ՁԵՌՆԱՐԿ

ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԵԱՆ

ՀԱՅՈՑ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Փոխադրեց

ԱՐ. ՍՊԱՐԱՊԵՏԵԱՆՑ

Գինն է 50 կոպէկ

ԹԻՖԼԻՍ
ԷԼԵԿՏՐԱՇԱ[…]Ն ՕՐ. Ն. ԱՂԱՆԵԱՆԻ, ՊՕԼԻՑ. 7
1907 (83)

ՁԵՌՆԱՐԿ

ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԵԱՆ

ՀԱՅՈՑ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

կազմեց

ԱՐՇԱԿ ՍՊԱՐԱՊԵՏԵԱՆ

(Ըստ Ա. Կիսիլեովի)

ԹԻՖԼԻՍ

ԷԼԵՔՏՐԱՇԱՐԺ ՏՊԱՐԱՆ ՕՐ. Ն. ԱՂԱՆԵԱՆԻ, ՊՕԼԻՑ. 7.

1907 (75)

ԱՌԱՋԻՆ ՄԱՍԸ

ԱՄԲՈՂՋ ՎԵՐԱՑԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐ

1. ԹՈՒԱՐԿՈՒԹԻՒՆ

1. *Գաղափար թուերի մասին։* Մէկ առարկայ և մէկ առարկայ՝ կլինի երկու առարկայ, երկու առարկայ և մէկ առարկայ՝ կլինի երեք առարկայ, երեք և այլն...։ Մէկ, երկու, երեք, չորս... և այլն կոչւում են ամբողջ թուեր։

Մէկ թիւը այլապէս կոչւում է միաւոր։

Ամէն մի ամողջ թիւ՝ բացի միաւորից, ներկայացնում է միաւորների խումբ։

Թուերը լինում են անուանական եւ վերացական։ Անուանական կոչւում է այն թիւը, որին կցուած է առարկայի անունը։ Օրին. 5 մատիտ։

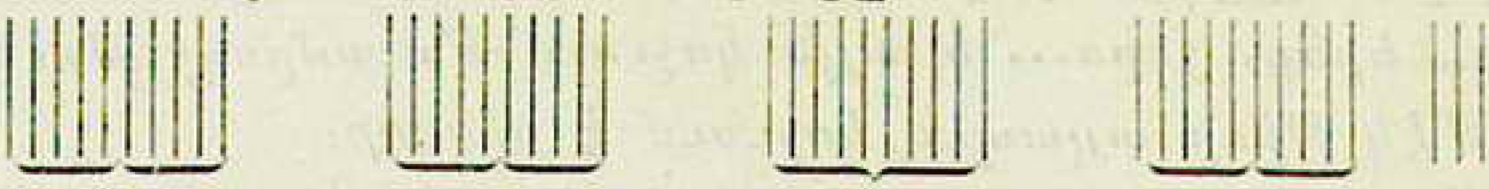
Վերացական կոչւում է այն թիւը, որին չի կցուած առարկայի անունը։ Օրին. 5։

2. *Թուերի բնական շարքը։* Եթէ մէկ միաւորի աւելացնենք յաջորդաբար ուրիշ միաւոր և այդպէս շարունակ, կստանանք թուերի բնական մի շարք. մէկ, երկու, երեք, չորս և այլն... Այդ շարքի մէջ ամենափոքր թիւն է մէկը, իսկ ամենամեծը չկայ, որովհետև՝ ամեն մի թուին, որքան որ նա մեծ լինի, կարելի է աւելացնել մէկ միաւոր և այդպիսով անսահման կերպով մեծացնել թիւը։

Մի խումբ առարկաների թուի մասին պարզ գաղափար կազմելու համար պէտք է նրանց հաշուել։ Որպէս զի կարողանանք հաշուել կամ համարել որքան կարելի է մեծ թիւ, պէտք է իմանալ իւրաքանչիւր թուի անունը։

Այն գործողութիւնը, որի միջնորդութեամբ կազմում են ամենայն մի թուի անունը, կոչւում է բերանացի համրանք (թուարկութիւն). իսկ այն միջոցը, որով այդ թուերը արտայայտւում են գրաւոր նշաններով, կոչւում են գրաւոր համրանք (թուարկութիւն):

3. Բերանացի համրանք մինչեւ հազար: Առաջին տասը թուերը կրում են հետեւեալ անունները. մէկ, երկու, երեք, չորս, հինգ, վեց, եօթը, ութը, ինը, տասը. կամ (տասնեակ): Այս և մի քանի ուրիշ անունների օգնութեամբ կարելի է արտայայտել և ուրիշ թուեր: Դիցուք մենք ուզում ենք անուն տալ այն թուին, որ արտայայտում են այստեղ նկարած գծերը.



Դրա համար համարում ենք տասը գիծ և այն առանձնացնում ենք միւսներից. յետոյ էլի համարում ենք տասը գիծ և այն ևս առանձնացնում ենք միւսներից: Այդպէս պիտի համարենք տաս-տաս գիծ և առանձնացնենք մինչև կամ բոլորովին գիծ չըմնայ, և կամ մնայ տասից պակաս: Համարելով տասնեակները և մնացած գծերը, մենք բոլորին կարող ենք անուանել՝ չորս տասնեակ և երեք միաւոր:

Երբ թիւը տասը տասնեակից աւելի է, այդ տասնեակները համարում ենք միաւորների նման. այսինքն համարում և առանձնացնում ենք 10 տասնեակը—էլի 10 տասը տասնեակը և այլն ու այդպիսով կազմում ենք տասը տասնեակների խմբեր: Ամեն մի տասը տասնեակը կոչւում է մի հարիւրեակ:

Դիցուք թուի մէջ կայ՝ երեք հարիւրեակ հինգ տասնեակ և եօթը միաւոր: Այդ թիւը կարելի է անուանել երեք հարիւրեակ հինգ տասնեակ եօթը միաւոր:

Երբ թիւը տասը հարիւրեակից աւելի է—ապա այդ հարիւրեակներն էլ համարում ենք տասնեակների նման և ամեն մի տասը հարիւրեակից կազմում ենք մի հազար։ Տասը և մէկին ասում ենք տասնումէկ—(տասի վրայ մէկ)։ Տասը և երկուսին՝—տասներկու—(տասի վրայ երկու) և այլն։ Երկու տասնեակը կոչւում է քսան, երեք տասնեակը՝ երեսուն, չորս տասնեակը՝ քառասուն, հինգ տասնեակը՝ յիսուն և այլն։ Երկու հարիւրեակը կոչւում է երկու հարիւր, երեք հարիւրեակը՝ երեք հարիւր և այլն։

4. *Գրաւոր համրանք մինչև հազար*։ Առաջին ինը թիւը արտայայտելու համար գոյութիւն ունեն առանձին գրաւոր նշաններ, որոնք կոչւում են *թուանշաններ*. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Այդ ինը թուանշանների և տասերորդ՝ 0 (զերօ) նշանով, որ ցոյց է տալիս, թէ թիւ չկայ, կարելի է արտայայտել ամեն մի թիւ մինչև հազար։ Դրա համար ընդունուած է աջ կողմից *առաջին* տեղը գրել միաւորները, *երկրորդ* տեղը՝ տասնաւորները, *երրորդ* տեղը՝ հարիւրաւորները։ Այսպէս երեքհարիւր քսան և հինգը գրաւոր կերպով արտայայտւում է այսպէս՝ 325, երեքհարիւր քառասունը՝ 340, երեքհարիւրը՝ 300, երեքհարիւր հինգը՝ 305։

Ձախ կողմից զրօներ չեն գրում. օրինակ. փոխանակ գրելու 024, գրում ենք համառօտ կերպով 24, որովհետև թէ առաջին և թէ երկրորդ դէպքում 2 թուանշանը գրուած է աջ կողմից երկրորդ տեղում, իսկ 4 թուանշանը՝ առաջին տեղում, ուստի և 2-ը ցոյց է տալիս տասնեակների թիւը, իսկ 4-ը միաւորներինը։

Այն թիւը, որ արտայայտուած է մէկ թուանշանով—կոչւում է *միանշան թիւ*, որը՝ երկուսով—*երկանշան թիւ*, իսկ որը աւելի շատ թուանշաններով՝ *բազմանշան թիւ*։

5. *Բերանացի թուարկութիւն հազարից աւելի թուերի*։ Երբ համարելու առարկաների թիւը հազարից աւելի է, այդ դէպքում նրանցից կազմում են այնքան հազարեակներ—ինչքան կարելի է։ Այնուհետև համարում են հա-

զարները ու մնացած թուերը, տալով թէ հազարների և թէ միւս թուերի անունները. օրինակ. երկու հարիւր քսանուհինգ հազար հինգ հարիւր վաթսուն երկու միաւոր։

Հազար հարիւրեակը կազմում է միլիօն, հազար միլլիօնը՝ երկմիլլիօն, բիլլիօն (կամ միլլիարդ), հազար բիլլիօնը՝ եռմիլլիօն՝ տրիլլիօն և այլն։ Օրինակ. այսպէս կարելի է կազմել հետևեալ թուի անունը՝ հարիւրվաթսուն միլլիօն երեք հարիւր քսանուհինգը հազար հարիւր վաթսուն միաւոր։

6. *Գրաւոր թուարկութիւն հազարից աւելի մեծ թուերի։* *Դիցուք հարկաւոր է գրել երեսուն և հինգ բիլլիօն ութ հարիւր վեց միլլիօն եօթը հազար վաթսուն և երեք միաւոր։ Այդ կարելի է գրել թուանշանների և բառերի օգնութեամբ այսպէս.*

35 բիլլիօն 806 միլլիօն 7 հազար 63 միաւոր։

Որպէս զի բառեր բոլորովին չըգործածենք, գրում ենք նախ՝ բիլլիօններ, միլլիօններ, հազարներ, և հասարակ միաւորներ արտայայտող թուերը մի շարքում, կողք կողքի, ձախից դէպի աջ, երկրորդ՝ այդ թուերի ամեն մի խումբը արտայայտում ենք երեք թուանշաններով, այսինքնը փոխանակ գրելու 63 միաւոր, գրում ենք 063, փոխանակ 7 հազար՝ 007 և այլն։ Այսպէս գրելով մեր թիւը կստանայ հետևեալ կերպարանքը.

35 806 007 063—։

Պէտք է գիտենալ, որ աջ կողմի երեք թուանշանները արտայայտում են միաւորների թիւը, հետևեալ երեք թուանշանները արտայայտում են հազարաւորների թիւը, դրանցից դէպի ձախ երեք թուանշանները՝ միլլիօնաւորների թիւը և այլն։

Օրին. 567 002 301 նշանակում է 567 միլլիօն 002 հազ. 301 միաւոր։

2 008 001 020 նշանակում է 2 բիլ. 8 միլիոն 1 հազ. 20 միաւոր։

15 000 026 նշանակում է 15 միլիոն 26 միաւոր և այլն։

Շատ թուանշաններով արտայայտուող թիւը, օրինակ. 5183000567000 թիւը կարդալու համար, աջ կողմից ստորակէտներով առանձնացնում ենք երեք-երեք թուանշան, քանի որ կարելի է։

5,183,000,567,000։

Աջակողմեան առաջին ստորակէտը դրուած է «հազար» բառի տեղ, երկրորդը՝ «միլիոն» բառի, երրորդը՝ «բիլիոն», չորրորդը՝ «տրիլիոն»։ Ուրեմն մեր առաջ բերած թիւը պիտի կարդալ այսպէս. 5 տրիլ. 183 բիլ. 567 հազար։

7. *Թուանշանների բռնած տեղերի նշանակութիւնը*։ Թուանշանի բռնած ամեն մի տեղը ունի իւր առանձին նշանակութիւնը, այսպէս.

Աջ կողմից	առաջին	տեղը	գրւում են	հասարակ միաւորները
»	երկրորդ	»	»	տասնաւորները
»	երրորդ	»	»	հարիւրաւորները
»	չորրորդ	»	»	հազարաւորները
»	հինգերորդ	»	»	տասհազարաւորները
»	վեցերորդ	»	»	հարիւրհազարաւորն
»	եօթերորդ	»	»	միլիոնաւորները
»	ութերորդ	»	»	տասը միլիոնաւորները։

8. *Միաւորների դասակարգերը*։ Հասարակ միաւորները կոչւում են առաջին դասակարգի միաւորներ, տասնաւորները՝ երկրորդ դասակարգի միաւորներ, հարիւրաւորները՝ երրորդ դասակարգի միաւորներ և այլն։ Մի դասակարգի միաւոր իրենից աւելի փոքր դասակարգի միաւորների համեմատութեամբ կոչւում է *բարձր* դասակար-

գի միաւոր, իսկ իրանից աւելի մեծի համեմատութեամբ՝ ցածր դասակարգի միաւոր։

Այսպէս օրինակ. հարիւրաւորը, համեմատութեամբ տասնաւորների կոչւում է բարձր դասակարգի միաւոր, իսկ համեմատութեամբ հազարաւորի, կոչւում է ցածր դասակարգի միաւոր։

Բարձր դասակարգի միաւորը պարունակում է իւր մէջ իրեն յաջորդ ցածր դասակարգի տասը միաւոր։ Այսպէս օրինակ. հարիւր հազարաւորը պարունակում է իւր մէջ 10-ը տաս հազարաւոր, տասը հազարաւորը՝ տասը հազարաւոր և այլն։

9. *Յայտնի դասակարգի քանի միաւոր է պարունակում իւր մէջ թիւը:* Դիցուք հարկաւոր է իմանալ թէ քանի հարիւրաւոր է պարունակում իւր մէջ 56284 թիւը, այսինքն—քանի հարիւրաւոր կայ այդ թուի տասը հազարաւորների, հազարաւորների և հարիւրաւորների մէջ միասին։ Դրա համար մենք դատում ենք այսպէս. այս թուի երկրորդ տեղում գրուած է 2. ուրեմն այստեղ կայ երկու հասարակ հարիւրաւոր. հետևեալ թուանշանը դէպի ձախ է 6—թուանշանը, որ ցոյց է տալիս հազարաւորների թիւը, այսինքն տասը հարիւրաւորների թիւը, դէպի ձախ հետևեալ 5 թուանշանը ցոյց է տալիս տասը հազարաւորների, այսինքն—հարիւր հարիւրաւորների թիւը։ Ուրեմն այս թիւը պարունակում է իւր մէջ 5 հարիւր վաթսուն 2 հարիւրաւոր, այսինքն 562։ Նոյն ձևով իմանում ենք, որ այդ թիւը պարունակում է իւր մէջ 5628 տասնաւոր։

Կանոն։ Իմանալու համար, թէ թիւը յայտնի դասակարգի քանի միաւոր է պարունակում իւր մէջ—պէտք է թողնենք նրանից ցածր դասակարգ արտայայտող թուանշանները և կարդանք մնացած թիւը։

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԵՒ ՀՌՈՎՄԷԱԿԱՆ ԹՈՒԱՆՇԱՆՆԵՐ

10. *Հայկական թուանշաններ*։ Հայկական հին եկեղեցական մատեաններում, ինչպէս նաև հնագոյն արձանագրութիւնների մէջ թուանշանների տեղ գործ են ածում հայոց այբուբէնի տառեր։ Հետևեալ 28 տառերով արտայայտել են թուերը մինչև 1000։

ա (1), բ (2), գ (3), դ (4), ե (5), զ (6), է (7), ը (8), թ (9), ժ (10), ի (20), լ (30), խ (40), ծ (50), կ (60), հ (70), ձ (80), ղ (90), ճ (100), մ (200), յ (300), ն (400), շ (500), ո (600), չ (700), պ (800), ջ (900), ռ (1000)։

Այս տառերի համախմբումից կազմւում է ցանկալի թիւը։ Օր. 1769 թիւը տառերով արտայայտելու համար գրում ենք «ռչկթ» և այլն։

11. *Հռովմէական թուանշաններ*։ Մինչև օրս էլ ընդունուած է որոշ դէպքերում գործածել հռովմէական թուանշաններ, այդ պատճառով և մենք հարկաւոր ենք համարում ծանօթացնել դրանց հետ։ Հռովմէացիք թուեր արտայայտելու համար գործ են ածում հետևեալ 7-ը նշանները։

I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000։

Նրանց թուերը արտայայտելու ձևը էապէս տարբերւում է մերից։ Տեղերը փոխելուց մեր թուանշանների նշանակութիւնն էլ փոխւում է, այն ինչ հռովմէական թուանշանները—որտեղ և գրուած լինեն՝ ամեն տեղ պահպանում են իրենց սկզբնական նշանակութիւնը։

Երբ որ շարքով գրուած են մի քանի հռովմէական թուանշաններ, նրանց արտայայտած թիւը հաւասար է այդ թուանշանների գումարին։ Օր. XXV-ը է 10-ի, 10-ի և 5-ի գումարը, այսինքն 25—clxv է 165 և այլն։ Այդ կանոնից բացառութիւն են կազմում միայն հետևեալ թուերը.

4=IV, 9=IX, 40=XL, 90=XC, 400=CD, 900=CM: Այս արտայայտութիւնների մէջ ձախակողմեան թուանշանը հանւում է աջակողմեան թուանշանից։

Այս իմանալուց յետոյ հասկանալի կըդառնան հետևեալ թուական արտայայտութիւնները.

I=1, II=2, III=3, IV=4, V=5, VI=6, VII=7, VIII=8, IX=9, X=10, XI=11, XII=12, XIV=14, XVIII=18, XIX=19, XX=20, XXIX=29, XLII=42, LXXXIV=84, XCV=95, CCC=300, DC=600, DCC=700, MDCCCLXXXIV=1884.

Հազարաւորների թիւն էլ գրւում է միաւորների նման, միայն աջ կողմից, ներքևը գրւում է m (mille հազար) տառը—օրինակ

CLXXX$_{m}$ CCCLXIV=180364.

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

12. Ինչ է գումարումը. Երկու կամ մի քանի թուեր կարելի է միացնել և դարձնել մի թիւ, որը կոչւում է նրանց գումար։ Այսպէս օրինակ, 5 գրչածայր, էլի 7 գրչածայր, էլի 2 գրչածայր, կարելի է միացնել և արտայայտել մի թուով ու ասել. 14 գրչածայր։ 14-ը կլինի երեք թուերի՝ 5-ի, 7-ի և 2-ի գումարը։ Ուստի կարող ենք ասել.

Գումարումը մի գործողութիւն է, որի օգնութեամբ գտնում ենք տուած մի քանի թուերի գումարը։

Գումարելու համար տուած թուերը—կոչւում են գումարելիներ։

Պէտք է նկատենք, որ «7-ին աւելացնել 3» նոյնն է, եթէ ասենք գտնել 7-ի և 3-ի գումարը։

13. *Գումարի յատկութիւնը*. Դիցուք հարկաւոր է գտնել 5, 7 և 2 (ասենք լուցկիների) գումարը։ Մենք կարող՝ ենք 5-ին նախ աւելացնել 7 և ապա 2—կամ՝ 5-ին աւելացնենք նախ 2-ը և ապա 7-ը. կամ 7-ին աւելացնենք 2, յետոյ 5։ Կարող ենք վարուել և այլ կերպ. օրինակ. վերցնենք 7-ի մի որ և է մասը և աւելացնենք նրան 5-ի որ և է մասը և յետոյ դորան աւելացնել մնացած միաւորները (լուցկիները) մէկ-մէկ, երկու-երկու և այլն, ինչպէս կամենում ենք։ Ամեն դէպքում մենք կըստանանք միևնոյն գումարը՝ 14 (լուցկի)։ Այսպէս ուրեմն.

Ինչ կարգով և մենք միացնելու լինենք գումարելիները գումարը կմնայ անփոփոխ։

14. *Երկու միանշան թուերի գումարումը*. Երկու միանշան թուերի գումարն իմանալու համար—բաւական է դրանցից մէկին աւելացնել միւս թուի միաւորները։ Այսպէս օրինակ. 7-ին աւելացնելով 5 թուի բոլոր միաւորները, գումարը կստանանք 12։

Ամեն տեսակ թուեր իրար հետ արագութեամբ գումարել կարողանալու համար, պէտք է բազմազան վարժութիւնների օգնութեամբ աշխատել յիշողութեան մէջ պահել այն բոլոր գումարները, որոնք ստացւում են երկու միանշան թուերը գումարելուց։

15. *Բազմանշան թուերի գումարելը միանշան թուերի հետ*. Դիցուք հարկաւոր է գումարել 37 և 8։ Փոխանակ 37-ին աւելացնելու 8 անգամ մի-մի միաւոր, մենք աւելի հեշտութեամբ կարող ենք գտնել գումարը. օրինակ այսպէս. 37-ից կհեռացնենք 7 միաւորը և այն կգումարենք 8-ի հետ, կստանանք 15։ Այդ 15 միաւորը կմիացնենք 30-ին. բայց 15-ը նոյն է, ինչ որ 10 և 5։

կաւելացնենք 30-ին 10, կստանանք 40, կմիացնենք 40-ին էլի 5, կստանանք 45։

Կարելի է վարուել այսպէս. 8 միաւորից կվերցնենք 3 միաւոր, կաւելացնենք 37-ին, որ այդ թիւը դառնայ 40. ապա 40-ին կաւելացնենք 8-ից մնացած 5-ը և կստանանք 45։

Հարկաւոր է վարժուել և այդ գործողութիւնները արագութեամբ մտքի մէջ կատարել։

16. *Բազմանշան թուերի գումարումը։* Դիցուք հարկաւոր է գտնել 13658, 22409 և 346 թուերի գումարը։ Դրա համար մենք նախ կգումարենք բոլոր գումարելիների միաւորները, յետոյ նրանց տասնաւորները, ապա հարիւրաւորները և այլն։ Այդ գործողութիւնը կատարելու ժամանակ—զանազան դասակարգերի միաւորները իրար հետ չշփոթելու համար այդ թուերը գրում ենք իրար տակ այնպէս, որ միաւորները գրուած լինեն միաւորների տակ, տասնաւորները՝ տասնաւորների տակ, հարիւրաւորները՝ հարիւրաւորների տակ և այլն։ Վերջին գումարելու տակ քաշում ենք հորիզոնական գիծ։

```
13653
22409
 1608
  346
-----
38016
```

Միաւորները գումարելով կստանաք 26, այսինքն 2 տասնաւոր և 6 միաւոր. 2 տասնաւորը յիշողութեան մէջ կըպահենք, որ այն գումարենք տասնաւորների հետ, իսկ 6 միաւորը կգրենք գծի տակ գումարելիների միաւորների դիմաց։ Գումարելով տասնաւորները (և նրանց աւելացնելով միաւորների գումարումից ստացած 2 տասնաւորը) կստանանք 11 տասնաւոր, այսինքն 1 հարիւրաւոր և 1 տասնաւոր։ 1-հարիւրաւորը մենք մտքներումս կպահենք, որ գումարենք հարիւրաւորների հետ, իսկ 1 տասնաւորը կգրենք գծի տակ տասնաւորների տեղը։ Հարիւրաւորների գումարումից կստանանք 20 հարիւրաւոր, այսինքն ուղիղ 2 հազար, այդ երկու հազարը մտքներումս կպահենք, որ աւելացնենք հազարավորներին, իսկ գծի տակ, հարյուրի տեղ կգրենք 0։ Այսպես շարունակում ենք մինչև վերջը։

Եթե գումարելիներից յուրաքանչյուր դասակարգի միավորների գումարը 9-ից ավելի չէ, այդ դեպքում միևնույն է թե որտեղից ենք սկսում գումարելը, բարձր, թե ցածր դասակարգերից։ Ուրիշ դեպքում գումարելը, բարձր դասակարգերից սկսելը, անհարմար է, որովհետև ցածր դասակարգերի միավորների գումարից կարող է ստացվել բարձր դասակարգի մեկ կամ ավելի միավոր, որ հարկավոր կլինի ավելացնել համապատասխան բարձր դասակարգերի միավորին—ապա ուրեմն և ջնջել և նորից գրել միանգամ արդեն գրածը, որ կրկնակի աշխատանք է պահանջում։

17. *Գումարման կանոնը։* Հարկավոր է գրել գումարելիները մեկը մյուսի տակ այնպես որ միավորները լինեն միավորների տակ, տասնավորները՝ տասնավորների տակ, հարյուրավորները հարյուրավորների տակ և այլն։ Վերջին գումարելու տակ քաշում ենք հորիզոնական գիծ։

Գումարման գործողությունը պետք է սկսել հասարակ միավորներից, հետո պետք գումարել տասնավորները, ապա հարյուրավորներ և այլն։

Եթե որևէ դասակարգի գումարումից ստացվի միանշան թիվ, այդ թիվը պետք գրել գծի տակ այդ դասակարգի թվերի դիմաց։ Եթե ստացվի երկանշան թիվ, ապա դրա միավորները պետք գրել գծի տակ, իսկ տասնավորը մտքում պահել ու ավելացնել հետևյալ բարձր դասակարգի միավորների գումարելիներին։

18. *Բազմաթիվ գումարելիների գումարումը։* Երբ հարկավոր է լինում գումարել բազմաթիվ գումարելիներ, այդ դեպքում այդ գումարելիներից կազմում ենք մի քանի խմբեր և ամեն մի խումբը գումարում ենք առանձնապես և ապա ստացած գումարները գումարում և ստա-

նում մի գումար։ Դիցուք հարկաւոր է գումարել հետեւեալ 10 գումարելիները. 286, 35,76, 108, 93, 16, 426, 576, 45, 72։ Բաժանենք այդ գումարելիները հետեւեալ խմբերի.

Առաջ. խումբ,	երկրորդ խումբ,	երրորդ խմբ.	ընդ. գում.
286			
108	35	16	1396
426	93	45	204
576	76	72	133
1396	204	133	1733

երեք գումարները ի մի գումարելով կստանանք. 1733։

19. *Գումարման ստուգումը։* Համոզուելու համար որ գործողութիւնը ճիշտ է կատարուած, պէտք է այն ստուգել։ Ստուգելու համար՝ գումարման գործողութիւնը կատարում ենք երկրորդ անգամ—միայն փոխելով ուղղութիւնը։ օր. եթէ առաջ գումարումը կատարել ենք վերեւից ներքեւ, ստուգելու ժամանակ պէտք է գումարել ներքեւից վերեւ և ընդհակառակը։ Եթէ այդ դէպքումն էլ ստացուի միեւնոյն գումարը, ապա ճիշտ է գումարած։

Հ Ա Ն Ո Ւ Մ Ն

20. *Ի՞նչ է հանումն։ Հանումն կոչւում է այն գործողութիւնը, որի միջոցով տուած թուից հանում ենք այնքան միաւոր, որքան միաւոր պարունակում է իւր մէջ միւս տուած թիւը։*

Այն թիւը, որից հանում են, կոչւում է *նուազելի*. այն թիւը, որը հանում են, կոչ. *հանելի*. հանումից յետոյ ստացած թիւը կոչւում է *մնացորդ*։ Այսպէս օրինակ—եթէ 17-ից հանում ենք 9-ը, այդ դէպքում 17-ը կլինի նուազելի, 9-ը—հանելի, իսկ 8-ը—մնացորդ։ Մնացորդն էլ կոչւում է *տարբերութիւն*, որովհետեւ նա ցոյց է տալիս նուազելու և հանելու *տարբերութիւնը*։

Պէտք է 'ի նկատի ունենալ, որ երբեմն ասում են. «17-ից պակասացնել 9—ը կամ 17—ը քչացնել 9-ով», այդ միեւնոյն է, եթէ ասենք 17-ից հանել 9-ը։

21. Նուազելու, հանելու եւ մնացորդի մէջ եղած կապը։ Գումարման միջոցով երկու և աւելի թուեր միացնում դարձնում ենք մի թիւ։ Հանման միջոցով, ընդհակառակն, մի թիւ վերլուծում ենք երկու թուերի։ Եւ իսկապէս. եթէ մենք 9-ից հանեցինք 5 և ստացանք 4, այդ նշանակում է, որ մենք 9—ը վերլուծեցինք երկու թուերի. 5-ի (հանելու միաւորները) և 4-ի (մնացորդի միաւորները)։ Սրանից եզրակացնում ենք, որ.

Նուազելին հաւասար է հանելուն գումարած մնացորդի հետ։

22. Հանման եւ գումարման գործողութիւնների համեմատութիւնը. Որովհետև նուազելին հաւասար է հանելիին գումարած մնացորդի հետ, ուստի և կարելի է ասել, որ նուազելին է գումարը, իսկ հանելին և մնացորդը՝ գումարելիներ։ Գումարման գործողութեան ժամանակ տրւում են գումարելիները և պահանջւում է գտնել գումարը։ Հանման գործողութեան ժամանակ ընդհակառակն— տրւում է գումարը և մի գումարելին և դրանց օգնութեամբ գտնւում է միւս գումարելին։ Ուստի և կարելի է ասել. հանումն մի գործողութիւն է, որի օգնութեամբ տուած գումարով և մի գումարելիով գտնում ենք միւս գումարելին։

23. Միանիշ թուերի հանումը։ Վերցնենք երկու օրինակ.

Առաջին օրինակ. 28-ից հանենք 6։

Նուազելի 28-ը վերածենք երկու մասի. 20 և 8։ 8-ից հանելով 6-ը կստանանք 2։ Ուրեմն բոլոր նուազելուց կմնայ 20 և 2, այսինքն 22։

Երկրորդ օրինակ. 32-ից հանենք 8։

Հանելի 8-ը վերածենք երկու մասի. 2 և 6։ 32-ից հանելով 2, կստանանք 30,-հանելով էլի 6, կստանանք 24։

Պէտք է վարժուել մտքով արագութեամբ հանել միանշան թուերը ամեն տեսակ թուերից։

24. Բազմանշան թուերի հանումն։ Դիցուք 60072-ից հարկաւոր է հանել 7345։

Գործողութիւնը դասաւորենք, ինչպէս գումարման ժամանակ.

6'0'07'2	. . . . . .	նուազելի
7 345	. . . . . .	հանելի
52727	. . . . . .	Մնացորդ

Սկսենք նոյն կարգով, ինչպէս անում էինք գումարման ժամանակ, այսինքն սկսենք հանել միաւորները միաւորներից, տասնաւորները՝ տասնաւորներից և այլն։ 5 միաւորը 2 միաւորից հանել չի կարելի. 7 տասնաւորից վերցնում ենք մի տասնաւոր, դարձնում ենք միաւորներ և այդ միաւորները աւելացնում ենք 2-ին։ Նուազելում այժմ կայ 12 միաւոր և 6 տասնաւոր։ Յիշելու համար, որ նուազելում այժմ կայ ոչ թէ 7, այլ 6 տասնաւոր, 7 թուանշանի գլխին նշանակենք մի կէտ։ 12 միաւորից հանենք 5 միաւոր կմնայ 7 միաւոր։ Գծի տակ միաւորների տեղում գրում ենք 7։ 6 տասնաւորից հանենք 4 տասնաւոր կմնայ 2 տասնաւոր։ Գծի տակ տասնաւորների տեղը գրում ենք 2։ 0 հարիւրաւորից 3 հարիւրաւոր հանել չի կարելի—պէտք է հազարաւորներից փոխ առնենք մի հազարաւոր և այն դարձնենք հարիւրաւորներ։ Բայց նուազելում հազարներ չկան, ուստի դիմում ենք հետևեալ բարձր դասակարգին, այսինքն տասհազարաւորներին, եթէ այնտեղ էլ չլինէր—մենք կդիմէինք աւելի բարձր, այսինքն հարիւր հազարաւորներին ևն։ Մեր վերցրած օրինակում կայ 6 տասհազարաւոր. Նրանցից վերցնում ենք մէկը (դրա համար 6 թուականի գլխին նշանակում ենք կէտ) և դարձնում ենք հասարակ հազարաւորներ։ Կստանանք 10 հազար։ Այդ 10 հազարից վերցնում ենք մէկ հազարաւոր և դարձնում ենք հարիւրաւորներ։ Այս դէպքում մենք կստանանք 10 հարիւրաւոր, 9 հազարաւոր և 5 տասհազարաւոր։ 0 հազարաւորի գլխին նշանակենք կէտ և պայմանաւորուենք, որ 0-ն գլխին կէտով նշանակում է 9։ Այժմ շարունակենք հանումը. 10 հարիւրաւորից 3 հարիւրաւոր... 7 հարիւրաւոր։ 9 հազարաւորից 7 հազարաւոր... 2 հազարաւոր։ Վերջապէս նուազելու 5 տասհազարաւորը անփոփոխ կմնայ մնացորդի մէջ, որովհետև նրանից ոչինչ չենք հանում։

Լուծենք հանման հետևեալ օրինակները.

```
 ....            .....
6000227         500000
4320423          17236
-------         ------
1679804         482764
```

Հանման գործողութիւն կատարելը յարմար է սկսել ցածր դասակարգից, որովհետև այդ դէպքում—հարկաւոր ժամանակ հեշտ է փոխ առնել բարձրդասակարգից մի միաւոր և դարձնել ցածր դասակարգի միաւորներ։

25. Հանման կանոնը։ Հանելին գրում ենք նուազելու տակ այնպէս, որ միաւորները գրուած լինեն միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ և այլն։ Հանելու տակ քաշում ենք հորիզոնական գիծ։

Հանում ենք միաւորները միաւորներից, տասնաւորները՝ տասնաւորներից, հարիւրաւորները՝ հարիւրաւորներից և այլն։

Եթէ նուազելու որ և է դասակարգի միաւորների թիւը քիչ է հանելու նոյն դասակարգի միաւորների թւից, այդ դէպքում դրանից դէպի ձախ եղածներից բարձր դա-

սակարգ արտայայտող թուանշանի գլխին նշանակում ենք կէտ, ինչպէս նաև ամեն մի զրոի գլխին, որոնք կարող են ընկած լինել այդ դասակարգի և առաջին արտայայտիչ թուանշանի մէջ։

Թուանշանի վրայ նշանակած կէտը պակսեցնում է նրա արտայայտութիւնը մի միաւորով. երբ կէտը դրուած է 0-ի վրայ—նրան դարձնում է 9-ը։ Այն թուանշանը, որ դրուած է գլխին կէտ նշանակած թուանշանից դէպի աջ, իւր արտայայտութեամբ աւելանում է 10-ով։

26. *Հանման ստուգումը։ Հանումը ստուգելու համար բաւական է հանելին գումարել մնացորդի հետ. եթէ նուազելուն հաւասար թիւ ստանանք, շատ հաւանական է, որ գործողութիւնը ճիշտ է կատարուած։*

27. *Երկու թուերի համեմատութիւնը։ Յաճախ հարկաւոր է լինում իմանալ, թէ քանի միաւորով մի թիւ մեծ է կամ փոքր միւս թուից։ Դրա համար մենք պիտի մեծ թուից հանենք փոքր թիւը։ Օր. իմանալու համար թէ 20-ը քանիսով փոքր է 35-ից, պէտք է 35-ից հանենք 20։ Կիմանանք, որ 20-ը 35-ից փոքր է 15 միաւորով։*

ԳՈՒՄԱՐԻ ԵՒ ՄՆԱՑՈՐԴԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹԻՒՆԸ

28. *Որովհետև գումարը իւր մէջ պարունակում է գումարելիների բոլոր միաւորները—ուստի և պարզ է, որ*

Եթէ որևէ է գումարելուն աւելացնելու լինենք մի քանի միաւոր — գումարն էլ կաւելանայ նոյնքան միաւորով։

Եթէ որևէ է գումարելուց հանելու լինենք մի քանի միաւոր, գումարն էլ կպակասի նոյնքան միաւորով.

Օրինակ.	73	73		73
	18	20	(աւելացրած է 2)	18
	40	40		30 (պակ. 10)
	131	133	(աւելացաւ 2-ով)	121 (պակ. 10-ով)

29. Եթէ փոփոխենք մի քանի գումարելիները, գումարը կամ կաւելանայ, կամ կպակասի և կամ կմնայ անփոփոխ: Օր.

30	40	..... աւելացրած է 10.—
25	30	աւելացրած է 5
75	60	պակասցրած է 15
130	130	անփոփոխ:

Այս օրինակում գումարը մնաց անփոփոխ: Եւ իսկապէս. առաջին գումարելուն աւելացնելով 10, գումարն էլ կաւելանայ 10-ով: Երկրորդ գումարելուն աւելացնելով 5—գումարն էլ կաւելանայ 5-ով: Ուրեմն առաջուանի համեմատութեամբ աւելացաւ 10-ով և 5-ով կամ 15-ով: Երրորդ գումարելին պակսեցնելով 15-ով—գումարն էլ կպակսի 15-ով: Ուրեմն այն 15 միաւորը, որ նրան առաջ աւելացել էր—այժմ նրանից պակասում է, հետևապէս և գումարն էլ կմնայ անփոփոխ:

30. Որովհետև նուազելին հաւասար է հանելու և մնացորդի գումարին, հասկանալի է, որ

Եթէ նուազելուն աւելացնելու լինենք մի քանի միաւոր, մնացորդն էլ կաւելանայ նոյնքան միաւորով:

Եթէ նուազելուց պակսեցնենք մի քանի միաւոր, մնացորդն էլ կպակասի նոյնքան միաւորով:

Եթէ հանելուն աւելացնենք մի քանի միաւոր, մնացորդն էլ կպակասի նոյնքան միաւորով:

Եթէ հանելուց պակսեցնենք մի քանի միաւոր, մնացորդն էլ կաւելանայ նոյնքան միաւորով:

31. Եթէ միաժամանակ փոփոխելու լինենք թէ նուազելին և թէ հանելին, մնացորդը կամ կաւելանայ կամ կպակասի և կամ կմնայ անփոփոխ։

50	60	. . . . մեծացրած է 10-ով
15	30	. . . . մեծացրած է 15-ով
35	30	. . . . փոքրացել է 5-ով

Նուազելուն աւելացնելով 10, մնացորդը կաւելանայ 10-ով. հանելուն աւելացնելով 15, մնացորդը կպակասի 15-ով։ Այդպիսով մնացորդը փոքրանում է 5-ով։

Հարկաւոր է առանձին ուշադրութիւն դարձնել այն դէպքերի վրայ, երբ չնայելով թուերի փոփոխուելուն, մնացորդը մնում է անփոփոխ։

Երբ նուազելին և հանելին մեծացնելու լինենք միևնոյն թուով—մնացորդը կմնայ անփոփոխ։

Երբ նուազելին և հանելին փոքրացնելու լինենք միևնոյն թուով—մնացորդը կմնայ անփոփոխ։ Օրինակ.

50	60	. . մեծ. 10-ով	40	. . փոքր. 10-ով
15	25	. . փոքր. 10-ով	5	. . փոքր. 10-ով
35	35	. . անփոփոխ.	35	. . անփոփոխ։

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԵԱՆՑ ՆՇԱՆԵՐ, ՓԱԿԱԳԾԵՐ, ՖՈՐՄՈՒԼԱՆԵՐ

32. *Գործողութեանց նշաններ։* Խնդիրները գրաւոր կերպով լուծելու ժամանակ երբեմն հարկաւոր է լինում թուերը գրել կողք-կողքի, նրանց հետ զանազան գործողութիւններ կատարելու համար։ Այդպիսի դէպքերում մի գործողութիւնը միւսից որոշելու համար գործ են ածում

նշաններ։ Ընդունուած է գումարման գործողութիւնը նշանակել պլիւս + նշանով, իսկ հանմանը մինուս — նշանով։ Օրինակ.

$$\begin{array}{r} 446 \\ +\,235 \\ \hline 681 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 446 \\ -\,235 \\ \hline 211 \end{array}$$

Երբեմն հարկաւոր է լինում, առանց իսկապէս գործողութիւնը կատարելու, միայն նշաններով ցոյց տալ—թէ տուած թուերի հետ ինչ գործողութիւններ պիտի կատարենք։ Դիցուք հարկաւոր է ցոյց տալ, որ 10, 15 և 20 թուերը պիտի գումարել իրար հետ։ Այդ դէպքում գումարելիները պիտի գրել մի տողի վրայ և նրանց մէջ գրել գումարման նշանը. 10+15+20։ Որովհետև գումարելիների տեղերը փոփոխելուց գումարը չի փոխւում, ուստի միևնոյն է ինչ կարգով էլ գրուեն գումարելիները։

Եթէ հարկաւոր է ցոյց տալ, որ մէկ թուից պիտի հանել միւս թիւը, այդ դէպքում գրում են մի տողում նախ նուազելին, ապա հանելին և դրանց մէջ հանման նշանը։ Այսպէս օր. 10—8 նշանակում է, որ 10-ից պիտի հանենք 8։

Եթէ տուած թուերով հարկաւոր է կատարել իրար ետևից մի շարք գումարման և հանման գործողութիւններ, այդ դէպքում թուերը գրւում են մի տողի վրայ այն կարգով, ինչպէս որ պիտի կատարենք նրանց հետ գործողութիւնները։ Այսպէս օր. 10+15—2 նշանակում է, որ 10-ին պիտի աւելացնենք 15 և ստացած գումարից հանենք 2։

33. Հաւասարութեան և անհաւասարութեան նշաններ. Թուաբանութեան մէջ էլի գործ են ածւում =, > և < նշանները։ Առաջինը կոչւում է հաւասարութեան նշան և գրւում է «հաւասար է» բառի փոխարէն։ Միւս երկու նշանները կոչւում են անհաւասարութեան նշաններ. > նշանը նշանակում է «մեծ է», իսկ < նշանը նշանակում է «փոքր է»։

Օրինակ. $7+8=15$, $7+8>10$ և $7+8<20$ պէտք կարդալ՝ 7 պլիւս 8 հաւասար է 15-ին։ 7+8 մեծ է 10-ից։ 7+8 փոքր է 20-ից։ Պէտք է մտքում պահել, որ > և < նշանները իրանց սուր անկիւններով պէտք է ուղղուած լինեն դէպի փոքր թիւը։

34. *Փակագծեր եւ ֆօրմուլաներ։* Խնդիրները լուծելուց առաջ, նախ քան գործողութիւններ կատարելը, շատ կարևոր է ցոյց տալ, թէ ինչ կարգով և ինչ գործողութիւններ պէտք կատարենք, որ կարողանանք տուած հարցի պատասխանը գտնել։ Դիցուք խնդիրը լուծելու համար հարկաւոր է նախ գումարել 35 և 20-ը և ապա այդ գումարը հանել 200-ից։ Այդ ցոյց տալու համար գրում ենք այսպէս.

$$200-(35+20)$$

Մինուս նշանը, որ գրուած է փակագծից առաջ, ցոյց է տալիս, որ 200-ից պէտք հանենք ոչ թէ 35-ը, այլ 35-ի և 20-ի գումարը։

Երբեմն մէկը միւսից զանազանելու համար գործ են ածում զանազան ձևի փակագծեր։ Այսպէս. հետևեալ օր.—

$$100+\{160-[60+(7+8)]\}$$

ցոյց է տալիս. 7-ին պէտք աւելացնենք 8 (կստանանք 15), ստացած գումարը (15) պէտք աւելացնենք 60-ին (կստանանք 75). ստացած նոր թիւը (75) պէտք հանենք 160-ից (կստանանք 85). գտած թիւը աւելացնենք 100-ին (կստանանք 185)։

Այն արտայայտութիւնը, որ ցոյց է տալիս թէ իսկական թիւը ստանալու համար ինչպիսի հետևողութեամբ ի՞նչ գործողութիւնները պիտի կատարենք տուած թուերի հետ— կոչւում է ֆօրմուլա (ձեւ)։

Հաշուել ֆօրմուլան նշանակում է գտնել այն թիւը, որը պիտի ստացուի, ֆօրմուլայում ցոյց տուած բոլոր գործողութիւնները կատարելուց յետոյ։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ.

35. *Ինչ է բազմապատկումը։* Բազմապատկումը մի գործողութիւն է, որի օգնութեամբ տուած մի թիւը իբրև գումարելի կրկնւում է այնքան անգամ, որքան միաւոր որ կայ տուած միւս թւում։

Այսպէս օր. բազմապատկել 7-ը 4-ով նշանակում է 7 թիւը կրկնել իբրև գումարելի 4 անգամ, այսինքն գտնել 7+7+7+7 գումարը։

Այն թիւը, որ պիտի կրկնուի իբրև գումարելի, կոչւում է *բազմապատկելի*, իսկ այն թիւը, որ ցոյց է տալիս թէ քանի անգամ պիտի կրկնուի բազմապատկելին, կոչւում է *բազմապատկիչ*։ Բազմապատկումից ստացած թիւը կոչւում է *արտադրեալ*։ Օրինակ. երբ 7 թիւը բազմապատկում ենք 4-ով, 7-ն է բազմապատկելի, 4-ը բազմապատկիչ, իսկ բազմապատկումից ստացած 28 թիւը՝ արտադրեալ։

Բազմապատկելին և բազմապատկիչը միասին կոչւում են *արտադրիչներ*։

Ընդունուած է համառօտակի արտայայտել, որ մէկ թիւը բազմապատկւում է միւսով։ Օր. եթէ 7-ը բազմապատկենք 4-ով—գրում ենք այսպէս. 7×4, կամ 4.7, այսինքն նախ գրում ենք բազմապատկելին նրանից դէպի աջ բազմապատկութեան նշանը (թեք խաչ կամ կէտ), իսկ նշանից դէպի աջ բազմապատկիչը։ Այդ ձևի արտայայտութիւնը փոխարինում է 7+7+7+7 գումարին։

Պէտք է նկատենք, որ բազմապատկիչը լինում է միշտ վերացական թիւ, որովհետև նա ցոյց է տալիս թէ իբրև գումարելի քանի անգամ պիտի կրկնուի բազմապատկելին։ Բազմապատկելին կարող է արտայայտել ամեն տեսակ միութեան անուն — օրինակ. արշիններ, մանէթներ, մատիտներ և այլն։ Արտադրեալը արտայայտում է նոյն անուան միութիւնները, ինչ որ բազմապատկելին։Այսպէս.եթէ 7 մ ա ն է թ ը բազմապատկենք 4-ով, կստանանք 28 մ ա ն է թ։

36. *Մեծացնել թիւը մի քանի անգամ։* Մեծացնել թիւը 2, 3, 4 և այլն անգամ՝ նշանակում է այդ թիւը կրկնել իբրև գումարելի 2, 3, 4 և այլն անգամ։ Օրինակ 10-ը մեծացնել 5 անգամ—նշանակում է 10-ը իբրև գումարելի կրկնել 5 անգամ,—կամ 10-ը բազմապատկել 5-ով։ Այսպիսով, թիւը մի քանի անգամ մեծացնելու գործողութիւնը կատարւում է բազմապատկութեամբ (այն ինչ թիւը մի քանի միաւորով մեծացնելու գործողութիւնը կատարւում է գումարումով)։

37. *Բազմապատկութեան աղիւսակը։* Ամեն տեսակ թըւեր իրար հետ արագութեամբ բազմապատկել կարողանալու համար պէտք է յիշողութեան մէջ պահել այն բոլոր արտադրեալները, որ ստացւում են միանիշան թուերի բազմապատկումից։ Դրա համար, գումարման օգնութեամբ, կազմում են հետևեալ բազմապատկութեան աղիւսակը և բերան են անում այն։

$2\times2=4$	$2\times3=6$	$2\times4=8$	$2\times6=10$
$3\times2=6$	$3\times3=9$	$3\times4=12$	$3\times5=15$
$4\times2=8$	$4\times3=12$	$4\times4=16$	$4\times5=20$
$5\times2=10$	$5\times3=15$	$5\times4=20$	$5\times5=25$
$6\times2=12$	$6\times3=18$	$6\times4=24$	$6\times5=30$
$7\times2=14$	$7\times3=21$	$7\times4=28$	$7\times5=35$
$8\times2=16$	$8\times3=24$	$8\times4=32$	$8\times5=40$
$9\times2=18$	$9\times3=27$	$9\times4=36$	$9\times5=45$
$2\times6=12$	$2\times7=14$	$2\times8=16$	$2\times9=18$
$3\times6=18$	$3\times7=21$	$3\times8=24$	$3\times9=27$
$4\times6=24$	$4\times7=28$	$4\times8=32$	$4\times9=36$
$5\times6=30$	$5\times7=35$	$5\times8=40$	$5\times9=45$
$6\times6=36$	$6\times7=42$	$6\times8=48$	$6\times9=54$
$7\times6=42$	$7\times7=49$	$7\times8=56$	$7\times9=63$
$8\times6=48$	$8\times7-56$	$8\times8=64$	$8\times9=72$
$9\times6=54$	$9\times7=63$	$9\times8=72$	$9\times9=81$

Սովորաբար այս աղիւսակը բերան են անում այսպէս. երկու անգամ 2 չորս, ($2\times2=4$), երկու անգամ 3...վեց ($3\times2=6$), երեք անգամ 5...15 ($5\times3=15$) և այլն։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ՎՐԱՅ

38. *Օրինակ.* 846×5.

