ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹԻՒՆ ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ԳՐԱՎԱՃԱՌԱՆՈՑԻ

## ՀԵՆՁԵԼԻ

# ԲԱՆԱՒՈՐ եւ ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇՈՒԵԼՈՒ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

ԾԽԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

ՓՈԽԱԴՐԵՑ

Ս. ՄԱՆԴԻՆԵԱՆ

3-դ տարի։

ԳԻՆՆ է 30 կ.

ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

ԹԻՖԼԻԶ

Տպարան Մովսէսի Վարդանեան։

1885

# ՀԵՆԶԵԼԻ

## ԲԱՆԱՒՈՐ ԵՒ ԳՐԱՒՈՐ

## ՀԱՇՈՒԵԼՈՒ

# ԽՆԴԻՐՆԵՐ

---

**ԾԽԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ**

---



ՓՈԽԱԴՐԵՑ

**Ս. ՄԱՆԴԻՆԵԱՆ**

---

3-դ *տարի*:

---

**ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ**

---

Дозволено цензурою. Тифлисъ, 18 Іюня 1885 г.
Тип. М. Вартанянца, Троиц. переул. д. № 11

ԹԻՖԼԻԶ
Տպարան Մովսէսի Վարդանեան:
1885

Дозволено цензурою, Тифлисъ, 18 Іюня 1885 г.

Тип. М. Вартанянца. Тройц. переул. д. № 11.

# ՅԱՌԱՋԱԲԱՆ

Այս խնդիրները նոյն կարգով եւ դրութիւնով են յօրինուած, ինչպէս եւ 1-ն եւ 2-դ տարուայ խնդիրները, միայն թէ սրանց շարունակութիւնն են կազմում: Արդեօք լաւ ենք արել, որ հետը տարրական հ ա ս ա ր ա կ կոտորակները կցել ենք,— այս մասին դատատու ուսուցիչների գործնականութիւնից դուրս բերած կարծիքը կուզենայինք իմանալ: Մեր կարծիքով աւելորդ չէ, որ երրորդ տարում մանուկները մինչեւ անգամ տասնորդական կոտորակների տարրական գաղափարն ստանան. բայց առայժմ այս իբրեւ մի հարցմունք առաջարկելով՝ կըսպասենք ուրիշների պատասխանին, մինչեւ որ գուցէ գիրքն արժանանայ նոր տպագրութեան:

Այստեղ բանաւոր խնդիրների առանձին-առանձին յօդուածները շարունակ համարագրութիւնով համաձայնեցրած է համապատասխան գրաւոր խնդիրների յօդուածների հետ, որով նրանց միատեղ գործածութիւնը դիւրանում է:

Խնդիրների գործածութեան մասին նոյնը պիտի ակնարկենք, ինչ որ աւելի ընդարձակօրէն ասել ենք 1-ն եւ 2-դ տարուայ խնդիրների ե ր կ ր ո ր դ տպագրութեան յառաջաբանում:—Սրանք բանաւոր եւ գրաւոր խնդիրներ են, վարժութեան նիւթ են—ուրիշ ոչինչ: Մանուկները բուն թուաբանութիւնը պէտք է սովորեն գննական եղանակով առաջ, քան սկսեն այս գրքի գործածութիւնը. Մանուկներն արդէն այնքան գաղափար պիտի ստացած ունենան գործելու եղանակի մասին, որ այս գիրքը բացանելուն պէս բանաւորը—բանաւոր լուծեն արագ եւ գրաւորը—գրաւոր լուծեն նոյնպէս արագ: Ասել է, թէ վարժապետը կանխաւ այնքան առաջնորդութիւն տուած պէտք է լինի մանուկներին, որ նրանք կարողանան առանց դժուարանալու տան մէջ պատրաստել խնդիրների լուծումը, որպէսզի հետեւեալ դասին վարժապետի քննութիւնով ստուգուի, թէ արդեօք նրանց մտքի մէջ հիմքն ամուր հաստատուած է, թէ ոչ:

Հարկաւ բուն թուաբանութիւն սովորեցնելու համար եւս յատուկ դասագիրք պէտք է լինի կազմուած, որ եւ մեր վաղուցուայ ցանկութիւնն է եղել ամբողջովին հրատարակել, բայց միշտ տպագրական ծախքի արգելքով անկատար է մնացել. մեզ յաջողուել է միայն մի մասը հրատարակել, այն է 1-ն տարուայ բացատրական եղանակը «Մանկավարժական թերթի» № 8-ում, իսկ մի մասն էլ այժմ առաջարկում ենք (տարրական կոտորակների, միջակ թուի եւ արտադրիչների մասին): Ուրախ ենք, որ այժմ գոնէ ռուսերէն գիտացողների համար գործը թեթեւանում է: Արդէն հրատարակուել է «Руководство въ начальному обученію ариѳметикѣ. Составилъ по Генчелю Семека. С. П. Б. 1884.»: Ափսոս, որ Սեմեկան միքանի վարժութիւններին այն կարեւորութիւնը չէ տուել, ինչ որ նրանք բնագրի մէջ անշուշտ ունին, որ եւ այնպիսի մի քանի փոփոխութիւններ է մտցրել ռուսերէնի մէջ, որոնց մենք դժուարանում ենք համակրել: Այս փոփոխութիւնները հեշտ կընկատեն մտադիր ընթերցողները, երբ համեմատեն մեր 1-ն տարուայ բացատրութիւնները Սեմեկայի «Первая ступень»-ի հետ: Ուսուցիչները թող իրանք դատեն, թէ որ կողմը կուզենան հակել. իսկ մեզ այնպէս է թւում, թէ կան միքանի վարժութիւններ, որոնք որոշ եղանակով առաջնորդում են աշակերտին տալու համար, բայց նրանք Սեմեկայի աշխատութեան մէջ բաւական թուլացրած են: Փոյթ չէ. առհասարակ նրա առաջնորդութիւնը 2-դ. եւ 3-դ տարուայ խնդիրների համար մեծապէս պիտի նպաստէ եւ մերերին, ուստի եւ խորհուրդ ենք տալիս անտես չանել այդ օժանդակութիւնը: Մեր խնդիրների զօրութիւնը կերեւայ—միայն այն առաջնորդութիւնով թուաբանութիւն դաս տալուց յետոյ:



Բայց որովհետեւ Սեմեկան տարրական կոտորակների առանձին ուսումը չի մտցնում իւր ծրագրում եւ բոլորովին դուրս է հանել շատ կարեւոր վարժութիւնները միջակ թուի եւ արտադրիչների մասին (տես մեր խնդիրների յաւելուած), ուստի եւ հետեւեալ երեսներում մենք այդ պակասը լրացնում ենք երկու առանձին յօդուածներով, որպէսզի այս անգամ գոնէ օժանդակից միջոցից զուրկ չմնան մեր խնդիրների գործածողները:

Աւելորդ չենք համարում յիշատակել եւ հետեւեալը. Սեմեկան 4-դ աստիճանի համար առաջարկում է «անուանական թուերի գործողութիւնները». մենք դրա փոխարէն առաջարկած ունինք «Կեանքի հանգամանքների համեմատ թուաբանութիւն»: Սեմեկայի կարգը գուցէ անհիմն չլինէր, երբ թուաբանութեան ուսման ընթացքն այնքան երկար տեւէ, ինչպէս որ Գերմանացիք սովոր են ուսուցանել (6, 7 եւ 8 տարի), եւ ինչ ծրագրով էլ որ Հենչէլը իւր թուաբանութիւնը ձգձգել է, որին որ Սեմեկան այս մասում բառացի հետեւում է: Հասկանալի է, որ այս կէտում մենք ոչ Սեմեկային եւ ոչ Հենչէլին հետեւել չենք կարող: Մեր ուսումնարանում թուաբանութիւնը 4-դ տարուց դուրս հազիւ թէ որեւէ տեղ շարունակվում է. ուրեմն նա պէտք է աւելի գործնական վերջաւորութիւն եւ վախճան ստանայ: Ահա այս տեսակէտից կուզենայինք որ մեր «Կեանքի հանգամանքների համեմատ թուաբանութիւնը» լաւ կշռուէր Սեմեկայի 4-դ աստիճանի դէմ: Ափսոս որ այդ մեր վաղուցուայ հրատարակութիւնը մի տեսակ փորձաքար է դառել մեր ուսուցիչների համար, որոնք՝ եւ համակրում են նրան, եւ չեն վստահանում նրանով գործ սկսել. Նրանք կարծում են թէ աշակերտների համար համապատասխան մի ձեռնարկ է պակաս: Մենք կարծում էինք թէ կարող էինք այդ բանն անհրաժեշտ կարեւոր չհամարել. բայց որովհետեւ կեանքն այլ պահանջներ է դնում մեզ վրայ, մենք դիտաւորութիւն ունինք այդ պահանջին էլ լրում տալ եւ կըկազմենք 4-դ տարուայ ձեռնարկ մանուկների ձեռքին տալու համար նյն ծրագրով, ինչ ծրագրով որ „Կեանքի հանգամանքների համեմատ թուաբանութիւնն" է կազմուած:

Ս. Մ.

1884 Թ. Հոկ. 20
Թէֆլէզ:

# 1. ՅՕԴՈՒԱԾ

## ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ

## ԴԱՍԱՏՈՒՈՒԹԵԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

---

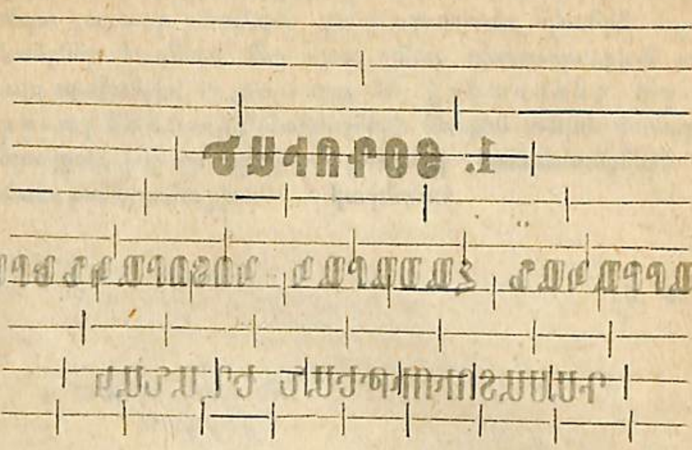
# ՆԱԽԱՎԱՐԺՈՒԹԻՒՆՆԵՐ

*Ա. Կոտորակների էութիւնն ու տեսակները: Կոտորակն ամբողջին և ամբողջը կոտորակին դարձնելը:*

## Ա.

### *Ի՞նչպէս է կազմվում կոտորակը.*

*1. Զննել և խօսել.* Մի գիծ, մի քառակուսի, մի բոլորակ, կամ մի խնձոր 2 հաւասար մասերի ենք բաժանում: Այդ մասերը միասին կազմում են ամբողջ. իւրաքանչիւր մասը կոչվում է կէս. Նոյն կարգով առարկաները բաժանվում են 3 հաւասար մաս. Նրանք միասին էլի ամբողջ են. նրանց մի մասը մի երրորդական է, և այլն։



Կարգով՝
Անբաժան ամբողջ.
1 կէս, 2 կէս ամբողջի.
1 երրորդ, 2 երրորդ, 3 երրորդ ամբողջի, և այլն։

2. Հարցմունքներ. Քանի իններորդական է պակասում ամբողջին, եթէ 7 իններորդական ունիմ։ 3 եօթներորդականը քանի եօթներորդականով պակաս է ամբողջից։ Ո՞րն է աւելի՝ 5 հինգերորդականը թէ 6 վեցերորդականը։ Ես բաժանում եմ մի փայտ, մի թերթ, մի տանձ 5 մասերի. ի՞նչպէս է կոչւում այս մասերից իւրաքանչիւրը։ (Փայտի, թերթի, տանձի, արշինի 5-դ մաս)։ Ի՞նչպէս են կոչւում այս մասերից 2-ը, 3-ը... (փայտի 2 հինգերորդական...)։ Ի՞նչպէս կըստանամ օրավարի 3 ութերորդականը. (պէտք է օրավարը 8 մաս բաժանեմ և այդ մասերից 3 առնեմ)։ Ի՞նչ է 3 ութերորդականը. (3 մաս է այնպիսի ամբողջից, որ 8 մաս է բաժանած)։

3. Բացատրութիւն. (Այս բացատրութիւնները



չպէտք է շտապել այժմէն իսկ աւանդելու, յետագայ վարժութիւններով [յօդուած գ-ից մինչև յօդ. ե.] և խնդիրներով երբ որ մանուկները լաւ գաղափար կըկազմեն ուսման նիւթի մասին, այնժամանակ աւելի յարմար է այս բացատրութիւններն էլ տալ)։

