաշել . իսկ արդ ԲԱԳ ան֊կեան չափն է ԲԳ աղեղին կէսը . ՀԱԳ անկեան ալ չափն է ԳՀ աղեղին կէսը . ուրեմն ԲԱՀ անկիւնը ԲԱԳ ու ՀԱԳ ան֊կեանց տարբերութիւնն ըլլալով իրեն չափն ալ կըլլայ ԲԳ ու ԳՀ աղեղներուն տարբերութիւնը , այ̄ ԲՀ աղեղին կէսը ։*

Հ . *Ո՞րն է հատուած բոլորակի .*

Պ . *Հատուած բոլորակի կըսուի բոլո֊րակին մէկ մասը . ի̄պ ՕՐՍ , որ ՕՍ լարին ու աղեղներէն մէկուն մէջ փակուած է (Ձև 56) , ու կըսուի անկիւն 'ի հատուա֊ծի . այսպէս են ՕՎՍ , ՕՆՍ , ՕՄՍ ան֊կիւնները , որոնք նոյն հատուածի մէջ քա֊շուած ըլլալով հաւասար են իրարու . վասն զի ամէնուն չափն ալ ՕԽՍ աղեղին կէսն է ։ Իսկ թէ բոլորակի հատուածին մէջ դիմացի լարը ՕՍ տրամագիծ ըլլայ (Ձև 57), ՕՐՍ անկիւնն է ուղիղ անկիւն . վասն զի չափն է ՕԽՍ կիսաբոլորակին կէսը ։*

48 .

Հ . *Շօշափողէ մը ու լարէ մը ձևա֊ցած անկեան չափը ո՞րն է .*

Պ. Շօշափողին ու լարին մէջ անկը ե-
ղած աղեղին կէսն է. ինչպէս ԲԻ շօշա-
փողէն ու ԱԲ լարէն ձեւացած ԱԲԻ բութ
անկեան չափն է ԱՕԲ աղեղին կէսը
(ձե. 58). վասն զի թէ որ ԲՄ տրամա-
գիծը քաշես որ ԲԻ շօշափողին ուղղա-
հայեաց ըլլայ, ԱԲՄ սրանկեան չափն է
ԱՄ աղեղին կէսը, ու ՄԲԻ ուղիղ ան-
կեան չափն է ՄՕԲ աղեղին կէսը, կմ բո-
լորակին քառորդը։ Ուրեմն ԱԲԻ անկիւ-
նը ԱԲՄ ու ՄԲԻ անկեանց գումարն ըլ-
լալով, իրեն չափն ալ պիտի ըլլայ ԱՄ ու
ՄՕԲ աղեղներուն կմ ԱՕԲ աղեղին կէսը։

Նոյնպէս ԱԲ լարէն ու ԲԳ շօշափո-
ղէն ձեւացած ԱԲԳ սրանկեան չափն է
ԱՀԲ աղեղին կէսը, վասն զի ՄԲԳ ու-
ղիղ անկեան չափն է ՄԱԲ կիսաբոլորա-
կին կէսը. ուրեմն ԱԲԳ անկիւնն ալ ՄԲԳ
ու ՄԲԱ անկեանց տարբերութիւնն ըլլա-
լով, չափն է ՄԱԲ կիսաբոլորակին ու ԱՄ
աղեղին տարբերութեանը կէսը, կմ ԱՀԲ
աղեղին կէսը։

49.

Գործնական առաջարկութիւններ։

Հ. Որոշած երեք կէտի վրայ ինչպէս
կըլլայ բոլորակ մը քաշել՝ որուն շրջանա-
կը երեքին վրայէն ալ անցնի.

Պ. Դնենք թէ Ա, Բ, Գ կէտերուն

վրայէն բոլորակ մը կուզեմ քաշել (ձև 59)։ Նախ պէտք է որ աս կէտերս իրարու միացընեմ գծերով. ետքը ան գծերուն մէջտեղերէն մէյմէկ ուղղահայեացներ կըքաշեմ ՍՕ, ԿՕ։ Աս երկու ուղղահայեացները իրար կըկտրեն Օ կէտին վրայ (միայն թէ աս երեք կէտերը նոյն շտկութեան չըլլան). վասն զի ՍԿ գծին հետ երկու սրանկիւնները կըշինեն ՕՍԿ ու ՕԿՍ, որոնց գումարը ուղիղ անկիւնէն պզտիկ է (41)։ Հիմա ունինք ՕԱ= ՕԲ ու ՕԳ= ՕԲ. ուրեմն ՕԱ =ՕԲ= ՕԳ. ուստի Օ կեդրոնէն ԱՕ շառաւիղով քաշուած բոլորակը երեք կէտերու վրայէն ալ կանցնի։ Պարզեալ, յայտնի կըտեսնուի որ երեք որոշած կէտերու վրայէն մէկ բոլորակէն աւելի չանցնիր։

50.

Հ. Որոշած երկայնութեամբ ու դըրքով գծի մը վրայ ինչպէս կըքաշես հատուած բոլորակի՝ որ ուզած անկիւնդ կարենայ բովանդակել. յդ այնպէս ըլլայ, որ հատուածին մէջ քաշուած ամէն անկիւնները հաւասար ըլլան ուրիշ անկեան մը.

Պ. Գտնենք թէ ԱԲ գիծն է որոշած գիծը (ձև 60). Բ կէտէն կըքաշեմ ԲՀ գիծը, ասիկայ ԲԳ գծին հետ՝ որ շարունակուին է

ԱԲ գծին՝ կըձևացընէ ՀԲԳ անկիւնը հաւասար ուղած անկեանց (35)։ ԱԲ գծին վր̄ կըբարձրացընեմ Կ ուղղահայեացը. նոյնպէս ուղղահայեաց մալ ԲՀ գծին վր̄ Բ կէտէն. աս երկու ուղղահայեացները Ի կէտին վր̄ մէկզմէկ կըկտրեն (39)։ Նշտրը Ի կէտէն ԻԲ շառաւիղով կըքաշեմ բոլորակ մը որ կըլլայ ուղած բոլորակնիս. մէյմը անոր համար որ Բ կէտին վրայ շօշափող է ԲՀ գծին. երկրորդ՝ որ ԲՀ գիծն է ուղղահայեաց ԲԻ շառաւիղին ծայրին վրայ (29)։ Ա կէտէն կանցնի, վասն զի ԱԻ ու ԲԻ հաւասար են։ Դարձեալ, ամբողջ ԱՕԲ անկիւնը վերի հատուածին մէջ քաշուած ըլլալով, իրեն չափն է դիմացի ԱԲ լարին կէսը (47), ու հաւասար է ԱԲՍ անկեան. ասիկայ ալ ձևացեր է ԱԲ լարով ու ԲՍ գծով՝ որ ԲՀ շօշափողին շարունակութիւն է (48)։ Իսկ արդ ԱԲՍ ու ՀԲԳ հաւասար են, ու աս ՀԲԳ անկիւնը հաւասար է ուղած չափով անկեանս. ուրեմն ամբողջ ԱՕԲ անկիւնը հաւասար է ուղած անկեանս։

51.

Հ. Բոլորակէ դուրս որոշած կէտէ մը ինչպէս կըքաշուի շօշափող բոլորակի.

Պ. Դնենք թէ կուզեմ Ա կէտէն Բ կեդրոն ունեցող բոլորակի շօշափող մը քաշել (ձև 61) . նախ ԲԱ գիծը տրամագիծ առնելով կըքաշեմ բոլորակ մը որ աջի բոլորակը Ս կէտին վրայ կըկտրէ . ետքը կըքաշեմ ԱՍ գիծը, որ կըլլայ ուզած շօշափող գիծս ։ Թէ որ ԲՍ շառաւիղը քաշեմ, կըձևանայ ԲՍԱ ուղիղ անկիւնը, որուն չափն է բոլորակին քառորդը (47) ։ ԲԱ տրամագծին վրայ քաշուած բոլորակը՝ աջի ունեցած բոլորակս Վ կէտին վրայ կըկտրէ . ուստի յայտնի է որ որոշած Ա կէտէն ուրիշ ՎԱ շօշափող մալ կրնանք քաշել բոլորակին ։

52.

Այլ և այլ եռանկիւններ ։

Հ. Ինչ է եռանկիւնը .

Պ. Եռանկիւնն է ան ձևը որ կըբաղկանայ իրեք գծերէ, որ երկերկու ծայրերով իրար կըկտրեն . զ° ԱԲ, ԱԳ, ԲԳ գծերը (ձև 62) . ու իրար կտրած կէտերը, ինչպէս Ա, Բ, Գ, եռանկեան գագաթ կըսուին, իսկ բուն գծերը կողմունք ։

Հ. Ո՞րն է երկկողմնազոյգ եռանկիւնը .

Պ. Երկկողմնազոյգ կամ Հաւասարասրունք կըսուի ան եռանկիւնը, որուն երկու կողմերը հաւասար են . զ° ԱԲԳ եռանկեան ԱԲ ու ԱԳ կողմերը (ձև 63), ու երրորդ կողմը խարիսխ կըսուի երկկողմնազոյգ եռանկեան ։

Հ. Հաւասարակողմն եռանկիւնը ո՞րն է.

Պ. Երբոր եռանկեան մը իրեք կողմանքն ալ իրարու հաւասար են, ինչպէս ԱԲԳ եռանկեան կողմանքը (Ձև. 64), այն եռանկիւնը հաւասարակողմն կամ հաւասարանկիւն կըսուի.

Հ. Հապա ուղղանկիւն եռանկիւնը ո՞րն է.

Պ. Ուղղանկիւն եռանկիւն կըսուի՝ երբոր մէկ անկիւնը ուղիղ ըլլայ. ինչպէս ՓՔՐ եռանկեան Ք անկիւնը ուղիղ ըլլալով ուղղանկիւն եռանկիւն կըսուի (Ձև. 65). իսկ ուղիղ անկեան հակադիր կողմը, ինչպէս ՓՐ, հակուղիղ կըսուի։

53.

Հ. Ո՛ր և իցէ եռանկեան իրեք անկիւններուն գումարը ո՞րչափ է.

Պ. Ամէն եռանկեան իրեք անկիւններուն գումարը հաւասար է երկու ուղիղ անկեան։ Օրինակի համար առնենք ԱԲԳ եռանկիւնը (Ձև. 66). ԲԳ խարիսխը կերկընցընեմ ինչուան Կ. ետքը Գ կէտէն անորոշ չափով կըքաշեմ ԳՍ գիծը զուգահեռական ԱԲ կողմին. ԱԲԳ ու ՍԳԿ անկիւնները հաւասար են. վասն զի զուգահեռականի մէջ փոխադարձ անկիւններ են. նոյնպէս ԲԱԳ ու ԱԳՍ անկիւններն ալ հաւասար են՝ իբրև զուգահեռականի մէջ ներքին փոխադարձ անկիւններ ։ Ուրեմն ԲԱԳ եռանկեան իրեք անկիւններն ալ, ԱԲԳ, ԲԱԳ, ԱԳԲ, հաւասար են ՍԳԿ, ԱԳՍ, ԱԳԲ անկիւններուն, որոնց ամենուն գագաթն ալ Գ կէտին վրայ է ։ Իսկ արդ ԲԳԿ գիծը ուղիղ ըլլալով, աս իրեք անկեանց գումարը հաւասար է ԱԿ գծին վրայ բարձրացած ուղղահայեացով մը շինած անկիւններուն, այսինքն երկու ուղիղ անկեան. ուրեմն որ և իցէ եռանկեան անկիւններուն գումարն է երկու ուղիղ անկիւն ։

Հ. Ըսէ ինչ հետեւանքներ կելլեն .

Պ. Ա. Ուղղանկիւն եռանկեան միացած անկիւններուն գումարը հաւասար է մէկ ուղիղ անկեան ։ Վասն զի թէ որ այսպէս չըլլար, եռանկեան մը անկիւններուն գումարը երկու ուղիղ անկիւն պիտի չըլլար ։

Բ. Որ և իցէ եռանկեան գոնէ երկու անկիւնները սուր պիտի ըլլան ։ Վասն զի թէ որ մէկը միայն սուր անկիւն ըլլար ու մէկալնոնք ուղիղ անկիւն կամ բութ անկիւն, եռանկեան անկիւններուն գումարը երկու ուղիղ անկիւնէն աւելի կըլլար ։

Գ. Երբոր եռանկեան մը երկու անկիւնները հաւասար են ուրիշ եռանկեան երկու անկիւններուն, պէտք է մնացած անկիւններն ալ հաւասար ըլլայ. վասն զի երկերկու անկիւններն իրարու հաւասար ըլլալով, պէտք է մնացած լրացուցիչ կըտորներն ալ իրարու հաւասար ըլլան ։ Օրինակ. թէ որ ԱԲԳ ու ՓՔՐ եռանկեանց երկերկու անկիւնները հաւասար ըլլան, զի Ա=Փ ու Բ=Ք (Ձև. 67), մնացած երրորդ անկիւններն ալ Գ ու Ր պէտք է որ հաւասար ըլլան իրարու. վասն զի ինչպէս Գ անկիւնը Ա ու Բ անկեանց գումարին հետ՝ հաւասար է երկու ուղիղ անկեան, նոյնպէս Ր անկիւնը Փ ու Ք անկեանց գումարին հետ՝ հաւասար է երկու ուղիղ անկեան. ուրեմն Գ = Ր ։

54.

Հ. Երկու եռանկեան երբոր մէյմէկ անկիւնները հաւասար են իրարու, ու կողմերնին հաւասար է, իրենք ինչպէս կըհամեմատին իրարու.

Պ. Իրենք ալ իրարու հաւասար կըլլան. զոր օրինակ դնենք թէ ԱԲԳ եռանկեան Ա անկիւնը հաւասար ըլլայ ՓՔՐ եռանկեան Փ անկեանը. (Ձև. 67). նոյնպէս իրենց կողմերը ԱԲ=ՓՔ, ԱԳ=ՓՐ ։ Երբոր աս երկու եռանկիւնները իրարու վըրայ բերես, Փ ու Ա հաւասար անկիւնները ու երկերկու հաւասար կողմունքը իրար կըծածկեն. ուրեմն միացած երրորդակըն կողմունքն ու անկիւններն ալ իրարու վրայ կուգան. ըսել է թէ սա եռանկիւնները հաւասար են իրարու ։

55.

Հ. Երբոր երկու եռանկեանց նոյնադիր կողմունքը ու երկերկու անկիւնին հաւասար են, եռանկիւններն ինչպէս կըհամեմատին իրարու.

Գ. Երբոր երկու եռանկեանց նոյնադիր կողմերը ու երկերկու անկիւնները հաւասար են, պէտք է որ ամբողջ եռանկիւններն ալ հաւասար ըլլան ։ Ինչպէս, թէ որ ԱԲԳ ու ՓՔՐ եռանկեանց ԲԳ ու ՔՐ նոյնադիրները ու իրենց ծայրի Բ ու Գ Ք ու Ր անկիւնները հաւասար են իրարու (Ձև 67), սա երկու եռանկիւնները ամէն մէկ կէտերով իրար կըծածկեն. ու͞ր ամենևին հաւասար են իրարու ։ Վասն զի նոյնադրին ծայրերը հաւասար անկիւններ ձևացընող կողմունքը նոյն բացուածքը ունենալով, հարկաւ նոյն աստիճանաւ ալ իրար կըկտրեն ։ Դարձեալ, երբոր եռանկեանց երկերկու անկիւնները հաւասար են իրարու, հարկաւ միացած անկիւններն ալ հաւասար պիտի ըլլան (53) ։

56.

Հ. Երկու եռանկիւններ ու երկերկու նոյնադիր կողմունքն երբոր իրարու հաւասար են, իրենք ինչպէս կը համեմատին մէկմէկու.

Պ. Երկու եռանկիւնները հաւասար են իրարու. վասն զի թէ որ ԱԲԳ ու ՓՔՐ եռանկեանց նոյնադիր կողմունքը հաւասար են իրարու, զ՞ ԱԲ=ՓՔ, ԲԳ=ՔՐ, ԱԳ=ՓՐ (ձև 68), երբոր աս եռանկիւնները վրայէ վրայ բերես՝ հարկաւ իրար կը ծածկեն ամմէն կէտերով, ուրեմն ըսել է թէ հաւասար են իրարու։ Օրինակի համար, աս երկու ՓՔՐ ու ԱԲԳ եռանկիւնները կը բերեմ իրարու քով այնպէս որ իրենց նոյնադիր կողմունքը ՓՐ ու ԱԳ ճիշդ իրար ծածկեն. և ԲՍ գիծը կը քաշեմ որ ԱԳ գիծը Կ կէտին վրայ կը կտրէ ու երկու ուղղահայեաց կը ձևացընէ. իսկ արդ ԲԱ ու ՍԱ գծերը ԱԿ ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութեամբ ձգուած խոտոր գծեր ըլլալով հաւասար են իրարու (24), ուրեմն հաւասար են ԲԱԳ ու ԳԱՍ անկիւնները. նոյնպէս ԲԳԱ=ԱԳՍ։ Ուստի ԲԱԳ եռանկեան երրորդ անկիւնը, որ է ԱԲԳ, հաւասար է ԱՍԳ եռանկեան երրորդ անկեանը, որ է ԱՍԳ (53)։

57.

Հ. Երկկողմնազոյգ եռանկեան մէջ հաւասարակողմանց հակադիր անկիւնները ինչպէս կը համեմատին իրարու.

Գ. Երկկողմնազոյգ եռանկեանց հաւասար կողմանցը հակադիր անկիւնները հաւասար են իրարու ։ Օրինակ. թէ որ ԱԲԳ եռանկեան կողմունքը ԱԳ ու ԱԲ հաւասար են իրարու, Բ ու Գ դիմացէ դիմաց անկիւններն ալ հաւասար են իրարու (Ձև. 69) ։ Կը քաշեմ եռանկեան Ա գագաթէն ԲԳ խարսխին մէջ տեղը ԱՄ գիծը, որով կը ձևանան երկու եռանկիւններ, ԱԲՄ=ԱԳՄ. վասն զի իրեք նոյնագիր կողմունքնին ալ իրարու հաւասար են. նախ ԱՄ կողմը երկուքին ալ նոյն է. ԱԲ=ԱԳ, ինչպէս որ ենթադրեցինք. իսկ ԲՄ=ՄԳ, վասն զի մէջ տեղէն հաւասար կտրուեցաւ ԲԳ գիծը ։ Ուրեմն աս եռանկիւնները հաւասար են իրարու (56), ու ԱՄ կողման երկու հակադիր անկիւնները Բ=Գ ։ Նաև եռանկեանց հաւասար ըլլալէն կը հետևի որ ԱՄԳ անկիւնն ալ հաւասար է ԱՄԲ անկեան. ուստի երկկողմնազոյգ եռանկեան մը գագաթէն խարսխին մէջ տեղը իջած գիծը ուղղահայեաց է խարսխին ։

58.

Հ. Թէ որ եռանկեան մը երկու անկիւնները հաւասար են իրարու, աս անկեանց դիմացի կողմունքը ինչ համեմատութիւն ունին.

Պ. Հաւասար են. և ան եռանկիւնը երկկողմնազոյգ է։ Դնենք թէ ԱԲԳ եռանկեան Բ ու Գ անկիւնները հաւասար են իրարու (ձև 63). հարկաւ պէտք է որ ասոնց դիմացի կողմունքն ալ, որ են ԱԲ ու ԱԳ, հաւասար ըլլան իրարու։ Վասն զի թէ որ ունենայինք ուրիշ եռանկիւն մը հաւասար ԱԲԳ եռանկեան, ու բերէինք վրան՝ այնպէս որ Բ անկիւնը Գ անկեան վրայ գար, Գ անկիւնն ալ Բ ին, ԳԱ գիծը պիտի ծածկէր ԱԲ գիծը. վասն զի ԲԳԱ=ԳԲԱ. ուրեմն աս գծերն ալ ԱԲ ու ԳԱ հաւասար են, ու եռանկիւնը երկկողմնազոյգ է։

59.

Հ. Երբոր եռանկեան մը երկու անկիւնները անհաւասար են, կողմերը ինչպէս կը համեմատին իրարու.

Պ. Մ՚եծ անկեան հակադիր կողմը աւելի մեծ կըլլայ՝ քան թէ պզտիկին հակադիրը. վասն զի անկեան մեծութիւնը կողմանցը բացուածքէն է. որչափ բաց ըլլան կողմունքը, այնչափ անկիւնն ալ մեծ կըլլայ. անով նաև իրեն դիմացի կողմը, որ է հակադիրը։ Ինչպէս, ԱԲԳ եռանկեան Բ անկիւնը մեծ ըլլալով Գ անկիւնէն (Ձև 70), յայտնի է որ իրեն ԱԳ հակադիրն ալ աւելի մեծ է քան թէ Գ անկեան ԱԲ հակադիրը։ Փորձով ցուցընելու համար Բ կէտէն գիծ մը կըքաշեմ՝ որ ԱԳ գիծը Կ կէտին վրայ կըկտրէ, ու ԲԳ գծին հետ անկիւն մը կըշինէ ԿԲԳ հաւասար Գ անկեան. ուստի կըլլայ ԱԲ < ԱԿ + ԲԿ։ Իսկ արդ ԲԿ = ԿԳ. վասն զի ԿԲԳ ու ԿԳԲ անկիւնները հաւասար են, (58), ուրեմն ԱԲ < ԱԿ + ԿԳ. կամ թէ ԱԲ < ԱԳ։

Նոյնպէս ալ ասոր ներհակը. եռանկեան մեծ հակադրին դիմացի անկիւնը աւելի մեծ է՝ քան թէ պզտի հակադրին անկիւնը։

60.

Հ. Երբոր երկու ուղղանկիւն եռանկեանց մէյմէկ կողմերնին ու հակուղղինին հաւասար են, եռանկիւնները ինչպէս կըհամեմատին իրարու.

Պ. Բոլորովին հաւասար կըլլան. մազի երբոր մէյմէկ հաւասար անկիւն ունին, ու երկերկու հաւասար կողմեր, հարկաւ երրորդ կողմերնին ալ հաւասար պիտի ըլլան։ Օրինակ․ ԱԲԳ ու ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկեանց մէյմէկ կողմը ԱԲ=ԴԵ, ու հակուղիղնին ԱԳ=ԴԶ հաւասար են (Ձև 71), ուստի կըցուցընեմ որ ԲԳ ու ԵԶ կողմունքն ալ հաւասար են։ Ենթադրենք թէ ԲԳ գիծը մեծ ըլլայ ԵԶ գծէն․ ԲԳ գծին ԲԻ մասը կառնեմ հաւասար ԵԶ գծին ու կըքաշեմ ԱԻ գիծը։ Երկու եռանկիւնները ԱԲԻ ու ԴԵԶ մէյմէկ ուղիղ անկիւններ ունին Բ=Ե․ ու կողմերը ԱԲ=ԴԵ ու ԲԻ=ԵԶ․ ուրեմն հաւասար են (34), և ունինք ԱԻ=ԴԶ։ Բայց սեպենք թէ ԱԳ=ԴԶ․ ուրեմն ԱԻ=ԱԳ, որ անկարելի է (24)։ Ուստի ԲԳ ու ԵԶ գծերը չեն կրնար անհաւասար ըլլալ․ և երկու ուղղանկիւն եռանկիւնները հաւասար են։

61.

Հ. Ինչպէս կըցուցընես թէ երբոր երկու բոլորակ իրենց կեդրոնը միացընող գծէն դուրս կէտ մը ունին հասարակ, պէտք է որ գիմացն ալ ունենան ուրիշ կէտ մը․

Պ. Դնենք թէ երկու բոլորակները Ա ու Բ կեդրոններով (Ձև 72) իրենց կեդրոնները միացընող ԱԲ գծէն դուրս կանցնին Գ կէտէն․ թէ որ աս Գ կէտէն քաշես

ԳԿ գիծը ԲԱ գծին վրայ ուղղահայեաց, ու երկընցընես ինչուան ԿՀ=ԳԿ, յայտնի է թէ բոլորակները որ Գ կէտին վրայ իրար կըկտրեն՝ նոյնպէս պիտի կտրեն Հ կէտին վրայ ալ ։ Զոր օրինակ կըքաշեմ ԱԳ ու ԱՀ խոտոր գծերը, որոնք ուղղահայեացին առքէն նոյն հեռաւորութիւն ունենալով՝ հաւասար են իրարու . ուրեմն Ա կեդրոն ունեցող բոլորակին է Հ կէտն ալ . նոյնպէս հաւասար են ԲՀ ու ԲԳ գծերն ալ . ուրեմն Հ կէտը նոյնպէս Բ կեդրոն ունեցող բոլորակին ալ կէտն է ։ Ուստի երկու բոլորակ ունին իրենց երկրորդ հասարակ կէտ մ՚ալ Հ ։

62.

Հ . Երբոր երկու բոլորակներու կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութիւնը հաւասար ըլլայ իրենց շառաւիղաց գումարին, աս երկու բոլորակները մէկզմէկ ինչպէս կըշօշափեն .

Պ . Երկու բոլորակ իրար մէկ կէտով կըշօշափեն՝ երբոր իրենց կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութեան չափը շառաւիղներուն գումարին հաւասար ըլլայ . վասն զի բոլորակներուն շառաւիղներուն գումարին հաւասար ըլլայ իրենց իրարմէ հեռաւորութիւնը ընելը ուրիշ բան չէ, բայց եթէ առանց իրարու հետ խառնուելու մէկ կէտով իրար շօշափեն ։ Ինչպէս Ա կեդրոն ունեցող բոլորակին շառաւիղն է ԱՕ գիծը, ԲՕ գիծն ալ Բ կեդրոն ունեցող բոլորակին (Ձև. 73)․ ուստի աս բոլորակներուս կեդրոններուն հեռաւորութեան չափն է ԱՕ ու ԲՕ շառաւիղներուն գումարը, և բոլորակները մէյմէկ կէտով միայն իրար կըշօշափեն, ՚ի Օ կէտով ։ Վասն զի թէ որ ուրիշ կէտ մ՚ալ ըլլար, հարկաւորապէս աս երկրորդ կէտը՝ կեդրոններէն ձգուած գծէն դուրս պիտի ըլլար․ ասով նախընթաց ճշմարտութեր դէմ՝ երկու բոլորակներ երրորդ հասարակաց կէտ մը կունենային․ որ ըսել է թէ մէկ բոլորակ միայն ըլլար (49)։

Իսկ երբոր երկու իրար շօշափող բոլորակներու կեդրոններուն հեռաւորութիւնը հաւասար է երկու շառաւիղներուն իրարմէ ունեցած տարբերութեանը, աս բոլորակներս ներսէն իրար կըշօշափեն ։ Վասն զի թէ որ պզտի բոլորակին շառաւիղն է ԱՕ, պէտք է որ մեծ բոլորակին շառաւիղն ըլլայ ԲՕ (Ձև. 74), ու երկու իրար շօշափող բոլորակներուն հասարակաց կէտն ըլլայ Օ․ յայտնի է առջի փորձով, միայն թէ առոնք երկուքնին ալ մէկ կէտ միայն ունին ։

63.

Հ. Երբոր երկու բոլորակներ իրար կըշօշափեն դրսէն, կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութեան չափը որն է.

Գ. Շառաւիղներուն գումարն է։ Ինչպէս նաև երբոր ներսէն մէկզմէկ շօշափեն բոլորակները, կեդրոններուն հեռաւորութեան չափը հաւասար է շառաւիղներուն իրարմէ ունեցած տարբերութեանը։ Զոր օրինակ, երկու բոլորակներու կեդրոններն են Ա ու Բ, ու իրենց իրար շօշափելու կէտն է Օ (ձև 73), որ ԱԲ ուղիղ գծին վրայ է. վասն զի թէ որ դուրս ըլլար, աս երկու բոլորակները իրար չէին շօշափէր, ու երկրորդ կէտ մը պիտի ունենային հասարակաց (61)։ Ուրեմն ԱՕԲ գիծն է ուղիղ գիծ, և երկու կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութիւնը ԱՕԲ, հաւասար է ԱՕ ու ԲՕ շառաւիղներուն գումարին։ Նոյնպէս, երբոր բոլորակները ներսէն Օ կէտին վրայ իրար կըկտրեն (ձև 74), Օ շօշափող կէտը պիտի գըտնուի ԱԲ գծին վրայ, ու կեդրոններուն իրարմէ ունեցած հեռաւորութիւնը ԱԲ, հաւասար է երկու շառաւիղներուն իրարմէ ունեցած տարբերութեանը։ Համառօտ ըսեմ. երբոր երկու բոլորակներ իրար կըշօշափին կամ դրսէն կամ ներսէն, բոլորակներուն կեդրոնները ու շօշափող կէտը նոյն ուղղութեամբ ձգուած գծի վրայ են։

64.

Հ. Իրար կտրող բոլորակներուն վրայ ի՞նչ կայ գիտնալիք.

Պ. Երբոր երկու բոլորակ իրար կըտրեն, իրենց կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութեան չափը պզտիկ է քան թէ շառաւիղաց գումարը. և մեծ շառաւիղը՝ պզտի շառաւիղէն ու կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութեան գումարէն պզտիկ է։

Հ. Ի՞նչպէս կըցուցընես.

Պ. Երբոր Ա ու Բ կեդրոն ունեցող բոլորակները մէկզմէկ կտրեն Գ. ու Դ. կէտերուն վրայ (ձև 75), հարկաւ աս հատման կէտերը կեդրոններուն գծէն դուրս պիտի ըլլան. ուստի թէ որ երկու կեդրոններէն մէյմէկ գծեր քաշեմ դէպ 'ի Գ. կէտը, կըձևանայ ԱԲԳ. եռանկիւնը, որուն մէջ ամէն մէկ կողմը առանձին առնելով միացած երկուքէն պզտիկ է։ Ուրեմն աս երկու կողմունքը մէյմէկ շառաւիղներ, ու կեդրոններուն իրարմէ հեռաւորութիւնն են։

65.

Հ. Հապա երբոր բոլորակներու կեդրոններուն հեռաւորութեան չափը պզտիկ ըլլայ իրենց շառաւիղներուն գումարէն․ կամ թէ երբոր մեծ շառաւիղը պզտի շառաւիղին ու կեդրոններուն հեռաւորութեանը գումարէն պզտիկ ըլլայ, ան ատեն բոլորակները ինչպէս կըկտրեն մէկզմէկ․

Պ. Ա՛ն ատեն պէտք է բոլորակները երկու կէտով իրար կտրեն․ նախ՝ վասն զի երբոր կեդրոններուն հեռաւորութեան չափը, որ է ԱՕ (ձև. 77), երկու բոլորակներու շառաւիղներուն գումարէն մեծ ըլլայ, և ոչ կէտով մը իրար կըշօշափեն։

Երկրորդ, երբոր մեծ շառաւիղը ՎՀ աւելի մեծ ըլլայ քան թէ պզտի ՍՎ շառաւիղին ու ՎՍ կեդրոններուն հեռաւորութեան գումարը (ձև. 78), բոլորակները իրարու մէջ ըլլալով և ոչ մէկ կէտով մը իրար կըշօշափեն։

Երրորդ, երբոր կեդրոններուն հեռաւորութիւնը ԱԲ, հաւասար ըլլայ շառաւիղներուն գումարին (ձև. 73), բոլորակները կէտով մը դրսէն իրար կըշօշափեն (63)։

Չորրորդ, երբոր մեծ շառաւիղը ԲՕ հաւասար ըլլայ պզտի ԱՕ շառաւիղին գումարին ու Ա Բ կեդրոններու իրարմէ հեռաւորութեանը (ձև 74), բոլորակները կէտով մը ներսէն իրար կըշօշափեն ։

66.

Հ. Երբոր երկու բոլորակ իրար կըկտրեն, իրենց կեդրոնները միացընող գիծը ի՞նչ դիրք՝ կունենայ հատման կէտերէն իրարու քաշած գծին նայելով.

Պ. Բոլորակի հատման կէտերը միացընող գծին վրայ ուղղահայեաց է կեդրոններէն անցած գիծը ։ Վասն զի երբոր երկու բոլորակ՝ Ա ու Բ կեդրոններով մէկզմէկ կըկտրեն Գ. ու Դ. կէտերուն վրայ, կեդրոններէն անցնող ԱԲ գիծը ուղղահայեաց է Գ.Դ. գծին մէջ տեղը (ձև 79). որովհետև հատման կէտերը Գ. ու Դ. հաւասար հեռու են կեդրոններէն (25) ։

67.

Գործնական առաջարկութիւններ ։

Հ. Ինչպէս կըքաշես եռանկիւն մը, որուն մէկ անկիւնը ու երկու կողմունքը որոշ չափ մը ունենան.

Պ. Ըսենք թէ կուզեմ եռանկիւն մը քաշել, որուն մէկ անկիւնը հաւասար ըլլայ Ա անկեան, ու երկու կողմունքը Փ ու Ք գծերու (ձև 80) ։ Նախ անորոշ չափով մը կը քաշեմ ԱԿ գիծը, ետքը վե-րայէն ուզած կէտէս՝ զ՞ Գ. կէտէն կը-քաշեմ ԳՕ գիծը, որ առջի գծին հետ շինէ ՕԳԿ անկիւնը՝ հաւասար Ա. անկեան (35)։ Անկեան կողմանցը վրայ կառնեմ ԳԻ մա-սը՝ հաւասար Փ գծին, ու ԳԼ մասը՝ հա-ւասար Ք. գծին, ու կը քաշեմ ԼԻ գիծը, կըլլայ ուզած եռանկիւնս ԳԼԻ։

68.

Հ. Ինչպէս պէտք է քաշել եռանկիւն մը որուն մէկ կողմը ու երկու մերձաւոր անկիւնները մասնաւոր որոշ չափ մը ու-նենան.

Պ. Ըսենք թէ կուզեմ եռանկիւն մը քաշել, որուն մէկ կողմը ըլլայ Փ գծին հաւասար (Ձև 81), ու մերձաւոր անկիւն-ները Ա. ու Բ.։ Անկեանց չափովը կը քա-շեմ նախ ԺՆ գիծը՝ հաւասար Փ գծին. ետքը Ժ ու Ն կէտերէն կը քաշեմ երկու գիծ՝ Ա. ու Բ. անկեանց բացուածքովը, եւ այսպէս ԺՆԹ եռանկիւնը՝ ուզած եռան-կիւնս կըլլայ։

69.

Հ. Ինչպէս կը քաշես եռանկիւն մը՝ ի-րեք կողմերուն երկայնութիւնները գիտ-նալով.

Պ. Կը քաշեմ նախ ԱԲ գիծը (Ձև 82)

հաւասար ուզած եռանկեանս մէկ կողմին. ետքը Ա. կէտէն երկրորդ կողմի համար որոշած չափովս աղեղ մը կըքաշեմ. նոյնպէս Բ. կէտէն ալ աղեղ մը կըքաշեմ երրորդ կողմին համար որոշած երկայնութեամբս. ու աղեղներուն կտրած կէտը կըմիացընեմ ԱԲ գծին ծայրերուն հետ, կըլլայ ԱՕԲ ուզած եռանկիւնս:

Միայն թէ երբոր ամէն մէկ որոշած կողմերը մնացած երկու կողմերուն գումարէն պզտի չըլլայ, երկու բոլորակ իրար չեն կրնար կտրել, ու եռանկիւնը չըշաւիր (65):

70.

Հ. Եռանկիւն մը քաշէ, որուն երկու կողմունքը ու ատ կողմանց մէկուն հակադիր անկիւնը որոշ չափով մը ըլլան.

Պ. Ըս բանիս համար նախ անորոշ չափով մը կըքաշեմ ԱԻ գիծը (Ձև. 83), ու Ա. կէտէն կըձգեմ ԱԲ գիծը, որ կըշինէ ԲԱԻ անկիւնը՝ հաւասար ուզած անկեանս (35): Կառնեմ երկու որոշած կողմանցս մէկուն հաւասար՝ ԱԲ գիծը, ետքը Բ. կէտէն երկրորդ որոշած կողմին հաւասար շառաւիղով աղեղ մը կըքաշեմ, որ ԱԻ գիծը կըկտրէ Գ. կէտին վրայ. ուստի ԱԲԳ եռանկիւնս կըլլայ ուզած եռանկիւննիս:

Հ. Երբոր որոշած անկեան չափը սրան-
կիւն ըլլայ՝ ինչ գիտնալու է .

Պ. Ըն ամեն սուր անկեան հակադիր
կողմը պէտք է աւելի մեծ ըլլայ քան թէ
ԱԻ գծին վրայ իջած ԲՍ ուղղահայեացը
(ձև 83) . որպէս զի Բ կէտին վրայ քա-
շուած բոլորակը կարենայ կարել ԱԻ գի-
ծը ։ Թէ որ այս կողմն ԲՍ կողմէն մեծ
ըլլալով ԲԱ կողմէն պզտիկ ըլլայ . Բ կէ-
տին վրայ քաշուած բոլորակը ԱԻ գիծը Հ
կէտին վրայ կըկտրէ , որ Ա կէտին աջ
կողմը կըյնայ , ու ԱԲՀ ու ԱԲԳ եռան-
կիւնները քաշելով վախճանիս կըհասնիմ ։
Ընդ հակառակն , երբոր այս կողմն ԲՍ
ու ԲԱ գծերէն միանգամայն մեծ ըլլայ ,
պատճառը այս է , որ Բ կէտէն ԱԻ գծին
վրայ քաշուած հատման կէտը՝ Ա կէտին
ձախ դին կըյնայ ։

Հ. Ինչ ընելու է երբոր որոշածդ բութ
անկիւն է .