Գործողութիւնը ընդունուած է դասաւորել հետեւեալ կերպով.

$$\begin{array}{r} 846 \\ \times\ 5 \\ \hline 4230 \end{array}$$

Գրում են բազմապատկելին, նրա տակ բազմապատկիչը, բազմապատկիչի տակ քաշում են գիծ, կողքից գրում են բազմապատկման նշան։ Գծի տակ գրում են արտադրեալի թուանշաններըայն կարգով, ինչպէս որ նրանք ստացւում են։

846-ը բազմապատկել 5-ով նշանակում է 846-ը իբրև գումարելի կրկնել 5 անգամ։ Դրա համար կրկնում ենք 5 անգամ, այսինքն բազմապատկում ենք 5-ով նախ՝ բազմապատկելու միաւորները, յետոյ՝ նրա տասնաւորները և ապա հարիւրաւորները։ Արտադրեալը գտնում ենք բազմապատկութեան աղիւսակի օգնութեամբ։

Հինգ անգամ 6 միաւոր .... 30 միաւոր, 0-ն գրում ենք գծի տակ միաւորների տեղը, իսկ 3 տասնաւորը պահում ենք յիշողութեան մէջ։

Հինգ անգամ 4 տասնաւոր .... 20 տասնաւոր. և էլի 3 տասնաւոր 23 տասն ...., 3 տասնաւորը գրում ենք գծի տակ տասնաւորների տեղը, իսկ երկու հարիւրաւորը պահում ենք յիշողութեան մէջ։

Հինգ անգամ 8 հարիւրաւոր .... 40 հարիւրաւոր. էլի 2 հարիւր .... 42 հարիւրաւոր։ Գծի տակ գրում ենք 42 հարիւրաւոր, այսինքն 4 հազարաւոր 2 հարիւրաւոր։

Արտադրեալը կլինի 4230։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ 10-ՈՎ, 100-ՈՎ 1000-ՈՎ ԵՒ ԱՅԼՆ

39. *Օրինակ.* 358×10.

358 Բազմապատկել 10-ով նշանակում է 358 կրկնել իբրև գումարելի 10 անգամ։ Հեշտութեան համար 358-ի իւրաքանչիւր միաւորը կրկնում ենք 10 անգամ։ Մէկ միաւորը 10 անգամ կրկնելով կստացուի մի տասնեակ, ուրեմն եթէ 358-ի իւրաքանչիւր միաւորը կրկնելու լինենք 10 անգամ, կստանանք 358 տասնեակ, այսինքն 3580 միաւոր։

Դիցուք 296 հարկաւոր է բազմապատկել 1000-ով։ Եթէ 296-ի իւրաքանչիւր միաւորը կրկնելու լինենք հազար անգամ, կստանանք 296 հազար, այսինքն 296000։

Կանոն։ Թիւը զրոների հետ միաւորի վրայ բազմապատկելու համար, բաւական է բազմապատկելուն աւելացնել այնքան զրօ, որքան զրօ ունի բազմապատկիչը։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ԶՐՕՅՈՎ ՎԵՐՋԱՑՈՂ ՈՒՐԻՇ ՏԵՍԱԿ ԹՈՒԻ ՎՐԱՅ

40. Օրինակ 1։ 248×30.

Բազմապատկել 248-ը 30-ով—նշանակում է 248-ը կրկնել իբրև գումարելի 30 անգամ։ Բայց 30 գումարելին կարելի է բաժանել 10 խմբերի—իւրաքանչիւրում 3 գումարելի.

248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
248	248	248	248	249	248	248	248	248	248
248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
744	744	744	744	744	744	744	744	744	744

Փոխանակ 248-ը կրկնելու 3 անգամ, մենք կարող ենք 248 բազմապատկել 3-ով, և փոխանակ 744 կրկնելու 10 անգամ, մենք կարող ենք 744-ը բազմապատկել 10-ով։

Ուրեմն որև է թիւ 30-ով բազմապատկելու համար, բաւական է այդ թիւը բազմապատկել 3-ով և ստացած արտադրեալը 10-ով (աջ կողմից աւելացնել մէկ զրօ)։

Օրինակ 2։ 895×400,

Այս օրինակում պահանջւում է 895-ը կրկնել իբրև գումարելի 400 անգամ։ 400 գումարելիից կարելի է կազմել հարիւր խումբ, իւրաքանչիւրում չորս չորս գումարելի։

Իմանալու համար թէ քանի միաւոր կլինի իւրաքանչիւր խմբում, պէտք է 895-ը բազմապատկենք 4-ով (կստանանք 3580). իմանալու համար թէ քանի միաւոր կլինի բոլոր խմբերում, հարկաւոր է 3580-ը բազմապատկել 100-ով (աջ կողմից աւելացնել երկու զրօ)։

Գործողութիւնները դասաւորւում են հետևեալ կարգով.

$$\begin{array}{r} 248 \\ \times 30 \\ \hline 7440 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 895 \\ \times 400 \\ \hline 358000 \end{array}$$

այսինքն, բազմապատկիչները գրւում են այնպէս, որ նրանց զրոները գրուած լինեն բազմապատկելիներից դէպի աջ։

Կանոն։ **Մի թիւ զրոներով վերջացող որևէ միանշան թուի վրայ բազմապատկելու համար, հարկաւոր է բազմապատկելին բազմապատկել այդ թուով և ստացած արտադրեալին աջ կողմից աւելացնել այնքան զրո—որքան զրո ունի բազմապատկիչը։**

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԻ ՎՐԱՅ։

43. *Օրինակ.* 3826×472.

3826-ը բազմապատկել 472-ով նշանակում է 3826-ը կրկնել իբրև գումարելի 472 անգամ։ Դրա համար 3826-ը հարկաւոր է կրկնել իբրև գումարելի երկու անգամ, յետոյ 70 անգամ, յետոյ 400 անգամ և ստացած գումարները գումարել. ուրիշ խօսքով հարկաւոր է 3826-ը բազմապատկել 2-ով, յետոյ 70-ով, յետոյ 400-ով և ստացած արտադրեալները գումարել։

$$\begin{array}{r} 3826 \\ \times 472 \\ \hline 7652 \\ 267820 \\ 1530400 \\ \hline 1805872 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3826 \\ \times 472 \\ \hline 7652 \\ 26782 \\ 15304 \\ \hline 1805872 \end{array}$$

Գործողութիւնը դասաւորում ենք հետևեալ կերպով. գրում ենք նախ բազմապատկելին, նրա տակ բազմապատկինը և բազմապատկչի տակ քաշում ենք գիծ։ Բազմապատկելին բազմապատկում ենք 2-ով և ստացած արտադրեալը գրում ենք գծի տակ։ *Այդ կլինի առաջին մասնաւոր արտադրեալ*։ Բազմապատկելին բազմապատկում ենք 70-ով։ Դրա համար հարկաւոր է բազմապատկելին բազմապատկել 7-ով և ստացած արտադրեալին աջ կողմից աւելացնել 0։ Դրա համար զրօն գրում ենք առաջին մասնաւոր արտադրեալի միաւորների տակ, իսկ այն թըւանշանները, որ ստանում ենք բազմապատկելին 7-ով բազմապատկելուց, գրում ենք կարգով առաջին մասնաւոր արտադրեալի տասնաւորների, հարիւրաւորների, հազարաւորների տակ։ Այդ կլինի *երկրորդ մասնաւոր արտադրեալ*։ Բազմապատկելին բազմապատկում ենք 400-ով։ Դրա համար հարկաւոր է 3826-ը բազմապատկել 4-ով և ստացած արտադրեալին աւելացնել երկու զրօ։ Երկու զրօն գրում ենք երկրորդ մասնաւոր արտադրեալի տակ, իսկ այն թուանշանները, որ կստացուին բազմապատկելին 4-ով բազմապատկելուց, գրում ենք կարգով երկրորդ մասնաւոր արտադրեալի՝ հարիւրաւորների, հազարաւորների են տակ։ Այդպիսով կստանանք *երրորդ մասնաւոր արտադրեալը*։ Վերջին մասնաւոր արտադրեալի տակ գիծ ենք քաշում և գումարում ենք նրանց։

Գրելու գործողութիւնը համառօտելու համար սովորաբար չեն գրում այն զրօները, որ մենք ցոյց ենք տըւել խոշոր թուանշաններով։

44. *Բազմապատկման կանոն*։ Բազմապատկելու տակ գրում են բազմապատկիչը այնպէս, որ միաւորը գրուած լինի միաւորի, տասնաւորը տասնաւորի տակ են։ Բազմապատկչի տակ քաշում են գիծ։

Բազմապատկելին բազմապատկում են բազմապատկչի արտայայտիչ թուերով. նախ նրա միաւորներով, յետոյ տասնաւորներով, յետոյ հարիւրաւորներով և այլն։

Այդ բազմապատկումից ստացած մասնաւոր արտադրեալները գրում են գծի ներքև մէկը միւսի տակ այնպէս, որ իւրաքանչիւր մասնաւոր արտադրեալի աջակողմեան թուանշանը գրուած լինի ուղղահայեաց գծի տակ բազմապատկչի այն թուանշանի հետ, որով մենք բազմապատկում ենք։

Բոլոր մասնաւոր արտադրեալները գումարում են իրար հետ։

ԶՐՕՆԵՐՈՎ ՎԵՐՋԱՑՈՂ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ

43. Օրինակ 2800×15.

2800-ը բազմապատկել 15-ով նշանակում է 2800-ը կրկնել իբրև գումարելի 15 անգամ։ Եթէ մենք այդ գումարը գտնելու լինենք սովորական գումարման գործողութեամբ, կտեսնենք, որ գումարելիների զրօները

$$\left.\begin{array}{r}28000\\28000\\\text{———}\\\text{———}\\\text{———}\\\text{———}\\\text{———}\\\text{———}\end{array}\right\}\text{15 անգամ}$$
$$\overline{\quad ..00}$$

անցնում են գումար մէջ, իսկ 28 հարիւրաւորը կրկնւում են որպէս գումարելի 15 անգամ։ Ուրեմն 28000-ը 15-ով բազմապատկելու համար 28-ը բազմապատկում ենք 15-ով և ստացած արտադրեալին աւելացնում ենք երկու զրօ։ Գործողութիւնը դասաւորում ենք այսպէս։

$$\begin{array}{r}2800\\\times 15\\\hline 140\;\;\\28\;\;\\\hline 42000\end{array}$$

Այսինքն բազմապատկիչը գրում ենք այնպէս, որ բազմապատկելու զրօները լինեն բազմապատկչից դէպի աջ։ Բազմապատկման գործողութիւնը կատարում ենք առանց ուշադրութիւն դարձնելու բազմապատկելու զրոների վրայ և յետոյ արտադրեալին աւելացնում ենք այդ զրոները։

Օրինակ 2. 358×23000

```
  358
×23000
------
 1074
 716
------
8234000
```

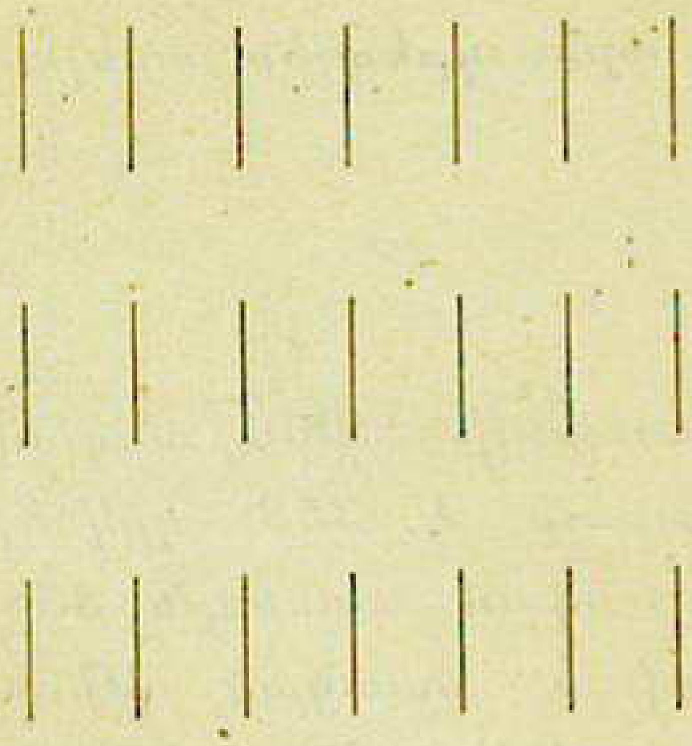
28-ը իբրև գումարելի 23000 անգամ կրկնելու համար՝ կարելի է 358 կրկնել իբրև գումարելի 23 անգամ (այսինքն 358 բազմապատկել 23-ով և ստացած թիւը կրկնել որպէս գումարելի 1000 անգամ, (այսինքն բազմապատկել այն 1000-ով, որի համար նրան աջ կողմից պիտի աւելացնել երեք զրօ)։ Գործողութիւնը դասաւորւում է օրինակում ցոյց տուած ձևով։

Օրինակ 3. 57000×3200

57000-ը որև է թւով բազմապատկելու համար, հարկաւոր է այդ թւով բազմապատկել 57-ը և ստացած արտադրեալին աւելացնել երեք զրօ։ 57-ը 3200-ով բազմապատկելու համար հարկաւոր է 57-ը բազմապատկել 32-ով և ստացած արտադրեալին աւելացնել երկու զրօ։ Ուստի և երբ բազմապատկելին և բազմապատկիչը վերջանում են զրոներով—առանց ուշադրութիւն դարձնելու զրոների վրայ, կատարում ենք բազմապատկման գործողութիւնը և ստացած արտադրեալին աւելացնում ենք այնքան զրօ, որքան զրօ կայ բազմապատկելու և բազմապատկչի մէջ միասին։

```
  57000
×3200
------
  114
 171
---------
182400000
```

44. *Արտադրեալի յատկութիւնը։* Դիցուք մենք կամենում ենք համարել այստեղ քաշած գծերը։



Առաջին տողում կայ 7 գիծ, երկրորդում՝ 7 գիծ և երրորդում 7 գիծ։ Ուրեմն ընդամենը կայ $7\times7\times7$, այսինքն 7×3։ Բայց մենք այդ գծերը կարող ենք համարել և ուղղահայեաց շարքերով. առաջին շարքում կայ 3 տող, երկրորդում 3, երրորդում 3 և այլն։ Որովհետև ընդամենը կայ 7 ուղղահայեաց շարք, ուստի ընդամենը կլինի $3+3+3+3+3+3+3$, այսինքն 3×7։ Որովհետև երկու դէպքումն էլ գծերի թիւը միևնոյն է, ուստի և $7\times3=3\times7$։

Նոյն կերպով կարելի է համոզուել, որ $8\times5=5\times8$, $20\times15=15\times20$ և այլն։ Առհասարակ արտադրիչների տեղերը փոխելուց արտադրեալը չի փոփոխւում։

Այս յատկութիւնից մենք կարող ենք օգտուել հաշուելու ժամանակ։ Օրինակ. եթէ հարկաւոր է 47-ը բազմապատկել 8536-ով, մենք դրա փոխարէն կարող ենք 8536-ը բազմապատկել 47-ով, որ աւելի հեշտ է։

45. Բազմապատկման ստուգումը։ Որովհետև արտադրիչների տեղերը փոփոխելուց արտադրեալը անփոփոխ է մնում, ուստի և բազմապատկման գործողութիւնը ստուգելու համար բաւական է երկրորդ անգամ բազմապատկել թուերը, բազմապատկիչը բազմապատկելով բազմապատկելու վրայ։ Օր.

512	ստուգումն.	145
×145		×532
2660		290
2128		435
532		725
77140		77140

Երկու արտադրեալներն էլ միևնոյն են, ուստի և շատ հաւանական է, որ գործողութիւնը կատարուած է ճիշտ։

46. *Մի քանի արտադրիչների արտադրեալը։* Դիցուք մեզ տուած է մի քանի թիւ, օր. 7, 5, 3 և 4։ Սրանցից արտադրեալ կազմենք հետևեալ կերպով. բազմապատկելով առաջին թիւը երկրորդի վրայ՝ կստանանք 35. 35-ը բազմապատկելով երրորդ թուի վրայ՝ կստանանք 105. բազմապատկելով 105-ը չորրորդ թուի վրայ՝ կստանանք 420։ Ստացած 420 թիւն է չորս՝ 7, 5, 3 և 4 արտադրիչների արտադրեալը։ Այսպիսի յաջորդական բազմապատկման գործողութիւնը արտայայտելու համար՝ թուերը գըրւում են մի տողի վրայ այն կարգով, ինչ կարգով պահանջւում է բազմապատկել նրանց, և նրանց մէջ նշանակւում են բազմապատկման նշանները և ապա բազմապատկւում են։ Այսպէսով

$3.4.2.7$ կամ $3 \times 4 \times 2 \times 7$

նշանակում է. 3-ը պիտի բազմապատկել 4-ով, ստացած արտադրեալը՝ 2-ով և այս վերջին արտադրեալը 7-ով։

Արտադրիչների տեղերը փոփոխելուց մի քանի արտադրիչների արտադրեալը չի փոփոխւի։

Օր. $3.4.2.7=168$, $4.2.7.3=168$, $7.2.3.4=168$ ևն։

ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

47. *Բաժանման կրկնակի նշանակութիւնը։* «Բաժանումն» բառը երկու նշանակութիւն ունի. օրինակ. 24-ը բաժանել 6-ի վրայ՝ նշանակում է.

1) Իմանալ՝ 24 թւում քանի անգամ է պարունակւում (այսինքն կրկնւում իբրև գումարելի) 6 միաւորը,

2) Իմանալ՝ քանի միաւոր կլինի ամեն մի մասում, եթէ 24-ը բաժանելու լինենք 6 հաւասար մասերի։

Օրինակի համար վերցնենք հետևեալ խնդիրները.

I. 24 թերթ թուղթը բաժանեցին աշակերտներին, իւրաքանչիւրին տալով 6 թերթ։ Քանի աշակերտի բաժանեցին այդ թուղթը։

II. 24 թերթ թուղթը հաւասարապէս բաժանեցին 6-ի մէջ. Քանի թերթ ստացաւ ամեն մի աշակերտը։

Առաջին խնդրով պահանջւում է իմանալ, թէ 24 թերթում քանի անգամ է պարունակւում 6 թերթը, երկրորդ խնդրով պիտի իմանանք, թէ քանի թերթ կլինի ամեն մի մասում, եթէ 24-ը բաժանելու լինենք 6 հաւասար մասի։

Այս խնդիրներից ամեն մէկը լուծելու համար 24-ը պիտի բաժանենք 6-ի վրայ։

Ուրեմն.

Բաժանումը մի գործողութիւն է, որով մենք իմանում ենք, թէ մի թիւ քանի անգամ է պարունակւում միւս թուի մէջ։

Կամ, բաժանումն է մի գործողութիւն, որ ցոյց է տալիս, թէ, եթէ տուած թուերից մէկը այնքան մաս անենք, որքան միաւոր որ կայ միւս թուի մէջ—ապա քանի միաւոր կպարունակի ամեն մի մասը։

Այն տուած թիւը, որի բովանդակութիւնը, կամ որի մասերը պիտի գտնենք, կոչւում է բաժանելի. տուած միւս թիւը, որ ցոյց է տալիս թէ քանի մաս պիտի անենք բաժանելին—կոչւում է բաժանարար։ Այն թիւը, որ մենք ուզում ենք գտնել՝ կոչւում է քանորդ։ Քանորդը ցոյց է տալիս թէ բաժանարարը քանի անգամ է պարունակւում բաժանելիի մէջ, կամ ցոյց է տալիս թէ բաժանելիի իւրաքանչիւր մասը քանի միաւոր կպարունակէ իւր մէջ, եթէ նրան բաժանելու լինենք այնքան մասերի, որքան միաւոր պարունակում է իւր մէջ բաժանարարը։

Բաժանման գործողութիւնը նշանակւում է : (երկու կէտ) նշանով, որը գրւում է բաժանելիի և բաժանարարի մէջ (ձախ կողմից գրւում է բաժանելին, իսկ աջ կողմից բաժանարարը)։ Օրինակ՝ 24:6=4 ցոյց է տալիս, որ 24-ը բաժանելով 6-ի վրայ կստանանք 4.

48. *Բաժանելիի, բաժանարարի եւ քանորդի միութիւնների նշանակութիւնը։* Երբ բաժանման գործողութեամբ կամենում ենք իմանալ, թէ մի թիւ քանի անգամ է պարունակւում միւս թուի մէջ, այդ դէպքում բաժանելին և բաժանարարը պիտի արտայայտեն նոյն անուան միութիւններ։ Օրինակ, մենք կարող ենք իմանալ թէ 30 գըրքում քանի անգամ է պարունակւում 5 գիրքը, 30 թերթում քանի անգամ է պարունակւում 5 թերթը, բայց անկարելի է գտնել, թէ 30 գրքում քա՞նի անգամ է պարունակւում 5 գրչածայրը են։ Այս դէպքում քանորդը կլինի վերացական թիւ, որովհետև նա ցոյց է տալիս թէ բաժանարարը քանի անգամ է պարունակւում բաժանելիի մէջ։

Բայց երբ բաժանելիս՝ բաժանելին բաժանում ենք հաւասար մասերի—այդ դէպքում բաժանելին և քանորդը պիտի արտայայտեն նոյն անուան միութիւններ։ Օրինակ՝ եթէ 30 գիրքը 5 հաւասար մաս անենք, ամեն մի մասում կլինի 6 գիրք և ոչ թէ մի որև է ուրիշ բան։ Այս դէպքում բաժանարարը է մի վերացական թիւ, որը ցոյց է տալիս թէ քանի հաւասար մաս պիտի անենք բաժանելին։

49. *Մնացորդով բաժանում։* Դիցուք 27-ը հարկաւոր է բաժանել 6-ի վրայ, այսինքն պիտի իմանանք, թէ 6-ը քանի անգամ է պարունակւում 27-ի մէջ, կամ 27-ը պիտի 6 հաւասար մաս անենք։ Թէ մէկ և թէ միւս դէպքում քանորդում կստանանք 4, բայց 27 միաւորից 3 միաւորը կմնայ առանց բաժանելու։ Այս տեսակ դէպքերում ասում ենք, որ 27-ը կարելի է բաժանել 6-ի վրայ *մնացորդով*։

Երբ բաժանումից ստացւում է մնացորդ, քանորդը կոչւում է *անճիշտ քանորդ*։ Այդպիսի դէպքերում գործողութիւնը ձևակերպւում է այսպէս.

27 : 6=4 (մնաց 3),

փակագծի մեջ գրելով մնացորդը։

Պարզ է, որ բաժանումից ստացած մնացորդը միշտ փոքր պետք է լինի բաժանարարից։

50. Բաժանման գործողության համեմատությունը բազմապատկման գործողության հետ։ Վերցնենք որև է անմնացորդ բաժանման օրինակ, դիցուք 56 : 7։ 56-ը բաժանել 7-ի վրա նշանակում է, կամ 7-ը քանի անգամ է պարունակում 56-ի մեջ և կամ քանի միավոր կլինի ամեն մի մասում, եթե 56-ը բաժանելու լինենք 7 հավասար մասերի։ Ասենք թե իմացանք, որ 7-ը 56-ի մեջ պարունակում է 8 անգամ։

Ուստի 56-ը կարելի է արտայայտել հետևյալ գումարի ձևով.

56=7+7+7+7+7+7+7+7 (8 անգամ)

կամ. 56=7×8.

Այս հավասարությունից երևում է, որ բաժանելին հավասար է բաժանարարին բազմապատկած քանորդով։

56-ը բաժանելով 7 հավասար մասի ամեն մի մասում կստանանք 8 թիվը։ Այժմ 56-ը կարելի է արտայայտել ուրիշ գումարի ձևով.

56=8+8+8+8+8+8+8 (7 անգամ)

Այս հավասարությունից երևում է, որ բաժանելին հավասար է քանորդին բազմապատկած բաժանարարով։

Այսպիսով, անմնացորդ բաժանման ժամանակ, բաժանելին կարելի է ընդունել որպես արտադրյալ բաժանարարի և քանորդի և կամ որպես արտադրյալ քանորդի և բաժանարարի։

Որովհետև արտադրիչների տեղերը փոխելուց արտադրյալը չի փոխվում, ուստի և միևնույն է՝ բաժանարարը կընդունենք բազմապատկելու, իսկ քանորդը բազմապատկչի տեղ, թե ընդհակառակը՝ քանորդը բազմապատկելու, իսկ բաժանարարը բազմապատկչի տեղ։ Երկու դէպքումն էլ քանորդը մնում է նոյնը։

Սրանից հետեւում է, որ անմնացորդ բաժանման ժամանակ, բաժանումը մի այնպիսի գործողութիւն է, որի օգնութեամբ տուած արտադրեալով եւ արտադրիչներից մէկով գտնում ենք միւս արտադրիչը։

Վերցնենք այժմ մի ուրիշ դէպք, երբ բաժանումից մնում է մնացորդ, օր. 32:9=3 (մնաց. 5)։ Այս բաժանումը ցոյց է տալիս, որ 32-ի մէջ 9-ը կայ 3 անգամ և մնացորդ մնում է 5 միաւոր։ Ուրեմն 32-ը կարելի է արտայայտել այսպէս.

$$32=9+9+9+5$$

կամ $32=9\times3+5$

Ուրեմն մնացորդով բաժանման ժամանակ բաժանելին հաւասար է բաժանարարին՝ բազմապատկած քանորդով եւ աւելացրած մնացորդը:

51. Խնդիրները լուծելու ժամանակ ե՞րբ է գործ ածւում բաժանման գործողութիւնը։ Խնդիրները լուծելու ժամանակ բաժանումը գործ է ածւում հետեւեալ չորս դէպքերում.

1. Երբ հարկաւոր է լինում իմանալ—թէ փոքր թիւը քա՞նի անգամ է պարունակւում մեծ թուի մէջ։

2. Երբ հարկաւոր է լինում իմանալ, թէ մի թիւը քա՞նի անգամ մեծ է միւս թուից, որովհետեւ այդ իմանալով մենք որոշում ենք թէ փոքր թիւը քանի անգամ է պարունակւում մեծ թուի մէջ։

3. Երբ հարկաւոր է տուած թիւը մի քանի հաւասար մաս անել։

4. Երբ տուած թիւը հարկաւոր է փոքրացնել մի քանի անգամ, որովհետեւ օր. 60-ը փոքրացնել 12 անգամ նշանակում է 60-ը 12 հաւասար մաս անել և 60-ի փոխարէն վերցնել նրա մի մասը։

52. Բաժանումը կարելի է կատարել գումարման, հանման և բազմապատկման գործողութիւնների միջոցով։ Դիցուք պահանջւում է 212-ը բաժանել 53-ի վրայ։ Իսկական քանորդը մենք կարող ենք գտնել.

1) Գումարումով. 53+53=106, 106+53=159,

159+53=212

Ուրեմն 53 իբրև գումարելի պիտի կրկնել 4 անգամ, որ ստանանք 212. ուրեմն իսկական քանորդն է 4։

2) Հանմամբ.

$$\begin{array}{r} 212 \\ -\ 53 \\ \hline 159 \end{array} \quad \begin{array}{r} 159 \\ -\ 53 \\ \hline 106 \end{array} \quad \begin{array}{r} 106 \\ -\ 53 \\ \hline 53 \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ -53 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ուրեմն 212-ից 53-ը կարելի է հանել 4 անգամ. հետևապէս իսկական քանորդն է 4։

3) Բազմապատկմամբ։ 53×2=106, 53×3=159,

53×4=212.

իսկական քանորդն է 4։

Սակայն, երբ քանորդը արտայայտւում է մեծ թւերով, այդ ձևերը անյարմար են։ Թուաբանութեան մէջ կա աւելի պարզ ձև։

53. Ի՞նչպէս իմանանք, թէ քանորդը միանշան թէ բազմանշան թիւ է լինելու։ Հեշտ է իմանալ թէ արդեօ՞ք քանորդը 10-ից աւելի կլինի թէ պակաս։ Դրա համար (մտքով) բազմապատկիչը պիտի բազմապատկել 10-ով և ստացած քանորդը համեմատել բաժանելու հետ։ Օրինակ.

534 : 37 = ?

Եթէ 37-ը բազմապատկենք 10-ով կստանանք 370. բայց 370-ը քիչ է 534-ից. Ուրեմն բաժանելին մեծ է բաժանարարից վերցրած 10 անգամ, հետևապէս և քանորդն էլ պէտք է լինի 10-ից աւելի։ Մի ուրիշ օրինակ.

534 : 68 = ?

Եթէ 68 բազմապատկենք 10-ով կստանանք 680։

680-ը շատ է 534-ից—հետևապէս քանորդն էլ պիտի պակաս լինի 10-ից։

Երբ քանորդը պակաս է 10-ից—նա արտայայտւում է մի թւանշանով (միանշան թիւ), իսկ երբ քանորդը 10-ից աւելի է, նա արտայայտւում է մի քանի թւանշանով (բազմանշան թիւ)։ Ցոյց տանք նախ թէ ինչպէս ենք գտնում միանշան քանորդը։

ՄԻԱՆՇԱՆ ՔԱՆՈՐԴ ԳՏՆԵԼԸ

54. 1) Երբ բաժանարարը եւ քանորդը բաղկացած են մի մի թւից, քանորդը գտնւում է բազմապատկման աղիւսակի օգնութեամբ։ Օրինակ, 56:8=7, որովհետև եօթ անգամ 8.... 56։ 42:9=4 (Մնաց. 4), որովհետև 4×9=36, որ քիչ է 42-ից, իսկ 5×9=45, որ շատ է 42-ից։ Ուրեմն քանորդն է 4, և մնացորդում կմնայ 6։

2) Երբ բաժանարարը բաղկացած է մի քանի թւանշաններից, իսկ քանորդը մի թւանշանից, քանորդը գտնում ենք փորձեր կատարելով մի քանի թւանշանների հետ։

Օր. 43530:6837

Որովհետև, եթէ բաժանարարը բազմապատկելու լինենք 10-ով—նա շատ կլինի բաժանելուց, ուստի և իսկական քանորդը պիտի պակաս լինի 10-ից։ Քանորդի այդ թւանշանը գտնում ենք հետևեալ կերպով։

Բաժանարարից դէն ենք ձգում բոլոր դասակարգերի միաւորները բացի միայն մէկը՝ ամենաբարձր դասակարգի թւանշանը, այսինքն բաժանարարից վերցնենք միայն 6 հազարաւորը։ Բաժանելուց նոյնպէս դէն ենք գցում այն բոլոր դասակարգերի միաւորները, որ մենք դէն էինք գցել բաժանարարից—այսինքն բաժանելուց վերցնում ենք միայն 43 հազարաւորը։ Այժմ տեսնենք թէ—որ թւով պիտի բազմապատկենք 6 հազարաւորը, որ ստանանք 43 հազար կամ նրան մօտ մի թիւ։ Բազմապատկութեան աղիւսակից գիտենք, որ եթէ 6 հազարը բազմապատկենք 7-ով, կստանանք 42 հազար, իսկ եթէ բազմապատկելու լինենք 8-ով 48 հազար։ Դրանից եզրակացնում ենք, որ իսկական քանորդը 7-ից աւելի չի կարող լինել։ Բայց նա կարող է լինել 7-ից պակաս, որովհետև բաժանարարի դէն ձգած 837 միաւորը բազմապատկած 7-ով կարող է կազմել մի թիւ, որ շատ կլինի բաժանարարի 43 հազարից մնացած 1 հազարաւորից 530 միաւորի հետ միասին։ Հետևապէս քանորդը պիտի լինի կամ 7 և կամ նրանից պակաս։ Փորձենք 7-ը։ Դրա համար բաժանարարը բազմապատկում ենք 7-ով։ Ստանում ենք բաժանելուց աւելի մեծ թիւ։ Ուրեմն քանորդը պիտի լինի 7-ից պակաս։ Փորձենք 7-ից անմիջապէս փոքր թիւը՝ 6-ը։ Դրա համար բաժանարարը բազմապատկում ենք 6-ով։

$$\begin{array}{r} 6837 \\ \times 7 \\ \hline 47859 \end{array}$$

Ստացանք 43530-ից պակաս թիւ։ Ուրեմն քանորդը պէտք է լինի 6, մնացորդով. *)։

$$\begin{array}{r} 6837 \\ \times 6 \\ \hline 41022 \end{array}$$

Այդ մնացորդը գտնելու համար 43530-ից հանում ենք 41022.

$$\begin{array}{r} 43530 \\ -41022 \\ \hline 2508 \end{array}$$

55. Փորձի համար վերցրած առաջին թիւը կարելի է գտնել եւ ուրիշ կերպ։ Վերցնենք նոյն օրինակը.

43530 : 6837

Աչքի առաջ ունենալով, որ բաժանարարը շատ քիչ բանով է զանազանւում 7 հազարից, աշխատենք իմանալ

---

*) Աշխատանքը կրճատելու համար նախ քան քանորդում փորձելի թիւը գրելը և նրանով բոլոր բաժանարարը բազմապատկելը, այդ թւով մտքում բազմապատկում ենք բաժանարարի առաջին երկու—թիւը և ստացած արտադրեալը համեմատում ենք բաժանելու համապատասխան դասակարգերի թւանշանների հետ։

—թէ ո՞ր թուով պիտի բազմապատկենք 7 հազարը, որ ստանանք 43 հազարին մօտիկ թիւ։ Բազմապատկութեան աղիւսակից յայտնի է, որ 7 հազարը պիտի բազմապատկենք 6-ով՝ որ ստանանք 42 հազար։ Այդպիսով իմանում ենք, որ քանորդը պիտի լինի կամ 6 և կամ նրանից մեծ թիւ (որովհետև բաժանարարը 7 հազարից պակաս է). բաժանարարը բազմապատկում ենք 6-ով և ստացած արտադրեալը հանում բաժանելուց։ Եթէ մնացորդը 6837-ից (բաժանարարից) շատ է, ապա 6 թիւը քիչ կլինի և այդ դէպքում պիտի փորձենք 7 թիւը, բայց եթէ մնացորդը 6837-ից քիչ լինի, ապա 6 թիւը յարմար է։ Մնացորդ ստացանք 2508—հետևապէս և 6 թիւը յարմար է վերցրած։

Այս ձևը յարմար է այն բոլոր դէպքերում, երբ բաժանարարի երկրորդ թուանշանը 5-ից աւելի է։ Օրինակ 6337 բաժանարարը աւելի մօտ է 7000-ին, քան 6 հազարին։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ՔԱՆՈՐԴԻ ԳՏՆԵԼԸ

57. *Օրինակ.* **64508:23**

Որովհետև բաժանելին աւելի շատ է քան 10 անգամ կրկնած բաժանորդը,—ուստի և քանորդը բաղկացած պիտի լինի մի քանի թուանշանից։ Պարզելու համար թէ ինչպէս պէտք է գտնել այդ թուանշանները, նայենք բաժանման վրայ—օրինակ—այսպէս. բաժանելին այնքան հաւասար մաս պիտի անենք, որքան միաւոր կայ բաժանարարի մէջ. (Այդ նշանակութեամբ ստացած քանորդը նոյնպէս ցոյց կտայ, թէ բաժանարարը քանի անգամ է պարունակւում բաժանելիի մէջ)։

Բաժանելին առանձնացնենք բաժանարարից ուղղահայեաց գծով, բաժանարարի տակ քաշենք հորիզոնական գիծ և գծի տակ նշանակենք քանորդի թուանշանները—այն կարգով—ինչպէս, որ նրանց կստանանք։

64508	23
46	2804
185	
184	
108	
92	
16	

64508-ը բաժանել 23-ի վրայ, նշանակում է 64508-ը 23 հաւասար մաս անել (օրինակ 64508 մանէթը հաւասարապէս բաժանել 23 մարդու մէջ)։ Պարզ է, որ ամեն մի մասում տասը հազար չի ստացուի, բայց կստացուի մի քանի հազար։ Իմանալու համար թէ ինչպէս քանի հազար կստացուի, վերցնենք բաժանելու 64 հազարը և այն 23 հաւասար մաս անենք։ Ամեն մի մասը կլինի 2 հազար։ Քանորդում գրում ենք 2 թուանշանը։ Եթէ ամեն մի մասում կլինի 2 հազար—ապա 23 մասում կլինի 46 հազար։ Հանելով 64 հազարից 46 հազարը կմնայ 18 հազար, որ նոյնպէս 23 հաւասար մաս պիտի անենք։ Պարզ է որ հազարաւորներ չեն ստացուի։ 18 հազարը դարձնենք հարիւրաւորներ և նրան աւելացնենք բաժանելու 5 հարիւրաւորը։ Կստանանք 185 հարիւրաւոր։ Բաժանելով այդ հարիւրաւորները 24-ի վրայ ամեն մի մասում կստանանք 18 հարիւրաւոր։ Քանորդում հարիւրաւորների տեղը գրում ենք 8 թուանշանը։ Բազմապատկելով 8-ը 23-ով—իմանում ենք, որ բոլոր մասերում կլինեն 184 հարիւրաւոր։ Հանենք այդ 185-ից։ Մնում է մի հարիւրաւոր, որ պէտք է 23 հաւասար մաս անենք։ Դարձնենք այն տասնաւորներ։ 10 տասնաւորը բաժանելով 23 հաւասար մասի տասնաւոր չենք ստանայ. այդ պատճառով քանորդում տասնաւորների տեղ գրում ենք 0։ 10 տասնաւորը դարձնենք միաւորներ և նրան աւելացնենք բաժանելու 8 միաւորը. կստանանք 108 միաւոր։ Բաժանենք այդ 23 վրայ, կստանանք 4 միաւոր։ 4 թուանշանը գրում ենք քանորդում միաւորների տեղը. բազմապատկում ենք այն 23-ով և ստացած արտադրեալը *հանում ենք 108-ից, որով և գտնում ենք բաժանման մնացորդը։*

Ահա բաժանման էլի 2 օրինակներ.

```
1470035 | 7            3480000 | 15
14      |-------       30      |--------
-----     210005       ----      232000
  7                     48
- 7                     45
-----                  ----
   0035                  30
     35                  30
   ----                -----
      0                  000
```

59. *Բաժանման կանոնը, երբ քանորդը բազմանիշ թիւ է։ Գրում են բաժանելին և բաժանարարը մի հորիզոնական գծի վրա, բաժանելով նրանց միմիանցից ուղղահայեաց գծով։ Բաժանարարի տակ քաշում են հորիզոնական գիծ, որի տակ գրում են քանորդի թուանշանները—աստիճանաբար այն կարգով—ինչպէս որ նրանք ստացւում են։*

Բաժանելու ձախ կողմից դէպի աջ առանձնացնում են այնքան թուանշան, որ նրանցով արտայայտւող թիւը պարունակի իւր մէջ բաժանարարը, բայց 10-ից պակաս անգամ։

Առանձնացրած թիւը բաժանում են բաժանարարի վրայ։

Ստացած թիւը գրում են քանորդում։

Գտած թուով բազմապատկում են բաժանարարը և ստացած արտադրեալը հանում բաժանելու առանձնացրած մասից։

Մնացորդի մօտ ցած են բերում բաժանելու հետևեալ աջակողմեան թուանշանը։

Ցած բերելուց յետոյ ստացած թիւը բաժանում են բաժանարարի վրայ և այդ բաժանումից ստացած թուանշանը գրում են քանորդում առաջ գրած թւից դէպի աջ։

Բաժանարարը բազմապատկում են քանորդի երկրորդ թուանշանով և արտադրեալը հանում են այն թուից, որը բաժանել էին քանորդի երկրորդ թուանշանը ստանալու համար։

Մնացորդի մօտ ցած են բերում բաժանելու յաջորդ թուանշանը։

Ցած բերելուց յետոյ ստացած թիւը բաժանում են բաժանարարի վրայ։

Այդպէս շարունակում են, մինչև որ բաժանելում այլ ևս թիւ չէ մնում ցած բերելու համար։

Երբ որ հարկաւոր թուանշանը ցած բերելուց յետոյ մնացորդում ստացւում է այնպիսի թիւ, որ փոքր է բաժանարարից, այն ժամանակ քանորդում գրում են 0, իսկ մնացորդի մօտ ցած են բերում բաժանելու հետևեալ թուանշանը։

60. Համառօտ բաժանումն։ Երբ բաժանարարը միանշան թիւ է, հեշտութեան և շատ չգրելու համար՝ աւելի լաւ է հանման գործողութիւնը մտքում կատարել, գրելով միայն մնացորդները։

Օրինակ այսպէս.

563087	6
23	93847
50	
28	
47	
5	

կամ աւելի համառօտ.

563087	6
5	93847

Գծի տակ 5 թուանշանը ցոյց է տալիս վերջին մնացորդը։

ԶՐՕՆԵՐՈՎ ՎԵՐՋԱՑՈՂ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

Դիպուած 1, երբ բաժանարարը է միաւոր զրօներով։ Բաժանել թիւը 10-ի, 100-ի, 1000-ի վրայ, ի մէջ այլոց, նշանակում է. իմանալ թէ բաժանելին քանի հատ տասնաւոր, հարիւրաւոր և հազարաւոր է պարունակում իւր մէջ։ Այդ իմանում ենք թուարկութեան կանոնով (§ 9)։

54634:10=5463 (Մաց. 4)
54634:1000=54 (Մաց. 634)

Այսպէս ուրեմն. Թիւը զրոների հետ միաւորի վրայ բաժանելու համար հարկաւոր է բաժանելու աջ կողմից անջատել այնքան թուանշան, որքան թուանշան որ ունի բաժանարարը։ Բաժանելու մնացած թուանշանները ներկայանում են որպէս քանորդ, իսկ անջատած թուանշանները՝ մնացորդ։

60. Դիպուած 2, երբ բաժանարարն է մի ուրիշ թիւ, վերջացած զրոներով։

Օրինակ. 389224:7300

```
389224 | 7300
365    |------
-----     53
 242
 219
-----
 2324
```

Բաժանարարը պարունակում է իւր մէջ 73 հարիւրաւոր։ Իմանալու համար թէ բաժանելին քանի անգամ է պարունակում է իւր մէջ 73 հարիւրաւորը, նրան երկու մաս անենք—հարիւրաւորների և միաւորների։ Բաժանելին պարունակում է իւր մէջ 3892 հարիւրաւոր և 24 միաւոր։ Բաժանարարի 73 հարիւրաւորը կարող է պարունակուել միայն բաժանելու մի մասի՝ հարիւրաւորների մէջ։ Իմանալու համար թէ 73 հարիւրաւորը քանի անգամ է պարունակւում 3892 հարիւրաւորի մէջ—բաժանենք 3882-ը 73-ի վրայ։

Բաժանելով իմանում ենք, որ 3892 հարիւրաւորի մէջ 73 հարիւրաւորը կայ 53 անգամ և մնացորդում մընում է 23 հարիւրաւոր։ 23 հարիւրաւորին աւելացնելով բաժանելու 24 միաւորը կստանանք 2324։ 73 հազարաւորը այդ թւում չի պարունակւում ոչ մի անգամ—ուստի և 2324 կլինի մնացորդ։

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ, երբ բաժանելին էլ բաժանարարն էլ վերջանում են զրոներով.

```
 35000 | 7300
-292   |------
-----     4
 5800
```

Այսպէս ուրեմն, երբ բաժանարարը վերջանում է զրօներով, ջնջում ենք նրա այդ զրօները եւ բաժանելում, աջ կողմից, ջնջում ենք նոյնքան թուանշան։ Մնացած թուերը բաժանում ենք եւ մնացորդում ցած ենք բերում բաժանելու ջնջած թուանշանները։

61. *Բաժանման ստուգումը։* Բաժանումը կարելի է ստուգել բազմապատկման գործողութեամբ հիմնուելով այն բանի վրայ, որ բաժանելին հաւասար է բաժանարարին բազմապատկած քանորդով աւելացրած մնացորդը.

Օրինակ.

8375	42	199
42	199	×42
417		398
378		796
395		8358
378		+17
17		8375

Ստուգելու համար մենք 199 բազմապատկեցինք 42-ով և ստացած քանորդին աւելացնելով 17, ստացանք բաժանելուն հաւասար թիւ։ Ուստի շատ հաւանական է, որ գործողութիւնը կատարուած է ճիշտ։

ԱՐՏԱԴՐԵԱԼԻ ԵՒ ՔԱՆՈՐԴԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹԻՒՆԸ

62. *Եթէ բազմապատկիչը շատացնենք մի քանի անգամ, արտադրեալն էլ կշատանայ նոյնքան անգամ։*

Վերցնենք 15×3 բազմապատկման օրինակը և բազմապատկիչը շատացնենք 2 անգամ.   15×3   15×6

Առաջին արտադրեալը ներկայացնում է՝ 15+15+15 թուերի գումարը, իսկ երկրորդը՝ 15+15+15+15+15+15 թուերի գումարը։ Ուրեմն երկրորդ գումարի մէջ առաջին գումարը կրկնւում է երկու անգամ, ուրիշ խօսքով, երկրորդ գումարը 2 անգամ շատ է առաջին գումարից։

Եթէ բազմապատկելին շատացնենք մի քանի անգամ, արտադրեալն էլ կը շատանայ նոյնքան անգամ, որովհետև բազմապատկելին միշտ կարող ենք դարձնել բազմապատկիչ։ Օր. $15 \times 3 = 45$, $30 \times 3 = 90$, $45 \times 3 = 135$, $60 \times 3 = 180$։

Սորանից հետևում է, որ եթէ բազմապատկելին և բազմապատկիչը քչացնելու լինենք մի քանի անգամ, նոյնքան անգամ կքչանայ և արտադրեալը։ օր. $20 \times 2 = 40$, $10 \times 2 = 20$. $5 \times 2 = 10$ և այլն.

63. Գիտենալով արտադրեալի այս փոփոխութիւնները, մենք երբեմն կարող ենք բազմապատկմանը պարզ ձև տալ։ Դիցուք 438-ը հարկաւոր է բազմապատկել 5-ով։ 438-ը բազմապատկելով 10-ի վրայ կստանանք 4380։ Որովհետև 5-ը 2 անգամ քիչ է 10-ից, ուստի 438×5-ի արտադրեալը պէտք է 2 անգամ քիչ լինի 4380-ից, այսինքն կլինի 2190։

Նոյն ձևով եթէ հարկաւոր է բազմապատկել 25-ով — մենք կարող ենք թիւը բազմապատկել 100-ով և ստացած արտադրեալը բաժանել 4-ի վրայ։ Օրինակ.

$$375 \times 25 = 37500 : 4 = 9375$$

64. Երբ երկու արտադրիչն էլ փոփոխւում են միաժամանակ, արտադրեալն էլ երբեմն կմեծանայ, երբեմն կփոքրանայ և կամ կմնայ անփոփոխ։ Նախօրօք որոշելու համար թէ արտադրիչների միաժամանակ փոփոխութիւնից ինչ փոփոխութեան կենթարկուի արտադրեալը, պէտք է ենթադրել թէ նախ փոփոխւած է միայն բազմապատկելին, իսկ յետոյ և բազմապատկիչը։

Օր. բազմապատկելին մեծացնենք 3 անգամ, իսկ բազմապատկիչը 2 անգամ.

$$15 \times 6 = 90,\quad 45 \times 12 = ?$$

Բազմապատկելին 3 անգամ մեծացնելուց արտադրեալը կմեծանայ 3 անգամ—այսինքն կլինի ոչ թէ 90, այլ $90 \times 90 \times 90$։

Բազմապատկիչը երկու անգամ մեծացնելուց, արտադրեալը էլի կմեծանայ 2 անգամ և կլինի․

$$(90\times90\times90)\times(90\times90\times90)$$

Այսինքն առաջին արտադրեալի համեմատութեամբ նա կմեծանայ 2×3 անգամ (6 անգամ)։

Նոյն ձևով կարելի է բացատրել, որ եթէ բազմապատկելին մեծացնենք 5 անգամ, իսկ բազմապատկիչը՝ 7 անգամ, արտադրեալը կմեծանայ 5×7, այսինքն 35 անգամ։

Բազմապատկելին փոքրացնենք 3 անգամ, իսկ բազմապատկիչը՝ 2 անգամ։

$$15\times6=90,\quad 5\times3=?$$

Միայն բազմապատկելին 3 անգամ փոքրացնելուց արտադրեալը կփոքրանայ 3 անգամ, այսինքն փոխանակ 90-ի, կդառնայ 30, բազմապատկիչը 2 անգամ փոքրացնելուց արտադրեալը կրկին կքչանայ 2 անգամ, այսինքն կդառնայ 15։ Ուրեմն այդ երկու փոփոխութիւնից արտադրեալը կքչանայ 2×3, այսինքն 6 անգամ։

Բազմապատկելին մեծացնենք 6 անգամ, իսկ բազմապատկիչը փոքրացնենք 2 անգամ.

$$15\times6=90,\quad 90\times3=?$$

Միայն բազմապատկելին 6 անգամ մեծացնելուց արտադրեալը կմեծանայ 6 անգամ, իսկ բազմապատկիչը 2 անգամ փոքրացնելուց արտադրեալը կփոքրանայ 2 անգամ։ Ուրեմն, այդ երկու փոփոխութիւնից արտադրեալը կմեծանայ 3 անգամ (6:2 անգամ)։

65․ Որովհետև բաժանելին կարելի է ընդունել որպէս արտադրեալ, իսկ բաժանարարը և քանորդը որպէս արտադրիչներ, ուստի և հեշտ է իմանալ, որ երբ բաժանումըն կատարում է առանց մնացորդի, ապա․

Եթէ բաժանելին մեծացնենք մի քանի անգամ, քանորդն էլ կը մեծանայ նոյնքան անգամ։ Օրին. $10:2=5$, $20:2=10$, $30:2=15$ և այլն։

Եթէ բաժանարարը մեծացնենք մի քանի անգամ, քանորդն էլ կը փոքրանայ նոյնքան անգամ։ Օրինակ. $48:2=24$, $48:4=12$, $48:6=8$ և այլն։ Ընդհակառակ. *Եթէ բաժանելին փոքրացնենք մի քանի անգամ, քանորդը կը փոքրանայ նոյնքան անգամ, եթէ բաժանարարը փոքրացնենք մի քանի անգամ, քանորդն էլ կը մեծանայ նոյնքան անգամ։*

66. Երբոր բաժանելին և բաժանարարը փոփոխւում են միաժամանակ, քանորդն էլ կամ կը մեծանայ, կամ կը փոքրանայ և կամ կը մնայ անփոփոխ։ Նախօրօք իմանալու համար, թէ ինչ փոփոխութեան կենթարկուի քանորդը, պէտք է ենթադրենք, որ առաջ փոփոխուել է միայն բաժանելին, ապա և բաժանարարը։ Պէտք է առանձին ուշադրութիւն դարձնել այն դէպքերի վրայ, երբ քանորդը մնում է անփոփոխ.