Եթէ ես մի ամբողջը հաւասար մասերի եմ բաժանում (կոտորում) և այս մասերից մինը կամ մի քանիսը վեր եմ առնում, ես ստանում եմ մի կոտորակ։ Եթէ հարցնէք, ի՞նչ է կոտորակ, իհարկէ կարելի է սովորեցնել թէ «Մի կամ շատ մասեր այնպիսի ամբողջի, որ հաւասար մասերի է բաժանած»։ Սակայն փոքր մանուկների համար այսպիսի վերացական գաղափարների գործածութիւնն անօգուտ է։ Իսկ ընդհակառակ աշակերտն աւելի պէտք է վարժուի, որ կարողանայ վերև 2. պարբերութեան մէջ առաջարկած հարցմունքների պատասխանը տալ՝ համեմատ նկարն անձամբ նկարելով։ Այս աւելի կարևոր և ձեռնտու է։

Ամենայն կոտորակի մէջ երկու թիւ է գործածւում. մինը յայտնում է, թէ ինչ անուն ունին մասերը, ուստի և կոչւում է յայտարար, որ միևնոյն ժամանակ ասում է թէ քանի մասերի է բաժանած ամբողջը. միւսը ցոյց է տալիս, թէ այդպիսի մասերից ո՞րքան է վերառած. Նա համարում—թւում է մասերը կամ մասերի թիւն է ցոյց տալիս, ուստի և կոչւում է թուարար։

4. Կոտորակի գրութիւն և ընթերցանութիւն. Թուարարն ու յայտարարը մի թեք գծով են անջատւում իրարից. թուարարը գծի վերևն է զետեղւում, յայտարարը ներքև. օրօր. $^5/_8$ նշանակում է—հինգ ութերորդական, $^3/_{10}$ նշանակում է—երեք տասներորդական։

5. Վարժութիւններ. Մենք արդէն սկզբնական աստիճաններում սկսել ենք այս կարևոր վարժութիւնը. մեթի կոտորակները կոպէկների, դուժինի կոտորակները հատերի դարձնելը և հակառակ գործողութիւնը լաւ ծանօթ է աշակերտներին, բայց և դրանք են բուն իսկ նախապատրաստութիւն կոտորակի էութիւնը ըմբռնել տալու համար։ Ուստի

այս վարժութիւնները կրկնում ենք նախ բանաւոր ապա և գրաւոր կերպով։ Զորօր. վարժապետը տախտակի վրայ գրում է դուժինի $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$, $^1/_4$, $^3/_4$, $^1/_6$, $^5/_6$, $^1/_{12}$, $^5/_{12}$, $^7/_{12}$, $^{11}/_{12}$..., իսկ աշակերտները դարձնում են հատերի։ Այսպէս էլ մէթր. կոտորակները կոպէկների, մէթրի մասերը դեսիմէթրի, օրուայ մասերը ժամերի, գրուանքի մասերը մսխալների, և այլն։

| | |
|---|---|
| դուժինի $^1/_2$=6 հատ | $^1/_2$ մէթ.=50 կ. |
| „ $^1/_3$=4 „ | $^1/_4$ „ =25 „ |
| „ $^2/_3$=8 „ | $^3/_4$ „ =75 „ |

և այլն։

Յետոյ հակառակ գործողութիւն.

| Կոպ. | $/_{100}$ մէթ. | $/_{50}$ մէթ. | $/_{25}$ մէթ. | $/_{20}$ մէթ. | $/_{10}$ մէթ. | $/_5$ մէթ. | $/_4$ մէթ. | $/_2$ մէթ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $^1/_{100}$ | — | — | — | — | — | — | — |
| 2 | $^2/_{100}$ | $^1/_{50}$ | — | — | — | — | — | — |
| 3 | $^3/_{100}$ | — | — | — | — | — | — | — |
| 4 | $^4/_{100}$ | $^2/_{50}$ | $^1/_{25}$ | — | — | — | — | — |
| 5 | $^5/_{100}$ | — | — | $^1/_{20}$ | — | — | — | — |

և այլն մինչև 100 կոպ.։

Հասկանալի է որ եթէ աշակերտը կոպէկների իւրաքանչիւր քանակի համար ինքնիրան հարցնէ, թէ արդեօ՞ք կարելի է այն քանակը բացի մէթրի $/_{100}$-ով էլի $/_{50}$, կամ $/_{25}$, կամ $/_{20}$-ով, և այլն արտայայտել,—այս կըլինի շատ գործնական և կարևոր նախավարժութիւն կոտորակների կրճատման և ընդարձակման համար, կամ առհասարակ ամբողջապէս կոտորակ հաշուելու համար։

[Ծան. Ահա այժմ սկսել մեր խնդիրների գործածութիւնը, այն է՝ յօդուած (53.)]



## Բ.

## Կոտորակի տեսակներ.

1. Զանազան կոտորակներ պիտի գրուի տախտակի վրայ զննելու և համեմատելու համար, ուր աշակերտները հետըզհետէ հետևեալ ծանօթութիւններ են ստանում.

| Աշակերտները գտնում են. | Վարժապետն ասում է. |
|---|---|
| ա) Մի կոտորակ կարող է պարունակել՝ ամբողջի հաւասար մասերից մի մաս ($^1/_8$, $^1/_{11}$, $^1/_{100}$) շատ մասեր ($^5/_8$, $^7/_{11}$, $^{97}/_{100}$)։ | Առաջին դէպքում նա կոչվում է արմատական կոտորակ, միւս դէպքում—ածանցած կոտորակ։ |
| բ) Մի կոտորակ կարող է պարունակել՝ պակաս մասեր, քան ամբողջն ունի ($^1/_3$, $^5/_9$, $^7/_{11}$). | Սա կոչվում է կանոնաւոր կոտորակ։ |
| ամբողջի բոլոր մասերը ($^3/_3$, $^9/_9$, $^{11}/_{11}$). | Սա կոչվում է անկանոն։ |
| աւելի մասեր, քան ամբողջն ունի ($^{11}/_9$, $^7/_4$, $^{13}/_6$, $^{35}/_3$)։ | Սա նոյնպէս կոչվում է անկանոն։ |
| գ) Եթէ շատ կոտորակներ ունիմ, նրանց յայտարարը կարող է լինել՝ հաւասար ($^3/_7$, $^4/_7$, $^6/_7$, $^9/_{11}$, $^5/_{11}$, $^8/_{11}$), | Այսպիսի կոտորակները կոչվում են հաւասարանշանակ կոտորակներ։ |
| անհաւասար ($^5/_9$, $^1/_2$, $^3/_{11}$) | Սրանք անհաւասարանշանակ կոչ. են։ |
| դ) Կարելի է ամբողջ թուերը կոտորակների հետ միացնել ($9^3/_4$, $2^5/_7$, $3^1/_6$). | Այս կերպով ստացվում են խառն թուեր։ |

2. Առաջադրածն անշուշտ մի անգամից չպիտի աւանդուի աշակերտներին. բայց ինչ որ աւանդւում է, այն իսկոյն պէտք է լաւ վարժեցնել։ Վարժապետի առաջարկած կոտորակին աշակերտներն անուն են տալիս այսպէս.

$^1/_7$: $^1/_7$-ը արմատական կոտորակ է՝ որովհետև...
$^1/_7$-ը կանոնաւոր կոտորակ է՝ որովհետև...
$^{25}/_3$: $^{25}/_3$-ը ածանցած կոտրկ. է՝ որովհետև...
$^{25}/_3$-ը անկանոն կոտրկ. է՝ որովհետև...

Յետոյ նրանք կազմում են կոտրկներ վարժապետի որոշմամբ։ Տուեցէք արմատական կոտրկի օրինա՛կ։ Ասացէ՛ք 4 համասարանշանակ կոտրկներ։ Կազմեցէ՛ք 3 կանոնաւոր, 3 անկանոն կոտրկներ։ Գրեցէք 10 ածանցած կոտրկներ։ Գրեցէք 12 խառն թուեր։

3. Միևնոյն ժամանակ նրանք յայտնում են, թէ՝
Արմատականի թուարարը 1 է. ածանցած կոտրկի թուարարը այլ թիւ է քան 1-ը. կանոնաւոր կոտրկի թուարարը փոքր է քան յայտարարը. անկանոն կոտրկի թուարարը կամ հաւասար է յայտարարին, կամ նրանից մեծ է.

Գ.

## Կոտորակների համեմատութիւն.

1. Հաւասար յայտարարներ. Ո՞րն է աւելի՝ $^3/_5$, թէ $^2/_5$, $^5/_9$ թէ $^7/_9$.

2. Հաւասար թուարարներ. Ո՞րն է աւելի՝ $^1/_3$, թէ $^1/_4$. ինչու՞ $^1/_3$ աւելի է։ Ո՞րն է աւելի՝ $^3/_4$ թէ $^3/_5$. Նկարով հաստատիր ասածդ։—Այստեղ դեռ չեն համեմատուիլ այնպիսի կոտրկներ, որոնք միանգամայն թէ տարբեր թուարար և թէ տարբեր յայտարար ունին։

3. Աշակերտներն ասում են. Եթէ մի քանի կոտորակներ հաւասար յայտարարներ ունին, նրան-



ցից այն կոտորակն աւելի մեծ է, որը որ մեծագոյն թուարար ունի։—Հաւասար թուարարներով կոտորակների մէջ այն կոտորակն աւելի մեծ է, որի յայտարարն ամենից փոքր է։

[Մեր խնդիրներ՝ յօդուած (54 )]

Դ.

## Ամբողջ և խառն թուերը կոտորակների դարձնել.

8 ամբողջը երրորդականների դարձրու։ $1={}^3/_3$, $8=8\times{}^3/_3={}^{24}/_3$.

Քանի՞ քառորդներ կան $18^3/_4$-ի մէջ։ $1={}^4/_4$, $18=18\times{}^4/_4={}^{72}/_4$, ${}^{72}/_4+{}^3/_4={}^{75}/_4$.

$312^5/_9$-ը դարձրու 9-րդականների.

$$\begin{array}{r} 312 \\ \times 9 \\ \hline 2808 \\ \times 5 \\ \hline 2813 = {}^{2813}/_9 \end{array} \qquad \frac{312^5/_9}{{}^{2813}/_9} - 9\times$$

Բացատր. 312 ամբ.=312×9 իններորդականին=2808 իններորդականին, էլի 5 իններորդական—կըդառնայ $^{2813}/_9$
Այսպիսի վարժութիւններ շատ պէտք է տրուի։

Գրաւոր վարժութիւնների համար մեր գրաւոր խնդիրների նիւթը շատ աւելի կարելի է ընդարձակել հետեւեալ շարքերը կազմել տալով.

| ամբողջ | $/_2$ | $/_3$ | $/_4$ | $/_5$ | $/_6$ | $/_7$ | $/_8$ | ևայլն |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $^2/_2$ | $^3/_3$ | $^4/_4$ | $^5/_5$ | $^6/_6$ | $^7/_7$ | $^8/_8$ | |
| 2 | $^4/_2$ | $^6/_3$ | $^8/_4$ | $^{10}/_5$ | $^{12}/_6$ | $^{14}/_7$ | $^{16}/_8$ | ևայլն: |
| 3 | $^6/_2$ | $^9/_3$ | $^{12}/_4$ | $^{15}/_5$ | $^{18}/_6$ | $^{21}/_7$ | $^{24}/_8$ | |

Վարժապետը կարող է նմանապէս միանշան կամ երկնշան թուեր ընտրել խառն կարգով և տախտակի վրայ գրել, որ աշակերտները միենոյն ձևով լուծեն. (Օգտաւէտ է Պիւթագորեան տախտակի գործածութիւնը).

Յետոյ այսպէս $1^2/_3$ | $^5/_3$
$1^1/_4$ | $^5/_4$
$1^2/_5$ | $^7/_5$
$1^5/_6$ | $^{11}/_6$, ևայլն.

Վարժապետը խառն թուերի շարքն այնպէս է գրում, որ նրանց ամբողջը միենոյն է, որպէսզի երբ որ աշակերտները լուծեն՝ 1 ամբողջի փոխարէն մի ուրիշ թիւ դնէ, կոտորակներն անփոփոխ թողնելով. որով գործը թէ արագ կըլինի և թէ բազմափոփոխ եղանակ կըստանայ.

---

15 միթը միթի քառորդների դարձրո՛ւ. ($^{60}/_4$ միթ.). Ո՞րքան 5-երորդական կայ 20 գրուանքի մէջ ($^{100}/_5$ գր.). Քառասունութ գր. մսից բաժիններ պիտի կազմուի, իւրաքանչիւրը $^1/_4$ գր.—քանի բաժին կըլինի (192 բժ.), ևայլն. (Այսուհետև այսպիսի գործնական խնդիրներ միշտ չենք բերի, հասկանալի համարելով, որ պարզ թուերից յետոյ անուանական թուերի գործածութիւնը պիտի հետևի).

[Մեր խնդիրներ՝ յօդ. (55.)]



## Ե.

## Անկանոն կոտորակներն ամբողջ կամ խառն թուերի դարձնելը.

$^{15}/_3$-ը դարձրո՛ւ ամբողջների. $^3/_3=1$ ամբ. որքան անգամ որ $^3/_3$-ը բովանդակվում է $^{15}/_3$-ի մէջ, այնքան ամբողջ կելլէ, ուրեմն կըստանանք 5 ամբ.։

Ո՞րքան ամբողջ և 9ական են $^{65}/_9$. $^9/_9=1$ ամբ. որքան անգամ որ $^9/_9$-ը բովանդակվում է $^{65}/_9$-ի մէջ, այնքան ամբողջ կունենամ. $^9/_9$-ը $^{65}/_9$-ի մէջ պարունակվում է 7 անգամ $^2/_9$ մացորդով, ուրեմն դուրս է գալիս 7 ամբողջ և $^2/_9$.