Պ. Երբոր որոշած Ա անկիւնս՝ բութ
անկիւն է , ԲՍ ուղղահայեացը ԱԻ գծին
շարունակութեանը վրայ կիյնայ , ու Բ
կէտին վրայ Ա անկեան հակադիր կողմին
հաւասար շառաւիղով քաշուած բոլորակը
կըկտրէ ԱԻ գիծը Գ կէտին վրայ՝ Ա կէտին
աջ դին . բաւական է որ բոլորակին շառա-
ւիղ եղած կողմը՝ ԲԱ գծէն մեծ ըլլայ .

տանկով ԱԲԳ. եռանկիւնը ուղած եռանկիւնս կըլլայ ։

71.

Հ. Ինչպէս պէտք է քաշել եռանկիւն մը, որուն մէկ անկիւնը, և անոր հակադիր կողմը, ու բարձրութիւնը որոշ չափ մը ունենան.

Պ. Նախ կըքաշեմ ԱԲ. գիծը հաւասար ուղած հակադիր կողմանս (ձև 84), ու վրան բոլորակի հատուած մը կըքաշեմ ԱՕԲ (47) ։ Յետքը Ա. կէտէն կըքաշեմ ԱՍ ուղղահայեացը, ու Ս կէտէն կըքաշեմ ԱԲ. գծին զուգահեռական մը որ բոլորակին հատուածը կըկտրէ Ի կէտին վրայ, ու աս Ի կէտը կըմիացընեմ Ա ու Բ կէտերուն հետ. ԱԻԲ եռանկիւնը կըլլայ փնտռած եռանկիւնս ։ Վասն զի ԱԲ խարիսխը հաւասար է ուղած խարիսխիս. ԱԻԲ անկիւնն ալ բոլորակի հատուած ըլլալով՝ նոյն է ուղած անկեանս հետ. նոյնպէս բարձրութիւնն ալ, վասն զի ԻԿ = ԱՍ ։

Դարձեալ, Ս կէտէն ԱԲ գծին քաշուած զուգահեռականը՝ բոլորակի հատուածը Հ կէտին վրայ կըկտրէ. ուստի թէ որ Հ կէտը միացընեմ Ա ու Բ կէտերուն հետ, կըձևանայ եռանկիւն մ՚ալ հաւասար ուղած եռանկեանս. և պատճառը յայտնի է ։

72.

Հ. Ինչպէս կրնայ բոլորակ մը քաշել շօշափող ուրիշ բոլորակի մը որոշեալ կէտի վրայ, և նոյնպէս շօշափող մասնաւոր գծի մը՝ որոշեալ դրքով·

Պ. Ուզած բոլորակնիս գծենք Գ. (Ձև. 85), ասոր շօշափելու կէտը Ա, ըսած գծերնիս ալ ՄՆ։ Կըքաշեմ ԳԱ շառաւիղը, ու երկու ծայրերը կերկընցընեմ անորոշ չափով մը. ետքը Ա կէտէն ուղղահայեաց մը կըքաշեմ՝ որ ՄՆ գիծը Կ կէտին վրայ կտրէ։ ԱԿՆ ու ԱԿՄ անկիւնները հաւասար երկերկու կտոր կըբաժնեմ մէյմէկ գծերով, որոնց մէկը Օ կէտին վրայ ու մէկալը Ս կէտին վրայ կըկտրին։ Նշաքը Օ ու Ս կէտերէն ՕԱ ու ՍԱ շառաւիղներով բոլորակներ կըքաշեմ. ԱՕ շառաւիղով քաշած բոլորակէս ալ՝ կըքաշեմ ՕԻ ուղղահայեացը ՄՆ գծին վրայ։ Ուստի ՕԱ=ՕԻ. վասն զի եռանկիւնները ՕԿԻ=ՕԿԱ, որովհետև երկուքին հակադիրը նոյն ՕԿ գիծն է. նոյնպէս անկիւնները ՕԿԻ=ՕԿԱ, ԿՕԻ=ԿՕԱ։ Ուրեմն Օ շառաւիղով քաշուած բոլորակս Գ բոլորակը կըշօշափէ Ա կէտին վրայ, ու ՄՆ գիծը Ի կէտին վրայ։

73։

Հ. Ի՞նչպէս կըքաշես բոլորակ մը, որուն շրջանակը անցնի որոշած կէտի մը վրայէն, և ուրիշ բոլորակ մ'ալ շօշափէ նշանած կէտի մը վրայ.

Պ. Ուզած բոլորակիս կեդրոնը դնենք Օ (Ձև 86), շօշափելու կէտը Ա, իսկ բոլորակը վրայէն անցնելու կէտը Գ։ Կերկընցընեմ Օ բոլորակին ԱՕ շառաւիղը, ու կըքաշեմ ԱԳ գիծը, մէջտեղէն ալ Հ կէտին վրայ ուղղահայեաց մը կըբարձրացընեմ որ ԱՕ շառաւիղին շարունակութ՟իը կըկտրէ Մ կէտին վրայ։ Ուստի Մ կէտէն ՄԱ շառաւիղով քաշուած բոլորակս՝ դիմացի բոլորակը կըկտրէ Ա կէտին վրայ (61) և ուզած Գ. կէտէս ալ կանցնի (24)։ Բայց գիտնալու է, որ եթէ ԳԱ գիծը ԱՕ գծին հետ ուղիղ անկիւն մը չընէ, իր մէջտեղը բարձրացուցած ուղղահայեացը ԱՕ գծին շարունակութիւնը չկտրեր, և վախճանիս չեմ կրնար հասնիլ։

Դարձեալ, թէ որ ԳԱՄ անկիւնը բութ անկիւն ըլլար, ԳԱ գծին մէջտեղէն բարձրացուցած ուղղահայեացս ԱՕ գիծը կըկտրէր Ա կէտին ձախ դին, ու փընտռած բոլորակնիս առջի բոլորակը իր մէջը կառնէր, կամ ինքը անոր մէջ կըլլար. Գ կէտն ալ որոշած բոլորակէս ներս կամ դուրս կըլլար ։

74 .

Քառակողմեան ձեւեր ։ Տրապիզ . — Զուգահեռագիծ . — Տարանկիւն . — Ուղղանկիւն . — Քառակուսի ։

Հ . Ո՞րն է քառակողմեան ձեւը .

Պ . Քառակողմեան ձեւ կըսուի այն ձեւն որ չորս կողմ ունի . զ՟ր ԱԲԳԴ (ձեւ 87) ։

Հ . Տրապիզը ո՞րն է .

Պ . Տրապիզն է քառակողմեան ձեւ մը որուն երկու հակադիր կողմունքը միայն զուգահեռական են իրարու . զ՟ր ՓՔՐՍ քառակողմեան ձեւին ՓՍ ու ՔՐ հակադիր կողմունքը իրարու զուգահեռական ըլլալով ձեւը կըսուի Տրապիզ (ձեւ 88) ։

Հ . Ի՞նչ է զուգահեռագիծը .

Պ . Զուգահեռագիծն է քառակողմեան ձեւ մը, որուն երկերկու հակադիր կողմունքը զուգահեռական են իրարու . զ՟ր ՕՓՔՐ ձեւը, որուն ՕՓ կողմն է զուգահեռական ՐՔ կողմանը, և ՓՔ ու ՕՐ կողմունքն ալ մէկմէկու (ձեւ 89) ։

Հ . Տարանկիւնը ի՞նչ է .

Պ . Տարանկիւնն է քառակողմեան ձեւ մը՝ որուն չորս կողմունքն ալ հաւասար է . զ՟ր ՄՆՕՓ ձեւը (ձեւ 90) ։

Հ . Ուղղանկիւնը ո՞րն է .

Գ. Ուղղանկիւնը զուգահեռագիծ քառակողմեան ձև մըն է, որուն կողմերը իրարու վրայ ուղղահայեաց կիջնան. ինչպէս է ԱԲԳԴ ձևը (ձև 91)։

Հ. Քառակուսին ո՞րն է.

Գ. Ուղղանկիւն քառակողմեան ձևը՝ երբոր չորս կողմունքն ալ հաւասար են՝ կըսուի քառակուսի։

75.

Հ. Զուգահեռագծի մէջ հակադիր կողմունքը և հակադիր անկիւնները ինչպէս կըհամեմատին իրարու։

Գ. Հաւասար են իրարու։ Վասն զի երկու զուգահեռական ուրիշ երկու զուգահեռական գծերու մէջ առած՝ հաւասար են իրարու. զ° ՐՎՍԹ զուգահեռագծին ՎՐ կողմը ԹՍ կողմին ու ՍՐ կողմը ԹՎ կողմին զուգահեռական ըլլալով (ձև 92), հաւասար են ՎՐ=ԹՍ, ՐՍ=ՎԹ։ Վասն զի Վ ու Ս անկիւններէն թէ որ իրարու գիծ մը քաշեմ ՎՍ (որ տրամանկիւն կըսուի), հաւասար եռանկիւններ կըձևանան ՎԹՍ = ՎՐՍ որովհետև ՎՍ կողմը երկուքին ալ հասարակ է, ու ՐՍՎ=ՍՎԹ. ուրեմն հաւասար անկեանց հակադիրները ՎՐ ու ԹՍ՝ հաւասար են իրարու։ Նոյնպէս ՐՍ=ՎԹ, ու հակադիր անկիւնները ՍՐՎ=ՎԹՍ։

76 .

Հ . Հապա թէ որ քառակողմեան ձևի մը հակադիր կողմունքը իրարու հաւասար են , իրարու զուգահեռական կըլլա՞ն թէ չէ .

Պ . Զուգահեռական կըլլան իրարու , և ձևը պէտք է որ զուգահեռագիծ ըլլայ ․ ինչպէս որ յայտնի է վերի ըսած փորձովս . Զի թէ որ ԲԱԴԳ քառակողմեան ձևին կողմունքը ԱԲ = ԳԴ ու ԲԳ = ԱԴ հաւասար են իրարու (ձև 92) , պէտք է որ իրարու ալ զուգահեռական ըլլան . վասն զի կը քաշեմ ԳԱ տրամանկիւնը , ու երկու եռանկիւն կը ձևացընեմ ԲԳԱ ու ԴԳԱ ։ Ասոնց ամէն մէկ նոյնադիր կողմունքը հաւասար են իրարու . վասն զի նախ ԳԱ կողմը երկուքին ալ նոյն է . իսկ արդ ԲԱ = ԳԴ ու ԲԳ = ԴԱ , ուրեմն հաւասար են եռանկիւնները . հաւասար են նաև ներքին փոխադարձ անկիւնները ԱԳԴ ու ԳԱԲ , ուրեմն ԳԴ ու ԲԱ իրարու զուգահեռական են (38) . նոյնպէս ԳԲ ու ԴԱ զուգահեռական են , վասն զի փոխադարձ անկիւնները ԲԳԱ ու ԳԱԴ հաւասար են իրարու ։

77.

Հ. Թէ որ քառակողման ձևի մը մէկ կողմը հաւասար ու զուգահեռական է իր հակադիր կողմանը, միացած երկու հակադիրները ինչ գիծք ու ինչ ձև կառնեն.

Պ. Քառակողման ձևի մը երկու հակադիրները միայն հաւասար ու զուգահեռական ըլլալով բոլոր ձևը զուգահեռագիծ պիտի ըլլայ. ինչպէս որ յայտնի է վերի ըսած փորձերէս ԲՎԹԱ քառակողման վրայ (ձև. 92), որուն թէ որ ԱԲ ու ԹՎ՝ հակադիր կողմերը հաւասար են իրարու ու զուգահեռական, միացած կողմունքն ալ ՎԲ ու ԹԱ իրարու զուգահեռական են, ձևն ալ հարկաւ զուգահեռագիծ է։ Փորձը կրնեմ տրամանկիւն քաշելով, ու քառակողմանը երկու հաւասար եռանկիւններ բաժնելով, ինչպէս որ առջի օրինակներուն մէջ տեսնուեցաւ։

78.

Հ. Զուգահեռագծի մէջ քաշուած տրամանկիւնները իրար ինչպէս կը բաժնեն.

Պ. Երկու հաւասար կտոր. ինչպէս ԱԲԳԴ զուգահեռագծին մէջ՝ տրամանկիւնները ԲԴ ու ԱԳ մէկզմէկ կտրելով Օ կէտին վրայ, հաւասար կը բաժնուին

ԱՕ=ՕԳ, ԲՕ=ՕԴ (ձև 93)։ Վասն զի ԲՕԱ ու ԳՕԴ եռանկեանց կողմունքը ԱԲ ու ԳԴ հաւասար են, որովհետև զուգահեռագծի մէջ զուգահեռական են հակադիր կողմունքը ու հաւասար (75). նոյնպէս փոխադարձ անկիւնները ԱԲՕ=ՕԴԳ ու ԲԱՕ=ՕԳԴ. ուրեմն ամբողջ եռանկիւններն ալ իրարու հաւասար են. ուստի ԱԲՕ=ՕԴԳ անկեանց հակադիր կողմունքը ԱՕ և ՕԳ, հաւասար են, նոյնպէս ալ ՕԲ=ՕԴ։

79.

Ա. Տար անկիւնի մէջ քաշուած տրամանկիւնները իրար ինչպէս կրկորեն.

Բ. Ուղիղ անկեամբ. զի ՓԲՐՍ տարանկիւնին մէջ ԲՍ ու ՓՐ քաշուած տրամանկիւնները իրարու ուղղահայեաց ըլլալով (ձև 94), անկիւններն ալ ուղիղ են. և որովհետև գիտենք թէ չորս անկիւն ձևացած տարանկիւնի մէջ Օ կէտին վրայ՝ չորսն ալ իրարու հաւասար, յայտնի է որ մէյմէկ ուղիղ անկիւններ են։

80.

Ուղղանկեան յատկութիւններ։

Ա. Ուղղանկեան յատկութիւնները ո-րոնք են.

Բ. Ուղղանկեան յատկութիւնները ա-

մենէին նման են զուգահեռագծի յատկու-
թիւններուն. դ. ԲՐՍԹ ուղղանկեան նայե-
լով (ձև 95), ինչպէս, զուգահեռագծի
հակադիր կողմունքը միացած երկու հա-
կադիր կողմերէն ուղղահայեաց կըկըրա-
րուին. հակադիր կողմունքնին հաւասար
են իրարու, ու զուգահեռական. տրամ-
անկիւննին հաւասար կըկտրեն մէկզմէկ,
իրենք ալ ամբողջ իրարու հաւասար են:

81.

Բազմանկեանց վրայ:

Հ. Ի՞նչ է բազմանկիւնը.

Պ. Բազմանկիւնն է ան ձևը, որուն շըր-
ջապատը զանազան ուղիղ գծերով կըլմըն-
նայ. դ. ԱԲԳԴԵԸԺ (ձև 96):

Հ. Քանի՞ տեսակ է բազմանկիւնը.

Պ. Բազմանկիւնը իր անկիւններուն
թուովը կըսուի եռանկիւն, քառանկիւն,
հնգանկիւն, վեցանկիւն, երկոտասանան-
կիւն, ևն: Ասոնք ալ կրնան ըլլալ կանո-
նաւոր կամ անկանոն:

Հ. Ո՞րն է կանոնաւոր բազմանկիւնը.

Պ. Կանոնաւոր կըսուի բազմանկիւնը՝
երբոր կողմերն ու անկիւնները հաւասար
են իրարու:

Մ՝իայն թէ գիտնալու է որ մեր խօսքը
հոս մէյ մը՝ միայն մակարդակի վրայ եղած

բազմանկեանց համար է . երկրորդ՝ միայն անոնց որ ներս մտած անկիւն չունին , ինչպէս որ ունի ՀԿԼՄՆՕՓՔ ձևը (ձև 97)։

Հ . Մէկ բազմանկիւն մը քանի՞ եռանկիւն կրնայ բաժնուիլ .

Պ . Որ և իցէ բազմանկիւն քանի կողմ որ ունի՝ այնչափ եռանկիւն կրնայ բաժնուիլ , երկու կողմը միայն դուրս հանելով։ Նոր փորձը կըլլայ բազմանկեան մէկ անկիւնէն զանազան տրամանկիւններ քաշելով . զ. ԱԲԳԴԵԶ բազմանկեան ուզած անկիւնս առնելով , ինչպէս ըսեմ Ա անկիւնը (ձև 98), կըքաշեմ ԱԳ , ԱԴ , ԱԵ տրամանկիւնները . որով բազմանկիւնս կըբաժնուի ԱԲԳ , ԱԳԴ , ԱԴԵ , ԱԵԶ եռանկիւններ , և անոնց ամէնուն ալ գագաթը Ա կէտին վրայ է , ու խարիսխները բազմանկեան կողմերն են . բայց 'ի ԱԲ ու ԱԶ կողմերէն՝ որ Ա անկիւնը կըձևացընեն։

82 .

Հ. Բազմանկեան մը անկիւններուն գումարը ո՞րչափ է .

Պ . Բազմանկեան մը անկիւնները այնչափ անգամ երկու ուղիղ անկեան հաւասար են՝ որչափ որ կողմ ունի , երկուքով միայն պակաս (81)։ Բազմանկիւնը եռանկիւններու վերածելէն վերջը յայտնի կըլլայ բամծս. որովհետև ամէն եռանկիւն հաւասար է երկու ուղիղ անկեան(53)։

85.

Պարագծեալ ու փակագծեալ բոլորակներ ։

Հ. Ի՞նչ է պարագծեալ բոլորակը.

Պ. Բոլորակ մը որ կանոնաւոր բազմանկեան վրայ քաշուելով բոլոր անկիւններուն գագաթները կըշօշափէ, կըսուի պարագծեալ ։

Հ. Պարագծեալ բոլորակը ինչպէս կըքաշես.

Պ. Կառնեմ ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկիւնը (ձև 99), ու երկու կողմնցը, զ° ԱԲ ու ԲԳ կողմերուն մէջ տեղէն Ս ու Ի կէտերէ կըքաշեմ երկու ուղղահայեաց, որ O կէտին վրայ իրար կըկտրեն. և O կէտէն ԱO շառաւիղով կըքաշեմ բոլորակ մը որ ԱԲԳ կէտերուն ու բազմանկեան բոլոր գագաթներուն վրայէն կանցնի. որովհետև բազմանկեան կողմունքը ու անկիւնները իրարու հւ̃ր են ։

Հ. Փակագծեալ բոլորակը ո՞րն է.

Պ. Փակագծեալ կըսուի այն բոլորակը որ բազմանկեան մէջ քաշուելով անոր կողմունքը կըշօշափէ ։

Հ. Ինչպէս կըքաշես փակագծեալ բոլորակ մը.

Պ. Նոյն ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկեանս կողմանցը մէջ տեղէն կիջեցընեմ ուղղահայեացներ ՕԻ. ՕՍ. ՕԿ և այլն։ Այս ուղղահայեացները հաւասար են, որովհետև հաւասար լարերու վրայ ձգուած են. ուստի Օ կեդրոնէն ՕԻ շառաւիղով քաշուած բոլորակս բազմանկեան կողմանց մէջ տեղերը կըշօշափէ. որովհետև դէպ 'ի ամէն մէկ կողմը շառաւիղներուն ծայրերը մէյմէկ ուղղահայեաց են։

84.

Հ. Բոլորակի մէջ քառակուսի մը ինչպէս կըքաշես.

Պ. Նախ կըքաշեմ երկու տրամագիծ ԱԳ ու ԲԴ իրարու ուղղահայեաց (ձև 100), ետքը տրամագիծներուն ծայրերը մէկմէկու կըմիացընեմ աս լարերով ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, ԴԱ, ու կըձևանայ փակագծեալ ԱԲԳԴ քառակուսին։ Վասն զի աս քառակողմեան ձևին ամէն կողմերն ալ հաւասար են իրարու՝ իբրև հաւասար աղեղներու լարեր. ու ամէն մէկ անկիւնը կիսաբոլորակին մէջ քաշուած ըլլալով ուղիղ են (47)։

Հ. Քառակուսի մը կամ քառանկիւն մը ինչպէս ութանկիւնի կըվերածես.

Պ. Թէ որ քառանկիւն ձևին ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, ԴԱ աղեղներուն մէջ տեղէն մէյմէկ *լար քաշեմ ծայրերուն (ձև 100), կըլլայ ութանկիւն փակագծեալ 'ի բոլորակի ։ Նոյն կանոնով ութանկիւնը կըլլայ վեշտասանանկիւն. ան ալ կըբաժնուի 32 անկիւն, 64 անկիւն են ։*

85.

Հ. *Բոլորակի մէջ ինչպէս կըքաշես կանոնաւոր վեցանկիւն մը.*

Պ. *Ուզած բոլորակիս լար մը կըքաշեմ, զ° ԱԲ, հաւասար շառաւիղին, ու կըցուցընեմ թէ աս լարին ԱՓԲ աղեղը շրջանակին վեցերորդ մասն է (ձև 101)։ Ապացոյց. կըքաշեմ ԱՕ ու ԲՕ շառաւիղները, և կըձևացընեմ ԱԲՕ եռանկիւնը, որուն ամէն մէկ կողմը հաւասար է շառաւիղին. ըսել է թէ աս իրեք անկիւնները հաւասար են շառաւիղին. ուրեմն աս անկիւններուն ամէն մէկը՝ երկու ուղիղ անկեան երրորդ մասին հաւասար է. նոյնպէս ԱՕԲ անկիւնն ալ. ուստի վեց անգամ շառաւիղը քաշելով կըձևանայ ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր վեցանկիւնը ։ Վասն զի կողմերն ու անկիւնները հաւասար աղեղներուն կէսը ըլլալով իրենց չափը հաւասար է (47)։*

Հ. *Ինչպէս կըքաշուի հաւասարակողմեան եռանկիւն.*

Պ. Կանոնաւոր վեցանկեան երկերկու կողմերը իրարու հետ միացընես զագաթներէն, կը ձեւանայ հաւասարակողմեան եռանկիւն. զ՟ ԱԲԳԴԵԸ վեցանկիւնէն (Ձև 101), ձեւացեր է ԸԴԲ հաւասարակողմեան եռանկիւնը։

Հ. Վեցանկիւնը ինչպէս կըլլայ երկոտասանանկիւն և այլն.

Պ. Ինչ կանոնով որ ըրինք քառանկիւնը ութանկիւն ընել և ութանկիւնը վեշտասանանկիւն, նոյնպէս է վեցանկիւնն ալ երկոտասանանկիւն, ու 24 անկիւն և 48 անկիւն վերածելու կանոնը. յ՟ ամէն մէկ աղեղներուն մէջտեղէն դէպ 'ի լարերուն ծայրերը մէյմէկ լարեր քաշելով։

86

Հ. Ինչպէս կըլլայ բոլորակի վրայ կանոնաւոր բազմանկիւն մը քաշել՝ հաւասար բոլորակի մէջ քաշուած բազմանկեան.

Պ. Դնենք թէ բոլորակի մը մէջ ԱԲԳԴԵԶԾ բազմանկիւնը քաշուած ունենալով (Ձև 102), կուզեմ նոյն թուով բազմանկիւն մ'ալ քաշել բոլորակին վրայ. փակագծեալ բազմանկեան կողմերու աղեղներուն մէջտեղերը գտնելէն վերջը, զ՟ Փ, Ք, Ր, Ս և այլն. աս կէտերուս վրայ բոլորակի շօշափողներ կը֊

քաշեմ, ու կը ձեւանայ ՀԵԿԼՄՆՕ ուզած պարագծեալ բազմանկիւնս ։

Հ. Ինչպէս կըցուցընես թէ պարագծեալ բազմանկիւնը հաւասար է փակագծեալ բազմանկեան.

Պ. Բոլորակին կեդրոնէն կը քաշեմ ԶՓ, ԶՔ շառաւիղները՝ ՓՔ հպման կէտերուն վրայ, ու կը միացընեմ Հ կէտը Զ կէտին հետ գծով մը, և կը ձեւանան ուղղանկիւն եռանկիւնները ԶՓՀ, ԶՔՀ, հաւասար իրարու. որովհետև երկուքին ալ հակուղիղը նոյն է, ու կողմերը հաւասար։ Ուրեմն հաւասար են ՓԶՀ ու ՔԶՀ անկիւնները, և ԶՀ գիծը ՓՔ աղեղին մէջտեղէն կանցնի։ Իսկ արդ մէջտեղն է Ա կէտը, որ փակագծեալ բազմանկեան գագաթն է, ուրեմն բոլորակին կեդրոնն ու պարագծեալ ու փակագծեալ բազմանկեանց նոյնադիր գագաթները ուղիղ գծի վրայ են։ Նոյնպէս ալ ուղիղ գծերը ԵԲ, ԳԿ, ԴԼ, և այլն, կիջնան շիտակ կեդրոնին վրայ։

Ասանկ ըլլալով, երբոր պարագծեալ ու փակագծեալ բազմանկիւններուն կողմանքը իրարու զուգահեռական են, հարկաւ անկիւններն ալ հաւասար կըլլան իրարու։ Դարձեալ, հաւասար են ՕՀ = ՀԵ = ԵԿ և այլն. վասն զի ԵՀ գիծը զու-

զուգահեռական ըլլալով ԱԲ գծին, ՁՀՆ եռանկիւնը երկկողմնազոյգ է. դարձեալ, կեդրոնին վրայ եղած ՕՁՀ ու ՆՁՀ անկիւնները հաւասար են իրարու, և ՁՀ կողմը հասարակ է աս երկկողմնազոյգ եռանկեանց. ուրեմն ՕՀ=ՆՀ, նոյնպէս ՀՆ=ՆԿ=ՆԿ=ԿԼ, և այլն։

Հ. Ինչպէս պէտք է եօթնանկիւնը կըրկնապատկել.

Պ. Վերի բաժ կանոնով, որ կըլլայ 14, 28, 56, 112, 224 և այլն, ինչուան որ բոլորովին շրջանակին հետ խառնուի, որ է անթիւ կողմերով բազմանկիւն, թէպէտ աչքով կողմերն ու անկիւնները չենք կըրնար որոշել։

87

Զուգահեռականով կտրուած ուղիղ գծերուն յատկութիւնը։

Հ. Եռանկեան խարսխին զուգահեռական քաշուած ուղիղ գիծը՝ ինչպէս կըկտրէ եռանկեան կողմերը.

Պ. Իրարու համեմատ. զի թէ որ ԱԲԳ եռանկեան ԲԳ խարսխին զուգահեռական է ՕՍ գիծը (Ձև 103), կտրած կողմերը համեմատ են իրարու այսպէս, ԱՕ : ՕԲ :: ԱՍ : ՍԳ։ Դնենք թէ ՕԱ ու ՕԲ գծերը իրարու չափակից ըլլալով հա-

համեմատութիւնին ըլլայ $\frac{5}{6}$։ ԱԲ գծին բաժանման կէտերէն ԲԳ գծին շատ մը զուգահեռականներ կըքաշեմ, որ ԱԳ գիծը այնչափ հաւասար կտոր կըբաժնեն՝ որչափ որ ԱԲ գիծը բաժնուած է, ու կիմանամ որ ԱՍ գիծը 5, ՍԳ գիծն ալ 6 կտոր ունին հաւասար իրարու. ուրեմն համեմատութիւննին է ինչպէս $\frac{5}{6}$։

Իսկ թէ որ անչափակից են, միշտ նոյն համեմատութիւննին կըպահեն, նոյնչափ մասունք մնալով երկուքէն ալ. զր. ԻԲ ու ԹԳ հաւասար մասերը։

Հ. Ա՞սկէ ինչ կըհետևի.

Պ. Թէ որ ԱԲԳ եռանկեան ԲԳ խարիսխին շատ մը զուգահեռականներ քաշես, զր. ՓԲ, ՐՍ, ՎՕ (Ձև 104), համեմատութիւնք կըլլայ այսպէս

ԱՓ : ԱԲ :: ՓՐ : ԲՍ :: ՐՎ : ՍՕ :: ՎԲ : ՕԳ.

88

Երկրաչափական համեմատութեան վրայ։

Հ. Երկրաչափութեան մէջ համեմատութիւնք ինչպէս կըգործածուի.

Պ. Երկրաչափական համեմատութիւնը ուրիշ բան չէ, բայց եթէ թուաբանական համեմատութիւնը չափի վրայ առնուլ. ինչպէս, թէ որ ԱՕ ու ԲՕ գծերը հաւասար չափով մը չափես, ու տեսնես թէ ան չափը ԱՕ գծին մէջ քանի անգամ կայ ու ինչ կաւելնայ, և ետքը ԲՕ գծին վրայ չափես, աս երկու գծերուն համեմատութիւնը կիմացուի (Ձև 103). գ° ըսենք թէ աս երկու գծերը գաղղիական մեթրի վրայ առնեմ, ու կիմանամ որ ԱՕ գիծն է 3,5 ու ԲՕ գիծն է 1,25. աս 3,5 թիւը կըբաժնեմ 1,25 ին վրայ, ու կիմանամ որ ԱՕ ու ԲՕ գծերը այնպէս կըհամեմատին իրարու ինչպէս 2,8 ։ Նոյն կանոնով կիմանամ ԱՄ ու ՄԴ գծերուն համեմատութիւնն ալ, որ է նոյնպէս 2, 8 ։ Աստի չափած գծերուս համեմատութիւնը գրով այսպէս դնելու տեղ

ԱՕ : ՕԲ :: ԱՄ : ՄԴ ,

թուանշանով կրնամ դնել այսպէս

2 : 8 :: 4 : 16 . 2 : 4 :: 8 : 16 .

Հ. Նոյն մէկ համեմատութիւնը քանի կերպով կրնայ գրուիլ.

Պ. Համեմատութեան կարգը պահելով համեմատութիւնը նշաններով առաջ ետև կրնայ փոխուիլ. գ° աս համեմատութիւնս ԱՕ:ՕԲ::ԱՄ:ՄԴ , ութը կերպով կըրնայ գրուիլ՝ կարգը փոփոխելով. ինչպէս

ԱՕ : ՕԲ :: ԱՄ : ՄԴ	ՄԴ : ԱՄ :: ՕԲ : ԱՕ
ԱՕ : ԱՄ :: ՕԲ : ՄԴ	ՄԴ : ՕԲ :: ԱՄ : ԱՕ
ԱՄ : ԱՕ :: ՄԴ : ՕԲ	ՕԲ : ՄԴ :: ԱՕ : ԱՄ
ԱՄ : ՄԴ :: ԱՕ : ՕԲ	ՕԲ : ԱՕ :: ՄԴ : ԱՄ

գործեալ նոյն համեմատութիւնը այսպէս ալ կրնայ գրուիլ

ԱՕ + ՕԲ : ՕԲ :: ԱՄ + ՄԳ : ՄԳ .

կամ որ նոյն է ԱԲ : ՕԲ :: ԱԳ : ՄԳ .

Հ. Ի՞նչ մասնաւոր գիտելիքներ կան երկրաչափական համեմատութեան վրայ.

Պ. Ա. Թուաբանութենէ գիտենք թէ որ և իցէ համեմատութեան մէջ երկու ծայրի անդամներուն արտադրեալը հաւասար է միջին անդամներուն արտադրեալին. նոյնպէս թէ որ երկու թուոց արտադրեալը հաւասար է ուրիշ երկու թուոց արտադրեալին, աս չորս թիւերէն համեմատութիւն մը կրնայ ձեւանալ, որուն չորս անդամները կըլլան՝ երկու միջին ու երկու ծայրի անդամները։ Ուրեմն թէ որ Ա, Բ, Գ, Դ գծերուն մէջ աս համեմատութիւնը կայ, Ա : Բ :: Գ : Դ, կրնանք ըսել թէ Ա × Դ = Բ × Գ. և իրենց չափերուն թիւը թէ ամբողջ կրնայ ըլլալ և թէ կոտորակով։

Բ. Համեմատ ըլլալով իրարու աս չորս գծերը Ա, Բ, Գ, Դ, ասոնց երկայնութիւնը ցուցընող թիւերուն քառակուսիներն ալ իրարու համեմատ կըլլան. անկէ զատ՝ իրենց քառակուսի արմատներն ալ նոր տեսակ համեմատութիւն մը կըձեւանան. ուստի աս համեմատութէս, Ա : Բ :: Գ : Դ, *կրնայ ձեւանալ նաեւ ասիկայ*

Ա² : Բ² :: Գ² : Դ² .

Գ. *Երբոր երկու այլ և այլ համեմատութիւններ կան, ինչպէս* Ա : Բ :: Գ : Դ *ու* Փ : Ք :: Ր : Ս , *ասոնց համեմատ անդամները զատ զատ առած՝ իրարու հետ բազմապատկելով կելլէ նոր համեմատութիւն մը ասանկ*

Ա × Փ : Բ × Ք :: Գ × Ր : Դ × Ս ։

Դ. *Երբոր համեմատութիւնները ետեւ է ետեւ հաւասար կերթան, այսպէս*

Ա : Բ :: Գ : Դ :: Ե : Զ :: Կ : Հ *և այլն,*

կրնայ գրուիլ նաեւ ասանկ

Ա×Գ×Ե×Կ : Բ×Դ×Ե×Հ :: Ա : Բ ։

89.

Հ. *Երբոր գիծ մը եռանկեան երկու կողմերը համեմատ կըկտրէ, երրորդ կողմին հետ ինչ գիրք կունենայ.*

Պ. *Անոր զուգահեռական կըլլայ։ Դընենք թէ* ԱԲԳ *եռանկեան մէջ* ՓՔ *գիծը հւոր բաժնէ* ԱԲ *ու* ԱԳ *կողմերը* (Ձև 105), *անանկ որ ըլլայ* ԱՓ : ՓԲ :: ԱՔ : ՔԳ . *Աս գիծը զուգահեռական կըլլայ* ԲԳ *գծին . վասն զի թէ որ զուգահեռական չըլլար, պիտի կարենայինք* Փ *կէտէն զուգահեռական մը քաշել որ* ԱԳ *կողմը* Կ *կէտին վրայ կտրէր* (87), *ու համեմա* տութիւնը պիտի ըլլար այսպէս

ԱՓ : ՓԲ : : ԱԿ : ԿԳ ·

իսկ արդ ըստ գրութեանս համեմատութիւնն է ԱՓ : ՓԲ : : ԱՔ : ՔԳ · ուրեմն չէր կրնար ըլլալ ԱՔ : ՔԳ : : ԱԿ : ԿԳ · վասն զի ԱՔ գիծը ԱԿ գծէն պզտիկ է , ու ՔԳ գիծը մեծ է քան ԿԳ գիծը · ըսել է թէ ՓԿ գիծը զուգահեռական չէ ԲԳ գծին , ու ՓՔ գիծն է ուզած զուգահեռականն :

90.

Չորրորդ համեմատական :

Հ · Երեք հատ որոշուած գծերու չորրորդ համեմատականը ինչպէս կըգտնուի ·

Պ · Երեք հատ որոշած գծերու չորրորդ համեմատական կըսուի ան գիծն որ ան երեք գծերէն մէկուն այնպէս կըհամեմատի , ինչպէս որ կըհամեմատին մնացած երկուքը մէկմէկու · ինչպէս աս թիւերը 2 , 4 , 8 , 16 · և աս երկրաչափական համեմատութիւնը թուաբանութեան երեքի կանոնով կըգտնուի :

Հ · Օրինակով մը ցցուր ըսածդ ·

Պ · Երեք որոշած գծեր ունիմ Ա, Բ, Գ · գաղղիական մեթրի վրայ առած Ա գիծը թէ որ դնեմ 8,53 · Բ գիծը 6,3 · Գ գիծը 2,4 · Բ ու Գ գծերուն չափը իրարու հետ կըբազմապատկեմ, կելլէ արտարրերայը 15,12 . տախկայ կըբաժնեմ Ա գծին վրայ , ու կելլէ չորրորդ համեմատական՝ խ գիծը , որ է 1,77 ։

Հ . Պարզ երկրաչափական գործողութեամբ ինչպէս կըգտնուի չորրորդ համեմատականը .

Պ . Երկրաչափական գործողութեամբ կըգտնուի այսպէս . դնենք թէ Ա, Բ, Գ գծերուն կուզեմ չորրորդ համեմատականը գտնել ։ Որովհետև գիտենք թէ զուգահեռական գծերը համեմատ կըկտրեն եռանկեան կողմունքը (87), ուստի եռանկեան կողմերուն վրայ աս գծերուս չափը կառնեմ . զԱԸ կողմին վրայ Ա գըծին երկայնութիւնը ԱԲ , ու Բ գծին երկայնութիւնը ԲԳ (Ձև 106), ԱՄ կողմին վրայ ալ Գ գծին երկայնութիւնը ԱԼ . Բ կէտէն կըքաշեմ գիծ մը Լ կէտին , ու ասոր զուգահեռական մը Գ կէտէն՝ ԳԹ . և կելլէ ուզած չորրորդ համեմատականս ԼԹ գիծը . վասն զի ԱԲ : ԲԳ :: ԱԼ : ԼԹ .

91.

Եռանկեանց նմանութիւն ։

Հ . Ինչպէս կընայ ըլլալ որ երկու մեծ ու պզտի եռանկիւններ իրարու նման ըլլան .

Պ . Դժուարին չէ բացատրելը թէ ինչ

բանի համար է որ պզտի ձև մը մեծ ձևւին ճիշդ նմանը ըլլայ. ինչպէս ԱԲԳ եռանկիւնը նման ըլլայ ԴԵԶ եռանկեան (Ձև 107)։ Տարածութեան յատկութենէն բընական կերպով կիմանանք թէ երկու եռանկիւն նման են իրարու՝ թէ որ պզտի եռանկեան իրեք անկիւնները հաւասար ըլլան մեծ եռանկեան իրեք անկիւններուն, և պզտիկին կողմերը մեծին կողմերուն համեմատ ըլլան։

92.

Հ. Երկու եռանկիւն իրարու ինչպէս համեմատ կըլլան.