1) *Քանորդը մնում է անփոփոխ, երբ բաժանելին եւ բաժանարարը մեծացնում ենք նոյնքան անգամ*. որովհետև բաժանելին մեծացնելով քանորդը մեծանում է, իսկ բաժանարարը մեծացնելով քանորդը փոքրանում է նոյնքան անգամ. օրինակ. $60:15=4$, $300:75=4$։

2) *Քանորդը մնում է անփոփոխ, երբ բաժանելին եւ բաժանարարը փոքրացնում ենք նոյնքան անգամ*, որովհետև բաժանելին փոքրանալով, քանորդը փոքրանում է, իսկ բաժանարարը փոքրանալով, քանորդը մեծանում է նոյնքան անգամ։ Օրինակ. $60:15=4$, $12:3=4$։

ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԱՄԲՈՂՋ ԹՈՒԵՐ

67. *Ի՞նչ է մեծութիւնը։* Այն բոլոր առարկաները և երևոյթները, որոնք կարող են լինել հաւասար, աւելի կամ պակաս, կոչւում են *մեծություն*։ Այսպէս օրինակ ծանրութիւնը մեծութիւն է, որովհետև մի առարկայի ծանրութիւնը կարող է լինել հաւասար, աւելի կամ պակաս միւս առարկայի ծանրութիւնից։ Ահա այն մեծութիւնները, որ ամենից աւելի ծանօթ են մեզանից իւրաքանչիւրին.

Երկարություն, (որ երբեմն կոչւում է լայնութիւն, երբեմն բարձրութիւն և երբեմն հաստութիւն....)։

Մակերևույթ, այսինքն այն, ինչ որ շրջապատում է առարկան զանազան կողմերից։

Ծավալ, այսինքն տարածութեան մասը, որ բռնում է առարկան։

Ծանրություն, այսինքն ճնշում, որ գործ է դնում առարկան իւր հենարանի վրայ։

Ժամանակ, որի ընթացքում կատարւում է որև է երևոյթ կամ գործողութիւն։

Արժէք և այլն։

Պէտք է նկատենք, որ հարթ մակերևոյթ (օրինակ սեղանի, յատակի և այլն մակերևոյթը) կոչւում է մակարդակ։ Որև է ամանի կամ արկղի ներքին ծաւալը կոչւում է *պարունակություն*, *բովանդակություն*։

68. *Մեծության չափելը*։ Սենեակի երկարութեան մասին պարզ գաղափար ունենալու համար, մենք այն չափում ենք մեզ լաւ յայտնի մի ուրիշ երկարութեամբ, օրինակ արշինով։ Դրա համար սենեակի երկարութեամբ արշինը դնում ենք այնքան անգամ,—որքան կարելի է։ Եթէ արշինը սենեակի երկարութեամբ դնւում է ուղիղ 10 անգամ, մենք ասում ենք, որ սենեակի երկարութիւնը 10 արշին է։ Նոյն ձևով, երբ մենք ուզում ենք իմանալ մի որև է առարկայի ծանրութիւնը, մենք վերցնում ենք մեզ լաւ յայտնի մի ուրիշ ծանրութիւն, օր. գրվանքա և կշեռքի միջոցով իմանում ենք, թէ գրվանքան քանի անգամ է պարունակւում այդ առարկայի քաշի մէջ։ Ասենք թէ նա պարունակւեց 5 անգամ, այդ ժամանակ ասում ենք, որ այդ առարկայի քաշը 5 գրվանքա է։

Մեզ յայտնի այն մեծութիւնը, որ գործ ենք ածում ուրիշ համասեռ մեծութիւնները չափելու համար, կոչւում է միութիւն։ Այսպէս, օր., արշինն է երկարութեան միութիւն, գրվանքան՝ ծանրութեան և այլն։ Ամեն մի տեսակ մեծութեան համար վերցնում են մի քանի միութիւններ. աւելի խոշոր և աւել մանր։ Այսպէս օր. իբրև երկարութեան չափ, բացի արշինից, էլի գործ են ածում՝ սաժէն, վերստ, վերշոկ, ոտնաչափ և այլն։ Եթէ սենեակի երկարութիւնը 10 արշինից քիչ աւելի է, ապա այդ աւելին չափում են մեծութեան աւելի փոքր չափով՝ դիցուք վերշոկով։ Եթէ երևայ, որ այդ աւելի մասում վերշոկը տեղաւորուեց 7 անգամ, ապա ասում են, որ սենեակի երկարութիւնը 10 արշ. 7 վերշոկ է։ Իւրաքանչիւր պետութիւն իւր երկրում զանազան մեծութիւններ չափելու համար սահմանած ունի յայտնի միութիւններ։ Այդ միութիւնները կոչւում են չափեր։

Ռուսական չափերի աղիւսակը։

69. *Երկարութեան չափեր.*

մղոնն	= 7 վերստի	սաժէնը	= 7 ոտնաչափի
վերստը	=500 սաժէնի	ոտնաչափը	=12 մատնաչափի
սաժէնը	= 3 արշինի	մատնաչափը	= 10 գծաչափի։
արշինը	= 16 վերշոկի		

Որովհետև սաժէնն ունի 84 մատնաչափ (12×7), իսկ արշինը սաժէնից երեք անգամ փոքր է, ուստի 1 արշ.=28 մատնաչափի։

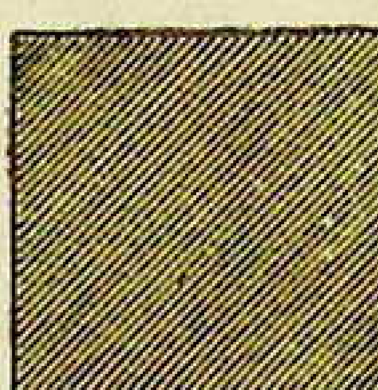
Դիտելի կերպով իրար հետ համեմատելու համար առաջ ենք բերում երկու չափեր.

Ծանօթութիւն 1) Տարածութեան չափերը կոչւում գծային չափեր, որովհետև նրանք ծառայում են զանազան գծեր չափելու համար։

2) Նոյնասեռ չափերը իրար հետ համեմատութեամբ լինում են բարձր և ցածր դասակարգի չափեր։ Այսպէս սաժէնը արշինի համեմատութեամբ բարձր դասակարգի չափ է, իսկ վերշոկի համեմատութեամբ՝ ցածր դասակարգի։

3) Երկու նոյնասեռ չափերի յարաբերութիւնը է այն թիւը, որ ցոյց է տալիս թէ փոքր չափը քանի անգամ է պարունակւում մեծ չափի մէջ։ Այսպէս օրինակ սաժէնի և արշինի միութեան յարաբերութիւնն է 3։

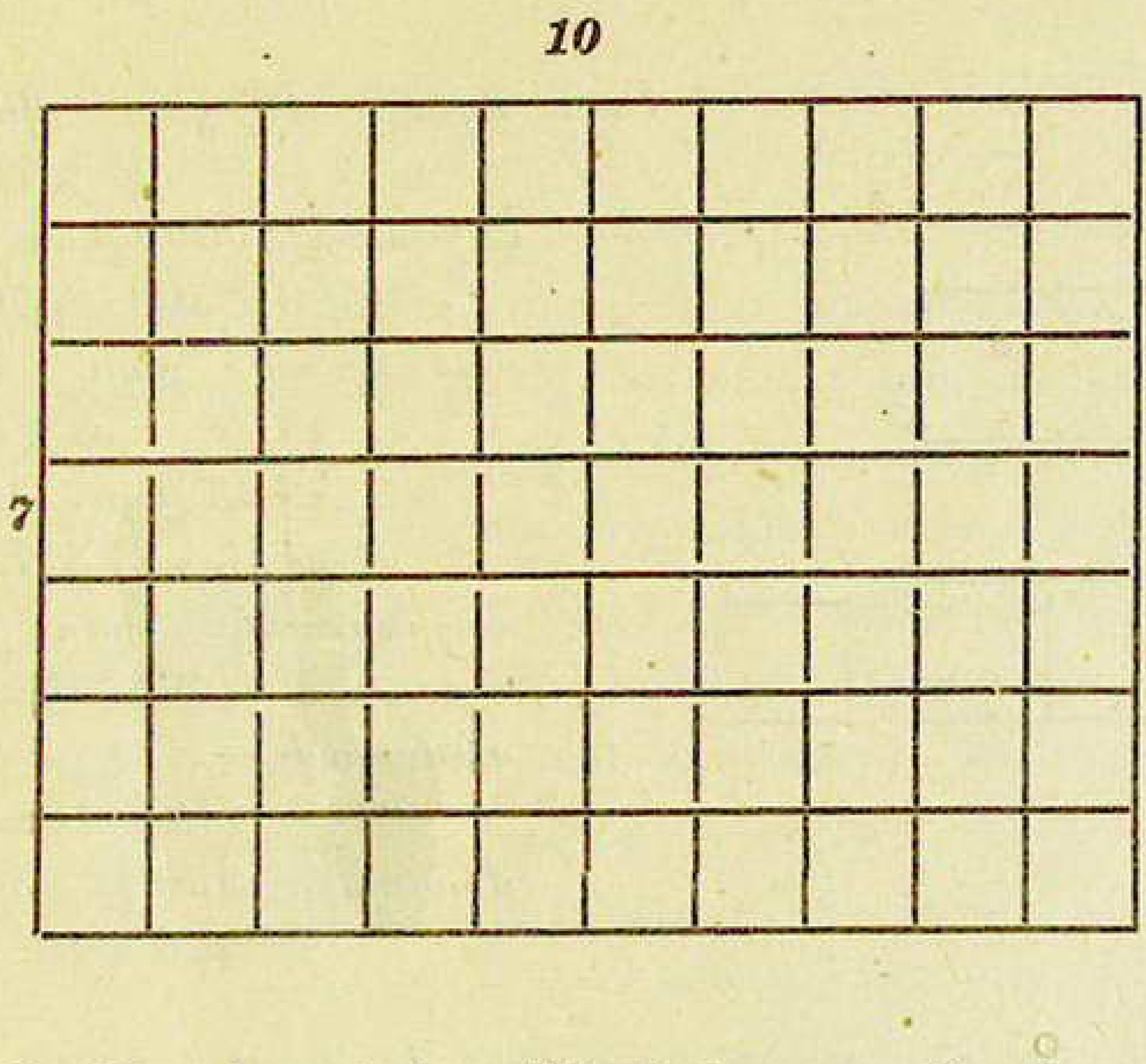
70. Մակերևոյթի չափերը։ Մակերևոյթները չափելու համար գործ ածած չափերը կոչւում են քառակուսի չափեր, որովհետև նրանք քառակուսու ձև ունեն։ Քառակուսի մատնաչափը մի քառակուսի է, որի իւրաքանչիւր կողմը հաւասար է մի գծական մատնաչափին. քառակուսի վերշոկը՝ մի քառակուսի է, որի ամեն մի կողմը հաւասար է մի գծական վերշոկին և այլն։



քառ. մատն.

քառ. վերշոկ

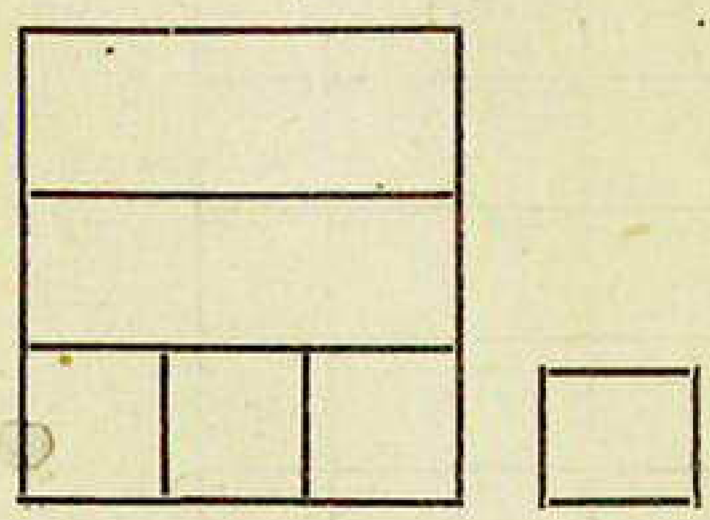
71. Հասարակ մակերևոյթների չափելը։ Եթէ մակերևոյթը միանման անկիւններով քառանկիւնու ձև ունի, ապա նրան չափելը շատ հեշտ է։ Դիցուք հարկաւոր է իմանալ, թէ քանի քառակուսի արշին է սենեակի յատակը։ Դրա համար մենք գծական արշինով չափում ենք սենեակի երկարութիւնը և լայնութիւնը ու ստացած թուերը բազմապատկում ենք իրար վրայ։ Ասենք թէ սենեակի երկարութիւնը 10 արշին է, իսկ լայնութիւնը՝ 7 արշին. բաժանենք յատակի երկարութիւնը 10 հաւասար, իսկ լայնութիւնը 7 հաւասար մասերի և գծեր քաշենք, ինչպէս ցոյց է տուած նկարի վրայ։ Այդպէսով յատակի մակերևոյթը կբաժանուի քառակուսի արշինների, և կլինի 7 շարք (10—10 հատ ամեն մի շարքում). այսինքն $10 \times 7 = 70$։



72. Ի՞նչպէս պիտի գտնել երկու քառակուսի չափերի միմեան յարաբերութիւնը։ Երկու քառակուսի չափերի միմեան յարաբերութիւնը գտնելու համար, հարկաւոր է

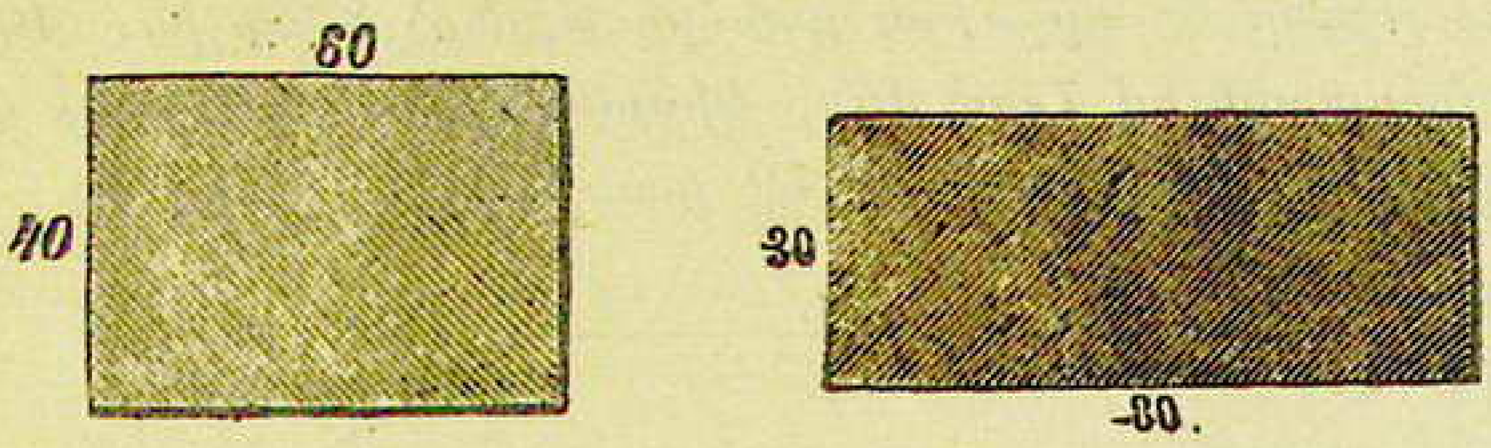
նոյնանուան երկու գծական միութեան յարաբերութիւնը բազմապատկել իրար վրայ։

Օր. քառակուսի սաժէնի և քառ. արշինի միութեան յարաբերութիւնն է $3 \times 3 = 9$։ Այդ բացատրելու համար վերցնենք երկու այնպիսի քառակուսի, որոնցից մէկի մի կողմը լինի 1 արշին, իսկ միւսի կողմը՝ 1 սաժէն։ Այդպիսի փոքր քառակուսին կլինի քառ. արշին, իսկ մեծ քառակուսին՝ քառ. սաժէն։ Եթէ մեծ քառակուսին բաժանելու լինենք երեք հաւասար շերտերի (ինչպէս ցոյց է տուած նկարի վրայ) այն ժամանակ իւրաքանչիւր շերտը, որ կունենայ 3 արշին երկարութիւն և 1 արշին լայնութիւն, կպարունակի իւր մէջ 3 փոքր քառակուսի։ Ուրեմն մեծ քառակուսին կպարունակի 3 անգամ 3, կամ 9 փոքր քառակուսի։ Այդպէսով կազմւում է քառակուսի չափերի հետևեալ աղիւսակը.



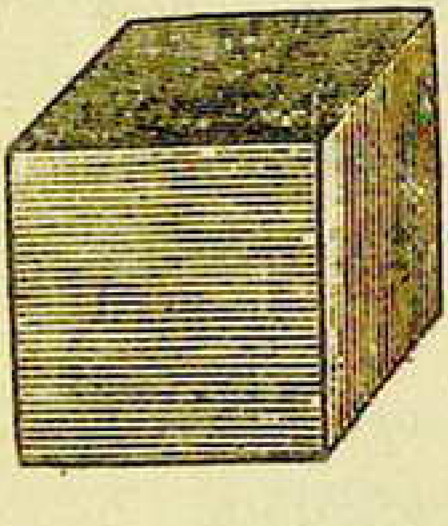
Քառ. մղոնը = 49 քառ. վերստի ($7 \times 7 = 49$)
» վերստ = 250000 քառ. սաժ. ($500 \times 500 = 250000$)
» սաժէնը = 9 քառ. արշին ($3 \times 3 = 9$)
» » = 45 քառ. ոտնաչ. ($7 \times 7 = 49$)
» արշինը = 256 քառ. վերշ. ($16 \times 16 = 256$)
» ոտնաչափը = 144 ք. մատն. ($12 \times 12 = 144$)
» մատնաչ. = 100 ք. գծաչափ ($10 \times 10 = 100$)

73. Դեսեատին։ Դաշտերի մակերևոյթը չափելու համար գործ են ածում դեսեատին, որ 2400 քառ. սաժէն է։



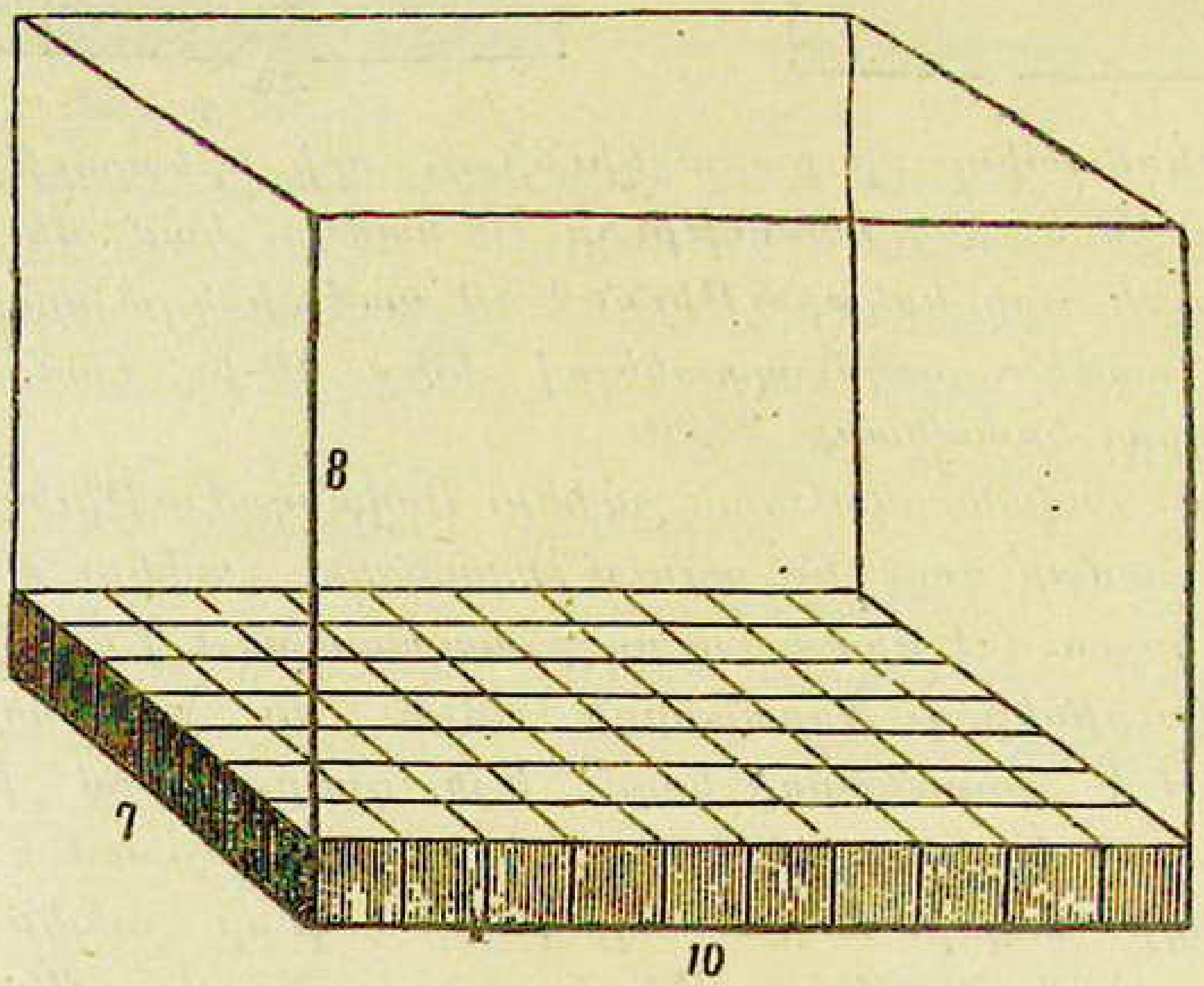
Դեսեատինը մի քառանկիւնի է, որի երկարութիւնը 60 սաժէն է, իսկ լայնութիւնը 40 սաժէն, կամ մի քառանկիւնի, որի երկարութիւնն է 80 սաժ., իսկ լայնութիւնը 30 սաժէն. բազմապատկելով 60-ը 40-ի, կամ 80-ը 30-ի վրայ կստանանք 2400։

74. *Բովանդակութեան չափեր*։ Բովանդակութիւնը չափելու համար գործ են ածում *խորանարդ չափեր*։ Խորանարդ կոչւում է մի ծաւալ, որ շրջապատուած է 6 միակերպ քառակուսիներով։ Խորանարդի ամեն մի քառակուսին կոչւում է խորանարդի կողմ։ Այն գիծը, որով իրար կպչում են խորանարդի երկու կողմերը, կոչւում է խորանարդի կողեր։ Խորանարդի բոլոր կողերը ունեն հաւասար երկարութիւն։ Այն խորանարդը, որի ամեն մի կողը մի մատնաչափ է, կոչւում է խորանարդ մատնաչափ։ Խորանարդ ոտնաչափը կոչւում է այն խորանարդը, որի ամեն մի կողի երկարութիւնը 1 գծական ոտնաչափ է։



75. *Ամենահասարակ բովանդակութիւնների չափելը*։ Դիցուք հարկաւոր է իմանալ, թէ քանի խորանարդ արշին ծաւալ ունի սենեակը։ Դրա համար բաւական է գծական չափով չափել սենեակի երկարութիւնը, լայնութիւնը բարձրութիւնը ու ստացած թուերը իրար վրայ բազմապատկել։ Դիցուք սենեակի երկարութիւնն է 10 արշին,

լայնութիւնը՝ 7 արշ. իսկ բարձրութիւնը՝ 8 արշին։ 10-ը բազմապատկելով 7-ով մենք կիմանանք, որ սենեակի յատակի վրայ կտեղաւորուի 70 քառ. արշին։ Պարզ է, որ

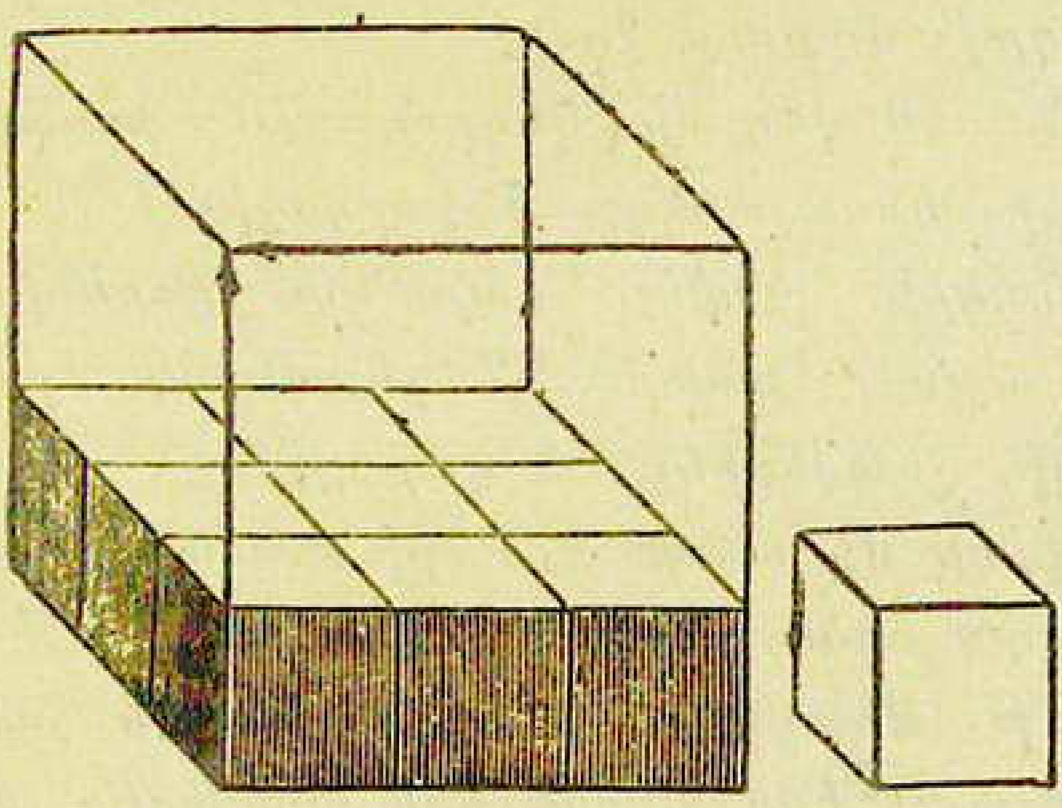


այս քառակուսիներից իւրաքանչիւրի վրայ կարելի է դնել մի մի խորանարդ արշին, իսկ բոլոր յատակի վրայ կտեղաւորուի 70 խոր. արշ.։ Այսպիսով կստանանք մի արշին բարձրութեամբ խորանարդների մի շերտ։ Բայց սենեակն ունի 8 արշին բարձրութիւն, ուրեմն այստեղ կտեղաւորուի 8-ը այսպիսի շերտ։ Հետևապէս ընդամենը կլինի 70×8, այսինքն 560 խոր. արշին, կամ երեք թուերի՝ 10×7×8-ի արտադրեալը։

Այսպիսով կարելի է իմանալ արկղի, ուղղահայեաց պատեր ունեցող ջրհորի և այլն ծաւալները։

76. Ի՞նչպէս պէտք իմանալ երկու խորանարդ չափերի միութեան յարաբերութիւնը։ Երկու խորանարդ չափերի միութեան յարաբերութիւնը իմանալու համար, բատական է կրկնել 3 անգամ նոյն անուան գծական չափերի միութեան յարաբերութիւնը։

Այսպէս խորանարդ սաժէնի և խորանարդ արշինի միութեան յարաբերութիւնը է 3×3×3, այսինքն 27։ Բացատրութեան համար վերցնենք երկու խորանարդներ, որոնց մէկի կողերը հաւասար լինեն 1 սաժէնի, իսկ միւսինը՝ 1 արշինի։ Այդպիսի փոքր խորանարդը կլինի խոր. արշ. իսկ մեծը՝ խոր. սաժէն։



Պարզ է, որ մեծ խորանարդի յատակի վրայ, կտեղաւորուի 9 փոքր խորանարդներ, (որովհետև մեծ խորանարդի յատակը 9 քառակուսի արշին է)։ Բայց մեծ խորանարդի բարձրութիւնը է մի սաժէն, իսկ փոքր խորանարդի բարձրութիւնը՝ 1 արշին, այդ պատճառով փոքր խորանարդների առաջին շերտի վրայ կարելի է տեղաւորել էլի երկու շերտ փոքր խորանարդներ, այդ ժամանակ կըստանանք 3 շերտ 9—9 հատ խորանարդներ, այսինքն ընդամենը 27 խորանարդ։

Այդպիսով կազմում ենք խորանարդ չափերի հետևեալ աղիւսակը.

Խոր. մղոնը=343 խոր. վերստի (7×7×7)

» վերստը=125000000 խոր. սաժէնի (500×500×500)

» սաժէնը=27 խորանարդ արշինի (3×3×3)
» » =343 խոր. ոտնաչափի (7×7×7)
» արշինը=4096 խոր. վերշոկի (16×16×16)
» ոտնաչափը=1728 խոր. մատնաչափի (12×12×12)
» մատնաչափը=1000 խոր. գծաչափի (10×10×10)

77. Հեղուկ մարմինների ծաւալի չափերը։ Հիմնական չափն է վեդրօն, որի ծաւալը մօտաւորապէս 750 խորանարդ մատնաչափ է։ Այդ ծաւալի մէջ տեղաւորւում է 30 գրվ. մաքուր ջուր։

Տակառն=40 վեդրոի, վեդրօն=10 շտոֆի, շտոֆը 2 կիսաշտոֆի, կիսաշտոֆը=5 չարկայի։

Ընդեղէնների չափեր (այսինքն ցորենի, գարու, վարսակի և այլն)։ Լաստը=12 չետվերտի, չետվերտը=8 չետվերիկի, չետվերիկը=8 գարնցի։

Չետվերիկը մի անօթ է, որի ծաւալը հաւասար է մէկ խորանարդ ոտնաչափի։

Ծ ա ն օ թ. Չետվերտ բառի փոխարէն համառօտակի գրում են՝ «չտ.». իսկ չետվերիկի փոխարէն՝ «չկ.»։

Ծանրութեան չափեր։

Բերկովեցը=10 փթի	Գրվանքան=96 մսխալի
Փութը=40 գրվ.	Լոտը=3 մսխալի
Գրվանքան=32 լոտի	Մսխալը=96 դօլիայի

Դեղատան չափեր։

Դեղատան գրվանքան սովորական գրվանքայից քիչ է վերջինիս մէկ ութերորդ մասով, նա հաւասար է սովորական գրվանքայի 28 լոտին։

Դեղ գրվ.=12 ունցիային	Դրախմը=3 սկրուպուլին
„ ունցիան=8 դրախմին	Սկրուպուլը=20 գրանին

78. Դրամներ. Գործածութեան մէջ գտնւում են մետաղի և թղթի դրամներ։

1) Ռուսական պետական դրամը պատրաստում են ոսկուց, արծաթից և պղնձից։

Ոսկի դրամները պատրաստում են 900 յարգի ոսկուց, այսինքն մի խառնուրդից, որի մէջ 900 մասը մաքուր ոսկի է, իսկ 100 մասը պղինձ։

Ներկայումս շրջանառութեան մէջ գտնւում են հետևեալ ոսկի դրամները. 15 մանէթանոց (իմպերեալ), 10 մանէթանոց, 7 ման. 50 կոպէկանոց (պօլիմպերեալ) և 5 մանէթանոց։

Արծաթ փողը պատրաստում են 900 յարգի արծաթից. 1 մանէթանոց, 50 կոպէկանոց, 25 կոպէկանոց և 500 յարգի արծաթից՝ (այսինքն մի խառնուրդից, որի մէջ 500 մասը արծաթ է, 500 մասը պղինձ) 20 կոպէկանոց, 15 կոպ., 10 կոպ. և 5 կոպ.։

Պղնձից պատրաստում են 5 կոպէկանոց, 3 կոպ. 2 կոպ. 1 կոպ. $1/2$ կոպ. և $1/4$ կոպէկանոց։

2) Թղթադրամներից գործածութեան մէջ գտնւում են 500 մանէթանոց, 100 մանէթանոց, 50 մանէթանոց, 25 մանէթանոց, 10 մանէթանոց, 5 մանէթանոց, 3 մանէթանոց և 1 մանէթանոց։ *)։

79. Ժամանակի չափեր. Ժամանակի չափը որոշելու համար գոյութիւն ունին երկու հիմնական չափեր։ Օր, որ մօտաւորապէս ներկայացնում է այն ժամանակամիջոցը, որի ընթացքում երկիրը կատարում է մի շրջան իւր առանցքի շուրջը։ Նա բաժանւում է 24 ժամերի, որ հաշւում են 1-ից մինչև 12-ը և էլի 1-ից մինչև 12-ը։

---

*) 1897 թւից յետոյ լոյս տեսած պետական թղթադրամները—պետական բանկում կարելի է փոխել և ստանալ ոսկի և արծաթ դրամներ։

Օրուայ սկիզբը համարւում է կէս գիշերը, այսինքն գիշերուայ 12 ժամը։

Շաբաթն=7 օրի	Ժամը=60 րոպէի
Օրը=24 ժամի	Րոպէն 60 վայրկեանի

Տարին մօտաւորապէս այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում երկրագունդը կատարում է մի լրիւ շրջան արևի շուրջը։ Ընդունուած է իւրաքանչիւր երեք տարին հաշուել 365-ական օր, իսկ չորրորդ տարին 366 օր։ 366 օր ունեցող տարին կոչւում է Նահանջ, իսկ 365 օր ունեցող տարին՝ հասարակ։ Չորրորդ տարուն մի աւելորդ օր աւելացւում է հետևեալ պատճառով։

Երկիրը արևի շուրջը պտտում է 365 օրում և 6 ժամում (մօտաւորապէս)։ Այդպէսով հասարակ տարին 6 ժամով կարճ է իսկական տարուց, իսկ չորս հասարակ տարիները կարճ են չորս իսկական տարուց 24 ժամով կամ 1 օրով։ Ուստի ամէն մի չորրորդ տարուն աւելանում է մէկ օր (փետրուարի վերջին)։ Պատահմամբ այնպէս եղաւ, որ այն տարին, որից սկսում ենք մեր տարեգրութիւնը (այսինքն Քրիս. ծննդեան տարին) նահանջ էր, ուստի և նրանից յետոյ եկող նահանջ տարիներն էին. 4-րդ, 8-րդ, 12-երորդ, 16-րորդ 20-րորդ, այսինքն այն տարիները, որոնց թուերը բաժանւում են չորսի վրայ առանց մնացորդի։ Այսպէս 1900 թուականը նահանջ էր (1900 բաժանւում է 4-ի վրայ առանց մնացորդի), իսկ 1901, 1902, 1903 հասարակ։

Տարին բաժանւում է 12 մասերի, որոնք կոչւում են ամիսներ. ահա ամիսների անունները կարգով. յունվար (31 օր), փետրվար (28 կամ 29), մարտ (31), ապրիլ (30), մայիս (31), յունիս (30), յուլիս (31), օգոստոս (31), սեպտեմբեր (30), հոկտեմբեր (31), նոյեմբեր (30), դեկտեմբեր (31)։

Այն տարեգրութիւնը, որով երեք տարին հաշւում են 365 օր, իսկ չորրորդը՝ 366, կոչւում է Յուլեան, որովհետեւ այդ հիմնեց Յուլիոս Կեսարը Քրիստոսից 46 տարի առաջ: Արեւմտեան Եւրոպայում մի փոքր ուրիշ կերպ են հաշւում. այն տեղ այժմ ժամանակի հաշիւը 13 օրով առաջ է մեզանից. այսպէս օրինակ. երբ մեզ մօտ դեկտ. 2-ն է, արեւմտեան Եւրոպայում հաշւում են դեկտ. 15:

80. *Անուանական թիւ*. Այն, ինչ որ ստացւում է որեւ է մեծութիւն չափելուց յետոյ, կոչւում է թիւ. եթէ թըւի մօտ գրուած չէ այն միութեան անունը, որով չափել ենք մեծութիւնը, կոչւում է վերացական. օրինակ 7: Իսկ այն թիւը, որի մօտ գրուած է այն միութեան անունը, որով մենք չափել ենք, կոչւում է անուանական. օրինակ 7 սաժէն: Անուանական թիւը կոչւում է պարզ, երբ նա բաղկացած է մի միութեան անունից. օրինակ՝ 13 դրվ.: Անուանական թիւը կոչւում է բարդ, երբ նա բաղկացած է զանազան միութիւնների անուններից, օրին. 13 դրվ. 5 լոտ 3 մսխալ:

81. *Ե՞րբ են անուանական թուերը հաւասար*: Երբ որ երկու անուանական թուեր արտայայտում են երկու հաւասար մեծութիւններ, այդ անուանական թուերը հաւասար են. օրինակ 2 սաժ. 1 արշին= =7 արշ. որովհետեւ 2 սաժ. 1 արշինի երկարութիւնը նոյնն է, ինչ որ 7 արշ.:

Երբ մի անուանական թուի փոխանակ գրում ենք մի ուրիշ անուանական թիւ, այդպիսի փոփոխութիւն կոչւում է անուանական թուի կերպարանափոխութիւն: Կայ երկու տեսակ կերպարանափոխութիւն, վերածումն և անդրադարձումն:

82. *Վերածումն*: Վերածումն ասում ենք անուանական թուերի այնպիսի կերպարանափոխութեան, որով մենք իմանում ենք, թէ տուած թիւը միայն փոքր դասակարգի

քանի միաւոր է պարունակում իր մէջ։ Դիցուք հարկաւոր է իմանալ, թէ 5 փութ 4 գրվ. 15 լոտը քանի մսխալ է պարունակում իր մէջ։ Այս հարցը լուծելու համար, նախ իմանում ենք թէ 5 փութը քանի գրվանքա է. ստացած թուին աւելացնում ենք 4 գրվանքա։ Յետոյ կիմանանք թէ բոլոր գրվանքաները միասին քանի լոտ կլինեն։ Ստացած թուին աւելացնում ենք 15 լոտը։ Վերջապէս կիմանանք թէ բոլոր լոտերը քանի մսխալ կլինեն։

Գործողութիւնը դասաւորենք հետեւեալ ձեւով.

5 փութ 4 գրվ. 15 լոտ։

$\times 40$

200.... գրվ. ունի 5 փութը։

$+4$

204.... գրվ. ունի 5 փութը 4 գրվ.։

$\times 32$

408

612

6528.... լոտ ունի 5 փութ 4 գրվ.։

$+15$

6543.... լոտ ունի 5 փութ 4 գրվ. 15 լոտը

$\times 3$

19629.... մսխալ ունի 5 փութ 4 գրվ. 15 լոտը։

83. *Անդրադարձումն։* Անդրադարձումն ասում ենք անուանական թուերի այնպիսի կերպարանափոխութեան, որի միջոցով իմանում ենք թէ տուած թիւը, զանազան բարձր դասակարգերի քանի միութիւն է պարունակում իր մէջ։

Դիցուք 19629 մսխալը հարկաւոր է դարձնել բարձր դասակարգի չափեր։ Այս հարցը լուծելու համար, գտնենք թէ 19629 մսխալը քանի լոտ է։ Յետոյ տեսնենք թէ ստացած լոտերի թիւը քանի գրվանքա է անում, ապա ստացած գրվանքաները քանի փութ և այլն։

Գործողութիւնը դասաւորում է այսպէս·

```
19629 | 3
18    |------
----    6543 | 32
 16     64   |------
 15     ----   204  | 40
 ----    143   200  |------
  12     128   ----   5 փութ
  12     ----    4 գրվ.
  ----     15 լոտ
   9
   9
  ---
   0
```

Ուրեմն 19629 մսխ. = 5 փութ 4 գրվ. 15 լոտ։

84. *Անուանական թուերի գումարումը։* Յարմարութեան համար գումարելիներն այնպէս ենք գրում իրար տակ, որ մի անուան միութիւնները գրուած լինեն իրար տակ ուղղահայեաց գծի ուղղութեամբ։ Գումարման գործողութիւնը սկսում ենք ցածր դասակարգի միութիւններից և ապա աստիճանաբար անցնում ենք հետևեալ աւելի բարձր դասակարգի միութիւններին։ Ստացած գումարները գրում ենք հորիզոնական գծի տակ։

Օրինակ·

	5	վերստ...	490	սաժ...	6	ոտն...	11	մատն....
	10	»	432	»	5	»	10	»
+	8	»	460	»	4	»	9	»
	2	»	379	»	3	»	11	»
	3	»	446	»	2	»	10	»
	28	վերստ	2207	սաժ.	20	ոտն.	51	մատն.։
	32	վերստ	210	սաժ.	3	ոտն.	3	մատն.

Գումարելով, առաջին գծի տակ ստացանք անկանոն անուանական թիւ. Նրա տակ քաշում ենք մի ուրիշ նոր գիծ և 51 մատն. դարձնում ենք 4 ոտն. և 3 մատն.։

Երեք մատնաչափը գրում ենք նոր գծի տակ մատնաչափերի տեղը, իսկ 4 ոտն. աւելացնենք 20 ոտնաչափին։ 24 ոտնաչափը դարձնում ենք 3 սաժէն և 3 ոտնաչափ։ 3 ոտնաչափը գրում ենք երկրորդ գծի տակ ոտնաչափերի տեղը, իսկ 3 սաժէնը աւելացնում ենք 2207 սաժէնին և այլն։

Կարող է պատահել, որ մէկ կամ մի քանի գումարելիներ չունեն այն անուան միութիւններից, որ ունեն միւս գումարելիները. այդ դէպքում պակասող միութիւնների տեղերը պէտք է գրել զրոներ։

85. *Անուանական թուերի հանումը։* Դիցուք 9 վերստ 50 սաժէն, 2 արշին 5 վերշոկից հարկաւոր է հանել 80 սաժէն 2 արշին 3 վերշոկ։ Յայտնի կարգով գրում ենք նուազելու տակ հանելին և վերջինի տակ քաշում ենք գիծ.

		549	4	16
—	9 վերստ....	50 սաժ....	2 արշ....	0 վերշ.
	2 »	80 »	2 »	5 »
	6 վերստ....	469 սաժ....	2 արշ....	11 վերշ....

5 վերշոկը հանելու համար 2 արշինից վերցնում ենք մի արշին (դրա համար 2 արշ. գլխին նշանակում ենք կէտ)։ Վերցրած արշինը դարձնում ենք վերշոկներ. կստանանք 16 վերշոկ։ Զրոյի գլխին գրում ենք 16։ Այժմ 16 վերշոկից հանում ենք 5 վերշոկ։ Մնացած 11 վերշոկը գրում ենք գծի տակ։ 1 արշինից 2 արշին հանել չի կարելի. 50 սաժէնից վերցնում ենք մի սաժէն (դրա համար սաժէնների թուի գլխին նշան ենք դնում մի կէտ)։ Վերցրած սաժէնը դարձնում ենք արշիններ և նրան աւելացնում ենք նուազելու մի արշինը. կստանանք 4 արշին։ 4-ը գրում ենք արշինների թուի գլխին։ Այժմ 4 արշինից հանում ենք 2 արշինը։ Մնացորդ 2 արշինը գը-

րում ենք գծի տակ։ Այդպէս գործողութիւնը շարունակում ենք մինչև վերջը։

Գրենք մի օրինակ.

	4̇0	3̇2	3
5 փութ....	0 դրվ.	0 լոտ	0 մսխ.
—	16 »	24 »	2 »
4 փութ....	23 դրվ.	7 լոտ	1 մսխ.։

86. *Անուանական թուերի բազմապատկումը։* Որովհետև բազմապատկիչը ցոյց է տալիս, թէ բազմապատկելին քանի անգամ պիտի կրկնուի իբրև գումարելի, այդ պատճառով նա միշտ լինում է վերացական թիւ։ Ուստի պէտք է աչքի առաջ ունենանք միայն անուանական թուերի բազմապատկումը վերացական թուերի վրայ։

Դիցուք 5 լաստ 4 չտ. 7 չկ. 3 գարնցը հարկաւոր է բազմապատկել 6-ով։ Գործողութիւնը դասաւորում ենք հետևեալ ձևով.

5 լաստ	4 չտ....	7 չկ....	3 գարնց
			×6
30 լաստ	24 չտ...	42 չկ....	18
32 լաստ	5 չտ...	4 չկ....	2 գարնց

Բազմապատկելով 6-ով առանձնապէս գարնցները, չետվերիկները, չետվերտները և լաստերը կստանանք անկանոն կազմուած անուանական թիւ. 30 լաստ, 24 չտ., 42 չկ., 18 գարնց։ Դրա տակ քաշելով երկրորդ գիծ— մենք մտքումը, կամ առանձնապէս, դարձնում ենք 18 գարնցը չետվերիկներ—կստանանք 2 չկ. և 2 գարնց։ 2 գարնցը գրում ենք երկրորդ գծի տակ, իսկ երկու չետվերիկը աւելացնում ենք 42 չետվերիկին և կստանանք 44 չկ.։ Դարձնում ենք այդ 44 չկ.-ը 5 չտ. և 4 չկ.։ 4

5

չկ.-ը գրում ենք գծի տակ, իսկ 5 չետվերտը ավելացնում ենք 24 չետվերտին։ Այդպես շարունակում ենք մինչև վերջանալը։

Երբ որ բազմապատկիչը բաղկացած է երկու և ավելի թվանշաններից, այն դեպքում լավ է, ինչպես բազմապատկելու ամեն մի թվանշանի բազմապատկումը, նույնպես և անդրադարձման գործողությունը կատարել առանձնապես։

87. *Անվանական թվերի բաժանումը։* Ինչպես անվանական, այնպես և վերացական թվերի բաժանմամբ, մենք իմանում ենք թե քանի անգամ մի թիվ պարունակվում է մյուսի մեջ, կամ թե, թիվը քանի հավասար մաս պիտի անենք։ Առաջին դեպքում անվանական թիվը բաժանվում է անվանական թվի վրա, իսկ երկրորդ դեպքում՝ անվանական թիվը վերացական թվի վրա։

3 փութ.... 18 գրվ. : 8 գրվ.... 2 լոտ 4416 | 258

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 40 \\ \hline 120 \\ +18 \\ \hline 138 \\ \times 32 \\ \hline 276 \\ 414 \\ \hline 4416 \text{ լոտ} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ \times 32 \\ \hline 256 \\ +2 \\ \hline 258 \text{ լոտ} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4416 & 258 \\ \cline{2-2} 258 & 17 \\ \cline{1-1} 1836 & \\ 1806 & \\ \cline{1-1} 30 & \end{array}$$

1) *Անվանական թվի բաժանումը անվանական թվի վրա։* Դիցուք պահանջվում է իմանալ թե 8 գրվ. 2 լոտը քանի անգամ է պարունակվում 8 փութ 18 գրվանքի մեջ։ Դրա համար թե բաժանելին և թե բաժանարարը դարձնում ենք մի անվան ամենափոքր չափեր—որ կայ բաժանելու և բաժանարարի մեջ, այսինքն լոտեր և

այնուհետև իմանում ենք որ 258 լոտը պարունակվում է, 4416 լոտի մէջ 17 անգամ, (մնացորդ 30)։

Ստացած քանորդը վերացական թիւ է, որովհետև նա ցոյց է տալիս թէ բաժանարարը քանի անգամ է պարունակվում բաժանելու մէջ։

2) Անուանական թուի բաժանումը վերացական թուի վրայ։ Դիցուք 18 վերստ 137 սաժ. 2 արշ. հարկաւոր է բաժանել 14 հաւասար մասի։ Դրա համար 18 վերստը բաժանում ենք 14 հաւասար մասի։ Բաժանումից յետոյ մնացած վերստերը դարձնում ենք սաժէններ և աւելացնում ենք 137 սաժէնին։ Ստացած սաժէնների թիւը բաժանում ենք 14 հաւասար մասի և մնացորդ սաժէնները դարձնում ենք արշիններ։ Դրան աւելացնում ենք 2 արշին և ստացած արշինների թիւը բաժանում ենք 14 հաւասար մասի։ Գործողութիւնը դասաւորում ենք հետևեալ կերպով․

18 վերստ.... 138 սաժ.... 2 արշ. | 14
1 վ. 152ս. 2արշ. 1վ.