$^{4975}/_{12}$ ո՞րքան ամբողջ է.

```
12 | 4975 | 414
   |  48  |
 ---------------
      17
      12
     -----
       55
       48
     -----
        7
```

Ուրեմն $^{4975}/_{12}=414^7/_{12}$

Այստեղ էլ շարքերի խնդիրներ շատ կարևոր են.

ա.

| $/_5$ | |
|---|---|
| 42 | $8^2/_5$ |
| 78 | $15^3/_5$ |
| 64 | $12^4/_5$ |
| 91 | $18^1/_5$ |

ևայլն:

բ.

| | |
|---|---|
| $^{100}/_2$ | 50 |
| $^{100}/_3$ | $33^1/_3$ |
| $^{100}/_4$ | 25 |
| $^{100}/_5$ | 20 |
| $^{100}/_6$ | $16^2/_3$ |

ևայլն:

ա. շարքում կարելի է գործ դնել Պիւթագորեան տախտակի թուերը իբրև թուարարներ անկանոն կոտորակների, Ուր յայտարար 5-ը յետոյ կըփոխանակուի մի ուրիշ թուով։

բ. շարքում աւելի կարևորութիւն պէտք է տալ 30, 50, 60 և 100 թուարարներին։

---

Ցիշեցնում ենք՝ գործնական խնդիրներ, [Ապա և մեր խնդիրներ՝ յօդ. (56.)]

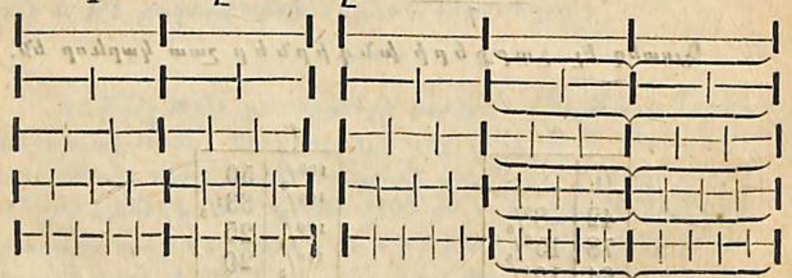
Բ. Կոտորակների ընդարձակումը։

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### Զ.

### Հաստատութիւն.

1. Զննել և ասել.



$^1/_2={}^2/_4={}^3/_6={}^4/_8={}^5/_{10}$.

$^1/_3={}^2/_6={}^3/_9={}^4/_{12}={}^5/_{15}$.
$^2/_3={}^4/_6={}^6/_9={}^8/_{12}={}^{10}/_{15}$.



Միևնոյնը, ասենք, 4ականներով և 5ականներով։

2. Աւելի մանրամասն ծանօթութիւն. Քննենք $^1/_2$ և $^2/_4$։ Ո՞րտեղ է ամբողջի աւելի մասերը, Ո՞րտեղ է մեծագոյն մասը, Մենք տեսնում ենք, որ $^2/_4$-ը 2 անգամ աւելի մաս ունի քան $^1/_2$-ը. բայց իւրաքանչիւր մասը 2 անգամ փոքր է քան $^1/_2$-ը։ Այսպէս դրանք հաւասար են դառնում։ Քննենք $^2/_3$ և $^{10}/_{15}$, Այս $^{10}/_{15}$-ի մէջ 5 անգամ աւելի մասեր կան քան $^2/_3$-ի մէջ. բայց և իւրաքանչիւր մասը 5 անգամ փոքր է քան $^2/_3$-ի մէջ բովանդակած մասերը, Դրանք էլ ուրեմն հաւասարանում են. և այլն։

Դարձեալ քննում ենք $^1/_2$ և $^2/_4$։ $^2/_4$-ը աւելի մեծագոյն թուեր ունի թուարարի և յայտարարի մէջ քան $^1/_2$-ը, բայց աւելի փոքր մասեր է արտայայտում։ Նոյնպէս են և $^1/_3$ ու $^2/_6$, $^1/_3$ ու $^3/_9$, $^2/_3$ ու $^8/_{12}$, և այլն։

Երբ որ միևնոյն կոտորակն աւելի մեծագոյն թուերով և փոքրագոյն մասերով է արտայայտվում, ապա ուրեմն ընդարձակել են։ $^2/_4$, $^3/_6$, $^4/_8$, $^5/_{10}$, և այլն ընդարձակուած են $^1/_2$-ից. $^2/_6$, $^3/_9$, $^4/_{12}$, $^5/_{15}$, և այլն ընդարձակուած են $^1/_3$-ից, Մի շարք այսպիսի կոտորակների միասին առած կոչվում են ընդարձակուած կոտորակներ,

### Է.

### Կատարման եղանակ.

Մենք առաջ տեսանք, որ $^1/_2={}^3/_6$։ 3 է $3\times1$, 6 է $3\times2$. ուրեմն թուարար եռապատկած և յայտարար եռապատկած։ Մենք տեսանք որ $^2/_3={}^8/_{12}$։ 8 է $4\times2$, 12 է $4\times3$, ուրեմն թուարար քառապատկած և յայտարար քառապատկած։ Արդեօք կարո՞ղ ենք ամենայն կոտորակ ընդարձակել, եթէ միշտ թուարարն ու յայտարարը միևնոյն թուով բազմապատկենք, Տեսնենք, Եթէ $^1/_7$ կոտորակի թուարարը 3-ով բազմապատկենք, կըստանանք $^3/_7$, այսինքն 3 անգամ աւելի։ Նոյնը ուրիշ կոտորակների հետ էլ գործելով՝ գտնում ենք.

1. Թուարարի բազմապատկութիւնով կոտորակն այնքան անգամ առաւելանում է, ինչքան որ ցոյց է տալիս բազմապատկիչը։

Իսկ եթէ նոյն $^1/_7$ կոտորակի յայտարարը բազմապատկենք 3-ով, կըստանանք $^1/_{21}$, այսինքն 3 անգամ պակաս. որովհետև $^1/_{21}$-ը 3 անգամ փոքր է $^1/_7$-ից (ինչո՞ւ)։ Նոյնը ուրիշ կոտորակների հետ էլ կատարելով՝ տեսնում ենք.

2. Յայտարարի բազմապատկութիւնով կոտորակն այնքան անգամ նուազանում է, ինչքան որ նշանակում է բազմապատկիչը։

Ուր հետևում է, թէ մի կոտորակի քանակը անփոփոխ մնում, եթէ նրա յայտարարն ու թուարարը միևնոյն թուով բազմապատկենք։ Ապա ուրեմն այս կանոնով մենք կարող ենք ամենայն կոտորակ ընդարձակել։

## Ը.

### Վարժութիւններ և խնդիրներ.

ա Ընդարձակիր $^1/_2$. ($^2/_4$, $^3/_6$, $^4/_8$, $^5/_{10}$, ևն)

բ Ընդարձակիր $^1/_2$-ը 3-ով, $^4/_5$-ը 9-ով, $^2/_{11}$-ը 12-ով։

գ $^1/_7$-ը 42դականների դարձրո՛ւ։ Յայտարար 42-ը 6 անգամ մեծ է քան յայտարար 7-ը, ապա ուրեմն պէտք է խնդրելի թուարարն էլ 6 անգամ աւելի լինի քան 1 թուարարը. ուրեմն կըստանանք $^6/_{42}$։

Շատ կարևոր վարժութիւն է, որ աշակերտը սովորէ անձամբ կազմել այդ տեսակ խնդիրները. զորօր. ընդարձակիր $^3/_4$-ը 12դականների, 16դականների, և այլն։



Այսպէս նա կըպատրաստուի դատելու, թէ մի կոտորակ ո՞րպիսի մեծագոյն յայտարարի կարելի է դարձնել։ Հետևեալ յօդուածների շարքերն էլ բանաւոր կերպով պիտի վարժեցնել։

[Մեր խնդիրներ՝ բանաւոր յօդ. (57.)]

# ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

## Թ.

### Կատարման եղանակ.

Գրաւոր գործողութիւնը յայտնի է արդէն բանաւորից։

ա) Շարքերի կազմութիւն։

Ընդարձակիր $^1/_2$-ը ($^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_4$, $^3/_4$, և այլն) 2-ից մինչև 25 թուերով, և այլն։

Այն կանոնաւոր կոտորակները գրիր, որոնք կարող են ընդարձակուել $/_{12}$, $/_{16}$, $/_{24}$, $/_{36}$, $/_{48}$, $/_{50}$-դականներով։

Զորօր.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $^1/_2={}^{30}/_{60}$ | $^1/_4={}^{15}/_{60}$ | $^2/_5={}^{24}/_{60}$ | $^1/_6={}^{10}/_{60}$ |
| $^1/_3={}^{20}/_{60}$ | $^3/_4={}^{45}/_{60}$ | $^3/_5={}^{36}/_{60}$ | $^5/_6={}^{50}/_{60}$ |
| $^2/_3={}^{40}/_{60}$ | $^1/_5={}^{12}/_{60}$ | $^4/_5={}^{48}/_{60}$ | և այլն։ |

բ) Հատ-հատ խնդիրներ.

Ընդարձակիր $^2/_3$-ը 24-ով։

$$\frac{2\times24}{3\times24}={}^{48}/_{72}$$

Ո՞րքան 91-դականներ են $^{12}/_{13}$.

13 | 91 | 7

$$\frac{7\times12}{7\times13}={}^{84}/_{91}$$

Նոյնը կարճ.

$$13)\ \frac{91}{7} \quad \frac{+12}{{}^{84}/_{91}}$$

[Մեր խնդիրներ՝ գրաւոր յօդ. (57.)]

Գ. Կոտորակների կրճատումն.

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### Ժ.

### Հաստատութիւն.

Վերջին անգամ կոտորակները մեծագոյն թուերով արտայայտեցինք. այժմ պէտք է փորձենք հակառակը։ Ո՞վ կարող է $^4/_6$-ը աւելի փոքր թուերով կազմել ($^2/_3$)։ Մի գծի վրայ ցոյցտուր, որ $^4/_6={}^2/_3$։ (Ուրիշ օրինակներ ևս)։ Յետոյ պէտք է նկատել տալ, թէ $^2/_3$-ի մէջ թուերն աւելի փոքր են, իսկ մասերն ինչպէս են։ Ի՞նչպէս են նրանք $^5/_{15}$ և $^1/_3$, $^8/_{20}$ և $^2/_5$-ի մէջ։ Երբ որ մի կոտորակ փոքրագոյն թուերով և մեծագոյն մասերով ենք արտայայտում, մենք նրան կրճատում ենք։ Կարո՞ղ էք կրճատման կանոնը գտնել. (Թուարարն ու յայտարարը միևնոյն թուով բաժանել։) Բայց այնուամենայնիւ այս պէտք է փորձենք, որ հաստատուի:

### ԺԱ.

### Տարունակութիւն.

Եթէ $^8/_9$ կոտորակի թուարարը 2-ով բաժանենք, կըստանանք $^4/_9$, այսինքն 2 անգամ պակաս։ Միքանի այսպիսի օրինակներից մենք տեսնում ենք.



1. Թուարարի բաժանումով կոտորակն այնքան անգամ է նուազանում, որքան որ բաժանիչը նշանակում է։

Եթէ $^1/_8$ կոտորակի յայտարարը բաժանենք 2-ով, կըստանանք $^1/_4$, այսինքն 2 անգամ աւելի. որովհետև $^1/_4$-ը 2 անգամ աւելի է քան $^1/_8$. (ինչո՞ւ)։ Միքանի այսպիսի օրինակներից հետևեցնում ենք.

2. Յայտարարի բաժանումով կոտորակն առաւելանում է այնքան անգամ, որքան որ բաժանիչը նշանակում է։

Ուրեմն՝ եթէ մի կոտորակի թուարարն ու յայտարարը միևնոյն թուով բաժանում ենք, նա մնում է անփոփոխ քանակութիւնով։

### ԺԲ.

### Վարժութիւններ և խնդիրներ.

Երրորդականների դարձրու՝ $^4/_{12}$, $^5/_{15}$, $^{13}/_{39}$ $^4/_6$, $^{13}/_{18}$, $^{20}/_{30}$, $^{16}/_{48}$, ևայլն։

Պէտք է այսպիսի շարքեր չորրորդականների, հինգերորդականների, վեցերորդականների... դարձնել։

Կրճատի՛ր՝ $^3/_6$, $^4/_{12}$, $^{16}/_{32}$, $^{12}/_{16}$, $^{16}/_{20}$, $^{18}/_{24}$, $^{26}/_{46}$, $^{72}/_{96}$, ևայլն։

Այս օրինակներում աշակերտները կըհարկադրուին շատ անգամ կրճատումներ կատարել.

[Մեր խնդիրներ՝ բանաւոր յօդ. (58)]

# ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

## ԺԳ.

ա) Շարքերի խնդիրներ. Հետեւեալ շարքերը նախ բանաւոր, ապա գրաւոր կերպով լուծել.