Պ. Երբոր երկու եռանկիւն երկերկու անկիւններով իրարու նման են, իրենց կողմերն ալ իրարու համեմատ կըլլան. զ° թէ որ ԱԲԳ եռանկեան անկիւնները հաւասար են ԴԵԶ եռանկեան անկիւններուն (Ձև 108), յայտնի է որ ԱԲ : ԴԵ :: ԲԳ : ԵԶ :: ԱԳ : ԴԶ. Փորձով կըցուցընեմ այսպէս. պզտի եռանկիւնը կըբերեմ մեծ եռանկեան քովը, այնպէս որ ԵԶ խարիսխը իյնայ ԲԳ գծին շարունակութեանը վրայ Գ կէտէն ինչուան Հ, Դ գագաթն ալ Ի կէտին վրայ. ետքը կերկընցընեմ ԲԱ ու ՀԻ գծերը, որ Ր կէտին վրայ մէկզմէկ կըկտրեն. ԳԻ գիծը զուգահեռական է ԲՐ գծին, վասն զի

ԻԳՀ = Փ-Է = ԱԲԳ․ նոյնպէս ԱԳ զուգահեռական է ԻՀ գծին, վասն զի ԻՀԳ = Փ-Է = ԱԲԳ․ Ուրեմն համեմատութիւննին այսպէս է (85)․

ԲԳ : ԳՀ :: ԱԲ : ԱՐ, և ԲԳ : ԳՀ :: ՐԻ : ԻՀ․ առկէ կելլէ իրեք հաւասար համեմատութիւնները, ԲԳ : ԳՀ :: ԱԲ : ԱՐ :: ՐԻ : ԻՀ ։ Իսկ արդ ԳՀ = -Է, ԱՐ = ԳԻ = -Փ, ՐԻ = ԱԳ, ու ԻՀ = ՓԷ․ ուրեմն

ԲԳ : -Է :: ԱԲ : Փ- :: ԱԳ : ՓԷ․

Ըս առաջարկութիւնս որ ցուցինք միայն եռանկեանց համար է․ ուստի իրեք անկիւնէ աւելի ունեցող ձևերուն համար չէ․ ինչպէս քառակուսին մը նոյնագիր անկիւնները կրնան հաւասար ըլլալ, ու կողմունքը անհամեմատ իրարու նոյնագիր կողմանցը ։

93 ․

Հ․ Հապա թէ որ երկու եռանկեան կողմերը համեմատ են, իրենց անկիւններն ալ նման կըլլան իրարու ․

Պ․ Պէտք է որ նման ըլլան․ վասն զի թէ որ ԱԲԳ եռանկեան կողմունքը համեմատ են -Է Փ եռանկեան կողմանցը, ուրեմն իրենց անկիւններն ալ հաւասար են․ և փորձով այսպէս կըցուցընեմ․ կըքաշեմ Գ ու Բ կէտերէն ԲԳԿ անկիւնը հաւասար ԷՓ-

անկեան (ձև. 109), կըլլայ ԳԲԿ = ԴԵԶ. և ԲԳԿ եռանկիւնը նման կըլլայ ԵԴԶ եռանկեան (92)։ Աս ԲԳԿ եռանկիւնը հաւասար է ԲԱԳ եռանկեան, վասն զի ԲԳԿ ու ԵԴԶ անկիւնները հաւասարանկիւն ըլլալով՝ կողմունքն ալ կըլլան
ԵԶ : ԲԳ :: ԴԵ : ԲԿ ։ Դարձեալ, ենթադրութեամբ ԵԶ : ԲԳ :: ԴԵ : ԱԲ. աս երկու համեմատութենէն կը հետևի որ ԲԿ = ԱԲ, ու ԳԿ = ԱԳ. Ուստի ԲԱԳ եռանկիւնը հաւասար է ԲԳԿ եռանկեան. վասն զի իրենց կողմերնին հաւասար է։ Դարձեալ, ԵԴԶ եռանկիւնը հաւասարանկիւն ըլլալով ԲԳԿ եռանկեան հետ, նոյնպէս ԲԱԳ եռանկեան հետ ալ հաւասարանկիւն է ։

94.

Հ. *Երկու եռանկիւններ որ մէյմէկ հաւասար անկիւններ ունին ու համեմատ կողմանց մէջ են՝ նման են իրարու.*

Պ. *Պէտք է որ նման ըլլան. ինչպէս, թէ որ ԱԲԳ ու ԴԵԶ եռանկեանց Ա ու Դ անկիւննին հաւասար են (ձև. 110), ու կողմերնին ԱԲ : ԴԵ :: ԱԳ : ԴԶ . ամբողջ եռանկիւններն ալ նման են իրարու ։ Ասոր ալ փորձը խիստ դիւրին է. պզտի եռանկիւնը կըբերեմ մեծին վրայ այնպէս որ Ա ու Դ հաւասար անկիւննին իրար* *ծածկեն , ու* ԷՖ *հակադիրն ալ* ՕՓ *գծին վրայ իյնայ ։ Ուրեմն* ԱԲ:ԱՕ :: ԱԳ:ԱՓ . *Ու* ՕՓ *գիծը զուգահեռական ըլլալով* ԲԳ *գծին* (87) , ԱՕՓ *ու* ԱՓՕ *կամ* Է *ու* Ֆ *անկիւնները հաւասար են* Բ *ու* Գ *ան֊կեանց . ուրեմն* ԱԲԳ *ու* ԱԷՖ *հաւասար անկիւն են , ու իրարու նման* (91) ։

95 .

Հ . *Երկու զուգահեռական գծեր՝ երբ֊որ կտրուին այլ և այլ հատանողներէ որ մէկ կէտի մը վրայ կըմիանան , ինչ հա֊մեմատութեամբ կըկտրուին .*

Պ . *Իրենց կտրուած մասունքը համե֊մատ կըլլան իրարու . ինչպէս աս երկու զուգահեռական գծերը* ՓՔ *ու* ԲԳ , *եր֊կու հատանողներէ՝ որ* Ա *կէտին վրայ կը֊միանան՝ կտրուած ըլլալով* (ձև 111) , Բ , Մ , Օ , Ս , Գ , *ու* Փ , Ն , Ր , Թ , Ք *կէտերուն վրայ կտրուած մասունքը համեմատ են ի֊րարու այսպէս*

ԲՄ:ՓՆ :: ՄՕ : ՆՐ :: ՕՍ : ՐԹ :: ՍԳ : ԹՔ .

Վ*ասն զի* ԲԱՄ *ու* ՓՆԱ *եռանկիւնները նման են իրարու ու համեմատութիւնին այսպէս է*

ԲՄ : ՓՆ :: ՄԱ:ՆԱ .

նոյնպէս ալ

ՄՕ:ՆՕ :: ՄԱ:ՆԱ .

Նոյն փորձով գործելով կըտեսնուի

ՄՕ : ՆՐ : : ՕՍ : ՐԹ. են ։

Հ. Ըս համեմատութենէս ինչ հետեւանք կրնանք հանել .

Պ. Ըս համեմատութենէս կըզանենք՝ գիծ մը հաւասար կտոր բաժնելու հնարքը . դի՛ ՕՍ գիծը 7 հաւասար կտոր կուզեմ բաժնել (Ձև 112) . անորոշ չափով գիծ մը կըքաշեմ ԱԽ զուգահեռական ՕՍ գծին , ետքը աս Խ գիծը Ա կէտէն սկըսեալ հաւասար 7 կտոր կըբաժնեմ ինչուան Բ կէտը , ու Ա կէտէն դէպ'ի Օ կէտը գիծ մը կըքաշեմ, նոյնպէս Բ կէտէն ալ Ս կէտին վրայ , և աս գծերս կերթան կըմիանան Վ. կէտին վրայ ։ Ուստի թէ որ հիմա Վ. կէտէն ԱԲ գծին բաժանմանցը վրայ քաշեմ ՎՄ, ՎՆ, ՎՐ և այլն գծերը, ասոնք ՕՍ գիծը 7 հաւասար կտոր կըբաժնեն ։

96 .

Ուղղանկիւն եռանկեան յատկութիւնները ։

Հ. Ուղղանկիւն եռանկեան գլխաւոր յատկութիւնները որո՞նք են .

Պ. Ուղղանկիւն եռանկեան գագաթէն հակուղիղին վրայ իջած ուղղահայեացը՝ երկու եռանկիւն կըբաժնէ մեծ եռանկիւնը անոր ու մէկմէկու հաւասար ։ Ինչպէս , թէ որ ԲԱԳ ուղղանկեան գագաթէն իջեցրնեմ՝ ԲԳ հակուղիղին վրայ ԱԿ ուղղահայեացը (ձև 113), մեծ եռանկիւնը երկու եռանկիւններ կըբաժնուի՝ իրարու և մեծ եռանկեան նման ։ Վասն զի ԱԲԳ անկիւնը երկուքին ալ հասարակ է ․ և ուղիղ անկիւնները հաւ̃ր են ԲԿԱ = ԲԱԳ, ու ԲԱԿ = ԲԳԱ ․ ուրեմն աս երկու եռանկիւններն ալ նման են մէկմէկու ։ Նոյնպէս կըցուցուի թէ ԳԿԱ եռանկիւնը նման է ԲԱԳ եռանկեան ։

Դարձեալ, ԲԿԱ ու ԳԱԿ եռանկիւնները նման ըլլալով ԲԱԳ եռանկեան, իրարու ալ նման են ։ Վասն զի ԲԱԿ անկիւնը ԿԱԳ անկեան լրումն ըլլալով՝ հաւասար է ԱԳԿ անկեան, որ նոյնպէս ԿԱԳ անկեան լրումն է, ու ԱԲԿ անկիւնը հաւասար է ԿԱԳ անկեան ։

Հ. Աս ճշմարտութենէն ինչ հետևանք կելլէ ․

Պ. Ա. Աս եռանկիւնները ԲԱԳ ու ԲԱԿ հաւասարանկիւն ըլլալով, առջի եռանկեան ԲԳ հակուղիղը այնպէս կըհամեմատի երկրորդ եռանկեան ԱԲ հակուղիղին, ինչպէս որ ԱԲ ու ԲԿ կողմերնին ․

ԲԳ ։ ԱԲ ։։ ԱԲ ։ ԲԿ ․ ու ԱԲ կողմը միջին համեմատական է ԲԳ հակուղիղին ու ԲԿ կտորին ։

Դարձեալ, ԿԱԳ ու ԲԱԳ եռանկիւնները հաւասարանկիւն ըլլալով՝ համեմատութիւնն է ԲԳ : ԱԳ :: ԱԳ : ԿԳ. Ուստի ուղղանկիւն եռանկեան ամէն մէկ կողմը հակուղիղին ու անոր մօտ կտրած մասին միջին համեմատականն է ։

Բ. Որովհետեւ ԱԿԲ ու ԱԿԳ եռանկիւնները հաւասարանկիւն են, ԱԿԲ եռանկեան հակուղիղը ԲԿ, ու ԱԿԳ եռանկեան հակուղիղը ԱԿ այնպէս կը համեմատին իրարու, ինչպէս ԱԿ ու ԿԳ կողմերը. ուստի իրենց համեմատութիւնն է այսպէս. ԲԿ : ԱԿ :: ԱԿ : ԿԳ. Ուրեմն ուղղանկիւն եռանկեան գագաթէն իջած ուղղահայեացը՝ միջին համեմատականն է հակուղիղին ու երկու կտրուած մասերուն ։

Գ. Առջի հետեւանքով տեսնուեցաւ թէ ԲԿ : ԱԲ :: ԱԲ : ԲԳ, ու ԿԳ : ԱԳ :: ԱԳ : ԲԳ. ուրեմն (87) $\text{ԱԲ} \times \text{ԱԲ} = \text{ԲԿ} \times \text{ԲԿ}$. ու $\text{ԱԲ}^2 = \text{ԲԿ} \times \text{ԲԳ}$. նոյնպէս $\text{ԱԳ}^2 = \text{ԿԳ} \times \text{ԲԳ}$ ։ Աս հաւասարութիւններէն կ'ելլէ

$$\text{ԱԲ}^2 \times \text{ԱԳ}^2 = \text{ԲԳ} \times \text{ԲԿ} \times \text{ԲԳ} \times \text{ԳԿ}$$

կամ $\text{ԱԲ}^2 \times \text{ԱԳ}^2 = \text{ԲԳ} \times \text{ԲԿ} \times \text{ԲԳ} \times \text{ԳԿ}$

կամ $\text{ԱԲ}^2 \times \text{ԱԳ}^2 = \text{ԲԳ} \times (\text{ԲԿ} + \text{ԿԳ})$.

կամ այսպէս. $\text{ԱԲ}^2 \times \text{ԱԳ}^2 = \text{ԲԳ}^2$ ։ Ուստի, ամէն ուղղանկիւն եռանկեանց մէջ հակուղիղին քառակուսին հաւասար է երկու միացած կողմանցը քառակուսիներուն ։

97.

Հ․ Երկու ուղիղ գծերու միջին համեմատականը ինչպէս կը գտնուի․

Գ․ Երկու ուզած չափով գծերս, զ Ա ու Բ (Ձև 114) ծայր ծայրի կը միացընեմ, որ կ'ըլլայ ԱԳ երկայնութիւնը․ ետքը ԱԳ գիծը տրամագիծ առնելով կը քաշեմ կիսաբոլորակ մը, ու ԱԳ գծին վրայ Բ կէտէն կը բարձրացընեմ ուղղահայեաց մը ԲՍ․ ասիկայ է փնտռած միջին համեմատականս ։ Վասն զի թէ որ ԱՍ ու ՍԳ գծերը քաշեմ, կը ձեւանայ ԱՍԳ ուղղանկիւն եռանկիւնը կիսաբոլորակին մէջ (96), ու համեմատութիւնին է

ԱԲ : ԲՍ :: ԲՍ : ԲԳ․

98.

Հ․ Բոլորակի հատանող գծերը իրենց արտաքին մասանցը հետ ինչ համեմատութիւն ունին․

Գ․ Բոլորակի հատանողները և իրենց արտաքին մասունքը համեմատ են իրարու ։ Ինչպէս, թէ որ Ա կէտէն քաշած երկու հատանողներուն վրայ, որ բոլորակը Բ ու Գ, Հ ու Կ կէտերուն վրայ կը կտրեն (Ձև 127), քաշեմ ԳՀ ու ԲԿ լարերը, կը ձեւանան երկու նման եռանկիւններ , ու կողմունքը համեմատական . վասն զի հաւասար են ԱԳՀ ու ԱԿԲ անկիւնները , որոնց չափն է ՀԲ աղեղին կէսը ։ Դարձեալ , Ա անկիւնը երկուքին ալ նոյն է , ու կողմանցը համեմատութիւնն է ԱԲ : ԱՀ :: ԱԿ : ԱԳ . Ուրեմն ամբողջ հատանողները արտաքին մասանցը հետ համեմատական են ։

99.

Հ . Բոլորակին շօշափողը՝ հատանողին ու իր արտաքին մասին հետ ինչ համեմատութիւն ունի .

Պ . Բոլորակին շօշափողը՝ հատանողին ու իր արտաքին մասին միջին համեմատականն է ։ Ապացոյց . հատանողով ու շօշափողով եռանկիւն մը կը ձեւացընեմ . փ ԱԲ գիծը բոլորակի շօշափող ըլլալով Բ կէտին վրայ (ձև 128) , ու Ա կէտէն քաշուած գիծը հատանող՝ որ բոլորակը կը կտրէ Դ ու Գ կէտերուն վրայ , թէ որ քաշեմ ԲԴ ու ԲԳ լարերը , կը ձեւանան երկու նման եռանկիւններ ԱԲԴ ու ԱԳԲ ։ Վասն զի Ա անկիւնը երկուքին ալ հասարակ է , ու ԱԲԴ և ԲԳԱ անկիւնները հաւասար են . երկուքին չափն ալ ԲԴ աղեղին կէսը ըլլալով (47 ու 48) ։ Ուրեմն ԲԱԳ եռանկեան Բ անկեանը ԱԳ հակադիրը , ԲԱԴ եռանկեան Դ անկեան ԱԲ

հակուղղիղին այնպէս կըհամեմատի , ինչ-պէս ԱԳԲ անկեան ԱԲ հակուղղիղը կըհա-մեմատի ԱԲԳ անկեան ԱԳ հակուղղիղին . ուստի ԱԳ : ԱԲ :: ԱԳ : ԱԴ .
Ուրեմն ԱԲ շօշափողը ԱԳ ամբողջ հա-տանողին ու արտաքին ԱԴ մասին միջին համեմատականն է :

100.

Խ . Բոլորակի մը շառաւիղին ու լարի մը երկայնութեան չափը գիտնալէն վեր-ջը , ինչպէս կըգտնես ունեցած լարիդ ա-ղեղանը կիսուն մը քաշուած լարին չափը .
Պ . Դնենք թէ որոշած երկայնու-թեամբ լարն է ԱԲ գիծը . Գ կեդրոնէն կիջեցընեմ (Ձև 115) ԳԴ ուղղահայեա-ցը ԱԲ լարին վրայ , ու կերկընցընեմ մին-չեւան շրջանակին Օ կէտը . Հիմա որ կու-զեմ ԱՕ լարին չափը առնուլ , նախ ԳԴ գծին չափը կառնում , ետքը ԱԳ գծին քա-ռակուսի թիւէն ԱԴ գծին քառակուսի թիւը կըհանեմ , որ ԱԲ գծին կէսն է . այսպէս ԳԴ գծին քառակուսի թիւը իմա-նալէն վերջը , յայտնի է որ քառակուսիին արմատն է իր երկայնութիւնը . ու ԳԴ գծին չափը ԳՕ շառաւիղէն հանելով կի-մանամ ԴՕ գծին երկայնութեան չափն ալ , ու քառակուսի ընելով ԴԱ գծին քա-

ոտքուսին ալ վրան կաւելցընեմ, գումարը կըլլայ հաւասար ԱՕ լարին քառակուսւոյն (94). ուստի արմատն է ԱՕ գծին չափը[2]։

101.

Սաթիճան գործիք ու անոր գործածութիւնը։

Հ. Ի՞նչ է սաթիճան գործիքը, ու ինչպէս կըգործածուի.

Պ. Սաթիճան գործիքն է չափ մը ինչ և իցէ երկայնութիւն չափելու համար. ատոր լայնքը տասը հաւասար մասունք բաժնուած է՝ մանր բաժանմունքները դիւրաւ ընելու համար. և մէկ մասին վրայ գծեր քաշելով վերէն 'ի վար՝ տասը կըբաժնէ նոյն մասը. ատով ինչ և իցէ երկայնութեան տասնորդական ու հարիւրորդական մասունքը դիւրաւ կըչափուին։

Հ. Սաթիճան գործիքը ինչպէս կըշինուի.

Պ. Կըգծեմ նախ ԱՄՆՕ ուղղանկիւնը (Ձև 116), ետքը ԱՄ ու ՆՕ կողմերը կըբաժնեմ տասը հաւասար կտոր, ու բա-

[1] Աս կերպով երկրաչափական գործողութիւնները թուաբանական հաշուի տակ ձգելուն վրայ հոս հարկ չենք համարիր տեղեկանալ գնելը, հապա ընդարձակ երկրաչափութիւններուն կըթողունք։

ժամանման կէտերէն զուգահեռական գծեր կըքաշեմ որ ուղղանկիւնը տասը հաւասար երկայնութիւն կըբաժնեն . ԱՆ կողմն ալ կըբաժնեմ հաւասար կտորներ , զի հինգ կտոր . ետքը բաժանման կէտերէն ԱՆ գծին ուղղահայեաց գծեր կըքաշեմ . ու ԲԱԼԿ ուղղանկեան ԲԱ ու ԿԼ խարիսխները կըբաժնեմ տասը հաւասար կտոր , և բաժանման կէտերէն դիմացէ դիմաց գծեր կըքաշեմ ԱՎ , ԵՆ . յի Մ կէտէն՝ ԼՎ խարիսխին առջի բաժանմանը վրայ , մէկալ կէտերէն ալ խոտոր գծեր կըքաշեմ , այնպէս որ տասն ալ զուգահեռական ըլլան ԱՎ գծին ։ Բաժանման կէտերէն խոտոր քաշուած ԿՓ խոտոր գիծը ու ԿԲ ուղղահայեացը՝ ԱՆ խարիսխին զուգահեռական քաշուած գծերուն մէջ՝ երկայնութեան չափերը կըբաժնեն [illegible] , [illegible] , [illegible] , [illegible] և այլն ։ Այս [illegible] կտորը ՓԲ բաժանման տասը մասին մէկն է . [illegible] կտորը՝ երկուքը , [illegible] իրեքը , կարգաւ մէյմէկ աւելնալով կըհասնին ՓԲ ին՝ որ ամբողջ տասներորդ մասն է ։ Եւ որովհետև ՓԲ կտորը ԱԲ բաժանման տասներորդ մասն է , ուրեմն [illegible] կտորը ՓԲ կտորին տասներորդ մասն ըլլալով՝ ԱԲ բաժանման հարիւրորդական մասն է . ԱԲ բաժանումն ալ ԱՆ բոլորին հինգերորդ մասն է . ուրեմն [illegible] կտորը ԱՆ չափին հինգհարիւրորդական մասն է ։

Հ. Սանդխձան գործիքի վրայ ինչպէս կըչափես ուզած երկայնութիւնդ ․

Պ. Ինչպէս , թէ որ ուզեմ գիծ մը չափել , որուն երկայնութիւնն ըլլայ 473 անգամ -ք կտորը , կարկինին մէկ ոտքը կըդնեմ - կէտին վրայ , որ 10 գծին երրորդ զուգահեռականին վրայ կիյնայ ․ երկրորդ ոտքն ալ ի կէտին վրայ , որ աս զուգահեռականը՝ բաժանման կփ գծէն սկսած եօթներորդ գիծը կըկտրէ ։ Սանդկով -ի գծին երկայնութիւնն է 473 անգամ -ք մասը ․ վասն զի -ւ 400 անգամ է , ւի 70 անգամ , ււ 3 անգամ -ք մասը ։

Այնպէս թէ որ գիծ մը ուզեմ որ 348 անգամ ունենայ -ք մասը , կարկինին մէկ ոտքը - կէտին վրայ կըդնեմ , ու մէկալը ւ կէտին վրայ , և աս գիծս է ուզած երկայնութիւնս ։

102

Բարձրութեան և հեռաւորութեան չափել ։

Հ. Ինչպէս կրնաս չափել շէնքի մը բարձրութիւնը՝ երբոր անոր ոտքին միայն կըմօտեցուի ․

Պ. Նախ գետնի վրայ որոշած հեռաւորութիւն մը կըչափեմ ․ զ Ա կէտէն ինչուան շէնքին Բ ոտքը (Ձև. 119) ․ ետքը

Ա կէտին վրայէն տարաչափ գործիքով՝ անկիւն մը կը ձեւացընեմ, որուն մէկ կողմն է ՕՍ գիծը՝ հաւասար ու զուգահեռական ԱԲ գծին, ու մէկալ կողմը ՕԻ տարաչափ գործիքին Օ կեդրոնէն՝ շէնքին Ի ծայրը քաշուած. ետքը ՕՍԻ ուղղանկիւն եռանկեան չափը կառնեմ ու թղթի վրայ կը քաշեմ օ-ի եռանկիւնը՝ նման մեծ եռանկեան, որուն ամէն մէկ կողմունքը իրարու համեմատ են. ուստի օս գիծն ալ ՕՍ չափած երկայնութեան համեմատ է. դը թէ որ ՕՍ գիծը 150 մեթր է նէ, օս գիծն ալ կրնաս 150 հազարամեթր բաժնել։ Ետքը թղթի վրայ ի-ս գիծն ալ չափէ, որ ենթադրենք թէ 99 հազարամեթր ելաւ. ասով յայտնի կըլլայ թէ ԻՍ երկայնութիւնն ալ 99 մեթր է. վասն զի աս երկու եռանկիւններուն կողմունքը իրարու այնպէս կը համեմատին՝ ինչպէս 1 առ 1000։ Ուրիշ բան չմնար շէնքին ԲԻ բարձրութիւնը իմանալու, բայց եթէ 99 մեթրին վրայ աւելցընել տարաչափ գործիքին ԱՕ բարձրութիւնը՝ տակէն ինչուան Օ կէտը։

103.

Հ. Որոշած կէտէ մը՝ չմօտենալու կէտին հեռաւորութիւնը ինչպէս կը չափես.

1 Աս գործիքին ստորագրութիւնը տես վերջը։

Պ. Օրինակի համար, գտնենք թէ Ա կէտին ու Բ կէտին մէջ եղած հեռաւորութիւնը չափելու համար (ձև. 120) զանազան արգելքներ կան, գօ գետ, ձոր և այլն. միայն մէկ կողմը գուր տեղ կայ, ուր ազատութեամբ կրնամ ընել գործողութիւններս. աս տեղւոյն վրայ կընշանեմ ԱԳ երկայնութիւնը՝ համեմատ ԱԲ երկայնութեան, որ կուզեմ չափել: Գտնենք թէ ԱԳ երկայնութիւնն՝ է 248 մեթր. տարաչափ գործիքը կդնեմ առաջ Ա ու ետքը Գ կէտերուն վրայ ու կըչափեմ ԱԳ գծին հետ ԱԲ ու ԲԳ գծերուն շինած անկիւններուն մեծութիւնը. ու ետքը կըքաշեմ թղթին վրայ աբգ եռանկիւնը՝ նման ԱԲԳ եռանկեան, որուն իրեք անկեան չափն ալ գիտեմ. ԱԳ գծին տեղը քաշած ագ գիծս գտնենք թէ 248 հազարամեթր ըլլայ ու աբ գիծը 139 հազարամեթր. ուրեմն ԱԲ հեռաւորութեան չափն է 139 մեթր. ինչպէս որ վերն ըսինք:

104.

Հ. Հեռու եղած երկու կէտերուն իրարմէ հեռաւորութիւննին ինչպէս կըչափես.

Պ. Վերի ըսած կանոնովս. գօ թէ որ Ա կէտին վրայ կեցած՝ կուզեմ Բ կէտէն Գ կէտին մէջ եղած հեռաւորութիւնը չափել (ձև 121), կառուցանեմ ԱԳ ու ԱԲ հեռաւորութիւններուն չափը՝ ինչպէս որ վերն ըսինք, ու տարաչափ գործիքով ԱԲԳ անկեան չափը կառնեմ․ ետքը թղթիս վրայ կըքաշեմ աբ անկիւնը հաւասար Ա անկեան․ երկու կողմունքը աստիճան գործիքով կըչափեմ ու կըքաշեմ աբ ու ագ երկայնութիւնները՝ համեմատ ԱԲ ու ԱԳ երկայնութեանց։ Այսպէս աբգ եռանկիւնը նման կըլլայ ԱԲԳ եռանկեան (92), ու ԲԳ հեռաւորութեան չափը այսպէս կիմանանք․ որովհետև աբ ։ ԱԲ ։ ։ բգ ։ ԲԳ․ ասոնց մէջ ԱԲ հեռաւորութիւնը կըչափեմ մեթրով, ու աբ և բգ գիծերը աստիճան գործիքով․ անով կիմանամ ուզածնիս։

105․

Ընդհանուր նմանութիւն բազմանկեանց ։

Հ․ Երկու բազմանկիւն երբ նման կըլլան իրարու․

Պ․ Ինչպէս որ եռանկեանց համար ըսինք, երբոր համագիր անկիւններն ու նոյնագիր կողմերը համեմատ են իրարու․ զի ԱԲԳԴԵ բազմանկիւնը նման է աբգդե բազմանկեան՝ եթէ Ա, Բ, Գ, Դ, Ե անկիւնները հաւասար ըլլան ա, բ, գ, դ, ե անկեանց, ու նոյնագիր կողմունքը համեմատ (ձև 122), այսպէս

ԱԲ : աբ :: ԲԳ : բգ :: և այլն ։

Հ․ Ի՞նչպէս կը ցուցընես թէ երբոր երկու բազմանկիւններ նոյնչափ թուով նման եռանկիւններէ կը ձևանան՝ նման են իրարու ․

Պ․ Դնենք թէ աս եռանկիւնները ԱԲԳ, ԱԳԴ են, որոնցմէ կը ձևանայ ԱԲԳԴԵԶ բազմանկիւնը (ձև 123), նման են աբգ, ագդ եռանկեանց՝ որոնցմէ կը ձևանայ աբգդեզ բազմանկիւնը ․ ան ատեն աս երկու բազմանկիւններն ալ նման են իրարու ։ Ապացոյց․ նախ յայտնի է որ աս երկու բազմանկեանց նոյնադիր անկիւնները հաւասար են իրարու ․ վասն զի երբոր ԱԲԳ եռանկիւնը նման է աբգ եռանկեան, ուրեմն իրենց նոյնադիր անկիւններն ալ հաւասար են ․ ուրեմն աս երկու բազմանկիւնները նման են ։

Դարձեալ՝ երկու նման բազմանկիւններ՝ պէտք է որ նոյնչափ թուով նման եռանկիւններէ ձևացած ըլլան ․ և պատճառն է յայտնի՝ վերի ըսած օրինակովս ։

106․

Նոյն թուով կողմեր ունեցող կանոնաւոր բազմանկիւններուն նմանութիւնը ։

Հ․ Երբոր այլ և այլ կանոնաւոր բազմանկիւններ նոյն թուով կողմեր ունին, ի՞նչպէս կը համեմատին իրարու ․

Գ. Իրարու նման կըլլան. և մէկուն կողմունքն ու շրջանակը մէկալին այնպէս կըհամեմատին, ինչպէս փակագծեալ կամ պարագծեալ բոլորակներու շառաւիղները: Վասն զի որ և իցէ բազմանկեան անկիւններուն գումարը հաւասար ըլլալով այնչափ երկու ուղիղ անկեան՝ որչափ որ կողմ ունի, երկուքով պակաս (81), աս գումարը ամէն նոյնչափ կողմ ունեցող բազմանկեանց մէջ հաւասար է: Վս զի թէ որ կանոնաւոր է բազմանկիւնը, անկեանց հաւասարակ մեծութիւնը կիմացուի՝ երբոր ասոնց գումարը կողմերուն թուին վրայ բաժնես. ասկէ կըհետևի թէ երկու նոյնչափ կողմով կանոնաւոր բազմանկիւններ նոյն չափով ալ անկիւններ կունենան:

Հ. Ինչպէս կըլլայ որ իրենց կողմունքը շրջապատներուն հետ այնպէս համեմատին, ինչպէս պարագծեալ ու փակագծեալ բոլորակներուն շառաւիղները.

Գ. Ասոր օրինակ գնենք O ու o կէտերը կեդրոն ԱԲԳԴԵԹ ու աբգդեթ պարագծեալ բոլորակներուն (Ձև 126). կըքաշեմ OԱ, OԲ, ու oա, oբ շառաւիղները, ու ԱԲ, աբ գծերուն վրայ կիջեցընեմ OՀ ու oհ ուղղահայեացները, որ պարագծեալ բոլորակներուն շառաւիղներ են (83).

ԱՕԲ ու աօբ անկիւնները հաւասար են, վասն զի երկու բազմանկիւններն ալ նոյնչափ թուով կողմունք ունին. ուրեմն ԱԲՕ, աբօ երկկողմնագոյգ եռանկիւնները նման են, նոյնպէս ԱՕՀ, աօհ ուղղանկիւն եռանկիւնները. ուստի համեմատութիւնին ալ աս է ԱԲ : աբ :: ԱՕ : աօ :: ՕՀ : օհ. ուրեմն երբոր զանազան կանոնաւոր բազմանկիւններ նոյնչափ թուով կողմ՝ ունին, բազմանկեանց կողմունքը կամ՝ շրջապատնին այնպէս կը համեմատին իրարու, ինչպէս նոյն բազմանկեանց փակագծեալ ու պարագծեալ բոլորակներուն շառաւիղները ։

107.

Բոլորակներու համեմատութիւնը ։

Հ. Այլ և այլ բոլորակներ իրարու ի՞նչպէս կը համեմատին.

Պ. Բոլորակն է անթիւ կողմերով ձևացած կանոնաւոր բազմանկիւն մը ։ Ասիկայ դիւրին է ցուցընել նաև զգալի փորձով. զի բոլորակի մը մէջ քաշուած ըլլալով ԱԲԳԴԵԶՃ բազմանկիւնը (ձև 102), թէ որ բազմանկեան կողմերուն լարերուն մէջտեղէն գծեր քաշեմ դէպ ՚ի բազմանկեան գագաթները ԱՔԲՐԳ և այլն, բազմանկիւնը կրկին կըլլայ. զի եօթը անկիւնը կըլլայ տասնըչորս. աս ալ կրկնապատկեմ քանի մը անգամ, այնպէս կըլլայ որ բոլորակին շրջանակին հետ կըխառնուին բազմանկեան կողմունքը · որով յայտնի կըտեսնուի թէ բոլորակն է կանոնաւոր բազմանկիւն՝ անթիւ անկիւններով ու կողմերով ձեւացած ։

Նման ըլլալով, բոլորակներու շրջանակները այնպէս կըհամեմատին իրարու, ինչպէս իրենց շառաւիղները · վասն զի ինչպէս երկու նոյնչափ կողմով կանոնաւոր փակագծեալ բազմանկիւններ այնպէս կըհամեմատին իրարու, ինչպէս իրենց բոլորակներուն շառաւիղները մէկմէկու (106), նոյնպէս երբոր անբաւ կողմերով կենթադրենք բազմանկիւնները՝ որ ինչուան բոլորակներուն հետ խառնուին, շրջանակներուն համեմատութիւնը այնպէս պիտի ըլլայ՝ ինչպէս է շառաւիղներուն համեմատութիւնը ։

108.

Հ. Շրջանակները ինչ համեմատութիւն ունին տրամագիծներուն հետ ·

Պ. Նոյն համեմատութիւնը ունին ինչ որ ըսինք շրջանակին ու շառաւիղին համեմատութեանը համար (ձև. 126). վասն զի վերի փորձով ցցուցինք թէ ՍՕ ու — շառաւիղները համեմատեն իրենց շրջանակներուն․ ուստի երբոր շառաւիղները կըրկ-նապատկես՝ որ կըլլայ տրամագիծ, համե-մատութիւննին չփոխուիր, նոյն է․

Շրջ. ԱՕ : Շրջ. աօ :: ԱՕ : աօ

կամ այսպէս

Շրջ. ԱՕ : 2ԱՕ :: Շրջ. աօ : 2աօ

Իսկ թէ որ ուզեմ շրջանակի մը չափը առնել, որովհետեւ տրամագիծը այնպէս կը համեմատի իր շրջանակին ինչպէս 7 առ 22, շրջանակի մը չափը առնելու համար նախ հարկ կըլլայ տրամագծին չափը առնեմ, ու համեմատութեան կանոնով կը-գտնեմ շրջանակին չափն ալ։

109․

Չափ մակերեւութից։

Ուղղանկեան, Զուգահեռագծի, Եռանկեան, Տրապիզի եւ ուրիշ ձեւերու մակերեւոյթներուն չափը։

Հ․ Մակերեւութին չափը ո՞րն է․

Պ․ Մակերեւութին չափն է որ առանց ձեւը գիտնալու թէ եռանկիւն է՝ թէ քառա-կուսի, երեսին չափը միայն կընայի․ փ թէ որ ԲԱԳԴ ուղղանկեան (ձեւ 129) ԲԱ կողմը նոյնչափ մին ալ աւելցընեմ ինչուան Ը, ու քաշեմ ԸԳ գիծը, ԲԳԸ եռանկիւնը կը ձեւանայ հաւասար ԲԱԳ ու ԲԴԳ եռ-անկեանց մակերեւութին, որոնցմէ կը ձեւա-նայ ԲԱԳԴ ուղղանկիւնը։

Հ. Համաչափ մակերեւոյթը ո՞րն է.

Պ. Համաչափ կըսուին մակերեւոյթները որոնց թէպէտ ձեւերը տարբեր են՝ բայց չափերնին նոյն է, ու առանց մակերեւութին տարածութիւնը պզտիկցընելու կամ մեծցընելու՝ ձեւերը կերպ կերպ կըփոխուին՝ մասերը ետեւ առաջ դնելով, ինչպէս որ վերը տեսանք. ուղղանկիւնը եռանկիւն ձեւացաւ՝ առանց մակերեւութին չափը փոխուելու։ Այսպէս՝ եռանկիւն մը, բոլորակ մը, բազմանկիւն մը եւ այլն՝ կրնան համաչափ ըլլալ քառակուսիի մը հետ. իսկ մակերեւոյթը կըչափենք քառակուսի չափով։

Հ. Ո՞րն է քառակուսի չափը.

Պ. Քառակուսի չափ կըսուի որ եւ իցէ մակերեւոյթ՝ որուն երկայնութիւնն ու լայնութիւնը հաւասար է. զ. քառակուսի մղոն կըսուի մղոն մը՝ եղող մակերեւոյթը դէպ 'ի երկայնքը ու լայնքը հաւասար է. նոյնպէս քառակուսի մեթր, տասնամեթր, մատնաչափ եւ այլն։

110.

Ուղղանկեան մակերեւութին չափը։

Հ. Ուղղանկեան մակերեւութին չափը ինչպէս կըգտնուի.

Պ. Խարսխին ու բարձրութեան չափերը իրարու հետ բազմապատկելով, թէ որ խարսխին ու բարձրութեան չափը առանց կոտորակի ամբողջ ըլլայ. գ° ԲԳ խարիսխը (ձև 130) 7 մեթր ըլլայ ու ԱԲ բարձրութիւնը 5 մեթր, ԲԳ ու ԱԲ գծերուն բաժանման կէտերէն ուղղահայեացներ կըքաշեմ, ու այսպէս ուղղանկիւնը 35 կտոր կըբաժնուի, որ է 35 քառակուսի մեթր։ Իսկ թէ որ կոտորակ ունենան, ամէնքը պէտք է կոտորակի վերածել ու այնպէս կոտորակը կոտորակին հետ բազմապատկելով իմանալ թէ քանի տասնամեթր է կամ հարիւրամեթր է և այլն։

Թէ որ խարիսխը բարձրութեանը հետ անչափակից ըլլայ, պէտք է մերձաւոր համեմատութիւններին առնել։

111.