14
4.... վերստ մնացորդ
×500
2000
+137
2137.... սաժէն
73
37
9.... սաժ. մնացորդ
×3
27
+2
29 .... արշին
1 .... արշ. մնացորդ
×16
16 .... վերշոկ
2 .... վերշ մնացորդ

Երբ անուանական թուերը բաժանում ենք հաւասար մասերի, բաժանարարը լինում է վերացական թիւ, որովհետև նա ցոյց է տալիս, թէ քանի մաս ենք անում բաժանելին, իսկ քանորդը՝ անուանական, որովհետև նա ցոյց է տալիս բաժանելու մասերը։

ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

88. Խնդիր 1. Շոգենաւը նաւահանգստից դուրս եկաւ ապրիլի 27-ին առաւօտեան 7 ժամին։ Շոգենաւը երբ վերադարձաւ նոյն նաւահանգիստը, եթէ նա 6 ամիս 8 օր 21 ժամ 40 րոպէ գտնւում էր ճանապարհին։

Երբ մենք ասում ենք, որ այսինչ ամսի այսինչ թւից անցել է մի ամիս, այդ նշանակում է, որ այժմ հետեւեալ ամսի միենոյն թիւն է, եթէ օրինակ ապրիլի 27-ից (առաւօտեան 7 ժամից) անցել է մի ամիս, այդ նշանակում է, որ այժմ մայիսի 7-ն է (առաւօտեան 7 ժամը)։ Այս ի նկատի ունենալով լուծենք այժմ առաջարկուած խնդիրը։

Շոգենաւը վերադարձաւ ճանապարհ ընկնելուց 6 ամիս 8 օր 21 ժամ 40 րոպէ յետոյ։ Այդ նշանակում է, որ նրա ճանապարհ ընկնելուց յետոյ անցաւ 6 ամիս, 8 օր 21 ժամ 40 րոպէ, ապա թէ վերադարձաւ նա։ Երբ ասում ենք որ ապրիլի 27-ից (առաւօտեան 7 ժամից) անցել է մի ամիս, այդ նշանակում է, որ այժմ մայիսի 27-ն է, (առաւօտեան 7 ժամը), երբ անցնում է երկրորդ ամիսը—նշանակում է—յունիսի 27-ն է, (առաւօտեան 7 ժամը)։ Այդպէս շարունակ 6 անգամ մի-մի ամիս աւելացնելով կհասնենք հոկտեմբերի 27-ին (առաւօտեան 7 ժամին)։ Դրանից յետոյ էլի անցել է 8 օր։ Որովհետև հոկտեմբերն ունի 31 օր, ուստի և այդ 8-օրից 4-ը կընկնի հոկտեմբերին, իսկ 4-ը նոյեմբերին։ Ուրեմն հասանք նոյեմբերի 4-ին (առաւօտեան 7 ժամին)։ Դրանից յետոյ էլի անցել է 21 ժամ։ Եթէ անցած լինէր 24 ժամ, ապա կըլինէր նոյեմբերի 5-ը առաւօտեան 7 ժամը։ Բայց 21 ժամը քիչ է 24-ից 3 ժամով, ուստի և կլինի նոյեմբերի 5-ը առաւօտեան 4 ժամը։ Բացի այդ էլի անցաւ 40 րոպէ, երբ վերադարձաւ շոգենաւը։ Ուրեմն շոգենաւը վերադարձաւ նոյն թուականի նոյեմբերի 5-ին, առաւօտեան 4 ժամ 40 րոպէին։

Սովորաբար այսպէս են լուծւում այն օրինակ խընդիրները, երբ մի անցքից մինչև միւսը անցած ժամանակամիջոցը մեծ չէ։ Հակառակ դէպքում աւելի յարմար կլինի հետևեալ ձևը։

Նախ և առաջ իմանում ենք թէ որքան ժամանակ է անցել տարուայ սկզբից մինչև անցքի սկիզբը, այսինքն յունուարի 1-ից մինչև ապրիլի 27-ը առաւօտեան 7 ժամը։ Անցել է 3 ամիս. յունվար, փետրվար, մարտ և ապրիլից 26 օր։ Որովհետև շոգենաւը ճանապարհ է ընկել առաւօտեան 7 ժամին, ուստի նշանակում է, որ հետևեալ օրից (ապրիլի 27-ց) անցել է էլի 7 ժամ։ Ուրեմն տարուայ սկզբից մինչև շոգենաւի ճանապարհ ընկնելը անցել է 3 ամիս 26 օր 7 ժամ։ Այդ թուին այժմ աւելացնենք 6 ամիս. 8 օր 21 ժամ 40 րոպէ.

	3 ամիս . . .	26 օր . . .	7 ժամ.	
+	6 » . .	8 » . .	21 » . .	40 րոպէ.
	9 ամիս . . .	34 օր . . .	28 ժամ. .	40 րոպէ.
	10 ամիս . . .	4 օր . . .	4 ժամ. .	40 րոպէ.

35 օրը ամիսներ դարձնելիս պիտի պարզենք,թէ քանի օր պիտի հաշուել ամիսը. դրա համար մենք պիտի ուշադրութիւն դարձնենք այն բանի վրայ, որ տարուայ սկզբից անցել է 9 ամիս, ուրեմն 35 օրից պիտի կազմուի տասներորդ ամիսը, իսկ 10-երորդ ամիսը (հոկտեմբերը) ունի 31 օր։ Ուրեմն 35 օրից կմնայ 4 օր, իսկ 31 օրը կկազմի մի ամիս, որը մենք կաւելացնենք 9 ամսի վրայ։

Մենք իմացանք, որ տարուայ սկզբից, մինչև շոգենաւի վերադարձը անցել է 10 ամիս 4 օր 4 ժամ 40 րոպէ։ Այդ չի կարող վերջնական պատասխան լինել, որովհետև հարկաւոր է իմանալ թէ երբ է վերադարձել շոգենաւը և ոչ թէ որքան ժամանակ է անցել տարուայ սկզբից մինչև շոգենաւի վերադարձը։ Ուստի և մենք պատասխանը այնպէս փոփոխենք, որ նա պատասխանի երբ հարցին։ Եթէ անցել է 10 ամիս, ապա նշանակում է, որ այժմ 11-երորդ ամիսն է, այսինքն նոյեմբերը։ Եթէ այդ ամսից անցել է 4 օր, այդ նշանակում է, որ այժմ նոյեմբերի 5-ն է։ Այսպէս ուրեմն շոգենաւը վերադարձաւ նոյեմբերի 5-ին առաւօտեան 4 ժամ 40 րոպէին։

Խնդիր 2. Ճանապարհորդը տուն վերադարձաւ նոյեմբերի 5-ին ճաշուայ 2 ժամ 10 րոպէին։ Նա երբ է ճանապարհ ընկել, եթէ նրա տանից բացակայութիւնը տևել է 4 ամիս 25 օր 19 ժամ։

Ի՞նչ է նշանակում թէ ճանապարհորդի բացակայութիւնը տևել է 4 ամիս 25 օր 19 ժամ։ Այդ նշանակում է, որ երբ նրա ճանապարհ ընկնելուց յետոյ անցաւ 4 ամսի, յետոյ 25 օր, ապա էլի 19 ժամ, այդժամանակ նոյեմբերի 5-ն էր կէս օրուայ 2 ժամ 10 րոպէն և այդ ժամանակ վերադարձաւ նա։ Ուստի ճանապարհորդի ճանապարհ ընկնելու ժամանակն որոշելու համար մենք «նոյեմբերի 5-ի կէս օրուայ 2 ժամ 10 րոպէից» յետ գնանք նախ 19 ժամ, յետոյ էլի 25 օր և էլի 4 ամիս։ «Նոյեմբերի 5-ի կէս օրուայ 2 ժամ 10 րոպէից» 19 ժամ առաջ ի՞նչ ժամանակ էր։ 24 ժամ առաջ էր «նոյեմբերի 4-ը կէսօրուայ 2 ժամ 10 րոպէն»։ Բայց 19 ժամը 24 ժամից քիչ է 5 ժամով, ուրեմն 19 ժամ առաջ էր՝ «նոյեմբերի 4-ը» բայց ոչ «կէս օրուայ 2 ժամ 10 րոպէն», այլ կէսօրուայ 7 ժամ 10 րոպէն։ Այդ ժամանակից առաջ գնանք 25 օր։ Նոյեմբերի 4-ից 4 օր առաջ էր հոկտեմբերի 31-ը, իսկ հոկտեմբերի 31-ից 21 օր առաջ էր հոկտեմբերի 10-ը (կէսօրուայ 7 ժամ 10 րոպէն)։ Վերջապէս էլի յետ գնանք 4 ամիս, կստանանք նույն օրը նույն ժամը, բայց ամիսը կլինի ոչ թէ հոկտեմբեր, այլ յունիս։ Ուրեմն նա ճանապարհ է ընկել յունիսի 10-ին կէսօրուայ 7 ժամ 10 րոպէին։

Երբ պակասացնելու ժամանակամիջոցը արտայայտւում է մեծ թուերով, այդ դէպքում յարմար է խնդիրը լուծել այսպէս։

Իմանում ենք թէ տարուայ սկզբից որքան ժամանակ է անցել մինչև նոյեմբերի 5-ի կէսօրուայ 2 ժամ 10 րոպէն։ Անցել է 10 ամիս (յունվար, փետրվար, մարտ... հոկտեմբեր) 4 օր (նոյեմբերից) և մի քանի ժամ և րոպէ։ Իմանալու համար թէ քանի ժամ և րոպէ է անցել, մենք ի նկատի ենք առնում, որ օրուայ սկիզբը համարւում է կէսգիշերը։ Կէսգիշերից մինչև կէսօր 12 ժամ է։ Բայց նա վերադարձել է կէսօրից 2 ժամ 10 րոպէ անցած։ Ուրեմն կէսգիշերից մինչև վերադարձի ժամը անցել է 14 ժամ 10 րոպէ։ Այսպէս տարուայ սկզբից մինչև ճանապարհորդի վերադարձը տևել է 10 ամիս 4 օր 14 ժամ 10 րոպէ։

Այժմ այս թուից հանենք այն ժամանակամիջոցը, որ ճանապարհորդը անց է կացրել ճանապարհին։

		34	38	
—	10 ամիս	4 օր	14 ժամ	10 րոպէ
	4 »	28 »	19 »	0
	5 ամիս	9 օր	19 ժամ	10 րոպէ

Օրերը հանելու ժամանակ մենք մի ամիս փոխ առանք և դարձրինք օրեր։ Այսպիսի դէպքերում պէտք է ի նկատի առնենք թէ որ ամիսն ենք օրեր դարձնում, որովհետև բոլոր ամիսները հաւասար թիւ օրեր չունին։ Մեր խնդրում նուազելու 3 օրը պատկանում է նոյեմբերին (որովհետև տարուայ սկզբից անցել է 10 ամիս)։ Որովհետև հանելու 25 օրը չի կարելի հանել նոյեմբերի այդ 3 օրից, ուստի օրերի մի մասը պիտի հանենք 10-դ ամսից, այսինքն հոկտեմբերից։ Հոկտեմբերն ունի 31 օր, աւելացնենք նոյեմբերի 3 օրերին հոկտեմբերի 31 օրը կստանանք 34 օր։

Հանելով, մենք իմանում ենք, որ տարուայ սկզբից մինչև ճանապարհորդի ճանապարհ ընկնելը անցել է 5 ամիս 9 օր 19 ժամ 10 րոպէ։ Պատասխանին այնպիսի ձև տանք, որ նա պատասխանի «ե՞րբ» հարցին։ Եթէ անցել է 5 ամիս, կնշանակի այժմ 6-երորդ ամիսն է, այսինքն յունիսը. եթէ այդ ամսից 9 օր անցել է, ուրեմն այժմ յունիսի 10-ն է։ Յունիսի 10-ից անցել է 19 ժամ 10 րոպէ, ուրեմն ժամացոյցը կցոյց տայ 7 ժամ 10 րոպէն։ Ուրեմն ճանապարհորդը տանից ուղևորուեց նոյն թուականի յունիսի 10 ին կէսօրուայ 7 ժամ 10 րոպէին։

Խնդիր 3. Կայսր Աղէքսանդր 1-ը գահ բարձրացաւ 1801 թուի մարտի 12-ին և վախճանուեց 1825 թուականի նոյեմբերի 19-ին։ Քա՞նի տարի թագաւորեց կայսր Աղէքսանդր 1-ը։

1801 թուականի մարտի 12-ից մինչև 1825 թուականի մարտի 12-ը կլինի 24 տարի։ 1825 թուի մարտի 12-ից մինչև նոյն թուականի նոյեմբերի 12-ը անցել է 8 ամիս, վերջապէս նոյեմբերի 12-ից մինչև նոյեմբերի 19 անցել է 7 օր։ Ուրեմն Աղէքսանդր 1 Կայսրը թագաւորել է 24 տարի 8 ամիս և 7 օր։

Այս խնդիրը կարելի է լուծել և ուրիշ կերպ. Քրիստոսի ծննդից մինչև 1801 թուի մարտի 12-ը անցել է 1800 տարի 2 ամիս 11 օր, իսկ մինչև 1825 թուի նոյեմբերի 19-ը անցել է 1824 տարի 10 ամիս 18 օր։ Պարզ է, որ խնդիրը լուծելու համար երկրորդ թուից պիտի հանենք առաջին թիւը։

1824 տարի . . .	10 ամիս . . .	18 օր
1800 » . . .	2 . . .	11
24 տարի . . .	8 ամիս . . .	7 օր.

Այդ կլինի վերջնական պատասխանը, որովհետև խնդրի մէջ պահանջւում է իմանալ թէ քանի տարի է թագաւորել Կայսր Աղէքսանդր I-ը։

ՍՈՎՈՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԱՄԵՆԱՊԱՐԶ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

89. *Միութեան մասերը։* Եթէ որև է միութիւն, օրինակ արշինը, բաժանելու լինենք մի քանի հաւասար մասերի, ամեն մի մասը կստանայ այն անունը, որը ցոյց կտայ թէ ամբողջը քանի այդպիսի մաս է արած։ Այսպէս, երբ միութիւնը բաժանուած է 12 հաւասար մասերի, ամեն մի մասը կոչւում է տասներկուերորդական մաս. բաժանելով միութիւնը 40 հաւասար մասերի, ամեն մի մասը կկոչուի քառասուներորդական մաս և այլն։ Երկրորդ մասը, այլ կերպ, կոչւում է՝ կէս, չորրորդ մասը՝ քառորդ։

Այն մասերը, որ մենք ստանում ենք միութիւնը հաւասար բաժին անելուց կոչւում են՝ միութեան մասեր։

90. *Կոտորակային թիւ։* Ամեն մի թիւ, որ արտայայտում է միութեան հաւասար բաժիններ, կոչւում է՝ *սովորական կոտորակ* *)։

Օր. 3 հինգերորդական, 1 տասներորդական, 12 եօթներորդական—սովորական կոտորակներ են։

Ամբողջ թիւը կոտորակների հետ միասին՝ կոչւում է խառը թիւ։ Օր. 3 ամբողջ 7 ութերորդ։

Կոտորակները և խառը թուերը կոչւում են՝ *կոտո-*

---

*) Այդ միայն այն դէպքում, երբ մասերի թուին հետևում է այն անունը, որ ցոյց է տալիս թէ քանի կտոր է արած ամբողջ միութիւնը։ Օրինակ՝ երեք տասնվեցերորդական արշին. դա կոտորակ է, իսկ եթէ ասենք 3 վերշոկ, դա կոտորակ չէ։

ըակային թուեր և նրանք տարբերւում են ամբողջ թուերից, որ բաղկացած են ամբողջ միութիւններից։

91. *Սովորական կոտորակների ձևակերպութիւնը։* Նախ գրում են այն թիւը, որ ցոյց է տալիս, թէ քանի մաս է պարունակում կոտորակը, նրա տակ քաշում են գիծ, գծի տակը գրում են միւս թիւը, որ ցոյց է տալիս թէ քանի հաւասար մաս է արած այն միութիւնը, որից կազմուել է կոտորակը։

Օր. 3 հինգերորդական կոտորակը ձևակերպւում է այսպէս. $\frac{3}{5}$։ Հորիզոնական գծի փոխարէն կարելի է գրել թեք գիծ, այսինքն այսպէս. $^3/_5$։

Գծից վերև գրած թիւը կոչւում է *համարիչ*. Նա ցոյց է տալիս այն մասերի թիւը, որից կազմուել է կոտորակը։

Գծի տակ գրած թիւը կոչւում է *յայտարար*։ Նա ցոյց է տալիս թէ քանի հաւասար մաս է արած միութիւնը։ Այդ երկու թուերը միասին կոչւում են՝ *կոտորակի անդամներ*։

Խառը թիւը ձևակերպւում է հետևեալ կերպով. գրում են ամբողջ թիւը և նրա մօտ, աջ կողմից, գրում են կոտորակը։ Օր. $3^2/_7$ (երեք ամբողջ և երկու եօթերորդական)։ Այս ձևակերպութիւնը փոխարինում է $3+{}^2/_7$ գումարին։

92. *Չափերից ինչպէս են կազմւում կոտորակային թուեր։* Դիցուք մենք վերշոկով չափում ենք մի որև է երկարութիւն և ընդունենք, որ վերշոկը այդ երկարութեան վրայ տեղաւորուեց 7 անգամ և էլի մնաց մի կտոր, որ վերշոկից փոքր է։ Այդ մնացորդը չափելու համար վերցնում ենք վերշոկի այնպիսի մասը, որով կարելի կլինէր չափել նրա մնացորդը։ Ընդունենք, որ վերշոկի ութերորդ մասը այդ կտորում տեղաւորուեց ուղիղ 5 անգամ։ Այդ դէպքում մենք ասում ենք որ մեր չափած երկարութիւնը հաւասար է $7^5/_8$ վերշոկին։

Նոյն ձևով կոտորակային թուեր կարելի է ստանալ քաշից (օր. $2^1/_4$ մսխալ), ժամանակից (օր. $^7/_{10}$ վարկեան) և այլն։

Կոտորակային թիւը կոչւում է անուանական, երբ նրան յաջորդում է այն միութեան անունը, որի մասերը գործ ենք ածել չափելու ժամանակ։ Օր. $^3/_4$ վերշոկ։ Հակառակ դէպքում կոտորակային թիւը կոչւում է վերացական, օր. $^3/_4$։

93. *Բաժանումից ինչպէս են ծագում կոտորակային թուերը։* Դիցուք 5 խնձորը պիտի բաժանենք 8 երեխայի մէջ հաւասարապէս։ Մենք այդ կարող ենք բաժանել հետևեալ կերպով. կվերցնենք մի խնձորը 8 մաս կանենք և ամեն մի մասը կտանք մի մի երեխայի, նոյն ձևով կը բաժանենք երկրորդ խնձորը, երրորդը և այլն։ Այդպիսով ամեն մէկ երեխային կնկնի 5 ութերորդական խնձոր։ Ուրեմն 5-ի ութերորդ մասը կլինի $^5/_8$։

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ. դիցուք 28 թիւը հարկաւոր է փոքրացնել 5 անգամ։ Մենք այդ կարող ենք անել հետևեալ կերպով. փոքրացնել մի որև է թիւ 5 անգամ նշանակում է գտնել նրա հինգերորդ մասը։ Մի միութեան հինգերորդ մասն է $^1/_5$, միւս միութեան 5-րդ մասը նոյնպէս է $^1/_5$։ Եթէ այդպիսով 28 միութիւնից իւրաքանչիւրից վերցնելու լինենք մի մի հինգերորդ մասը կստանանք $^{28}/_5$։

Այս օրինակից հետևում է.

Ամբողջ թիւը մի քանի անգամ փոքրացնելու համար — բաւական է այդ թիւը ընդունել որպէս կոտորակի համարիչ, իսկ յայտարարի տեղը գրել միւս թիւը, որը ցոյց է տալիս թէ քանի անգամ է փոքրանում ամբողջ թիւը։

94. *Կանոնաւոր եւ անկանոն կոտորակներ։* Այն կոտորակը, որի համարիչը փոքր է յայտարարից, կոչւում է կանոնաւոր կոտորակ, իսկ որի համարիչը հաւասար է կամ մեծ է յայտարարից կոչւում է անկանոն կոտորակ։ Պարզ է, որ կանոնաւոր կոտորակը փոքր է մէկից, իսկ անկանոն կոտորակը, կամ հաւասար է և կամ մեծ է 1-ից։ օր. $^7/_8 < 1$, $^8/_8 = 1$, $^9/_8 > 1$։

95. *Ամբողջ թիւը կոտորակ դարձնելը։* Ամբողջ թուերը կարելի է արտայայտել միութեան ամեն տեսակ մասերով։ Դիցուք հարկաւոր է 8 միութիւնը արտայայտել քսաներորդական մասերով։ Մի միութիւնը ունի 20 հատ քսաներորդական մաս, ուրեմն 8 միութիւնը կունենայ 20×8, այսինքն 160 այդպիսի մաս։ Ուրեմն.

$$8 = \frac{20.8}{20} = \frac{160}{20}$$

Օրինակներ. $25 = \frac{100}{4}$ $\qquad 100 = \frac{1700}{17}$

96. *Խառը թուի անկանոն կոտորակ դարձնելը։* Դիցուք $8^3/_5$ պիտի դարձնենք անկանոն կոտորակ։ Այդ նշանակում է թէ, հարկաւոր է իմանալ քանի հինգերորդական մաս է պարունակում իւր մէջ 8 ամբողջ միաւորը և նրա երեք հինգերորդական մասը։ Ութ ամբողջը ունի 5×8, այսինքն 40 հինգերորդական մաս։—Ուրեմն 8 ամբողջ 3 հինգերորդ միաւորը կունենայ $40+3=43$։ Ուրեմն $8^3/_5 = ^{43}/_5$։

Օրինակներ. $3^7/_8 = ^{31}/_8$, $10^1/_4 = ^{41}/_4$, $25^2/_7 = ^{177}/_7$։

Կանոն։ Խառը թիւը անկանոն կոտորակ դարձնելու համար պիտի ամբողջը բազմապատկել կոտորակի յայտարարով և արտադրեալին աւելացնել համարիչը։ Ստացած թիւը կլինի կոտորակի իսկական համարիչը, իսկ յայտարարը կմնայ միևնոյնը։

97. *Անկանոն կոտորակը խառը կամ ամբողջ թիւ դարձնելը։* Դիցուք $^{100}/_8$ կոտորակը պիտի դարձնենք խառը *թիւ, այսինքն պիտի իմանանք թէ քանի հատ ամբողջ է պարունակում իւր մէջ այդ կոտորակը, և էլի քանի ութերորդ մաս կմնայ, որից ամբողջ թիւ կազմել չի կարելի։ Որովհետև մի միաւորը պարունակում է իւր մէջ 8 ութերորդական մասը, ապա ուրեմն 100 ութերորդականում այնքան միաւոր կլինի, որքան անգամ հարիւր ութերորդականի մէջ կպարունակուի 8 ութերորդականը։ Հարիւր ութերորդականի մէջ ութ ութերորդականը պարունակւում է 12 անգամ և էլի մնում է 4 ութերորդական մաս։ Այսպէս.* $\frac{100}{8}=12\frac{4}{8}$։

Օրինակներ. $\frac{59}{8}=7\frac{3}{8}$, $\frac{314}{25}=12\frac{14}{25}$, $\frac{85}{17}=5$։

Կանոն. Անկանոն կոտորակը խառը կամ ամբողջ թիւ դարձնելու համար համարիչը բաժանում են յայտարարի վրայ։ Բաժանումից ստացած քանորդը ցոյց է տալիս թէ քանի ամբողջ է պարունակւում այդ կոտորակի մէջ, իսկ մնացորդը՝ միութեան քանի մաս։

Անկանոն կոտորակից խառը կամ ամբողջ թիւ դարձնելն ուրիշ կերպ ասում են՝ հանել անկանոն կոտորակից ամբողջը։

98. *Կոտորակի մեծութեան փոփոխումը։ Եթէ կոտորակի համարիչը մեծացնենք մի քանի անգամ—կոտորակն էլ կմեծանայ նոյնքան անգամ։*

Օր. $\frac{4}{10}$ *կոտորակի համարիչը մեծացնենք 3 անգամ կստանանք* $\frac{12}{10}$*։ Այս կոտորակը շատ է առաջուայ կոտորակից 3 անգամ, որովհետև սրա մէջ մասերի թիւը շատ է առաջուանից 3 անգամ, իսկ մասերը նոյնն են։*

Եթէ կոտորակի յայտարարը մեծացնենք մի քանի անգամ, կոտորակն էլ կփոքրանայ նոյնքան անգամ։

Օր. $\frac{4}{10}$ *կոտորակի յայտարարը մեծացնենք 5 անգամ կստանանք* $\frac{4}{50}$*։ Այս կոտորակը փոքր է առաջուանից 5 անգամ—որովհետև մասերի թիւը մնացին միևնոյնը, իսկ* մասերը, առաջուայ համեմատութեամբ, մանրացան 5 անգամ։

Նոյն ձեւով, եթէ կոտորակի համարիչը փոքրացնենք մի քանի անգամ, կոտորակն էլ կփոքրանայ նոյնքան անգամ։ Եթէ կոտորակի յայտարարը փոքրացնենք մի քանի անգամ, կոտորակն էլ կմեծանայ նոյնքան անգամ։

Եթէ կոտորակի համարիչն էլ յայտարարն էլ մեծացնենք կամ փոքրացնենք միեւնոյն թիւ անգամ, կոտորակը կմնայ անփոփոխ։

Օր. $^4/_{10}$ կոտորակի համարիչն էլ յայտարարն էլ փոքրացնենք 2 անգամ կստանանք $^2/_5$։ Այս կոտորակը հաւասար է առաջին կոտորակին, որովհետեւ համարիչը 2 անգամ փոքրացնելուց կոտորակը փոքրացաւ երկու անգամ, իսկ յայտարարը 2 անգամ փոքրացնելուց կոտորակը մեծացաւ երկու անգամ։ Ուրեմն այս երկու փոփոխութիւններից կոտորակը մնաց անփոփոխ։

99. Կոտորակը ինչպէս մեծացնել կամ փոքրացնել մի քանի անգամ։ Գիտենալով թէ ինչ փոփոխութեան ենթարկւում կոտորակը նրա համարչի և յայտարարի փոփոխումից, մենք կարող ենք հանել հետեւեալ կանոնները.

1) Կոտորակը մի քանի անգամ մեծացնելու համար, բաւական է այդքան անգամ մեծացնել նրա համարիչը, կամ փոքրացնել նրա յայտարարը։

2) Կոտորակը մի քանի անգամ փոքրացնելու համար բաւական է այդքան անգամ փոքրացնել նրա համարիչը, կամ նոյնքան անգամ մեծացնել նրա յայտարարը։

Օրինակներ

Մեծացնենք $^7/_{12}$ 5 անգամ, կստանանք $^{35}/_{12}$։
Մեծացնենք $^7/_{12}$ 6 անգամ, » $^{42}/_{12}$ կամ $^7/_2$։
Փոքրացնենք $^8/_9$ 7 անգամ, » $^8/_{63}$։
Փոքրացնենք $^8/_9$ 4 անգամ, » $^8/_{36}$ կամ $^2/_9$։

100. *Կոտորակների կրճատումը։* Երբ կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանւում են միևնոյն թւի վրայ, այդպիսի կոտորակին կարելի է պարզ ձև տալ։ Օրինակի համար վերցնենք $^{20}/_{35}$ կոտորակը։ Այս կոտորակի երկու անդամներն էլ բաժանւում են 5-ի վրայ և բաժանումից յետոյ կստանանք $^{4}/_{7}$ նոր կոտորակը։ Որովհետև կոտորակի համարիչը և յայտարարը միևնոյն թիւ անգամ փոքրացնելուց կոտորակը մնում է անփոփոխ, ուստի $^{20}/_{35}={}^{4}/_{7}$։ $^{4}/_{7}$ կոտորակը աւելի պարզ է, քան $^{20}/_{35}$ որովհետև առաջին կոտորակի մասերը խոշոր են և նրանց թիւը աւելի քիչ է, քան երկրորդինը։

Կոտորակին պարզ ձև տալը՝ նրա համարիչը եւ յայտարարը միևնոյն թւով բաժանելով, կոչւում է կոտորակների կրճատում։

Այն կոտորակը, որ չի կրճատւում, կոչւում է *չըկրճատուող կոտորակ*, օր $^{9}/_{20}$ կոտորակը։

101. *Կոտորակը ամենամեծ յայտարարի բերելը։* Հիմնուելով այն բանի վրայ, որ կոտորակի երկու անդամների միևնոյն թւով շատացնելուց կոտորակը մնում է անփոփոխ, մենք մեզ տուած կոտորակը միշտ կարող ենք արտայայտել աւելի փոքր մասերով։ Օրինակ եթէ $^{3}/_{4}$ կոտորակի համարիչը և յայտարարը շատացնենք 2, 3, և այլն անգամ կստանանք իրար հաւասար կոտորակների հետևեալ շարքը. $^{3}/_{4}={}^{6}/_{8}={}^{9}/_{12}={}^{15}/_{20}\ldots$.

Նոյն ձևով կստանանք. $^{1}/_{6}$, $^{2}/_{12}$, $^{3}/_{18}$, $^{4}/_{24}\ldots$

$^{2}/_{5}$, $^{4}/_{10}$, $^{6}/_{15}$, $^{8}/_{20}\ldots$

102. Խնդիր։ Երկաթուղու գնացքը մի ժամում անցնում է 30 վերստ. պէտք է իմանանք $^{7}/_{8}$ ժամում նա քանի վերստ կանցնի։

Պարզ է, որ գնացքը $^{7}/_{8}$ ժամում կանցնի ոչ թէ 30 վերստ, այլ այդ թւի միայն $^{7}/_{8}$ մասը։

30 վերստի $^{7}/_{8}$-ը գտնելու համար նախ. գտնում ենք

այդ թուի $\frac{1}{8}$, իսկ յետոյ գտած թիւը շատացնում ենք 7 անգամ։ Գտնել 30-ի $\frac{1}{8}$, այդ միևնոյն է թէ 30-ը քչացնել 8 անգամ։ Դրա համար, ինչպէս մենք տեսանք, բաւական է 30-ը վերցնել իբրև համարիչ, իսկ 8-ը իբրև յայտարար։ Ուրեմն 30 վերստի $\frac{1}{8}$ կանի $\frac{30}{8}$ վերստ։ Այժմ այդ կոտորակը շատացնենք 7 անգամ. դրա համար հարկաւոր է կոտորակի համարիչը բազմապատկել 7-ով։

$\frac{30.7}{8}=\frac{210}{8}=26\frac{2}{8}=26\frac{1}{4}$. Ուրեմն գնացքը $\frac{7}{8}$ ժամում կանցնի $26\frac{1}{4}$ վերստ։

Շատ խնդիրներ լուծելիս հարկաւոր է լինում գտնել ամբողջ թուի մասը, համաձայն ցոյց տուած կոտորակի (ուրիշ խօսքով, գտնել տուած թուի կոտորակը)։

Իմանալով, թէ առհասարակ ինչպէս են ամեն մի թիւ մեծացնում և փոքրացնում մի քանի անգամ, մենք հեշտութեամբ կարող ենք այդ անել։ Դիցուք պիտի գըտնենք $2\frac{3}{4}$-ի $\frac{5}{6}$ մասը (օր. $2\frac{3}{4}$ մանէթի $\frac{5}{6}$ մասը)։ Դրա համար նախ և առաջ $2\frac{3}{4}$-ը դարձնում ենք անկանոն կոտորակ (կստանանք $\frac{11}{4}$) ապա նրա $\frac{1}{6}$ մասը գտնելու համար, քչացնում ենք այն 6 անգամ, վերջապէս $\frac{5}{6}$ մասը գտնելու համար շատացնում ենք 5 անգամ։ Արտայայտենք այդ հետևեալ տողերով.

$\frac{11}{4}$ թուի $\frac{1}{6}$-ը կլինի $\frac{11}{24}$

$\frac{11}{4}$ թուի $\frac{5}{6}$-ը կլինի $\frac{55}{24}=2\frac{7}{24}$։

103. Խնդ. Երկաթուղու գնացքը $\frac{7}{8}$ ժամում անցնում է $26\frac{1}{4}$ վերստ։ Նա մի ժամում քանի վերստ կանցնի։

Պարզ է, որ գնացքը $\frac{7}{8}$ ժամում կանցնի այն վերստերի թուի $\frac{7}{8}$ մասը, որ նա անցնում է մի ժամում։ Ուրեմն այս խնդրում մեզ տուած է անյայտ թուի մասը, որ է $26\frac{1}{4}$ վերստ և ասուած է, որ այդ մասը կազմում է անյայտ թուի $\frac{7}{8}$ մասը։ Պէտք է գտնենք այդ թիւը։

Ուրեմն խնդիրը կարելի է արտայայտել այսպէս. գտնել այն թիւը, որի $^7/_8$ մասը հաւասար է $26^1/_4$-ին։

Պարզ լինելու համար, խնդրի լուծելու ընթացքը արտայայտենք հետեւեալ տողերով.

Որովհետեւ անյայտ թուի $^7/_8$-ը հաւասար է $26^1/_4$, այսինքն $^{105}/_4$, իսկ $^1/_8$-ը $^7/_8$-ից քիչ է 7 անգամ,

Ուստի անյայտ թուի $^1/_8$-ը 7 անգամ քիչ է $^{105}/_4$-ից

Ուրեմն անյայտ թուի $^1/_8$ հաւասար է $^{105}/_{28}$։

Որովհետեւ ամբողջ անյայտ թիւը 8 անգամ շատ է նրա $^1/_8$ մասից, ուստի անյայտ թիւը $=\frac{105.\ 8}{28}=\frac{840}{28}=30$

Ուրեմն գնացքը մի ժամում անցնում է 30 վերստ։

Այս ձեւով լուծւում են այն խնդիրները, որոնց մէջ պահանջւում է գտնել անյայտ թիւը, երբ կոտորակի ձեւով յայտնի է նրա մասը։

ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԿԵՐՊԱՐԱՆԱՓՈԽՈՒԹԻՒՆԸ

ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՆՇԱՆԱՑՈՅՑՆԵՐ

104. *Երբ մի թիւ առանց մնացորդի բաժանւում է միւս թուի վրայ, ասում են, որ առաջին թիւը բաժանւում է երկրորդի վրայ. Այսպէս օրինակ. 15-ը բաժանւում է 3-ի վրայ, բայց 4-ի վրայ չի բաժանւում։*

Կան նշանացոյցներ, որոնց օգնութեամբ, առանց բաժանումը կատարելու, հեշտութեամբ կարող ենք իմանալ, թէ արդեօք տուած թիւը բաժանւում է, թէ չէ բաժանւում, մի քանի ուրիշ թուերի վրայ։ Բաժանման այդ նշանացոյցները հիմնուած է հետեւեալ ճշմարտութիւնների վրայ։

1) Եթէ գումարելիներից իւրաքանչիւրը բաժանւում է միևնոյն թուի վրայ, ապա և գումարը կբաժանուի նոյն թուի վրայ։

Օրինակի համար վերցնենք 15, 20 և 40 թուերը, որոնցից ամեն մէկը առանձնապէս բաժանւում է 5-ի վրայ։ Այդ նշանակում է, որ այդ թուերից իւրաքանչիւրը կարելի է կազմել հինգերից, պարզ է, որ և 15+20+40 գումարն էլ կազմուած է հինգերից—այսինքն այդ գումարը բաժանւում է 5-ի վրայ։

2. Եթէ երկու գումարելիներից մէկն ու մէկը չի բաժանւում որևէ թուի վրայ, ապա և գումարն էլ չի բաժանուի այդ թուի վրայ։

Օրինակի համար վերցնենք 20 և 17 թուերը։ Դրանցից առաջինը բաժանւում է, իսկ երկրորդը չի բաժանւում 5 վրայ։ Այդ նշանակում է, որ 20-ը կարելի է կազմել հինգերից, իսկ 17-ը ոչ։ Այդ դէպքում պարզ է, որ 20+17 գումարը չի կարելի կազմել հինգերից, այսինքն այդ գումարը չի բաժանուի 5-ի վրայ։

3) Եթէ երկու գումարելիների գումարը և այդ գումարելիներից մէկը բաժանւում է մի որևէ թուի վրայ, ապա և երկրորդ գումարելին կբաժանուի այդ թուի վրայ։

Որովհետև եթէ երկրորդ գումարելին չբաժանուէր, ապա գումարն էլ չէր բաժանուի։

2-ի, 4-ի, 8-ի բաժանման նշանացոյցները.

105. Պէտք է նկատենք, որ 2-ի վրայ բաժանուող թուերը կոչւում են զոյգ, իսկ որոնք 2-ի վրայ չեն բաժանւում՝ կէնտ։

10-ը բաժանւում է 2-ի վրայ, ուստի ամեն տեսակ տասնաւորների գումարն էլ կբաժանուի 2-ի վրայ։ Ամեն մի թիւ, որ վերջանում է զրօյով է տասնաւորների գումար. օր. 430=է գումար 43 տասնաւորի։ Նշանակում է, ամեն մի թիվ, որ վերջանում է զրոյով, բաժանվում է 2-ի վրայ։

Այժմ վերցնենք երկու թիվ, որոնցից մէկը վերջանում է կէնտ, իսկ միւսը զոյգ թուով, օր. 327 և 328։

Այդ թուերը կարելի է արտայայտել հետևեալ գումարների ձևով.

327=320+7, 328=320+8։

320-ը վերջանում է զրոյով—ուրեմն և նա բաժանվում է 2-ի վրայ։ 7-ը չի բաժանվում 2-ի վրայ, ուրեմն և 327-ը չի բաժանուի 2-ի վրայ (եթէ երկու գումարելիներից մէկը չի բաժանվում մի որևէ թուի վրայ, ապա և գումարն էլ չի բաժանուի այդ թուի վրայ)։ Գումարելի 8-ը բաժանվում է 2-ի վրայ, ուրեմն 328-ն էլ կբաժանուի 2-ի վրայ (եթէ գումարելիներից իւրաքանչիւրը բաժանվում է միևնոյն թուի վրայ, ապա գումարն էլ կբաժանուի այդ թուի վրայ)։ Այսպէս ուրեմն։

Երկուսի վրայ բաժանվում են այն թուերը, որոնք վերջանում են զրոյով կամ զոյգ թուով։

106. Հարիւրը բաժանվում է 4-ի վրայ, այդ պատճառով ամեն տեսակ հարիւրաւորների գումարը նոյնպէս կբաժանուի 4-ի վրայ։ Ամեն մի թիվ, որ վերջանում է երկու զրոյով, է հարիւրաւորների գումար, հետևապէս երկու զրոյով վերջացող թուերը բաժանվում են 4-ի վրայ։

Այժմ վերցնենք երկու այնպիսի թիվ, որոնցից մէկի տասնաւորների գումարը միաւորի հետ միասին չի բաժանվում 4-ի վրայ, իսկ միւսինը բաժանվում է, օր. 2350 և 2348։ Այդ թուերը կարելի է արտայայտել հետևեալ գումարների ձևով։

2350=2300+50, 2348=2300+48։

2300 թիւը վերջանում է երկու զրոյով-ուրեմն և նա բաժանվում է 4-ի վրայ։ 50-ը չի բաժանվում 4-ի վրայ, հետևապէս 2350-ը չի բաժանուի 4-ի վրայ (եթէ գումարելիներից մէկը բաժանւում է, իսկ միւսը չի բաժանւում, ապա...)։ 48-ը բաժանւում է 4-ի վրայ, ուստի և 2348-ն էլ կբաժանուի 4-ի վրայ (եթէ գումարելիներից իւրաքանչիւրը բաժանւում է, ապա...)։ Այսպէս ուրեմն։

4-ի վրայ բաժանւում են այն թուերը, որոնք վերջանում՝ են երկու եւ աւելի զրոներով եւ կամ՝ որոնց երկու վերջին թուանշանները արտայայտում են այնպիսի թիւ, որը բաժանւում է 4-ի վրայ։

107. Հազարը բաժանւում է 8-ի վրայ, ուրեմն ամեն տեսակ հազարաւորների գումարը՝ նոյնպէս չբաժանուի 8-ի վրայ։ Հետևապէս ամեն թիւ, որ վերջանում է երեք զրոյով-բաժանւում է 8-ի վրայ։

Այժմ վերցնենք երկու այնպիսի թիւ, որոնցից մէկի հարիւրաւորների, տասնաւորների, միաւորների գումարը չի բաժանւում 8-ի վրայ, իսկ միւսինը բաժանւում է օր. 73150 և 73152.

Այդ թուերը կարելի է արտայայտել հետևեալ գումարների ձևով.

73150=7300+150, 73152+152։

150 չի բաժանւում 8-ի վրայ, իսկ 152-ը բաժանւում է։ Դրանից եզրակացնում ենք, որ 73150-ը չի բաժանուի, իսկ 73152-ը կբաժանուի 8-ի վրայ։ Ուրեմն.

8-ի վրայ բաժանւում՝ են այն թուերը, որոնք վերջանում՝ են երեք եւ աւելի զրոյով եւ կամ՝ որոնց վերջին երեք թուանշանների գումարը արտայայտում՝ են այնպիսի թիւ, որ բաժանւում է 8-ի վրայ։

108. *5-ի եւ 10-ի վրայ բաժանման նշանացոյցները։*

Տասը բաժանւում է 5-ի և 10-ի վրայ, այդ պատճառով, այն թիւը, որ բաղկացած է տասնաւորներից, այսինքն որ վերջանում է 0-ով, բաժանւում է 5-ի և 10-ի վրայ։

Եթէ թիւը զրոյով չի վերջանում—նա տասի վրայ չի բաժանուի, իսկ 5-ի վրայ կբաժանուի, եթէ նրա վերջին թուանշանը 5 է, որովհետև բոլոր միանշան թուերի մէջ միայն 5-ն է, որի վրայ 5-ը բաժանւում է առանց մնացորդի։ Ուրեմն. 5-ի վրայ բաժանւում են այն թուերը, որ վերջանում են զրոյով կամ 5 թուանշանով։

Տասի վրայ բաժանւում է այն թիւը, որը վերջանում զրոյով։

109. 3-ի և 9-ի վրայ բաժանման նշանացոյցները։

Նախ և առաջ նկատենք, որ 3-ի և 9-ի վրայ բաժանւում է ամէն մի թիւ, որ արտայայտւում է 9 թուանշանով, այսինքն 9, 99, 999 և այլն։ Եւ իսկապէս

$999:3=333$, $9999:3=3333$, և այլն։

$999:9=111$, $9999:9=1111$, և այլն։

Այդ ի նկատի ունենալով, վերցնենք որև է թիւ, օր. 2457 և այն վերլուծենք զանազան դասակարգի միութիւնների.

$$\begin{aligned} 2457 = & \ 1000+1000 \\ & + 100+100+100+100 \\ & + 10+10+10+10+10 \\ & + 7 \end{aligned}$$

Վերլուծելով ամէն մի հազարը 999-ի և 1-ի, ամէն մի հարիւրաւորը 99-ի և 1-ի, ամէն մի տասնաւորը 9-ի և 1-ի կստանանք. 2 հազարաւորի փոխարէն՝ 2 անգամ 999 և 2 միաւոր, 4 հարիւրաւորի փոխարէն՝ չորս անգամ 99 և 4 միաւոր, հինգ տասնաւորի փոխարէն՝ 5 անգամ 9 և էլի 5 միաւոր։

Ուրեմն
$$\begin{aligned} 2457 = & \ 999+999 & +2 \\ & 99+99+99+99 & +4 \\ & 9+9+9+9+9 & +5 \\ & & +7 \end{aligned}$$

999, 99 և 9 գումարելիները բաժանւում են 3-ի և

9-ի վրայ։ Ուրեմն տուած թիւը 3-ի և 9-ի վրայ բաժանուելը կախուած է $2+4+5+9$ գումարից։ Եթէ այս գումարը բաժանուի 3-ի և 9-ի վրայ, ապա բոլոր թիւը կբաժանուի այդ թուի վրայ և ընդհակառակն։ $2+4+5+7$ է այն թուանշանների գումարը, որով արտայայտուած է մեզ տուած թիւը—միայն գրած առանձնապէս։ Կարճ կերպով ասում ենք, որ դա է տուած թուի թուանշանների գումարը։ Ուստի և կարող ենք ասել.

3-ի վրայ բաժանւում են միայն այն թուերը, որոնց թուանշանների գումարը բաժանւում է 3-ի վրայ։

9-ի վրայ բաժանւում են այն թուերը, որոնց թուանշանների գումարը բաժանւում է 9-ի վրայ։

Մեր վերցրած օրինակի թուանշանների գումարն է 18. 18-ը բաժանւում է և 3-ի և 9-ի վրայ, ուստի և 2457-ը նոյնպէս կբաժանուի 3-ի և 9-ի վրայ։

110. 6-ի վրայ բաժանման նշանացոյցները։ Եթէ մի թիւ բաժանւում է 6-ի վրայ, ապա նա պիտի բաժանուի և 2-ի վրայ և 3-ի վրայ։ Եւ իսկապէս. եթէ թիւը բաժանւում է 6-ի վրայ, այդ նշանակում է, որ նրան կարելի է վերածել վեցերի։ Բայց ամեն մի վեց կարելի է վերածել երկուսների և երեքների։ Հետևապէս տուած թիւն էլ կարելի է վերածել և երկուսների և երեքների։ Պարզ է, որ այդ թիւը կբաժանուի և 2 և 3-ի վրայ։

Ընդհակառակ, եթէ որև է թիւ բաժանւում է 2 և 3-ի վրայ, ապա նա կբաժանուի 6-ի վրայ։ Այդ բանում մենք համոզւում ենք հետևեալ դատողութեամբ. եթէ տըուած թիւը բաժանւում է 2-ի վրայ և միևնոյն ժամանակ 3-ի վրայ, այդ նշանակում է որ նրա թէ կէսը և թէ երրորդ մասը ամբողջ թուեր են։ Այդ պատճառով և թուի կէսի և նրա երրորդ մասի տարբերութիւնն էլ նոյնպէս պիտի լինի ամբողջ թիւ. իսկ այդ տարբերութիւնը կազմում է թուի $^1/_6$ մասը (որովհետև $^1/_2={}^3/_6$, իսկ $^1/_3={}^2/_6$)։

Եթէ տուած թուի $1/6$-ն է ամբողջ թիւ, նշանակում է, որ այդ թիւը բաժանւում է 6-ի վրայ առանց մնացորդի։

Այսպէս ուրեմն․ 6-ի վրայ բաժանւում է միայն այն թիւը, որը բաժանւում է 2-ի և 3 վրայ։

ԲԱՐԴ ԹՈՒԻ ՎԵՐԼՈՒԾԵԼԸ ՊԱՐԶ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿԻՉՆԵՐԻ

111. Այն թիւը, որ բաժանւում է միայն միաւորի եւ իրեն վրայ, կոչւում է պարզ թիւ։

Այն թիւը, որը բաժանւում է ոչ միայն միաւորի եւ իրեն, այլ եւ ուրիշ թուերի վրայ, կոչւում է բարդ թիւ։

Պարզ թուերի աղիւսակը մինչև 100. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97։

Բարդ թիւը վերլուծել պարզ բազմապատկիչների, նշանակում է. արտայայտել այն որպէս պարզ թուերի արտադրեալ։

Դիցուք որ և է բարդ թիւ, ասենք 420-ը պիտի վերածենք պարզ բազմապատկիչների։ Դրա համար բաժանման նշանացոյցներով գտնում ենք այն ամենափոքր պարզ թիւը (բացի մէկից), որի վրայ բաժանւում է 420-ը։ Այդ թիւն է 2-ը։ Բաժանենք 420-ը 2-ի վրայ.

$$420 : 2 = 210, \text{ ուրեմն } 420 = 210 \cdot 2 \quad (1)$$

Այժմ գտնենք այն ամենափոքր պարզ թիւը (բացի 1-ից), որի վրայ բաժանւում է 210-ը։ Այդ թիւնէ 2-ը.

$$210 : 2 = 105, \text{ ուրեմն } 105 \cdot 2 = 210$$

(1) հաւասարութեան մէջ 210-ը փոխարինենք նրան հաւասար արտադրեալով.

$$410 = 105 \cdot 2 \cdot 2 \quad (2)$$

Այն ամենափոքր պարզ թիւը, որի վրայ բաժանւում է 105-ը—է 3։

105 : 3=35, ուրեմն 105=35.3

(2) հաւասարութեան մէջ 105 թուի փոխարէն գըրենք նրան հաւասար արտադրեալը․

420=35. 3.2.2.