1.

| $/_{12}$ | $/_{6}$ | $/_{4}$ | $/_{3}$ | $/_{2}$ |
|---|---|---|---|---|
| $^1/_{12}$ | | | | |
| $^2/_{12}$ | $^1/_{6}$ | | | |
| $^3/_{12}$ | | $^1/_{4}$ | | |
| $^4/_{12}$ | $^2/_{6}$ | | $^1/_{3}$ | |
| $^5/_{12}$ | | | | |
| $^6/_{12}$ | $^3/_{6}$ | $^2/_{4}$ | | $^1/_{2}$ |
| $^7/_{12}$ | | | | |
| $^8/_{12}$ | $^4/_{6}$ | | $^2/_{3}$ | |

2.

$^1/_{48}=$
$^2/_{48}=\,^1/_{24}$
$^3/_{48}=\,^1/_{16}$
$^4/_{48}=\,^1/_{12}$
$^5/_{48}=$
$^6/_{48}=\,^1/_{8}$
$^7/_{48}=$
$^8/_{48}=\,^1/_{6}$
ևայլն։

2-դ տախտակի մէջ ուղղակի կրճատուած է ամենամեծ կրճատման թուով, իսկ 1-ի մէջ ոչ։

Պիւթագորեան տախտակի թուերն էլ կարող են օգտաւէտ կերպով գործ դրուել կոտորակները կրճատելու ժամանակ։ Իւրաքանչիւր զոյգ՝ ուղղահայեաց դրութիւնով իրար վրայ եղած՝ թուերից կըկազմուի մի կոտորակ։ Ինչը ուղղահայեաց շարքերում կրճատում միշտ պատահում է։

բ) Հատ-հատ խնդիրներ.

$^{18}/_{30}\,\big|\,\overset{6}{\frown}\,^3/_5$ $\quad$ $^{28}/_{72}\,\big|\,\overset{4}{\frown}\,^7/_{10}$ $\quad$ $^{54}/_{72}\,\big|\,\overset{6}{\frown}\,^9/_{12}\,\big|\,\overset{3}{\frown}\,^3/_4$

Բազմանգամի կրճատումները նախ պէտք է յաճախակի պատահեն աշակերտների աշխատութիւնների մէջ, մինչև որ



նրանց աչքը լաւ սրուի մեծագոյն կրճատման թիւը մի ակնարկով ըմբռնելու համար։

[Մեր խնդ. գր. յօդ. (58)]

## Դ. Կոտորակները հաւասար յայտարարի բերելը.

## ԺԴ.

### Փոքրագոյն կոտորակները մեծագոյնների են լուծվում.

Այստեղ 2 անգամ է նկարած միենոյն ամբողջը. մի անգամ 6-դականների է բաժանուած, միւս անգամ 3-դականների. 6-դականը և 3-դականը ամբողջի երկու տեսակ մասեր են։ Ի՞նչպէս անենք, որ այս տարբերութիւնը վերացնենք։ Իհարկէ 3-դականները 6-դականների դարձնելով։ Բաժանենք իւրաքանչիւր 3-դականը 2 6-դականների.

6-դականները և 3-դականներն անհաւասարանշանակ կոտորակներ էին, 6-դականն ու 6-դականը հաւասարանշանակ են։ Մենք 6-դկնն ու 3-դկնը հաւասարանշանակի կամ հաւասար յայտարարի դարձրինք. Միենոյնը կատարել 4-դկններով ու 8-դկններով, 3-դկններով ու 9-դկններով, կէսերով ու 10-դկններով. կէսերով, 3-դկններով ու 6դականներով. 3դականներով, 4դակններով ու 12-դկններով։

հաւասարանշանակ արա.

| 1) | 2) | 3) | 4) |
|---|---|---|---|
| $^1/_4$ և $^1/_8$ | $^1/_2$, $^1/_4$ և $^1/_8$ | $^2/_7$ և $^2/_{21}$ | $^2/_3$, $^5/_6$ և $^7/_{12}$ |
| $^1/_9$ » $^1/_{18}$ | $^1/_6$, $^1/_{12}$ » $^1/_{72}$ | $^4/_9$ » $^5/_{18}$ | $^8/_9$, $^5/_{18}$ » $^1/_{36}$ |
| $^1/_3$ » $^1/_{24}$ | $^1/_5$, $^1/_{15}$ » $^1/_{30}$ | $^4/_{13}$ » $^7/_{26}$ | $^2/_7$, $^5/_{21}$ » $^7/_{42}$ |
| $^1/_7$ » $^1/_{70}$ | $^1/_{24}$, $^1/_{48}$ » $^1/_{12}$ | $^9/_{10}$ » $^7/_{40}$ | $^3/_5$, $^1/_{10}$ » $^7/_{20}$ |

Սրանց լուծելու եղանակը դիւրին է, որովհետև պէտք է միայն փոքրագոյն կոտորակն ընդարձակել։ Եթէ ամբողջը 21 հաւասար մասեր ունի, այնժամանակ այդպիսի մասերը $^1/_7$-ի մէջ 3 հատ—$^3/_7$-ի մէջ $3 \times 3 = 9$ հատ կըպարունակուի. այս ցոյցտալ գծերով, քառակուսիներով։ —Մանուկները մտքի մէջ պէտք է տպաւորեն այս 2 խօսքը՝ ա) 5-դականը, 10-դականը և 20-դականը հանդիպում են 20-դականի մէջ. բ) գլխաւոր կամ աւագ յայտարարը 5-դականի, 10-դականի և 20-դականի համար է 20-ը։

## ԺԵ.

## Փոքրագոյն յայտարարները չեն լուծվում մեծագոյնների.

1. Յայտարարները միասեռ թուեր չեն.

ա) բ)

Եթէ ամբողջը միանգամ բաժանուած է 3-դականների, իսկ միւս անգամ 4-դականների, մենք չենք կարող՝ հաւասարանշանակ մասեր ստանալու համար՝ երրորդականները 4-դականների փոխել։ Մենք հարկաւ պէտք է ինչպէս 4-դականները այնպէս էլ 3-դականները ուրիշ, աւելի փոքրագոյն



մասերի լուծենք։ Միայն խնդիր է, թէ ո՞րքան մասերի։ Գլխաւոր կէտն այն է, որ ա) և բ) ամբողջն այնքան մասերի բաժանուի, որ սրանք և՛ 3-դականների և՛ 4-դականների մէջ առանց մնացորդի բաշխուին։ Ուրեմն այն թիւը 3-ով և 4-ով պէտք է բաժանուի առանց մնացորդի և նա պէտք է ուրեմն լինի $3 \times 4 = 12$, որովհետև իւրաքանչիւր արտադրութեան մէջ իւր արտադրիչները բովանդակվում են առանց մնացորդի։

ա) բ)

ա-ի մէջ 12-դականները բաշխուած են 3-դականներում, իսկ բ-ի մէջ 4-դականներում. 3-դականները և 4-դականները 12-դականներում հանդիպում են. 3դկնների և 4-դկնների համար աւագ յայտարարն է 12. $^1/_3 = ^4/_{12}$, $^1/_4 = ^3/_{12}$,

Այսպէս շատ օրինակներ 2 կոտորակներով, ապա և 3 կոտորակներով։ Եթէ հարկաւոր է 3-դկնը, 4-դկնը հաւասարանշանակի դարձնել, այնժամանակ պէտք է ամբողջն այնքան մասերի բաժանուի, որ նրանք 3, 4 և 5 հաւասար խումբ գոյացնեն, կամ այդ մասերի թիւը առանց մնացորդի բաժանուի 3-ով, 4-ով և 5-ով. այս թիւն է $3 \times 4 \times 5 = 60$. Վերջապէս մանուկները բոլոր դէպքերից այս են եզրակացնում, որպէս ընդհանուր կանոն. Պէտք է ամբողջն այնքան մասերի թուով բաժանել, որ նրա մէջ բոլոր յայտարարները բովանդակուին. Այս թիւը կըգտնուի, եթէ յայտարարներն իրարով բազմապատկուին. Աւագ յայտարար կըլինի բոլոր փոքրագոյն յայտարարների արտադրութիւնը։

Խնդիրներ. Հետևեալ կոտորակները պէտք է հաւասար յայտարարի բերել.

| 1) | 2) | 3) | 4) |
|---|---|---|---|
| $^1/_4$ և $^1/_9$ | $^1/_5$, $^1/_4$ և $^1/_3$ | $^3/_8$ և $^2/_5$ | $^1/_2$, $^3/_8$ և $^4/_5$ |
| $^1/_9$ „ $^1/_7$ | $^1/_2$, $^1/_3$ „ $^1/_{11}$ | $^4/_7$ „ $^5/_{11}$ | $^1/_4$, $^3/_5$ „ $^2/_3$ |
| $^1/_9$ „ $^1/_{10}$ | $^1/_3$, $^1/_5$ „ $^1/_8$ | $^2/_9$ „ $^5/_8$ | $^2/_3$, $^4/_5$ „ $^3/_8$ |

Մի լուծումն իբրև օրինակ. Պէտք է հաւասարանշանակ առնել $^3/_8$ և $^2/_5$: 8-դկններն ու 5-դականները 40-դականների մէջ հանդիպում են. $^1/_8={}^5/_{40}$, $^3/_8={}^{15}/_{40}$. $^1/_5={}^8/_{40}$, $^2/_5={}^{16}/_{40}$,

2. Յայտարարները միասեռ թուեր են.

4-դկններն ու 6-դկնները 24-դկններում հանդիպում են. որովհետև $4\times6=24$. բայց նրանք արդէն առաջ 12-դկններումն էլ հանդիպում են: Այսպէս էլ 6 դկններն ու 10-դկնները 60-դկններում, բայց արդէն կանխաւ 30-դկններումն էլ. 6-դկններն ու 9-դակնները 54-դակններում, բայց և 18-դկններում: Ապա ուրեմն յայտարարների իրարով բազմապատկութիւնը միշտ չի արտադրում ամենափոքրագոյն աւագ յայտարար: Այդ ի՞նչպէս գտնենք:

Այս հարցմունքի պատասխանը ոմանք ուզում են այն կանոնով տալ, թէ՝ Լուծիր բոլոր յայտարարները իրենց փոքրագոյն արտադրիչների և սրանցից այնքան դուրս ձգէ գծելով, մինչև որ մնացածներով էլի հնար լինի իւրաքանչիւր յայտարարը կազմել. մնացած արտադրիչների արտադրութիւնը կըլինի աւագ յայտարար: Կուզենայ միայն որ առաջնորդենք այս ամէնը հասկացնել տալու համար:—Սակայն մենք կուզենայինք տարրական աստիճանի մատաղ թուաբաններին հէնց այդ տաժանական աշխատանքից խնայել և խնամք ունենալ, որ նրանց հոգեկան զօրութիւնն աւելի աճէ՝ այդ ամէնը և աւելի դժուարութիւնները բարձր աստիճաններում սովորելու, եթէ հասնին այնտեղ:

Այստեղ մեր եղանակն այս է. Նախ փորձում ենք հետևեալ տեսակի խնդիրներ շատ անգամ լուծել տալ՝ $^1/_4$-ը և



$^1/_6$-ը դարձրու $/_{12}$-ի. փոխիր $^1/_6$-ը և $^1/_9$-ը $/_{18}$-ի, և այլն: Մանաւանդ օգտաւէտ է հետևեալ յայտարարները վարժեցնել.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 և 10 | 6 և 16 | 8 և 20 | 12 և 16 | 16 և 20 |
| 6 „ 8 | 6 „ 20 | 9 „ 12 | 12 „ 20 | 16 „ 24 |
| 6 „ 9 | 8 „ 10 | 9 „ 15 | 12 „ 15 | 20 „ 25 |
| 6 „ 10 | 8 „ 12 | 9 „ 30 | 15 „ 20 | 20 „ 30 |
| 6 „ 15 | 8 „ 18 | 10 „ 25 | 15 „ 25 | 20 „ 50 |

Այս խնդիրներով, որոնք բուն գործի առաջնորդութիւն են տալիս, նոյնպէս և նախընթաց վարժութիւններով (մանաւանդ յօդ. ԺԳ. պարբեր. ա.) անշուշտ աշակերտն այնքան կըկազդուրուի՝ որ կըկարողանայ հարկաւոր աւագ յայտարարները գտնել:

Սրանք նախավարժութիւններ էին: Բայց ասենք թէ՝ զորօր. 12-դկնների և 16-դկնների համար պահանջվում է աւագ յայտարարը գտնել (այսինքն պատրաստ չի առաջարկվում, ինչպէս որ առաջուայ նախավարժութիւնն էր—), այնժամանակ աշակերտը վերի վարժութիւնների հիմամբ երևի իսկոյն կըգտնէ աւագ յայտարար 48-ը: Իսկ եթէ չգտնէ, ապա հարկաւոր է առաջնորդել նրա դատողութիւնը հետևեալ եղանակով. խնդրելի աւագ յայտարարի մէջ պէտք է բովանդակուի և՛ 12-ը, և՛ 16-ը: Մերձաւոր թիւ, որի մէջ 12-ը առանց մնացորդի բովանդակվում է, է $2\times12=24$. արդեօք այս թուի մէջ 16-ը էլ լուծվո՞ւմ է: Ո՛չ: 24-ից յետոյ հետևեալ թիւը՝ որի մէջ 12-ը լուծվում է, է $3\times12=36$. 16-ն էլ լուծվո՞ւմ է: Դեռ ևս չէ: Իսկ տասերկրորդական կարգի հետևեալ թուում ($4\times12=$) 48-ում 16-ն էլ լուծվում է: Ուրեմն 48-ը աւագ յայտարար է 12-դականների և 16-դկնների համար:—Խնդիրներն առաւելապէս այնպէս պիտի կազմուած լինին, որ միայն երկու յայտարարների աւագ յայտարարը պահանջուի: Իսկ եթէ 3 կոտորակները հաւասարանշանակ պիտի դառնան, այնժամանակ նախ երկու յայտարարները (ի հարկէ փոքրագոյնները) պիտի հաւասարուին, ապա նոր գտած յայտարարն ու 3-դ առաջարկածը միանան: Եթէ առաջարկած յայտարրերի մէջ այնպիսի փոքրագոյններ կան, որ մեծագոյնների մէկի մէջ լուծվում են, այնժամանակ փոքրագոյնները գծով դուրս են ձգվում. բայց ի հարկէ նախ և առաջ թանձրացեալ դէպքերով պէտք է գտնել և ասեցնել տալ, թէ՝ եթէ մի թիւ գտայ, որի մէջ 12-ը (մեծագոյն թիւը) լուծվում է, նրա մէջ կըլուծուի և 6-ը (փոքրագոյն թիւը).