Զուգահեռագծին չափը։

Հ. Զուգահեռագիծ մակերևութին չափը ո՞րն է.

Պ. Ուղղանկեան պէս՝ բարձրութեամբը բազմապատկած խարսխին արտադրեալը. վասն զի զուգահեռագծի բարձրութիւն է երկու զուգահեռական կողմերուն իրարմէ հեռաւորութիւնը. ԱԲԳԴ զուգահեռագծին ԱԴ խարսխին վրայ կըքաշեմ ԱԴԿՀ ուղղանկիւնը (ձև 131), որ զուգահեռագծին հետ նոյն բարձրութիւնն ու նոյն խարիսխը ունին ։ Զուգահեռագծի և ուղղանկեան հասարակ է ԱԲԿԴ մասը ․ իսկ ԱԲՀ ու ԳԿԴ եռանկիւնները հաւասար են իրարու․ վասն զի ԱԲ = ԳԴ , ԱՀ = ԴԿ ․ նոյնպէս ԲԱՀ = ԳԴԿ , անկիւնները , որովհետև նոյնագիր կողմեր հաւասար են իրարու ։ Ուրեմն ԱԲԳԴ զուգահեռագիծն ու ԱԴԿՀ ուղղանկիւնը համաչափ են ։ Այս որովհետև ուղղանկեան չափն է՝ բարձրութեամբը բազմապատկած խարսխին արտադրեալը , ուրեմն զուգահեռագծին ալ ԴԿ բարձրութեամբը բազմապատկած ԱԴ խարսխին արտադրեալը իր չափն է ։

112 ․

Հ ․ Եռանկեան չափը ո՞րն է ․

Պ ․ Եռանկեան չափն է խարիսխը բարձրութեան կիսովը բազմապատկած ։ Եռանկեան բարձրութիւն կըսուի գագաթէն հակադիր խարսխին վրայ իջած ուղղահայեացը , ինչպէս ԳՀ գիծը (ձև 132)։ Օրինակի համար ԱԲՕԳ զուգահեռագիծը քաշենք , որուն խարիսխն է ԱԲ , ու բարձրութիւնը ԳՀ ․ ասոր մակերևութին չափն է խարիսխը բարձրութեամբ բազմապատկած (110) ․ իսկ արդ ԱԳԲ եռանկիւնը հաւասար ըլլալով ԳԲՕ եռանկեան՝ զուգահեռագծին կէսն է, ուրեմն ԱԲԳ եռանկեան չափն է՝ խարիսխը բարձրութեան կիսովը բազմապատկած։

Ասանկ որ և իցէ բազմանկեան մակերևոյթը չափելու համար՝ պէտք է նախ այլ և այլ եռանկիւններու վերածել (81), Ետքը ամէն մէկ եռանկեան չափը առնել ու գումար ընել, արտադրեալն է բազմանկեան չափը։

115.

Հ. Տրապիզի մակերևութին չափը ինչպէս կառնուի.

Պ. Տրապիզ ձևին մակերևոյթը կըչափուի՝ բարձրութիւնը զուգահեռական խարիսխներուն գումարին կիսովը բազմապատկելով։ Դնենք թէ տրապիզի մը զուգահեռական կողմունքն են ԱԴ ԲԳ գըծերը (ձև 133). կըքաշեմ ԲԴ տրամանկիւնը, որ զձևը երկու եռանկիւն կըբաժնէ. աս եռանկեանց չափն է բարձրութեանց կիսովը բազմապատկած խարսխին արտադրեալը։ Ուրեմն աս երկու եռանկիւններէ ձևացած տրապիզին չափն է՝ բարձրութիւնը զուգահեռական խարիսխներուն գումարին կիսովը բազմապատկած։

114.

Հ. Կանոնաւոր բազմանկեան չափը ո՞րն է.

Պ. Կանոնաւոր բազմանկեան չափն է՝ շրջանակը շառաւիղին կիսովը բազմապատկած. զոր օրինակ ԱԲԳԴԵԹԺ կանոնաւոր բազմանկեան պարագծեալ ու փակագծեալ բոլորակներուն կեդրոնը դնենք Կ կէտը (ձև. 134). բազմանկեան գագաթներէն կըքաշեմ աս շառաւիղները ԿԱ, ԿԲ, ԿԳ և այլն. ու ԲԳ կողմանը վրայ կըքաշեմ ԿՓ ուղղահայեացը, որ ձևին մէջ քաշուած բոլորակին շառաւիղն է։ Իսկ որդ ԲԿԳ եռանկեան չափն է ԲԳ գիծը ԿՓ գծին կիսովը բազմապատկած, նոյնպէս ալ միացած եռանկիւնները ԳԿԴ և այլն. ուրեմն բազմանկեան չափն է՝ իր շառաւիղին կիսովը բազմապատկած շրջանակին արտադրեալը։

115.

Հ. Բոլորակի մակերևութին չափը ո՞րն է.

Պ. Բոլորակի մակերևոյթը կըչափուի՝ շրջանակը շառաւիղին կիսովը բազմապատկելով։ Որովհետև բոլորակն է անթիւ կողմերով կանոնաւոր բազմանկիւն մը, ուստի շառաւիղին կէսը շրջանակովը բազմապատկելով կ՚ելլէ բոլորակին մակերևոյթը։

Շառաւիղը տրամագծին կէսն ըլլալով, երբոր շառաւիղին չափը կառնես՝ շրջանակին չափն ալ կրնաս իմանալ համեմատութեամբ. գ՟ ընենք թէ բոլորակի մը շառաւիղն է 3, տրամագիծը կըլլայ 6. և որովհետև տրամագիծը շրջանակին կըհամեմատի ինչպէս 7 առ 22, ուրեմն 6ը քանիին որ պիտի համեմատի՝ եղածն է շրջանակին չափը:

116.

Նման եռանկեանց մակերևոյթներուն համեմատութիւնը:

Հ. Երկու նման եռանկեանց չափերը ինչ համեմատութիւն ունին իրարու.

Պ. Երկու նման եռանկեանց մակերևոյթները նոյնպէս կըհամեմատին իրարու՝ ինչպէս նոյնադիր կողմերուն քառակուսիներուն մակերևոյթները: Ապացոյց. յայտնի է թէ ընդհանրապէս երկու ձևերու մակերևոյթներուն տարբերութիւնը իմանալու համար՝ երկուքին չափը զատ զատ առնելէն վերջը պէտք է պզտիկը մեծէն հանել, մնացածը կըլլայ տարբերութիւննին: Բայց երկու նման եռանկեանց տարբերութիւնը աւելի դիւրաւ կառնուի. վասն զի ինենց համեմատութիւնն է հաւասար երկու նոյնադիր կողմանց քառակուսի թիւերուն համեմատութեանը. գ՟

ԲԱԳ ու բագ եռանկիւնները նման ըլլալով (ձև. 135), ու եռանկեանց գագաթներէն կը քաշեմ ԲՀ ու բհ գծերը, այնպէս որ ԱԲՀ ու աբհ եռանկիւնները նման կըլլան իրարու, որով

ԲՀ : բհ :: ԱԲ : աբ .

Նոյնպէս ալ

ԱԳ : ագ :: ԱԲ : աբ .

Ու երկու համեմատութիւններուն նման անդամները իրարու հետ կը բազմապատկեմ՝ ԲՀ ու բհ գծերուն կէսերը առնելով, ինչպէս .

$\frac{1}{2}$ ԲՀ × ԱԳ : $\frac{1}{2}$ բհ × ագ :: ԱԲ^2 : աբ^2 .

Իսկ արդ $\frac{1}{2}$ ԲՀ × ԱԳ ու $\frac{1}{2}$ բհ × ագ գծերուն արտադրեալները ԱԲԳ ու աբգ եռանկեանց մակերևոյթները կը ցուցընեն . ուրեմն

ԱԲԳ : աբգ :: ԱԲ^2 : աբ^2 .

Գ թէ որ ԱԲ $= 2\frac{1}{2}$, ու աբ $3\frac{1}{4}$, պիտի ըլլայ ԱԲԳ : աբգ :: $\frac{25}{4}$: $\frac{169}{16}$. կամ ԱԲԳ : աբգ :: 100 : 169 .

117 .

Նման բազմանկիւններու և բոլորակներու համեմատութիւն :

Հ . Երկու նման բազմանկիւններ ինչպէս կը համեմատին իրարու .

Պ . Երկու նման բազմանկիւններուն համեմատութիւնն է նոյնագիր կողմանցը քառակուսիներուն համեմատութիւնը. վասն զի երկու նման բազմանկիւնները ԱԲԳԴԵԶ և աբգդեզ (ձև 123) նոյնչափ թուով նման եռանկիւններէ շինուած են ու նոյն դիրքը ունին բազմանկեանց մէջ. ուստի համեմատութիւննին այսպէս է.

ԱԲԳ : աբգ :: ԲԳ^2 : բգ^2.

ԱԳԴ : ագդ :: ԳԴ^2 : գդ^2.

ԱԴԵ : ադե :: ԴԵ^2 : դե^2 ևն։

Այս համեմատութեանց երկրորդ համեմատութիւնները հաւասար են, որովհետև երկու բազմանկեան նոյնադիր կողմունքը համեմատ են իրարու. ուրեմն առջի համեմատութիւններն ալ հաւասար են. որով ԱԲԳ : աբգ :: ԱԳԴ : ագդ և այլն. ասկէ կըհետևի թէ

ԱԲԳ+ԱԳԴ+ԱԴԵ ևն։ աբգ+ագդ+ադե :: ԱԲԳ : աբգ. կամ թէ

ԱԲԳԴԵԶ : աբգդեզ :: ԱԲ^2 : աբ^2.

Հ. Երկու բոլորակներու մակերևոյթները ինչպէս կըհամեմատին իրարու.

Պ. Երկու բոլորակներու մակերևոյթները այնպէս կըհամեմատին իրարու, ինչպէս իրենց շառաւիղներուն քառակուսիին համեմատութիւնը. վասն զի թէ որ բազմանկիւնները կանոնաւոր են ու նոյնչափ կողմ ունին, իրենց կողմանց քառակուսի թուին համեմատութիւնը հաւասար կըլլայ պարագծեալ բոլորակներուն շառաւիղին քառակուսի թուին (106)։ Պատճեալ, բոլորակները անթիւ կողմով կանոնաւոր բազմանկիւններ սեպելով, իրենց մակերեւոյթները իրարու այնպէս կը համեմատին, ինչպէս շառաւիղներուն քառակուսի թիւերը. ասկէ յայտնի կըլլայ ան ալ՝ թէ բոլորակի մը մակերեւոյթը հաւասար է իր շառաւիղին քառակուսի թուին՝ որ բազմապատկած ըլլայ շրջանակին ու տրամագծին իրարու հետ ունեցած ճիշդ համեմատութեամբը։

118.

Հ. Ուղղանկիւն եռանկեան մը կողմերուն վրայ քաշուած քառակուսիները ինչ համեմատութիւն կունենան իրարու.

Պ. Ուղղանկիւն եռանկեան հակուղղին վրայ քաշուած քառակուսին հաւասար է միացած երկու կողմանցը վրայ քաշուած քառակուսիներուն. վասն զի հակուղիղին քառակուսի թիւը հաւասար է երկու միացած կողմերուն քառակուսի թիւերուն, ինչպէս որ տեսանք վերը (96). գարձեալ, գիտենք թէ գծի մը քառակուսի թիւը նոյն գծին վրայ քաշուած քառակուսի ձեւին մակերեւոյթն է. ասկէ կըհետեւի թէ հակուղիղին վրայ քաշած քառակուսին հաւասար կըլլայ միացած երկու կողմանցը վրայ քաշուած քառակուսիներուն :

Ճ. Աս ճշմարտութիւնը ինչպէս կը ցուցընես փորձով.

Պ. Օր օրինակ ԱԲԳ ուղղանկիւն եռանկեան վրայ կըքաշեմ երեք քառակուսիներ, ԱԳԴԵ, ԲԳՀԻ, ԱԲԿԼ (ձև 136), ու Բ կէտէն ԱԳ գծին վրայ ԲՃ ուղղահայեացը կիջեցընեմ որ ԴԵ գիծը Մ կէտին վրայ կըկտրէ : Ասանկով ԱԳԴԵ քառակուսին երկու ուղղանկիւն կըբաժնուի ԱՃՄԵ ու ՃԳԴՄ : Հիմա կըցուցընեմ որ առջի ուղղանկիւնը՝ ԱԲԿԼ քառակուսիին հետ հաւասար է, ու երկրորդ ուղղանկիւնը՝ ԲԳՀԻ քառակուսիին հետ, այնպէս որ ամբողջ ԱԳԴԵ քառակուսին՝ միացած երկու քառակուսիներուն հետ կըլլայ :

Վասն զի երբոր ԼԳ ու ԲԵ գծերը քաշեմ, կըձևանան ԼԱԳ ու ԲԱԵ հաւասար եռանկիւնները, որովհետև Ա անկիւնը երկուքին ալ հասարակ է, ու կողմերը ԱԲ = ԱԼ, ԱԳ = ԱԵ : Դարձեալ, առջի եռանկիւնը ԱԲԿԼ քառակուսիին հետ նոյն խարիսխը ունի ԱԼ, ու նոյն բարձրութիւնը, որովհետև Գ գագաթը՝ քառակուսիին վերի ԲԿ կողմի շարունակութեանը վրայ կիյնայ. ուրեմն աս եռանկիւնը

ԱԲԿԼ. քառակուսիին կէսն է ։ Նոյն պատճառով ԱԲԵ եռանկիւնն ալ ԱԺՍԵ ուղղանկեան կէսն է . ուրեմն ԱԲԿԼ. քառակուսին ու ԱԺՍԵ ուղղանկիւնը համաչափ են իրարու , որովհետեւ երկուքին մակերեւոյթն ալ հաւասար է ԼԱԳ ու ԲԱԵ եռանկեանց գումարին ։ Նոյն փորձով կիմացուի ԲԳՀԻ քառակուսիին ալ ԴԳԺՍ ուղղանկեան հետ հաւասար ըլլալը ։

119.

Առաջարկութիւններ ։

Հ . Ի՞նչպէս կրնայ քառակուսի մը քաշել, որուն մակերեւութին չափն ըլլայ հաւասար ուրիշ քառակուսիներուն գումարին .

Պ . Նախ ունեցած քառակուսիներուս կողմերուն հաւասար երկու գծեր ուղիղ անկեամբ ծայր ծայրի վրայ կդնեմ, ինչպէս Ք. անկիւնը (ձե. 65) . ետքը կքաշեմ հակուղիղը . ասոր վրայ քաշուած քառակուսին՝ առջի երկու քառակուսիներուն գումարին հաւասար է ։

Հ . Հապա ի՞նչպէս կքաշես քառակուսի մը որ ըլլայ երկու ունեցած քառակուսիներուն իրարմէ եղած տարբերութեանը հաւասար .

Պ . Երբոր ուզեմ որ ունեցած քառակուսիներուս տարբերութեանը հաւասար ըլլայ փնտռած քառակուսին , Ք ուղիղ անկեան կողմերուն մէկուն վրայ կառնեմ ՓՔ գիծը՝ ունեցած քառակուսիներէն պզդտիկին մէկ կողմանը հաւասար (Ձև. 65) . ետքը Փ կէտէն մեծ քառակուսիին կողմանը հաւասար շառաւիղով կըքաշեմ աղեղ մը՝ որ ուղիղ անկեան երկրորդ կողմը Ր կէտին վրայ կըկտրէ . տանելով ՔՐ գծին քառակուսին փնտռածս կըլլայ , վասն զի թէ որ ՓՐ գիծն ալ քաշեմ՝ համեմատութիւնը կըլլայ

$$\text{ՓՐ}^2=\text{ՓՔ}^2+\text{ՔՐ}^2 .$$

ուրեմն ՔՐ քառակուսին հաւասար է ՓՐ քառակուսիին ՓՔ քառակուսիէն ունեցած տարբերութեանը :

120 .

Հ . Եռանկիւն մը ինչպէս կըվերածես համաչափ եռանկեան .

Պ . Որ օրինակ ԱԲԳԴԵ հնգանկեանը վրայ փորձենք (Ձև. 137) . կըքաշեմ նախ ԳԱ տրամանկիւնը . ետքը Բ կէտէն զուգահեռական մը կըքաշեմ ԱԳ գծին որ ԱԵ գծին շարունակութեը վրայ կըկտրուի Կ կէտով . ուստի Գ կէտը Կ կէտին հետ կըմիացընեմ, կըլլան եռանկիւնները ԲԳԱ=ԿԳԱ վասն զի նոյն խարիսխը ու նոյն բարձրութիւնը ունին , որովհետև գագաթնին ԳԱ գծին զուգահեռականին վրայ է : Ուրեմն

ԱԲԳԴԵ բազմանկիւնը կըփոխուի ԿԳԴԵ համաչափ քառակուսի. քառակուսի ըլլալէն վերջը՝ եռանկիւն փոխելը դիւրին է։

121.

Հ. Եռանկիւն մը ինչպէս կըփոխուի հաւասար քառակուսի.

Պ. Եռանկեան բարձրութեան կէսը առած՝ ուղղանկիւնի վերածելէն ետքը, պէտք է գտնալ ուղղանկեան բարձրութեան ու երկայնութեան միջին համեմատականը, որ կըլլայ ուզած քառակուսւոյն կողմունքը։

Հ. Զուգա զուգահեռագիծ մը ինչպէս քառակուսիի կըվերածուի.

Պ. Զուգահեռագիծը հաւասար քառակուսի ընելու համար, պէտք է խարիսխին ու բարձրութեանը միջին համեմատութիւնը գտնել ու անոր վրայ քաշել։

Հ. Տրապիզ ձեւը ինչպէս քառակուսի կըփոխուի.

Պ. Տրապիզ մը հաւասար քառակուսի ընելու համար, բարձրութեանը ու զուգահեռական խարիսխներուն գումարին կէսուն միջին համեմատութեանը վրայ քաշելու է քառակուսին։

Իսկ թուաբանութեամբ կըգտնուի միջին համեմատականը՝ երկու ծայրի եզերքները իրարու հետ բազմապատկելով, ու բովանդակութեան քառակուսի արմատը փնտռելով. զ. 2 : 4 :: 4 : 8. ու 2×8=16. իսկ 16 ին քառակուսի արմատն է 4, ուստի 2 : 4 :: 8 : 16.

122.

Հ. Ի՞նչպէս կրնայ որոշած չափով խարսխի մը վրայ ուղղանկիւն մը քաշել հաւասար ուրիշ ուղղանկեան.

Պ. Առջի ունեցած ուղղանկեանս խարսխին ու բարձրութեանը՝ և որոշած չափով խարսխին չորրորդ համեմատականը գտնելով. զ. դնենք թէ առջի ուղղանկեան խարիսխն է 10, և բարձրութիւնը 4, իսկ նոր խարիսխը՝ որուն վրայ կուզենք քաշել ուղղանկիւնը՝ է 8. ուստի չորրորդ համեմատութիւնը կրգտնուի խատր կանոնով այսպէս 10 : 4 :: 8 : 5.

123.

Հ. Ի՞նչպէս կրնայ որոշած քառակուսի մը համաչափ ուղղանկիւն մը քաշել, որուն խարիսխն ու բարձրութիւնը միատեղ հաւասար ըլլայ որոշած չափով գծի մը.

Պ. Ուզած ուղղանկեանս բարձրութեանը ու խարսխին մէջին համեմատական պէտք է ըլլայ՝ որոշած քառակուսիին կողմերը։

Դնենք թէ ԱԲ գիծը (ձև. 138) փընտրուած խարսխիս ու բարձրութեանը հաւասար ուղղած գիծն է ։ Աս գծին վրայ Ա կէտէն ԱՏ ուղղահայեացը կերկընցընեմ հաւասար ուղղած քառակուսիիս մէկ կողմին , որուն հաւասար պիտի ըլլայ ուղղանկիւնը ․ ետքը ԱԲ գիծը տրամագիծ առնելով կըքաշեմ բոլորակ մը , ու Տ կէտէն ԱԲ գծին զուգահեռական մը կըքաշեմ որ բոլորակը Ի կէտին վրայ կըկտրէ ․ ետքը Ի կէտէն ԱԲ գծին վրայ ուղղահայեաց մը կըձգեմ ․ այսպէս շափած երկու գծերը ԱՀ ու ԲՀ փնտռած ուղղանկեանս խարիսխն ու բարձրութիւնն է ․ վասն զի գումարնին ԱԲ գծին հաւասար է , ու համեմատութիւննին այսպէս է

ԱՀ ։ ՀԻ ։ ։ ՀԻ ։ ՀԲ (96) ։

ԱՀ ու ՀԲ գծերուն վրայ քաշած ուղղանկիւնին մակերեւոյթը , որուն չափն է ԱՀ×ՀԲ արտադրեալը ․ ու ՀԻ գծին վրայ քաշած քառակուսիին մակերեւոյթը , որուն չափն է ՀԻ×ՀԻ , համաչափ են իրարու , յի հաւասար ։

Թէ որ տրուած գիծը ԱԲ (Ձև 139) գումարը չըլլայ , հապա տարբերութիւնը ուղղանկեան խարսխին բարձրութեանը՝ որ ԱՏ գծին վրայ կուզեմ քաշել հաւասար ուղղած քառակուսիին , Տ կէտէն ու ԱԲ տրամագծի վրայ քաշուած բոլորակին կետրամէն հատանող մը կը քաշեմ, որ շրջանակը Օ ու Կ կէտերուն վրայ կը կտրէ. ՄՕ ու ՄԿ գծերը ուզած ուղղանկեանս կողմերը կըլլան, վասն զի իրենց ՕԿ տարբերութիւնը հաւասար է ԱԲ գծին, ու ՄՕ×ՄԿ արտադրեալը՝ ԱՄ շօշափողին քառակուսիին հաւասար է (99)։

ՄԱԿԱՐԴԱԿԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

124.

Մակարդակի մը վրայ ուղղահայեաց գծերուն ու խոտոր գծերուն ընդհանուր յատկութիւնները ։

Հ. ԻՐԵՔ *հատ զանազան դիրքով կեցած կէտերուն վրայէն՝ քանի՛ մակարդակ կրնայ անցնիլ․*

Պ. Իրեք *զանազան դիրքով կեցած կէտերուն վրայէն մէկ մակարդակէն աւելի չանցնիր ։ Վասն զի երկու մակարդակներու հասարակ կէտերը ուղիղ գծի վրայ շարուած են․ ուստի թէ որ երկու կէտերը գծով մը միացընեմ, աս գծին վրայէն անթիւ մակարդակներ կրնամ անցընել՝ որ աս երկու կէտերը կառնեն ։ Բայց թէ որ աս կէտերէս դուրս երրորդ կէտ մըն ալ դնեմ մակարդակի վրայ, ուրիշ մակարդակ մը աս իրեք կէտերս չկրնար կտրել․*

Հ. Երկու մակարդակներու հասաման կէտերը ի՞նչ գծի վրայ են.

Պ. Ուղիղ գծի վրայ. և ասիկայ յայտնի է առջի Ճշմարտութենէն։ Վասն զի երկու մակարդակի հասաման կէտերն են իրենց տակը եղած կէտերուն շարքը. զի Ա, Բ, Գ կէտերը և այն (Ձև 140) որ Մ՛Ն ու ՓՔ մակարդակներու վրայ ուղիղ գըծով կեցած են։ Թէ որ Գ կէտը Ա ու Բ կէտերը միացընող գծին վրայ չըլլար, Մ՛Ն ու ՓՔ մակարդակները իրեք կէտէն ալ անցնելով իրարու հետ կըմիանային, մէկ մակարդակ կըլլային։

125.

Հ. Մ՛ակարդակի մէջ քաշուած ուղիղ գիծ մը թէ որ ուղղահայեաց ըլլայ ուրիշ երկու ուղիղ գծերու՝ որ անոր ոտքէն քաշուած են, ինչ գիծք կունենայ ուրիշ որ և իցէ գծերու հետ որ նոյն մակարդակին մէջ իր ոտքէն քաշուած ըլլան.

Պ. Պէտք է որ ան գիծը ուրիշ որ և իցէ իր ոտքէն քաշուած գծերուն ալ ուղղահայեաց ըլլայ։ Վասն զի մակարդակի վրայ ուղղահայեաց ըլլալով՝ հարկաւ իր ոտքէն քաշուած գծերուն ալ ուղղահայեաց է. զի թէ որ ԲԱ գիծը (Ձև 141) ուղղահայեաց է ԲՕ ու ԲԳ գծերուն՝ ՓՔ մակարգակին մէջ Բ կէտէն բարձրացած ըլլալով, նոյնպէս ԲՍ գծին ալ ուղղահայեաց կըլլայ ։ փորձով ցուցընելու համար կըքաշեմ ՓՔ մակարդակին մէջ ուղիղ գիծ մը որ անցնի Գ, Դ, Օ կէտերուն վրայէն, որ Բ կէտէն քաշուած գծերուն ծայրերն են. ԱԲ գիծը կերկընցընեմ մակարդակի տակէն ինչուան ԲԿ=ԱԲ. ու կըքաշեմ ԱՕ, ԱԴ, ԱԳ ու ԿՕ, ԿԴ, ԿԳ գծերը ։ Ուստի կըլլայ ԱՕ=ՕԿ. որովհետեւ ԱԿ գծին մէջտեղը ուղղահայեաց է. նոյնպէս ԱԳ=ԳԿ ։ Ուրեմն սա եռանկիւնները, ԱԳՕ և ԳԿՕ հաւասար են. նոյնպէս ԱՕԴ և ԴՕԿ եռանկիւնները հաւասար, որովհետեւ հաւասար կողմերու մէջ է անկիւնին. ուստի ԱԴ=ԴԿ. ու ԲԴ գիծը ուղղահայեաց է ԱԿ գծին վրայ, որովհետեւ ԱԴԿ երկկողմնագոյգ եռանկեան գագաթէն կիջնայ ԱԿ խարսխին մէջտեղը ։ Թէ որ գիծ մը, ինչպէս ԱԲ գիծը, ուղղահայեաց ըլլայ իր տակէն մակարդակի վրայ քաշուած բոլոր գծերուն, ինքն ալ ուղղահայեաց կըլլայ մակարդակին, ու մակարդակը կտրած կէտը՝ ուղղահայեացին ոտք է ։

126.

Հ. Մակարդակի վրայ կամ մակարդակէն դուրս եղած կէտէ մը քանի՞ ուղղահայեաց կրնայ քաշուիլ մակարդակին վր․

Պ․ Մէկ ուղղահայեացէն աւելի չքաշուիր ։ Վասն զի երկու կէտի մէջ մէկ ուղիղ գիծ մը միայն կըքաշուի․ վ̊ ենթադրենք թէ Մ՛Ն մակարդակի վրայ Ա կէտէն կարելի ըլլար երկու ուղղահայեաց քաշել ԱԲ ու ԱԳ (Ձև 142)․ թէ որ այս երկուքին վրայէն մակարդակ մը անցրնենք որ Մ՛Ն մակարդակը կտրէր ԱՄ գծին վրայ, ԲԱՄ ու ԳԱՄ անկիւնները ուղիղ պիտի սեպուէին, ու մասը հաւասար պիտի ըլլար բոլորին ։ Ուրեմն ԱԲ ու ԱԳ գծերը չեն կրնար միատեղ ուղղահայեաց ըլլալ Մ՛Ն մակարդակին Ա կէտին վրայ ։

Նաև կիմացուի թէ մէկ կէտէ մը մակարդակի վրայ երկու ուղղահայեաց իջեցրնել չըլլար․ վասն զի թէ որ կարելի ըլլար, ուղիղ գծով մը ուղղահայեացներուն ոտքերը միացրնելով կըտեսնէինք որ մէկ կէտէ մը ուղիղ գծի մը երկու ուղղահայեաց քաշուած կըլլար, որ է անկարելի ։

127.

Հ․ Ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութեամբ քաշուած խոտոր գծերը ինչպէս կըհամեմատին իրարու․

Պ․ Հաւասար են․ վ̊ թէ որ այս խոտոր գծերը ԱԳ, ԱԴ, ԱԵ և այլն (Ձև 143)

Մ՛ն մակարդակին վրայ քաշուած ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութիւնը ունին, ըս̃ թէ որ ՓԳ, ՓԴ, ՓԵ և այլն, գծերը որ խոտոր գծերուն ոտքերը ուղղահայեացին ոտքին հետ կըմիացընեն՝ հաւասար են իրարու, խոտորներն ալ հաւասար են. վասն զի աս եռանկիւնները ԱՓԳ, ԱՓԴ, ԱՓԵ, և այլն, որոնց կողմերնին ՓԳ, ՓԴ, ՓԵ և այլն, հաւասար են իրարու, ու ԱՓ կողմը ամէնուն ալ հաւասար է, ու Փ կէտին վրայ հաւասար ուղիղ անկիւններ են. ուրեմն ԱԳ=ԱԴ=ԱԵ և այլն: Նմանապէս, թէ որ աս երկու խոտոր գծերը ԱԳ ու ԱԴ հաւասար են իրարու, ԱՓԳ և ԱՓԴ եռանկիւններն ալ հաւասար պիտի ըլլան, որովհետև հակուղիղնին ու կողմերնին հաւասար են:

Հ. Երկու խոտոր գծերուն մեծը ո՞րն է.

Պ. Ա՛ն որ մէկալէն աւելի հեռու է ուղղահայեացին ոտքէն. ըս̃ թէ որ ԱՍ գիծը աւելի հեռու գնես ԱՓ ուղղահայեացին ոտքէն քան ԱԴ գիծը (Ձև. 143), ըս̃ թէ որ ՓՍ գիծը ՓԴ գծէն մեծ է, այսպէս կըլլայ ԱՍ>ԱԴ: Վասն զի թէ որ առնուս ԱԿ=ԱԴ, ու քաշես ԱԿ խոտոր գիծը, կըլլայ ԱՍ>ԱԿ (24). իսկ արդ ԱԿ=ԱԴ, որովհետև հեռաւորութիւննին նոյն է, ուրեմն ԱՍ գիծը ԱԴ գծէն մեծ է:

Հ. Աս փորձէս ինչ հետեւանք կելլէ.

Պ. Ասով կիմացուի թէ մակարդակէն դուրս եղած կէտէն մակարդակին վրայ ուղղահայեաց ինչպէս գծելու է։ Մակարդակին վրայ իրեք կէտ կըգտնեմ՝ ուղղահայեաց քաշելու կէտէն հաւասար հեռաւորութեամբ. աս իրեք կէտերուն վրայ բոլորակ մը կըքաշեմ, ու աս բոլորակիս կեդրոնը կըլլայ ուզած ուղղահայեացիս ոտքը. որովհետեւ ուղղահայեացին ոտքը հաւասար երկայնութեամբ քաշուած խոտոր գծերուն ոտքերէն նոյն հեռաւորութիւնը ունի։

128.

Հ. Թէ որ մակարդակի մը վրայ դըրսի կէտէ մը իջեցընես ուղղահայեաց մը ու խոտոր գիծ մը, ու աս երկու գծերուն ոտքերը գծով մը միացընես իրարու, խոտոր գիծը ան քաշուած ուղիղ գծին հետ ինչ դիրք կունենայ.

Պ. Խոտոր գիծը ուղղահայեաց կըլլայ ուղիղ գծին. փ° ԱԲ ու ԱՍ գծերը (ձև 144) ՄՆ մակարդակին վրայ՝ մէկը ուղղահայեաց ու մէկալը խոտոր ըլլալով, երբոր ոտքերնին ԲՍ գծով իրարու միացընեմ ու Ս կէտին վրայ քաշեմ ՕԿ ուղիղ գիծը, ԱՍ գիծը ուղղահայեաց կըլլայ ՕԿ գծին։ փորձով ցուցընելու համար, կառնեմ ՍՎ գիծը ՍԿ գծին հաւասար, ու կը քաշեմ ԲՎ, ԲՀ, ու ԱՎ, ԱՀ գծերը ։ ԲՎ ու ԲՀ գծերը հաւասար են, վասն զի ԲՍ ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութիւնը ունին. ուրեմն ԱՎ = ԱՀ, որովհետեւ ԱԲ ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութիւնը ունին (127). ուրեմն ԱՍ գիծն ալ ուղղահայեաց է ՎՀ գծին ։

129.

Հ. Երբոր ուղիղ գիծ մը զուգահեռական է մակարդակի մը մէջ եղած ուղիղ գծի մը՝ մակարդակին հետ ինչ դիրք կունենայ.

Պ. Անոր ալ զուգահեռական կըլլայ. վասն զի ինչ շակութեամբ որ հեռու է ուղիղ գծէն, նոյն ուղղութիւնն ունի նաեւ մակարդակին հետ. թ՛ ԱԲ գիծը (ՁԵ 145) ՓՔ մակարդակէն դուրս զուգահեռական ըլլալով ԳԴ գծին որ մակարդակին մէջ է, չկրնար մակարդակին հետ միանալ՝ առանց միանալու ԳԴ գծին հետ. վասն զի ԳԴ գիծը ԱԲ ու ԳԴ զուգահեռականներէն ձեւացած մակարդակին հատման գիծն է. ուրեմն ԱԲ գիծը զուգահեռական է ՓՔ մակարդակին ։

130.

Հ. Իրարմէ տարբեր մակարդակներու մէջ եղած անկիւնները երբ հաւասար կըլլան իրարու.

Գ. Երբոր իրենց կողմունքը զուգահեռական են ու նոյն դիրքով քաշուած։ Ինչպէս ենթադրենք թէ ԲԱԳ անկեան ԱԲ ու ԱԳ կողմերը զուգահեռական ըլլան ԼԵԹ անկեան ԵԼ ու ԵԹ կողմերուն, ու նոյն դիրքով քաշուած (Ձև 146)։ Կրնայ փորձով ցուցընել իրենց շինած անկեանցը հաւասարութիւնը. Ա ու Ե գագաթները կըմիացընեմ իրարու ուղիղ գծով մը, ու աս գծիս մէջտեղէն Կ կէտէն կըքաշեմ մակարդակներու մէջ ԱԲ ու ԵԼ զուգահեռականներուն հատանող մը, որ ԱԲ գիծը ու իր ԵԼ զուգահեռականին շարունակութիւնը կըկտրէ Մ ու Փ կէտերուն վրայ. նոյնպէս ԱԳ ու ԵԹ զուգահեռականներուն մէջ կըքաշեմ երկրորդ հատանող մը, որ ԱԳ գիծը ու ԵԹ զուգահեռականին շարունակութիւնը՝ Ն ու Օ կէտերուն վրայ կըկտրէ. ետքը կըքաշեմ ՄՆ ու ՕՓ գծերը։ Հաւասար են աս եռանկիւնները ԱԿՄ = ԿՓԵ. վասն զի կողմերն ալ ԱԿ = ԿԵ, և անկիւնները ԱԿՄ = ՓԿԵ իրրև հակադիր. նոյնպէս ՄԱԿ = ՓԵԿ, իբրև փոխադարձ. ուրեմն ԱՄ = ՓԵ, ԿՄ = ԿՓ։ Նոյն փորձով կիմացուի որ ԱՆ = ՕՆ, և ԿՆ = ԿՕ։ Դարձեալ, ՄԿՆ անկիւնը հաւասար ըլլալով ՕԿՓ անկեան՝ իբրև հակադիր, աս եռանկիւնները ՄԿՆ ու ԿՕՓ մէյմէկ հաւասար անկիւն ունին՝ հաւասար կողմերու մէջ. ուստի կըլլայ ՄՆ = ՕՓ։ Ուրեմն ԱՄՆ ու ՕՓԵ եռանկեանց իրեք կողմունքն ալ իրարու նոյնագիր կողմանցը հաւասար են, անկիւններն ալ ՕՆՓ = ՄԱՆ. ուստի ԼՆԹ = ՕՆՓ, իբրև իրարու հակադիր՝ հաւասար են նաև ԲԱԳ անկեան։

131.

Հ. Մակարդակի վրայ քաշուած ուղղահայեաց գծին զուգահեռական գծերը մակարդակին հետ ինչ դիրք կունենան.

Պ. Մակարդակին ուղղահայեաց կըլլան։ Ապացոյց. ԱԲ գիծը ուղղահայեաց ըլլալով ՓՔ մակարդակին (Ձև 147), ԱԲ գծին զուգահեռական ԳԴ գիծն ալ ուղղահայեաց է նոյն մակարդակին։ Ուղիղ գծերուն ոտքերէն կըքաշեմ՝ ԱՕ ու ԳԿ գծերը մակարդակին վրայ՝ իրարու զուգահեռական, ԲԱՕ ու ԴԳԿ անկիւնները ուղիղ անկիւններ են ու իրարու հաւասար, որովհետև կողմերնին ուղղահայեաց ըլլալով կըկարեն իրար, ու իրարու նոյնագիր կողմանցը զուգահեռական են (130)։ Ուրեմն Գ.Գ· գիծը Գ.Կ գծին ուղղահայեաց ըլլալով, մակարդակին ալ ուղղահայեաց է ։

132.