Վերջապէս վերջին հաւասարութեան մէջ 35 թուի փոխարէն գրենք նրան հաւասար 5.7 արտադրեալը։

420=5.7.3.2.2

Այժմ բոլոր բազմապատկիչները պարզ թուեր են։

Այս գործողութիւնը յարմար է դասաւորել այսպէս․

420	2	գրում են տուած թիւը և նրա աջ կողմից քաշում
210	2	են ուղղահայեաց գիծ։ Այդ գծից դէպի աջ գը-
105	3	րում են այն ամենափոքր պարզ թիւը, որի վրայ
35	5	բաժանւում է տուած բարդ թիւը և բաժանում
7	7	են․ քանորդի թուանշանները գրում են տուած
1		թուի տակ։ Տուած թուի նման, նոյն ձևով, բաժանում

են ստացած քանորդը։ Գործողութիւնը շարունակում են, մինչև քանորդում կստացուի 1։ Այսպիսով գծից աջ եղած բոլոր պարզ թուերը կլինեն տուած թուի պարզ բազմապատկիչները։

Որովհետև բազմապատկիչների տեղերը փոփոխելուց արտադրեալը չի փոխւում, այդ պատճառով բազմապատկիչները կարելի է դասաւորել յետ ու առաջ—ըստ ցանկութեան։ Սովորաբար գրում են սկսելով փոքր բազմապատկիչներից—այսինքն այսպէս․ 420=2·2.3.5.7։

Երբ տուած թիւը մեծ չէ, բազմապատկիչները գրում են մի տողի վրայ․

72=2.2 2.3.3.

Այս դէպքում դատում ենք այսպէս․ 72-ը հաւասար է 2-ին բազմապատկած 36-ով (2-ը գրում ենք, իսկ 36-ը մտքումն ենք պահում), 36-ը հաւասար է 2-ին բազմապատկած 18-ով (2-ը գրում ենք, իսկ 18 մտքներումս ենք պահում). 18-ը հաւասար է 2-ին բազմապատկած 9-ով և այլն։

ԲԱՐԴ ԹՎԻ ԲԱԺԱՆԱՐԱՐՆԵՐ ԳՏՆԵԼԸ

112. Ամեն մի թիւ, որի վրայ առանց մնացորդի բաժանւում է տուած թիւը, կոչւում է այդ թուի բաժանարարը։ Այսպէս օրինակ 6-ի բաժանարարները կլինեն. 1-ը, 2-ը, 3-ը և 6-ը. որովհետև 6-ը բաժանւում է և 1-ի և 2-ի և 3-ի և 6-ի վրայ։

Պարզ թիւը կարող է բաժանուել միայն երկու բաժանարարի վրայ, 1-ի և իւր վրայ։

Դիցուք հարկաւոր է գտնել 420 թուի բոլոր բաժանարարները. դրա համար 420-ը վերլուծում ենք պարզ բազմապատկիչների։

$$420=2.2.3.5.7.$$

Պարզ է, որ 420-ը բաժանւում է իւր բազմապատկիչներից ամեն մէկի վրայ առանձնապէս, այսինքն 2-ի, 3-ի, 5-ի և 7-ի վրայ։ Որովհետև բազմապատկիչների տեղերը փոխելուց արտադրեալը չի փոխւում, ուստի, ըստ ցանկութեան, սկզբում կարող ենք գրել դրանցից որը և կամենանք։ Ասենք թէ մենք առաջ գրեցինք 5-ը.

$$420=5.2.2.3.7.$$

Այս հաւասարութիւնը ցոյց է տալիս, որ 420-ը կարելի է կազմել հինգերից (որովհետև 5-ը կրկնւում է 2 անգամ, ստացած թիւն էլ կրկնւում է 2 անգամ, և այլն)։ Իսկ եթէ 420-ը կարելի է կազմել 5-ի կրկնութիւններով —ապա ուրեմն 5-ը 420-ի մէջ պարունակւում է առանց մնացորդի։ Այսպէսով 420-ը բաժանւում է իւր բազմապատկիչներից ամեն մէկի վրայ։

Այժմ համոզուենք, որ 420-ը բաժանւում է նոյնպէս իւր բազմապատկիչներից երկուսի, երեքի և այլն արտադրեալների վրայ։ Օրինակ՝ բազմապատկենք 3 և 7 բազմապատկիչները. կստանանք 21։ Բացատրելու համար թէ ինչու 420-ը պիտի բաժանուի 21-ի վրայ, փոխենք 3 և 7 բազմապատկիչների տեղերը, այնպէս, որ նրանք գրուած լինեն սկզբում.

$$420=3.7\cdot2.2\cdot3=21.2.2.5$$

Այս հաւասարութիւնից երևում է, որ 420-ը կարելի է կազմել 21-ի կրկնութիւններով։ Հետևապէս 420-ը բաժանւում է իւր երեք, չորս և բոլոր հինգ պարզ բազմապատկիչների արտադրեալների վրայ։

Կանոն։ Տուած բարդ թուի բաժանարարները գտնելու համար լուծում ենք այն պարզ բազմապատկիչների և ապա այդ բազմապատկիչները բազմապատկում ենք երկու-երկու, երեք-երեք, չորս-չորս և այլն կամ վերցնում ենք մէկ-մէկ։

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԱՄԵՆԱՄԵԾ ԲԱԺԱՆԱՐԱՐԸ

113. *Մի քանի թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը կոչւում է այն ամենամեծ թիւը, որի վրայ այդ բոլոր թուերը բաժանւում են առանց մնացորդի։*

Օրինակ. 18, 30 և 24 թուերի ընդհ. ամենամեծ բաժանարարն է 6-ը, որովհետև վեցն է այն ամենամեծ թիւը, որի վրայ առանց մնացորդի բաժանւում են այդ բոլոր թուերը։

Երկու թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարար գտնելը հիմնուած է հետևեալ երկու ճշմարտութեան վրայ.

1) Եթէ տուած երկու թուերից մեծ բաժանւում է փոքրի վրայ, ապա դրանցից փոքրը է ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։

Վերցնենք օրինակի համար 54 և 18 թուերը, որոնցից մեծը բաժանւում է փոքրի վրայ։ Որովհետև 54-ը բաժանւում է 18-ի վրայ և 18-ը բաժանւում է 18-ի վրայ, ուստի 18-ն է 54-ի և 18-ի ընդհանուր բաժանարարը։ Միևնոյն ժամանակ այդ բաժանարարն է նոյնպէս և ամենամեծը, որովհետև 18-ը չի կարող բաժանուել 18-ից մեծ թուի վրայ։

2) Եթէ տուած երկու թուերից մեծը չէ բաժանւում փոքրի վրայ, ապա նրանց ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կլինի երկու ուրիշ թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը, այսինքն այն թիւը, որը կստացուի, երբ տուած փոքր թիւը բաժանենք այն մնացորդի վրայ, որ ստացւում է տուած մեծ թիւը բաժանելով փոքրի վրայ:

Վերցնենք օրինակի համար երկու թիւ. 85 և 30։ Բաժանելով առաջին թիւը երկրորդի վրայ կստանանք. 85 : 30=2 (Մնաց. 25)։ Ապացուցենք, որ 85 և 30 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը է նաև 30 և 25 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։

Բաժանելով, տեսանք որ 85=30.2+25։ Եթէ գումարը (85) և գումարելիներից մէկը (30.2) բաժանւում է որև է թուի վրայ, ապա միւս գումարելին էլ (այսինքն 25) պիտի բաժանուի այդ թուի վրայ։ Ուրեմն 85 և 30 թուերի բոլոր ընդհանուր բաժանարարները կլինեն նաև 30 և 25 թուերի համար ընդհանուր բաժանարներ: Միւս կողմից, եթէ երկու գումարելիները բաժանւում են որ և է թուի վրայ, ապա նրանց գումարն էլ պիտի բաժանուի այդ թուի վրայ։ Այդ հիման վրայ 30 և 25 թուերի բոլոր ընդհանուր բաժանարարները կլինեն նոյնպէս 30 և 85 թուերի ընդհանուր բաժանարարներ։ Այսպէս ուրեմն 85 և 30, 30 և 25 երկու զոյգ թուերը ունեն միևնոյն ընդհանուր բաժանարարներ։ Ուրեմն և նրանք պիտի ունենան միևնոյն ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։

Այժմ տեսնենք, թէ մենք ինչպէս պիտի օգտուենք այդ երկու ճշմարտութիւններից երկու թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը գտնելիս։ Դիցուք հարկաւոր է գտնել 391 և 299 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։

```
      391 |299
      299   1
  299 | 92
  276    3
 92|23
 92  4
  0
```

Իմանալու համար թէ արդեօք 299 չէ՞ ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը—բաժանում ենք 391-ը 299-ի վրայ (առաջին ճշմարտութեան հիման վրայ)։ Տեսնում ենք, որ 391 չի բաժանւում 299 վրայ, ուրեմն 299 չէ ընդհանուր բաժանարարը։ 2-րդ ճշմարտութեան հիման վրայ ասում ենք, որ 391 և 299 թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կլինի նաև 299 և 92 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։ Այժմ գտնենք այս երկու թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։ Դրա համար 299-ը բաժանում ենք 92 վրայ, որ իմանանք թէ արդեօք 92 չէ՞ այդ բաժանարարը (1-ին ճշմարտութիւն)։ Տեսնում ենք. որ 92-ը չէ ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։ Այժմ կրկին 2-դ ճշմարտութեան հիման վրայ եզրակացնում ենք, որ 299 և 92 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը է նաև 92 և 23 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։ Գտնենք այդ բաժանարարները։ Դրա համար 92-ը բաժանենք 22-ի վրայ։ Գտանք, որ 23-ն է 92 և 23 թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը, հետևապէս դա կլինի և 299 և 92-ի, և 391 և 299-ի ընդհանուր և ամենամեծ բաժանարարը։

Կանոն. Երկու թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը գտնելու համար, դրանցից մեծը բաժանում ենք փոքրի վրայ, յետոյ փոքր թիւը բաժանում ենք առաջին մնացորդի վրայ, ապա առաջին մնացորդը երկրորդի վրայ և այլն մինչև մնացորդում կը ստացուի 0։ Այսպիսով վերջին բաժանարարը կլինի նոյնպէս և տուած թուերի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը։

Ծանօթութիւն։ Եթէ տուած թուերը վերլուծուած են պարզ բազմապատկիչների, այդ դէպքում դրանց ընդհանուր բաժանարարը ստանալու համար, ամենից յարմար միջոցն է բազմապատկել իրար վրայ այն պարզ բազմապատկիչները, որոնք ընդհանուր են բոլոր տուած թուերի համար։

Դիցուք 180 և 126 թուերը վերլուծուած են պարզ բազմապատկիչների.

$$180=2.2.3.3.5 \qquad 126=2.3.3.7$$

Այս բազմապատկիչների թւում ընդհանուր են՝ 2.3.3։ Ինչպէս տեսնում ենք, նրանցից իւրաքանչիւրը բաժանարար է տուած թուերի համար։ Բարդ ընդհանուր բաժանարարներ ստանալու համար բաւական է պարզ ընդհանուր բաժանարարները երկու-երկու, երեք-երեք բազմապատկել իրար վրայ։ Պարզ է, որ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար կստանանք, երբ իրար վրայ բազմապատկենք բոլոր պարզ ընդհանուր բազմապատկիչները։

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԿՐՃԱՏԵԼԸ

114. Կոտորակը կարելի է կրճատել երկու ձևով։

Առաջին ձևը կայանում է նրանում, որ բաժանման նշանացոյցներով գտնում են կոտորակի անդամների համար որևէ ընդհանուր բաժանարար և նրա վրայ կրճատում են։ Ստացած կոտորակը, եթէ կարելի է, կրկին կրճատում են։ Այդպէս շարունակում ենք մինչև կստանանք չկրճատուող կոտորակ։ Օրինակ.

$$\frac{84}{360}\overset{4}{=}\frac{21}{90}\overset{3}{=}\frac{7}{30}$$

Յիշողութեան համար կոտորակի գլխին դնում են այն թիւը, որի վրայ կրճատում են։

Երկրորդ ձևը գործ է ածւում այն ժամանակ, երբ բաժանման նշանացոյցներով դժուար է որոշել թէ արդեօք կոտորակը կրճատուող է, թէ ոչ։ Այդ դէպքում, յաջորդական բաժանման եղանակով, գտնում ենք համարիչի և յայտարարի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը և կոտորակի երկու անդամները բաժանում ենք այդ բաժանարարի վրայ։ Օրինակի համար կրճատենք $^{391}/_{527}$ կոտորակը։ Գտնում ենք 391 և 527-ի ընդհանուր ամենամեծ բաժանարարը (դա կլինի 17) և յետոյ նրա վրայ կրճատում ենք.

$$\frac{391}{527}=\frac{391:17}{527:17}=\frac{23}{31}$$

Այս ձևով կրճատումից ստացած կոտորակը այլ ևս չի կրճատւի, որովհետև ընդհանուր ամենամեծը բաժանարարը պարունակում է իւր մէջ բոլոր ընդհանուր բաժանարները։

ԱՄԵՆԱՓՈՔՐ ԲԱԶՄԱՊԱՏԻԿ ԹԻՒԸ

115. *Տուած թուի համար բազմապատիկ կոչւում է այն ամեն մի թիւը, որը բաժանւում է այդ (տուած) թուի վրայ առանց մնացորդի։* Այսպէս օրինակ 9 թուի համար բազմապատիկ են. 9-ը, 18-ը, 27-ը 36-ը և այլն։

Մի քանի թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կոչւում է այն ամենափոքր թիւը, որը բաժանւում է այդ թուերից ամեն մէկի վրայ։

Դիցուք հարկաւոր է գտնել այն ամենափոքր թիւը, որը բաժանւում է 100-ի, 40-ի և 35-ի վրայ։ Նրա համար այս թուերից ամեն մէկը վերլուծենք պարզ բազմապատկիչների։

$$100=2.2.5.5,\ 40=2.2.2.5.,\ 35=5.7։$$

Որպէս զի մի թիւ բաժանուի և 100-ի և 40-ի և 35-ի վրայ, հարկաւոր է որ այդ թիւը պարունակը իւր մէջ այդ բաժանարարների պարզ բազմապատկիչները։ Արտադրենք 100-ի բոլոր պարզ բազմապատկիչները և նրան աւելացնենք 40-ի այն բազմապատկիչները, որոնք չկան 100-ի բազմապատկիչների թւում։ Այն ժամանակ կստանանք 2.2.5.5.2 արտադրեալը, որը բաժանւում է և 100-ի և 40-ի վրայ։ Այդ արտադրեալին աւելացնենք 35 թուի այն բազմապատկիչները, որ այս արտադրեալում չկան։ Կստանանք 2.2.5.5.2.7=1400 թիւը որը կբաժանուի և 100-ի և 40-ի և 35-ի վրայ։ Դա կլինի միևնոյն ժամանակ և ամենափոքր բազմապատիկ թիւը, որովհետև եթէ պակասեցնենք դրան բազմապատկիչներից թէկուզ մէկը, նա այլ ևս չի բաժանուի տուած թուերից մէկն ու մէկի վրայ։

Կանոն։ **Մի քանի թուերի ամենափոքր բազմապատիկը գտնելու համար այդ թուերը պիտի վերլուծենք պարզ բազմապատկիչների և վերցնելով մէկն ու մէկի բազմապատկիչները աւելացնենք նրան միւս թուի պակաս բազմապատկիչները։ Ստացած արտադրեալին աւելացնում ենք երրորդ թուի պակաս բազմապատկիչները և այլն։**

116. *Մի քանի արտակարգ դիպուածներ։* Ցոյց տանք մի քանի դիպուածներ, երբ ամենափոքր բազմապատիկը կարելի է գտնել աւելի պարզ ձևով.

Դիպուած 1-ին, երբ որ տուած թուերից ոչ մի զոյգը չունեն ընդհանուր բազմապատկիչներ։ Օր.

$$20=2.2.5,\ 49=7.7,\ 33=3.11$$

Այս դէպքում վարուելով համաձայն ընդհանուր կանոնին, կտեսնենք, որ բոլոր տուած թուերը պիտի բազմապատկել իրար վրայ։

20.49.33=32340.

Նոյն կերպով պիտի վարուել, երբ հարկաւոր է լինում գտնել պարզ թուերի ընդհանուր ամենափոքր բազմապատիկը։ 3,7,11 թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կլինի 3.7.11=231։

Դիպուած 2-րդ, երբ տուած թուերից մէկը բաժանւում է մնացած բոլոր թուերի վրայ։ Օրինակի համար տուած են՝ 5,12,15 և 60 թուերը։ Այդ թուերից 60-ը բաժանւում է և 5-ի և 12-ի և 15-ի և ինքն իրան վրայ։ Ուրեմն դա է այդ թուերի ամենափոքր բազմապատիկը։

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԱՄԵՆԱՓՈՔՐ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԲԵՐԵԼԸ

117. Մենք շուտով կտեսնենք, որ կոտորակները գումարելիս և հանելիս—հարկաւոր է նախօրօք արտայայտել նրանց միութեան միանման մասերով, կամ, ինչպէս ասում են, նրանց մի յայտարարի բերել։ Ցոյց տանք այն միջոցը, որի օգնութեամբ կոտորակները բերւում են ոչ միայն մի ընդհանուր, այլ և ամենափոքր յայտարարի։

Դիցուք $^{5}/_{12}$ և $^{7}/_{15}$ կոտորակները հարկաւոր է բերել ամենափոքր ընդհանուր յայտարարի։ Դատում ենք այսպէս. $^{5}/_{12}$ կոտորակը չի կրճատւում, ուստի բացի 12-երորդական մասերից, այն կարելի է արտայայտել միայն 24-երորդական, 36-երորդական, 48-երորդական և այլն մասերով,—այսինքն այն բոլոր կոտորակների յայտարարները, որոնց կարող է հաւասար լինել $^{5}/_{12}$ կոտորակը, պէտք է լինեն 12-ի համար բազմապատիկ թուեր։ Նոյն ձևով այն բոլոր կոտորակների յայտարարները, որոնց կարող է հաւասար լինել $7/15$ կոտորակը, պիտի լինեն 15-ի համար բազմապատիկ թուեր. ուրեմն այս երկու կոտորակների ընդհանուր յայտարարը պէտք է լինի 12 և 15 թուերի ընդհանուր բազմապատիկը, իսկ ամենափոքր ընդհանուր յայտարարը կլինի 12-ի եւ 15-ի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկ թիվը։ Գտնենք այդ թուերի ամենափոքր բազմապատիկը.

$$12 = 2.2.3$$
$$15 = 3.5$$

իսկ բազմապատիկը $= 2.2.3.5 = 60$

Հէնց այդ էլ կլինի $5/12$ և $7/15$ կոտորակների ամենափոքր ընդհանուր յայտարարը։

Այդ կոտորակներից ամեն մէկը 60-ական մասերով արտայայտելու համար, պէտք է գտնենք դրանց յայտարարների, այսպէս ասած, լրացուցիչ բազմապատիկները, այսինքն գտնենք այն թուերը, որոնց վրայ բազմապատկելով 12-ը և 15-ը ստանանք 60։ Իրար հետ համեմատելով վերլուծած 12-ը, 15-ը և նոյնպէս 60-ը, մենք տեսնում ենք, որ 60 ստանալու համար 12-ը հարկաւոր է բազմապատկել 5-ով, իսկ 15-ը 2.2-ով, այսինքն 4-ով։ Կոտորակների մեծութիւնները չփոխելու համար հարկաւոր է ամեն մի կոտորակի համարիչն էլ բազմապատկել նոյն թուերով, ինչ թուերով բազմապատկել ենք յայտարարները.

$$\frac{5}{12} = \frac{5.5}{12.5} = \frac{25}{60} \qquad \frac{7}{15} = \frac{7.4}{15.3} = \frac{28}{60}$$

Դիցուք հարկաւոր է մի յայտարարի բերել հետեւեալ երեք կոտորակները. $4/90$, $7/20$ և $8/75$։ Առաջին կոտորակը կրճատելով կստանանք $2/45$, միւս կոտորակները չեն կրճատւում։

Գտնենք 45, 20 և 75 թուերի ամենափոքր բազմապատիկը.

45=3.3.5	Լր. բ. կլինի	45=2.2.5=20
20=2.2.5	» » »	20=3.3.5=45
75=3.5.5	» » »	75=2.2.3=12

Ամփ. բազմ.=3.3.5.2.2.5=900

Այժմ ամեն մի կոտորակի երկու անդամները բազմապատկենք իւր լրացուցիչ բազմապատկչի վրայ.

$$\frac{2}{45}=\frac{2.20}{45.20}=\frac{40}{900}\quad \frac{7}{20}=\frac{7.45}{20.45}=\frac{315}{900}\quad \frac{8}{75}=\frac{8.12}{75.12}=\frac{96}{900}$$

Կանոն։ Չկրճատուող կոտորակները ամենափոքր ընդհանուր յայտարարի բերելու համար, պէտք է գտնել բոլոր յայտարարների ամենափոքր բազմապատիկը և ապա ամեն մի կոտորակի երկու անդամները բազմապատկել իւր յայտարարի լրացուցիչ բազմապատկիչներով։

Այստեղ ևս կարող են պատահել այն երկու առանձնայատուկ դիպուածները, որոնց մասին մենք խօսեցինք ամենափոքր բազմապատիկը գտնելիս, այսինքն.

Դիպուած 1-ն, երբ յայտարարները և ոչ մի զոյգը չունեն ընդհանուր բազմապատկիչներ. օր. $^3/_7$, $^4/_{15}$, $^5/_8$։ Որովհետև այս դէպքում յայտարարների ամենափոքր բազմապատիկն է նրանց արտադրեալը, ուստի ամեն մի կոտորակի երկու անդամներն էլ պիտի բազմապատկենք միւս կոտորակների յայտարարների արտադրեալի վրայ։

$$\frac{3}{7}=\frac{3.120}{7.120}=\frac{360}{840},\ \frac{4}{15}=\frac{4.56}{15.56}=\frac{224}{840},\ \frac{5}{8}=\frac{5.105}{8.105}=\frac{525}{840}.$$

Դիպուած 2-ը, երբ տուած յայտարարներից ամենամեծը բաժանւում է միւս յայտարարներից ամեն մէկի վրայ։ Օր.

$^3/_7$, $^7/_{15}$, $^8/_{315}$. Այս դէպքում ամենամեծ յայտարարն է բոլոր յայտարարների ամենափոքր բազմապատիկը՝ ուրեմն նա պիտի լինի և ընդհանուր յայտարարը:

7-ի լրաց. բազմ.=45, 15-ի լրաց. բազմ.=21

$$\frac{3}{7}=\frac{3.45}{7.45}=\frac{135}{315},\quad \frac{7}{15}=\frac{7.21}{15.21}=\frac{147}{315},\quad \frac{8}{315}=\frac{8}{315}$$

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՆԵՐ ՍՈՎՈՐԱԿԱՆ ՎԵՐԱՑԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՎ

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄ

118. Գումարումը մի գործողութիւն է, որի օգնութեամբ իմանում ենք, թէ քանի ամբողջ միաւոր եւ միաւորի միատեսակ մասներ է պարունակում տուած մի քանի թւերի մէջ:

Տուած թւերը կոչւում են գումարելիներ, իսկ իսկական թիւը՝ գումար:

Օրինակի համար հարկաւոր է գումարել հետեւեալ միեւնոյն տեսակ յայտարարներ ունեցող կոտորակները.

$$\frac{7}{11}+\frac{3}{11}+\frac{5}{11}$$

Պարզ է, որ 7 տասնումէկերորդական, էլի 3 տասնումէկերորդական, էլի 5 տասնումէկերորդական կանին այնքան տասնումէկերորդական, որքան միաւոր կկազմեն միասին 7-ը, 3-ը, և 5-ը: Ուրեմն իսկական գումարը գտնելու համար հարկաւոր է գումարել համարիչները և ստացած գումարի տակ գրել ընդհանուր յայտարարը:

$$\frac{7}{11}+\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{7+3+5}{11}=\frac{15}{11}=1\frac{4}{11}$$

Դիցուք հարկաւոր է գումարել տարբեր յայտարար-ներ ունեցող հետեւեալ կոտորակները.

$$\frac{3}{4}+\frac{7}{10}+\frac{9}{16}$$

Բոլոր կոտորակները բերենք ընդհանուր յայտարարի և ապա գումարենք, ինչպէս գումարեցինք առաջին դէպքում.

$$\overset{\overbrace{20}}{\frac{3}{4}}+\overset{\overbrace{8}}{\frac{7}{10}}+\overset{\overbrace{5}}{\frac{9}{16}}=\frac{60+56+45}{80}=\frac{161}{80}=2\frac{1}{80}$$

Ամեն մի կոտորակի վրայ նշանակած թիւը է այն լրացուցիչ բազմապատկիչը, որով պիտի բազմապատկենք կոտորակի անդամները, երբ նրան ընդհանուր յայտարարի ենք բերում։

Կանոն. կոտորակները գումարելու ժամանակ հարկաւոր է բերել նրանց ընդհանուր յայտարարի. այնուհետև գումարել համարիչները և նրանց գումարի տակ գրել ընդհանուր յայտարարը.

Դիցուք պիտի գումարենք հետեւեալ խառը թուերը։

$$4\frac{2}{15},\quad 8\frac{9}{10} \text{ և } 2\frac{5}{6}$$

Նախ գումարենք կոտորակները.

$$\overset{\overbrace{2}}{\frac{2}{15}}+\overset{\overbrace{3}}{\frac{9}{10}}+\overset{\overbrace{5}}{\frac{5}{6}}=\frac{4+27+25}{30}=\frac{56}{30}=1\frac{26}{30}=1\frac{13}{15}$$

Այժմ գումարենք ամբողջ թուերը և նրանց գումարին աւելացնենք կոտորակների գումարումից ստացած 1-ը.

$$4+8+2+1=15$$

Ուրեմն բոլոր գումարը հաւասար կլինի $15\frac{13}{15}$-ին։

ՀԱՆՈՒՄՆ

119. *Հանումը մի գործողութիւն է, որով իմանում ենք թէ ինչ թիւ կմնայ, եթէ տուած մեծ թուից հանենք տուած փոքր թիւը։*

Կամ հանումը մի գործողութիւն է, որով տուած գումարով եւ գումարելիներից մէկով գտնում ենք միւս գումարելին։

Տուած թուերը և ստացած թիւը կրում են նոյն անունները, ինչ որ ամբողջ թուերի հանման ժամանակ, այսինքն. նուազելի, հանելի և մնացորդ կամ տարբերութիւն։

Դիցուք տուած են հանելու համար միատեսակ յայտարարներով կոտորակներ.

$$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$$

7-ը ութերորդից 3 ութերորդը հանելուց յետոյ կմընայ այնքան ութերորդ, որքան միաւոր կմնայ, եթէ 7 միաւորից հանելու լինենք 3 միաւոր։ Այդ պատճառով, իսկական մնացորդը գտնելու համար, նուազելու համարիչից պիտի հանենք հանելու համարիչը և մնացորդի տակ գրենք նոյն յայտարարը։

Այժմ վերցնենք տարբեր յայտարարներ ունեցող կոտորակներ.

$$\frac{11}{15}-\frac{3}{7}$$

Կոտորակները ընդհանուր յայտարարի բերելով, հանենք վերը ասածի նման.

$$\frac{\overset{8}{11}}{15}-\frac{\overset{15}{3}}{8}=\frac{88-45}{120}=\frac{43}{120}$$

Կանոն։ Կոտորակը կոտորակից հանելու համար պէտք է կոտորակները բերել ընդհանուր յայտարարի, ապա նուազելու համարիչից հանել հանելու համարիչը և նրանց տարբերութեան տակ գրել ընդհանուր յայտարարը։

Խառը թիւը խառը թուից հանելու համար, եթէ հնարաւոր է—ամբողջից պիտի հանենք ամբողջը, իսկ կոտորակից՝ կոտորակը·

$$8\frac{9}{11}-5\frac{3}{4}=8\frac{36}{44}-5\frac{33}{44}=3\frac{3}{44}$$

Եթէ հանելու կոտորակը մեծ է նուազելու կոտորակից, այդ դէպքում նուազելու ամբողջից պիտի վերցնել մի միաւոր, դարձնել այն համապատասխան մասեր և աւելացնել նուազելու կոտորակին·

$$10\frac{3}{11}-5\frac{5}{6}=10\frac{18}{66}-5\frac{55}{66}=9\frac{84}{66}-5\frac{55}{66}=4\frac{29}{66}$$

Նոյն ձևով հանում ենք ամբողջից կոտորակը·

$$7-2\frac{3}{5}=6\frac{5}{5}-2\frac{3}{5}=4\frac{2}{5}$$

$$10-\frac{3}{17}=9\frac{17}{17}-\frac{3}{17}=9\frac{14}{17}$$

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

120· *Մի թիւ բազմապատկել մի թւով նշանակում՛ է առաջին թիւը կրկնել իբրև գումարելի այնքան անգամ՛, որքան միաւոր կայ երկրորդ թւում՛։*

Այսպէս օր· $^{7}/_{8}$-ը բազմապատկել 5-ով նշանակում է գտնել

$$\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8} \text{ գումարը։}$$

Բազմապատկել որևէ թիւ կոտորակով նշանակում է՝ գտնել առաջին թուի այն մասը, միաւորի որ մասը որ կազմում է երկրորդ թիւը։

Այսպէս օր. 5-ը բազմապատկել $^{7}/_{8}$-ով նշանակում է՝ գտնել 5 միաւորի $^{7}/_{8}$ մասը։ $2^{1}/_{2}$-ը բազմապատկել $^{3}/_{4}$-ով նշանակում է՝ գտնել $2^{1}/_{2}$-ի $^{3}/_{4}$ մասը և այլն։

Թէ տուած թուերը և թէ ստացած նոր թիւը կրում են նոյն անունները, ինչ որ ամբողջ թուերի բազմապատկութեան ժամանակ. այսինքն՝ բազմապատկելի, բազմապատկիչ և արտադրեալ։

Բազմապատկման գործողութեան մասին արած որոշումներից հետևում է.

1) Որ կոտորակի վրայ բազմապատկելով—մենք գըտնում ենք տուած թուի մասը, համաձայն ցոյց տուած կոտորակի։ Օր.

5-ի $^{7}/_{8}$ մասը գտնելու համար բաւական է 5-ը բազմապատկել $^{7}/_{8}$-ով, որովհետև, ինչպէս ասացինք, այդ դէպքում բազմապատկումը նշանակում է գտնել 5-ի $^{7}/_{8}$ մասը։

2) Որ կանոնաւոր կոտորակի վրայ բազմապատկելով թիւը փոքրանում է, իսկ անկանոն, այսինքն 1-ից աւելի, կոտորակի վրայ բազմապատկելով, թիւը մեծանում է։

Օր. $5 \cdot {}^{7}/_{8}$ արտադրեալը քիչ է 5-ից, որովհետև պարզ է, որ 5-ի $^{7}/_{8}$ մասը քիչ կլինի 5-ից։ Ընդհակառակն $5 \cdot {}^{9}/_{8}$ արտադրեալը շատ կլինի 5-ից, որովհետև պարզ է, որ 5-ի $^{9}/_{8}$-ը շատ է 5-ից։

121. Կոտորակների բազմապատկման ժամանակ կարող են պատահել հետևեալ դէպուածները.

1) Բազմապատկել կոտորակը ամբողջի վրայ։ Դիցուք հարկաւոր է բազմապատկել $^{3}/_{10}$-ը 5-ի վրայ։ Այդ նշանակում է $^{3}/_{10}$-ը կրկնել որպէս գումարելի 5 անգամ։ Կոտորակը 5 անգամ շատացնելու համար պէտք շատացնել նրա համարիչը կամ քչացնել յայտարարը 5 անգամ։ Ուստի.

$$\frac{3}{10}\times 5=\frac{3\cdot 5}{10}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2} \text{ կամ } \frac{3}{10}\times 5=\frac{3}{10:5}=\frac{3}{2}$$

Կանոն։ Կոտորակը ամբողջ թուի վրայ բազմապատկելու համար հարկաւոր է նրա համարիչը բազմապատկել ամբողջ թուով և կամ այդ թուի վրայ բաժանել յայտարարը։

2) Բազմապատկել ամբողջը կոտորակի վրայ։ Դիցուք 7-ը հարկաւոր է բազմապատկել $^4/_9$-ով։ Այդ նշանակում է գտնել 7-ի $^4/_9$ մասը։

Որովհետև 7 թուի $\frac{1}{9}$-ը անում է $\frac{7}{9}$,

իսկ $\frac{4}{9}$-ը շատ է $\frac{1}{9}$-ից 4 անգամ,

ուստի 7-ի $\frac{4}{9}$-ը կլինի $\frac{7\cdot 4}{9}$

ուրեմն՝ $7\times\frac{4}{9}=\frac{7\cdot 4}{9}=\frac{28}{9}$

Կանոն։ Ամբողջը կոտորակի վրայ բազմապատկելու համար հարկաւոր է ամբողջով բազմապատկել կոտորակի համարիչը—ստացած արտադրեալը գրել համարիչ, իսկ կոտորակի յայտարարը գրել որպէս յայտարար։

3) Կոտորակի բազմապատկումը կոտորակի վրայ։ Դիցուք հարկաւոր է բազմապատկել $^3/_5$-ը $^7/_8$-ի վրայ։ Այս նշանակում է՝ գտնել $^3/_5$ թուի $^7/_8$ մասը։

Որովհետև $^3/_5$ թուի $^1/_8$-ը կազմում է $\frac{3}{5\cdot 8}$

իսկ $^7/_8$-ը շատ է $^1/_8$-ից 7 անգամ,

ուստի $^3/_5$-ի $^7/_8$-ը կլինի $\frac{3.7}{5.8}$.

Ուրեմն՝ $\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=\frac{3.7}{5.8}=\frac{21}{40}$.

կանոն. կոտորակը կոտորակի վրայ բազմապատկելու համար հարկաւոր է համարիչը բազմապատկել համարիչով, յայտարարը յայտարարով և առաջին արտադրեալը գրել որպէս համարիչ, իսկ երկրորդ արտադրեալը՝ որպէս յայտարար։

4) *Խառը թուերի բազմապատկումը։* Խառը թուերը բազմապատկելու համար հարկաւոր է նրանց դարձնել անկանոն կոտորակներ և ապա բազմապատկել ինչպէս բազմապատկում են կոտորակը կոտորակի վրայ։ Օր.

$$7\times5\frac{3}{4}=7\times\frac{23}{4}=\frac{7.23}{4}=\frac{116}{4}=40\frac{1}{4}։$$

$$2\frac{3}{5}\times4\frac{2}{3}=\frac{13}{5}\times\frac{14}{3}=\frac{13.14}{5.3}=\frac{182}{15}=12\frac{2}{15}։$$

Բայց չի կարելի ասել, որ անհրաժեշտ է խառը թիւը անկանոն կոտորակ դարձնելը։ Օրինակ. 7-ը $5^3/_4$-ով բազմապատկելու համար կարելի է 7-ը կրկնել որպէս գումարելի 5 անգամ և ստացած գումարին աւելացնել 7-ի $^3/_4$-ը։

$$7.5\frac{3}{4}=(7\times5)+(7\times\frac{3}{4})=35+\frac{21}{4}=40\frac{1}{4}$$

122. *Մի քանի կոտորակների արտադրեալը.* դիցուք, բազմապատկելու համար տուած են $^2/_3\times{}^7/_8\times{}^5/_6$ կոտորակները։ Առաջին երկուսը բազմապատկելով կստանանք $\frac{2.7}{3.8}$։ Այս թիւը բազմապատկելով երրորդ կոտորակով, կստանանք $\frac{2.7.5}{3.8.6}=\frac{70}{144}$, որից հետևում է, որ.

Մի քանի կոտորակներ իրար վրայ բազմապատկելու համար պէտք է իրար վրայ բազմապատկել այդ կոտորակների համարիչները եւ յայտարարները. առաջին արտադրեալը գրել որպէս համարիչ, իսկ երկրորդը՝ որպէս յայտարար։

Եթէ բազմապատկիչների թւում կան խառը թուեր պէտք է նրանց դարձնել անկանոն կոտորակ։

Այսպէս կարելի է վարուել և այն դէպքում, երբ բազմապատկիչներից մի քանիսը ամբողջ թուերին, միայն թէ այդ ամբողջները պիտի ընդունենք այնպիսի կոտորակների տեղ, որոնց յայտարարն է 1։ Օրինակ.

$$\frac{3}{4}\times 5\times\frac{5}{6}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{1}\times\frac{5}{6}=\frac{3.5.5}{4.1.6}=\frac{5.5}{4.2}=\frac{25}{8}=3\frac{1}{8}\text{։}$$

123. *Արտադրեալի յատկութիւնը.* Արտադրիչների տեղերը փոխելուց կոտորակային թուերի արտադրեալը չի փոխուի (ինչպէս և ամբողջ թուերի արտադրեալը)։

Օր.

$$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$$

Եւ իսկապէս առաջին արտադրեալն է $\frac{2.5.3}{3.6.4}$, իսկ երկրորդը՝ $\frac{5.3.2}{6.4.3}$, բայց $2.5.3=5.3.2$ և $3.6.4=6.4.3$ (որովհետև արտադրիչների տեղերը փոխելուց արտադրեալը չի փոխուի)։ Ուրեմն երկու արտադրեալներն էլ հաւասար են։

ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

124. *Բաժանումը մի գործողութիւն է, որով տուած արտադրեալի եւ արտադրիչներից մէկի օգնութեամբ գտնում ենք միւս արտադրիչը։*

Օր. $^7/_8$-ը բաժանել $^3/_5$-ի վրայ նշանակում է. գտնել այնպիսի թիւ, որը բազմապատկելով $^3/_5$-ի վրայ, ստանանք $^7/_8$, կամ գտնել մի թիւ, որի վրայ բազմապատկելով $^3/_5$-ը, ստանանք $^7/_8$։

Բաժանման մասին արած որոշումից հետևում է, որ.

1) Այդ գործողութեամբ մենք գտնում ենք անյայտ թիւը—համաձայն նրա տուած մասերի, որը արտայայտուած է կոտորակի ձևով։

Այսպէս օրինակ եթէ հարկաւոր է գտնել այնպիսի մի թիւ, որի $^7/_8$-ը հաւասար է 5-ին, ապա այդ ուրիշ խօսքով նշանակում է. գտնել մի թիւ, որը եթէ բազմապատկելու լինենք $^7/_8$-ով, ստանանք 5։ Այստեղ 5-ըն է արտադրեալ, $^7/_8$-ը՝ բազմապատկիչ—հարկաւոր է գտնել բազմապատկելին։ Իսկ այդ կգտնենք, երբ 5-ը բաժանենք $^7/_8$-ի վրայ։

2) Որ կանոնաւոր կոտորակի վրայ բաժանելուց թիւը կմեծանայ, իսկ անկանոն կոտորակի (մէկից աւելի) վրայ բաժանելուց, թիւը կփոքրանայ։

Օր. $5:{}^7/_8$ քանորդը պիտի լինի 5-ից աւելի, որովհետև 5-ը կազմում է այդ քանորդի միայն $^7/_8$ մասը։ Ընդհակառակ $5:{}^9/_8$-քանորդը պիտի 5-ից փոքր լինի, որովհետև 5-ը կազմում է նրա $^9/_8$ մասը։

125. Կոտորակների բաժանման ժամանակ կարող են պատահել հետևեալ դիպուածները.

1) Բաժանել կոտորակը ամբողջի վրայ։ Դիցուք տուած է բաժանելու $^8/_9$-ը 4-ի վրայ։ Այդ նշանակում է. գտնել մի թիւ, որը եթէ բազմապատկենք 4-ի վրայ, ըստանանք $^8/_9$։ Որովհետև 4-ի վրայ բազմապատկելուց թիւը 4 անգամ կմեծանայ, ուստի և նշանակում է, որ եթէ խակական թիւը շատացնելու լինենք 4 անգամ կստանանք $^8/_9$։ Այդ թիւը գտնելու համար $^8/_9$-ը պիտի քչացնենք 4 անգամ։ Յայտնի է, որ թիւը 4 անգամ քչացնելու համար հարկաւոր է՝ կամ նրա համարիչը բաժանել 4-ի վրայ, կամ յայտարարը բազմապատկել 4-ով։ Ուստի

$$\frac{8}{9}:4=\frac{8:4}{9}=\frac{2}{9}$$

կամ $$\frac{8}{9}:4=\frac{8}{9.4}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

Կանոն։ Կոտորակը ամբողջի վրայ բաժանելու

համար հարկաւոր է՝ կամ կոտորակի համարիչը բաժանել և կամ նրա յայտարարը բազմապատկել ամբողջով:

2) Ամբողջը բաժանել կոտորակի վրայ: Դիցուք հարկաւոր է 3-ը բաժանել $^2/_5$-ի վրայ: Այդ նշանակում է գտնել մի թիւ, որը եթէ բազմապատկելու լինենք $^2/_5$-ով ստանանք 3: Որովհետև $^2/_5$-ով բազմապատկել նշանակում է գտնել բազմապատկելու $^2/_5$ մասը, ապա·

անյայտ	քանորդի		$^2/_5$-ը$=3$,
ուստի	»	»	$^1/_5$-ը$=^3/_2$
իսկ	»	»	$^5/_5=^3/_2\cdot 5=\frac{3.5}{2}$
ուրեմն	»	»	$3:{}^2/_5=\frac{3.5}{2}=\frac{15}{2}=7\,^1/_2$:

Կանոն: Ամբողջը կոտորակի վրայ բաժանելու համար հարկաւոր է ամբողջով բազմապատկել կոտորակի յայտարարը և ստացած արտադրեալը գրել համարիչ, իսկ տուած կոտորակի համարիչը գրել յայտարար:

3) Կոտորակը բաժանել կոտորակի վրայ: Դիցուք $^5/_6$-ը հարկաւոր է բաժանել $^2/_{11}$-ի վրայ: Այդ նշանակում է գտնել մի թիւ, որը եթէ բազմապատկելու լինենք $^7/_{11}$-ով ստանանք $^5/_6$: Որովհետև բազմապատկել $^7/_{11}$-ով նշանակում է գտնել բազմապատկելու $^7/_{11}$ մասը, այդ պատճառով

անյայտ	քանորդի		$^7/_{11}$-ը$=^5/_6$-ին
ուստի	»	»	$^1/_{11}$-ը$=\frac{5}{6.7}$
իսկ	»	»	$^{11}/_{11}=\frac{5.11}{6.7}$
ուրեմն			$^5/_6:{}^7/_{11}=\frac{5.11}{6.7}=\frac{55}{42}=1\,^{13}/_{42}$

Կանոն: Կոտորակը կոտորակի վրայ բաժանելու համար պիտի առաջին կոտորակի համարիչը բազմապատկել երկրորդ կոտորակի յայտարարի վրայ և առաջին կոտորակի յայտարարը երկրորդ կոտոբակի համարիչի վրայ. առաջին արտադրեալը պիտի գրել համարիչ, իսկ երկրորդը՝ յայտարար։

4) Խառը թուերի բաժանումը։ Խառը թուերը պիտի դարձնել անկանոն կոտորակ և ապա վարուել ինչպէս կոտորակների բաժանման ժամանակ։

$$8:3\frac{5}{6}=8:\frac{23}{6}=\frac{8.6}{23}=\frac{48}{23}=2\frac{2}{23}$$

$$7\frac{3}{4}:5\frac{1}{2}=\frac{31}{4}:\frac{11}{2}=\frac{31.2}{4.11}=\frac{31}{22}=1\frac{9}{22}$$

126. Խնդիրների օրինակներ, որոնք լուծւում են բաժանման գործողութեամբ։ Բաժանման գործողութեան մենք դիմում ենք այն բոլոր դէպքերում, երբ տուած թուերից մէկը ներկայանում է որպէս արտադրեալ, իսկ միւսը՝ որպէս բազմապատկելի կամ բազմապատկիչ։ Վերցնենք օրինակներ.

Խնդիր։ Քանի ժամում կանցնի ճանապարհորդը $34^7/_8$ վերստ ճանապարհը, եթէ իւրաքանչիւր ժամում անցնում է $4^1/_4$ վերստ։

Խնդիրը լուծելու համար պէտք է իմանանք, թէ $4^1/_2$ վերստը քանի անգամ պիտի կրկնենք իբրև գումարելի, որ ստանանք $34^7/_8$ վերստ, այսինքն, պիտի գտնենք այն թիւը, որով եթէ բազմապատկելու լինենք $4^1/_2$-ը արտադրեալում ստանանք $34^7/_8$։ Այստեղ $34^7/_8$-ը է արտադրեալը, $4^1/_2$-ը բազմապատկելի, պիտի գտնենք բազմապատկիչը։ Այդ կարող ենք գտնել բաժանման գործողութեամբ։

$$34\frac{7}{8}:4\frac{1}{2}=\frac{279}{8}:\frac{9}{2}=\frac{\overset{29}{279.2}}{8.9}=\frac{31}{4}$$

Քանորդը ցոյց է տալիս, որ եթէ $4^1/_2$ վերստը բազմապատկելու լինենք $^{31}/_4$-ով կստանանք $34^7/_8$ վերստ։ Բայց $4^1/_2$ վերստի $^1/_4$ մասը ճանապարհորդը անցնում է $^1/_4$

ժամում, ուրեմն 31 այդպիսի մասը նա կանցնի $^{31}/_4$ ժամում, այսինքն $7^3/_4$ ժամում։

Խնդիր 2։ Մահուդի արշինը արժէ $7^1/_2$ մանէթ, 6 մանէթով այդ մահուդից քանի արշին կարելի է առնել։

Պարզ է, որ 6 մանէթով չի կարելի առնել արշինը $7^1/_2$ մանէթանոց ոչ մի արշին մահուդ։ Բայց կարելի է առնել արշինի մի մասը։ Իմանալու համար, թէ արշինի ո՞ր մասը կարելի է առնել այդ փողով—բաւական է որոշել, եթէ ո՞ր կոտորակի վրայ պիտի բազմապատկել $7^1/_2$-ը, որ ստացուի 6։ Այստեղ 6-ն է արտադրեալ, $7^1/_2$-ը բազմապատկելի, պէտք է գտնենք բազմապատկիչը։

$$6 : 7\frac{1}{2} = 6 : \frac{15}{2} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

Քանորդը ցոյց է տալիս, որ $7^1/_2$-ի $^4/_5$ մասը հաւասար է 6-ին։ Ուրեմն 6 մանէթով կարելի է առնել արշինը $7^1/_2$ մանէթանոց $^4/_5$ արշին մահուդ։

Խնդիր 3։ $7^3/_4$ գրվ. թէյին վճարեցին $18^3/_5$ մնթ.։ Ի՞նչ արժէ թէյի գրվանքան։

Որովհետև $7^3/_4 = ^{31}/_4$-ին, ուստի խնդիրը լուծելու համար պիտի գտնենք այնպիսի թիւ, որի $^{31}/_4$ մասը հաւասար լինի $18^3/_5$-ին, այսինքն այնպիսի թիւ, որը եթէ բազմապատկելու լինենք $^{31}/_4$-ի վրայ ստանանք $18^3/_5$։ Այստեղ $18^3/_5$-ն է արտադրեալ, $7^3/_4$-ը բազմապատկիչ—պիտի գտնենք բազմապատկելին.

$$18\frac{3}{5} : 7\frac{3}{4} = \frac{93}{5} : \frac{31}{4} = \frac{93.4}{5.31} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Թէյի գրվանքան արժէ $2^2/_5$ մանէթ, այսինքն՝ 2 մնթ. 40 կոպէկ։

Խնդիր 4։ $^7/_8$ արշին մահուդին վճարեցին 14 մնթ.։ Ի՞նչ արժէ այդ մահուդի արշինը։

Խնդիրը լուծելու համար պիտի գտնենք մի թիւ, որի 7/8 մասը հաւասար լինի 14-ին, այսինքն, որը բազմապատկելով 7/8-ի վրայ ստանանք 14։ Այս օրինակում 14-ն է արտադրեալ, 7/8 բազմապատկիչ—հարկաւոր է գտնել բազմապատկելին։

$$14 : \frac{7}{8} = \frac{14.8}{7} = 16$$

Մահուդի արշինն արժէ 17 Մնթ։

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՆԵՐ ՍՈՎՈՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐՈՎ

127. Վերածումն. Դիցուք 7/9 փութը հարկաւոր է դարձնել մսխալներ։ Դրա համար 7/9 փութը նախ դարձնում ենք գրվանքաներ և ապա մսխալներ.