Զբաղմունքը փոփոխելու համար կարելի է առաջարկած կոտորակները գումարել տալ, երբ որ արդէն հաւասար յայտարարների դարձրած են։ Մանուկներն իսկոյն կընկատեն հաւասար յայտարարի բերելու կարևորութիւնը.

[Մեր խնդիրներ՝ յօդ. (59. և 60-)]

---

## Գումարումն.

# ԵՐՆՐՈՐԴ ՀԱՏՎԱԾ

## ԺԷ.

### Երջահայեաց.

| 1. | 2. |
|---|---|
| ա) $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}$ | ա) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ |
| բ) $9\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$ | բ) $1\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ |
| գ) $4\frac{7}{8}+2\frac{5}{8}$ | գ) $\frac{5}{8}+\frac{1}{6}$ |

1 խմբում գումարվում են հաւասարանուանի, 2 խըմբում անհաւասարանուանի կոտորակներ։ 1 խմբի ստորաբաժանման հիմքը դիւրին է տեսնել. իսկ 2ա-ի մէջ մի յայտարարն ուրիշ յայտարար է, 2 բ-ի մէջ յայտարարներն այլասեռ են, 2 գ-ի մէջ միասեռ են.



## ԺԸ.

### Նոյնիսկ գումարումը։

1. Որքան է $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$. $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$, 2-իններորդական և 5-իններորդական=7-իններորդականի, Զննել գծերի, քառակուսիների, խնձորի միջնորդութիւնով։

$\frac{6}{7}$-ին կցէ $\frac{4}{7}$. $\frac{6}{7}+\frac{4}{7}=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}$.

Գումարիր $\frac{9}{11}$, $\frac{1}{11}$ և $\frac{7}{11}$. $\frac{9}{11}+\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$, $+\frac{7}{11}=\frac{17}{11}$ $=1\frac{6}{11}$.

Մանուկները շատ շուտ նկատում են որ հաւասարանուանի կոտորակները ճիշդ այնպէս են գումարվում, ինչպէս և ամբողջ թուերը։ 5-դականը 5-դականի վրայ այնպէս է գումարվում, ինչպէս մանէթը մանէթի վրայ, տանձը տանձի վրայ, ևայլն.

Որքան է $21\frac{4}{5}$ և $2\frac{3}{5}$ գումարը. $21\frac{4}{5}+2=23\frac{4}{5}$, և էլի $\frac{3}{5}$, կլինի $23\frac{7}{5}$ կամ $24\frac{2}{5}$.

Առաջին գումարելիի վրայ աւելացրինք նախ երկրորդի ամբողջը, ապա և վերջինի կոտորակը։

---

2. $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}$. (2-հինգերորդական և 7-տասներորդական). Մանուկներին պէտք է հասկացնել, թէ ինչպէս անհաւասար անուանական ամբողջ թուերը, այնպէս էլ տարբեր յայտարարներով կոտորակները, գումարելուց առաջ նախ հաւասար անուանի (մի յայտարարի) պէտք է դարձնել։ 2 փութ+5 գրուանքայ. ոչ 7 փութ է և ոչ 7 գրուանքայ։ Մինչև որ փութը գրուանքի չդարձնենք՝ գումարել չենք կարող. այսպէս էլ և մեր դէպքում. $\frac{2}{5}$-ը $/_{10}$-ի դարձնելով՝ կըլինի $\frac{4}{10}$. $\frac{4}{10}+\frac{7}{10}=\frac{11}{10}=1\frac{1}{10}$.

$\frac{5}{8}+\frac{1}{6}$. 8-դկններն ու 6-դկնները հանդիպում են 24-դկններում. $\frac{1}{8}=\frac{3}{24}$, $\frac{5}{8}$ $\frac{15}{24}$, ևայլն.

Ա.-ը հոկտեմբերին $3\frac{9}{10}$ մնթ. աւելի է ծախսում քան սեպտեմբերին. ո՞րքան կըլինի այս 2 ամսուայ ծախսը, եթէ սեպտեմբերինը $20\frac{9}{10}$ մնթ է եղել։ ($45\frac{7}{10}$ մ.)

Ա-ը $\frac{3}{4}$ մնթի թուղթ է առնում և $\frac{4}{5}$ մնթի ուտեստ. ո՞րքանի է ընդամենը։ ($1\frac{11}{20}$ մ.)

Գրաւոր զբաղմունքի համար այստեղ էլ հարկաւոր է շարքերի կազմութիւնը վարժեցնել.

$$\frac{1}{9}+\frac{7}{9}=\frac{8}{9}$$
$$\frac{8}{9}+\frac{7}{9}=1\frac{2}{3}$$
$$1\frac{2}{3}+\frac{7}{9}=2\frac{4}{9}$$

և այլն։

[Խնդիրներ՝ բան. յոդ. (61.) և հետև.]

## ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### Ժթ.

### Կատարման եղանակ.

| Հ-° 1. | | Հ-° 2. | | Հ-° 3. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{7}{19}$ | 7 | $12\frac{3}{23}$ | 3 | | | |
| $\frac{8}{19}$ | 8 | $+\ 5\frac{7}{23}$ | 7 | | 30 | |
| $\frac{15}{19}$ | 15 | $+\ 6$ | | $27\frac{1}{5}$ | 6 | 6 |
| $\frac{18}{19}$ | 18 | $+\ 28\frac{15}{23}$ | 15 | $+82\frac{2}{3}$ | 10 | 20 |
| $\frac{11}{19}$ | 11 | $+100$ | | $+37\frac{5}{6}$ | 5 | 25 |
| $\frac{12}{19}$ | 12 | $+\ \frac{4}{23}$ | 4 | $\overset{\frown}{1}$ | | |
| $\frac{10}{19}$ | 10 | $\overset{\frown}{1}$ | | | | |
| $\underline{\underline{4\frac{6}{19}}}$ 19 | 81 $\vert 4\frac{5}{19}$ | $\underline{\underline{152\frac{6}{23}}}$ | $\frac{29}{23}=1\frac{6}{23}$ | $\underline{\underline{147\frac{7}{10}}}$ | 30 | 51 $\vert 1\frac{21}{30}$ |
| | 76 | | | | | |
| | 5 | | | | | |



Աշակերտները պէտք է սովորեն կարգ պահպանել տախտակի հաշիւների մէջ. այնտեղ չպէտք է ցրուեն իրենց գրածները մասամբ մէկ գլխին, մասամբ ներքև, մէկ այստեղ, մէկ այնտեղ. չպէտք է անդադար ջնջեն գրածները և միայն վերջին հետևանքն արտագրեն, այնպէս որ եթէ սխալ անեն, էլ ստուգելու հնար չլինի, թէ այդ սխալն ինչի՞ց և ո՞ր մասումն է ծագել։ Մեր առաջարկած ձևերից հեշտ է տեսնել, թէ ձախ կողմը խնդիրն է շարուած և նրա տակը վերջնական լուծումը, իսկ աջ կողմը—այն բոլոր օժանդակ և մասնաւոր հաշիւները, որոնցից որ բղխում է վերջնական լուծումը, այնևս խնդրի պայմանների համեմատ՝ մի տեղ աւելի բարդ, քան միւսում։ Հ-° 2 և 3-ում կոտորակներ գումարելուց առաջացած ամբողջները՝ խնդրի ամբողջների տակ է ծանօթագրած, որպէսզի նրանց հետ իմիասին գումարուի։ Ամենայն կոտորակում պէտք է տեսնել, թէ արդեօք նա չի՞ կրճատվում. զորօր. Հ°-3.

[Համապատասխան գրաւ. խնդիրներ]

---

## Հանումն.

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### Ի.

### Շրջահայեաց.

| 1. | 2. |
|---|---|
| $\frac{3}{5}-\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{5}-\frac{3}{10}$ |
| $4\frac{3}{11}-1\frac{2}{11}$ | $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ |
| $4-\frac{5}{9}$ | $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$ |
| $8\frac{4}{15}-2\frac{11}{15}$ | $12\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$ |

Կոտորակները 1.-ում հաւասարանուանի են, իսկ 2.-ում անհաւասարանուանի. Վերջին երկու խնդիրները 1.-ում պահանջում են որ ամբողջը կոտորակների լուծուի. 2.-ի ստորաբաժանումը նոյն է, ինչ որ տեսանք յօդ. ԺԷ, 2.

## ԻԱ.

### Նոյնիսկ հանումն.

$^3/_5-{}^1/_5={}^2/_5$. կամ՝ 3 հինգերորդականից պակաս 1 հինգերորդական=2 հինգերորդկան.

Զննութիւն գծերով, բոլորակներով, եայլն. Հինգերորդականներն այնպէս է հանվում հինգերորդականներից, ինչպէս լեղրները լեղրներից, գրիչները գրիչներից, դեղձերը դեղձերից, կամ առհասարակ ինչպէս ամբողջներն ամբողջներից.

$4^3/_{11}-1^2/_{11}$. $4^3/_{11}-1=3^3/_{11}$, $3^3/_{11}-{}^2/_{11}=3^1/_{11}$.

Իսկ եթէ հարկաւոր է $^5/_9$-ը 4-ից հանել, այնժամանակ հարկաւոր է մի ամբողջ 9դականների վերլուծել. Հաշիւն այսպէս կլինի՝ $4=3+{}^9/_9$, $^9/_9-{}^5/_9={}^4/_9$, ուրեմն $4-{}^5/_9=3^4/_9$

Որքան է $32^3/_7-20^5/_7$. Պէտք է հետղհետէ հանել 20, $^3/_7$ և $^2/_7$, ուր նախ կըստանանք $12^3/_7$, յետոյ 12, վերջը $11^5/_7$.

Անհաւասար անուանի կոտորակները նախ պէտք է հաւասար յայտարարի բերել և ապա հանել.

$^4/_5-{}^3/_{10}$. 5դկններն ու 10դկնները 10դկնների մէջ հանդիպում են. $^4/_5={}^8/_{10}$. $^8/_{10}-{}^3/_{10}={}^5/_{10}$, կամ կրճատած$={}^1/_2$.

Գրաւոր զբաղեցնելու համար՝ շարքերի կազմութիւն հաւասարանշանակ կոտորակներով.

1. $50-{}^4/_5=49^1/_5$
   $49^1/_5-{}^4/_5=48^2/_5$
   $48^2/_5-{}^4/_5=47^3/_5$
   եայլն.

2. $45-{}^7/_{12}=44^5/_{12}$
   $44^5/_{12}-{}^7/_{12}=43^5/_6$
   $43^5/_6-{}^7/_{12}=43^1/_4$
   եայլն.



Եթէ 2.-րդում աշակերտը դժուարանայ համապատասխան կոտորակները կրճատելու, կարելի է անկրճատ թողնել տալ. բայցեւայնպէս դա շատ լաւ վարժութիւն է.
[Խնդիրներ բան. յօդ (65.) և հետևեալներ]

---

# ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

## ԻԲ.

### Կատարումն.

1. $^{115}/_{119}-{}^{95}/_{119}=$?

$$\begin{array}{r} ^{115}/_{119} \\ -{}^{95}/_{119} \\ \hline \underline{\underline{^{20}/_{119}}} \end{array}$$

2. $229^{19}/_{28}-157^{12}/_{28}=$?

$$\begin{array}{r} 229^{19}/_{28} \\ -157^{12}/_{28} \\ \hline \underline{\underline{72^7/_{28}}} \end{array}$$

3. $26^5/_{12}-18^7/_{12}=$?

$$\begin{array}{r|c} & 17 \\ 26^5/_{12} & 5 \\ -18^7/_{12} & 7 \\ \hline \underline{\underline{7^5/_6}} & ^{10}/_{12}={}^5/_6 \end{array}$$

Այնպէս ինչպէսև՝

$$\begin{array}{r} 26 \text{ դուժին } 5 \text{ հատ} \\ -18 \quad " \quad 7 \quad " \\ \hline \underline{\underline{7 \text{ դուժին } 10 \text{ հատ}}} \end{array}$$

4. $78^5/_6-49^4/_5=$?

$$\begin{array}{r|c|c} & 30 & \\ 78^5/_6 & 5 & 25 \\ -49^4/_5 & 6 & 24 \\ \hline \underline{\underline{29^1/_{30}}} & & ^1/_{30} \end{array}$$

5. $100^3/_8-45^5/_{12}=$?

$$\begin{array}{r|c|c} & 24 & 33 \\ 100^3/_8 & 3 & 9 \\ -45^5/_{12} & 2 & 10 \\ \hline \underline{\underline{54^{23}/_{24}}} & & ^{23}/_{24} \end{array}$$

[Համապատասխան գր. խնդ.]