Հ. Մակարդակին վրայ երկու ուղղահայեաց իրարու ի՞նչ դիրք կունենան ·

Պ. Իրարու զուգահեռական են · վասն զի թէ որ անանկ չըլլար, մէկ ուղղահայեացին ոտքէն մէկալին զուգահեռական կըրնայինք քաշել · որով ան ուղիղ գիծն ալ ուղղահայեաց կըլլար մակարդակին (131)· ուստի մէկ կէտէն երկու ուղղահայեաց կըքաշուէր, որ է անկարելի ։

133·

Երկանիստ անկիւններ, և իրարու ուղղահայեաց մակարդակներ ։

Հ. Ո՞րն է երկանիստ անկիւնը ·

Պ. Երկու իրար կտրող մակարդակներուն մէջ ձևացած անկիւնը կըսուի երկանիստ անկիւն ։

Հ. Իրար կտրող մակարդակներուն անկեան չափը ինչպէս կառնուի ·

Պ. Ընկեան գծին վրայ մէկ կէտէն ուղիղ գծեր քաշելով դէպ 'ի երկու կողմը, որո՞նց բացուածքին աստիճանն է մակարդակներէն ձևացած անկեան չափը։ Փորձ ·

ՓՔ ու ՄՆ մակարդակներուն իրար կտրելու չափը խմանալու համար (ձև. 148), իրենց հատման գծին վրայ կէտ մը կառնեմ, զ Ր կէտը, և անկէ հատման գծին երկու ուղղահայեաց կըքաշեմ ՐԹ ու ՐՍ, մէկը ՄՆ մակարդակին՝ մէկալը ՓՔ մակարդակին վրայ։ Այս երկու գծերուն մէջ ձևացած ԹՐՍ անկիւնը իրենց իրար կտրելուն չափն է. և թէ որ մակարդակները իրար ուղիղ գծով կտրեն՝ մէկմէկու ուղղահայեաց կըլլան։ Ր կէտը ընտրելու տեղս թէ որ Օ կէտը առնէի, նոյնպէս վախճանիս կըհասնէի. վասն զի անկէ քաշուած ուղղահայեացները կըձևացընէին ԿՕԻ անկիւնը՝ հաւասար ԹՐՍ անկեան (130)։

154.

Հ. Երբոր մակարդակի ուղղահայեաց գծի մը վրայէն ուրիշ մակարդակ մը անցնի, ինչ դիրք կունենայ առջի մակարդակին հետ.

Պ. Նոյնպէս ուղղահայեաց կըլլայ առջի մակարդակին։ Ուստի ուղիղ գիծը ՕԱ (ձև. 149) ՓՔ մակարդակին վրայ ուղղահայեաց ըլլալով, ատ գծիս վրայէն անցնող ՄՆ մակարդակն ալ ուղղահայեաց է առջի մակարդակին։ Վասն զի թէ որ ուղղահայեացին Օ ոտքէն քաշենք ՕՀ գիծը, ուղղահայեաց մակարդակներու ՄԿ հատման գծին, ՍՕՀ անկիւնը մակարդակներուն իրար կարեւուն չափն է (133)։ Եւ որովհետեւ սա անկիւնս ուղիղ է (վասն զի ՍՕ գիծը ուղղահայեաց է ՓՔ մակարդակին), ուրեմն երկու մակարդակները ուղղահայեաց են իրարու։ Դարձեալ, թէ որ երկու մակարդակ իրարու ուղղահայեաց ըլլան, ու երկու մակարդակներուն հատման գծին մէկուն վրայ քաշուած ուղղահայեացը՝ երկրորդին ալ ուղղահայեաց է (125)։

155.

Հ. Երբոր երկու մակարդակներ իրարու ուղղահայեաց ըլլան, ու իրենց հատման կէտին վրայ մէկուն ուղղահայեաց մը քաշուի, ան ուղիղ գիծը երկրորդ մակարդակին հետ ինչ դիրք կունենայ.

Պ. Երբոր երկու մակարդակներ իրարու ուղղահայեաց ըլլան, մէկուն հատմանը վրայ քաշուած ուղղահայեացը երկուքին ալ ուղղահայեաց է. ինչպէս ՄՆ մակարդակը ուղղահայեաց ըլլալով ՓՔ մակարդակին, ու ՓՔ մակարդակին վրայ բարձրացուցած ՕՍ ուղղահայեացը (ձեւ 150) բոլորովին ՄՆ մակարդակին վրան է։ Վասն զի թէ որ այսպէս չըլլար, կրնայինք ՄՆ մակարդակին մէջ ՕՀ գիծը քա-չէ՝ ուղղահայեաց հատման O կէտին , որ ՓՔ մակարդակին վրայ երկրորդ ուղղահայեաց մը կըլլար (134) ։ Իսկ արդ մէկ կէտէն երկու ուղղահայեաց քաշել չըլլար · ուրեմն և այլն ։

156 ·

Հ · Երբոր երկու մակարդակ ուղղահայեաց են ուրիշ մակարդակի մը , առջի երկուքին հատման գիծը երրորդին հետ ինչ դիրք կունենայ ·

Պ · Ուղղահայեաց կըլլայ անոր · վ° թէ որ ՄՆ ու ՐՍ մակարդակները ուղղահայեաց են ՓՔ մակարդակին (ձև 151) , ՕՀ հատման գիծը ՓՔ մակարդակին ուղղահայեաց է ։ Վասն զի թէ որ Հ կէտէն ուղղահայեաց մը ուզէիր քաշել աս մակարդակին վրայ , ՐՍ ու ՄՆ մակարդակներուն մէջ պիտի բարձրանար (135) ։ Ուրեմն աս գիծը կըմիանար ՕՀ գծին վրայ որ երկու մակարդակներու հատման գիծն է ։ Նաև կըհետևի թէ երբոր երկու մակարդակ ուղիղ գծի մը ուղղահայեաց ըլլան՝ իրարու ալ զուգահեռական են · վասն զի թէ որ երկուքը հասարակ կէտ մը ունենային , աս կէտս միանալով ան երկու կէտերուն հետ՝ ուր որ մակարդակները ուղղահայեացով կըմիանան , մէկ եռանկիւն մը ու երկու ուղիղ անկիւններ պիտի ձևացընէին ։

137.

Զուգահեռական մակարդակներ ։

Հ. Երկու զուգահեռական մակարդակներ ինչպէս կըկտրուին երրորդ մակարդակէ մը ․

Պ. Զուգահեռական գծերով ․ զի՞ այս ուղիղ գծերը ԱԳ ու ԲԴ (ձև 152) որոնց վրայ ՐՍ ու ՓՔ զուգահեռական մակարդակները կըկտրուին երրորդ մակարդակէ մը, չեն կրնար իրար կտրել՝ առանց երկու զուգահեռական մակարդակներու իրար կտրելուն ։ Ուրեմն այս երկու գծերը նոյն մակարդակի մէջ իրարու զուգահեռական են ։

138.

Հ. Երբոր երկու անկիւններուն նոյնագիր կողմունքը իրարու զուգահեռական են, անկեանց մակարդակները ի՞նչ դիրք կունենան ․

Պ. Զուգահեռական կըլլան ․ զի՞ թէ որ ԲԱԳ անկեան ԱԲ ու ԱԳ կողմերը զուգահեռական են ԼԵԹ անկեան ԵԼ ու ԵԹ կողմերուն (ձև 146), իրենցմէ ձևացած մակարդակներն ալ իրարու զուգահեռական կըլլան ․ ինչպէս, Ա կէտէն ԼԵԹ ան-

կեան մակարդակին զուգահեռական մա-
կարդակ մը քաշենք, ու ենթադրենք թէ
ԱԲ ու ԱԴ գծերէն մէկը (վ՛ ԱԴ) աս
մակարդակէն դուրս եղած ըլլայ։ Թէ որ
ԵԹ ու ԱԴ գծերուն վրայէն մակարդակ
մը անցընենք, աս մակարդակը՝ Ա կէտէն
քաշուած ԼԵԹ անկեան մակարդակին զու-
գահեռական կըկտրէ ԵԹ գծին շակու-
թեամբը, և ԱԴ գծէն տարբեր գծով մը։
Ուրեմն նոյն Ա կէտէն չկրնար քաշուիլ
ԵԹ գծին երկու զուգահեռական. ուրեմն
և այլն։

159.

Ջ. Զուգահեռական մակարդակներու
մէջ քաշուած զուգահեռականները իրա-
րու հետ ինչ համեմատութիւն ունին.

Պ. Հաւասար են իրարու. վ՛ ՐՍ ու
ՓՔ մակարդակներու մէջ եղած (ձև 152)
ԱԲ ու ԳԴ զուգահեռական գծերը հա-
ւասար են իրարու. վասն զի թէ որ մա-
կարդակ մը անցընենք աս գծերուն վրայէն,
ՐՍ ու ՓՔ մակարդակները կըկտրէ ԱԴ
ու ԱԲ զուգահեռականներուն վրայ. ու-
րեմն ԱԲԳԴ ձևը զուգահեռագիծ մը ըլ-
լալով ԱԲ ու ԳԴ հաւասար են իրարու։

140.

Հ. Երբոր երկու մակարդակ իրարու զուգահեռական են, մէկուն մէջ քաշուած ուղղահայեացը մէկալին հետ ինչ համեմատութիւն կունենայ.

Պ. Մէկալին ալ ուղղահայեաց կըլլայ. վասն զի զուգահեռական մակարդակները ամէն կէտերով իրարու հետ նոյն շակութիւնը ունենալով մէկուն վրայ բարձրացած ուղղահայեացը դիմացինին ալ հարկաւ ուղղահայեաց կըլլայ. զի ՄՆ ու ՓՔ մակարդակները զուգահեռական ըլլալով իրարու (ձև. 153), ԱԲ գիծը որ Ա կէտէն ՄՆ մակարդակին վրայ ուղղահայեաց է՝ նոյնպէս ՓՔ մակարդակին ալ ուղղահայեաց է։ Վասն զի թէ որ ուղղահայեացին Բ կէտէն՝ ուր որ կըկտրէ ՓՔ մակարդակը՝ քաշեմ ԲՎ գիծը, ու թէ որ ԱԲ ու ԲՎ գծերուն վրայէն մակարդակ մը անցընեմ, ՄՆ մակարդակը ԱԻ գծին վրայ կըկտրէ, ու երկու գծերը ԲՎ ու ԱԻ իրարու զուգահեռական կըլլան (137)։ Դարձեալ, ԲԱԻ անկիւնը ուղիղ է, որովհետև ԲԱ գիծը ուղղահայեաց է ՄՆ մակարդակին. իսկ արդ ԱԲՎ անկիւնն ալ ուղիղ անկիւն մըն է, ու ԱԲ գիծը ուղղահայեաց է ԲՎ գծին որ իր *տալէն կանգնի ՓԲ մակարդակին վրայ․ ուրեմն աս մակարդակիս ուղղահայեաց է։*

141.

Եռանկիւն և բազմանկիւն անկիւններ։

Հ․ Ի՞նչ է եռանկիւն անկիւնը․

Պ․ Երբոր իրեք մակարդակներ մէկ կէտի վրայ մէկզմէկ կըկտրեն՝ ԱՓ, ԱԲ, ԱՐ գծերուն վրայէն անցնելով (ձև 156), ան Ա կէտը կըսուի եռանկիւն անկիւն, ու աս անկեան կազմ եղած մակարդակները (զ͞ ԱՓ, ԱԲ, ԱՐ) կըսուին հատուածք եռանկիւն անկեան։ Իսկ ՓԱՐ, ՐԱԲ, ԲԱՓ անկիւնները որ հատուածներով կըձևանան՝ մակարդակ անկիւն կըսուին։ Աս անկիւններուն չափը, ինչպէս որ վերն ըսինք, մակարդակներուն իրարու հակելուն չափն է․ յ͞ո երկու մակարդակներու մէջ ուղղահայեաց գծերով ձևացած անկեան չափը։

Հ․ Բազմանկիւն անկիւնը ո՞րն է․

Պ․ Բազմանկիւն անկիւն կըսուի շատ մակարդակներէ ձևացած անկիւնը․ որ մէկ եռանկիւն անկեան պէս նոյն կէտէ անցնելով մէջերնին միջոց մը կըփակեն։ Մակարդակներուն իրար կտրած եզերքները հատուած կըսուին․ աս հատուածներուն մէջ եղած անկիւններն ալ՝ անկիւն մակարդակի։

142.

Հ. Երկու եռանկիւն անկիւններ երբ հաւասար կըլլան իրարու.

Պ. Երբոր իրենց անկիւնները հաւասար են իրարու. վասն զի ան ատեն նոյնագիր անկեանցը երեսներուն հակման չափն ալ հաւասար կըլլայ. զի ենթադրենք թէ Ա եռանկիւն անկեան ԲԱԳ, ԳԱԴ, ԲԱԴ անկիւնները հաւասար են – եռանկիւն անկեան բ–գ, գ–դ, բ–դ նոյնագիր անկեանցը (Ձև. 157). ուրեմն մակարդակներուն իրարու հակերուն չափն ալ հաւասար է: փորձի համար, ԱԳ հատուածին վրայ Ս կէտէն կըքաշեմ երկու ուղղահայեաց՝ ՍԻ ու ՍԿ, ու Ս կէտէն վար նոյն ԱԳ կողմանը վրայ Փ կէտէն կըքաշեմ գիծ մը որ Մ ու Ք կէտերուն վրայ կըկտրէ ՍԻ ու ԱՐ գծերը. նոյնպէս գիծ մ'ալ որ Ն և Ր կէտերուն վրայ կըկտրէ ՍԿ ու ԱԳ գծերը. կըմիացընեմ Ք կէտը Ր կէտին հետ, ու Մ կէտը՝ Ն կէտին հետ: Ետքը կըդառնամ – եռանկիւն անկեան վրան ալ նոյն գործողութիւնները կընեմ, ամէն մէկ գծերն ու կէտերը հաւասար Ա եռանկիւն ձևին գծերուն ու կէտերուն և այլն: Հիմա ՔԱՓ եռանկիւնը հաւասար է ա–ք եռանկեան. վասն զի ենթադրեցինք թէ հաւասար են ԲԱՓ=ժ–ի անկիւնները· ու ինչպէս որ չափեցինք՝ հաւասար են ԱՓ=–ի, և ԱԲ=–ժ· ուրեմն ՓԲ=իժ, ՓՐ=իր, ԲՐ=ժր։ Ուրեմն ՓԲՐ ու իժր եռանկիւնները հաւասար են իրարու, որովհետև նոյնագիր կողմունքնին հաւասար են. նոյնպէս ալ ԲՓՐ=ժիր։ Մնացած եռանկիւններն ալ հաւասար են իրարու՝ նոյնագիր կողմունքնին հաւասար ըլլալուն համար։ Դարձեալ, նոյն փորձով կիմանցուի որ ՄՍ ու ՆՍ հաւասար են մ ու ն կողմերուն. ուրեմն նաև աս եռանկիւնները ՄՆՍ և մն հաւասար են, ու ԲԱԳ և ԳԱԴ կողմերուն իրարու հակումը, որ է ՄՍՆ անկիւնը, հաւասար է բ–գ ու գ–դ կողմերուն իրարու հակման մն անկեանը։

143.

Հ. Համաչափ բազմանիստները որո՞նք են.

Պ. Համաչափ բազմանիստ անկիւններ կըսուին անոնք՝ որոնց մակարդակի անկիւնները ու երեսներուն մէկմէկու հակումը հաւասար ըլլան՝ առանց իրար ծածկելու, որովհետև մակարդակներու հաւասար անկեանց դիրքը հակադարձ է։ Օրինակ. աս իրեք գծերը ԱԲ, ԱԳ, ԱԴ (ձև 158) Ա գագաթ ունեցող եռանիստ անկեան հատուածներն ըլլալով, թէ որ ասոնց մէկուն վրայէն (փ ԱԲ կողմանը Փ կէտէն) քաշեմ ՓՕ գիծը ուղղահայեաց ԱԳ ու ԱԴ հատուածներուն ԳԱԴ մակարդակին, ու երկնցընեմ ՓՕ գիծը մինչուան ՕԿ = ՓՕ, ու Կ կէտէն քաշեմ ԿԱՍ գիծը, դիւրին է ցուցընել թէ ԱԳ գծին հետ անկիւն մը կը շինէ՝ հաւասար ԲԱԳ անկեան, ԱԴ գծին հետ ալ անկիւն մը՝ հաւասար ԲԱԴ անկեան։ փորձով կրցուցընեմ այսպէս. կըքաշեմ ԱՕ գիծը, ետքը Օ կէտը Ի կէտին հետ կըմիացընեմ ԱԴ հատուածին վրայ, ու Ի կէտը Փ ու Կ կէտերուն հետ։ Աս գծերը ԱՓ ու ԱԿ հաւասար են իրարու, որովհետեւ ՓԿ գծին վրայ քաշուած ԱՕ ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութեամբ քաշուած են։ Նոյն պատճառաւ ՓԻ ու ԿԻ գծերն ալ հաւասար են իրարու, ու ՓԱԻ և ԿԱԻ եռանկիւնները հաւասար են, որովհետեւ երկուքին ալ մէյմէկ կողմերնին նոյն է, ու միացած կողմերը մէկմէկու նոյնադիր կողմանցը հաւասար են։ Ուրեմն աս անկիւնները ԳԱՍ ու ԲԱԴ հաւասար են. նոյնպէս ԳԱՍ = ԲԱԴ։

Հիմա, թէ որ ԱԲ, ԱԳ, ԱԴ հատուածներէն Ա կէտին վրայ ձեւացած եռանկիւնը ուզենք փորձել, իր իրեք մակարդակի անկիւնները ԳԱԴ, ԳԱԲ, ԴԱԲ հաւասար են՝ նոյնպէս Ա կէտին վրայ իրեք ԱՍ, ԱԳ, ԱԴ հատուածներէն ձեւացած եռանիստ անկեան ԳԱԴ, ԳԱՍ, ԴԱՍ մակարդակ անկիւններուն ։ Միայն թէ աս երկու եռանիստները հաւասար չեն, ու իրար չեն ծածկեր. վասն զի հակադարձ դիրք ունենալուն համար՝ յայտնի է որ՝ եթէ եռանիստ անկիւնը՝ որուն կողմունքն են ԱՍ, ԱԳ, ԱԴ բերէիր՝ այնպէս որ ԳԱՍ ու ԴԱՍ մակարդակներու երկանիստ անկիւնը միանայ ԳԱԲ ու ԲԱԴ մակարդակներու երկանիստ անկեանը (որուն հետ հաւասար է), ԳԱՍ անկեան մակարդակը ԴԱԲ անկեան մակարդակին վրայ կիյնայ՝ որ իրարու հաւասար չեն. նոյնպէս ԳԱԲ ու ԴԱՍ իրարու վրայ կուգան՝ որ հաւասար չեն ։ Ուստի անկարելի է որ երկու եռանիստներ իրարու միանան, բայց եթէ երկու անկեան մակարդակները հաւասար ըլլան. այսպէս

ԳԱԲ = ԴԱԲ, ԳԱՍ = ԴԱՍ ։

Դարձեալ, աս երկու բազմանիստները ԱԲԳԴԵԶ ու աբգդեզ (ձեւ 159) համաչափ կըսուին՝ թէ որ մակարդակի հետեւորդ անկիւնները ԲԱԳ, ԳԱԴ, ԴԱԵ և այլն հաւասար ըլլան բ-գ, գ-դ, դ-ե և այլն անկեանց, ու մակարդակներուն իրարու հակուիլը երկու կողմէն ալ հաւասար ըլլայ ։

Համաչափ ձեւերու օրինակները միշտ աչքերնուս առջեւ կրտեսնենք. զի մարդուս ձեռքերը նոյն կազմուածքը ունին, բայց իրարու հակադարձ է դիրքերնին. Նոյնպէս հայլիի մէջ զարկած պատկերը իր ցցուցած մարմնոյն համաչափ է, բայց հակադարձ։

—••• •••—

144.

ԲԱԶՄԱՆԻՍՏ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

Ընդհանուր գիտելիք ։

Հ. Բազմանիստ զանգուածը ո՞րն է .

Պ. Ինչպէս որ վերն ըսինք բազմանիստ անկեան համար, նոյնպէս բազմանիստ կըսուին այն մարմինները կամ զանգուածները որ զանազան մակարդակներէ կը ձեւանան ։ Այսպիսի բազմանիստներու մէջ Ա, Բ, Ի, Հ եւ այն կէտերը՝ որոնց վրայ մակարդակները կը միանան՝ գագաթ կըսուին (Ձեւ 160) . իսկ ԱԲ, ԲԳ, ԳՀ եւ այն մակարդակներու հատման գծերը՝ երկերկու հատ համրելով հատուած կըսուին ։ Եւ այն գիծն որ բազմանիստ ձեւին մէկ գագաթէն մէկալը կը ձգուի՝ տրամանկիւն կըսուի ։

145.

Հատուածակողմ ։

Հ. Ի՞նչ է հատուածակողմը .

Պ. Հատուածակողմն կըսուի այն բազ-

մանխալ՝ որուն կողմերը զուգահեռական մակարդակներէ կըձեւանան, ու խարիսխները երկու հաւասար բազմանկիւններ են՝ իրարու զուգահեռական։

Հատուածակողմին ձեւը դիւրաւ հասկընալու համար, նախ քանի կողմով որ կուզեմ՝ նոյնչափ անկեամբ երկու զուգահեռական բազմանկիւններ կըքաշեմ, զ ԱԲԳԴԵԹ ու ՄՆՕՓՔՐ (ձեւ 161). ետքը անոնց նոյնագիր անկիւններէն իրարու գծեր կըձգեմ, ինչպէս ԱՄ, ԲՆ եւ այլն, եւ կըձեւանայ ուզած հատուածակողմս։

146.

Հ. Հատուածակողմին մակերեւութին հատուածները ինչ համեմատութիւն ունին իրարու.

Պ. Երկու զուգահեռական խարիսխներու մէջ քաշուած հատուածակողմին կողմնական երեսներուն վրայէն անցած հատուածները իրարու զուգահեռական են ու հաւասար. ինչպէս ԱԲԳԴԵ, ու աբգդե (ձեւ 162)։ Վասն զի առջինին ԱԲ կողմը երկրորդին նոյնագիր աբ կողմանը զուգահեռական է. որովհետեւ երկու զուգահեռական մակարդակներու հատուածները մէյմէկ զուգահեռական գծեր են (137)։ Ու երկու կողմունքը հաւասար

ԷՆ՝ ՓՄ ու Թ․Բ․, զուգահեռական հատուածներու մէջ զուգահեռականներ ըլլալով ։ Իսկ արդ ԱԲԳԴԵ ու աբգդե հատուածներուն նոյնագիր կողմերը իրարու հաւասար են, նոյնպէս ալ նոյնագիր անկիւնները․ ուրեմն բոլորովին հաւասար են իրարու ։

147.

Ուղիղ հատուածակողմ․ — Ուղիղ գլան ։

Հ․ Ուղիղ հատուածակողմը ո՞ր է ․

Պ․ Ուղիղ հատուածակողմը այն ձեւն է՝ որուն կողմնական հատուածները ԱՄ, ԲՆ, ԳՕ և այլն՝ խարիսխներուն ուղղահայեաց են, ու երեսները միջմէկ ուղղանկիւն (ձև 163) ։

Հ․ Ո՞ր է ուղիղ գլանը ․

Պ․ Ուղիղ գլան կըսուի՝ ուղղանկեան մակարդակին իր վրայ դառնալովը ձեւացած զանգուածը․ զ° ԱԲԳԴ ուղղանկեան ԱԲ կողմին վրայ դառնալով ձեւացած զանգուածը (ձև 164) ։ Իսկ ԱԲ կողմին վրայ դարձող ԳԴ գիծը բոլորակածին կըսուի․ աս գծին վրայէն կէտէ մը, զ° Մ կէտէն, ՄՕ շառաւիղով բոլորակ մը քաշեմ նէ, աս բոլորակս խարիսխ կըսուի գլանին, ու ԱԲ ուղղահայեացը՝ առանցք կամ բարձրութիւն գլանի ։

Հ. Ուղիղ գլանը ինչո՞ւ ուղիղ հաստատուա-ծակողմ կըսեպուի, ու երեսը անհամար ուղղանկիւններէ ձեւացած.

Պ. Որովհետեւ բոլորակը անհամար կողմով կանոնաւոր բազմանկիւն սեպե-ցինք (107). ուստի կրնանք գլանը անհա-մար կողմով կանոնաւոր բազմանկեան վրայ քաշած ուղիղ հաստատուածակողմ՝ սեպել, ու կըտեսնենք որ գլանին կողմնական երե-սը ուղղանկիւն մըն է, որուն խարիսխը հաւասար է գլանի խարսխին:

148.

Զուգահեռոտն զանգուած:

Հ. Զուգահեռոտն ձեւը ո՞րն է.

Պ. Զուգահեռոտն կըսուի այն բազ-մանիստը որ վեց մակարդակներէ կըձեւա-նայ, որոնք երկերկու դիմացէ դիմաց զու-գահեռականներ են. ինչպէս ԱԲԳԴ ՄՆՕՓ զուգահեռոտն ձեւը (Ձեւ 165), որուն ԱԴՓՄ, ԱԴԳԲ, ԱԲՆՄ երեսները զուգահեռական են ՕԳԲՆ, ՕՓՄՆ, ՕԳԴՓ հակադիր ե-րեսներուն: Այս վեց երեսները մէյմէկ զու-գահեռագիծներ են, վասն զի կողմունքնին զուգահեռական են (137): Թէ որ զու-գահեռոտն զանգուածին մէջէն ԳՄ ու ԱՕ տրամանկիւնները քաշես (որոնք կըընաստրամանկիւններ սեպել զուգահեռագծի , որուն հակադիր կողմունքն են ԱՄ ու ԳՕ հատուածները), աս տրամանկիւնները զուգահեռոտն զանգուածին մէջ մէկզմէկ կըկտրեն հաւասար երկու մասբաժնելով (78) :

149.

Հ . Զուգահեռոտն զանգուածին մէջ հակադիր եռանիստ անկիւնները ի՞նչ համեմատութիւն ունին իրարու .

Պ . Համաչափ են իրարու . Որ վերը յիշուած ԱԲԳ , և այլն զուգահեռոտն զանգուածին Բ եռանիստ անկիւնը հակադիր կըսուի Փ անկեան (Ձև 165) . վասն զի առջի անկեան իրեք հատուածները ԲԱ , ԲԳ , ԲՆ , զուգահեռական են երկրորդ անկեան ՓՕ , ՓՄ , ՓԴ հատուածներուն : Ուրեմն աս երկու եռանիստ անկիւնները համաչափ են իրարու (143) : Վասն զի ԱԲԳ ու ԱԴԳ անկիւնները հաւասար են՝ իբրև զուգահեռականի հակադիր անկիւններ . ԱԴԳ ու ՄՓՕ անկիւններն ալ հաւասար են իրարու՝ որովհետև զուգահեռականներու մէջ քաշուած են . ուրեմն ԱԲԳ=ՄՓՕ : Դարձեալ, ԳԲՆ =ԴՓՄ ու ԱԲՆ=ԴՓՕ : Ուրեմն Բ եռանիստ անկեան իրեք մակարդակի անկիւն-

ները հաւասար են Փ երկանիստ անկեան մակարդակի անկիւններուն (141)։

150.

Հ. *Ուղիղ զուգահեռան ո՞րն է.*

Պ. *Զուգահեռան ուղիղ կըսուի երբ որ կողմնական հատուածները, ի՞* ԼՓ, ԿՍ, ՎՐ, ԹՔ (*ձև* 166) *ուղղահայեաց են* ԿԼԹՎ *ու* ՍՓՔՐ *խարիսխներուն. վասն զի ան ատենը ամէն մէկ կողմնական երեսները մէյմէկ ուղղանկիւններ կըլլան*։

Դարձեալ, թէ որ երկու խարիսխները ԿԼԹՎ *ու* ՍՓՔՐ *մէյմէկ ուղղանկիւններ են, զուգահեռան զանգուածը վեց ուղղանկիւնի երեսներով կըձևանայ ու զուգահեռան ուղղանկիւն կըսուի*։

Հ. *Խոտոր զուգահեռան ո՞րն է.*

Պ. *Խոտոր զուգահեռան կըսուի* ԱԲԳԴ, *և այն զանգուածը* (*ձև* 165), *որուն վեց երեսները մէյմէկ խոտորանկիւն զուգահեռագիծներ են*։

Հ. *Խորանարդ ձևը ո՞րն է.*

Պ. *Խորանարդ կըսուի ուղղանկիւն զուգահեռան զանգուածը, որուն վեց կողմերը հաւասար քառակուսի մակարդակներ են* (*ձև* 167)։

151.

Քառանիստ. — Բուրգ. — Ուղիղ կոնոն:

Հ. Ո՞րն է քառանիստ ձեւը.

Պ. Քառանիստ կըսուի չորս երես ունեցող բազմանիստ զանգուածը, որ կը ձեւանայ եռանիստ անկեան մը երեսները մակարդակով մը կտրելով. ինչպէս Ա եռանիստ անկեան երեսները (որուն հատուածներն են ԱԲ, ԱԳ, ԱԴ) ԲԳԴ մակարդակով կտրելով (ձև 168):

Քառանիստը բուրգ ալ կըսուի՝ եռանկիւնի խարսխի վրայ քաշուած:

Հ. Բուրգը ո՞րն է.

Պ. Թէ որ իրեք հատուածէ աւելի ունեցող բազմանիստը կտրուի կողմնական երեսներուն վրայ մակարդակով մը՝ կը ձեւանայ բուրգ ըսուած զանգուածը, ինչպէս ԱԲԳԴԵԹ (ձև 169). բազմանիստ անկեան Ա գագաթը՝ բուրգին գագաթն է, խարիսխն ալ ԲԳԴԵԹ բազմանկիւնը:

Հ. Ուղիղ կոնոնը ո՞րն է.

Պ. Ուղիղ կոնոնն է հաստատուն մարմին՝ որ ուղղանկիւն եռանկեան իր վրայ դառնալովը կը ձեւանայ. զ. ԱԲԳ եռանկիւնը ԱԲ կողմանը վրայ դառնալովը ձեւացեր է Ա կոնոնը (ձև 170):

Հակուղիղի վրայ կէտէ մը, զ. Մ կէտէն, ԱԲ գծին վրայ ուղղահայեացը առնելով, ինչպէս ՄԿ, աս շառաւիղով քաշուած բոլորակս կըլլայ կոնոնի մէջ բոլորակ։

Հ. Հատեալ կոնոնը որն է.

Պ. Հատեալ կոնոն կըսուի ան գանգուածը՝ որ կոնոնին խարսխին ու կողմնական երեսները կտրող մակարդակին մէջն է, յր կոնոն մըն է՝ գլուխը կտրած։ Հատեալ կոնոն կրնանք սեպել ԲԿՄԳ տրապիզին ԿԲ կողմանը իր վրայ դառնալով ձևացած գանգուածը (ձև 170)։

Հ. Կանոնաւոր բուրգ մը ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Կանոնաւոր բուրգը կըքաշուի՝ կանոնաւոր բազմանկեան մէջտեղէն ուղղահայեաց մը բարձրացընելով, ու աս ուղղահայեացին վրայէն մակարդակներ անցընելով. զ° թէ որ ՄՆՕՓՔՐ կանոնաւոր բազմանկեան՝ կեդրոնէն (ձև 171) բարձրացընես ԱՍ ուղղահայեացը, ու Ա կէտէն մակարդակներ անցընես ամէն մէկ կողմերուն վրայ, զ° ՄՆ, ՆՕ, ՕՓ և այլն, կըձևանայ կանոնաւոր բուրգ մը։

152.

Հ. Բուրգին երեսին վրայ քաշուած՝ խարսխին զուգահեռական մակարդակները ինչ ձև կառնուն.

Պ. Ըմնելին խորանին նման բազմանկիւններ կըձեւանան. զի ԱԲԳԴԵՍ բուրգը (ձև. 172) խորանին զուգահեռական մակարդակներով կտրուած ըլլալով, ԲԳԴԵ հատուածը խորանին բազմանկեանը նըման բազմանկիւն մըն է։ Վասն զի ԲԳ գիծը զուգահեռական է ԲԳ գծին, որովհետեւ զուգահեռական մակարդակներու հատուածներն ալ զուգահեռական են. նոյնպէս ԲԵ գիծը զուգահեռական է ԲՍ գծին. ուստի ԲԳ : ԲԳ : : ԲԱ : ԲԱ, և ԲԱ : ԲՍ : : ԲԱ : ԲԱ, ու աս համեմատութիւնէս կըհետեւի որ ԲԳ : ԲԳ : : ԲԱ : ԲՍ. նոյն փորձով յայտնի կըլլայ որ ԲԱ : ԲՍ : : ԵԱ : ԵՍ և այլն. ուրեմն ԲԳԴԵ բազմանկեան կողմերը համեմատ են խորանին կողմերուն։ Զարձեալ, աս երկու բազմանկեանց նոյնանգի անկիւնները հաւասար են իրարու, որովհետեւ զուգահեռական են. ուրեմն աս երկու բազմանկիւնները նման են իրարու։

Հ. Ըստ ճշմարտութենէն ինչ հետեւանք կրնանք հանել.

Պ. Ա. Թէ որ ԱԲԳԴԵՍ բուրգին խարըսխին վրայ իջեցընեմ ԱՀ ուղղահայեացը որ ԲԳԴԵ հատուածը հ կէտին վրայ կըկտրէ, համեմատութիւնը այսպէս կըլլայ ԱԲ : Աբ : : ԱՀ : Ահ. որովհետեւ ԲՀ ու բհ զուգահեռական են. խակ արդ նոյնպէս

ԱԲ : աբ :: ԲՍ : բս . ուրեմն ԱՀ : ահ :: ԲՍ : բս : Դարձեալ (116) աս համեմատութիւնս ալ կայ, որ ԲԳԴԵՍ : բգդես :: ԲՍ² : բս² . ուրեմն նոյնպէս ԲԳԴԵՍ : բգդես :: ԱՀ² : ահ² :

Բ. Երբոր երկրորդ բուրգի մը ՐԹԻ խարիսխը առջինին ԲԳԴԵՍ խարսխին վրայ կլինայ, ու ԱՎ բարձրութիւնը առջինին ԱՀ բարձրութեանը հաւասար է, բգդես հատուածին մակարդակը ԱԹԻՐ բուրգը կըկտրէ րթի հատուածին վրայ, որ նման է ՐԹԻ խարսխին, ու համեմատութիւնն է ԹԻՐ : թիր :: ԱՎ² : ավ² : Իսկ արդ նոյնպէս ԲԳԴԵՍ : բգդես :: ԱՀ² : ահ² . և դարձեալ ԱՎ=ԱՀ, ու ավ=ահ : Ուրեմն ԲԳԴԵՍ : բգդես :: ԹԻՐ : թիր . ուստի երբոր երկու բրգանց խարիսխները հաւասար են իրարու, իրենց հատուածներն ալ որ նոյն չափով քաշուած են՝ հաւասար են :

155.

Գունտին ընդհանուր յատկութիւնները :

Հ. Ինչ է գունտը .

Պ. Գունտն է այն զանգուածը որ կիսաբոլոր ձևին իր վրայ դառնալովը կըձևանայ . զ° ԱՄԳ կիսաբոլորակը ԱԳ տրամագծին վրայ դառնալովը, որուն ամէն մէկ կէտերը մէյմէկ բոլորակ կըշինեն (ձև 173). զ° Մ կէտը, որուն շառաւիղն է ՄՕ ուղղահայեացը, իր դառնալուն մէջ միշտ բոլորակածին գծին կ կեդրոնէն նոյն հեռաւորութիւնը կըպահէ ։ Ուստի գնտի մը երեսի բոլոր կէտերը հաւասար հեռու են մէջտեղի կէտէն որ կեդրոն կըսուի ։ Կեդրոնէն դէպ ’ի երեսը քաշուած գծերը շառաւիղ կըսուին ։ Այն գիծն որ երկու շառաւիղէ բաղադրած է , ու կեդրոնէն անցնելով բոլորակին երկու կողմանց երեսները կըկարէ՝ կըսուի տրամագիծ ։

154 ․

Հ․ Գնտին կեդրոնէն անցնող մակարդակներուն վրայ ինչ կայ գիտնալիք ․

Պ․ Մակարդակ մը որ կանցնի գնտի մը կեդրոնէն, աս մակարդակին կտրած հատուածը գնտին շառաւիղովը քաշուած բոլորակ մըն է ։ Ինչպէս ԱԲ գիծը (Ձև 174) գնտին տրամագիծն ըլլալով, ատոր վրայէն անցած մակարդակը կըկարէ զգունտը ԱԿԲՓ բոլորակով ։ Ուրիշ մակարդակ մ’ալ ԱԲ գծին ուղղահայեաց՝ գնտին կեդրոնէն անցնելով, կըկարէ ԱԿԲՓ բոլորակին մակարդակը ՓԿ տրամագծով, գունտն ալ ՓՕԿՀ բոլորակով ։ Երրորդ մակարդակ մ’ալ որ ԱԲ գծին վրայէն ԱԿԲՓ մակարդակին ուղղահայեաց ըլլալով ԿՕՓՀ մակարդակը կարէ ՕՀ տրամագծին վրայէն , գունտն ալ կըկարէ ԱՕԲՀ բոլորակով ։

Աս իրեք իրարու ուղղահայեաց մակար-դակները գունդին երեսը ութը հաւասար կտոր կըբաժնեն :

155.

Հ. Ան մակարդակներն որ կեդրոնէն դուրս կըկտրեն գունդը, ինչ տեսակ բո-լորակներ կըձեւացընեն.