7/9 փութը պիտի վեր ածենք գրվանքաների. 1 փութը ունի 40 գրվանքա, ուրեմն 7/9 փութը կունենայ 40 գրվանքի 7/9 մասը։ 40-ի 7/9 մասը գտնելու համար 40-ը պիտի բազմապատկենք 7/9-ով, և կամ, որ միևնոյնն է, 7/9-ը 40-ով։

$$\frac{7}{9} \times 40 = \frac{280}{9} \text{ (գրվան.)}։$$

280/9 գրվանքան պիտի վերածենք մսխալների։ 1 գրվ. ունի 96 մսխալ, 280/9 գրվ. կունենայ 96 մսխալի 280/9 մասը. այդ գտնելու համար պիտի 96-ը բազմապատկենք 280/9-ով և կամ, որ նոյնն է, 280/9-ը 96-ով։

$$\frac{280}{9} \times 96 = \frac{280.96}{9} = 2986\frac{2}{3} \text{ (մսխալ)}$$

Այս օրինակից մենք տեսնում ենք, որ կոտորակային անուանական թուերի վերածումը կատարւում է այնպէս, ինչպէս ամբողջ թուինը. այսինքն, բազմապատկելով թիւը միութեան յարաբերութեան վրայ։

128. *Անդրադարձումն։* Դիցուք $^3/_4$ արշինը հարկաւոր է դարձնել վերստեր, այսինքն հարկաւոր է իմանալ, թէ $^3/_4$ արշինը վերստի որ մասն է կազմում։ Դրա համար արշինները նախ պիտի դարձնենք սաժէններ և ապա ստացած սաժէնները՝ վերստեր։

$^3/_4$ արշինը անդրադարձնել սաժէններ նշանակում է՝ իմանալ թէ սաժէնի, կամ 3 արշինի որ մասն է կազմում $^3/_4$ արշինը. ուրիշ խօսքով. որ կոտորակի վրայ պիտի բազմապատկենք 3-ը, որ ստանանք $^3/_4$։ Այդ մենք իմանում ենք բաժանման գործողութեամբ.

$$\frac{3}{4}:3=\frac{1}{4}$$

Ուրեմն, $^3/_4$ արշինը անում է $^1/_4$ սաժէն։

$^1/_4$ սաժէնը դարձնենք վերստեր, այսինքն իմանանք թէ $^1/_4$ սաժէնը վերստի, կամ 500 սաժէնի որ մասն է կազմում և կամ, որ կոտորակը պիտի բազմապատկենք 500-ով, որ ստանանք $^1/_4$։ Այդ մենք իմանում ենք բաժանման գործողութեամբ.

$$\frac{1}{4}:500=\frac{1}{2000}$$

Ուրեմն $^1/_4$ սաժէնը անում է $\frac{1}{2000}$ վերստ։

Այս օրինակից մենք տեսնում ենք, որ կոտորակային անուանական թուերի անդրադարձումը կատարւում է այն ձևով, ինչպէս և ամբողջ թուերինը, այսինքն բաժանելով թիւը միութեան յարաբերութեան վրայ։

Խնդիր 1։ $^7/_{800}$ վերստը դարձնել բարդ անուանական թիւ։

Այդ նշանակում է. քանի սաժէն, արշին և այլն ունի $^7/_{800}$ վերստը։ Մենք այդ իմանում ենք վերածման գործողութեամբ։

$\frac{7}{800}$ վերստը վերածենք սաժ. $\frac{7}{800}\times500=\frac{35}{8}=4\frac{3}{8}$ (ս.)

Մի կողմ թողնելով 4 սաժէնը, վերածենք·

$^3/_8$ սաժ. արշիններ· $^3/_8\times3=^9/_8=1^1/_8$ (արշ.)։

Մի կողմը թողնելով 1 արշինը, վերածենք·

$^1/_8$ արշ. վերշոկներ. $^1/_8\times16=2$ (վերշոկ)։

Ուրեմն, $^7/_{800}$ վերստը$=4$ սաժ. 1 արշ. 2 վերշոկի։

Խնդիր. 2. Օրուայ ո՞ր մասն է կազմում 3 ժամ. $7^5/_8$ րոպէն։

Այս խնդիրը կարելի է լուծել անդրադարձմամբ.

$7^5/_8$ րոպէն անդրադարձնենք ժամեր.

$$\frac{61}{8}:60=\frac{61}{480} \text{ ժամ։}$$

Աւելացնենք 3 ժամը. $\frac{61}{480}+3=\frac{1501}{480}$ (ժամ)։

$\frac{1501}{480}$ ժամը դարձնենք օրեր. $\frac{1501}{480}:24=\frac{1501}{11520}$ (օր)։

129. Կոտորակային անուանական թուերի գումարումը, հանումը, բազմապատկումը և բաժանումը կատարում են երկու կերպ, 1) կամ տուած բոլոր անուանական թուերը դարձնում են միևնոյն անուան չափեր և վարւում են նրանց հետ ինչպէս վերացական կոտորակների հետ, 2) և կամ, դարձնելով բոլոր թուերը բարդ անուանական թուեր— վարւում են նրանց հետ ինչպէս ամբողջ թուերի հետ։ Օրինակ.

1) Գումարել. $^3/_7$ վերստ $+2$ վ. $15^3/_4$ սաժ. $+101$ ս. 1 արշ. $2^1/_2$ վերշոկ։

$^3/_7$ վերստը դարձնենք բարդ անուանական թիւ։

$\frac{3}{7}\times500=\frac{1500}{7}=214\frac{2}{7}$ (սաժ.), $\frac{2}{7}$ սաժ.$\times 3=\frac{6}{7}$ (արշ)

$$\frac{6}{7}\times16=\frac{96}{7}=13\frac{5}{7} \text{ (վերշոկ)։}$$

Ուրեմն, $^3/_7$ վ.=214 սաժ. $13^5/_7$ վերշ.։

$^3/_4$ սաժ. դարձնենք բարդ անուանական թիւ։

$^3/_4\times3={}^9/_4=2^1/_4$ (արշ.), $^1/_4\times16=4$ (վերշ.)։

Ուրեմն $15^3/_4$ սաժ.=15 սաժ. 2 արշ. 4 վերշոկ։

Այժմ գումարենք, ինչպէս գումարում էինք ամբողջ անուանական թուերը.

		214 սաժ.	....	$13^5/_7$ վերշ.
+	2 վերստ	15 »	2 արշ. ..	4 »
		101 »	1 »	$2^1/_2$ »
	2 վերստ	330 սաժէն	3 արշին .	$20^3/_{14}$ վերշոկ։
	2 վերստ	331 սաժէն	1 արշին .	$4^3/_{14}$ վերշոկ։

Կարելի էր բոլոր տուած թուերը դարձնել վերշոկներ կամ միևնոյն անուան ուրիշ չափեր և գումարել վերացական կոտորակների նման։ Գումարումից ստացած պարզ անուանական թիւը կարելի է, ըստ կարևորութեան, դարձնել բարդ անուանական թիւ։

2) Բազմապատկել 4 փութ $6^2/_3$ գրվանքան $^4/_7$-ով։

$^4/_7$-ով բազմապատկելու համար, պիտի բազմապատկել 4-ով և բաժանել 7-ի վրայ։

4 փ. $6^2/_3$ գրվ.

$\times 4$

16 փ. $26^2/_3$ գրվ. | 7

2 փ. $\frac{320}{21}$գ. =2 փ. $15^5/_{21}$ գ.

14

2

$\times 40$

80

$+26^2/_3$

$106^2/_3=\frac{320}{3}$

3. Բաժանել 2 օղմա $12^1/_2$ դաստան $2^5/_8$ դաստի վրայ։

Տուած երկու թիւն էլ դարձնենք դաստաներ.

$2 \times 20 = 40$ (դաստ.), $40 + 12^1/_2 = 52^1/_2$ (դաստ.)։

$$52^1/_2 : 2^2/_5 = \frac{105}{2} : \frac{21}{8} = \frac{105.8}{21.2} = 20 \text{ (անգամ)}:$$

4. Բաժանել 5 տակ. $7^3/_4$ վեդրօն $^2/_3$-ի վրա։

$^2/_3$-ի վրայ բաժանելու համար պէտք է բազմապատկել 3-ով և բաժանել 2-ի վրայ։

5 տակ. $7^3/_4$ վեդ.

$\times 3$

15 տակ. $23^1/_4$ վեդ. | 2

7 տակ. $\frac{253}{8}$ վեդ. $= 7$ տ. $31^5/_8$ վեդ.

1

$\times 40$

40

$+ 23^1/_4$

$63^1/_4 = \frac{253}{4}$

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳԼԽԱՒՈՐ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

130. *Տասնորդական մասեր։* Այն մասերը, որ մենք ստանում ենք միութիւնը 10, 100, 1000 և այլն բաժին անելուց, այսինքն.

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000} \text{ և այլն}$$

կոչւում են տասնորդական մասեր։ Երկու տարբեր տասնորդական մասերից մեծը կոչւում է բարձր դասակարգի տասնորդական մաս, իսկ փոքրը՝ ցածր դասակարգի տասնորդական մաս։ Ամեն մի տասնորդական մաս պարունակում է իւր մէջ իրենից ցածր դասակարգի 10 հատ տասնորդական մաս։ Այսպէս օր.

$$\frac{1}{10}=\frac{10}{100},\ \frac{1}{100}=\frac{10}{1000},\ \frac{1}{1000}=\frac{10}{10000},$$ և այլն։

Այն թիւը, որ բաղկացած է տասնորդական մասերից և ամբողջից, (եթէ կայ) կոչւում է տասնորդական կոտորակ։ Այդ տեսակ կոտորակները, ինչպէս շուտով կտեսնենք, կարելի է գրել առանց յայտարարի, ուստի և տասնորդական կոտորակներով գործողութիւններ կատարելը աւելի հեշտ է, քան հասարակ կոտորակներով։

131. *Տասնորդական կոտորակները առանց յայտարարների գրելը։* Երկու թուանշանով արտայայտուած ամբողջ թուի աջակողմեան թուանշանը միշտ արտայայտում է միաւորներ, որոնք տասն անգամ փոքր են ձախ կողմի թուանշանից։ Պայմանաւորուել են տեղերի այդ նշանակութիւնը պահպանել և այն թուանշանների վերաբերմամբ, որոք կարող են գրուած լինել հասարակ միաւորներից դէպի աջ։ Օրինակ՝

63,48259....

Այս արտայայտութեան մէջ 3 թուանշանը արտայայտում է հասարակ միաւորներ։ Այս դէպքում 4 թուանշանը արտայայտում է 10 անգամ աւելի փոքր միութիւններ, այսինքն տասնորդական մասեր, 8-ը արտայայտում է հարիւրերորդական մասեր, 2-ը՝ հազարհազարերորդական, 5-ը՝ տասհազարերորդական, 9-ը՝ հարիւրերորդական և այլն։ Տեղերի նշանակութիւնների վերաբերմամբ չսխալուելու համար պայմանաւորուել են ամբողջ թիւը ստորակէտով բաժանել տասնորդական մասերից։ Պակասող մասերի, ինչպէս նաև ամբողջի տեղ, երբ նա չկայ, գրում են զրոներ։ Օրինակ. 0,0203 նշանակում է 2 հարիւրերորդական, 3 տասհազարերորդական։

Ստորակէտից դէպի աջ գրուած թուանշանները կոչւում են տասնորդական նշաններ։

Տասնորդական կոտորակի աջ եւ ձախ կողմից աւելացրած զրօները չեն փոխում նրա մեծութիւնը։

Հետեւեալ թուերից իւրաքանչիւրը՝

7,05   7,0500   007,05

պարունակում է իր մէջ միայն 7 ամբողջ և 5 հարիւրերորդական մասը, ուրեմն այդ թուերը արտայայտում են միենոյն մեծութիւնը։

132. *Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակի ձեւով արտայայտելը։* Դիցուք 0,0837 տասնորդական կոտորակը հարկաւոր է գրել հասարակ կոտորակի ձեւով, այսինքն, արտայայտել այն համարիչի և յայտարարի օգնութեամբ։ Դրա համար 8 հարիւրերորդականը դարձնում ենք հազարերորդականներ։ 1 հարիւրերորդականը = 10 հազարերորդականին, ուրեմն 8 հարիւրերորդականը հաւասար կլինի 80 հազարերորդականին։ Աւելացնելով նրան 3 հազարերորդական, կստանանք 83 հազարերորդական։ Այժմ 83 հազարերորդականը դարձնենք տասհազարերորդականներ. 83 հազարերորդականը = 830 տասհազարերորդականին։ Աւելացնելով դրան 7 տասհազարերորդական կստանանք 837 տասհազարերորդական։ Ուրեմն

$$0,0837=\frac{837}{10000}$$

Նոյն ձեւով կիմանանք, որ

$$0,00035=\frac{35}{100000}\overset{5}{=}\frac{7}{20000};\quad 3,053=3\frac{53}{1000}=\frac{3053}{1000}.$$

Կանոն. Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է դէն ձգել ստորակէտը և դրանից յետոյ ստացած թիւը գրել որպէս համարիչ, իսկ յայտարարում գրել 1 այնքան զրօներով, որքան տասնորդական նշաններ կան տասնորդական կոտորակի մէջ։ Ստացած կոտորակը, եթէ կրճատւում է, պիտի կրճատել։

Ընդհակառակ. կոտորակը, որի յայտարարն է 1 զրօներով—առանց յայտարարի արտայայտելու համար (տասնորդական դարձնելու համար), գրում են նրա համարիչը և աջ կողմից ստորակէտով բաժանում են այնքան թուանշան, որքան զրօ որ ունի նրա յայտարարը։

133. **Առանց յայտարարի գրած տասնորդական կոտորակի կարդալը։** Նախ կարդում են ամբողջ թիւը, (իսկ երբ ամբողջ չկայ, ասում են զրօ ամբողջ), յետոյ ամբողջ թուի նման կարդում են ստորակէտից յետոյ գրուած թիւը, աւելացնելով այն մասերի անունը, որով վերջանում է կոտորակը։ Օր. 0,000378 պիտի կարդալ. 0 ամբողջ 378 հարիւրհազարերորդական։

134. **Տասնորդական կոտորակների համեմատութիւնը։** Դիցուք կամենում ենք համեմատել 0,735 և 0,73459987 կոտորակները։ Դրա համար առաջին կոտորակին աւելացնենք այնքան զրօ, որ երկու կոտորակների տասնորդական նշանների թիւը հաւասարուի, կստանանք.

0,7350000 0,7349987

Այժմ մենք տեսնում ենք, որ առաջին կոտորակը ունի 735 տասմիլիօներորդական մասեր, իսկ երկրորդը 7349987 տասմիլիօներորդական մասեր, (այսինքն, մենք երկու կոտորակները մի ընդհանուր յայտարարի բերինք)։ Այսպէս, տեսնում ենք, որ առաջին կոտորակը մեծ է երկրորդից։

135. **Ստորակէտի տեղը փոխելուց ինչպէս է փոփոխւում կոտորակը։** 3,274 կոտորակի ստորակէտը տեղափոխենք մի թուանշան դէպի աջ. կստանանք 32,74։ Առաջին կոտորակի մէջ 3 թուանշանը արտայայտում է հասարակ միաւորներ, իսկ երկրորդ կոտորակի մէջ՝ տասնաւորներ։ Ուրեմն նրա նշանակութիւնը մեծացաւ 10 անգամ։ Առաջին կոտորակի մէջ 2 թուանշանը արտայայտում է տասնորդական մասեր, իսկ երկրորդի մէջ՝ հասարակ միաւորներ։ Հետեւապէս նրա նշանակութիւնն էլ մեծացաւ 10 անգամ։ Նոյն ձեւով տեսնում ենք, որ միւս թուանշանների նշանակութիւնն էլ մեծացել է 10 անգամ։ Սրանից հետեւում է, որ ստորակէտը մի թուանշան դէպի աջ տանելով, կոտորակը մեծանում է 10 անգամ։ Ուրեմն երկու թուանշան աջ տանելով, նա կմեծանայ 100 անգամ, 3 թուանշան աջ տանելով, կմեծանայ 1000 անգամ և այլն։

Ընդհակառակ. ստորակէտը մի թուանշան ձախ տեղափոխելով կոտորակը կփոքրանայ 10 անգամ, երկու թուանշան ձախ՝ կփոքրանայ 100 անգամ, երեք թուանշան ձախ՝ 1000 անգամ և այլն։

136 Դիցուք 0,02 կոտորակը պիտի մեծացնել 10000 անգամ։ Դրա համար նրա ստորակէտը պիտի տեղափոխենք չորս թուանշան դէպի աջ։ Բայց մեզ տուած կոտորակը ունի միայն երկու տասնորդական նշան։ 4 թուանշան տանելու համար նրա աջ կողմից աւելացնենք երկու զրօ, որով կոտորակի մեծութիւնը չի փոխուի։ Յետոյ ստորակէտը տանելով թուի վերջը, կստանանք 0200 կամ ուղղակի 200 ամբողջ։

Դիցուք նոյն կոտորակը հարկաւոր է փոքրացնել 100 անգամ։ Դրա համար նրա ստորակէտը պիտի տեղափոխենք 2 թուանշան դէպի ձախ։ Բայց մեր կոտորակը ստորակէտից դէպի ձախ ունի միայն մի թուանշան. երկու թուանշան ունենալու համար հարկաւոր է ձախ կողմից աւելացնել երկու զրօ (մէկը ամբողջի համար), որով կոտորակի մեծութիւնը չի փոխուի։ Այս ստորակէտը երկու թուանշան դէպի ձախ տանելով կստանանք 0,0002

Ամէն մի թուի վրայ կարելի է նայել որպէս տասնորդական կոտորակի վրայ, որը ստորակէտից դէպի աջ ունի այնքան զրօ, որքան կամենում ենք։ Այդ պատճառով նոյն ձևով, ինչպէս տասնորդական կոտորակը, կարող ենք մեծացնել և փոքրացնել և ամբողջ թիւը։ Օրինակ. եթէ 567,000 ամբողջը փոքրացնենք 100 անգամ, կստանանք 5,67։

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՆԵՐ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՎ

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ

137. *Տասնորդական կոտորակների գումարումը կատարւում է նոյն ձևով, ինչպէս ամբողջ թուերի գումարումը։* Դիցուք հարկաւոր է գումարել. 2,078+0,75+ +13,5602։ Այդ կոտորակները գրենք իրար տակ այնպէս, որ ամբողջները գրուած լինեն ամբողջների տակ, տասնորդական մասերը՝ տասնորդական մասերի, հարիւրերորդական մասերը՝ հարիւրերորդականների և այլն տակ։

$$\begin{array}{r} 2,078 \\ +0,75 \\ 13,5602 \\ \hline 16,3882 \end{array}$$

Գումարումը սկսում ենք ամենափոքր մասերից։ Տասհազարերորդական մասերի գումարումից կստանանք 2. գրում ենք այդ թուանշանը գծի տակ։ Հազարերորդական մասերի գումարումից կստանանք 8. գծի տակ գրում ենք 8։ Հարիւրերորդական մասերի գումարումից կստանանք 18. 18 հարիւրերորդականը բաղկացած է 10 հարիւրերորդականից և 8 հարիւրերորդականից։ Տասը հարիւրերորդականը անում է մի տասնորդական։ Այդ պահում ենք մտքներումս, որ ավելացնենք գումարելիների տասնորդական մասերին, իսկ 8 հարյուրերորդականը գրում ենք գծի տակ։ Այսպես շարունակում ենք գումարել մինչև վերջը։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄԸ

138. *Տասնորդական կոտորակների հանումը կատարվում է նույն ձևով ինչպես ամբողջ թվերի հանումը։*

Դիցուք 5,709-ից հարկաւոր է հանել 0,30785։ Նուազելու տակ գրենք հանելին այնպես, որ միևնույն դասակարգի միաւորները գրուած լինեն իրար տակ։

$$\begin{array}{r} 5{,}709 \\ -\,0{,}30785 \\ \hline 5{,}40115 \end{array}$$

Հանելու վերջին երկու թուանշանը հանելու համար 9 հազարերորդականից վերցնում ենք 1 հազարերորդական դարձնում ենք տասհազարերորդական մասեր, կստանանք 10 տասհազարերորդական։ Տասը տասհազարերորդականից կվերցնենք 1 տասհազարերորդական և կդարձնենք հարյուրհազարերորդական։ Այժմ փոխանակ 10 տասհազարերորդականի կունենանք 9 տասհազարերորդական և 10 հարյուրհազարերորդական։ Ուրեմն հանելու 5 թուանշանը պիտի հանենք 10-ից, 8-ը՝ 9-ից և 7-ը՝ 8-ից։

Նույն ձևով պիտի վարուենք, երբ հարկաւոր է լինում ամբողջից հանել տասնորդական կոտորակ։ Օրինակ.

$$\begin{array}{r} 3 \\ -\,1{,}873 \\ \hline 1{,}127 \end{array}$$

3-ից վերցնում ենք 1 և դարձնում ենք տասնորդական մասեր։ Այդ տասնորդական մասերից վերցնում ենք 1 և դարձնում ենք հարյուրերորդական մասեր, հարյուրերորդականներից վերցնում ենք 1 և դարձնում ենք հազարերորդականներ։ Այսպիսով փոխանակ 3 ամբողջի կստանանք՝ 2 ամբողջ 9 տասնորդական, 9 հարյուրերորդական և 10 հազարերորդական։ Ուրեմն հանելու 3 թուանշանը պիտի հանենք 10-ից, 7 և 8 թուանշանները՝ 9-ից, իսկ 1 թուանշանը՝ 2-ից։

Կանոն. Տասնորդական կոտորակը ամբողջից և կամ ուրիշ տասնորդական կոտորակից հանելու համար, որի տասնորդական նշանները քիչ են, պէտք է հանելու վերջին տասնորդական թուանշանը հանել 10-ից, իսկ մնացած տասնորդական թուանշանները, որոնք գրուած են նուազելուց դէպի ա՛ջ հանել 9-ից.

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ

139. Տասնորդական կոտորակների բազմապատկութեան ժամանակ առանձնապէս ուշադրութիւն պիտի դարձնել երկու դիպուածի վրայ. առաջին՝ երբ բազմապատկիչներից մէկը է ամբողջ թիւ և երկրորդը երբ՝ երկու բազմապատկիչն էլ կոտորակներ են.

Ա ռ ա ջ ի ն   դ ի պ ո ւ ա ծ. Բազմապատկել 3,085-ը 23-ի վրայ.

Եթէ այս տասնորդական կոտորակը դարձնենք հասարակ կոտորակ և այն բազմապատկենք 23-ով, կստանանք.

$$\frac{3085}{1000}\times 23=\frac{3085\times 23}{1000}=\frac{70955}{1000}=70,955$$

այսինքն, մենք 3085-ը կբազմապատկենք 23-ով և ստացած արտադրեալը կբաժանենք 1000-ի վրայ, որի համար բաւական է տուած տասնորդական կոտորակը բազմապատկել 23-ով և աջ կողմից ստորակէտով անջատել երեք թուանշան. Այդ նկատի առնելով, մենք տասնորդական կոտորակի բազմապատկման գործողութիւնը կարող ենք կատարել հետևեալ կերպով.

$$\begin{array}{r} 3085 \\ \times 23 \\ \hline 9\,255 \\ 61\,70 \\ \hline 70,955 \end{array}$$

Կանոն. Տասնորդական կոտորակը ամբողջ թուի վրայ (կամ ընդհակառակը) բազմապատկելու համար պէտք է, առանց ուշադրութիւն դարձնելու ստորակէտի վրայ, կատարել բազմապատկման գործողութիւնը, ինչպէս բազմապատկում ենք ամբողջ թուերը և արտադրեալում, աջ կողմից, ստորակէտով անջատել այնքան տասնորդական թուանշաններ, որքան տասնորդական նշան ունի բազմապատկելին (կամ բազմապատկիչը)։

Դ ի պ ո ւ ա ծ   ե ր կ ր ո ր դ։ Բազմապատկել 8,375-ը 2,56-ի վրայ։

Եթէ տասնորդական կոտորակները դարձնելու լինենք հասարակ կոտորակ, կստանանք՝

$$\frac{8375}{1000}\times\frac{256}{100}=\frac{8375\times256}{1000\times100}=\frac{2144000}{100000}=21,44000=21,44$$

Այդ նկատի առնելով բազմապատկման գործողութիւնը մենք կարող ենք կատարել հետևեալ ձևով.

$$\begin{array}{r} 8,375 \\ \times 2,56 \\ \hline 50250 \\ 41875 \\ 16750 \\ \hline 21,44000 \end{array}$$

Կանոն. Տասնորդական կոտորակը տասնորդական կոտորակի վրայ բազմապատկելու համար, առանց ուշադրութիւն դարձնելու ստորակէտների վրայ—պէտք կատարել բազմապատկման գործողութիւնը—ինչպէս բազմապատկում ենք ամբողջ թուերը և արտադրեալում, աջ կողմից, ստորակէտով բաժանել այնքան տասնորդական նշաններ—որքան տասնորդական նշան որ կայ բազմապատկելում և բազմապատկիչում միասին։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

140. Տասնորդական կոտորակների բաժանման ժամանակ պէտք է առանձնապէս ուշադրութիւն դարձնել երկու դիպուածի վրայ։ Առաջին, երբ բաժանարարն է ամբողջ թիւ, երկրորդ՝ երբ բաժանարարն է տասնորդական կոտորակ։

Առաջին դիպուած։ Դիցուք 39,47-ը պիտի բաժանել 8-ի վրայ։ Այդ մենք կարող ենք բաժանել, ինչպէս բաժանում ենք ամբողջ թուերը, այսինքն՝

39,47	8
74	4,93375
27	
30	
60	
40	
0	

Բաժանելով 39 ամբողջը 8-ի վրայ, քանորդում կստանանք 4 ամբողջ և մնացորդ 7 ամբողջ։ Մնացորդը դարձնենք տասնորդական մասեր և ցած բերենք բաժանելու 4 տասնորդականը. կստանանք 74 տասնորդական։ Բաժանելով 74 տասնորդականը 8-ի վրայ, քանորդում կստանանք 9 տասնորդական և մնացորդ՝ 2 տասնորդական։ Մնացորդը դարձնենք հարիւրերորդական մասեր և ցած բերենք բաժանելու 7 հարիւրերորդականը· կստանանք 27 հարիւրերորդական։ Բաժանելով այդ 8-ի վրայ, քանորդում կստանանք 3 հարիւրերորդական և մնացորդ՝ 3 հարիւրերորդական։

Ասենք թէ մենք այստեղ ընդհատեցինք գործողութիւնը։ Այդ դէպքում քանորդում կստանանք 4,93, որ կլինի մօտաւոր քանորդ։ Սրա և իսկական քանորդի տարբերութիւնը իմանալու համար—համեմատենք սրան նրա (իսկական քանորդի) հետ։ Իսկական քանորդը ստանալու համար պիտի 4,93 թուին աւելացնենք այն կոտորակը, որ կստացուի մնացորդը (3 հարիւրերորդականը) 8-ի վրայ բաժանումից։ Եթէ 3 ամբողջը բաժանելու լինենք 8-ի վրայ կստանանք ամբողջի $^{3}/_{8}$-ը. 3 հարիւրերորդականը բաժանելով 8-ի վրայ, կստանանք $^{3}/_{8}$ հարիւրերորդական։ Ուրեմն իսկական քանորդը հաւասար է $4,93+{}^{3}/_{8}$ հարիւրերորդականի գումարին։ $^{3}/_{8}$ հարիւրերորդականը դէն ձգելով մենք սխալ գործած կլինենք մի հարիւրերորդականից պակաս (որովհետև $^{3}/_{8}$ հարիւրերորդականը քիչ է ամբողջ հարիւրերորդականից)։

Այդ պատճառով ասում ենք, որ 4,93 քանորդը է մոտաւոր քանորդ ճշտութեամբ մինչև 1/100-ը։

Եթէ մենք շարունակելու լինենք գործողութիւնը— մնացորդները դարձնելով աւելի և աւելի փոքր տասնորդական մասեր, կստանանք մոտաւոր քանորդներ աւելի մեծ ճշտութեամբ։ Այսպէս, եթէ 3 հարիւրերորդականը դարձնելու լինենք հազարերորդական մասեր և 30 հազարերորդականը բաժանենք 8-ի վրայ, կստանանք 4,933 մոտաւոր քանորդը, որի մէջ սխալը 1/1000-ից քիչ կլինի։

Էլի շարունակելով բաժանումը՝ մենք երբեմն կարող ենք հասնել 0 մնացորդին (ինչպէս մեր օրինակում), այս դէպքում մենք կստանանք իսկական քանորդ։ Հակառակ դէպքում, պիտի բաւականանանք մոտաւոր քանորդով — սխալը փոքրացնելով — որքան և կամենանք։ Եթէ կամենում ենք ստանալ քանորդ, ճշտութեամբ մէկ միլիոներորդականի, ապա բաժանումը պիտի ընդհատենք այն ժամանակ, երբ քանորդում ստանանք միլիոներորդական մասերի թուանշան։

Նոյն ձևով ենք վարւում ամբողջ թիւը ամբողջի վրայ բաժանելիս, երբ քանորդում կամենում ենք ստանալ տասնորդական կոտորակ։

30	7
20	4,2857...
60	
40	
50	
1	

Օրինակ 30-ը բաժանելով 7-ի վրայ և գործողութիւնը ընդհատելով տասհազարերորդական թուանշանի մօտ կստանանք 4,2857, որ է քանորդ ճշտութեամբ մինչև 1/10000-ի։

141. Երկրորդ դիպուած, երբ բաժանարարը է տասնորդական կոտորակ։

Այս դիպուածը նմանացնում ենք առաջինին հետևեալ կերպով։ Դիցուք պիտի բաժանենք 3,753-ը 0,85-ի վրայ։

Որև է թիւ $^{85}/_{100}$-ի վրայ բաժանելու համար պէտք է այդ թիւը բազմապատկել 100-ով և ստացած արտադրեալը բաժանել 85-ի վրայ: Բաժանելին բազմապատկելով 100-ով, կստանանք 375,3: Այժմ մնում է այդ թիւը բաժանել 85-ի վրայ.

$$375,3:85=4,415...$$

Նոյն ձևով պիտի վարուինք, երբ ամբողջը բաժանում ենք տասնորդական կոտորակի վրայ:

$$7:0,325=7000:325=21,538..$$

Կանոն: Տասնորդական կոտորակի վրայ բաժանելու համար, պիտի դէն ձգել բաժանարարի ստորակէտը և բաժանելին շատացնելով այնքան անգամ, որքան անգամ շատացրել ենք բաժանարարը՝ վարուենք ամբողջ թուերի բաժանման կանոնի համեմատ:

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿԸ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԴԱՐՁՆԵԼԸ

142. Տասնորդական կոտորակներով գործողութիւններ կատարելը աւելի հեշտ է, քան հասարակ կոտորակներով, ուստի յաճախ յարմար է լինում հասարակ կոտորակների տեղ վերցնել տասնորդական կոտորակներ: Այժմ տեսնենք, թէ հասարակ կոտորակը ինչպէս են դարձնում տասնորդական կոտորակ:

Դիցուք $^{23}/_{8}$ կոտորակը հարկաւոր է դարձնել տասնորդական, այսինքն հարկաւոր է իմանալ, թէ $^{23}/_{8}$ կոտորակը քանի ամբողջ, քանի տասնորդական, քանի հարիւրերորդական և այլն մաս է պարունակում իւր մէջ: Դրա համար մենք աչքի առաջ պիտի ունենանք, որ $^{23}/_{8}$ կոտորակը է 23 միաւորի 8-երորդ մասը: Այդ պատճառով իմանալու համար թէ $^{23}/_{8}$ կոտորակը քանի ամբողջ է պարունակում իւր մէջ,պէտք է 23-ը բաժանենք 8 հաւասար մասի։ Կստանանք 2 ամբողջ և 7 մնացորդ։ Իմանալու համար թէ քանորդում քանի տասնորդական մաս կլինի—պէտք է 7 ամբողջը դարձնենք տասնորդական մասեր, (դրա համար 7-ին պիտի աւելացնենք մէկ զրօ) և 7-ը բաժանենք 8-ի վրայ։ Կստանանք 8 տասնորդական և մնացորդում՝ 6 տասնորդական։ Իմանալու համար թէ քանորդում քանի հարիւրերորդական մաս կլինի—6 տասնորդականը պիտի դարձնենք հարիւրերորդական մասեր (6 ին աւելացնենք մէկ 0) և 60-ը բաժանենք 8 հաւասար մասի։ Կստանանք 7 հարիւրերորդական և մնացորդում 4 հարիւրերորդական։ Այսպէս շարունակելով կգտնենք, որ $^{23}/_{8}=2{,}875$։

143. Վերցրած օրինակում համարիչը շարունակ բաժանելով յայտարարի վրայ, մենք հասանք 0 մնացորդի—և քանորդում ստացանք մի տասնորդական կոտորակ, որ ճշտութեամբ հաւասար է տուած հասարակ կոտորակին։ Բայց միշտ այդպէս չի լինում։ Կարող է պատահել, որ ինչքան և շարունակելու լինենք բաժանումը, երբէք զրօ մնացորդի չհասնենք։ Այդ դէպքում տուած հասարակ կոտորակը չի կարելի դարձնել իսկական տասնորդական—բայց կարելի է դարձնել մօտաւոր տասնորդական կոտորակ, որը իսկականից կտարբերուի այնքանով քիչ, որքան կամենանք։ Դիցուք $^{3}/_{14}$ հասարակ կոտորակը պիտի դարձնենք տասնորդական կոտորակ ու գործողութիւնը պիտի դադարեցրինք երբ քանորդում ստացանք 0,214 և մնացորդ 4 հազարերորդական։ Այս քանորդը, այսինքն 0,214-ը տարբերւում է $^{3}/_{14}$-ից աւելի պակաս քան 1 հազարերորդական մասով, որովհետև մենք քանորդից դէն ենք ձգում այն, ինչ որ պիտի ստացուէր 4 հազարերորդականը 14-ի վրա բաժանելուց, որ ինչ ասել կուզի, մի հազարերորդականից պակաս կլինի։ Եթէ բաժանումը

```
 30 | 14
 28   0,214...
 ---
  20
  13
  ---
  60
  56
  ---
   4
```

դադարացնելու լինեինք, այն ժամանակ, երբ քանորդի վերջին թուանշանը արտայայտում է հարյուրերորդական մասեր, այդ դէպքում սխալը կլիներ մէկ հարյուրերորդականից պակաս։ Ընդհանրապէս սխալը պակաս է լինում այն դասակարգի մի մասից — որով վերջանում է քանորդում ստացած տասնորդական կոտորակը։

144. *Ո՞ր կոտորակն է դառնում ճիշտ և ո՞րը մոտավոր տասնորդական կոտորակ։* Այս հարցին պատասխանելու համար վերցնենք երկու օրինակ. 7/20 և 3/14։ Այս կոտորակները տասնորդական դարձնելիս — համարիչը բաժանում ենք հայտարարի վրայ և ամեն մի մնացորդին աւելացնում ենք մի մի զերո։ Մնացորդին մի մի զրո աւելացնել այդ նոյնն է — եթէ մենք բաժանելուն (այսինքն համարչին) միանգամից աւելացնենք մի քանի զրո։ Ուստի մեր վերցրած կոտորակները տասնորդական դարձնելիս, մենք միայն այն դէպքում կհասնենք 0 մնացորդին, երբ նրանց համարիչներին աւելացնելով մի քանի զրո, ստանանք այնպիսի թուեր, որոնք առանց մնացորդի բաժանւում են իրենց հայտարարների վրայ։ Ուրեմն հարցը նրանումն է թէ՝

70000.... և 30000....

Թուերից առաջինը կբաժանուի արդեօք 20-ի վրայ, իսկ երկրորդը՝ 14-ի վրայ առանց մնացորդի, թէ ոչ։ Այս թուերը կարելի է գրել հետեւեալ կերպով.

7.10.10.10 և 3.10.10.10

կամ 7.2.5.2.5.2.5 ... և 3.2.5.2.5.2.5. ...

Որպէսզի այդ թուերը բաժանուեն հայտարարների վրայ, հարկաւոր է, որ սրանք պարունակեն իրենց մէջ հայտարարի բոլոր պարզ բազմապատկիչները։ 20 հայտարարը (20=2.2.5) պարունակում է իր մէջ միայն 2 և 5 բազմապատկիչներ։ Այդ բազմապատկիչները մտնում են 7.2.5.2.5.2.5... բազտապատկիչների շարքում, ուրեմն եւ այդ թիւը կբաժանուի 20-ի վրայ առանց մնացորդի, բայց միայն այն դէպքում, երբ 7-ին աւելացնենք 2 զրօ.)։ 14 յայտարարը(2.7) պարունակում է իւր մէջ ի միջի այլոց և 7 բազմապատկիչը։ Այդ բազմապատկիչը չի մտնում 3.2.5.2.5.2.5... բազմապատկիչների շարքում, ուստի և, այդ թիւը երբեք չի կարող բաժանուել 14-ի վրայ առանց մնացորդի։ Այսպիսով $^7/_{20}$ կոտորակը կդառնայ իսկական տասնորդական կոտորակ, իսկ $^3/_{14}$՝ միայն մօտաւոր տասնորդական կոտորակ.

$$\begin{array}{r|l} 70 & 20 \\ \cline{2-2} 60 & 0,35 \\ \hline 100 & \\ 100 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 30 & 14 \\ \cline{2-2} 28 & 0,214... \\ \hline 20 & \\ 14 & \\ \hline 60 & \\ 56 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Նոյն ձեւով կարելի է ասել, որ $^4/_{125}$ կոտորակը կը դառնայ իսկական տասնորդական, որովհետեւ նրա յայտարար կազմող բոլոր բազմապատկիչները (125=5.5.5) կրճատւում են համարչի հետ, երբ նրան (համարչին) աւելացնում ենք 3 զրօ. (4000=4.10.10.10=4.2.5.2.5.2.5)։ $^{15}/_{24}$ կոտորակը նոյնպէս կդառնայ իսկական տասնորդական կոտորակ, որովհետեւ, թէպէտ և նրա յայտարարի բազմապատկիչների թւում կայ 3 բազմապատկիչը, բայց այդ երեքը կրճատւում է համարչի 15 թուանշանի հետ ($^{15}/_{24}={}^5/_8$)։ $^8/_{13}$ կոտորակը չի կարելի դարձնել ճիշտ տասնորդական կոտորակ, այլ միայն մօտաւոր, որովհետև 13 պարզ թիւը չի կրճատւում ոչ համարչի 8 թուանշանի հետ և ոչ էլ 2.5 բազմապատկիչների հետ, որոնց վրայ պիտի բազմապատկենք համարչի 8 թուանշանը, երբ նրան կաւելացնենք զրօներ։

Այս բոլորից հետևում է որ՝

1) Եթէ հասարակ կոտորակի յայտարարը, բացի 2 եւ 5 բազմապատկիչներից, չի պարունակում իր մէջ եւ ուրիշ բազմապատկիչներ, ապա այդպիսի կոտորակը դառնում է ճիշտ տասնորդական կոտորակ։

2) Եթէ հասարակ կոտորակի յայտարարը բացի 2 եւ 5 բազմապատկիչներից—ունի իր մէջ եւ ուրիշ բազմապատկիչներ, որոնք չեն կրճատւում համարիչի հետ, ապա այդպիսի կոտորակը չի կարող դառնալ ճիշտ տասնորդական կոտորակ։

145. *Վերջացող եւ անվերջ տասնորդական կոտորակներ։* Այն տասնորդական կոտորակը, որի տասնորդական նշանները կարող են լինել անսահման շատ, կոչւում է անվերջ տասնորդական կոտորակ, իսկ որի տասնորդական նշանները որոշ են—կոչւում է վերջացող տասնորդական կոտորակ։

Կարելի է ասել, այն հասարակ կոտորակը, որ չի դառնում վերջացող տասնորդական կոտորակ—կդառնայ անվերջ տասնորդական կոտորակ։

146. *Պարբերական կոտորակներ։* Անվերջ տասնորդական կոտորակը, որի մէկ կամ մի քանի թուանշանը, անփոփոխ կերպով, կրկնւում է միեւնոյն հետեւողութեամբ, —կոչւում է պարբերական կոտորակ։ Կրկնուող թուանշանների խումբը կոչւում է պարբերութիւն։

Պարբերական կոտորակները լինում են պարզ և խառը։ Այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը սկսւում է իսկոյն ստորակէտից յետոյ, կոչւում են պարզ պարբերական կոտորակ։ Օր. 2,363636...., իսկ այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը ստորակէտից յետոյ իսկոյն չէ սկսում, կոչւում են խառը պարբերական կոտորակ, օր. 0,5232323....։ Պարբերական կոտորակները գրւում են համառօտ կերպով այսպէս.

Փոխանակ 2,36 36 36.... գրւում են 2,(36)
» 0,5 23 23 23.... » 0,5(23)

147. Հասարակ կոտորակից ստացած չվերացող տասնորդական կոտորակը պէտք է լինի պարբերական Դիցուք հարկաւոր է $^{19}/_{7}$ հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական։ Որովհետև 7 յայտարարը չի պարունակում իւր մէջ 2 և 5 բազմապատկիչներ և այդ կոտորակը չի կրճատւում, ուստի և նա կդառնայ անվերջ տասնորդական։ Մի քանի տասնորդական նշան ստանալու համար, բաժանենք 19-ը 7-ի վրայ. որովհետև բաժանումը չի կարող վերջանալ, ուստի և մենք կստանանք անվերջ զանազանակերպ մնացորդներ։ Բայց մնացորդները միշտ փոքր են բաժանարարից. ուստի զանազան մնացորդները չեն կարող լինել աւելի քան հետևեալ 6-ը. 1, 2, 3, 4, 5, 6։ Դրանից հետևում է, որ եթէ մենք բաժանումը երկար շարունակելու լինենք —մնացորդները կսկսեն կրկնուել։ Եւ իսկապէս. տեսնում ենք, որ 7-րդ մնացորդը նոյնն է, ինչ որ առաջինն էր (5)։ Բայց եթէ կրկնուել է մնացորդը, ապա նրան աւելացնելով 0, կըստանանք նոյն բաժանելին, ինչ որ առաջ էր (50). ուրեմն քանորդում կստանանք նոյն թուանշանները, ինչ որ ստացել էինք առաջ, այսինքն քանորդում կստանանք պարբերական կոտորակ։

19	7
50	2,71428571
10	
30	
20	
60	
40	
50	
10	
3	

ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ

148. Նախագիտելիք։ Տեսնենք թէ ինչպիսի պարբերական կոտորակ կստացուի այն հասարակ կոտորակից, որի համարիչն է 1, իսկ յայտարարը 9 թուանշանը մէկ կամ մի քանի անգամ կրկնուած.

$^1/_9$	$^1/_{99}$	$^1/_{999}$
$\begin{array}{r\|l} 10 & 9 \\ \hline 10 & 0{,}111\ldots \\ \overline{10} & \\ \overline{1} & \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 100 & 99 \\ \hline 100 & 0{,}010\ldots \\ \overline{1} & \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 1000 & 999 \\ \hline 1000 & 0{,}001001\ldots \\ \overline{1} & \end{array}$
$^1/_9=0{,}111\ldots$	$^1/_{99}=0{,}0101\ldots$	$^1/_{999}=0{,}(001)$։

Այս բաժանման օրինակները պարզ ցոյց են տալիս, որ այս տեսակ պարբերական կոտորակների պարբերութիւնը բաղկացած է լինում կամ 1-ից և կամ 1-ից, որի առաջ գրուած են զրոներ և որ պարբերութիւնը բաղկացած է լինում այնքան թուանշանից, որքան անգամ 9 կրկնուած է յայտարարի մէջ։

149. *Պարզ պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելը։* *Դիցուք հարկաւոր է գտնել այն հասարակ կոտորակը, որից կազմուել է 0,23 23... պարբերական կոտորակը։ Դրա համար համեմատենք այդ մի ուրիշ աւելի պարզ պարբերական կոտորակի հետ, որի պարբերութիւնը ունի նոյնքան թուանշան, բայց բաղկացած է 1-ից, որի առաջ գրուած է զրոներ։*

0,232323.... 0,010101.... Առաջին կոտորակը պարունակում է իր մէջ՝ 23 հարիւրերորդական, 23 տասհազարերորդական, 23 միլիօներորդական և այլն. երկրորդ կոտորակը պարունակում է իր մէջ՝ 1 հարիւրերորդական, 1 տասհազարերորդական, 1 միլիօներորդական և այլն։ Ուրեմն առաջին կոտորակի մէջ միևնոյն տասնորդական մասերից 23 անգամ աւելի կայ, քան երկրորդ կոտորակի մէջ։ Այսպէս ուրեմն, եթէ գոյութիւն ունի մի հասարակ կոտորակ, որից ստացուել է 0,(23) պարբերական կոտորակը, ապա այդ կոտորակը պիտի 23 անգամ աւելի լինի այն հասարակ կոտորակից, որից ծագել է 0,(01) պարբերական կոտորակը։ Իսկ 0,(01) կոտորակը, ինչպէս մենք տեսանք, ծագում է $^1/_{99}$-ից, հետեւապէս 0,(23) կոտորակը պիտի ծագած լինի $^{23}/_{99}$-ից։ Եւ իսկապէս.

$$\begin{array}{r|l} 230 & 99 \\ \cline{2-2} \underline{198} & 0,23\ldots \\ 320 & \\ \underline{297} & \\ 23 & \end{array} \qquad {}^{23}/_{99}=0,23\ 23\ 23\ldots.$$

Կանոն։ Պարզ պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, հարկաւոր է պարբերութիւնը գրել իբրեւ համարիչ, իսկ յայտարարում գրել 9 թուանշանը այնքան անգամ, որքան թուանշանից որ բաղկացած է պարբերութիւնը։

Օրինակներ. $0,(7)={}^7/_9$, $2(05)=2^5/_{99}$, $0,(063)={}^{63}/_{999}={}^7/_{111}$

150. *Խառը պարբերական կոտորակը դարձնել հասարակ կոտորակ*։ Ենթադրենք հարկաւոր է գտնել այն հասարակ կոտորակը, որից կազմուել է 0,3(52) խառը պարբերական կոտորակը։ Դրա համար կոտորակի ստորակէտը տեղափոխենք մինչեւ առաջին պարբերութիւնը։ Այդպիսով ստանում ենք 3,(52) պարզ պարբերական կոտորակը, որ առաջ է եկել $3^{52}/_{99}$ կոտորակից։ Բայց մենք ստորակէտը մի թուանշան դէպի աջ տանելով, իւրաքանչիւր թուանշան իւր նշանակութեամբ մեծացրինք 10 անգամ։ Ուրեմն $3^{52}/_{99}$ կոտորակը պիտի 10 անգամ մեծ լինի այն կոտորակից, որից առաջ է եկել 0,3(52) կոտորակը։ Ուստի իսկական կոտորակը գտնելու համար—$3^{52}/_{99}$-ը պիտի բաժանենք 10-ի վրայ։ Այսպէսով. $0,35252\ldots=3,(52):$
$:10=3^{52}/_{99}:10=\dfrac{349}{999}:10=\dfrac{349}{990}$

Եւ իսկապէս.

```
3490 | 990
2970 | 0,352
 5200
 4950
  2500
  1980
   520
```

$$\frac{349}{990}=0{,}3525252\ldots$$

Խառը պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակի դարձնելու համար յարմար կանոն սահմանելու համար ուշադրութիւն դարձնենք, թէ ինչպէս կարել է խառը թիւը բաժանել 10-ի վրայ։

Նախ խառը թիւը դարձնենք անկանոն կոտորակ։ Դրա համար 3-ը պիտի բազմապատկել 99-ով և ստացած արտադրեալին աւելացնել 52։ Բայց փոխանակ 3-ը բազմապատկելու 99-ով, մենք 3-ը կարող ենք բազմապատկել 100-ով և արտադրեալից պակասեցնել 3։ Այսպէսով.

$$3^{52}/_{99}=\frac{3.99+52}{99}=\frac{3.100-3+52}{99}$$

Փոխանակ նախ հանելու 3-ը և ապա աւելացնելու 52-ը, կարելի է նախ աւելացնել 52-ը և ապա հանել 3-ը։ Ուրեմն.

$$3^{52}/_{99}=\frac{3.100+52-3}{99}=\frac{352-3}{99}$$

Այժմ մնում է այդ կոտորակը փոքրացնել 10 անգամ, այսինքն յայտարարին աւելացնել 0 և այն ժամանակ կըստանանք այն հասարակ կոտորակը, որից ծագել է 0,3(52) պարբերական կոտորակը։ Այսպէսով.

$$0{,}3525252\ldots=\frac{352-3}{990}=\frac{349}{990}$$

Այսպէս դատելով մենք կտեսնենք, որ

$$0{,}26444\ldots = \frac{264-26}{900} = \frac{238}{900} = \frac{119}{450}$$

$$5{,}7888\ldots = 5\frac{78-7}{90} = 5\,\frac{71}{90}$$

$$\text{կամ}\quad 5{,}7888\ldots = \frac{578-57}{90} = \frac{521}{90} = 5\,\frac{71}{90}$$

Կանոն. Խառը պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պէտք, այն թուից, որ գրուած է մինչև երկրորդ պարբերութիւնը, հանել այն թիւը, որ գրուած է մինչև առաջին պարբերութիւնը. ստացած տարբերութիւնը գրել որպէս համարիչ, իսկ յայտարարում գրել այնքան անգամ 9 թուանշանը, որքան թուանշանից կազմուած է պարբերութիւնը և աւելացնել նրան այնքան 0, որքան թուանշան կայ մինչև պարբերութիւնը։

Ո՞ր հասարակ կոտորակներն են դառնում պարզ եւ որը խառը պարբերական կոտորակներ.