---

## Բազմապատկում.

Միայն այնպիսի խնդիրներ, որոնց մէջ բազմապատկիչն ամբողջական թիւ է։

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### ԻԳ.

### Շրջահայեացք.

| 1. | 2. |
|---|---|
| $5\times{}^{1}/_{6}$ | ա) $18\times{}^{1}/_{6}$ |
| $3\times{}^{3}/_{7}$ | $24\times{}^{4}/_{6}$ |
| $4\times2^{8}/_{11}$ | բ) $16\times9^{3}/_{8}$ |

1.-ում կոտորակի բազմապատկութիւնը ամբողջ թիւ չի ցոյցնում, այնինչ 2.-ում ամբողջ թուեր են կազմւում. ա) երկու դէպքում էլ բազմապատկելին սոսկ կոտորակ թիւ է, բ) խառն թիւ.

### ԻԴ.

### Նոյնիսկ բազմապատկութիւնը.

ա) Արմատական կոտորակներ.

$5\times{}^{1}/_{8}$. 5 անգամ 1 ութրդկն=5 ութրդկն, այնպէս ինչպէս որ $5\times1$ ձիթ.=5 ձիթ.



Մի նկարով էլ ցոյցտալ։ Շատ օրինակներից աշակերտները հետևցնում են, որ մի կոտորակ ամբողջական թուով բազմապատկելու համար՝ բաւական է՝ միայն թուարարը բազմապատկել նոյն ամբողջով։ (Տես յօդ. Ի. 1. իսկ թէ երբեմն յայտարարի բաժանմամբ էլ բազմապատկութիւն է գործւում—յօդ. ԺԱ. 2.—այս ծանօթութիւնն առայժմ թողնում ենք անգործածելի)։

Մնում է բանաւոր և գրաւոր կերպով հիմնապէս վարժեցնել, որպէսզի հարկաւոր յաջողութիւն ձեռք բերուի։

Բազմապատկիր՝ ${}^{1}/_{3}$, ${}^{1}/_{5}$, ${}^{1}/_{4}$, ${}^{1}/_{6}$, ${}^{1}/_{6}$, ${}^{1}/_{8}$, ${}^{1}/_{10}$, ${}^{1}/_{12}$, ${}^{1}/_{30}$ և այլն 5-ով, 8, 10, 11, 14, 15, 20, 24, 26, 30, 50, 84-ով և այլն։

Գրաւոր վարժութիւնն այս եղանակով՝

| | | |
|---|---|---|
| 1. $5\times{}^{1}/_{4}=1^{1}/_{4}$ | 2. $25\times{}^{1}/_{2}=12^{1}/_{2}$ | կամ |
| $8\times{}^{1}/_{4}=2$ | $25\times{}^{1}/_{3}=8^{1}/_{3}$ | $50\times$ |
| $10\times{}^{1}/_{4}=2^{1}/_{2}$ | $25\times{}^{1}/_{4}=6^{1}/_{4}$ | ${}^{1}/_{2}=25$ |
| $11\times{}^{1}/_{4}=2^{3}/_{4}$ | $25\times{}^{1}/_{5}=5$ | ${}^{1}/_{3}=16^{2}/_{3}$ |
| և այլն. | և այլն. | ${}^{1}/_{4}=12^{1}/_{2}$ |
| | | և այլն։ |

Որպէսզի 1. ձևով վարժութիւն առաջարկէ՝ վարժապետը թող գրէ համապատասխան բազմապատկիչի շարքը տախտակի վրայ, երբ որ նրանց բոլորով մի կոտորակ (մեր օր. ${}^{1}/_{4}$) բազմապատկուի, այնժամանակ վերջնի փոխարէն մի ուրիշ կոտորակ հանդէս բերել. օրօր. ${}^{1}/_{2}$, ${}^{1}/_{3}$, ${}^{1}/_{6}$, և այլն, և վարժութիւնը սկսել նորից։

Կարելի է նմանապէս անուանական թուեր գործ դնել, այսինքն մեթի, գրուանքի կոտորակներ։

բ) Ածանցած կոտորակներ.

$3\times{}^{2}/_{7}={}^{6}/_{7}$. Ապացուցանել գծներով, քառակուսիներով ${}^{2}/_{7}$-ի եռապատիկն այնպէս է ցոյանում, ինչպէս և 2 խորանարդի, 2 բալի, կամ առհասարակ 2 ամբողջականի եռապատիկը. պէտք է առնել ${}^{2}/_{7}$-ը մի անգամ, էլի մի անգամ և էլի մի անգամ։

$18\times{}^4/_9={}^{72}/_9=8$։ Կանոնական լուծումն. Կոտորակ թուարարը բազմապատկիչով բազմապատկվում է։ Նախ պէտք է աշակերտներն այս բանում լաւ վարժուին։ Վերջը կարելի է նոյն խնդիրն այսպէս էլ լուծել. $18\times{}^1/_9=2$, $18\times{}^4/_9=4\times2=8$, Բայց այստեղ ճշդութիւնով պէտք է հաշուել։ (Ոչ $2\times4$, այլ $4\times2$)։

(Բանաւոր և գրաւոր վարժութիւններ ինչպէս ա.)

գ) Խառն թուեր.

$16\times9^2/_3=$՞. $16\times9=144$, $16\times{}^2/_3={}^{32}/_3=10^2/_3$, $144+10^2/_3=154^2/_3$։

Անուանական թուերով շատ խնդիրներ. զորօր. $25\times8$ հատը քանի դուժին է։

8 հտ=դժնի ${}^2/_3$, $25\times{}^2/_3$ դժ.$={}^{50}/_3=16^2/_3$ դժ.

Կոտորակի բազմապատկութեան ուրիշ օրինակները տես յետոյ վերածութեան մէջ, յօդ. ԻԹ.

---

Շատ կարևոր է երեքի կանոնի բազմապատկութիւնն այստեղ վարժեցնել։ Խնդիրը կարող է այս կերպարանք ստանալ.

1 արշինն արժէ ${}^3/_4$ մնթ. ինչ արժէ 21 արշ։

Յետոյ խնդիրն այն ձև կարելի է տալ, որ 1. և 3. անդամը հաւասարանուանի կոտորակներ բովանդակեն. առաջին անդամը իհարկէ արմատական կոտորակ. զորօր. ${}^1/_4$ արշ. ${}^2/_5$ մնթ., ${}^3/_4$ արշ. ՞. Հաշուելու ժամանակ վարժապետը պէտք է նայէ, որ աշակերտները ճիշդ գտնեն և մտքի համեմատ խօսեն։

[Բանաւոր խնդիրներ, յօդ. (70) և հետև. վարժութիւններ աւելացնելու համար, որ հարկաւոր է. վարժապետը չի դժուարանայ զորօր. խնդրի համապատասխան կոպէկներն իսկոյն մնթի կոտորակների փոխել։]

---



# ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

## ԻԵ.

### Կատարումն.

1. $19\times{}^{17}/_{25}=$՞.

$$19\times{}^{17}/_{25}=\frac{19\times17}{25}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times19 \\ \hline 153 \\ 17 \\ \hline 323 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r|l} 25 & 323 & 12^{23}/_{25}\text{*)} \\ & 25 & \\ \hline & 73 & \\ & 50 & \\ \hline & 23 & \end{array}$$

2. $24\times39^{12}/_{17}=$՞.

ա) $24\times39$. բ) $\frac{24\times12}{17}$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times24 \\ \hline 156 \\ 78 \\ \hline 926 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ \times24 \\ \hline 48 \\ 24 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r|l} 17 & 288 & 16^{16}/_{17} \\ & 17 & \\ \hline & 118 & \\ & 102 & \\ \hline & 16 & \end{array}$$

գ) $\times16^{16}/_{17}$

$952^{16}/_{17}$

Այստեղ էլ կարելի է երեքի կանոնի բազմապատկութեան խնդիրներ առաջարկել, զորօր. 1 փութն արժէ ${}^4/_5$ մնթ. 216 փ. ՞.

Աշակերտն ասում է. Եթէ փութը ${}^4/_5$ մ. արժէ, $216=216\times{}^4/_5$ մնթ., և այսպէս մի տախտակ է կազմում

1 փ.$={}^4/_5$ մնթ.

216 „ $=\frac{216\times4}{5}$ մնթ.

Լուծումն ինչպէս վերև

[Համապատասխան մեր խնդիրներ.]

---

*) Վերջնական արդիւնքի տակ է երկու գիծ։

# Բաժանում.

## Ա. ԳԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹԻՒՆ.

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### ԻԶ.

### Շրջահայեացք.

**1.**

ա) 2-ը 1-ի մէջ.
բ) 5-ը 12-ի մէջ.

**2.**

$^3/_7$-ը $^1/_7$-ի մէջ.
$^3/_{11}$-ը 9-ի մէջ.

**3.**

$^1/_8$-ը $2^5/_8$-ի մէջ.
$^3/_8$-ը $1^1/_2$-ի մէջ.

**4**

$4^1/_2$-ը $31^1/_2$-ի մէջ.
$1^1/_8$-ը $3^1/_2$-ի մէջ:

Մենք բաժանում ենք՝ 1. ամբողջն ամբողջով, 2. ամբողջը կամ կոտորակը կոտորակով, 3. խառն թուերը կոտորակով, 4. խառն թուերը խառն թուերով:



### ԻԷ.

### Նոյնիսկ բաժանումը.

1. Ամբողջն ամբողջով.

| Զննել. | Ասել. |
|---|---|
| 00 0000 | 2-ը 4-ի մէջ բովանդակվում է 2 անգամ. |
| 00 00 | 2-ը 2-ի մէջ բովանդակվում է 1 անգամ. |
| 00 0 | 2-ը 1-ի մէջ բովանդակվում է $^1/_2$ անգամ, այսինքն իր կիսով 1 անգամ 1-ի մէջ է բովանդակվում: |
| 000 000000 | 3-ը 6-ի մէջ բովանդակվում է 2 անգամ. |
| 000 000 | 3-ը 3-ի մէջ բովանդակվում է 1 անգամ. |
| 000 0 | 3-ը 1-ի մէջ բովանդակվում է $^1/_3$ անգամ, այսինքն իր 3դական մասով 1-ի մէջ բովանդակվում է 1 անգամ: |

4-ը 3-ի մէջ. 4-ը 1-ի մէջ $^1/_4$ անգամ է բովանդակվում, իսկ 3-ի մէջ 3 անգամ աւելի, ուրեմն $^3/_4$ անգամ:

60 : 8 (2 կէտ նշանը կարդալ՝ բաժանուած այսքանով). 8-ը 1-ի մէջ պարունակվում է $^1/_8$ անգամ, 60-ի մէջ $^{60}/_8$ անգամ$=7^4/_8={}^1/_2$ անգամ: Քաջ վարժեցնել:

Ուրիշ օրինակներ տես անդրադարձութեան մէջ, յօդ Լ.

Գրաւոր վարժութիւնների համար պէտք է դարձեալ լուծել տալ շարքերի խնդիրները, ուր Պիւթագորեան տախտակը կարելի է յարմարութիւնով գործ դնել. Զորօր. հաշուեցէք՝ քանի անգամ 5-ը բովանդակվում է առաջին ուղղահայեաց շարքի իւրաքանչիւր թւում (1, 2, 3, 4ում և այլն):

2. Ամբողջը կամ կոտորակը կոտորակով.

(Այստեղի կոտորակները հաւասարանուանի են կամ շատ մերձակայ անհաւասարանուանի. քանորդն էլ միշտ ամբողջ է.)

Քանի անգամ է պարունակվում $^1/_7$-ը $^6/_7$-ի մէջ: $^2/_7$-ը $^6/_7$-ի մէջ պարունակվում է 3 անգամ:

Զննութիւն՝ 

$^2/_7$-ը $^6/_7$-ի մէջ այնքան անգամ է պարունակվում, որքան անգամ որ 2 կոպէկը 6 կոպէկի մէջ, 2 խնձորը 6 խնձորի մէջ, առհասարակ 2 ամբողջը 5 ամբողջի մէջ.