Պ. Գունդի մը ան հատուածները որ կեդրոնէ չանցնող մակարդակներով կըձե-ւանան՝ պզտի բոլորակներ կըլլան, այն-պիսի բոլորակներ որ իրենց շառաւիղը գունդին շառաւիղէն պզտիկ է : Դնենք ԱՕՍԲ կոր գիծը (Ձեւ 175), որուն վրայէն մակարդակը կեդրոնէն հեռու կըկտրէ գուն-դին երեսը : Աս կոր գիծս բոլորակ մըն է. վասն զի թէ որ Կ կէտէն հատանող մա-կարդակին ուղղահայեացներ երկընցընես ԿԻ. ԿԱ. ԿԲ. ԿՕ և այլն՝ ԱՕՍԲ հատուա-ծին զանազան կէտերուն վրայ, աս ամէն ուղիղ գծերը հաւասար են՝ իբրև գունդի շառաւիղներ : Իսկ արդ հաւասար խոտոր գծերը նոյն հեռաւորութիւնը ունին ուղ-ղահայեացին ոտքէն (127). ուրեմն ԻԱ. ԻԲ. ԻՕ և այլն գծերը հաւասար են, ու ԱՕՍԲ հատուածը բոլորակ մըն է՝ որուն կեդրոնն է գունդին կեդրոնէն հատանող մակարդակին վրայ իջած ուղղահայեացին ոտքը : Աս բոլորակին ՕԻ շառաւիղը գընտին ՕԿ շառաւիղէն պզտիկ է. ու հատանող մակարդակը որչափ աւելի հեռու ըլլայ գունտին կեդրոնէն՝ նոյնչափ պզտիկ կըլլայ իր շառաւիղը ։

156.

Մեծ ու պզտիկ բոլորակներու բեւեռները ։

Հ. Գունտի մը վրայ երկու կէտերու իրարմէ հեռաւորութեան չափը ո՞րն է .

Պ. Գունտի մը վրայ երկու կէտերու իրարմէ հեռաւորութեան չափն է իրենց մէջ եղած մեծ կամ պզտիկ աղեղը . զ Բ ու Ա կէտերուն հեռաւորութիւնը իմանալու համար (Ձև 174), աս կէտերուս ու Գ կեդրոնին վրայէն մակարդակ մը կանցընեմ, ու կիմանամ որ աս մեծ բոլորակիս ԲԱ աղեղն է կէտերուն իրարմէ հեռաւորութեան չափը ։

Հ. Բոլորակի բեւեռը ո՞րն է .

Պ. Գունտին վրայ ան կէտն որ մեծ կամ պզտի բոլորակին ամէն կէտերէն հաւասար հեռու է , բեւեռ բոլորակի կըսուի ։

Ենթոր գունտին Ա կեդրոնէն քաշեմ ԲԳԴՕ մեծ բոլորակի մակարդակին վրայ ուղղահայեաց մը՝ որ գունտին երեսը Հ կէտին վրայ կարէ (Ձև 176), ՀԲ մեծ աղեղը՝ որուն մէկ ծայրն է բոլորակին Բ կէտին վրայ՝ բոլորակին քառորդն է . վասն զի ՀԱԲ անկիւնը, որուն չափն է սա աղեղս, ուղիղ անկիւն է. ուրեմն Հ կէտը ԲԳԿՕ բոլորակին բեւեռն է ։ Փորձով տեսանք վերը՝ թէ երբոր մակարդակ մը գունտին կեդրոնէն չանցնիր, ու կըկտրէ գունտը ԱՕՍԲ պզտի բոլորակով մը (ձև 175), իր կեդրոնն է ԿԻ ուղղահայեացին ոտքը ։ Ուստի թէ որ ԿԻ ուղղահայեացը երկընցընեմ՝ մինչեւ Վ կէտը, որ գունտին երեսը կարէ, սա Վ կէտս կըլլայ ԱՕՍԲ պզտի բոլորակին բեւեռը ։ Նման զի թէ որ քաշեմ ՎԱ, ՎԲ և այլն գծերը Վ կէտէն բոլորակի շրջանակին որ և իցէ կէտերուն, սա գծերս հաւասար են, որովհետև ՎԻ ուղղահայեացին ոտքէն նոյն հեռաւորութիւնն ունին, ու հաւասար լարերուն աղեղները հաւասար կըլլան. մեծ բոլորակին ՎԱ, ՎԲ, ՎՕ և այլն աղեղները որ պզտի բոլորակին կէտերուն Վ կէտէն ունեցած հեռաւորութեանը չափն են՝ հաւասար են իրարու. ուրեմն Վ կէտը պզտի բոլորակին բեւեռն է ։

157.

Հ. Ի՞նչպէս կիմանաս թէ գունտին երեսին վրայ կէտ մը մեծ բոլորակին բեւեռն է.

Պ. Թէ որ ան կէտը մեծ բոլորակի քառորդին հաւասար հեռաւորութիւն ունի ուրիշ երկու կէտերէ, մեծ բոլորակին բեւեռն է՝ որ երկու կէտերէն կանցնի. զ՟ աս իրեք կէտերս Հ, Բ, Գ (ձև 176) նոյն գնտին երեսին վրայ ըլլալով՝ ենթադրենք թէ ՀԲ ու ՀԳ աղեղները հաւասար ըլլան մեծ բոլորակին քառորդին. ուստի Հ կէտը ԲԳԿՕ մեծ բոլորակին բեւեռն է, վասն զի թէ որ ԱՀ, ԱԲ, ԱԳ շառաւիղները քաշեմ, ՀԱԲ ու ՀԱԳ անկիւնները ուղիղ են, որովհետեւ բոլորակի քառորդը իրենց չափն է։ Ուրեմն ԱՀ գիծը ուղղահայեաց շառաւիղ մըն է ԲԳԿՕ մեծ բոլորակին մակարդակին վրայ (125). ուրեմն Հ կէտը աս մեծ բոլորակին բեւեռն է (156)։

158.

Գնտական եռանկեան կողմունքն ու անկիւնները։

Հ. Գնտական եռանկիւնը ո՞րն է.

Պ. Եռանկիւն գնտական կըսուի այն զանգուածն որ կըձեւանայ գունտին երեսին վրայ մեծ բոլորակի իրեք աղեղներովը, որոնք մէկզմէկ Ա, Բ, Գ կէտերուն վրայ կըկտրեն (ձև 177). աս իրեք կէտերը գունտին մէջ եղած եռանկեան գագաթներն են։ Մեծ բոլորակին աս աղեղները ԱԲ, ԱԳ, ԲԳ, եռանկեան կողմունքն են։

Հ. Գնտական եռանկեան անկիւնները ինչպէս գտնելու է.

Պ. Աս անկիւնները գտնելու համար՝ պէտք է գիտել եռանիստ անկիւն մը՝ որուն հատուածներն են ՄԱ, ՄԲ, ՄԳ կողմունքը՝ գունտին կեդրոնէն դէպ 'ի եռանկեան գագաթները քաշուած ։ Աս եռանիստ ձևին մէջ՝ ԱՄԲ, ԱՄԳ, ԲՄԳ անկիւններուն չափերը ԱԲ, ԱԳ, ԲԳ աղեղներն են, որ գնտական եռանկեան կողմունքն են ։ Իսկ արդ ԱԳ ու ԱԲ աղեղանց մակարդակներուն իրարու վրայ հակումն է գնտական եռանկեանը Ա անկիւնը, նոյնպէս ալ մէկալներունը. ուրեմն թէ որ հիմա գունտին երեսին վրայ քաշեմ մեծ բոլորակը՝ որուն բևեռն է Ա կէտը, ու երկընցընեմ Ա անկեան ԱԲ ու ԱԳ կողմերը մինչուան որ մեծ բոլորակը Փ ու Ք կէտերուն վրայ կտրեն, Ա անկեան չափը կըլլայ ՓՔ աղեղը ։ Վասն զի Ա կէտը ՓՔ աղեղին բևեռն ըլլալով՝ ՓՄ ու ՔՄ շառաւիղները ուղղահայեաց կըլլան ԱՄ գծին, ու ՓՄՔ անկիւնը կամ ՓՔ աղեղը կըլլայ չափ ԱԲ ու ԱԳ աղեղանց մակարդակներուն իրարու հակմանը ։

159.

Հ. Գունտի մը շառաւիղներէն մէկուն ծայրը քաշուած ուղղահայեաց մակարդակը գունդին հետ ինչ դիրք կունենայ․

Պ. Գունդին շօշափող կըլլայ․ վասն զի ան մակարդակին որ գունդին վրայ մէկ կէտով մը միայն կըդպչի՝ անոր շօշափողն է։ Թէ որ ՄՆ մակարդակը (ձև 178) գունդին ՕԿ շառաւիղին ծայրը ուղղահայեաց է, գունդին կեդրոնէն դէպ 'ի ՄՆ մակարդակին Ա. կէտը քաշուած ԱՕ գիծը՝ խոտոր գիծ մըն է ՕԿ շառաւիղէն մեծ։ Ուրեմն ՄՆ մակարդակին ամէն կէտերը, բաց 'ի Կ կէտէն, գունդէն դուրս են․ ուստի աս մակարդակս շօշափող է գունդին։ Նոր ներհակ, թէ որ ՄՆ մակարդակը շօշափող է գունդին՝ Կ կէտին վրայ ուղղահայեաց է ՕԿ շառաւիղին։ Վասն զի թէ որ այսպէս չըլլար՝ պիտի կարենայինք ուղղահայեաց մը քաշել մակարդակին կեդրոնէն շօշափող, որ ՕԿ շառաւիղէն կարճ ըլլայ․ ան ատեն հատանող մակարդակը գունդին ներսի դին կէտ մը կունենար, ուստի շօշափող չէր ըլլար։

160.

Գլանաձև ու կոնաձև մակերևոյթներուն չափը։

Հ. Գլանի մը կողմնական մակերեւութին չափը որն է․

Պ. Գլանին կողմնական մակերեւութին

չափն է խարսխին շրջանակին հետ բազմապատկած բարձրութեանն արտադրեալը ։ Վերը տեսանք (147) որ բոլորակ խարիսխ ունեցող ուղիղ գլանին կողմնական երեսը՝ կրնայ ուղղանկիւնի մը վերածուիլ, որուն բարձրութիւնն է գլանին բարձրութիւնը, ու խարիսխն է գիծ մը հաւասար գլանին խարսխին շրջանակին ։ Իսկ արդ ուղղանկեան մակերեւութին չափն է՝ իր բարձրութեանը բազմապատկած խարսխին արտադրեալը . ուրեմն գլանի մը կողմնական մակերեւոյթներուն չափն է բարձրութեանը բազմապատկած խարսխին արտադրեալը ։

161.

Հ. Բոլորակ խարիսխ ունեցող կոնանին կողմնական մակերեւութին չափը ո՞րն է.

Պ. Բոլորակ խարիսխ ունեցող կոնանին կողմնական մակերեւութին չափն է՝ խարսխին կիսաբոլորակովը բազմապատկած մէկ կողմին արտադրեալը ։ Վերը տեսանք (151) որ բոլորակ խարիսխ ունեցող ուղիղ կոնանի մը կողմնական մակերեւոյթը (Ձև. 176) կրնայ բոլորակի հատուած դառնալ․ զի ՓԱՔ, որուն ԱՓ շառաւիղը հաւասար է կոնանին ԳԱ կողմին, ու ՓՔ աղեղը հաւասար է կոնանին բոլորակ խարսխին ։ Իսկ արդ բոլորակի ՓԱՔ հատուածին չափն է

ՓԲ աղեղը ու ԱՓ շառաւիղին կէսը (115)․ ուրեմն կոնոնին կողմնական մակերևութին չափն է՝ խարսխին կիսաբոլորակով բազմապատկած կողմանը արտադրեալը ։

162․

Հ․ Հատեալ կոնոնի մը կողմնական մակերևութին չափը որն է․

Պ․ Հատեալ կոնոնին կողմնական մակերևութին չափն է՝ զուգահեռական խարիսխներուն գումարին կիսուն հետ բազմապատկած կողմանը արտադրեալը ։ Հատեալ կոնոնին վարի ու վերի խարիսխներուն շառաւիղները դնենք ՕԳ․ ու ՍԿ (ձև 179)․ ԳԿ կողմը ու ՕՍ բարձրութիւնը կերկրնցընեմ՝ մինչուան որ մէկզմէկ կտրեն Ա կէտին վրայ․ Կ կէտէն ԿԱ գծին վրայ կըքաշեմ ԿԻ ուղղահայեացը՝ ԿՍ շառաւիղ ունեցող բոլորակին շրջանակին հաւասար, ու կերկրնցընեմ ԱԻ գիծը ։ Դանկով ԱԻԿ ուղղանկեանը (որուն ուղիղ անկիւնն է Կ) չափն է ԿԻ գծին կիսուն հետ բազմապատկած ԱԿ գծին արտադրեալը․ ուստի երբոր կոնոնին կողմն է ԿԱ, չափն է ԿԱ գծին ու խարսխին (որ ԿԻ գծին հետ հաւասար է) կիսուն հետ բազմապատկածին արտադրեալը․ ուրեմն կոնոնին ու ԱԿԻ եռանկեան մակերևութին չափն է նոյն ։ Նոյն-

պէս թէ որ Գ. կէտէն ԱԿ գծին վրայ ուղ-
ղահայեաց մը քաշեմ՝ որ ԱԻ գիծը կարէ
Հ կէտին վրայ, ԱԳՀ եռանկիւնը ու ԱԳ
կողմ ունեցող կոնոնը նոյն մակերեւոյթը
ունին. վասն զի ԳՀ գիծը հաւասար է
ՕԳ շառաւիղ ունեցող բոլորակին ։

Հատեալ կոնոնը որ ՕԳԿՍ տրապի-
զին ՕՍ կողմին վրայ դառնալովը կըձեւա-
նայ, ԱԻԿ և ԱԳՀ կոնոններուն տարբե-
րութիւնն է. ուրեմն հաւասար է ԳՀԻԿ
տրապիզին մակերեւութին՝ որ ԱԻԿ ու ԱԳՀ
եռանկեանց տարբերութիւնն է ։ Աս տրա-
պիզին չափն է (113) ԳԿ գծովը (որ հա-
տեալ կոնոնին կողմն է) բազմապատկած
ԳՀ ու ԿԻ գծերուն գումարին կիսուն ար-
տադրեալը, որ հաւասար են ՕԳ ու ՍԿ
շրջանակներուն ։ Ուստի հատեալ կոնոնին
չափն է՝ բարձրութիւնը վերի ու վարի խա-
րիսխներուն գումարին կիսովը բազմա-
պատկած ։

Թէ որ ԳԿ երկայնութեան մէջտեղէն
քաշեմ ՎՐ զուգահեռականը ԿԻ գծին,
ու ՎԹ գիծը ուղղահայեաց ԱՍ գծին,
վերի փորձով կըտեսնենք որ ՎՐ գիծը ՎԹ
շառաւիղ ունեցող շրջանակին հաւասար
է ։ Դարձեալ, դիւրին է իմանալ թէ ՎՐ
գիծը ԳՀ ու ԿԻ գծերուն գումարին կի-
սուն հաւասար է ։ Ուրեմն ՎԹ շառաւիղ

ունեցող շրջանակը հաւասար է կոնոնին խարիսխներուն գումարին կիսուն, ու հաւտեալ կոնոնին մակերեւութին չափն է՝ ԳԿ երկայնութեամբ բազմապատկած ՎԹ շրջանակին արտադրեալը ։

163.

Գունտի մակերեւութին չափը ։

Հ. Գունտի մակերեւութին չափը ո՞րն է ։

Պ. Գունտի մակերեւութին չափն է՝ իրեն մեծ շրջանակովը բազմապատկած տրամագծին արտադրեալը ։ ուստի է հաւասար չորս մեծ բոլորակի մակերեւոյթներուն ։ զ̃ ԱՃ տրամագծին իր վրայ դառնալովը գունտ ձեւացընող կիսաբոլորակը (Ձև 180) հաւասար կտորներ կըբաժնեմ, Բ, Գ, Դ և այլն, ու կըքաշեմ լարերը ԱԲ, ԲԳ, և այլն ։ ԱԲԳԴԵԸՃ կէս կանոնաւոր բազմանկեան մակարդակը ԱՃ գծին վրայ դառնալովը կըշինէ այնպիսի մակարդակներ՝ ինչ որ առանձին ԱԲ, ԲԳ և այլն գծերը իրենց վրայ դառնալովը պիտի շինէին ։ Յարը կըքաշեմ ԲԼ, ԳԿ, ԴՕ և այլն գծերը՝ ուղղահայեաց ԱՃ գծին, ու բոլորակին Օ կեդրոնէն հաւասար ուղիղ գծեր կըձգեմ ՕՍ, ՕԹ և այլն, դէպ 'ի լարերուն մէջտեղերը ուղղահայեաց ։ Հիմա նախ ԱԲ մասովը ձեւացած մակերեւոյթը կառնեմ փորձելու ։ Նոիկայ այնպիսի ուղիղ կոնոսի մը կողմնական մակերեւոյթն է՝ որուն խարսխին շառաւիղն է ԲԼ, ու բարձրութիւնը ԱԼ։ Աս մակերեւոյթին չափն է ԱԲ × ½ ՇՐՋ. ԲԼ (161), կամ որ նոյն է՝ ԱՍ × ՇՐՋ. ԲԼ։ Իսկ արդ ՕՍԱ ու ԲԱԼ եռանկիւնները նման են իրարու. մէյմը որ ԲԱՕ անկիւնը երկուքին ալ հասարակ է, մէյմըն ալ որ ուղիղ անկիւնը ՕՍԱ = ԲԼԱ. ուրեմն համեմատութիւննին կըլլայ ԱԼ : ԱՍ :: ԲԼ : ՕՍ, կամ ԱԼ : ԱՍ :: ՇՐՋ. ԲԼ : ՇՐՋ. ՕՍ. վասն զի շառաւիղայ համեմատութեամբն է շրջանակայ համեմատութիւնն ալ։

Աս առաջարկութենէս կըհանուի թէ ԱԼ × ՇՐՋ. ՕՍ = ԱՍ × ՇՐՋ. ԲԼ, որ ԱԲ գըծով քաշուած մակերեւոյթին չափն է։

Նոյնպէս կըփորձեմ ԲԳ բաժանման մէջ ձեւացած մակերեւոյթը, որ հատեալ կոնոս մըն է, որուն կողմնական մակերեւոյթին չափն է ԲԳ × ՇՐՋ. ԹՀ, ուղղահայեաց ըլլալով ԹՀ գիծը՝ ԲԳ գծին մէջտեղէն ԱՃ հաստատուն գծին վրայ (161)։ Ուրեմն թէ որ ԲՎ ու ԿԼ գծերը զուգահեռական են, հաւասար ալ են. ու երկու ուղղանկիւն եռանկիւնները ԳԲՎ ու ՕԹՀ նման են իրարու. վասն զի ԳԲՎ ու ՕԹՀ անկիւնները հաւասար են, որովհետեւ երկուքին լրումն ալ ԲԹՀ անկիւնն է․ ուստի համեմատութիւնն է ԲԳ:ԲՎ::ԹՕ:ԹՀ, կամ ԲԳ:ԲՎ::ուղ. ԹՕ:ուղ. ԹՀ։ Ասկէ կըհետևի թէ ԲԳ բաժանման մակերևութին չափն է

ԲԳ×ուղ. ԹՀ․ կամ ԲՎ×ուղ. ԹՕ․ կամ ԼԿ×ուղ. ՕՍ։

Նոյնպէս կըցուցընեմ ԳԴ, ԴՆ և այլն բաժանմանց մակերևոյթները, որոնց առջինին չափն է ԿՕ×ուղ. ՕՍ․ երկրորդին ՕԻ×ուղ. ՕՍ, և այլն։

Բոլորին չափը առնելէն վերջը թէ որ գումարեմ ըլլածը, կըլլայ հաւասար ԱԲԳԴԵԸԾ կէս բազմանկեան իր վրայ դառնալովը ձևացած մարմնոյն գումարին, ու կըտեսնենք որ իր չափն է ԱԼ, ԼԿ, ԿՕ և այլն գծերուն գումարովը կամ ամբողջ տրամագծովը բազմապատկած ՕՍ շրջանակին արտադրեալը։

Գունդին մակերևութին չափը առնելու համար՝ ԱԲԳ և այլն բազմանկիւնը՝ անբաւ կողմերով ենթադրենք․ ան ատեն ԱԿ գծին իր վրայ դառնալով ձևացած զանգուածը՝ գունդին մակերևութին հետ կըխառնուի, ՕՍ շառաւիղով քաշուած բոլորակն ալ ԱԿ տրամագծով քաշուած շըրջանակին հետ։

Հ. Ի՞նչ է գօտի գնտոյ.

Պ. Գօտի գնտոյ կըսուի գունտին այն մասը որ կըձևանայ տրամագծին վրայ իջած երկու ուղղահայեաց մակարդակներուն մէջտեղը : Այս երկու մակարդակները գունտը կըկտրեն երկու զուգահեռական բոլորակներով՝ որոնք գօտիին խարիսխներն են : Գօտին կրնանք սեպել ԳԲ աղեղին ԱԿ տրամագծին վրայ դառնալովը ձևացած մակարդակ մը (Ձև 180) : Գօտիին երկու խարիսխներն են մէյմէկ բոլորակներ՝ որոնց շառաւիղն է ԳԿ ու ԲԼ գծերը, որ ԳԲ աղեղին ծայրերէն ԱԿ տրամագծին վրայ ուղղահայեաց կիջնան :

164.

Բազմանիստ զանգուածներուն չափը :

Հ. Բազմանիստ զանգուածներուն չափը ո՞րն է.

Պ. Բազմանիստ զանգուածներուն չափն է խորանարդ չափը, որ ունի երկայնութիւն, լայնութիւն ու թանձրութիւն՝ նոյն չափով. ուստի երբոր այլ և այլ բազմանիստ ձևեր զանազան գիծքերով իրարու քով կըգրուին, անոնցմէ ձևացած ամբողջ բազմանիստ զանգուածը հաւասար է զատ զատ առնուած զանգուածներուն գումարին. զ° ԱԲԳԴԵ քառանիստ բուրգին

ԲԳԴԵ խարխուլը զուգահեռոտն ըլլալով (ձև 181) երկու եռանկիւն բուրգերէ կըձևանայ, որոնց խարխուլներն են ԲԳԵ = ԳԴԵ։ Ուստի թէ որ ԱԳԴԵ բուրգին գիրքը փոխես, այնպէս որ ԴԳԵ խարխուլը միանայ ԲԳԵ խարխուլին հետ, ու Ա գագաթը Դ կէտին վրայ գայ, ԱԲԳԵԴ նոր բազմանիստը նոյն զանգուածն ունի՝ ինչ որ ԱԲԳԴԵ բուրգը, թէպէտ և ձևը ամենևին տարբեր է։

Հ. Համաչափ զանգուածները որո՞նք են.

Պ. Հաւասար զանգուած ունեցող բազմանիստ ձևերը համաչափ կըսուին. և որովհետև անոնց զանգուածներուն չափը փոխելու կրնանք մասունքը նաև առաջ դընել, ուստի ամենևին աննման ձևեր կըրնան համաչափ ըլլալ։ Օրինակի համար, բուրգ մը կրնայ համաչափ ըլլալ գունդի մը, խորանարդի մը. անոր համար զանգուածի մը չափը առնելու համար՝ կըփընտռենք թէ քանի՛ անգամ խորանարդ չափ կայ մէջը, որ և իցէ չափով, փ. գաղղիական մեթր խորանարդ, ու անոր բազմապատկութիւնը կամ կոտորակը, կամ խորանարդ գծաչափ, թզաչափ և այլն։

165.

Ուղղանկիւն զուգահեռոտն ձևին չափը ։

Հ. Ուղղանկիւն զուգահեռոտն ձևը ինչպէս կը չափես.

Պ. Ուղղանկիւն զուգահեռոտն ձևը չափելու համար պէտք է նոյն գագաթի վրայ վերջացած հատուածները հաւասար կտորներ բաժնել, ու բաժանման կէտերէն հատուածներուն ուղղահայեաց մակարդակներ անցրնել ։ Ինչպէս ԱԲԳԴԵՐՃՀ զուգահեռոտն ձևին Ա եռանկիւն անկիւնը փարձենք (ձև. 182) ։ Նախ ենթադրենք թէ ԱԳ հատուածը՝ հինգ հաւասար կտոր բաժնած ըլլայ. ԱԲ իրեք կտոր, ԱԵ չորս կտոր ։ Թէ որ ԱԲ հատուածին բաժանման կէտերէն ուղղահայեաց մակարդակներ երկընցընեմ, ունեցած զուգահեռոտն ձևս իրեք կտոր կը բաժնուի՝ հաւասար ուղղանկիւն զուգահեռոտն ձևին ։ Նոյնպէս մէկալ կողմանէ ԱԳ ու ԱԵ հատուածներուն բաժանման կէտերէն կերկընցընեմ ուղղահայեաց մակարդակներ առջի իրեք կտորներուն. ամէն մէկը հաւասար զուգահեռոտն ձևեր կը բաժնուի. գ̃ ՄՆՕՓԻԿԼԸ զուգահեռոտն ձևը կը ցուցընէ թէ իրեք կտորին ամէն մէկ մասին մէջ կը բովանդակի 4 ու 5 թիւերուն բազմապատկածը․ ուստի ունեցած զուգահեռառան ձեւիս մէջ կըգտնուի 3, 4 ու 5 թիւերուն արտադրեալը, որ է 60․ ՄՆՕՓԻԿԼԸ. ուղղանկիւն պզտի զուգահեռառը՝ մեծ զուգահեռառան ձեւին վաթսուներին մէկն է ($\frac{1}{60}$)։

Հ․ Ուրիշ ի՞նչ կերպով ուղղանկիւն զուգահեռառան ձեւին չափը կրնաս առնել․

Պ․ Ուղղանկիւն զուգահեռառան զանգուածին չափն է՝ նոյն գագաթին վրայ վերջացած իրեք հատուածներուն արտադրեալը։ Ուստի ուղղանկիւն զուգահեռառան զանգուածին չափը գտնելու կանոնը՝ նոյն է ուղղանկեան չափը գտնելու կանոնին հետ։ Նախ պէտք է նոյն գագաթին վրայ վերջացած իրեք հատուածներուն չափն առնել, ու ելած թիւերը բազմապատկել իրարու հետ․ արտադրեալը կըցուցընէ թէ քանի խորանարդ չափ է․ կամ՝ ենթադրենք թէ ԱԲ, ԱԴ, ԱԵ հատուածները (ձև. 182), որ նոյն գագաթին վրայ կըլմընան, առանց կոտորակի ամբողջ չափեր ունենան, զ. ԱԲ$=6$, ԱԵ$=5$, ԱԴ$=4$։ ԱԲ գծին բաժանման կէտերէն ուղղահայեաց մակարդակներ երկընցընենք որ զուգահեռառան ձեը հաւասար վեց կտոր կըբաժնէ։ Նոյնպէս ԱԴ ու ԱԵ հատուածներուն վրան ալ երկընցընենք բաժանման կէտերէն ուղղահայեաց մակարգակներ ։ Այսպէս զանգուածը շատ մը ուղղանկիւն զուգահեռական ձեւեր կըբաժնուի՝ ամէն մէկը հաւասար խորանարդ մեթր մը, որոնց գումարն է 6, 5 ու 4 թիւերուն արտադրեալը, որ է 120 ։

Որովհետեւ ԱԲ ու ԱԴ հատուածներուն արտադրեալը՝ որ ԱԲԳԴ խարսխին կողմերն են՝ աս ուղղանկեան երեսին չափն է (110), ուստի կրնանք ըսել թէ ուղղանկիւն զուգահեռակին զանգուածը հաւասար է՝ բարձրութեանը բազմապատկած խարսխի մակերեւութին արտադրեալն. յի թէ աս զանգուածին մէջ այնչափ խորանարդ մեթր կայ՝ որչափ որ քառակուսի մեթր կայ խարիսխներէն մէկուն երեսին մէջ՝ զանգուածին բարձրութեանը քառակուսի մեթրներովը բազմապատկած ։

166.

Հ. Ուղիղ զուգահեռական ձեւը ո՞րն է, ու ինչպէս պէտք է չափը առնել.

Պ. Ուղիղ կըսուի ԱԲԳԴՕՓՔՐ զուգահեռական ձեւը (ձե 183) որուն մէջ զուգահեռական երեսները ԱԲԳԴ ու ՕՓՔՐ հաւասար զուգահեռագիծներ են, և ասոնց մակերեւոյթները ուղղահայեաց են ԱՕ, ԲՓ, ԳՔ ու ԴՐ հատուածներուն ։ Ասիկայ չափելու համար, ԱԴՐ անկիւնը ուղիղ անկիւն ըլլալով՝ կրնանք ԴԻ կողմին վրայ մակարդակ մը իջեցնել ուղղահայեաց, որ ՓՔ ու ՔԳ գծերը կըկտրէ Ի ու Հ կէտերուն վրայ: Նոյնպէս ԱՕ կողմին վրայ ալ ուղղահայեաց մակարդակ մը քաշել, որ ՓՔ ու ՔԳ գծերուն շարունակութիւնը կըկտրէ Կ ու Լ կէտերուն վրայ. այսպէս կըձեւանայ ՕՐԻԿԱԴՀԼ զուգահեռաստն ձեւ, որուն վեց երեսները մէյմէկ ուղղանկիւններ են, ու ինքը համաչափ է ԱՔԳԴՕՓՔՐ զուգահեռաստն ձեւին. վասն զի ԱՔՀԴՕՓԻՐ մասը աս երկու զուգահեռաստն ձեւերուն ալ հասարակ մասն է: Կարձեալ, ԴՀԳՐԻՔ ու ԱԼՔՕԿՓ զանգուածները հաւասար են, վասն զի աս երկուքը թէ որ իրարու վրայ բերես այնպէս որ նոյնագիր անկիւններն ու գծերը իրարու վրայ գան, ամէն մէկ կէտերով իրար կըծածկեն. ուստի հաւասար են իրարու: Իսկ արդ ուղղանկիւն զուգահեռաստն ձեւին չափն է ՕԿԻՐ խարսխին մակերեւոյթը ԱՕ բարձրութեամբը բազմապատկած (165). և որովհետև ՕԿԻՐ ուղղանկիւն մակարդակը համաչափ է ՕՓՔՐ զուգահեռագծին մակարդակին, ուրեմն ուղիղ զուգահեռաստն զանգուածին չափն է ՕՓՔՐ խարսխին մակերեւոյթը՝ ԱՕ բարձրութեամբը բազմապատկած:

167.

Հ. Խոտոր զուգահեռոտն զանգուածը ինչպէս կըչափուի.

Պ. Խոտոր զուգահեռոտն զանգուածին չափը կառնուի՝ խարսխին մակերեւոյթը բազմապատկելով վերի զուգահեռական խարսխէն ունեցած հեռաւորութեամբը. զի ԱԲԳԴՕՓՔՐ խոտոր զուգահեռոտն զանգուածին (ձև. 184) չափն է խարիսխներուն մէկուն (զի ԱԲԳԴ խարսխին) մակերեւոյթը՝ իր զուգահեռական ՕՓՔՐ խարսխէն ունեցած հեռաւորութեամբը բազմապատկած։ Վասն զի թէ որ ԱԲԳԴ խարսխին ԱԲ կողմանը Ա գագաթէն ուղղահայեաց մակարդակ մը քաշեմ ԲԳ կողմանը, որուն զուգահեռական իրեք հատուածները կըկտրէ Մ, Ն, Ի կէտերուն վրայ. նոյնպէս Բ կէտէն ուրիշ ուղղահայեաց մակարդակ մ'ալ քաշեմ ԱԲ կողմանը, որ ասոր իրեք հատուածներուն շարունակութիւնը կտրէ Հ, Կ, Ս կէտերուն վրայ, կըձեւանայ ԱՄՆԻԲՀԿՍ ուղիղ զուգահեռոտն զանգուածը, որ է համաչափ խոտոր զուգահեռոտին։ Պատճառն է յայտնի ինչպէս որ վերն ըսինք (166)։

168.

Հատուածակողմին զանգուածը ։

Հ. Զուգահեռոտն զանգուածի մը հակադիր հատուածներուն վրայէն անցած մակարդակը ինչպէս կը բաժնէ զանգուածը.

Պ. Երկու հաւասար եռանկիւնի հատուածակողմներ կը բաժնէ. զի ԱԲԳԴՓԶՐՍ զուգահեռոտն զանգուածին ԱՓ ու ԳՐ հակադիր հատուածներէն կանցընեմ ԱԳՐՓ մակարդակը որ զուգահեռոտը կը բաժնէ երկու եռանկիւնի հատուածակողմեր ԱԲԳՓԶՐ ու ԱԳԴՓՐՍ (Ձև 185)։ Աս երկու հատուածակողման նոյնագիր երեսները իրարու հաւասար են, բայց չենք կրնար իրարու վրայ դնել. վասն զի փոխադարձ եռանկիւն անկիւնները (մի անոնք որ հաւասար մակարդակ անկիւններէ ձևացած են) համաչափ են իրարու (149). բայց որովհետև սուղ յայտնի չենք իմանար թէ սա եռանկիւնի հատուածները հաւասար են, փորձով այսպէս կը ցուցընեմ. ՓԶՐՍ մակարդակին տակէն հատուածակողմին կողմնական երեսները կերկընցընեմ, ու ԱՓ հատուածին վրայ Ա– երկայնութիւնը առնելէս վերջը, նոյնպէս Փ‡=Ա–, ու –, ‡ կէտերէն կը քաշեմ մակարդակ ուղղահայեացներ ԱՓ կողմանը, որ ԱԲԳԴՓՔՐՍ զուգահեռան ձեւին կողմնական երեսները կորեն —բգ— ու ժ+ր— հատուածներուն վրայէն։

Նշանկինի ուղիղ հատուածակողմը բ—գ ժ+ր հաւասար է ԲԱԳՓՔՐ խոտոր եռանկինի հատուածակողմին. վասն զի բ—գ ՓՔՐ մասը երկուքին ալ նոյն է, ու աս բազմանկիւնները ժ+ր ՓՔՐ. բ—գ ԲԱԳ հաւասար են։ Վասն զի թէ որ նոյնագիր հաւասար անկիւններն ու գծերը իրարու վրայ բերեմ, ամէն մէկ կէտերով իրար կըծածկեն. ուստի գագաթնին ալ նոյն է։ Նոյն փորձով կրնանք իմանալ թէ եռանկինի ուղիղ հատուածակողմը ժր—+— հաւասար է ՓՐՍԱԲԳ խոտոր եռանկինի հատուածակողմին, որովհետեւ եռանկինի հատուածակողմերը ժ+րբ—գ ու ժր—+— հաւասար են իրարու։ Ուրեմն աս երկու խոտոր հատուածակողմերը ԱԲԳՓՔՐ ու ԱԳԴՓՐՍ համաչափ զանգուած ունին։

169.

Հ. Հատուածակողմին չափը ինչպէս կանոնւի.

Պ. Հատուածակողմին չափն է՝ խարըսխին մակերեւոյթը զանգուածին բարձրութը̈ը բազմապատկած. զ° ԱԲԳԴԵԹ եռանկինի հատուածակողմին վրայ ցուցընենք (ձև. 186)։ Կըքաշեմ ԴՀ գիծը զուգահեռական ԵԹ գծին, ու ԹՀ զուգահեռական ԴԵ գծին, որով կըձևանայ ԲԱԾԴԵԴՀԹ զուգահեռանիստ զանգուածը։ Այս զանգուածին չափն է՝ ԵԴՀԹ խարսխին մակերևոյթը բարձրութ̃ը բազմապատկած (166)։ Եւ որովհետև ԱԲԴԴԵԹ եռանկիւնի հատուածակողմը զուգահեռանիստ ձևին կէսն է, ինչպէս վերը ցցուցինք, ուրեմն հատուածակողմին չափն է՝ զուգահեռանիստ ձևին կէսը, որ հաւասար է ԵԴԹ խարըսխին մակերևութին՝ որ բարձրութեամբը բազմապատկած ըլլայ։

Հ. Հատուածակողմ ձև մը ինչպէս զանազան հատուածակողմեր կըբաժնուի.

Գ. Կողմնական հատուածներուն վրայէն մակարդակներ անցընելով. զ° ևս հատուածակողմը ԱԲԴԴԵԾԹ և այլն (ձև. 187) կրնայ եռանկիւնի հատուածակողմեր վերածուիլ (ինչպէս ԱԾԿԴ, ԱԾԻԴ և այլն), մէյմէկ մակարդակներով որ կողմնական հատուածներուն վրայէն անցնին։ Այս հատուածակողմերուն չափն է՝ եռանկիւնի խարսխին մակերևոյթը՝ բարձրութեամբը բազմապատկած։ Ուրեմն բոլոր հատուածակողմին, որ եռանկիւնի հատուածակողմերուն գումարն է, չափը կըլլայ իր բազմանկիւն խարիսխը՝ բարձրութեամբը բազմապատկած։

170.

Գլանի զանգուածը ։

Հ. Գլանին զանգուածին չափը ինչպէս կառնուի ·

Պ. Գլանի զանգուածին չափն է՝ խարսխին մակերեւոյթը իր բարձրութեամբը բազմապատկած ։ Վասն զի թէ որ խարսխին մէջ քաշեմ ՓՔՐՍԹՈ կանոնաւոր բազմանկիւնը (Ձև. 188) ու բազմանկեան գագաթներուն վրայ ուղղահայեացներ երկընցընեմ վերի խարսխին որ կրկտրեն զանիկայ Ի, Կ, Հ և այլն կէտերու վրայ, ՓՔՐՍԹՈ ու ԻԿՀՄՆՕ բազմանկիւնները ուղիղ հատուածակողմի խարիսխներ կըլլան. աս հատուածակողմին չափն է՝ խարսխին մակերեւոյթը զանգուածին բարձրութեամբը բազմապատկած ։ Ուրեմն երբոր գլանը ուղիղ հատուածակողմ մը սեպենք՝ որուն խարիսխն է անթիւ կողմերով, յայտնի է թէ գլանի զանգուածին չափը կըլլայ խարսխին մակերեւոյթը՝ ձևին բարձրութեամբը բազմապատկած ։

171.