151. *1) Այն հասարակ կոտորակը, որի յայտարարը չի պարունակում իր մէջ 2 եւ 5 բազմապատկիչներ— դառնում է պարզ պարբերական կոտորակ։*

Օր. $3/7 = 0,(428571)$, $2/3 = 0,(6)$, $5/11 = 0,(45)$։

Եւ իսկապէս. նախ՝ ինչպէս տեսանք (§ 147) այդպիսի կոտորակը պէտք դառնայ որև է պարբերական կոտորակ և երկրորդ՝ այդ պարբերական կոտորակը չի կարող լինել խառը, որովհետև խառը պարբերական կոտորակը, ինչպէս տեսանք, ծագում է այնպիսի հասարակ կոտորակից, որի յայտարարը պարունակում է իր մէջ 2 և 5 բազմապատկիչներ։ Հետևապէս նա պէտք դառնայ պարզ պարբերական կոտորակ։

2) Այն հասարակ կոտորակը, որի յայտարարը կրճատելուց յետոյ, պարունակում է իր մէջ, ի մէջի այլոց, 2 եւ 5 բազմապատկիչներ, դառնում է խառը պարբերական կոտորակ։

Օր. $^{35}/_{42}={}^{5}/_{6}=0,8(3)$, $^{8}/_{15}=0,5(3)$, $^{119}/_{450}=0,26(4)$ ևլն։

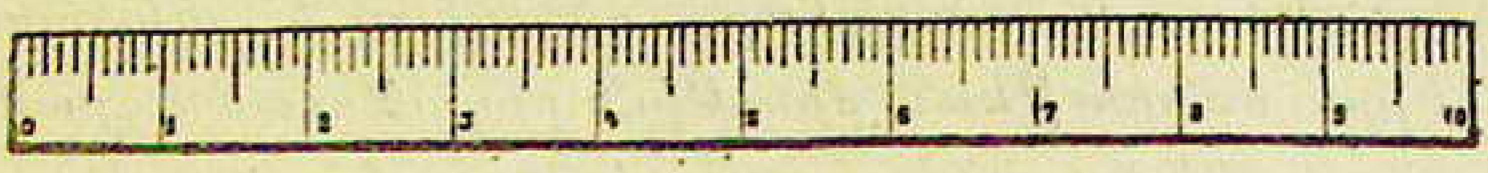
Եւ իսկապէս. 1) այդպիսի կոտորակը պիտի դառնայ որև է պարբերական կոտորակ, և 2) այդ պարբերական կոտորակը չի կարող լինել պարզ պարբերական, որովհետև պարզ պարբերական կոտորակը, ինչպէս տեսանք, ծագում է այնպիսի հասարակ կոտորակից, որի յայտարարը չունի 2 և 5 բազմապատկիչներ։ Հետևապէս նա պիտի դառնայ խառը պարբերական։

ՄԵՏՐԻՔԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐ

152. Զանազան երկրներում գործածուող չափերի մէջ, իւր պարզութեամբ ամենից նշանաւորն է ֆրանսիական կամ Մետրիքական չափերը, որոնք ընդունուած են և ուրիշ շատ տեղերում։

Այնտեղ իբրև երկարութեան միութիւն ընդունում են երկրի միջօրեականի քառորդի մէկ տասմիլիոներորդական մասը. Այդ միութիւնը կոչւում է մետր։ Մետրը բաժանւում է 10 հաւասար մասերի. մետրի $^{1}/_{10}$-րորդ մասը՝ կրկին 10 հաւասար մասերի, մետրի $^{1}/_{100}$-երորդ մասը՝ կրկին 10 հաւասար մասերի և այլն։ Միւս կողմից գործ են ածւում 10, 100, և այլն մետրանոց չափեր։ Մետրի տասնորդական ստորաբաժանումներին անուն տալու համար «մետր» բառին աւելացնում են լատինական բառեր. Դեցի ($^{1}/_{10}$ մետրի համար), ցենտի ($^{1}/_{100}$), միլլի ($^{1}/_{1000}$)։ Այսպէս դեցիմետր նշանակում է $^{1}/_{10}$ մետր, ցենտիմետր—$^{1}/_{100}$ մետր, միլլիմետր՝ $^{1}/_{1000}$ մետր։ Ցաճախ «ցենտիմետր» բառի փոխանակ գործ է ածւում ֆրանսիական «սանտիմետր» բառը։

Մետրի բազմապատիկ չափերը կոչւում են յունական բառերի օգնութեամբ. դեկա (10), հեկտօ (100), կիլօ (1000) և միրիա (10000)։ Այսպէս, դեկամետր նշանակում է 10 մետր, հեկտօմետր—100 մետր, կիլօմետր—1000 մետր (մօտ մի վերստ)։



1 դեցիմետր բաժանուած սանտիմետրերի և միլլիմետրերի (բնական մեծութեամբ)։

1 մետրը հաւասար է $22^1/_2$ վերշ.=1,4 արշ.=$3^1/_4$ ոտնաչափի։

1 մատնաչափը=$2^1/_2$ սանտիմետ., 1 վերշ. քիչ կարճ է $4^1/_2$ սանտիմետրից։

(1 մետրը=22,4976 վերշ.=1,4061 արշ.=3,2809 ոտ.)

1 կիլօմետրը 94 արշինով կարճ է մի վերստից։

Մակերևոյթները չափելու համար գործ են ածում քառակուսի չափեր. քառ. մետր, քառ. դեկօմետր և այլն։ Այդ չափերից իւրաքանչիւրը պարունակում է իւր մէջ հետևեալ աւելի փոքր անուան 100 չափ։ Այսպէս օր. քառ. դեցիմետրը պարունակում է իւր մէջ 100 քառակուսի սանտիմետր։

Դաշտերի մակերևոյթը չափելու համար գործ են ածում արը և գեկտարը։ Արը է քառակուսի դեկամետրը, գեկտարը հաւասար է 100 արին։ Գեկտարը մօտաւորապէս մեր 0,9 դեսեատինն է (0,91533 դեսեատ.)։

Ծաւալը չափելու համար գործ են ածում խորանարդ մետր, խորանարդ դեցիմետր և այլն։ Այդ չափերից իւրաքանչիւրը պարունակում է իւր մէջ իրենից հետևեալ փոքր անուան 1000 չափ։ Այսպէս օր. խոր. մետրը հաւասար է 1000 խոր. դեցիմետրին և այլն։ Մէկ մետր ծաւալ ունեցող բովանդակութիւնը, որով չափում են քարածուխը, փայտը և այլն կոչւում է Ստեր։

Ամանեղէնների ծաւալը չափելու համար (հեղուկներ և ընդեղէններ չափելու համար) գործ է ածւում լիտրը։ Լիտրի ծաւալը հաւասար է մէկ խորանարդ դեցիմետրին։ Ռուսական չափերից հաւասար է մօտաւորապէս 0,3 գարնցին (0,304906 գարնցին)։ Գործածութեան մէջ են նոյնպէս՝ դեցիլետր և սանտիլիտր, դեկալիտր և հեկտոլիտր։

Իբրև ծանրութեան միութիւն ընդունուած է գրամը։ Գրամը է մի խորանարդ սանտիմետր մաքուր Ջրի քաշը։ Գրամը հաւասար է մօտաւորապէս $22^1/_2$ դօլիային, այսինքն $^1/_4$ մսխալին (22,505 դօլ.=0,23443411 մսխ.)։ Գրամը բաժանւում է դեցիգրամների, ցենտիգրամների (կամ սանտիգրամների) և միլիգրամների։ Գրամի բազմապատիկ ծանրութիւններն են՝ դեկագրամ, հեկտոգրամ և կիլօգրամ։ Կելօգրամը հաւասար է մօտաւորապէս ռուսական $2^1/_2$ գրվանքային (2,44190 գրվ.)։ Գործածութեան մէջ է նոյնպէս տօննա կոչուած քաշը—, որ հաւասար է 1000 կիլօգրամին (մօտ 61 փութ)։

Դրամական միութիւնն է ֆրանկը, 5 գրամ ծանրութեան մի արծաթէ դրամ, որի 9 մասը մաքուր արծաթ է, իսկ մէկ մասը՝ պղինձ։ Ֆրանկի տասերորդ մասը կոչւում է դեցիմ, իսկ հարիւրերորդ մասը՝ սանտիմ։ Մի ֆրանկը հաւասար է մօտաւորապէս ռուսական $37^1/_2$ կոպէկին։

153. Որովհետև մետրիքական չափերի միութեան յարաբերութիւնը նոյնն է, ինչ որ մեր թուարկութիւնը, ուստի այդ սիստեմով արտայայտուած անուանական թուերով գործողութիւնները կատարւում են շատ աւելի հեշտութեամբ, քան ուրիշ սիստեմի անուանական թըւերի գործողութիւնները։

Դիցուք 2 կելոմետր 5 հեկտոմետր 7 դեկամետր 3 մետր 8 դիցիմետր, 4 սանտիմետր և 6 միլիմետրը պէտի վերածել մետրերի։ Որովհետև կելոմետրը=1000 մետրի, դեկտոմետրը՝ 100 մետրի և այլն, ուստի և պարզ է, որ *եթէ մեզ տուած անուանական թիւը դարձնելու լինենք մետրեր—կստանանք՝ 2573,846 մետր։ Ստացած տասնորդական կոտորակի ստորակէտը աջ ու ձախ տեղափոխելով կտեսնենք որ՝ 2573,846 մետրը=257,3846 դեկամետրին=25,73846 հեկտոմետրին=2,573846 կիլ.=25738,46 դիցեմետրին=257384,6 սանտիմետրին=2573846 մելլիմետրին։*

Նոյնպէս հեշտ է պարզ անուանական թիւը անդրադարձնել բարդ անուանական թուի։ Դիցուք 2380746 միլիգրամմը հարկաւոր է դարձնել բարդ անուանական թիւ։ Որովհետև գրամմը=1000 մելլիգրամմին, այդ պատճառով և 2380746 միլլիգրամմը=2380,747 գրամ.=2 կելօգրամ 3 հեկտօգ. 8 դիկօգրամ 7 դեցիգրամ 4 սանտիգրամ 6 մելլիգրամմին։

Մետրիքական սիստեմի անուանական թուերի գործողութիւնները կատարւում են այնպէս, ինչպէս տասնորդական կոտորակների գործողութիւնները։

154. *Մետրիքական չափերի յարմարութիւնները։* *Մետրիքական չափերի մասին վերը ասածներից կարելի է եզրակացնել, որ այդ սիստեմը ունի հետևեալ մեծ յարմարութիւնները.*

1) Զանազան մեծութիւնների չափերը կապակցուած են հիմնական չափի՝ մետրի հետ։ 2) Ամեն տեսակի և ամեն մեծութեան չափերի միութեան յարաբերութիւնը (բացի մակերևոյթի և ծաւալի չափերը) միևնոյնն է. 3) Այդ միութեան յարաբերութիւնը նոյն է, ինչոր մեր թուարկութիւնը, որի պատճառով այդ սիստեմի անուանական թուերի գործողութիւնները հեշտութեամբ է կատարւում։

ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐ ԵՒ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՆԵՐ

155. *Երկու միատեսակ մեծութիւնների յարաբերու-*

թիւն (օրինակ երկու ծանրութեան, երկու երկարութեան,) կոչւում է այն քանորդը, որ կստացուի եթէ դրանցից առաջինը բաժանելու լինենք երկրորդի վրայ։

Օր. 2 փութ ծանրութեան և 10 գրվանքա ծանրութեան յարաբերութիւնն է այն քանորդը, որ կստացուի 2 փութը 10 գրվանքայի վրայ բաժանումից (որ կլինի 8); 10 գրվանքա և 2 փութ ծանրութիւնների յարաբերութիւնն է այն քանորդը, որ ստացւում 10 գրվանքան 2 փթի վրայ բաժանումից (որ կլինի $1/8$)։

Երբ երկու մեծութիւնների յարաբերութիւնը է ամբողջ թիւ, դա ցոյց է տալիս, թէ երկրորդ թիւը քանի անգամ է պարունակւում առաջին թուի մէջ. այսպէս. 2 փթի յարաբերութիւնը դէպի 10 գրվանքան է 8, որ ցոյց է տալիս, թէ 2 փթի մէջ 10 գրվանքան պարունակւում է 8 անգամ։ Երբ յարաբերութիւնը է, կոտորակ թիւ դա ցոյց է տալիս, թէ առաջին թիւը երկրորդ թուի ո՞ր մասն է կազմում. այսպէս 10 գրվանքի և 2 փթի յարաբերութիւնը, որ է $1/8$, ցոյց է տալիս, որ 10 գրվանքան կազմում է 2 փթի $1/8$ մասը։ Սրանից հետեւում է, որ յարաբերութիւն արտայայտող թիւը է միշտ վերացական թիւ, որը ցոյց է տալիս թէ երկրորդ թիւը քանի անգամ է պարունակւում առաջին թուի մէջ։

Յարաբերութիւն արտայայտելու համար գործ են ա- ծում բաժանման նշան։ Այսպէս օրինակ 2 փթի և 10 գրվանքայի յարաբերութիւն արտայայտելու համար կարելի է գրել այսպէս. 2 փութ:10 գրվ.։

Այն մեծութիւնները, որոնց յարաբերութիւնները կա- մենում ենք գտնել, կոչւում են յարաբերութեան անդամներ. բաժանելին է նախորդ անդամ, իսկ բաժանարարը հետևորդ անդամ։

Անուանական թուերի յարաբերութիւնը միշտ կարելի է վերածել վերացական թուերի յարաբերութեան։ Դրա համար հարկաւոր է անուանական թուերը վերածել միատեսակ չափերի և վերցնել այդպէս ստացած թուերի յարաբերութիւնը։ Օրինակ 10 գրվ. 16 լոտ:3 լոտ յարաբերութիւնը հաւասար է 336 լոտ:3 լոտ յարաբերութեան, իսկ այդ յարաբերութեան փոխարէն կարելի է վերցնել 336:3 վերացական թուերի յարաբերութիւնը։

Յետագայում մենք խօսելու ենք վերացական թուերի յարաբերութիւնների մասին։

156. *Յարաբերութեան անդամների կապը իրար հետ* նոյնն է, ինչ որ բաժանելու, բաժանարարի և քանորդի կապը իրար հետ։ Այսպէս.

1) Նախորդ անդամը հաւասար է հետնորդ անդամին բազմապատկած յարաբերութեան վրայ, որովհետև բաժանելին հաւասար է բաժանարարին բազմապատկած քանորդով։

2) Հետնորդ անդամը հաւասար է նախորդ անդամին բաժանած յարաբերութեան վրայ. որովհետև բաժանարարը հաւասար է բաժանելուն—բաժանուած քանորդի վրայ։

3) Յարաբերութիւնը մեծանում կամ փոքրանում է այնքան անգամ, որքան անգամ մեծանում է նախորդ անդամը։

4) Յարաբերութիւնը փոքրանում կամ մեծանում է այնքան անգամ, որքան անգամ մեծանում կամ փոքրանում է հետնորդ անդամը։

5) Յարաբերութիւնը մնում է անփոփոխ,—երբ նախորդ և հետնորդ անդամները մեծացնում կամ փոքրացնում ենք նոյնքան անգամ։

157. *Անյայտ անդամի գտնելը*։ Երբ յարաբերութեան նախորդ անդամը անյայտ է, այդ անյայտը գտնում ենք բազմապատկման միջոցով (կապակցութիւն 1), իսկ երբ անյայտ է հետնորդ անդամը—այդ գտնում ենք բաժանման միջոցով (կապակցութիւն 2). օրինակ.

1) $x:7^1/_2=2$ ուրեմն $x=7^1/_2\times2=15$

2) $15:x=2$ » $x=15:2=7^1/_2$

158. *Յարաբերութեան կրճատումը։* Եթէ յարաբերութեան երկու անդամները բաժանում են միևնոյն թուի վրայ, մենք կարող ենք կրճատել նրանց այդ թուի վրայ— որով յարաբերութիւնը կմնայ անփոփոխ (կապակցութիւն 5) օրինակ.

42:12 նոյնն է, ինչ որ 7:2։

159. *Կոտորակ անդամի ոչնչացնելը։* Դիցուք տուած է $^7/_3:5$ յարաբերութիւնը։ Եթէ այս յարաբերութեան երկու անդամն էլ բազմապատկելու լինենք միևնոյն թուով—յարաբերութիւնը չի փոխուի (կապակցութիւն 5)։ Բազմապատկենք սրանց 3-ով։ Այսպէսով տուած կոտորակ յարաբերութեան տեղ կստանանք 7:15 ամբողջ թուերի յարաբերութիւնը։

Եթէ յարաբերութեան երկու անդամներն էլ կոտորակներ են—այդ դէպքում, պէտք է դրանց բերել ընդհանուր յայտարարի և դէն ձգել այդ յայտարարը։ Օրինակ. $^5/_{14}:^{10}/_{21}$։ Դէն ձգելով յայտարարը մենք յարաբերութեան երկու անդամներն էլ կմեծացնենք 42 անգամ, որով յարաբերութիւնը կմնայ անփոփոխ և կստանանք ամբողջ թուերի հետևեալ յարաբերութիւնը. 15:20 կամ 3:4։

160. *Հակադարձ յարաբերութիւններ։* Երկու յարաբերութիւններ կոչւում են հակադարձ, երբ մէկի նախորդ անդամը ծառայում է միւսի համար որպէս հետորդ անդամ և ընդհակառակն։

Օրինակ 10:5 և 5:10 յարաբերութիւնները են հակադարձ յարաբերութիւններ։

ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆ

161. *Երկու յարաբերութիւնների հաւասարութիւնը* կազմում է համեմատութիւն։ Այսպէս օրինակ հետևեալ երկու հաւասարութիւնները

$$8:4=20:10, \qquad 15/5=27/9$$

կազմում են 2 համեմատութիւններ։

Համեմատութիւնները կարդացւում են զանազան կերպով։ Այսպէս, օրինակ՝ վերը բերած առաջին համեմատութիւնը կարելի է կարդալ հետևեալ կերպով. 8-ի և 4-ի յարաբերութիւնը հաւասար է 20-ի և 10-ի յարաբերութեան. կամ.

8-ը յարաբերում է 4-ին այնպէս, ինչպէս 20-ը 10-ին։

Համեմատութիւն կազմող 4 թուերից առաջին և վերջինը կոչւում են համեմատութեան դրսի անդամներ, իսկ երկրորդ և երրորդը՝ ներսի անդամներ։

162. Համեմատութեան յատկութիւնը։ Համեմատութեան դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին։

Այսպէս 8:4=20:10 համեմատութեան դրսի անդամների արտադրեալն է 80 և ներսի անդամների արտադրեալն նոյնպէս է 80։

Ապացուցանելու համար, որ այս յատկութիւնը մնում է միևնոյնը ամեն մի համեմատութեան համար, դատենք հետևեալ կերպով.

Նշանակենք որ և է համեմատութեան անդամները այսպէս.

1 անդ.:2 անդ=3 անդ.:4 անդ.։

Համաձայն յարաբերութեանց յատկութիւնների կարող ենք գրել այսպէս.

1 անդ=2 անդ.×յարաբերութեան վրայ.

3 անդ=4 անդ.×յարաբերութեան վրայ.

Առաջին հաւասարութեան երկու մասն էլ բազմապատկենք 4 անդամի վրայ, իսկ երկրորդ հաւասարութեան երկու մասը՝ երկրորդ անդամի վրայ․

1 անդ.$\times$4 անդ.=2 անդ. $\times$յարաբ.$\times$4 անդ.
3 անդ.$\times$2 անդ.=4 անդ. $\times$յարաբ. $\times$2 անդ.

Այս հաւասարութեանց աջակողմեան մասերը կազմուած են նոյնանման բազմապատկիչներից, ուստի և հաւասար են իրար. ուրեմն հաւասարութեանց ձախակողմեան մասերը նոյնպէս հաւասար են իրար, այսինքն.

1 անդ.$\times$4=3 անդ. $\times$2 անդ.

Բայց առաջին և չորրորդ անդամները են յարաբերութեան դրսի անդամները, իսկ երկրորդ և երրորդ անդամները՝ ներսի անդամները, ուրեմն, դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին։

163. ընդհակառակ. եթէ երկու թուերի արտադրեալը հաւասար է երկու ուրիշ թուերի արտադրեալին, ապա այդ չորս թուերից կարելի է կազմել համեմատութիւն, մի արտադրեալի բազմապատկիչները ընդունելով որպէս համեմատութեան դրսի անդամներ, իսկ միւս արտադրեալի բազմապատկիչները՝ իբրեւ համեմատութեան ներսի անդամներ։

Դիցուք տուած է հետեւեալ հաւասարութիւնը.

$4\times21=7\times12$։ Որպէս զի այս հաւասարութիւնը դարձնենք համեմատութիւն, բաժանենք նրա երկու մասն էլ հետեւեալ 4 արտադրեալներից իւրաքանչիւրի վրայ. 4×7, 4×12, 21×7, 21×12, այսինքն, ամեն մի այնպիսի արտադրեալի վրայ, որի մի բազմապատկիչը վերցրած է առաջին արտադրեալից (4×21) իսկ միւսը՝ երկրորդ արտադրեալից (7×12)։

$$\frac{4\times21}{4\times7}=\frac{7\times12}{4\times7},\ \frac{4\times21}{4\times12}=\frac{7\times12}{4\times12},\ \frac{4\times21}{21\times7}=\frac{7\times12}{21\times7},$$

$$\frac{4\times21}{21\times12}=\frac{7\times12}{21\times12}$$

Այս հաւասարութիւնները կրճատելով կստանանք.

$$\frac{21}{7}=\frac{12}{4},\ \frac{21}{12}=\frac{7}{4}\qquad \frac{4}{7}=\frac{12}{21},\ \frac{4}{12}=\frac{7}{21}$$

Այս հաւասարութիւններից իւրաքանչիւրը է մի համեմատութիւն, որի դրսի անդամները են տուած արտադրեալներից մէկի բազմապատկիչները, իսկ ներսի անդամները՝ տուած միւս արտադրեալի բազմապատկիչները։

Այսպիսով, որպէս զի չորս թուից կարողանանք կազմել համեմատութիւն, անհրաժեշտ է եւ բաւական, որ դրսի թուերի արտադրեալը հաւասար լինի ներսի թուերի արտադրեալին։

Այս հիման վրայ, երբ մենք կամենում ենք ստուգել, թէ արդեօք համեմատութիւնը ճիշտ է կազմուած թէ ոչ, պէտք է վերցնենք դրսի և ներսի անդամների արտադրեալները. եթէ նրանք հաւասար են, ապա և համեմատութիւնը ճիշտ է կազմուած. օր. $4:7=12:21$։ Համեմատութիւնը ճիշտ է, որովհետև $4\times21=7\times12$։

164. Համեմատութեան անյայտ անդամի գտնելը. Վերցնենք $8:06=X:{}^{3}/_{4}$ համեմատութիւնը, որի ներսի անդամներից մէկը անյայտ է և նշանակուած է X-ով։ Այս համեմատութեան դրսի անդամների արտադրեալը$=8\times{}^{3}/_{4}$ $=6$, ուրեմն, ներսի անդամների արտադրեալը նոյնպէս պէտք է լինի 6. բայց ներսի անդամներից մէկը է 0,6. ուրեմն, միւս ներսի անդամը ստանալու համար պէտք է 6-ը:0,6-ի վրայ։

$$X=6:0,6=60:6=10.$$

Այսպէսով, ներսի անդամը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին, բաժանած միւս ներսի անդամի վրայ։

Ինչպէս նաև՝ դրսի անդամը հաւասար է ներսի անդամնրի արտադրեալին բաժանած միւս դրսի անդամի վրայ։

165. *Համեմատութեան անդամների տեղափոխութիւնները.*

Ամեն մի համեմատութեան մէջ կարելի է տեղափոխել 1) ներսի անդամները, 2) դրսի անդամները, 3) դրսի անդամները ներսի անդամների տեղ և ընդհակառակը։ Այսպիսի տեղափոխութիւններից համեմատութիւնը չի խանգարուի, որովհետև այդպէսով դրսի և ներսի անդամների արտադրեալների հաւասարութիւնը չի խանգարւում։ Դիցուք տուած է հետևեալ համեմատութիւնը.

$$1)\ 4:7=12:21.$$

Տեղափոխելով այս համեմատութեան ներսի անդամները կստանանք.

$$2)\ 4:12=7:21$$

Այս համեմատութիւններից իւրաքանչիւրի դրսի անդամները տեղափոխելով, կըստանանք էլի հետևեալ երկու համեմատութիւնները.

$$3)\ 21:7=12:4 \qquad 4)\ 21:12=7:4$$

Վերջապէս ստացած չորս համեմատութիւնների ներսի անդամները գրելով դրսի անդամների տեղ և ընդհակառակն, կստանանք կրկին չորս ուրիշ համեմատութիւններ.

$$5)\ 7:4=21:12 \qquad 6)\ 7:21=4:12$$
$$7)\ 12:4=21:7 \qquad 8)\ 12:21=4:7$$

Կարելի էր այս ութը համեմատութիւններից իւրաքանչիւրի մէջ, երկրորդ յարաբերութիւնը գրել առաջին յարաբերութեան տեղ և ընդհակառակն, բայց այդպիսի տեղափոխութիւնից նոր համեմատութիւն չի ստացուի, որ շատ հեշտ է ստուգել։ Այսպէս ուրեմն, զանազան տեղափոխութիւններ կատարելով, մենք մի համեմատութեան փոխարէն կարող ենք ստանալ ութ համեմատութիւններ։

166. *Անընդմիջուող համեմատութիւն։* Անընդմիջող կոչւում է այն համեմատութիւնը, որի երկու ներսի, կամ երկու դրսի անդամները հաւասար են իրար։ Այսպէս օր.

$$32:16=16:8 \qquad 20:5=80:20$$

Եթէ վերջին համեմատութեան երկրորդ յարաբերութիւնը տեղափոխենք և դնենք առաջին յարաբերութեան տեղ, կստանանք. $80:20=20:5$։ Սրանից երեւում է, որ անընդմիջուող համեմատութեանը կարելի է միշտ այն ձեւը տալ, որ նրա ներսի անդամները լինեն միևնոյն թուերը։

Անընդմիջուող համեմատութեան կրկնուող անդամը, համեմատութեան միւս անդամների համար, կոչւում է *միջին երկրաչափական թիւ։* Այսպէս օր. 16-ը է 32-ի և 8-ի միջին երկրաչափականը։

167. Երբեմն հարկաւոր է լինում իմանալ տուած երկու, երեք և աւելի թուերի միջին թուաբանականը։

Մի քանի թուերի միջին թուաբանականը կոչւում է այն քանորդը որ ստացւում է, երբ այդ թուանշանների գումարը բաժանում ենք նրանց թուի վրայ։

Այսպէս օր. հետեւեալ հինգ՝ 10, 2, 18, 4, 6 թուերի միջին թուաբանականը կլինի

$$\frac{10+2+18+4+6}{5}=8$$

ԲԱՐԴ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՆԵՐ

163. Երկու և աւելի համեմատութիւններից կարելի է կազմել նոր համեմատութիւններ,—որոնք կոչւում են *բարդ,* հիմնուելով հետեւեալ ճշմարտութեան վրայ։

1) Եթէ մի քանի համեմատութիւնների համապատասխան անդամները բազմապատկելու լինենք իրար վրայ, կստանանք նոր համեմատութիւն։

Դիցուք տուած են երկու համեմատութիւններ.

$$40:10=100:25$$
$$4:2=10:5$$

Բազմապատկելով իրար վրայ այս համեմատութիւնների համապատասխան անդամները, կստանանք $(40\cdot 4):(10\cdot 2)=(100\cdot 10):(25\cdot 5)$

$$160:20=1000:125$$

Այս համեմատութեան ամեն մի յարաբերութիւնը հաւասար է տուած համեմատութիւնների յարաբերութեանց արտադրեալին։

2) Եթէ մէկ համեմատութեան անդամները բաժանենք միւս համեմատութեան համապատասխան անդամների վրայ, կստանանք նոր համեմատութիւն։

Օր. Եթէ բաժանենք

$$40:10=100:25$$
$$8:4=10:5$$

յարաբերութիւնների համապատասխան անդամները

կստանանք՝ $\frac{40}{8}:\frac{10}{4}=\frac{100}{10}:\frac{25}{5}$ այսինքն՝ $5:2^1/_2=10:5$

նոր համեմատութիւնը։

Այս համեմատութեան ամեն մի անդամը հաւասար է տուած համեմատութիւնների յարաբերութեանց քանորդին։

169. Մի համեմատութիւնից կարելի է ստանալ մի քանի ուրիշ համեմատութիւններ, հիմնուելով հետևեալ դատողութիւնների վրայ. վերցնենք մի որ և է յարաբերութիւն, օրինակ. $21:7$։ Եթէ այս յարաբերութեան նախորդ անդամին աւելացնենք հետևորդ անդամը, կստանանք՝ $(21+7):7$ նոր յարաբերութիւնը, որը շատ է առաջինից մէկ միաւորով։ Իսկ եթէ նախորդ անդամից հանենք հետևորդ անդամը՝ կստանանք՝ $(21-7):7$ յարաբերութիւնը, որ քիչ է առաջինից մէկ միաւորով։

Այդ ի նկատի ունենալով, վերցնենք մի որև է համեմատութիւն.

$$21:7=30:10$$

և սրանից կազմենք հետևեալ նոր համեմատութիւնը.

$$(21+7):7=(30+10):10 \qquad (1)$$

Այս համեմատութիւնը ճիշտ է, որովհետև սրա ամեն մի յարաբերութիւնը շատ է տուած համեմատութեան յարաբերութիւններից միևնոյն թուով, այսինքն 1-ով։ Մեր կազմած համեմատութիւնը կարող ենք արտայայտել այսպէս.

Առաջին յարաբերութեան անդամների գումարը յարաբերում է իր հետևորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ յարաբերութեան անդամների գումարը՝ իր հետևորդ անդամին։

Այժմ տուած համեմատութիւնից կազմենք մի ուրիշ այսպիսի համեմատութիւն.

$$(21-7):7=(30-10):10 \qquad (2)$$

Այս համեմատութիւնը ճիշտ է, որովհետև սրա ամեն մի յարաբերութիւնը փոքր է տուած համեմատութեան յարաբերութիւններից միևնոյն թուով, այսինքն 1-ով։ Մեր կազմած համեմատութիւնը կարող ենք արտայայտել այսպէս.

Առաջին յարաբերութեան անդամների տարբերութիւնը յարաբերում է իր հետևորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ յարաբերութեան անդամների տարբերութիւնը՝ իր հետևորդ անդամին։

Տուած և նոր կազմած առաջին (1) համեմատութեանց ներսի անդամների տեղերը փոփոխենք.

$$(21+7):(30:10)=7:10$$

$$21:30=7:10$$

Այս երկու համեմատութիւնների երկրորդ յարաբեբութիւնները հաւասար են, ուրեմն հաւասար են և առաջինները.

$$(21+7):(30+10)=21:30$$

կամ, ներսի անդամների տեղերը փոխելով.

$$(21+7):21=(30+10):30 \qquad (3)$$

Այսինքն, առաջին յարաբերութեան անդամների գումարը յարաբերում է իր նախորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ յարաբերութեան անդամների գումարը իր նախորդ անդամին։

Տուած և նոր կազմած երկրորդ (2) համեմատութեան ներսի անդամների տեղերը փոփոխենք.

$$(21-7):(30-10)=7:10$$

$$21:30=7:10$$

Ուրեմն. $(21-7):(30-10)=21:30$

կամ $(21-7):21=(30-10):30 \qquad (4)$

Այսինքն, առաջին յարաբերութեան անդամների տարբերութիւնը յարաբերում է իր նախորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ յարաբերութեան անդամների տարբերութիւնը՝ իր նախորդ անդամին։

Այժմ փոփոխենք նոր կազմած առաջին (1) և նոր կազմած երկրորդ (2) համեմատութիւնների անդամները.

$$(21+7):(30+10)=7:10$$

$$(21-7):(30-10)=7:10$$

Ուրեմն. $(21+7):(30+10)=(21-7):(30-10)$

կամ. $(21+7):(21-7)=(30+10):(30-10) \qquad (5)$

Այսինքն. առաջին յարաբերութեան անդամների գումարը յարաբերում է իրան տարբերութեանը այնպէս, ինչպէս երկրորդ յարաբերութեան անդամների գումարը իրան տարբերութեանը։

ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹԻՒՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ՄԻ ՔԱՆԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

ՊԱՐԶ ԵՐԻՑ ԿԱՆՈՆ

170. *Պարզ երից կոչւում է այն կանոնը, որով լուծւում են այնպիսի խնդիրներ, ուր տուած երեք յայտնի թըւերի օգնութեամբ, հարկաւոր է լինում գտնել 4-րդ՝ համեմատական թիւը, այսինքն, պիտի գտնել այնպիսի մի թիւ, որ տուած երեք թուերի հետ միասին կարող լինի կազմել համեմատութիւն։*

Երից կանոնի վերաբերեալ բոլոր խնդիրները կարելի է բաժանել երկու խմբերի։ Այդ խմբերի միջի տարբերութիւնը որոշելու համար, վերցնենք հետեւեալ երկու խընդիրները։

Խնդիր 1. 8 արշին մահուդը արժէ 30 մանէթ., ո՞րքան կարժենայ նոյն մահուդի 15 արշինը։

15 արշին մահուդի արժէքը նշանակենք X-ով և խընդիրը դասաւորենք հետեւեալ ձեւով.

8 արշ.........30 Մթ.

15 » .... x »

Նախ քան խնդրի լուծելը, պարզենք այն յարաբերութիւնը, որ կայ տուած թուերի և գտնելու թուի մէջ։

Խնդրի մէջ խօսւում է երկու մեծութիւնների՝ արշինների թուի և նրանց արժէքի մասին։ Այդ մեծութիւնները կապակցուած են իրար հետ, որովհետև արշինների թիւը փոխուելով, փոփոխութեան կենթարկուի և նրանց արժէքը.

Այսպէս.

Եթէ արշինների թիւը աւելանայ—կաւելանայ և նրանց արժէքը և այն—այնքան անգամ, որքան անգամ աւելացել է արշինների թիւը։

Եթէ արշինների թիւը պակասի, կպակսի և նրանց արժէքը և այն այնքան անգամ, որքան անգամ պակասել է արշինների թիւը։

Երկու մեծութիւնների իրար հետ ունեցած այսպիսի կապը կոչւում է համեմատականութիւն, իսկ այն մեծութիւնները, որոնք գտնւում են այսպիսի կապակցութեան մէջ, կոչւում են համեմատական մեծութիւններ։

Պարզելով մեր վերցրած խնդրի մէջ, երկու մեծութիւնների իրար հետ ունեցած կապը, լուծելու համար—խնդիրը դասաւորում ենք այսպէս

Որովհետև 8 արշինը արժէ 30 Ռբ., իսկ մահուդի արժէքը համեմատական է նրա արշինների թուին,

Ուստի 1 արշ. արժէ $\frac{30}{8}$ Ռբ.

Իսկ 15 » » $\frac{30}{8} . 15 = 56^1/_4$ Ռբ.։

Խնդիր 2. 6 բանւոր մի գործ վերջացնում են 18 օրում. քանի օրում կվերջացնեն նոյն գործը 9 բանւորը, եթէ վերջիններն էլ բանելու լինեն առաջինների նման։

Ասենք թէ 9 բանւորը գործը կվերջացնեն X օրում։

6 բան................ 18 օրում

9 » .... x »

Այս խնդրի մէջ խօսւում է երկու մեծութիւնների՝ բանւորների թուի եւ նրանց բանած օրերի թուի մասին։ Այդ մեծութիւնները կապակցուած են իրար հետ հետևեալ կերպով.

Եթէ բանւորների թիւը աւելանայ, ապա կպակասի օրերի թիւը, որ հարկաւոր է յայտնի գործ վերջացնելու համար և այն այնքան անգամ, որքան անգամ աւելացել է բանւորների թիւը։

Եթէ բանւորների թիւը պակասի, ապա պիտի աւելանայ օրերի թիւը, որ անհրաժեշտ է այդ գործը վերջացնելու համար և այն այնքան անգամ, որքան անգամ պակասել է բանուորների թիւը։

Երկու մեծութիւնների միջի այսպիսի կապակցութիւնը կոչւում է հակադարձ համեմատութիւն, իսկ այդպիսի կապակցութեան մէջ գտնուած մեծութիւնները կոչւում են հակադարձ համեմատական մեծութիւններ։

Հակառակ հակադարձ համեմատական մեծութիւնների, առաջին խնդրի մէջ բերուած համեմատական մեծութիւնները կոչւում են ուղիղ համեմատական մեծութիւններ։

Պարզելով վերցրած խնդրի երկու մեծութիւնների կապը—արտայայտենք այն հետևեալ կերպով.

Որովհետև 6 բանուորը գործը վերջացնում են 18 օրում և օրերի թիւը հակադարձ համեմատական է բանուորների թուին,

ուստի 1 բան. գործը կատարի 18.6 օրում

իսկ 9 » » » $\frac{18\cdot 6}{9}=12$ օրում։

Այն եղանակը, որով մենք լուծեցինք առաջ բերած երկու խնդիրները, կոչւում է *միութեան բերելու եղանակ*, որովհետև այս ձևով լուծելու ժամանակ, խնդրի տուած թուերից մէկը, վեր ենք ածում միութեան։

Ծանօթութիւն. Պարզ երեք կանոնին վերաբերեալ խնդիրները կարելի է լուծել և համեմատութեամբ։ Օր. առաջին խնդիրը լուծելիս կարելի է դատել այսպէս. մահուդի արժէքը համեմատական է նրա արշինների թուին, ուստի 15 արշինը աւելի կարժենայ 8 արշինից այնքան անգամ, որքան անգամ 15-ը շատ է 8-ից։ Այդ (15 արշինի) արժէքը նշանակելով x-ով, կստանանք հետևեալ համեմատութիւնը. $x:30=15:8$, որով. $x=(30\cdot 15):8=56^1/_4$ մանէթ։

Երկրորդ խնդիրը լուծելիս կարելի է դատել այսպէս․ բանած օրի թիւը հակադարձ համեմատական է բանւորների թւին, ուստի 9 բանւորը գործը կվերջացնեն աւելի պակաս թիւ օրերի ընթացքում, քան 6 բանւորը և այն այնքան անգամ պակաս, որքան անգամ 6-ը պակաս է 9-ից։ Ուստի, անյայտ օրերի թիւը գտնելու համար, գրում ենք հետևեալ համեմատութիւնը։

$x:18=6:9$, որով․ x-ը$=(18\times 6):9=12$ օր․։

ԲԱՐԴ ԵՐԻՑ ԿԱՆՈՆ

171․ 18 սենեակ 48 օր լուսաւորելու համար գործածեցին 120 գրվ. նաւթ, ամեն մի սենեակում վառելով 4 լամպ։ Քանի օր կբաւականայ 125 գրվ. նաւթը, եթէ լուսաւորելու լինեն 20 սենեակ և ամեն մի սենեակում վառելու լինեն 3 լամպ։

Տուած խնդիրը դասաւորում ենք հետևեալ երկու տողերում, անյայտ թիւը դնելով վերջին տողում.—

18 սեն.—120 գրվ.—4 լամպ—48 օր
20 » —125 » —3 » —x »

Խնդիրը լուծելու համար դատում ենք հետևեալ կերպով․ օրերի թիւը կլինէր 48, եթէ սենեակների թիւը լինէր 18, նաւթի քանակութիւնը 120 գրվ. և ամեն մի սենեակում լամպերի թիւը 4։ Բայց խնդրի մէջ այդ բոլոր թւերի տեղ վերցրած են ուրիշ թւեր, այդ պատճառով օրերի թիւն էլ կփոխուի և 48-ի տեղ կլինի մի ուրիշ թիւ։ Չեշտութեամբ իմանալու համար, թէ ինչպէս կը փոխուի օրերի թիւը—ընդունենք, որ փոփոխուած է վերևի տողի մի որև է թիւը, ապա երկրորդը, յետոյ և երրորդը։ Ուրեմն, նախ ընդունենք, որ սենեակների 18 թիւը դարձել է 20, ապա 120 գրվ. դարձել է 125 և վերջապէս լամպների թիւը 4-ից դարձել է 3։

Երբ սենեակների թիւը 18-ից դառնում է 20, իսկ միւս պայմանները մնում են նոյնը, ապա խնդիրն էլ պարզւում է և կարող ենք դատել հետևեալ կերպով. 18 սենեակ լուսաւորելու համար նաւթը բաւականանում է 48 օր, քանի օր կբաւականանայ այդ նաւթը, եթէ լուսաւորելու լինենք 20 սենեակ (նոյն պայմաններում, այսինքն —երբ նաւթի քանակութիւնը մնում է 120 գրվ. և ամեն մի սենեակում այրւում է 4 լամպ)։

Այս խնդիրը վերաբերում է պարզ երից կանոնին և լուծենք միութեան բերելու եղանակով։

Օրերի թիւը հակադարձ համեմատական է սենեակների թուին ուստի. եթէ 18 սենեակ լուսաւորելու համար նաւթը բաւականանում է 48 օր, ապա մի սենեակի համար նա բաւական կլինէր 48.18 օր, իսկ 20 սենեակի համար $\frac{48.18}{20}$ (օր, որ կլինէր $43^1/_5$ օր, բայց այդ ֆորմուլան դեռ ևս աւելորդ է հաշուել)։

Այժմ 120 գրվ. նաւթի տեղ վերցնելով 125 գրվ., կստանանք պարզ երից կանոնին վերաբերեալ հետևեալ խնդիրը. 120 գրվ. նաւթը բաւականանում է $\frac{48.18}{20}$ օր, 125 գրվանքան քանի օր բաւական կլինի (միւս նոյնանման պայմաններում)։ Օրերի թիւը ուղիղ համեմատական է գրվանքաների թուին, ուստի մի գրվանքա նաւթը բաւական կլինի $\frac{48.18}{20.120}$ օր, իսկ 125 գրվանքան բաւական կլինի $\frac{48.18.125}{20.120}$ օր։

Վերջապէս 4 լամպի տեղ վերցնելով 3 լամպ, կըստանանք պարզ երից կանոնին վերաբերեալ հետևեալ խնդիրը. եթէ ամեն մի սենեակում վառելու լինին 4 լամպ—նաւթը կբաւականանայ $\frac{48.18.125}{20.120}$ օր, քանի օր կբաւականանայ նաւթը, եթէ սենեակում վառուի 3 լամպ (միւս նոյնանման պայմաններում)։

Օրերի թիւը հակադարձ համեմատական է լամպերի թուին, ուստի եթէ վառելու լինեն 1 լամպ, նաւթը բաւական կլինի $\frac{48.18.125.4}{20.120}$ օր. իսկ 3 լամպ վառելով բաւական կլինի. $x=\frac{48.18.125.4}{20.120.3}$։

Այժմ ի նկատի են առնուած խնդրի բոլոր պայմանները և մնում է հաշուել ստացած ֆորմուլան. $x=60$ օր։

Այս խնդրի մէջ խօսւում էր 4 մեծութիւնների՝ սենեակների թուի, լուսաւորութեան տեւողութեան, նաւթի քանակութեան և լամպերի թուի մասին և այդ մեծութիւններից իւրաքանչիւր զոյգը գտնւում են իրար հետ ուղիղ կամ հակադարձ համեմատական կապակցութեան մէջ (եթէ մնացած միւս մեծութիւնները մնում են անփոփոխ)։ Այս օրինակ խնդիրների լուծելու ձեւը, երբ տուած մեծութիւնների թիւը երկուսից աւելի է, կոչւում է բաղդերից կանոն։

ՏՈԿՈՍՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

172. Որեւէ թուի մի «տոկոս» նշանակում է այդ թուի մի հարիւրերորդական մասը։

Այսպէս օրինակ, երբ ասում են, որ այսինչ ուսումնարանում յառաջադէմ աշակերտների թիւը կազմում է բոլոր աշակերտների թուի 75 տոկոսը, այդ նշանակում է, որ առաջին թիւը կազմում է երկրորդ թուի 75 հարիւրերորդական մասը, և կամ նոյն է, եթէ ասենք, որ իւրաքանչիւր 100 աշակերտից 75-ը յառաջադիմում են, իսկ 25-ը յետ են մնում։ Եթէ գիտենք բոլոր աշակերտների թիւը է 300, այսինքն 3 հարիւրեակ, ապա յառաջադէմների թիւը կլինի 75.3=225։ Եթէ բոլոր աշակերտների թիւը լինի 360, ապա յառաջադէմների թիւը հաւասար կլինի

$$360.\frac{75}{100}=360.\frac{3}{4}=270.$$

Ամենից շատ «տոկոս» բառը գործ է ածւում առևտրական գործերում, երբ խօսքը վերաբերում է աշխատանքին կամ վնասին։ Օր. ասում են, որ վաճառականը աշխատեց իւր գործի մէջ ունեցած դրամագլխի 20 տոկոսը։ Այդ պիտի հասկանալ այսպէս. նա աշխատել է իւր դրամագլխի 20 հարիւրերորդական մասը, կամ ուրիշ կերպ ասած, դրամագլխի ամեն մի հարիւր մանէթին 20 մանէթ, կամ 100 կոպէկին 20 կոպէկ։

Տոկոսը նշանակում են % նշանով։ Օր. 5% նշանակում է՝ 5 տոկոս։

Երբ մի անձնաւորութիւն փող է պարտք վերցնում ուրիշից, այդ դէպքում, յաճախ, պայմանաւորւում են, որ պարտապանը վճարի պարտատիրոջը տարեկան յայտնի տոկոս։ Երբ ասում են, որ մէկը պարտք է վերցրել 500 մանէթ տարեկան 7%-ով— այդ նշանակում է, որ պարտապանը յանձն է առել նախ՝ ըստ պայմանի, ժամանակին յետ տալու այդ 500 մանէթը և 2-րդ, բացի այդ գումարից վճարելու պարտատիրոջը տարեկան— մինչև ժամանակի լրանալը, 7 մանէթ, ամեն մի հարիւր մանէթին, կամ 7 կոպէկ ամեն մի մանէթին (այսինքն պարտք արած 500 մանէթին՝ 35 մանէթ)։

Յաճախ պատահում է, որ ազատ փող ունեցող մարդիկ իրենց փողերը տեղաւորում են բանկում (դրամատնում)։ Այդ դէպքում բանկը այդ փողից օգտուելու համար—փողատիրոջը վճարում է որոշ տարեկան տոկոս։

Բանկն էլ ինքը այդ փողը պարտք է տալիս ուրիշներին և դրա համար վերցնում է տարեկան որոշ տոկոս։

Տոկոսով տուած դրամագլուխը կոչւում է սկզբնական դրամագլուխ. 100 մանէթի համար մի տարում ստացած շահը կոչւում է տոկոս (կամ 100 կոպէկի համար, երբ արտայայտուած է կոպէկներով)․ բոլոր դրամագլխի համար ստացած տոկոսները միասին կոչւում է շահ. սկզբնական դրամագլուխը տոկոսների գումարի հետ միասին կոչւում է աճած (յաւելեալ) դրամագլուխ։ Եթէ օր. 200 մանէթը շահեցրած է 1 տարով 5%-ով—այդ դէպքում սկզբնական դրամագլուխը կլինի 200 մանէթ, տոկոսը՝ 5, մի տարուայ շահը՝ 10 Ռբ., աճած դրամագլուխը՝ 210 մանէթ.