(Եթէ $^2/_7$-ը 3 անգամ է բովանդակած $^6/_7$-ի մէջ, ապա ուրեմն $^2/_7$-ը $^6/_7$-ի 3-դ մասն է։)

Քանի՞ անգամ $^3/_{11}$-ը մտնում է 99-ի մէջ։ Այս իմանալու համար՝ պէտք է 9-ը 11դականների դարձնել։ $9=^{99}/_{11}$. $^3/_{11}$-ը $^{99}/_{11}$-ի մէջ պարունակվում է 33 անգամ։

3. Խառն թուեր կոտորակով.

$^7/_8$-ը $2^5/_8$-ի կամ $^{21}/_8$-ի մէջ 3 անգամ է պարունակվում։ ($^7/_8$-ը ուրեմն $2^5/_8$-ի $^1/_3$-ն է։ $2^5/_8$-ը 3 անգամ մեծ է քան $^7/_8$-ը).

$^3/_8$-ը $1^1/_2$-ի մէջ. $1^1/_2=^3/_2$ կամ $^{12}/_8$. $^3/_8$-ը $^{12}/_8$-ի մէջ 4 անգամ է պարունակվում։

4. Այս միևնոյն ձևով լուծել պէտք է 4 խմբի խնդիրները։ Այսինքն խառն թուերը կոտորակի դարձնել և եթէ պահանջվում է միանուանի անել. և ապա բաժանել։ Հարքերի լուծումը որչափ կարելի է այստեղ էլ չմոռանալ։

[Խնդիրներ՝ բան. յօդ. (74) և հետև.]

## ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### ԻԸ.

### Կատարումն.

1. $^3/_{295}$-ը $^{285}/_{295}$-ի մէջ=՞.

```
3 | 285 | 95 անգամ
  | 27  |
    15
    15
```

2. $2000 : {}^5/_7$=՞.

```
  2000
  ×7
5 | 14000 | 2800 անգամ
  | 14000 |
```



3. $^{17}/_{24}$-ը $102^{17}/_{24}$-ի մէջ=՞.

```
 102 17/24
 ×24
 425
 204
17 | 2465 | 145 անգամ
   | 17   |
     76
     68
      85
      85
```

4. $173^1/_3 : 1^{11}/_{15}$=՞.

```
1 11/15 | 173 1/3
  26/15 | 2600/15
     26 | 2600 | 100 անգամ
        | 2600 |
```

## Բ. ՄԱՍՆԵՐ

## ԲԱՆԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

### ԻԹ.

### Շրջահայեացք.

| ա) | բ) |
|---|---|
| 4 : 5 | $^{14}/_{15}$ : 7 |
| 18 : 4 | $6^2/_5$ : 8 |
| | $25^9/_{11}$ : 9 |

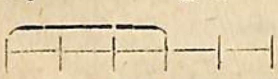
ա) Խնդիրներ ամբողջ թուերով, որոնց քանորդը կոտորակ է կամ խառն թիւ. բ) բաժանելին կոտորակ կամ խառն թուով, վերջին դէպքում քանորդը կամ կոտորակ է կամ խառն թիւ.

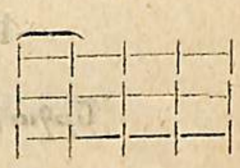
## Ն.

### Նոյնիսկ բաժանումն.

ա) Բաժանման խնդիրներ ամբողջ Թուերով. Հարևանցի կերպով այսպիսի խնդիրներ արդէն գործ ենք ածել սկզբներում. կարևորութեան համար այժմ էլ քննում ենք. 4 : 5 Թող վարժապետը զննութիւնից սկսէ և նկարէ գրատախտակի վրայ 4 հաւասար մեծութեան գծեր ճիշդ միմեանց վերև, իւրաքանչիւրը բաժանէ 5 հաւասար մաս և այսպէս ապացուցանէ, թէ բոլոր 4 գծերի 5-դ մասը $^4/_5$ է կազմում (առաջադրած մասերից, այսինքն, 5դականներից, 4 հատ է). Հատ վարժութիւններ.

(Աւրիշ անգամ կարելի է ցոյցտալ, թէ այդպիսի կոտորակներ երկու ձևով են կազմւում. զորօր. $^3/_5$-ը գոյանում է կամ ամբողջը հինգ մաս բաժանելով և այդպիսի 3 մաս առնելով, կամ 3 ամբողջ հինգ մաս բաժանելով և նրանցից մէկ-մէկ մաս առնելով





Ճշդութիւնով կարդալու համար պէտք է առաջին ձևը կարդացուի այսպէս՝ $^1/_5 \times 3$, իսկ երկրորդ ձևը՝ $^3/_5$=3-ը 5-ով բաժանած=3 : 5).

Գտիր 19-ի 8-դ մասը. Երկու կերպ վարժեցնել. Նախ՝ 16-ի 8-դ մասը=2, 3-ի 8-դ մասը=$^3/_8$, արդիւնքն է $2^3/_8$, և երկրորդ՝ 19-ի 8-դ մասը=$^{19}/_8=2^3/_8$.

Վերջին եղանակը լաւ պէտք է վարժեցնել. այստեղ աշակերտները սովորում են ամբողջ Թուերով կազմած բաժանման խնդիրը կոտորակի վերածել և ընդհակառակ.



$$33 : 7 = {}^{33}/_7 = 4^5/_7 \qquad 100 : 3 = {}^{100}/_3 = 33^1/_3$$
$$46 : 9 = {}^{46}/_9 = 4^1/_9 \qquad 100 : 6 = {}^{100}/_6 = 16^2/_3$$

$$100 : 12 = {}^{100}/_{12} = 8^1/_3$$
$$100 : 8 = {}^{100}/_8 = 12^1/_2$$

100 Թիւը առանձնապէս վարժեցնելու է. Գրաւոր վարժութիւնների համար շարքերի խնդիրների մասին տես յօդ. ԻԷ, 1.

բ) Բաժանման խնդիրներ կոտորակ բաժանելիներով, բայց այնպիսի ամբողջ բաժանիչներով, որոնք լուծվում են բաժանելու Թուարարի մէջ.

$^{14}/_{15}$-ի 7-դ մասն $^2/_{15}$. որովհետև $7 \times {}^2/_{15} = {}^{14}/_{15}$. Զննել տալ գծերով. անուանական Թուերի հետ համեմատիր՝ 14 կոպէկի, 14 խնձորի, և այլն 14 տասնուհինգերորդականների 7-դ մաս.

$6^2/_5$-ի կամ $^{32}/_5$-ի 8-դ մասն է $^4/_5$. որովհետև $8 \times {}^4/_5 = {}^{32}/_5 = 6^2/_5$.

$23^8/_{11}$-ի 9-դ մասը առաջ ու առաջ 2 է, $5^8/_{11}$ մնացորդ. $5^8/_{11}$-ի կամ $^{63}/_{11}$-ի 9-դ մասն է $^7/_{11}$. Ուրեմն $23^8/_{11}$-ի $^1/_9$-ը $=2+{}^7/_{11}=2^7/_{11}$.

Անուանական խնդիրներ. երեքի կանոնի բաժանման խնդիրներ մեր ծրագրած սահմաններում.

[Բանաւոր խնդիրներ՝ յօդ (76.) և հետ.]

# ԳՐԱՒՈՐ ՀԱՇԻՒ

## ԼԱ.

### Կատարումն.

Խնդ. $577\frac{7}{9} : 26 =$՞.

$$\begin{array}{r|l|l} 26 & 577\frac{7}{9} & 22 \\ & 572 & \\ \hline & 5\frac{7}{9} & \\ 26 & \frac{52}{9} & \frac{2}{9} \\ \hline & & 22\frac{2}{9} \end{array}$$

Բացատր. Նախ գտնել ամբողջները, որքան որ գտնւում են բաժանելու 26-ականներից. մնացորդը դարձնել 9դականների և նոյնպէս բաժանել: Վերջապէս երկու արդիւնքները միաւորել:

[Համապատասխ. գրաւ. խնդիրներ.]

# ՎԵՐԱԾՈՒԹԻՒՆ ԵՒ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒԹԻՒՆ

## ԼԲ.

### Վերածութիւն.

Այստեղ առաջարկվում է մեծաւորագոյն կարգի դարձնելու վերածութիւնը: Կոտորակներն էլ այնպէս են ընտրուած, որ նրանց յայտարարները գործածական չափերի թւերում լուծվում են:



Մնթի $\frac{3}{5}$-ը քանի՞ կոպ. է. $\frac{1}{5}$ մն.=20 կ., $\frac{3}{5}$ մ.=3×20 կ.=60 կ. Այսպէս ուրեմն աշակերտը պէտք է միայն պարզ եզրակացութիւն անէ, նոյնը պահանջվում էր և ա. յօդուածում: Բայց կարելի է մնթը կոպէկի դարձնել էլ, եթէ մնթի թիւը 100-ով բազմապատկուի, ուրեմն մեր օրինակում՝ $\frac{3}{5}$ մ.=100×$\frac{3}{5}$ =$\frac{300}{5}$=60 կ.: $5\frac{2}{3}$ ժամ ո՞րքան րոպէ է. 5 ժ.=300 ր., $\frac{1}{3}$ ժ.=20 ր., $\frac{2}{3}$ ժ.=40 ր., գումար 340 ր. իսկ այն կանոնով, թէ բազմապատկիր չափերի գործածական թւով, հաշիւը այս կըլինի. $60\times5\frac{2}{3}=300$, $60\times\frac{2}{3}=\frac{60\times2}{3}$ $\frac{120}{3}=40$. գումար 340 ր.

Այս վերջին եղանակով գործողութիւնը (բազմապատկիր չափերի գործածական թւով) խնդրին բազմապատկութեան ձև է տալիս, որ և մենք հարևանցի ակնարկեցինք ԻԴ. յօդուածում:

Այստեղ էլ պէտք է գործ դրուին շարքերի խնդիրները:
[Մեր խնդիրներ.]

## ԼԳ.

### Անդրադարձութիւն.

Կրկնում ենք ա. յօդուածի վարժութիւնները: Միայն ամբողջը ստորին կարգի փոխվում է մերձաւոր բարձր կարգի:

8 կոպ. մնթի. ո՞րքան կոտորակ է. 1 կ.=$\frac{1}{100}$ մ., 8 կ. =$\frac{8}{100}$ մ. (=$\frac{2}{25}$ մն.):

35 գր. քանի՞ փութ է. 1 գր.=$\frac{1}{40}$ փ., 35 գր.=$\frac{35}{40}$= $\frac{7}{8}$ փութ.

Միևնոյն ձևով անդրադարձութիւններ ուրիշ ամենայն չափերով:

Նոյն անդրադարձութիւնը կատարվում է նմանապէս չափերի գործածական թւով բաժանմամբ. այս էլ պէտք է վարժուի. Վերոյիշեալ խնդրի 35 գր. է 35 : (բաժանուած) 40-ով կամ $^{35}/_{40}$ փ., իսկ կրճատած $^{7}/_{8}$ փութ. Այսպէս ուրեմն այս խնդիրները ԻԷ, 1. յօդուածի հետ են կցվում։

Գրաւոր վարժութիւնների համար—շարքերի խնդիրներ.

| | | |
|---|---|---|
| 1 գր. $=^{1}/_{40}$ փ. | 1 օր $=^{1}/_{30}$ ամսի | 1 շահի$=^{1}/_{20}$ մնթի. |
| 2 „ $=^{1}/_{20}$ „ | 2 „ $=^{1}/_{15}$ „ | 2 „ $=^{1}/_{10}$ „ |
| 3 „ $=^{3}/_{40}$ „ | 3 „ $=^{1}/_{10}$ „ | 3 „ $=^{3}/_{20}$ „ |
| և այլն. | և այլն. | և այլն. |

## Գործողութիւն.

80×75 կոպ. քանի մնթ. $80\times{}^{3}/_{4}$ մնթ.$={}^{240}/_{4}=60$ մնթ.

42×10 հատ քանի դուժին. $42\times{}^{5}/_{6}$ դ.$={}^{210}/_{6}=35$ դժ.

19×48 րոպէ քանի ժամ. $19\times{}^{4}/_{5}$ ժ.$={}^{76}/_{5}=15^{1}/_{5}$ ժամ.

24×16 օր քանի ամիս. $24\times{}^{1}/_{2}$ ամիս$=12$ ամիս,$+24\times$1 օր $=12$ ամ. 24 օր.

24×37 գր. քանի փութ. $24\times{}^{9}/_{10}$ փ.$+24$ գր.$=22$ փ. 8 գր.

---

1 մնթով ծախում են 2 դուժին 9 հատ կոճակ. այս հաշուով 20 մնթի կոճակը ո՞րքան կլինի. (55 դժ.)

Քանի ձու կարելի է գնել 12 մնթով, եթէ 100-ը արժէ 80 կոպ.: Որքան անգամ որ $^{4}/_{5}$ մնթը պարունակվում է 12 մնթի մէջ, այնքան հարիւր,$=15$ հարիւր,$=1500$ ձու.

Այսպիսի կոտորակների գործածութեան մասին ծանօթութիւններ.

1. Դիւրին կերպով հաշուելու համար մեծ տարբերութիւն չի անում, արդեօք ասեմ՝ 19×9 կոպ.=171 կոպ.=1 մնթ. 71 կ., թէ՝ $19\times{}^{9}/_{100}$ մն.$={}^{171}/_{100}$ մն.$=1^{71}/_{100}$ մնթ.