Բուրգի զանգուածը ։

Հ. Երկու եռանկիւնի բուրգեր իրարու հետ ինչպէս կըհամեմատին ·

Գ. Նըրբոր երկու եռանկիւնի բուրգերուն գագաթներն ու խարիսխները երկու հաւասար եռանկիւններ են, իրենց զանգուածն ալ հաւասար է։ Ինչպէս աս բուրգերը ԱԲԳԴԵ ու ԱԳԴԵ (Ձև 189), որոնց գագաթն է Ա. ու խարիսխին ԳԲԵ ու ԳԴԵ եռանկիւնները, որոնցմէ կըձևանայ ԲԳԴԵ զուգահեռագիծը, իրենց զանգուածը հաւասար է։ Ապացոյց. Թէ որ երկու բուրգերու հասարակ բարձրութիւնը բաժնեմ հաւասար կտորներ, ու բաժանման կէտերէն խարսխին զուգահեռական մակարդակներ անցընեմ, անոնք ԱԲԳԴԵ բուրգին երեսը կըկտրեն ԹՃՀԻ, ԾԿԼՄ և այլն քառակողման ձևերուն վրայէն որ զուգահեռագիծներ են. զի ԹՃ ու ԻՀ գծերը զուգահեռական են ԲԵ ու ԳԴ գծերուն. նոյնպէս իրարու ալ զուգահեռական են։ Աս ընելէս վերջը կըքաշեմ ԹԳ, ՃՓ, ու ՀՔ գծերը զուգահեռական ԱԳ գծին ու կըձևացընեմ ԳԳՓՔԹՃՀԻ զուգահեռանիստ ձևը։ Նոյնպէս խարսխէն սկսած ինչուան Ա գագաթը շատ մը զուգահեռանիստ ձևեր կըքաշեմ, որոնց խարիսխներն ըլլան՝ զուգահեռական մակարդակներուն մէջ եղած հատուածները, և կողմերը զուգահեռական ըլլան ԱԳ գծին։ ԱԲԳԴ ու ԱԳԴԵ բուրգերուն մէջ եղած երկու կարգ հատուածակողմերուն զանգուածները հաւասար են իրարու . վասն զի համաչափ եռանկիւնի հատուածակողմեր կրձեւանան որ հաւասար են իրարու՝ երբոր նոյն հետաւորութիւնը ունենան գագաթէն (168) ։

Դարձեալ , երբոր ԲԳԴԵ խարսխին վրայ զուգահեռական մակարդակներ անցընեմ որ երթալով մօտենան իրեն , կրնանք այնչափ մօտեցընել աս մակարդակները որ ինչուան հաւասար ըլլան ԱԲԳԴ ու ԱԳԴԵ բուրգերուն . ուրեմն աս երկու բուրգերը հաւասար են իրարու ։

172 .

Հ . Բուրգի զանգուածին չափը ինչպէս կառնուի .

Պ . Խարիսխը բարձրութեան երրորդ մասովը բազմապատկելով ։ Վասն զի իրեք բուրգ կրձեւանայ հատուածակողմի մը զանգուածէն . թէ ԱԴԵԹ եռանկիւնի բուրգին վրայ ցուցընենք (ձեւ 190) ։ Ե ու Թ գագաթներէն քաշենք ԵԲ ու ԹԳ գծերը որ ԱԴ գծին հաւասար ու զուգահեռական են , և ձեւացընենք ԱԲԳԴԵԹ եռանկիւնի հատուածակողմը որ ԱԴԵԹ բուրգին խարիսխը ու բարձրութիւնն ունենայ ։ Մակարդակ մը անցընենք Ա , Ե , Գ գագաթներէն, որ եռանկիւնի հատուածակողմը իրեք բուրգ կըբաժնէ ԱԵԳԹ, ԱԵԳԹ, ու ԱԲԳԵ։

ԱԵԳԹ ու ԱԲԳԵ բուրգերուն զանգուածները հաւասար են, վասն զի երկուքին գագաթն ալ նոյն Ա կէտին վրայ է․ խարիսխներն ալ երկու եռանկիւններն են ԳԵԹ ու ԳԲԵ, որոնցմէ կըձեւանայ ԵԲԳԹ զուգահեռագիծը (171)։

Նոյնպէս ԱԵԳԹ բուրգը համաչափ է ԱԵԳԹ բուրգին, վասն զի երկուքին գագաթն ալ նոյն Ե կէտին վրայ կրնանք սեպել, ու խարիսխները երկու եռանկիւններ, որոնցմէ կըձեւանայ ԱԴԹԳ զուգահեռագիծը։ Ուրեմն ան իրեք բուրգերը որոնցմէ կըլլայ եռանկիւնի հատուածակողմը՝ հաւասար զանգուած ունին, ու ԱԴԵԹ բուրգին չափն է հատուածակողմին երրորդ մասը, որ ԳԵԹ խարիսխը՝ բուրգին բարձրութեան երրորդ մասովը բազմապատկած (169)։

Հ․ Բազմանիստ բուրգին չափը ինչպէս պէտք է առնել․

Պ․ Նոյնպէս ինչպէս որ ըսինք եռանիստ բուրգին համար․ զի ԱԲԳԴԵԹ բուրգի մը զանգուածին չափը կառնուի (ձեւ 191) նոյնպէս խարիսխը բուրգին բարձրութեան երրորդ մասովը բազմապատկելով։

Վ՝ասն զի թէ որ ԱԲ, ԱԳ, ԱԵ և այլն հաստատուածներուն վրայէն մակարդակներ անցընեմ, բազմանիստ բուրգը հաւանիստ բուրգեր կըբաժնուի, որոնց ամէն մէկուն չափն է՝ խարիսխնին բարձրութեան երրորդ մասովը բազմապատկած։ Ասկէ կըհետևի թէ համաչափ խարիսխ ու նոյն բարձրութիւն ունեցող բուրգերը հաւասար են իրարու։

173.

Հ. Ամէն բազմանիստ ձև կրնա՞յ հաւանկիւնի բուրգերու վերածուիլ.

Պ. Կրնայ վերածուիլ. ինչպէս որ և իյէ բազմանկիւն այլ հաւանկիւններ կըբաժնուի՝ մէկ գագաթէն տրամագիծներ քաշելով ուրիշ գագաթներուն։ Աս բանիս համար բաւական է որ բազմանիստ զանգուածին մէկ գագաթը առնունք ու հաւանկիւններ բաժնենք բազմանիստը, բայց այնպէս ըլլայ որ հաւանկիւններն ընտրուած գագաթին վրայ չվերջանան։ Բուրգերուն գումարը, որոնց խարիսխներն են աս հաւանկիւնները ու գագաթնին նոյն մէկ կէտը, բազմանիստ ձևին զանգուածն է. զ՝ ԱԲԳԴԵԹ հաստատուածակողմը (ձև 190) իրեք բուրգերէ կըձևանայ, որոնց գագաթն է Ե կէտին վրայ, ու խարիսխնին ԲԱԳ, ԳԱԹ, ԱԹԴ, որոնցմէ կըձևանան երեսներ՝ առանց ամենեւին Ե կէտէն անցնելու ։ Նոյնպէս ԱԲԳԴՄՆՕՓ զուգահեռանիստ ձեւին (ձև. 165) թէ որ ամէն մէկ երեսները երկերկու եռանկիւններ բաժնես, զ ԴԳՕՓ , ԲԳՕՆ , ՆՕՓՄ երեսները որոնք Ա կէտէն չեն անցնիր , յայտնի կը տեսնուի որ ամբողջ բազմանիստը վեց եռանկիւնի բուրգեր կըբաժնուի , որոնց խարիսխներն են վեց եռանկիւնները , ու գագաթները նոյն մէկ Ա կէտը ։

174.

Կոնոնի զանգուածը ։

Հ. Կոնոնի զանգուածին չափը ո՞րն է .

Պ. Կոնոնին չափն է՝ խարիսխը բարձրութեանը երրորդ մասովը բազմապատկած ։ Վասն զի բոլորակ խարիսխն է անթիւ կողմերով բազմանկիւն . ուստի ինչ կանոնով որ բուրգը կըչափուի՝ նոյն կանոնով ալ կոնոնը . զ կոնոնին բոլորակ խարիսխին վրայ կըքաշեմ ԳԴԵԹՃՀ կանոնաւոր բազմանկիւնը (ձև. 192), ու կոնոնին մէջ քաշուած կանոնաւոր բուրգը կըչափեմ, որուն խարիսխն է բազմանկիւնը ու բարձրութիւնն է կոնոնի բարձրութիւնը(172) ։ Իսկ արդ կրնանք կոնոնը կանոնաւոր բուրգ մը սեպել , որուն խարիսխն է անթիւ կողմերով բազմանկիւն մը , ուրեմն կոնոնի զանգուածին չափն է՝ բոլորակ խարսխին մակերևոյթը՝ կոնոնին բարձրութեան երրորդ մասովը բազմապատկած ։

175.

Գունդի զանգուած ։

Հ. Գունդի մը զանգուածին չափը ինչպէս կառնուի ․

Պ. Գունդին մակերևոյթը՝ շառաւիղին երրորդ մասովը բազմապատկելով․ վասն զի գունդն է անթիւ բուրգերէ ձևացած զանգուած ։ Զոր օրինակ թէ որ գունդի մը շառաւիղներու ծայրէն ուղղահայեաց մակարդակներ քաշեմ, իրարու համման կէտերուն մէջ բազմանիստ մը կըձևանայ՝ որուն ամէն մէկ կողմերը շօշափող են գունտին․ և ասոր զանգուածին չափն է՝ բազմանիստ ձևին մակերևոյթը շառաւիղին երրորդ մասովը բազմապատկած․ վասն զի գունտը շատ մը բուրգերէ կըձևանայ որ ամէնուն գագաթն է կեդրոնին վրայ, ու խարիսխնին են շառաւիղներու վրայ քաշուած ուղղահայեաց մակարդակները ։ Դարձեալ կրնանք անթիւ բազմացընել շօշափող մակարդակները, այնպէս որ կէտերուն մէջ ձևացած բազմանիստ զանգուածին մակերևոյթն ու զանգուածը՝ գնդին զանգուածին ու մակերևութին կարենայ հաւասարիլ ։ Ուրեմն գունդին գնդուածին չափն է մակերեւոյթը՝ շառաւիղին երրորդ մասովը բազմապատկած ։

176.

Գնդական հատանող ։

Հ . Ի՞նչ է գնդական հատանողը .

Պ . Գնդական հատանող կըսուի այն գնդուածը՝ որ ԱՕԲԴ բոլորակի հատանողին ՍՄ տրամագծին վրայ դառնալովը կըձեւանայ (ձև. 193), այնպէս որ դարձող գնդուածին երեսի ամէն մէկ կէտերը մէկ-մէկ բոլորակ կըքաշեն, որոնց շառաւիղները են երեսի կէտերէն տրամագծի վրայ քաշուած ուղղահայեացները ։ Իսկ ԱԲ աղեղով ձեւացած գունտի գօտին՝ խարիսխ հատանողին կըսուի ։ Գնդական հատանողը՝ ինչպէս բոլոր գունտն ալ կրնայ ձեւացած սեպուիլ անթիւ բուրգերէ՝ որոնց գագաթն է կեդրոնին վրայ, ու խարիսխը գօտիին մակերեւութին վրայ, որ հատանողին ալ խարիսխն է ։ Ուրեմն իր գնդուածին չափն է՝ գօտիին մակերեւոյթը, որ խարիսխն է, շառաւիղին երրորդ մասովը բազմապատկած ։

ԳՈՐԾԻՔ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆՈՒԹԵԱՆ

Քանոն ։

ՈՒՂԻՂ գծերը քաշելու համար քանոն ու մատիտ կը գործածուի ։ Դիւրին ճամբայ մը կայ քանոնին ուղղութիւնը փորձելու . ի՛ թէ որ մակարդակի մը Ա կէտէն (ձև. 2) ինչուան Բ կէտը երկու անգամ ԱԲ գծին վրայէն քաշես , նախ քանոնը ԱԳԴԲ գիրքով դնելով , ետքը ԱՓՔԲ գիրքով , ու այսպէս երկու անգամ քաշելովդ նոյն մէկ ուղիղ գիծը ձևանայ , ըսել է թէ քանոնը ուղիղ է ։

Անկիւնաչափ ։

Անկիւնաչափ գործիքը ուղիղ անկիւն քաշելու համար կը գործածուի . ասիկայ պզտի մակարդակ տախտակ մըն է եռան֊

կլինի ձևով ԱԲԳ (ձև 19), որուն երկու կողմերը ԱԲ ու ԲԳ ուղիղ անկեամբ կըմեր-ջանան։ Ուստի թղթի վրայ ուղիղ անկիւն մը քաշել ուզողը կըդնէ անկիւնաչափը և ուղիղ անկեան գագաթէն կողմերուն վրայ երկու գծեր քաշելով կըձևացընէ ուզած անկիւնը։ Թէ որ թղթի վրայ քաշուած ուղիղ գծի մը ուղղահայեաց մը ուզես քա-շել, բեր անկիւնաչափը ու դիր գծին վրայ այնպէս որ գործիքին մէկ կողմը գծին հետ միանայ. ետքը երկրորդ կողմին վրայ քաշէ գիծը, ուզած ուղղահայեացդ կելլէ։

Թէ որ ուզես փորձել թէ անկիւնաչա-փին երկու կողմերը շիտակ ուղղահայեա՞ց են իրարու, նախ անկիւնաչափով քաշէ ՓՔՐ ուղիղ անկիւնը (ձև 20), ու ՔՐ կողմը երկնցուր մինչև Ս, այնպէս որ ՓՔՍ երկրորդ ուղիղ անկիւնը ձևանայ։ Թէ որ անկիւնաչափը ճիշդ է, պէտք է որ աս երկու անկիւններս իրար ծածկեն ամէն կէտերով։

Շարժական անկիւնաչափ։

Շարժական անկիւնաչափը երկու քա-նոնէ կըձևանայ, մը ԱԲ ու ԱԳ քանոն-ներէն որ կարկինի պէս կըդառնան (ձև 21), այնպէս որ երկու կողմերուն մէջ ձևացած

ԲԱԳ. անկիւնը կրնայ մեծնալ ու պզտիկնալ ։ Թղթի վրայ ՄՕՆ անկեան հաւասար (ձև. 22) անկիւն մը քաշելու համար՝ բաց գործիքիդ երկու թևերը այնպէս որ ներքին կողմերը ԱԲ ու ԱԳ՝ ՄՕՆ անկեան ՕՄ ու ՕՆ կողմերը ծածկէ. ետքը գործիքը նոյն բացուածքով բեր թղթին վրայ դիր, ու ներքին կողմերուն վրայ գծէ ինչուան գագաթը ։

Այնպէս թէ որ ԿՐ գծին Հ կէտին վրայ անկիւն մը շինել ուզես՝ հաւասար ՄՕՆ անկեան (ձև. 23), բաց նախ գործիքդ հաւասար ուզած անկեանդ. ետքը գործիքին Ա կէտը գծին Հ կէտին վրայ դնելով քաշէ ԱԲ կողմը ՀՐ գծին վրայ, ու փնտռած գիծդ ԱԳ կողմին վրայ ։ Ահա այսպէս շատ դիւրին է անկիւնաչափ գործիքով անկեանց չափը առնել ։

Աստիճանաչափ ։

Աստիճանաչափ ըսուած գործիքը կը գործածուի որ և իցէ անկեան գագաթէն իբրև 'ի կեդրոնէ քաշուած բոլորակին աղեղները չափելու համար ։ Աս գործիքն է պղնձէ կիսաբոլորակ մը (ձև. 15) կամ մաքուր եղջիւրէ, որուն շրջապատը 180 հաւասար աստիճան բաժնուած է ։ Ամէն մէկ աստիճանը կըբաժնուի մասնիկ կամ մանրամաս, երկրորդական մանրամաս և այլն. բայց ասոնք խիստ մանր բաժանմունք ըլլալուն համար՝ աստիճանաչափ գործիքին վրայ նշանած չեն : Աւելի ճշգրտութիւն պահանջուած ատեն՝ ուրիշ գործիքով ասոր պակասութիւնը կըլեցընենք. որ հոս անոր վրայ խօսելու տեղը չէ :

Թղթի վրայ քաշուած ԲԱԳ անկեան (Ձև. 15) մեծութիւնը իմանալու համար՝ գիր աստիճանաչափ գործիքը այնպէս որ կեդրոնը անկեան Ա գագաթին վրայ իյնայ, ու գործիքին բաժանման սկիզբը՝ Օ կէտը ԱԳ կողմին վրայ գայ. ան ատեն անկեան երկրորդ կողմը ԱԲ գործիքին շրջապատը Հ կէտին վրայ կըկտրէ. կընայիս աստիճանաչափին օՀ աղեղը քանի աստիճան, մասնիկ ու մանրամաս է. աս աղեղն է անկեան չափը :

Տարաչափ :

Աստիճանաչափ գործիքը՝ թղթի վրայ քաշուած անկեան չափը առնելու կըգործածուի. բայց երբոր մեծ բաներու վրայ ըլլայ գործածութիւնը, և այնպիսի անկեան մը չափը պէտք ըլլայ առնել՝ որ որոշած կէտէ մը երկու անորոշ հեռաւորութեամբ կէտերու քաշուած գծերով կը-ձեւանայ , աստիճանաչափը չկրնար ծառայել . ուստի տարաչափ գործիքը կըրա-նեցընենք ։ Ասոր գլխաւոր մասն է պղնձէ կիսաբոլորակ մը ՄՕՆ (ձև 16) աստիճա-նաչափին պէս 180 բաժնուած , բայց աւելի մեծ տարածութեան մէջ քաշուած ։ Ինչ-պէս Գ. կէտէն Փ ու Ք. կէտերուն քաշուած գծերով ձեւացած անկեան չափը առնելու համար , գործիքին մակարդակը այնպէս դիր որ ՄՆ տրամագծին շարունակութիւնը Ք. կէտէն անցնի ։ Ասոր համար տրամա-գծին երկու ծայրերը մէյմէկ հաստ ծակ թի-թեղներ կան . աս ծակերէն ուղիղ անկեամբ բարակ թելեր անցուցած են . ուստի երբոր աչքդ կըդնես Մ ծայրին ու կըտեսնես Ք. կէտը Ն ծայրին ետեւը , անտարակոյս է որ Ք. կէտը ՄՆ տրամագծին շարունակու-թեանը վրայ կիյնայ ։ Երկրորդական ԲՍ մակարդակը՝ լեզուակ կամ՝ —ւ‡——‡ կը-սուի որ Գ. կէտին վրայ կըպտըտի , ու ՄՆ տրամագծին պէս երկու հաստ ծակ թի-թեղներ ունի ծայրերը . ուստի կրնաս այնպիսի դիրքի մը մէջ բերել աս շարժա-կան լեզուակն որ ԲՍ տրամագծին շարու-նակութիւնը Փ կէտէն անցնի ։ Ան ատեն ուզած ՓԳ.Ք. անկեանդ չափը կառնուի բաժնուած շրջանակին վրայ , որ ՄՆ աղեղն է՝ ԳԱ ու ԳՆ շառաւիղներուն մէջ ։

Որպէս զի աւելի դիւրին ըլլայ գործի-քը այնպիսի դիրքի մէջ բերել որ ԲԱ ու ՄՆ տրամագիծներուն շարունակութիւն-ները Փ ու Ք կէտերուն վրայէն անցնին, ՄՆ տրամագիծը մէջտեղէն ուղղահայեաց քանոնի մը վրայ կեցած է, որուն ծայրը գունտ մը կայ – (Ձև 17). աս գունտս պտուտակով մը կըհաստատուի [illegible] գոգա-ւոր մասին մէջ՝ երբոր գործիքդ ուզած դրքին մէջ կըշարժես ։ Բոլոր գործիքը իրեք ոտքի վրայ հաստատուած է, [illegible] ոտքերը ։

Մանաչափ ։

Մանաչափը շատ անգամ հարկաւոր կըլլայ գիտութեանց ու արհեստից մէջ. վասն զի խիստ մանր գծերն ալ մեծ ճշդութեամբ կըչափէ. [illegible] գիծը (Ձև 6) շատ մը հաւասար մասունք կըբաժնուի [illegible], [illegible], [illegible] և այլն, ու կոտորակ մը [illegible] որ [illegible] մասէն պզտիկ է ։ Երբոր կուզենք աս կոտորակիս չափը գիտնալ, ենթադրենք թէ [illegible], [illegible] և այլն հաւասար մասունքը մէյմէկ հազարամեթր ըլլան. կուզենք ի-մանալ թէ քանի տասնամեթրով պակաս է [illegible] կոտորակը [illegible] հազարամեթր կտորէն. [illegible] թէ [illegible] կոտորակը քանի տասնամեթր է ։

Նմական կերպը, որ ԺՄ կտորը կամ հա-
զարամեթրը տասը հաւասար կտոր բաժնե-
լով փնտռելը թէ քանի անգամ ԺՄ գծին
տասներորդ մասը կըգտնուի №° կտորին
մէջ, գծերուն պզտիկութեանը համար
գործական չէ։ Ասոր №° մասին չափը
առնելու համար կըգործածուի պզտի քա-
նոն մի ԺՀ, որուն երկայնութիւնն է ԺՄ
գծին ինը մեծութեամբը, բայց հաւասար
տասը կտոր բաժնած է ծայրէն 0, 1, 2,
3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10։ Ըս քանոնս մաս-
նաչափ կըսուի։ Աւրեմն Ա գիծը չափելու
համար՝ մասնաչափը բերենք Ա գծին վրայ
այնպէս որ Հ ծայրը գծին՝ օ ծայրին հետ
կըպչի, որ №° կտորին ծայրն է, ու գործի-
քին մէկալ ծայրը Բ գծին – ծայրին –Բ բա-
ժանմանը վրայ միանայ՝ որ օ ծայրէն ին-
ներորդ մասն է։ Նշ. որովհետեւ ԺՀ մաս-
նաչափին 10 բաժանմունքը հաւասար է
ինը անգամ ԺՄ բաժանման, ուրեմն մաս-
նաչափին ամէն մէկ բաժանմունքը ԺՄ մա-
սին հետ կըհամեմատի ինչպէս $\frac{9}{10}$, ու ԺՄ
մասէն պակաս է տասներորդ մասով։ Ըս
այսպէս գիտնալէդ վերջը, բեր մասնաչա-
փը Ա գծին քով, այնպէս որ գործիքին
թիւը Ա գծին Բ բաժանմանը հետ միանայ։
Նշ. որովհետեւ մասնաչափին օ ծայրը Ա
գծին – բաժանմանը վրայ միացաւ նախ,

ուրեմն յայտնի է թէ մասնաչափին ամէն մէկ բաժանմունքը [illegible] գծին քով բերելով ‡ մասին տասներորդական մասերովը առաջ կանգնին . ուստի թէ որ գործիքին 10 թիւր միանայ ՝ կէտին հետ , ըսել է թէ ՝ կատորակը ‡ մասին տասներորդ կտորն է , ոչ տասը հաւասար մասին մէկն է ։ Իսկ թէ այսպէս չըլլէ , պէտք է աւելի վեր քաշել մասնաչափը , ինչուան որ 2 թիւր գծին + բաժանմանը հետ միանայ , որ անմիջապէս [illegible] կէտէն վերջն է . ու թէ որ 10 թիւր ՝ կէտին հետ միանայ , ըսել է թէ ՝ մասն է ‡ կտորին տասը մասին երկուքը ։ Մէկ խօսքով . երբոր մասնաչափին բաժանման թիւերէն մէկը [illegible] գծին բաժանման կէտերէն մէկուն հետ ու ծայրը 10 կը միանայ ՝ կէտին հետ , ան թիւր կը ցուցընէ թէ քանի անգամ ՝ կտորը ‡ մասին տասներորդ կտորը ունի ։

Կրնայ ըլլալ որ մասնաչափին 10 ծայրը ՝ կէտին հետ չմիանար , երբոր թիւերէն մէկը [illegible] գծին բաժանման կէտերուն մէկուն հետ միանայ . զոր մասնաչափին 3 թիւր [illegible] գծին բաժանմանը ÷ կէտին հետ միանայ , ու ՝ կէտը անցնի՝ երբոր մասնաչափին 4 թիւր գծին բաժանման ÷ կէտին հետ միանայ ։ Ասկէ կը հետեւի թէ ՝ կտորը 3 անգամ ‡ մասին տասներորդ կը-

տորը ունի , ու կտորակ մը՝ օն գծին տա-
սը մասէն պզտիկ․ ուստի նօ կտորին չափն
է գրեթէ տասներորդ մաս մը ։ Աւելի
ճիշդ չափելու համար , մասնաչափը տա-
սը կտորէն աւելի պէտք է բաժնել․ Օր․
հազարամեթրին մէկ կտորը $\frac{1}{50}$ պզտի մա-
սով չափելու համար , մասնաչափը պէտք
է 30 հաւասար կտոր բաժնել , որուն եր-
կայնութիւնը ըլլայ գն գծին 29 բաժան-
մունքը , որպէս զի մասնաչափին ամէն մէկ
բաժանման կտորը օն գծին բաժանման կը-
տորին հետ համեմատի ինչպէս $\frac{1}{50}$ ։

Կարկին համեմատութեան ։

Համեմատութեան կարկին կըսուի այն
գործիքը (Ձև. 117) որ կըձևանայ երկու
քանոնէ որ o կեդրոնին վրայ կրնան դառ-
նալ ծխնիով․ O կեդրոնէն քանոններու
վրայ քաշուած հաւասար գծերը ԱO , ԲO
հաւասար բաժնուած են նոյն թիւերով,
ու աս կարգով թիւերը բաժանման աստի-
ճանները կըցուցընեն ։ Կէս ոտնաչափ գծի
մը վրայ երկու հարիւր պզտի բաժան-
մունք կրնայ որոշ տեսնուիլ ։ Աս գործիքս
զանազան գործողութեանց մէջ հարկաւոր
կըլլայ․ ինչպէս չորրորդ համեմատական
մը քաշելու , որ որոշած գծի մը հետ հա-

մեմատ ըլլայ ինչպէս 129 առ 140 ։ Բայց կարկինդ այնպիսի համեմատութեամբ որ ՕԱ ու ՕԲ գծերուն վրայ 140 թիւին մէջի եղած աբ հեռաւորութիւնը հաւասար ըլլայ որոշած գծին. ետքը հաստատէ կարկինով մը գդ գծին մեծութիւնը կառնես՝ որ նշանած 129 կէտերը կըբաժնէ . աս հեռաւորութիւնդ է չորրորդ համեմատութիւնը. վասն զի Օգդ ու Օաբ եռանկիւնները նայելով՝ կըտեսնուի որ աս հեռաւորութիւնը աբ գծին հետ կըհամեմատի՝ որ է որոշած գիծը, ինչպէս Օգ : Օա . կամ 129 : 140 ։

Կարկին վերածութեան ։

Վերածութեան կարկինը կըգործածուի (Ձև 118) մանաւորապէս թղթի վրայ քաշուած ձևի մը գծերուն տեղը՝ իրենց համեմատ աւելի մեծ կամ պզտի գծեր դնելու համար ։ Աս գործիքը կըձևանայ Աա ու Բբ երկու հաւասար թևերէ որ Օ հասման կէտին չորս դին կրնան մեծ կամ պզտի անկիւններ շինել ։

Երկու թևերուն վրայ քաշուած բաժանմունքով ու թևերուն մէջ փորուած խոռոչովը կրնանք Օ հասման կէտը վեր վար ընել, այնպէս որ երկու ՕԱ ու ՕԲ հաւասար թեւերը՝ Օա ու Օբ հաւասար թեւերուն հետ համեմատութիւն մը ունենան ։ Ինչպէս, թէ որ ուզես ձեւ մը գծերէն մէկը 29էն 15ի վերածել համեմատութեամբ, այնպէս շարժէ բեր Օ հաստման կէտը որ օա ու ՕԱ գծերուն համեմատութիւնն ըլլայ՝ ինչպէս 15ը կը համեմատի 29ին. եւ որ բաց կարկինը ինչպէս որ Ա ու Բ կէտերը ուզած գծիդ երկու ծայրերուն վրայ հանդչին. կըտեսնես որ ա ու բ ծայրերուն մէջ եղած գիծն է փընտռածդ. վասն զի ՕԱԲ ու օաբ եռանկիւնները նման են իրարու. ուստի աբ գիծը այնպէս կը համեմատի ԱԲ գծին՝ ինչպէս որ օա : ՕԱ. կամ 15 : 29 ։

Պրետորիանեան սեղան ։

Տափարակ դաշտի մը զանազան կէտերը, զ. Ա., Բ., Գ., Դ եւ այլն (Ձև 124) կըրնանք բազմանկեան մը գագաթներ սեպել, որուն կողմունքը կըլլան այս կէտերուս մէջ եղած հեռաւորութիւնները. զ. ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ եւ այլն, ու երկրին երեսը քաշել թղթի վրայ, յ. բազմանկիւն մը քաշել թղթին վրայ՝ զ. աբգդե հաւասար ԱԲԳԴԵ բազմանկեան ։

Պրետորիանեան սեղան կըսուի ուղղանկիւն տախտակ մը ՄՆՕՀ (Ձև 124) տափակ ու շիտակ . ասոր վրայ կըդնես ան թուղթը որուն վրայ կուզես դաշտին երեսը գծել ։ Սեղանը իրեք ոտքի վրայ կեցած է , զոր ւ , ի , ք . գրուած տեղը շիտակ ալ չըլլայ՝ փոյթ չէ . միայն այնպիսի դիրքով մը պիտի դնես որ մէկ ծայրէն նայելով՝ տեսնես սեղանին շարունակութեանը վրայ դաշտին երեսի կէտերը՝ որոնք որ կուզես քաշել ։

Ընկէ մերձը կըմնայ ԱԲ գծին վրայ ԱԳԲ , ԱԴԲ , ԱԵԲ և այլն եռանկիւնները ձևացընել . նոյնպէս աբ գծին վրայ ալ ագբ , ադբ , աեբ և այլն եռանկիւնները քաշել ։ ԱԳԲ , ԱԴԲ և այլն՝ եռանկիւնները նման են ագբ , ադբ և այլն նոյնագիր եռանկիւններուն . ուրեմն աս եռանկիւններէ ձևացած բազմանկիւններն ալ ԳԴԵՓ և այլն , և գդեփ և այլն՝ նման են ։ Ըս գործողութիւններէս մերձը Ա , Բ , Գ , Դ և այլն կէտերուն մէջ եղած ԱԲԳԴ և այլն բազմանկեան մակարդակին չափը առնելու համար , աս մակարդակ երկրին երկու կէտերուն իրարմէ ունեցած հեռաւորութեանը չափը առ , զոր Փ ու Ք կէտերունը . ետքը սեղանին վրայ գրած թղթիդ երեսը քաշէ փք գիծը որ յայտնի համեմատութիւն մը ունենայ ՓՔ երկայնութեան

հետ. գ. թէ որ ՓՔ 350 մեթր է, ‡+
գիծն ըլլայ 350 հազարամեթր ։ Ուրիշ բան չինար՝ բայց եթէ ‡+ գծին վրայ
եռանկիւններ շինել ‡−+ , ‡⁼+ , ‡÷+ և այլն ,
ՓԱՔ , ՓԲՔ , ՓԳՔ և այլն՝ նոյնագիր եռանկիւններուն նման. վասն զի ինչպէս որ
ըսինք՝ −⁼÷÷ և այլն բազմանկիւնը նման է
ԱԲԳԴ և այլն բազմանկեան ։ Տար սեղանը Փ կէտին մօտ, ու լեզուակովը (որ նման
է տարաչափ գործիքին լեզուակին) սեղանը այնպէս շտկէ՝ որ թղթին երեսին շարունակութեանը վրայ երևնայ Ա, Բ, Գ, Դ
և այլն կէտերը, ու մասնաւոր կերպով
Ք կէտը ‡+ գծին շարունակութեանը վրայ
իյնայ. ետքը ‡ կէտէն դէպ'ի Ա, Բ, Գ, Դ
և այլն կէտերը քաշէ ‡Ի , ‡Ւ , ‡Ս և այլն
գծերը. աս ընելէդ վերջը բեր գործիքը Ք
կէտին մօտ, ու այնպէս շտկէ սեղանը
որ Ա, Բ, Գ և այլն կէտերը թղթին երեսին շարունակութեանը վրայ երևնան, ու
‡ կէտէն երևնայ Փ կէտը՝ ‡+ գծին շարունակութեանը վրայ ։ Ետքը ‡ կէտէն դէպ
'ի Ա, Բ, Գ և այլն կէտերը գծեր քաշէ որ
կարեն ‡Ի , ‡Ւ , ‡Ս և այլն գծերը −, ⁼, ÷, ÷
և այլն կէտերուն վրայ ։ Աս −⁼÷÷ և այլն
բազմանկիւնը՝ ԱԲԳԴ և այլն բազմանկեան նման է. վասն զի ‡−+ ու ՓԱՔ եռանկիւնները նման են իրարու, որովհետև

–‡+ ու –+‡ անկիւնները ‡+ խաչսխին ծայրին վրայ շինած՝ նման են ԱՓԳ ու ԱԲՓ անկեանց։ Նոյն ‡Ξ+, ‡Գ+ և այլն եռանկիւններն ալ նման են ՓԲԳ, ՓԳԲ և այլն եռանկիւններուն։

Լար կամ՝ գունտ ուղղագրայ։

Ո՛ր և իցէ մարմնոյ ամէն մէկ մասունքը ձգողութիւն ունին երկրիս հետ. ո̃ պզտի միջոցի վրայ գրեթէ զուգահեռական ուղղութեամբ դէպ 'ի երկրիս կեդրոնը կըդիմեն։ Այսպիսի ձգողութեան գրանուիլը յայտնի կըտեսնուի միշտ՝ նաև ասկէ որ մարմինները իրենց կեցած տեղը կըճնշեն, և իրենց կեցուածքը անհաստատ եղածին պէս դէպ 'ի երկրիս երեսը կիյնան։

Շարժման ու ճնշման պատճառները ընդհանրապէս զօրութիւն կըսուին, և կեդրոնաձիգ զօրութիւնը ծանրութիւն կըսուի։

Երկրիս երեսը ամէն տեղ ծանրութեան ուղղութիւնը կըչափուի կապարէ գունտով, որ բարակ ու ճկուն թելէ մը կախած է։ Մեքենական սկզբունքներով կըցուցուի թէ երբոր կապարեայ գունտը ճօճելէն կըդադրի ու հաւասարակշիռ կըկենայ, իր ուղղութիւնը երկրիս ձգողութեանը զուգահեռական կըլլայ։

Կապարեայ գունտին ուղղութիւնը երկրիս զանազան տեղերուն վրայ՝ գագաթնահայեաց կըսուի ։ Հորիզոնական մակարդակն ան է՝ որ դէպ 'ի գագաթնահայեացը ուղղահայեաց կըլլայ . և երբոր մակարդակին տեղը գիծ ըլլայ՝ կըսուի հորիզոնական գիծ ։

Շէնքի մը հաստատութեանը և կանոնաւոր ձևին համար շատ հարկաւոր է որ շինութեան մէջ մտած գծերուն ու մակարդակներուն շատը ճիշդ գագաթնահայեաց ըլլան կամ հորիզոնական ։ Ասոր կապարեայ գունտով դիւրաւ կըփորձուի մակարդակի մը կամ գծի մը գագաթնահայեաց կամ հորիզոնական ըլլալը ։

Հարթաչափ ։

Հորիզոնական մակարդակին ճիշդ ուղղութիւնը իմանալու համար , կըգործածուի հարթաչափ գործիքը . ասիկայ սովորաբար երկկողմնազոյգ եռանկիւն մըն է փայտէ շինած՝ ԲԱԳ (ձև 114) , որուն հաւասար կողմերը ԲԱ ու ԱԳ միացած են իրարու ՄՆ քանոնով , որ ԲԳ խարիսխին զուգահեռական է . և ՍՄՆ եռանկեան Ս գագաթէն կապարեայ գունտ մը կախած է ։ Աս գործիքովս փորձել ու-դնելով Փ.Ք. մակարդակին ուղիղ հորիզոնական ըլլալը, կը դնեմ գործիքը մակարդակին վրայ՝ մէյմը դէպ 'ի լայնութիւն, ետքը դէպ 'ի երկայնութիւն. թէ որ Բ ու Գ ծայրերով Ա գագաթը ուղիղ բարձրանայ ու կապարեայ գունտը առանց շփուելու Մ՛Ն գծին վրայ շիտակ կենայ, եւ գունտին թելը միշտ Մ՛Ն գծին մէջտեղն ինայ՝ ստոյգ է որ Մ՛Ն գիծը ու իրեն զուգահեռական ԲԳ գիծը հորիզոնական են. իր կապարեայ գունտին շակութեանը ուղղահայեաց են: Ասոր Փ.Ք. մակարդակին ալ հորիզոնական է, որովհետեւ լայնութեանը ու երկայնութեանը վրայ փորձելով պահանջած թէութիւնները ճիշդ կը գտնենք: Յայտնի կը տեսնուի մակարդակին հորիզոնական ըլլալը՝ երբոր մէջը երկու հորիզոնական ուղիղ գծեր իրար կը կտրեն:

Շատ անգամ կը գործածուի նաեւ պղպջակէ շինած հարթաչափը: Ներկայ. ապակիէ խողովակ մըն է ԱԲ (ձեւ 155) Մ՛Ն պղնձէ տախտակի վրայ դրած, որուն վարի երեսն է ճիշդ մակարդակ մը: Ապակիին մէջը հեղանիւթ լեցուցած է, ու պղպջակ մը կայ ՕՍ, որ խողովակին վրայ որոշ միջոց մը կը բռնէ՝ երբոր պղնձէ տախտակին վարի կողմը կատարեալ հորիզոնական է. Փ.Ք. մակարդակին հորիզո-

նական ըլլալը կրնանք ասով իմանալ այս-
պէս. բեր Հարթաչափը մակարդակին վրայ
ու դէպ 'ի երկայնութեանն ու լայնութեա-
նը փոփոխ դիր. երբոր տեսնես թէ պղպը-
ջակը անփոփոխ կեցեր է իր միջոցին մէջ՝
բռնել է թէ ուղիղ Հորիզոնական է մա-
կարդակը ։

ՅԱՒԵԼՈՒԱԾ

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՆԵՐ

Ճ. Ուղիղ գիծ մը գործնական կանոնով ի՞նչպէս հաւասար մասեր կըբաժնես.