173. *Պարզ եւ բարդ տոկոսներ։* Տոկոսները լինում են պարզ և բարդ։ Դրանց զանազանութիւնը որոշելու համար, խօսենք օրինակով։ Դիցուք մէկը շահով է տուել 100 մանէթ 5%-ով։ Եթէ այդ անձը տարին անցնելուց յետոյ չը վերցի իւր շահը՝—5 մանէթը, ապա դրամագլուխը կդառնայ 105 մանէթ։ Կարելի է պայմանաւորուել, որ երկրորդ տարուայ շահը հաշուի ոչ միայն սկզբնական դրամագլխից, այսինքն 100 մանէթից, այլ և այն 5 մանէթից, որ աւելացել է առաջին տարին. Նոյնպէս և հետևեալ տարիներին։ Կամ կարելի է պայմանաւորուել, որ երկրորդ և հետևեալ տարիների տոկոսները հաշուին միայն սկզբնական դրամագլխից, այսինքն 100 մանէթից, թէպէտ և այդ անձնաւորութիւնը տարեկան շահը թողնելիս լինի և ստանալիս չլինի մի քանի տարի շարունակ։

Երբ տոկոսները հաշւում են ոչ թէ սկզբնական դրամագլխից, այլև նախկին տարիներից աւելացած շահից— այդ տեսակ տոկոսները կոչւում են բարդ, իսկ երբ տոկոսները հաշւում են միայն սկզբնական դրամագլխից՝ կոչւում են պարզ տոկոսներ։

Ստորև առաջ բերած բոլոր խնդիրներում ենթադրըւում է պարզ տոկոսներ և իրականութեան մէջ էլ մեծ մասամբ գործադրւում են պարզ տոկոսները։

Երբ հաշիւը կատարւում է պարզ տոկոսներով, այդ դէպքում շահը համեմատական է ժամանակին և դրամագլխին, միւս նոյնանման պայմաններում։ Եթէ օրինակ դրամագլուխը 100 մանէթ է և տոկոսը 5%, այդ դէպքում մի տարուայ շահը կլինի 5 մանէթ, երկու տարուանը՝ 10 մանէթ, երեք տարուանը՝ 15 մանէթ և այլն, այսինքն՝ շահը աճում է ժամանակի համեմատ. իսկ եթէ ժամանակը մի տարի է և տոկոսը 5%, ապա հարիւր մանէթի շահը կլինի 5 մանէթ, 200 մանէթինը՝ 10 մանէթ՝ 300 մանէթինը՝ 15 մանէթ, և այլն, այսինքն. շահը աճում է դրամագլխի համեմատ։

Պէտք է նկատենք, որ աճած դրամագլուխը համեմատական չէ ժամանակին։ Եթէ օրինակ դրամագլուխն է 100 մանէթ և տոկոսը 5%—ապա մի տարուց յետոյ աճած դրամագլուխը կլինի 105 մանէթ, իսկ երկու տարուց յետոյ՝ 110 մանէթ և ոչ թէ 210 մանէթ։

174. Վերցնենք տոկոսների վերաբերեալ զանազան խնդիրների օրինակներ։

Խնդիր 1. Գտնենք 7285 մանէթի շահը—որ տուած 8%, $3\frac{1}{2}$ տարի ժամանակով։

Նախ գտնենք մի տարուայ, ապա $3\frac{1}{2}$ տարուայ շահը։

1 մանէթը տարեկան տալիս է 8 կոպէկ, կամ $\frac{8}{100}$ մ.,

7285 մանէթը մի տարում կբերի $\frac{8}{100} \cdot 7285 = \frac{8 \cdot 7285}{100}$ մ.,

7285 » $\frac{7}{2}$ տարում » $\frac{8 \cdot 7285 \cdot 7}{100 \cdot 2}$ 2039 մ. 80 կ.

Այս խնդիրը կարելի է լուծել և ուրիշ կերպով. ըստ պայմանի մի տարուայ շահը կազմում է դրամագլխի

$^8/_{100}$ մասը։ Դրամագլխի $^8/_{100}$ մասը գտնելու համար բաւական է այն բազմապատկել $^8/_{100}$-ով։ Ուրեմն մի տարուայ շահը անում է ($7285 \cdot {}^8/_{100}$) մանէթ, իսկ $3^1/_2$ տարուայ շահը կլինի $7285 \cdot {}^8/_{100} \cdot {}^7/_2$։

Ծանօթ. Եթէ ժամանակը պարունակում է իւր մէջ ամիսներ կամ օրեր, պէտք է գտնենք մի ամսուայ, կամ մի օրուայ շահը և ապա տուած օրերի և ամիսների շահը։ Պէտքէ նկատենք, որ յարմարութեան համար առևտրական գործերում ընդունուած է տարին հաշուել 360 օր, իսկ ամիսը 30 օր։

Խնդիր 2-դ։ Ի՞նչքան դրամագլուխ պիտի լինի որ $6^3/_4$-ով, 6 տարի 8 ամսում բերի 3330 ման. շահ։

Նախ գտնենք, թէ 1 մանէթը 6 տարի 8 ամսում ի՞նչքան շահ կբերի։

1 ման. 1 տարում բերում է $6^3/_4$ կոպ. կամ $\frac{27}{4 \cdot 100}$ մ.։

1 ման. 1 ամս. » $\frac{27}{4 \cdot 100 \cdot 12}$ մանէթ։

1 մ. 6 տ. 8 ամ. » $\frac{27 \cdot 80}{4 \cdot 100 . 12} = \frac{9}{20}$ ման.

Եթէ մի մանէթը բերում է $^9/_{20}$ մանէթ, իսկ անյայտ դրամագլուխը բերում է 3330 մանէթ, ապա անյայտ դրամագլուխը իւր մէջ պարունակում է այնքան մանէթ, որքան անգամ 3330 մանէթի մէջ պարունակւում է $^9/_{20}$ մանէթը. Ուրեմն.

$$x = 3330 : \frac{9}{20} = 7400 \text{ (մանէթ)}։$$

Ուրիշ կերպ. մի տարուայ շահը կազմում է դրամագլխի $6^3/_4$ (այսինքն $^{27}/_4$) հարիւրերորդական մասը. 6 տարի 8 ամսուայ, (այսինքն 80 ամսուայ) շահը կլինի նրա $\frac{27\cdot80}{4.12}$ հարիւրերորդական մասը, որ կրճատելով կըստանանք դրամագլխի 45 հարիւրերորդական մասը։ Պայմանի համաձայն այդ 45 հարիւրերորդական մասը հաւասար է 3330 մանէթին, ուստի դրամագլխի 1 հարիւրերորդական մասը հաւասար է $\frac{3330}{45}$, իսկ 100 հարիւրերորդականը կլինի $\frac{3330\cdot100}{45}=7400$ մանէթ։

Խնդիր 3։ Ի՞նչքան դրամագլուխ պիտի լինի, որ 5%-ով 6 տարում դառնայ 455 մանէթ։

Այս խնդիրը տարբերւում է 2-րդ խնդրից նրանով, որ այնտեղ ասուած էր թէ որքան շահ կբերի անյայտ դրամագլուխը, իսկ այստեղ շահը անյայտ է, բայց յայտնի է, որ դրամագլուխը աճելով—ինչքան կդառնայ։ Մենք այնտեղ պիտի իմանանք մի մանէթի շահը, իսկ այստեղ պիտի իմանանք թէ ինչքա՞ն կդառնայ մի մանէթը։

1 Մանէթը մի տարում բերում է 5 կոպ., իսկ 6 տարում կբերի 30 կոպ.։ Ուրեմն 6 տարի անցնելուց յետոյ մի մանէթը կդառնայ 130 կոպէկ, այսինքն 1,3 մանէթ։ Եթէ 1 մանէթը դառնում է 1,3 մանէթ, իսկ մանէթների անյայտ թիւը դառնում է 455 մանէթ, ապա պարզ է, որ անյայտ դրամագլուխը պարունակում է իր մէջ այնքան մանէթ, քա՞նի անգամ որ 1,3 մանէթը պարունակւում է 455 մանէթի մէջ։ Ուստի.

$$x=455:1,3=4500:13=350 \text{ (մանէթ)}։$$

Խնդիր 4. 15108 մանէթ դրամագլուխը քա՞նի տոկոսով պիտի շահեցնուի, որ նրանից, 2 տարի 8 ամիս ժամանակում, կարելի լինի ստանալ 2417 մանէթ 28 կոպ. շահ։

Գտնել տոկոսը նշանակում է՝ իմանալ թէ մի տարում քա՞նի կոպէկ կստացուի 100 կոպէկից, կամ մի 1 մանէթից։

15108 ման. 32 ամսում բերում է 241728 կոպ.

1 » 32 » » $\frac{241728}{15108}$ կոպ.

1 » 1 » » $\frac{241728}{15108.32}$ կոպ.

1 » 12 » » $\frac{241728.12}{15108.32}=6$ կ.

Երբ մի մանէթը տարեկան բերում է 6 կոպէկ, նըշանակում է, որ դրամագլուխը տուած է 6%-ով։

Խնդիր 5. 2485 մանէթը տուած է 7%-ով, նա ո՞րքան ժամանակում կբերի 139 մանէթ 16 կոպէկ շահ։

Նախ իմանանք, թէ անյայտ ժամանակի ընթացքում ո՞րքան շահ կբերի 1 մանէթը։

2485 մանէթը բերում է 13916 կոպ.

1 » » $\frac{13916}{2485}$ կոպ։

Բայց 1 տարում 1 մանէթը բերում է 7 կոպէկ, նըշանակում է. անյայտ ժամանակը է այնքան տարի, քանի անգամ որ $\frac{13916}{2485}$ կոպէկը պարունակում է իւր մէջ 7 կոպէկ, ուստի։

$$x=\frac{13916}{2485}:7=\frac{13916}{2485.7}(\text{տարի})=\frac{13916.360}{2485.7}(\text{օր})=288\ (\text{օր։})$$

ՄՈՒՐՀԱԿՆԵՐԻ ԶԵՂՉԻ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

175. Երբ մէկը մի ուրիշից տոկոսով փող է պարտք անում, այդ դէքում, պարտապանը տալիս է իւր պարտատիրոջ գրաւոր պարտաւորագիր, որ յայտնի ժամանակից, յետոյ կվճարի պարտատիրոջը փոխ առած գումարը իւր

տոկոսներով։ Այդ տեսակ պարտաւորագիրը, գրուած ընդունուած ձեւով սահմանուած, դրոշմաւոր (գերբովի) թղթի վրայ, կոչւում է մուրհակ։ Դիցուք մէկը 1906 թուի յունուարին մի ուրիշից պարտք է վերցրել 1000 մանէթ 1 տարի ժամանակով 10$^{0}/_{0}$-ով։ Հաշուելով, որ այդ ժամանակի ընթացքում 1000 մանէթը իր տոկոսով կդառնայ 1100 մանէթ—պարտապանը տալիս է պարտատիրոջը 1100 մանէթի մուրհակ*։

Մուրհակի մէջ չի գրւում ոչ իսկական պարտքի գումարը և ոչ էլ տոկոսները, որով գումարը պարք է արած, բայց գրւում է այն գումարը, որ պարտապանը պիտի վըճարի և այն ժամանակը—երբ այդ գումարը պիտի վճարի։ Մուրհակում նշանակած գումարը կոչւում է մուրհակի գումար, կամ մուրհակի վալիւտա։ Վալիւտան է պարտք արած դրամագլուխը իւր այնքան ժամանակուայ տոկոսների հետ միասին, երբ այդ գումարը պիտի յետ վճարուի։

Պարտատէրը, որի ձեռքում գտնւում է մուրհակը—իրաւունք չունի պարտապանից—մուրհակի վրայ նշանակած ժամանակից առաջ, պահանջել իւր գումարը։ Ընդունենք օրինակ, որ պարտապանը իւր 1100 մանէթ պարտքը կամենում է վճարել նշանակուած ժամանակից 6 ամիս առաջ։ Նրան հաշիւ չէ այդ գումարը իսկոյն և էտ վճարել պարտատիրոջ—որովհետև նա դեռ 6 ամիս կարող է օգտուել այդ 1100 մանէթ գումարի տոկոսներից։

---

*) Սովորաբար ընդունուած է տոկոսների գումարը առաջուց հանել դրամագլխից։ Եթէ որ պարտք է արած 1000 մանէթ 1 տարի ժամանակով 10$^{0}/_{0}$-ով, ապա մուրհակը գրւում է 1000 մանէթի, իսկ պարտք վերցնողը ստանում է միայն 900 մանէթ։ 100 մանէթը պարտատէրը վերցնում է առաջուց իբրև իւր գումարի տոկոսներ։

Այդ դէպքերում պարտատէրը և պարտապանը համաձայնութեան են գալիս, որով պարտատէրը համաձայնւում է մուրհակի գումարից մի փոքր պակաս ստանալ։ Այդ համաձայնութիւնը արտայայտւում է նրանով, որ պարտապանին առաջարկւում է մուրհակի գումարի իւրաքանչիւր 100 միութիւնից իւր օգտին պահելու որև է տոկոս։ Որոշուած տոկոսը սովորաբար վերաբերում և մի տարուն։ Եթէ օր. պարտատէրը և պարտապանը համաձայնուել են, որ վերջինս, մուհրակի գումարը ժամանակից առաջ վճարելու դէպքում, իրաւունք ունի իւր օգտին յետ պահելու $8^{0}/_{0}$, այդ նշանակում է, որ վալիւտայի իւրաքանչիւր 100 կոպէկից պարտապանը իրաւունք ունի յետ պահելու 8 կոպէկ, եթէ նա վճարի ժամանակից մի տարի առաջ։ Իսկ եթէ նա վճարելու լինի $^{1}/_{2}$ տարի առաջ, ապա վալիւտայի իւրաքանչիւր (մանէթից կարող է յետ պահել 4 կոպ. իսկ 1, ամիս ժամանակից առաջ. վճարելու դէպքում, կարող է յետ պահել իւրաքանչիւր 1 մանէթից $^{8}/_{12}$ կամ $^{2}/_{3}$ կոպ. և այլն։

Այն գումարը, որ հանւում է վալիւտայից, երբ մուրհակի արժէքը վճարւում է ժամանակից առաջ, կոչւում է մուրհակի զեղչ։ Որոշել զեղչը, տուած ժամանակի և տուած տոկոսների համեմատ, նշանակում է զեղջել մուրհակը.

Պատահում է, որ պարտատէրը պարտապանի մուրհակը ծախում է մի ուրիշ մարդու, կամ բանկի։ Այդ դէպքում մուրհակ առնողը իւր օգտին զեղջում է ըստ պայմանի, այն տարեկան $^{0}/_{0}$-ի գումարը, որ նրան կհասնի այնքան ժամանակի համար, որքան ժամանակ մնացել է մինչև մուրհակի ժամանակ լրանալը։

176. *Մուրհակների զեղջին վերաբերեալ զանազան խնդիրներ եւ օրինակներ.*

Խնդիր **1.** 5600 մանէթ մուրհակի գինը վճարեցին ժամանակից 5 ամիս առաջ 6% զեղջելով, Ընդամենը ո՞րքան է զեղջուած մուրհակից։

Զեղջուած է 6%։ Այդ նշանակում է. եթէ մուրհակի արժէքը վճարէին ժամանակից մի տարի առաջ, ապա իւրաքանչիւր 1 մանէթից պիտի զեղջէին 6 կոպէկ։ Բայց որովհետև վճարել են ոչ թէ մի տարի, այլ 5 ամիս ժամանակից առաջ, ուստի զեղջն էլ պէտք է լինի ոչ թէ 6 կոպէկ, այլ պակաս։ Իմանանք թէ տարեկան 6%-ը 5 ամսուայ համար քանի տոկոս է անում.

12 ամսուայ համար վճարում են 6%։

1 » » » $^6/_{12}={}^1/_2\%$

5 » » » $^1/_2\times 5={}^5/_2\%$

Այսպէսով վալիւտայի իւրաքանչիւր մանէթից պիտի զեղջեն $^5/_2$ կոպէկ։

Բայց վալիւտան 5600 մանէթ է. ուստի

զեղջը$={}^5/_2\times 5600=5.2800=14000$ կոպ.$=140$ Ռբ.։

Ծանօթ. Եթէ հարկաւոր է զեղջը հաշուել մի քանի օրուայ համար, այդ դէպքում, տարին ընդունում ենք 360 օր, ամիսը 30 օր։

Խնդիր 2. Ժամանակից 2 տարի առաջ ծախեցին մուրհակ, զեղջելով նրա գումարից 148 մանէթ։ Ո՞րքան է մուրհակի վալիւտան, եթէ զեղջը հաշուած է 8%-ով։

Տարեկան 8%-ը երկու տարուայ համար անում է 16%։ Այդ նշանակում է, որ վալիւտայի իւրաքանչիւր մանէթից յետ են պահել 16 կոպէկ, իսկ բոլոր վալիւտայից յետ են պահել 148 Ռբ.։ Պարզ է, որ վալիւտան այնքան մանէթ է, քանի անգամ որ 16 կոպէկը պարունակւում է 148 մանէթի մէջ։ Ուստի

$x=148$ Ռբ.$:16$ կոպ.$=14800:16=925$ (Ռբ.)։

Խնդիր 3. Ժամանակից 2 տարի առաջ մուրհակին վճարեցին 777 մանէթ։ Ո՞րքան է մուրհակի վալիւտան, եթէ զեղջը արուած է 8%-ով։

Այս խնդիրը նախընթացից տարբերւում է նրանով, որ այնտեղ տուած էր, թէ որքան է գեղջուած անյայտ վալիւտայից, իսկ այստեղ—թէ որքան է վճարուած անյայտ վալիւտային։ Այնտեղ պիտի իմանայինք, թէ ամեն մի մանէթից որքան էին յետ պահում, իսկ այստեղ պիտի իմանանք, թէ վալիւտայի ամեն մի մանէթի փոխարէն որքան են վճարում։

Տարեկան 8⁰/₀-ը երկու տարուայ համար անում 16⁰/₀։ Ուրեմն վալիւտայի ամեն մի մանէթի համար վճարում էին՝ 100—16 այսինքն՝ 84 կոպ.։ Եթէ ամեն մի մանէթի փոխարէն վճարում էին 84 կոպ., իսկ բոլոր վալիւտային վճարել են 777 ման., պարզ է, որ վալիւտան է այնքան մանէթ, որքան անգամ 777 մանէթի մէջ պարունակւում է 84 կոպէկը։ Ուստի.

$x = 777$ մ.$:84$ կոպ.$= 77700:84 = 925$ (մնթ.)

Խնդիր 4. 3025 մանէթի մուրհակը գեղջուած է 1 տարի 3 ամիս ժամանակից առաջ և ընդամենը նրանից յետ է պահուած 484 մանէթ։ Քանի՞ տոկոսով է կատարած գեղջը։

Գտնել տոկոսների թիւը, այդ նոյն է, իմանալ—թէ վալիտայի գումարի իւրաքանչիւր մանէթից 12 ամսում քանի կոպէկ է յետ պահուած։

3025 մանէթից 15 ամսում յետ է պահուած 48400 կ.։

3025 » 1 » » » $\frac{48400}{15}$ կ.

1 » 1 » » » $\frac{48400}{15.3025}$

1 » 12 » » $\frac{48400.12}{15.3025} = 12^4/_5$ կ.

Եթէ 12 ամսում մի մանէթից գեղջւում է $12^4/_5$ կոպէկ, ապա նշանակում է, որ գեղջը արուած է $12^4/_5$⁰/₀-ով։

Խնդիր 5. 5625 մանէթի մուրհակը ծախեցին 911 մանէթ 25 կոպ. զիջումով. ժամանակից որքան առաջ է ծախած այդ մուրհակը, եթէ զեղջը հաշուած է 8,1%-ով։

Իմանանք, թէ վաղիւտայի իւրաքանչիւր մանէթից որքան է զեղջուած բոլոր անյայտ ժամանակի համար.

5625 մանէթից զեղջուած է 91125 կոպ.։

$$1 \quad » \quad » \quad \frac{91125}{5625}$$

Այսքան է մի մանէթի զեղջը, բոլոր անյայտ ժամանակի համար, իսկ 1 տարուայ մի մանէթի զեղջը անում է 8,1 կոպ.։ Այստեղից հետեւում է, որ անյայտ ժամանակը պարունակում է իւր մէջ այնքան տարի, քանի անգամ որ $\frac{91125}{5625}$ կոպէկի մէջ պարունակւում է 8,1 կոպէկը։ Ուստի

$$x=\frac{91125}{5625}:8,1=\frac{91125.10}{5625}=2\ (\text{տարի})։$$

ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

177. *Բաժանել 84-ը երեք մասերի 7, 5 եւ 2 թուերի համեմատութեամբ։*

Այս պիտի հասկանալ հետեւեալ կերպով. 84-ը պիտի բաժանենք երեք այնպիսի մասերի, որ առաջին մասը յարաբերի երկրորդին այնպէս, ինչպէս 7-ը 5-ին, իսկ երկրորդը երրորդին,—ինչպէս 5-ը 2-ին։ Ընդունենք, որ իսկական մասերն են x_1, x_2, x_3։ Խնդրի մէջ պահանջւում է, որ այդ մասերը պիտի գոհացնեն հետեւեալ երկու համեմատութիւններին.

$$x_1:x_2=7:5\ldots(1) \qquad x_2:x_3=5:2\ldots(2)$$

Այս համեմատութիւններից կարելի է եզրակացնել հետեւեալը. եթէ x_1-ը 7 հաւասար մաս անենք, ապա այդ տեսակ մասերից x_2 կունենայ 5, որովհետև միայն այդ դէպքում x_1-ի յարաբերութիւնը դէպի x_2-ը հաւասար կլինի 7-ի և 5 յարաբերութեանը: Նոյն տեսակ մասեր x_3 պէտք է ունենայ 2, որովհետև միայն այդ դէպքում x_2-ի յարաբերութիւնը դէպի x_3-ը հաւասար կլինի 5-ի և 2-ի յարաբերութեանը: Այստեղից պէտք է եզրակացնենք, որ x_1, x_2 և x_3 գումարի մէջ x_1-ի եօթերորդ մասը կայ $7+5+2$ անգամ, այսինքն 14 անգամ: Բայց $x_1+x_2+x_3$ գումարն է 84: Ուրեմն x_1-ի եօթերորդ մասը հաւասար է $84:14=6$: Այդպիսի մասեր x_1-ը ունի 7, x_2-ը՝ 5, իսկ x_3-ը՝ 2: Ուրեմն $x_1=6.7=42$: $x_2=6.5=30$: $x_3=6.2=12$:

Կանոն. Թիւը համեմատական մասերի բաժանելու համար, համաձայն տուած մի քանի թուերի —պէտք է նրան բաժանել տուած թուերի գումարի վրայ և ստացած քանորդով բազմապատկել այդ թուերից ամեն մէկը:

Ծանօթ. (1) և (2) համեմատութիւններից կարելի է կազմել հետևեալ երրորդ համեմատութիւնը.

$$x_1:x_2=7:2\ldots(3)$$

Եւ իսկապէս, մենք տեսանք, որ եթէ x_1-ը 7 հաւասար մաս անենք, այդպիսի մասեր x_3-ը կունենայ 2. հետևապէս $x_1:x_3$ յարաբերութիւնը հաւասար է $7:2$ յարաբերութեանը:

Վերը գրած երեք համեմատութիւնները կրճատուած ձևով կարելի է արտայայտել այսպէս.

$$x_1:x_2:x_3=7:5:2$$

178. *Խնդիր 2.* 968-ը 4 մաս անել համեմատութեամբ $1\frac{1}{2}:\frac{3}{4}:\frac{2}{5}:\frac{3}{8}$ թուերի:

Նախ և առաջ տուած կոտորակ թուերի շարքը փոխարինենք ամբողջ թուերի շարքով: Դրա համար բոլոր կոտորակները բերենք մի ընդհանուր յայտարարի և խառը թուերը դարձնենք անկանոն կոտորակներ:

$$1\frac{1}{2}:\frac{3}{4}:\frac{2}{5}:\frac{3}{8}=\frac{60}{40}:\frac{30}{40}:\frac{16}{40}:\frac{15}{40}$$

Դէն ձգելով ընդհանուր յայտարարը, ամեն մի կոտորակ կշատացնենք հաւասար թիւ անգամ (40 անգամ)։ Դրանով այդ թուերի միջի յարաբերութիւնը չի փոփոխուի։ Ուրեմն՝ $1\frac{1}{2}:\frac{3}{4}:\frac{2}{5}:\frac{3}{8}=60:30:16:15$։

Այժմ խնդիրը կարելի է արտայայտել այսպէս. 968-ը բաժանել 4 մասի համեմատութեամբ 60:30:16:15 թուերի։ Այս խնդիրն էլ լուծւում է առաջին խնդրի նման։

179. Այն կանոնը, որով թիւը կարելի է բաժանել մասերի, համեմատ տուած մի քանի թուերի, կոչւում է համեմատական բաժանման կանոն։ Կան բազմաթիւ խնդիրներ, որոնց լուծելու ժամանակ գործ է ածւում այս կանոնը։ Օրինակ.

Խնդիր 3։ Երեք վաճառական ընկերացան և առևտուր սկսեցին։ Այդ նպատակով առաջին վաճառականը մէջ բերեց 15000 մանէթ դրամագլուխ, երկրորդը՝ 10000 մանէթ, իսկ երրորդը՝ 12500 մանէթ։ Նրանք այդ առևտուրի մէջ աշխատեցին 7500 մանէթ։ Պէտք է իմանանք թէ այդ աշխատանքից ի՞նչքան կնկնի ամեն մէկին։

Որովհետև ամեն մի մէջ բերած մանէթը աշխատել է միևնոյն չափով, այդ պատճառով ամեն մի ընկերի աշխատանքը համեմատական է նրա մէջ բերած դրամագլխին։

Ուստի և խնդիրը կարելի է ձևակերպել այսպէս. 7500 մանէթը, պէտք է բաժանել երեք մասի, համեմատութեամբ 15000, 10000 և 12500 թուերի, իսկ այս է համեմատական բաժանման վերաբերեալ խնդիր։ Նախ քան այս խնդրի լուծելը, պիտի նկատենք, որ 15000:10000:12500 թուերի շարքը կրճատւում է 2500-ի վրայ, որով նրանց միջի յարաբերութիւնը չի փոխուի։ Կրճատելով կստանանք. 6:4:5։ Դատելով այնպէս, ինչպէս դատում էինք առաջին խնդիրը լուծելիս, կգտնենք, որ

$x_1 = \frac{7500}{15} : 6 = 3000$։ $x_2 = \frac{7500}{15} \cdot 4 = 2000$։ $x_3 = \frac{7500}{15} \cdot 5 = 2500$

Համեմատական բաժանման կանոնը երբեմն կոչւում է և ընկերութեան կանոն, որովհետև այդ կանոնի օգնութեամբ, ի միջի այլոց, լուծւում են և այնպիսի խնդիրներ, որոնց մէջ վերը առաջ բերած խնդրի նման, հարկաւոր է բաժանել մի քանի անձնաւորութիւնների մէջ այն աշխատանքը, որ ստացուել է ընկերութեամբ կատարած զանազան առևտրական ձեռնարկութիւններից։

180. Խնդիր 4. Երկաթուղու գծի վրայ աշխատում էին երեք խումբ բանուորներ։ Առաջին խմբում կար 27 բանուոր, երկրորդում՝ 32, իսկ երրորդում՝ 15։ Առաջին խումբը բանեց 20 օր, երկրորդը՝ 18 օր, իսկ երրորդը՝ 16 օր։ Բոլոր երեք խմբերը իրանց աշխատութեան վարձ ստացան 4068 մանէթ։ Այդ բոլորից քա՞նի մանէթ կընկնի ամեն մի խմբին։

Եթէ ամեն մի խումբ աշխատէր հաւասար թիւ օրեր, ապա դրանց վարձատրութիւնը համեմատական կլինէր խմբի անդամների թւին։ Ուստի խնդրին այնպիսի կերպարանք տանք, որ բոլոր խմբերի բանած օրերի թիւը լինի միատեսակ։ Օր. ընդունենք, որ ամեն մի խումբ բանել է մէկ օր. ինչ ասել կուզի, որ այդ դէպքում ամեն մի խմբի ստանալիքն էլ կպակասի։ Որպէս զի նրանց ստանալիքը չփոփոխուի, ամեն մի խմբի բանուորների թիւը պիտի շատացնենք այնքան անգամ—որքան անգամ պակասցրել ենք օրերի թիւը։ Այսպէս, որպէս զի առաջին խումբը մի օրուայ մէջ ստանայ նոյնքան, որքան նա ստանալու է 20 օրուայ մէջ—հարկաւոր է, որ այնտեղ աշխատեն ոչ թէ 27 բանուոր, այլ 27×20. նոյնպէս և երկրորդ խմբում բանուորների թիւը պիտի լինի ոչ թէ 32, այլ 32×18, որ այդ խումբը մի օրում կարողանայ ստանալ այնքան, որքան նա ստանալու էր 18 օրում և երրորդ խումբը պիտի լինէր

15×16 բանուոր, որ 16 օրուայ ստանալիքը կարողանար ստանալ մի օրում։ Այժմ ստանում ենք հետեւեալ երկու շարք թուերը։

Բանուորների թիւը	(25×20):	(32×18):	(15×16)
Օրերի »	1	1	1

Մնում է 4068-ը բաժանել մասերի, համեմատ բանուորների թուին։ Կրճատելով այդ թուերը (3-ի և 4-ի վրայ) կգտնենք, որ 4068-ը պէտք բաժանենք 45:48:20 թուերի համեմատութեամբ։ Նշանակելով իսկական մասերը x_1, x_2, x_3, համաձայն նախկին բացատրութեան, կստանանք.

$$x_1=\frac{4068\cdot45}{45+48+20}=\frac{4068\cdot45}{113}=36\cdot45=1620 \text{ (մանէթ)։}$$

$$x_2=\frac{4068\cdot48}{113}=36\cdot48=1728 \text{ (մանէթ),}$$

$$x_3=\frac{4068\cdot20}{13}=36\cdot20=720 \text{ (մանէթ)։}$$

181. Խնդիր 5. 125-ը պէտք 4 այնպիսի մաս անել, որ առաջին մասը յարաբերի երկրորդին այնպէս, ինչպէս 2:3, երկրորդը երրորդին՝ ինչպէս 3:5, իսկ երրորդը չորրորդին՝ ինչպէս 5:6։

Խնդիր 6. 125-ը պէտք չորս այնպիսի մաս անել, որ առաջին մասը յարաբերի երկրորդին այնպէս՝ ինչպէս 2:3, երկրորդը երրորդին՝ ինչպէս 4:5, իսկ երրորդը չորրորդին՝ ինչպէս 6:11։

Այս խնդիրներից ամեն մէկում տուած են մասերի մէջ եղած յարաբերութիւնը և նրանց գումարը, պէտք գըտնենք իսկական մասերը։ Սակայն այս խնդիրների մէջ կայ էական տարբերութիւն։ Առաջին խնդրում

2:3, 3:5 և 5:6

յարաբերութիւնները այնպէս են, որ առաջինի հետևորդ անդամը հաւասար է երկրորդի նախորդ անդամին, իսկ երկրորդի հետնորդ անդամը՝ երրորդի նախորդ անդամին։ Այս պատճառով կարելի է ասել, որ առաջին խնդրում պահանջւում է 125 թիւը չորս մաս անել համեմատութեամբ 2:3:5:6 թուերի, ուրեմն և այս խնդիրը պիտի լուծել առաջին խնդրի նման։

Երկրորդ խնդրի մէջ մասերի յարաբերութիւնները՝

$$2:3, \quad 4:5 \quad \text{և} \quad 6:11$$

այնպէս են, որ մէկ յարաբերութեան հետնորդ անդամը հաւասար չէ յաջորդ յարաբերութիւն նախորդ անդամին։

Սակայն այս դէպքն էլ կարելի է փոխել և դարձնել առաջինի նման, օրինակ, այսպիսի դատողութեամբ·

Իսկական մասերը նշանակելով, x_1, x_2, x_3 և x_4 նշաններով մենք կարող ենք գրել երեք համեմատութիւն.

$x_1:x_2=2:3$ Առաջին համեմատութիւնից տեսնում ենք,
$x_2:x_3=4:5$ որ եթէ x_1-ը 2 մաս անենք, այդպիսի
$x_3:x_4=6:11$ մասեր x_2-ում պիտի լինի 3։ Այժմ իմանանք թէ այդպիսի քանի մասեր կպարունակուի x_3-ում և x_4-ում։ Երկրորդ համեմատութիւնից տեսնում ենք, որ x_3-ը կազմում է x_2-ի $^5/_4$ մասը· բայց x_2-ը պարունակում է իր մէջ 3 հաւասար մասեր—նշանակում է որ այդպիսի մասեր x_3-ում կպարունակուի $3\times{}^5/_4$, այսինքն՝ $^{15}/_4$։ Երրորդ համեմատութիւնից տեսնում ենք, որ x_4 կազմում է x_3-ի $^{11}/_6$ մասը· բայց x_3-ը ունի $^{15}/_4$ հաւասար մասեր։ Նշանակում է, որ x_4-ում այդպիսի մասեր կլինեն $^{15}/_4\times{}^{11}/_6$, այսինքն $^{55}/_8$։ Այսպէս x_4-ը ունի $^{55}/_8$ այնպիսի հաւասար մասեր, որպիսին—x_3-ը ունի $^{15}/_4$, x_2-ը՝ 3, իսկ x_1-ը՝=2։ Ուրեմն խնդիրը լուծելու համար բաւական է 125 թիւը 4 մաս անել հետամտութեամբ

$$2:3:\frac{15}{4}:\frac{55}{8} \text{ թուերի}$$

կամ, այդ բոլոր թուերը բազմապատկելով 8-ի վրայ.

16:24:30:55

Այսպէսով այս խնդիրն էլ ստանում է առաջին խնդրի կերպարանքը։

Ծ ա ն օ թ. Եթէ, ինչպէս այս, նոյնպէս և ուրիշ խընդիրներում, յարաբերութեան անդամները արտայայտուած են կոտորակ թուերով—յարմար է այդ յարաբերութիւնները նախևառաջ փոխարինել ամբողջ թուերի համապատասխան յարաբերութիւններով։

ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ՎԵՐԱԲԵՐԵԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

182. 1-ն տեսակի խառնուրդ. խնդիր 15 գրվ. գրվանքան 8 կոպէկանոց, 20 գրվ. գրվանքան 7 կոպէկանոց և 25 գրվ. գրվանքան 4 կոպէկանոց, երեք տեսակ ալիւր խառնեցին իրար հետ։ Ի՞նչ արժէ խառնուրդի գրվանքան։

Նախ պիտի իմանանք, թէ ի՛նչ արժէ առաջին, երկրորդ և երրորդ տեսակ բոլոր ալիւրը։ Ապա պիտի իմանանք ի՛նչ արժէ բոլոր խառնուրդը. այնուհետև քանի՞ գրվ. է բոլոր խառնուրդը և վերջապէս՝ խառնուրդի մի գրվանքայի գինը։

15 գրվ. 8 կոպ. արժէ $8.15 = 120$ կոպ.
20 » 7 » » $7.20 = 140$ »
25 » 4 » » $4.25 = 100$ »
բոլոր խառնուրդն արժէ 360 »

Խառնուրդի բոլոր գրվան. թիւը է՝ $15 + 20 + 25 = 60$ խառնուրդի գրվանքան արժէ $360 : 60 = 6$ կոպ.։

Այս ձևով լուծւում են այն բոլոր խնդիրները, որոնց մէջ յայտնի են՝ խառնուած նիւթերի ամեն մի տեսակի քանակութիւնը ու արժէքը և հարկաւոր է գտնել խառնուրդի միութեան գինը։ Այդ տեսակ խնդիրները կոչւում են խառնուրդի վերաբերեալ 1-ն տեսակի խնդիրներ։

183. *2-րդ տեսակի խառնուրդ։ Խնդիր.* Երկու տեսակ թեյից 32 գրվ. խառնուրդ կազմեցին։ Առաջին տեսակի գրվանքան արժէր 3 մանէթ, երկրորդ տեսակի գրվանքան արժէ 2 մանէթ 40 կոպ.։ Խառնուրդի համար քանի գրվանքա է վերցրած ամեն մի տեսակ թեյից, եթէ խառնուրդի գրվանքան արժէ 2 մանէթ 85 կոպ. (առանց վնասի և աշխատանքի)։

Թանկ տեսակի թեյի գրվանքան ծախելով 2 մանէթ 85 կոպէկով, վաճառականը ամեն մի գրվանքում վնաս կանի 15 կոպէկ (3 մանէթից—2 մանէթ 85 կոպ.)։ Էժան տեսակ թէյի գրվանքան ծախելով 2 մանէթ 85 կոպէկով վաճառականը ամեն մի գրվանքում կաշխատի 45 կոպ. (285—240)։ Եթէ մի գրվանքա թանկ տեսակի թեյից ըստացած վնասը հաւասար լինէր մի գրվանքա էժան տեսակ թեյից ստացած աշխատանքին, այդ դէպքում, վնասը աշխատանքով ծածկելու համար, հարկաւոր կլինէր թանկ տեսակից վերցնել նոյնքան գրվանքա, ինչքան վերցնում ենք էժան տեսակի թեյից։ Բայց մեր վերցրած խնդրի մէջ թանկ տեսակի մի գրվանքայի վնասը պակաս է էժան տեսակի մի գրվանքայի աշխատանքից։ Դրանից պիտի եզրակացնել, որ վնասը աշխատանքով ծածկելու համար, թանկ տեսակից պիտի աւելի վերցնել, քան էժան տեսակից և այն այնքան անգամ, որքան անգամ 45-ը շատ է 15-ից։ Ուրեմն 32 գրվանքան պիտի երկու մաս անել 45:15 (կամ 3:1) թուերի համեմատութեամբ։ Առաջին մասը կցոյց տայ թէ քանի գրվանքա պիտի վերցնենք թանկ տեսակից, իսկ երկրորդ մասը՝ թէ քանի գրվանքա պիտի վերցնենք էժան տեսակից։ Նշանակելով թանկ տեսակի գրվանքաների թիւը X_1, իսկ էժան տեսակի գրվանքաների թիւը X_2, ըստ համեմատական բաժանման կանոնի կստանանք.

$$X_1 = \frac{32}{3+1} \cdot 3 = 8 . 3 = 24, \quad X_2 = 8 . 1 = 8 ։$$

Այն տեսակ խնդիրները, որոնց մէջ յայտնի են խառնուած նիւթերի միութեան արժէքը, խառնուրդի միութեան արժէքը և խառնուրդի քանակութիւնը ու պէտք գտնենք խառնուած նիւթերի քանակութիւնը, կոչւում են 2-րդ տեսակի խառնուրդ։

Պէտք է նկատենք, որ խառնուրդի վերաբերեալ երկրորդ տեսակի խնդիրները հնարաւոր են միայն այն դէպքում, երբ խառնուրդի միութեան գինը ընկնում է խառնած նիւթերի 1-ն և 2-դ տեսակի միութեան գների մէջ։ Օր. անկարելի է առանց վնասի և աշխատանքի, գրվանքան 3 Ռբ. 20 կոպէկանոց խառնուրդ կազմել երկու տեսակ թէյերից, որոնցից մէկ տեսակի գրվանքան արժէ 3 Ռբ., իսկ միւս տեսակինը՝ 2 Ռբ. 40 կոպ.։

184. Հեղուկների խառնուրդի վերաբերեալ խնդիրներ։ Երբ ասում են «48 աստիճանի օղի»—այդ նշանակում է, որ այդ օղու ծաւալի 100 մասից 48 մասը է մաքուր սպիրտ, իսկ մնացածը 52 մասը՝ ջուր։ Ուրեմն աստիճանների թիւը ցոյց է տալիս թէ ծաւալի մէջ քանի տոկոս մաքուր սպիրտ է պարունակւում, ուրիշ խօսքով—նա ցոյց է տալիս, թէ խառնուրդի ծաւալի մէջ քանի հարիւրերորդական մասն է մաքուր սպիրտը։ Հեղուկների խառնուրդին վերաբերեալ այն տեսակ խնդիրները, որոնց մէջ հեղուկների որակը արտայայտւում է աստիճանների թւով, վերը առաջ բերածի նման, նոյնպէս լինում են երկու տեսակի։ Օրինակներ.

Խնդիր 1. 48 աստիճանի 30 վեդրօ օղին խառնեցին 36 աստիճանի 24 վեդրօ օղու հետ։ Խառնուրդը քանի աստիճանի դուրս եկաւ։

1 տեսակի իւրաքանչիւր վեդրօ օղին պարունակում է իւր մէջ 48 հարիւրերորդական վեդրօ մաքուր սպիրտ։ Ուրեմն 30 վեդրօն կպարունակի 48×30, այսինքն 1440

հարիւրերորդական վեդրօ։ Երկրորդ տեսակի 24 վեդրօն պարունակում է 36×24, այսինքն, 864 հարիւրերորդական վեդրօ մաքուր սպիրտ։ Բոլոր խառնուրդի մէջ մաքուր սպիրտի քանակութիւնն է 1440+864, այսինքն 2304 հարիւրերորդական վեդրօ։ Որովհետև բոլոր խառնուրդը 30+24, այսինքն 54 վեդրօ է, ուստի և խառնուրդի ամեն մի վեդրօյում կլինի 2304:54, այսինքն, $42\frac{2}{3}$ հարիւրերերորդական վեդրօ։ Ուրեմն խառնուրդը կլինի $42\frac{2}{3}$ աստիճանի։

Խնդիր 2. 48 աստիճանի և 36 աստիճանի երկու տեսակ օղիներից կամենում են 45 աստիճանի 10 վեդրօ խառնուրդ կազմել։ Այդ խառնուրդի համար ամեն մի տեսակից քանի վեդրօ պիտի վերցնեն։

Որովհետև առաջին տեսակի մի վեդրօն պարունակում է իւր մէջ 3 հարիւրերորդական վեդրօ սպիրտ աւելի, իսկ երկրորդ տեսակի մի վեդրօն 9 հարիւրերորդական վեդրօ սպիրտ պակաս, քան ինչ որ պահանջւում է խառնուրդի համար, ուստի և առաջին տեսակից պիտի աւելի վերցնել քան երկրորդ տեսակից այնքան անգամ, որքան անգամ 9-ը շատ է 3-ից։ Ուստի 10 վեդրօն պիտի երկու մաս անել 9:3 կամ 3:1 թուերի համեմատութեամբ։ 1-ն տեսակից պիտի վերցնել.

$\frac{10}{3+1}.3=7\frac{1}{2}$, իսկ երկրորդ տեսակից $\frac{10}{3+1}.1=2\frac{1}{2}$

185. Մետաղների իրար հետ ձուլելու վերաբերեալ խնդիրներ։ Ոսկին և արծաթը կակուղ լինելով, մաքուր կերպով չեն գործադրւում, այլ նրանց խառնում են ուրիշ իրանցից աւելի ամուր մետաղների հետ (գլխաւորապէս պղնձի հետ)։ Ոսկու և արծաթի հետ խառնուած կողմնակի մետաղը կոչւում է *լիգատուրա*։ Մաքուր ոսկու և մաքուր արծաթի քանակութիւնը արտայայտւում է *յարգով* (пробой)։

Յարգը ցոյց է տալիս թէ խառնուրդի քաշի 96 մասից քանի մասն է մաքուր մետաղը։

Օր. 56 յարգի ոսկին այնպիսի ձոյլ է, որի քաշի 96 մասից 56 մասը է մաքուր ոսկի, իսկ մնացածը լիգատուրա։ Որովհետև գրվանքան ունի 96 մսխալ, իսկ մսխալը 96 դօլիա, ուստի կարելի է ասել յարգը ցոյց է տալիս թէ մի գրվանքա խառնուրդի մէջ քանի մսխալն է մաքուր մետաղը, կամ մի մսխալի մէջ՝ քանի դօլիան՝։

Մետաղների ձոյլի վերաբերեալ խնդիրները, խառնուրդին վերաբերեալ խնդիրների նման, լինում են երկու տեսակների։ Օրինակներ։

Խնդիր 1. 84 յարգի 25 գրվ. արծաթը հալեցին 72 յարգի $12\frac{1}{2}$ գրվանքա արծաթի հետ։ Քանի յարգի ձոյլ ստացուեց։

1 տեսակի ամեն մի գրվանքի մէջ կայ 84 մսխալ մաքուր արծաթ։ Նոյն տեսակի 25 գրվանքում կլինի 84×25, այսինքն 2100 մսխ. մաքուր արծաթ։ Երկրորդ տեսակի $12\frac{1}{2}$ գրվանքի մէջ կլինի՝ $72 \times 12\frac{1}{2}$, այսինքն 900 մսխալ։ Ուրեմն բոլոր խառնուրդի մէջ կայ $2100+900$ մսխալ մաքուր արծաթ։ Որովհետև բոլոր խառնուրդը $25+12\frac{1}{2}$, այսինքն $37\frac{1}{2}$ գրվանքա է, ուստի խառնուրդի ամեն մի գրվանքում կլինի՝ $3000:37\frac{1}{2}$, այսինքն 80 մսխալ։ Ուրեմն խառնուրդը կլինի 80 յարգի։

Խնդիր 2. 91 և $87\frac{1}{2}$ յարգի ի՞նչ—ի՞նչքան ոսկի պիտի վերցնենք, որ ստանանք 2 գրվ. 8 մսխ. 88,9 յարգի խառնուրդ։

Որովհետև առաջին տեսակի 1 մսխալը պարունակում է իւր մէջ 2,1 դօլիա աւելի, քան ինչ որ պահանջւում է խառնուրդի համար, իսկ երկրորդ տեսակի մի մսխալը 1,4 դօլիա պակաս, ուստի առաջին տեսակից պիտի վերցնել աւելի պակաս, քան երկրորդ տեսակից, համեմատութեամբ 1,4:2,1 թուերի։ Այսպէսով 200 մսխալը պիտի բաժանել երկու մասի համեմատութեամբ 1,4:2,1 կամ 14:21, կամ 2:3-ի։

ՑԱՆԿ

ՆԿԱՏՈՒԱԾ ՎՐԻՊԱԿՆԵՐ

Երես	տող	տպուած է	պիտի լինի
4	4	կոչուում են	կոչուում է։
9	9	աառեր	տառեր։
16	վերջին	Թուականի	Թուանշանի։
17	2	կստանաք	կստանանք։
20	18	փոքր	մեծ։
20	20—22	նշաներ	նշաններ։
23	նախավերջին	4.7	7.4։
27	15	248,744	248-ը, 744-ը։
29	վերջին	հարիւրուորաներով	հարիւրաւորներով
30	15, 16, 18	28000	2800։
31	4	28	358։
32	4	$7 \times 7 \times 7$	$7+7+7$։
»	28	512	532։
41	21	բաժանորդը	բաժանարարը
42	19	24-ի	23-ի։
45	21	3882-ը	3392-ը։
»	25	73 հազարաւ	73 հարիւրաւ
47	3		$(90 \times 90 \times 90) \times (90 \times 90 \times 90) + (90 \times 90 \times 90)$։
68	1	ժամանակային	ժամանակին
»	10	7-ն	27-ն։
70	28	կէսօրուայ	առաւօտուայ։
87	27	410	420։
92	25	22-ի	23-ի։
»	7	պարունակը	պարունակի։
106	4	թուերին	թուեր են։
115	4	$52^1/_2 : 2^2/_5$	$52^1/_2 : 2^5/_8$։
116	23	հազարհազարերորդական	հազարերորդական։
117	24	հարիւրերորդական	հարիւրհազարերորդական։
118	16	378 հարիւրհազարերորդական	միլիոներորդական։
133	նախավերջին	$10 = \frac{349}{990}$	$10 = \frac{349}{99}$

ԼՈՅՍ ԵՆ ՏԵՍԵԼ

Մոսկուայի ուսուցիչների Յոաքիմեան ժողովածուները փոխադրած եւ յարմարեցրած հայոց դպրոցների ծրագրերին

1. Թուաբանական խնդիրներ եւ օրինակներ առաջին տարուայ դասընթաց առանձին գրքոյկով. գինն է . . 12 կոպ.

2. Թուաբանական խնդիրներ եւ օրինակներ պրակ I, Ա. և Բ. տարուայ դասընթաց, միասին, երկրորդ տպագրութիւն. գ. է 30 կոպ.

3. Թուաբանական խնդիրներ եւ օրինակներ պրակ II, Գ. տարուայ դասընթաց, բ. տպագրութիւն. գինն է . . 30 կոպ.

4. Թուաբանական խնդիրներ եւ օրինակներ, պրակ III, Դ. տարուայ (I դասարանի) դասընթաց. գինն է . . 30 կոպ.

5. Թուաբանական խնդիրներ եւ օրինակներ, պրակ IV, կոտորակներ—Ե. տարուայ (II դասարանի) դասընթաց—կոտորակների կանոններով և խնդիրները օրինակելի ձեւով լուծելու բացատրութիւններով (ըստ Շապոշնիկովի և Վալցովի) գինն է. 40 կոպ.

6. (Մամուլի տակն է) Թուաբանական խնդիրներ և օրինակներ V պրակ—Համեմատութիւններ և երից կանոններ (ըստ Շապոշնիկովի և Վալցովի)։

Գումարով գնողներին բաւարար զեղչ։

Դիմել—Тифлисъ, Абасъ-абадская площадь. А. Спарапетяну, կամ Թիֆլիսի «Գուտտենբերգ», «Կենդրոնական» և «Փարոս» գրախանութներին։