Պ. Թէպէտ եռանկեան կողմանցը մէջ քաշուած զուգահեռականներուն համեմատ կտրելէն՝ գտանք գիծ մը հաւասար կտորներ բաժնելու հնարքը (95), բայց գործնական կանոնով ալ դիւրին կերպ մը կայ. գը կուզեմ ԱԲ ուղիղ գիծը հաւասար հինգ կտոր բաժնել (Ձև. 194). աս գծին երկու ծայրերէն դէպ 'ի աջ ու դէպ 'ի ձախ երկու խոտոր գծեր կըքաշեմ, ինչպէս Գ. ու Դ. գծերը. ետքը կարկինը կըբանամ՝ համեմատ չափով մը, ու քանի բաժին որ կուզէի ընել ԱԲ ուղիղ գիծը՝

նոյնչափ կըբաժնեմ խոտոր գծերը, զ. 1, 2, 3, 4, 5. աս բաժանմունքներէն իրարու դիմացէ դիմաց գծեր կըքաշեմ 1 – 1, 2 – 2 և այլն. ասով ԱԲ գիծը ճիշդ նոյնչափ կտոր կըբաժնուի։

Հ. Հնգանկիւն ինչպէս կըշինուի.

Պ. Բոլորակին մէջ խաչաձև տրամագիծներ քաշելէս վերջը, զ. Կ բոլորակին մէջ ԱԲ ու ԳԴ տրամագիծները (ձև 193), կարկինը ԱԲ տրամագծին Ա ծայրը դրած՝ աղեղ մը կըքաշեմ՝ կեդրոնին վրայէն անցընելով, որ շրջանակը կըկտրէ 1, 2 կէտերուն վրայ. լարով կըմիացընեմ աս կէտերս, ու աս լարիս մէջտեղի 4 կէտին վրայ կարկինը դրած՝ Գ կէտէն ինչուան 3 կէտը կըքաշեմ աղեղ մը. աս աղեղին լարն է հնգանկեան կողմը։ Իսկ թէ որ լարին կէսն առնեմ՝ կըլլայ տասնանկիւն։

Հ. Եօթնանկիւն ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Բոլորակին շառաւիղ մը քաշելէս վերջը, զ. Կ կեդրոն ունեցող բոլորակին մէջ ԱԿ շառաւիղը (ձև 196), Ա կէտէն աղեղ մը կըքաշեմ 1, 2, կեդրոնին վրայէն անցնելով, որուն լարին կէսը 1 – 4, ուզած եօթնանկեան կողմն է. իսկ թէ որ դարձեալ կիսեմ, կըլլայ չորեքտասանանկեան կողմանը չափը։

Հ. Ութանկիւնը ինչպէս կըշինուի.

Պ. Ութանկին շինելը խիստ դիւրին է. բոլորակին մէջ խաչաձև տրամագիծներ քաշելէս վերջը, մէջ անդուանքէն մէյմէկ տրամագիծներ ալ կըքաշեմ ու տրամագիծներուն ծայրերը լարերով կըմիացընեմ իրարու, կըլլայ ութանկին (ձև. 197)։

Հ. Իննանկին ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Ուզած չափովս իննանկեան մէկ կողմը գծելէս վերջը, զի՞ ԱԲ (ձև. 198), նոյն չափով կարկինը կըբանամ ու դէպ 'ի Գ. կէտը եռանկիւն մը կըշինեմ, ու ետքը եռանկեան գագաթէն ուղղահայեաց մը կիջեցընեմ ինչուան 1, ու ԱԲ գծին կիսուն չափը առած՝ Գ. կէտէն դէպ 'ի Կ կերկընցընեմ. աս Կ կէտս կըլլայ կեդրոն փնտռած իննանկիւն ձևին։

Հ. Մետասանանկին ինչպէս կըշինուի.

Պ. Բոլորակին մէջ խաչաձև տրամագիծներ քաշելէս վերջը, զի՞ Կ կեդրոն ունեցող բոլորակին ԱԲ ու Գ.Դ. տրամագիծները (ձև. 199), Գ.Դ. տրամագծին Գ. ծայրէն աղեղ մը կըքաշեմ որ կեդրոնէն անցնելով շրջանակը կըկտրէ 1 ու 3 կէտերուն վրայ. 1 կէտէն դէպ 'ի տրամագծին Դ. ծայրը գիծ մը կըքաշեմ՝ որ ԱԲ տրամագիծը կըկտրէ 2 կէտին վրայ, ու աս 1–2 գիծն է ուզած մետասանանկեան կողմը։

Հ. Երեքտասանանկիւնն ինչպէս կըշինուի ·

Պ. Բոլորակը վեց բաժնելէս վերջը, զ° Ա, Բ, Գ, Դ, Ե, Զ (Ձև 200), երկու տրամագիծներ կըքաշեմ ԱԴ ու ԳԶ, ու ԱԴ տրամագծին Գ ծայրը կըկտրեմ ԳԵ լարով, ու կտրած 1 կէտէն դէպ 'ի Զ տրամագծին ծայրը գիծ մը կերկընցընեմ. ետքը Բ կէտէն ալ աղեղ մը կըքաշեմ՝ որ տրամագիծները շօշափելով կըկտրէ շրջանակը 2 ու 3 կէտերուն վրայ · 2 կէտէն կըքաշեմ դէպ 'ի Ե գիծ մ'ալ որ Զ ու 1 գիծը 4 կէտին վրայ կըկտրէ · ուստի 4էն դէպ 'ի Կ կեդրոնը իջած գիծն է ուզած երեքտասանանկեանս կողմը ։

Հ. Հնգետասանանկիւնն ինչպէս կըշինուի ·

Պ. Բոլորակին մէջ տրամագիծ մը և ուղղահայեաց շառաւիղ մը քաշելէս վերջը, զ° Դ բոլորակին մէջ ԱԲ տրամագիծը ու ԴԳ շառաւիղը (Ձև 201), շառաւիղը կըկիսեմ ու Գ ծայրէն կիսած 1 կէտին վրայ աղեղ մը կանցընեմ, որ շրջանակը կըկտրէ 2–3 կէտերուն վրայ · աս աղեղին 3 ծայրէն դէպ 'ի Ա տրամագծին ծայրը գիծ մը կերկընցընեմ, որ շառաւիղը կըկտրէ 4 թուին վրայ · ուստի 4 կէտէն ինչուան Գ շառաւիղին կտորն է ուզած հնգետասանանկեանս կողմը ։

Հ. Նօթնատասնանկիւն ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Բոլորակը վեց բաժնելէս ետքը, զ° Ա. Բ. Գ. Դ. Ե. Զ (ձև 202), կըքաշեմ ԱԴ տրամագիծը՝ որուն ծայրը կըկարեմ ԵԴ լարով, ու կորած 1 կէտէն դէպ 'ի Բ գիծ մը կըքաշեմ։ Ասոր ընելէս վերջը Կ կեդրոնէն դէպ 'ի 2՝ ԴԳ լարին մէջտեղը շառաւիղ մը կերկընցընեմ. ետքը Գ կէտէն ալ աղեղ մը կըքաշեմ ԿԴ, որ ԳԵ գիծը 3 կէտին վրայ կըկարէ. ուստի 3 կէտէն ինչուան 4 քաշուած գիծը՝ փնտռած նօթնատասնանկեանս կողմն է։

Հ. Ձուաձև ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Երկու բոլորակ կըքաշեմ քովէ քով իրարու կեդրոններուն վրայէն անցընելով, զ° Բ ու Գ բոլորակները (ձև 203). ետքը երկերկու տրամագիծ կըքաշեմ միջերնին, զ° ԹԶ, ԵԷ ու ԵԸ, ԶԺ, որոնց մէյմէկ ծայրերը բոլորակներուն իրար կորած կէտերուն վրայ հասնին, զ° Զ, Ե. ետքը կարկինը բացած՝ Զ կէտէն դէպ 'ի տրամագիծներուն մէկալ ծայրերը լար մը կըքաշեմ ԹԺ. նոյնպէս ալ Ե կէտէն դէպ 'ի ԵԸ տրամագիծներուն ծայրերը, որով կըձևանայ ուզած ձուաձևս։

Հ. Ինչպէս պէտք է ընել երբոր կուզեմ ձուաձևը աւելի երկայն ըլլայ.

Պ. Եթէ ուզեմ որ ամեն երկայնաձև ըլլայ ձուաձևը, կըքաշեմ իրեք բոլորակ՝ իրարու կեդրոնին վրայէն անցընելով (ձև. 203*), և կըքաշեմ ԱԵ ուղիղ գիծը կեդրոններուն վրայէն, և ԶԷ ուղղահայեացը. ետքը երկու ծայրի բոլորակներուն մէջ կըքաշեմ տրամագիծներ, ծայրերնին ԶԷ ուղղահայեացը՝ կարելով մէջտեղի բոլորակին վրայ, ու կարկինը բացած՝ Զ կէտէն դէպ 'ի ԲԹ աղեղը կըձգեմ, և Է կէտէն դէպ 'ի ԺԻ. որով կըձևանայ ուզած ձուաձևս:

Հ. Երկու քառակուսիներով ինչպէս կըքաշուի ձուաձև.

Պ. Երկու քառակուսի քովէ քով դնելէս ու մէջը տրամանկիւններ քաշելէս ետքը (ձև 204), Ե կէտէն ԱԳ աղեղը կըքաշեմ, ու Բ կէտէն ԴԶ աղեղը. ետքը Է կեդրոնէն ԴԱ, ու Ը կեդրոնէն ԳԶ աղեղները կըքաշեմ, որ կըձևանայ ԱԳԶԴ ձուաձևը:

Հ. Ուրիշ ինչ կերպով ձուաձև կըքաշուի.

Պ. Գետնի վրայ դիւրաւ քաշելու համար՝ կընամ. նախ ատանկ ընել. երկու գամ ուզած հեռաւորութեամբս կըհաստատեմ, ու դերձանէ կամ չուանէ օղակ մը շինած՝ գամերուն հեռաւորութենէն քիչ մը երկայն՝ կանգընեմ դամբրան վրայ, և ան չուանէ օղակին մէջ կանգընեմ գծելու գործիքս, ու դէպ 'ի մէկ կողմը քաշելով միակերպ կլոր կըգծեմ, և կըլլայ ուզած ձուաձևս ։

Պարզեալ, գլանի մը վրայ կըպըլլեմ թուղթը՝ որուն վրայ կուզեմ ձուաձև քաշել. ու կարկինը բացած՝ կըդնեմ թղթին մէջտեղը ու գլանին վրայ բոլորակ մը կըքաշեմ, և կելլէ ձուաձև ։

Հ. Մէջէ մէջ նման ձուաձևներ ինչպէս կըքաշուի.

Պ. Քանի քով քառակուսիներ քաշելէս վերջը՝ արամանկեան ծայրերը դէպ 'ի դուրս կերկընցընեմ. կամ որ նոյն է, մինակ քառանկիւն մը կըքաշեմ՝ որուն կողմերուն մէյմէկ ծայրերը դէպ 'ի դուրս կերկընցընեմ. զ° Ե, Ւ, Է, Ը. ետքը վերը գրուած կանոնով (ձև 206) Դ. կէտէն դէպ 'ի Բ. կողմին աղեղը կըքաշեմ, և Բ. կողմէն ալ Դ. կողմին. մնացածն ալ ըստ կանոնի. ուստի որչափ աղեղները իրարու վրայ շառցընեմ՝ այնչափ մէկմէկու մէջ ձուաձևներ կըշինուին ։

Հ. Շրջանակի կտորի մը կեդրոնը ինչպէս կըրնայ գտնուիլ.

Պ. Որովհետև լարի մը կամ աղեղի մը մէջտեղի շառաւիղը ուղղահայեաց է լա֊

րին, անոր համար ԱԲԳ· շրջանակի կոտորին վրայ երկու այլ և այլ պզտի աղեղներ ենթադրելու է (ձև 208), ու մէջանեղերնէն մէյմէկ ուղղահայեաց երկընցընելու է որ կըլլայ իրենց շառաւիղը, և իրար կըտրած կէտը կեդրոն։

Հ. Ձուաձևին կեդրոնը ինչպէս կըգտնուի·

Պ. Ձուաձևին երկու ծայրը մէյմէկ գիծ կըքաշեմ՝ ինչ գիրքով որ ըլլայ՝ իրարու զուգահեռական, զ° ԱԲԳԴ· գծերը (ձև 205), և մէջտեղերնին գտնելով Ե, Զ, ան գտած կէտերուս վրայէն գիծ մը կըքաշեմ ԵԶ· աս գծին մէջտեղի կէտն է ձուաձևին կեդրոնը։

Հ. Ինչպէս կընայ քաշուիլ պարուրաձև·

Պ. Նախ իրարու ուղղահայեաց երկու գծեր կըքաշեմ խաչաձև, զ° ԵԸ, ԶԷ· և ուզած չափովս ասոնք հաւասար մասեր կըբաժնեմ, ինչպէս 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 և այլն (ձև 210)։ Աս բաժանմունքները ընելէս վերջը, 1 թիւէն սկսեալ՝ իբրև կեդրոնէ մը խաչաձև գծերուն ԵԶ կողմանը մէջ քառորդ բոլորակի պզտի աղեղը կըքաշեմ· ետքը կեդրոնը փոխելով 2 թուին վրայ՝ կըքաշեմ քառորդ բոլորակի աղեղին շարունակութիւնը ԶԸ գծերուն մէջ· դարձեալ, կարկնին ոտքը դնելով 3 թուին վրայ, ըէ կիսաբոլորակին շարունակութեան վրայ՝ էջ գծերուն մէջ կը քաշեմ աղեղ մ'ալ։ Նոյն ամէն մէկ անգամ փոխելով կարկինին չա֊փը ու յարմարցընելով նոր կեդրոնի ու առջի աղեղին շառաւիղին հետ՝ կը շարունակեմ աս գործողութիւնս՝ կարկինին ոտքը կար֊գաւ թիւերուն վրայ պտըտցընելով ու նոր կեդրոններով բոլորակի քառորդ աղեղներ քաշելով, ինչուան որ ամէն մէկ բաժան֊մունքներուն վրայ կը քաշցընեմ կարկինս, ու կելլէ ուզած պարուրաձեւս։ Թէ որ բաժանմունքներու մասերը մանր են՝ պա֊րուրաձեւն ալ նեղ կըլլայ. իսկ թէ որ մեծ են՝ պարուրաձեւն ալ լայն կըլլայ։ Դար֊ձեալ, թէ որ ուզեմ որ պարուրաձեւս շատ անգամ պտըտի, խաչաձեւ գծերուն բա֊ժանմունքները պէտք է շատ ըլլան։

Հ. Կրկին գծով պարուրաձեւը ինչպէս կը քաշուի.

Պ. Թէ որ ուզեմ կրկին գծով շինել պարուրաձեւը, պէտք է ան առջի կեդրոն֊ներուն քով մէյմէկ ուրիշ կեդրոններ ալ շարել, ու նորէն գծել պարուրաձեւը՝ առջի գծածին քովերէն։ Դարձեալ, երբոր ու֊զեմ խիտ պարուրաձեւ շինել, մէկ գիծ մը կը քաշեմ, ու մէջտեղը երկու կեդրոն կը֊դնեմ (ձեւ 209), և ամէն մէկ կեդրոնին վրայ փոփոխ կիսաբոլորակներ կը քաշեմ։

Ճ. Ի՞նչպէս կրնայ բոլորակի մը կամ քառակուսւոյ մը կրկին մեծութիւնը գըտնել.

Գ. Բոլորակին մեծութիւնը կրկնապատկելու համար՝ պէտք է բոլորակին մէջ երկու իրարու ուղղահայեաց տրամագիծ քաշել՝ ծայրերնին դէպ ՚ի դուրս երկընցընելով. գ° 5, 6, 7, 8 (Ձև 207). ետքը բոլորակը շօշափելով ԲԴ. ու ԱԳ. տրամագիծներուն ծայրերը միացընելու է՝ որ կրնայ ուզած քառակուսին. գ° 1, 2, 3, 4. որուն անկիւնները շօշափելով քաշուած ըր պարագծեալ բոլորակը՝ առջի բոլորակին կրկինն է. նոյնպէս ալ աս բոլորակին վրայ ուրիշ քառակուսի մը քաշենք առջի ըսած կանոնովս, գ° ԱԲԳԴ., կրնայ առջի քառակուսւոյն կրկինը։

Դարձեալ, ինչ և իցէ քառակուսւոյ տրամանկեան վրայ քաշուած քառակուսւոյն տարածութեան չափն է՝ առջի քառակուսւոյն կրկինը (Ձև 207)։ Իսկ առջի բոլորակին մէկ ու կէս մեծութեան չափն ալ կառնուի, թէ որ դրսի քառակուսւոյն մէկ անկիւնէն (գ° Ա) ներսի քառակուսւոյն մէկալ անկիւնը (գ° 7) գիծ մը քաշենք Ա 7, ու ան գծին վրայ քաշենք քառակուսի մը։ Նոյնպէս թէ որ աս գծին մէջտեղի կէտին վրայէն բոլորակ մը քա-չեմ. ան բոլորակն է մէկ ու կէս մեծութիւնը առջի 1, 2, 3, 4 բոլորակին ։

Հ. Ընկանոն մարմինները ինչպէս կը չափուին.

Պ. Ընկանոն մարմինները որովհետև չափի չեն գար, անոր համար երբոր կուզեմ արձանի մը զանգուածին չափը իմանալ՝ պէտք է արձանը սնտուկի մը մէջ պառկեցնեմ ու վրան աւազ լեցնեմ կամ ջուր կամ կորեկ ինչուան բերանը, ու սնտուկին խորանարդ չափը առնելէս ետքը՝ մէջէն հանեմ արձանը, ու մնացած աւազին բարձրութիւնը միայն նորէն չափեմ և առջի չափէն հանեմ. աւելցածն է արձանին զանգուածին չափը ։

Հ. Ինչպէս չափելու է գլանաձև ամաններուն ընդունակութիւնը.

Պ. Գլանաձև ամաններուն՝ զ° տակառի մը ընդունակութիւնը թէ որ ուզեմ չափել, որովհետև մէջտեղը սովորաբար աւելի բարձր կըլլայ քան թէ երկու ծայրերը, առաջ մէկ ծայրի բոլորակը կը չափեմ, ետքը մէջտեղինը. և աս երկուքին թուաբանական միջին համեմատականը կը գտնեմ. զ° թէ որ տակառին ծայրը 5 ոտք է, մէջտեղը 7, աս երկուքին կէսը կառնեմ որ է 6. աստ կը գտնուի տակառին միջին բոլորակին միջոցը, որ կըլլայ

2 քառակուսի ոտնաչափ, 10 մատնաչափ, և 6 գծաչափ. ետքը տակառին երկայնութիւնը պէտք է չափել և անով բազմապատկել միջին բոլորակին միջոցը, կիմացուի թէ այն տակառը՝ քանի խորանարդ ոտնաչափ կառնէ մէջը. գ. թէ որ երկայնութիւնը 4 ոտնաչափ է, բոլորակին միջոցը բազմապատկելով արտադրեալը կըլլայ 11 ոտնաչափ և 6 մատնաչափ:

Դարձեալ, աւելի պարզ կերպով. թէ որ տակառին գլուխներուն չափը նոյն է՝ գլխին ու փորին չափը առնելէս վերջը՝ գումարին կիսովը տակառին բարձրութեան չափը կըբազմապատկեմ, արտադրեալն է տակառին չափը:

Հ. Ինչպէս չափելու է Եգիպտոսի քովի բուրգին թանձրութիւնը.

Պ. Բուրգին խարսխին ամէն մէկ կողմը չափելու է, որ է 682 ոտնաչափ. բոլոր խարսխին շրջապատը կըլլայ 2728 ոտնաչափ. իսկ բարձրութիւնը 520 ոտնաչափ: Առաջ պէտք է խարսխին մակերևոյթը գտնել, որ է 465,124 քառակուսի ոտնաչափ. ետքը այս թիւը պէտք է բազմապատկել բարձրութեան երրորդ մասովը, որ է 173 ոտնաչափ և 4 մատնաչափ. արտադրեալը կըլլայ 80,621,493 ոտնաչափ և 4 մատնաչափ, որ է բոլոր բուրգին թանձրութիւնը:

Հ. Ինչպէս չափելու է գուբի մը կամ ջրհորի մը խորութիւնը.

Պ. Ջրհորի մը խորութիւնը չափելու համար պէտք է բերանը շիփ շիտակ գաւազան մը անկել, բերնին վրայ ալ ուրիշ գաւազան մը պառկեցընել, անանկ որ երկուքը մէկմէկու ուղիղ անկիւն մը շինեն։ Ուղղահայեաց գաւազանին ալ վերի ծայրը շարժական քանոն մը պիտի ըլլայ. աս քանոնը այնչափ կը բանամ՝ որ գաւազանին ծայրէն թէ որ քանոնին վարի ծայրը դիտեմ՝ ջրհորին մէջ դիմացի կողմը ջրին մակերեւոյթը կամ՝ խորութիւնը տեսնուի։ Ասանկով երկու եռանկիւն կը ձեւանայ, մէկը պզտիկ՝ ջրհորէն դուրս, մէկալը մեծ՝ ջրհորին մէջ. և աս եռանկիւնները իրարու համեմատելով՝ կը գտնուի ջրհորին խորութիւնը։

Հ. Ինչպէս չափելու է գետի մը լայնութիւնը առանց տարաչափ գործիքի.

Պ. Գետին լայնութիւնը չափելու համար՝ գետին եզերքը շիտակ ձող մը կը տընկեմ, վրան ալ 6 կամ 7 ոտնաչափ երկայնութեամբ ուրիշ գաւազան մը կը հաստատեմ. ան գաւազանին երկու ծայրը մէյմէկ քանոն կը դնեմ որ շարժական ըլլան ու գիտելու ծակեր ունենան. եաքը ան քանոնները անանկ կը շտկեմ որ ծակերէն նայելու ըլլամ՛նէ՝ երկուքէն ալ գետին դիմացի կողմը նոյն մէկ կէտը տեսնուի. անկէ ետքը քանոններր անշարժ բռնած՝ տակի ձողը կըդարձընեմ գետին ասդին դէպ 'ի դաշտ, ու քանոններուն ծակերէն կընայիմ՝ թէ ինչ կէտ կըտեսնուի. և ահա կեցած տեղէս ինչուան ան կէտը եղած միջոցը գետին լայնութիւնն է։

Ճ. Դարվեր ու դարվար տեղուանքին մակերևոյթը ինչպէս չափելու է.

Պ. Թէ որ դարվար տեղին միայն մակերևոյթը ուզեմ իմանալ, նոյն պրետարիանեան սեղանով կըչափուի. լեռան վերայէն դէպ 'ի վար դիտելովս այլ և այլ եռանկիւններ կըձևանան թղթիս վրայ։ Իսկ թէ որ գնելու կամ ծախելու համար ուզեմ չափել անանկ տեղուանքը՝ իրենց պտղաբերութիւնը իմանալու մտքով, նախ գիտնալու է որ սաստիկ դարվեր տեղերուն մակերևոյթը թէպէտ իրենց հորիզոնական մակերևութէն մեծ է, բայց անով աւելի չենք կամ ծառ կամ ցորեն չեն կընար ունենալ վրանին. ուստի սաստիկ տեղուանք չափելու համար՝ չափողին հետ երկու հոգի պէտք է որ մէկը շղթային մէկ ծայրը գետնի վրայ բռնէ, մէկալը հետ զհետէ վար իջնալով շղթային մէկալ ծայրը վեր վերցընէ հորիզոնական դիրքով, ու ետքը անոր ծայրը ծանրոցով մը վար երկնցընէ . առանկով ինչուան լեռան ոտքը չափելէն ետքը՝ ամէն մէկ հորիզոնական շղթային համեմատ չափը կառնուի թղթին վրայ ։

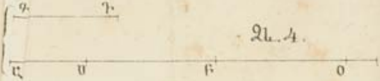
Հ . Քաղքի մը կամ գաւառի մը տարածութեան չափը ինչպէս գտնելու է .

Գ . Քաղքի մը տարածութիւնը չափելու համար , առաջ երկու անանկ բարձր տեղուանք պէտք է ընտրել՝ որ անոնցմէ բոլոր քաղքին գլխաւոր բարձրութիւնները տեսնուին . ետքը ան երկու բարձր տեղերուն իրարմէ ունեցած հեռաւորութիւնը պէտք է չափել , ու մէկուն վրայէն պրետորիանեան սեղանով բոլոր դիմացի բարձրութիւնները գծելէն ետքը՝ մէկալէն ալ նոյն գործողութիւնն ընելու է . տարածութիւնը թղթին վրայ կիմացուի ։

ՑԱՆԿ

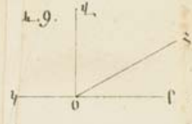
ԳՈՐԾՈՒՔ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆՈՒԹԵԱՆ

ՅԱՒԵԼՈՒԱԾ

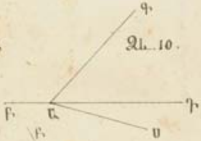


Ձև. 4.

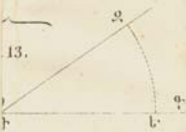
Ձև. 5.



և. 9.

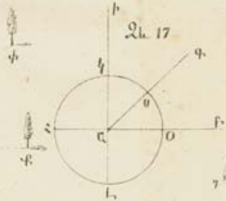


Ձև. 10.



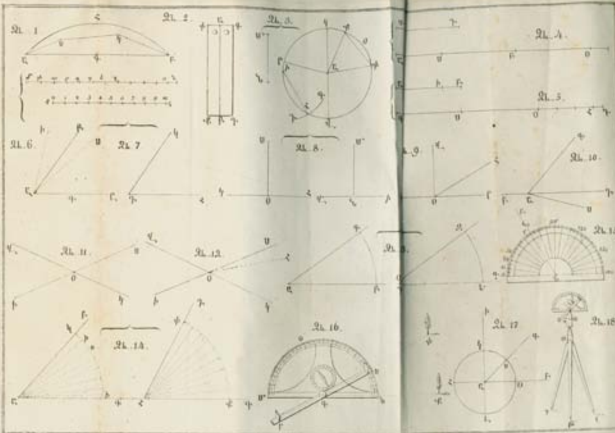
13.

Ձև. 15.

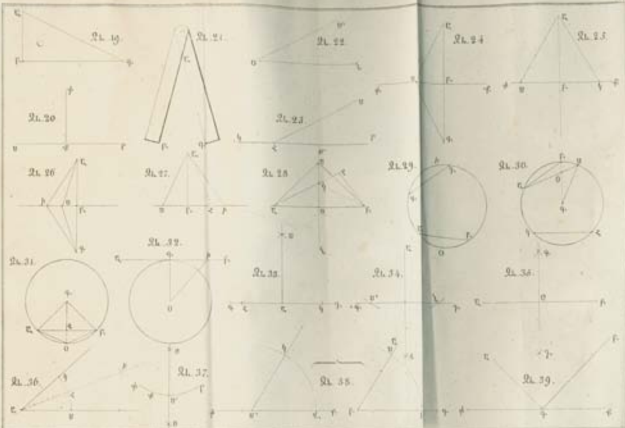


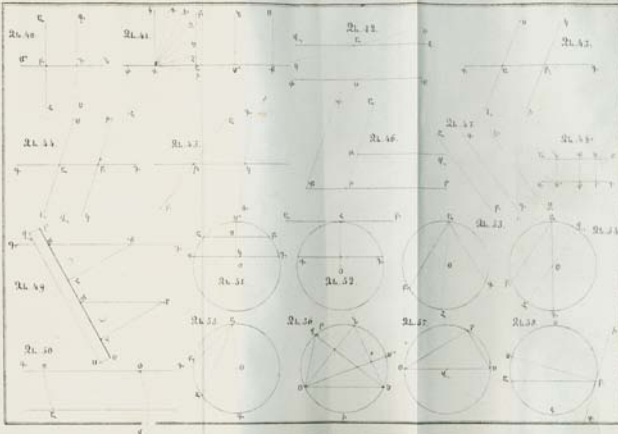
Ձև. 17

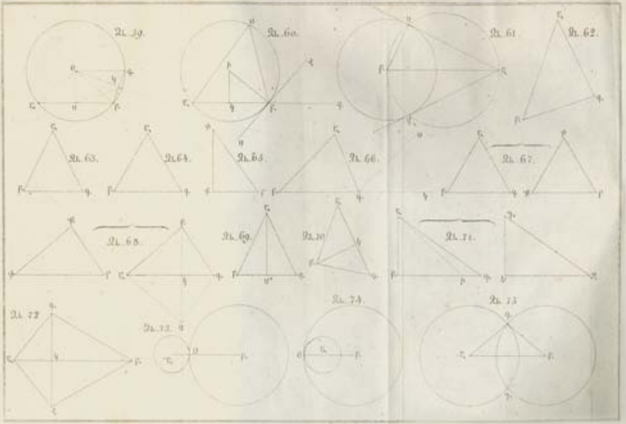
Ձև. 18.

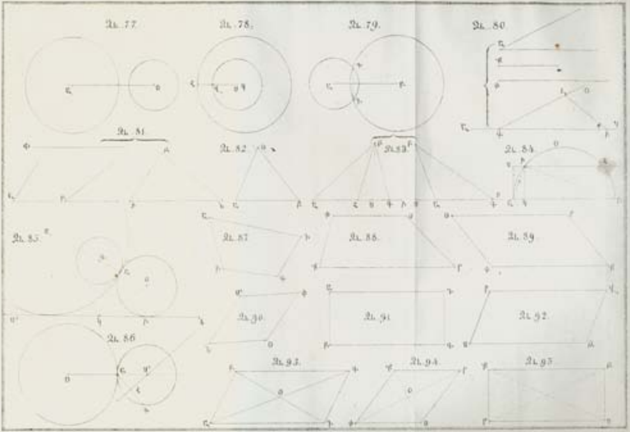


Ձև. 1
Ձև. 2
Ձև. 3
Ձև. 4
Ձև. 5
Ձև. 6
Ձև. 7
Ձև. 8
Ձև. 10
Ձև. 11
Ձև. 12
Ձև. 14
Ձև. 15
Ձև. 16
Ձև. 17
Ձև. 18









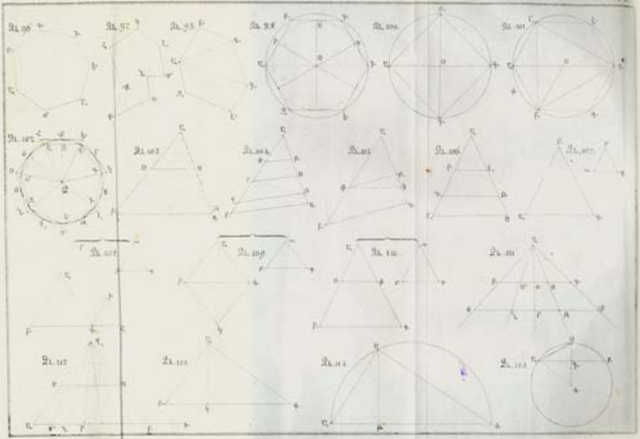
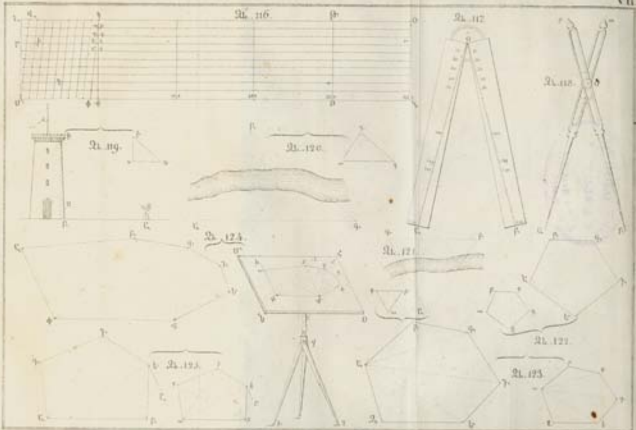
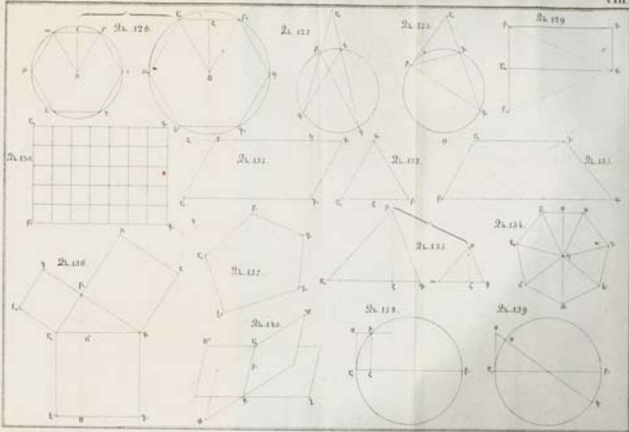
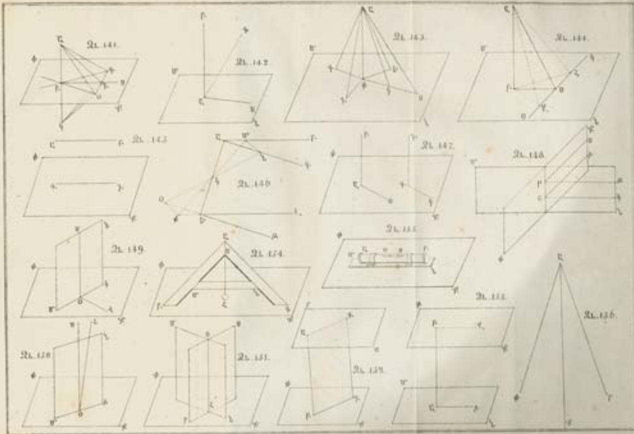


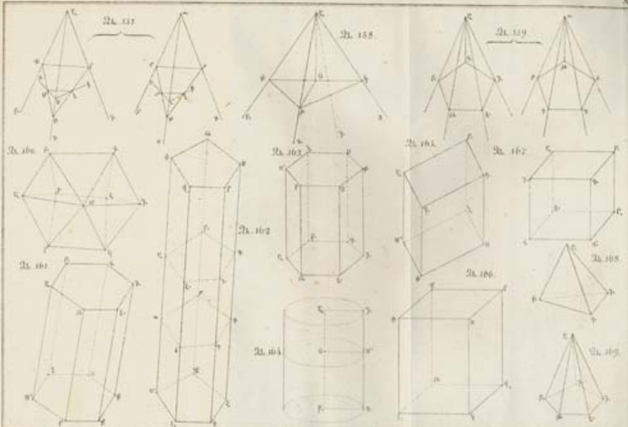
Fig. 96
Fig. 97
Fig. 98
Fig. 99
Fig. 100
Fig. 101
Fig. 102
Fig. 103
Fig. 104
Fig. 105
Fig. 106
Fig. 107
Fig. 108
Fig. 109
Fig. 110
Fig. 111
Fig. 112
Fig. 113
Fig. 114
Fig. 115

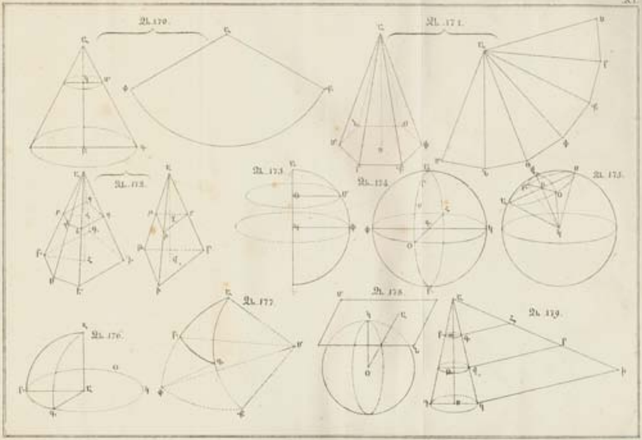
VII.






Fi. 141.
Fi. 142.
Fi. 143.
Fi. 144.
Fi. 145.
Fi. 146.
Fi. 147.
Fi. 148.
Fi. 149.
Fi. 150.
Fi. 151.
Fi. 152.
Fi. 153.
Fi. 154.
Fi. 155.
Fi. 156.


Ab. 157
Ab. 158.
Ab. 159
Ab. 160.
Ab. 161.
Ab. 162
Ab. 163
Ab. 164
Ab. 165.
Ab. 166.
Ab. 167
Ab. 168
Ab. 169.



Ab. 170.
Ab. 171.
Ab. 172.
Ab. 173.
Ab. 174.
Ab. 175.
Ab. 176.
Ab. 177.
Ab. 178.
Ab. 179.