2. Եթէ ուզում ենք 36 տարին որպէս դարի կոտորակ



19 անգամ առնել, մենք կունենանք՝ $19\times{}^{36}/_{100}$ դար, կամ թէ $19\times{}^{9}/_{25}$ դար. Առաջինը գերադասել պէտք է, թէև աւելի խոշոր թուերով է կազմուած. որովհետև 100-ով աւելի հեշտ կըբաժանուի արդիւնքը քան 25-ով, և արդիւնքի մէջ, այսինքն $6^{84}/_{100}$-ի մէջ կոտորակի թուարարն ուղղակի տարիներու թիւ է յայտնում. այնինչ $6^{21}/_{25}$ դարու մէջ—ոչ: Շատ անգամ կըպատահի այսպիսի դէպքեր, ուր չի արդարանում այն սխալ պահանջը՝ թէ միշտ պէտք է փոքրագոյն թուերով հաշուել.

3. Բայց ուրիշ դէպքերում աւելի ձեռնտու է 25 կոպէկը մտքի մէջ իբրև $^{1}/_{4}$ մնթ. հաշուել, և ոչ թէ $^{25}/_{100}$ մնթ.,—250 սաժէնը չէ թէ $^{250}/_{50}$ վերստ, այլ $^{1}/_{2}$ վերստ,—20 դեցիմեթրը ոչ թէ $^{20}/_{100}$ մեթր, այլ $^{1}/_{5}$ մեթր. Բայց մի հաստատ կանոն, թէ ե՞րբ պէտք է տասնորդական յայտարարը պահպանուի, և երբ ոչ, կարելի չէ տալ. Աշակերտը հետզհետէ փորձով պէտք է սովորէ, թէ որոշ դէպքում ո՞ր եղանակն աւելի ձեռնտու է գործ դնել.

[Մեր խնդիրներ յօդ. (81.) և հետև.]

---

## ԼԴ.

## Միջակայթուի հաշիւ.

Մենք այստեղ աւելորդ ենք համարում նկատողութիւններ անել կոտորակներով միջակ հաշիւների մասին, որոնցով որ վերջանում են մեր բանաւոր և գրաւոր խնդիրները. Եթէ այսպիսի հաշիւներն ամբողջ թուերով լաւ հասկանալի են դառել (որոնց մասին որ բաւական տեղեկութիւններ պէտք է տայ մեր հետևեալ երկրորդ յօդուածը):—Կոտորակները ոչինչ փոփոխութիւններ չեն պահանչի՝ բացի այն որ առաջուայ գիտցածը կանխաւ կրկնուի և յիշատակուի, եթէ բաւական ժամանակ է անցել նոյնը ուսուցանելուց յետոյ։

## ԼԵ.

## Վերջաբան տարրական կոտորակների ուսուցման մասին.

Մենք կարծում ենք թէ կոտորակի ծանօթութիւնների էական մասերն այն են, ինչ որ արդէն հաղորդեցինք։ Այդքանով աշակերտն անշուշտ կարող է կամ կեանքի պարզ հանգամանքների մէջ մտնել և կամ բարձրագոյն ուսումը շարունակել՝ այսինքն՝ և ընդարձակ ծանօթութիւններ ստանալ նաև կոտորակների մասին.—երկու դէպքի համար էլ իւր հասակի համեմատ պատրաստուած է։

Բայց եթէ վարժապետն ուզենայ այս կամ այն պատճառով աշակերտի մտաւոր պաշարը կոտորակների մասին փոքր ինչ աւելի ընդարձակել՝ մենք կուզենայինք աւելի այս երեք կէտի վրայ դարձնել նրա ուշադրութիւնը.

1. Հասարակ կոտորակների բաժանումը այնպիսի ամբողջ թուով՝ որ կոտորակի թուարարի մէջ չի լուծվում։ (Կոտորակի կոտորակով բաժանման համար բաւական համարենք այնքանը, ինչ որ աւանդել ենք ԻԷ. 2. յօդուածում։ Նա կատարվում է հաւասարանուանի բերելով։)

2. Կոտորակի բազմապատկութիւն կոտորակով։

3. Գործադրական վարժութիւնների (մանաւանդ երեքից կանոնով) ընդարձակումն այդ երկու նոր ծանօթութիւնների համեմատ։

Այդ ծանօթութիւնները շատ պարզ կերպով պէտք է աւանդել։ Ցամաք կանոններ կազմել աւելորդ է։ Փորձուած



մանկավարժները խորհուրդ չեն տալիս կանոնների գործածութիւնը տարրական ուսումնարաններում՝ որովհետև մանուկներն աւելի են շփոթվում կանոններով՝ եթէ հաստատութիւն չեն ստացել նրանց գործադրութեան համար. մենք միշտ աւելի այս վերջին նպատակը պիտի ունենանք մեր առաջ։

1. Կոտորակների բաժանումն ամբողջ թուերով այնպէս պէտք է կատարուի, ինչպէս որ տեսանք Ի. 2. յօդուածում։ Մենք մի նկարով տեսնել ենք տալիս, $^2/_7$+3-դ մաս (կամ $^1/_3$)$=^1/_{21}$. իսկ $^2/_7$-ի 3-դ մասը ուրեմն պէտք է լինի, $^2/_{21}$ և այլն։ Այսպէս ուրեմն նոր ծանօթութիւնը կապակցում ենք առաջուայ ծանօթութիւնների հետ և գործը շարունակում՝ առանց նոր կանոններին դիմելու։ Այնուհետև քաջ վարժութիւնով յաջողակութիւն պիտի հաստատուի։

2. Այս հիման վրայ ծագում է նոյնպէս կոտորակի բազմապատկութիւնը կոտորակով։ Նախ պէտք է կրկնուի (որ մանուկներին արդէն յայտնի է ԻԸ, ա. յօդուածից), թէ մի կոտորակ իբրև բաժանման մի խնդիր պէտք է հասկանալ. յայտարարը թուարարի մէջ բաժանուած, զոր-օր. $^4/_5=4$ բաժանած 5-ով։ Արդ եթէ մի այսպիսի խնդիր առաջարկուի՝ $^3/_4\times{}^5/_9$, այնժամանակ՝ պէտք է առաջնորդել եզրակացնելու՝ թէ $4\times{}^5/_9={}^{15}/_9$. բայց $^5/_9$-ը պէտք է բազմապատկուի ոչ թէ 3-ով, այլ դրանից 4 անգամ պակաս թուով ($^3/_4$-ով), ապա ուրեմն պահանջած արդիւնքն էլ 4 անգամ պակաս թիւ պէտք է լինի քան $^{15}/_9$-ը, այն է՝ $^{15}/_{36}={}^5/_{12}$։ (Ինչպէս որ վերևն էլ 1-ում սովորեցան և վարժուեցան, թէ $^{15}/_9$-ի $^1/_4$-ը$={}^{15}/_{36}={}^{15}/_{36}={}^5/_{12}$)։ Վերջին կարևոր եզրակացութիւնը կարելի է նմանապէս ամբողջ թուերի խնդիրներով նախապատրաստել. զորօր. $60\times7=420$. բայց $^{60}/_5\times7$, այսինքն $12\times7$-ը 420-ի միայն $^1/_5$ է$=84$, և այլն։

—Մենք ուրեմն միշտ աշխատում ենք զարթեցնել աշակերտի մտածողութեան դատողութեան կարողութիւնը և նոյնը զարգացնում ենք ձևական և գործնական կողմից։ Այնինչ առանց վարժութիւնների մի երկու լուծած խնդիրը մտքի մէջ ժանգի պէս անգործ կորչում է։ Հասկացողութիւն և վարժութիւն, այսինքն անդադար վարժութիւն. ահա սրանք են թուաբանութեան ուսման երկու յենակէտերը։

3. Երից կանոնի վարժութեան ընդարձակման համար. վարժապետը ինքը պիտի հոգայ. աշակերտները բաւական պատրաստուած են այնպիսի գործողութիւնների համար. խնդիրներ կազմելու լաւ առաջնորդութիւն է մեր «Կեանքի հանգամանքների համեմատ թուաբանութիւնը»։

---

# 2. ՅՕԴՈՒԱԾ

## ՄԻՋԱԿ ԹՈՒԻ ԵՒ ԱՐՏԱԴՐԻՉՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

## ՄԻՋԱԿԻ ՀԱՇԻՒ

### Ա.

### Սկզբնական վարժութիւններ.

Այս այն հաշիւն է, որով միենոյն առարկային վերաբերեալ մի քանի միատեսակ քանակներից միջակ թիւ է գտընվում։ Այս կարևոր և գործնական վարժութիւնը 3 կէտից կը քննենք։

Մենք պէտք է գտնենք.

ա. Միջակ թիւ 2 կամ աւելի ոչ անուանական թուերի համար։

բ. Մի ապրանքի միջին թիւը այնպիսի զանազան գներից, որ նա փոփոխակի ունեցել է զանազան ժամանակ կամ զանազան քանակութիւնով.

գ. Ուրիշ թուաբանական միջակաթուերը։

---

ա) 11-ի և 19-ի մէջ ո՞ր թիւը միջակ տեղն է բռնում։ Գրենք 11-ից մինչև 19 թուանշանները գրատախտակի վրայ և գծելով առաջինն ու վերջինը, երկրորդն ու վերջընթերը, և այլն, աշխատենք գտնել, թէ որ թիւն է մնում մէջ տեղում։ Մենք կըստանանք—15։

~~11~~, ~~12~~, ~~13~~, ~~14~~, 15 ~~16~~, ~~17~~, ~~18~~, ~~19~~

Բայց այս 15 թիւը միջակ է 11-ի և 19-ի մէջ ոչ միայն իւր տեղով, այլև իւր բովանդակութիւնով։ Որովհետև եթէ 19-ից շարունակ մի-մի հանենք և տանք 11-ին, վերջապէս կունենայ 15, և այդպէս 19-ը կիջնէ մինչև 15, իսկ 11-ը կըբարձրանայ մինչև 15։—Ապա ուրեմն մենք ունինք երկու 15 այդ թուերի մէջ, և իրօք եթէ 11-ի և 19-ի գումարը (=30) երկուսի բաժանենք, մենք կըտեսնենք որ այն թուերի միջակը արդարև 15 է։—(Այս միենոյնը երկու գծերի միջնորդութիւնով ևս կարելի է ցոյցտալ)։

Գտիր միջակ թիւ՝

20-ի և 60-ի 32-ի և 70-ի, 35-ի և 53-ի, 19-ի և 65-ի, 23-ի և 49-ի։
Պատ. 40․ 51․ 44․ 42․ 36։

Առաջարկած 2 թուերը մենք միշտ գումարում ենք և գումարը բաժանում են երկուսի։

Ի՞նչ միջակ թիւ կըգոյանայ 7, 17 և 42-ից։ Ի՞նչ կըլինի արդիւնքը, եթէ թուերը իրար հետ հաւասարուելու լինին։ Պատասխանը գտնելու համար՝ ահա ինչ կանենք․ նախ մեծագոյն թուից (42) այնքան միաւորներ կառնենք և կուտանք փոքրագոյն թուին (7), որ վերջինը երկրորդ փոքրի (17) մեծութեան հասնի․ այսպէս մենք առաջարկած թուերից կըստանանք 17, 17 և 32 թուեր։ Այնուհետև իւրաքանչիւր 17-ին այնքան միաւոր կաւելացնենք, նոյնը 32-ից պակսեցնելով, մինչև որ բոլոր 3 թուերը հաւասարանան, Վերջապէս 3 թուերից իւրաքանչիւրը 22 է դառնում։ այս է և նրանց միջակը։ Մի համառօտ ակնարկ բաւական է հասկացնել տալու, թէ մենք այս միջակ թիւը ամենադիւրին կերպով կըգտնենք, եթէ վերևի օրինակի պէս այստեղ էլ թուերը գումարենք և գումարը բաժանենք, բայց այժմ ոչ թէ 2-ի, այլ 3-ի։



Ո՞րն է միջակ թիւը՝

18-ի, 25-ի և 32-ի․ 20-ի, 30-ի և 100-ի․ 31-ի, 49-ի և 82-ի,
Պատ․ 25․ 50․ 54․
21-ի, 31-ի և 71-ի, և այլն։
41,

Կանոն․ Երկու և աւելի թուերի միջակ թիւը կըգըտնուի, եթէ այդ թուերի գումարը բաժանուի իրենց որքանութեան վրայ։

բ) Վերջին կիրակի օրը ընտիր տեսակի կարագի գրուանքան արժէր 1 աբասի 18 կոպ․, հասարակ տեսակինը միայն 1 աբասի և 6 կ․։ Ո՞րքան էր ուրեմն միջին գինը։

$$\frac{1^{18}/_{20}\ \text{աբ.} + 1^{6}/_{20}\ \text{աբ.}}{2} = \frac{3^{4}/_{20}}{2} = 1^{12}/_{20}\ \text{աբ} = 1\ \text{մ.}\ 12\ \text{կ.}$$

Ո՞րքան է խալուար ցորենի միջակ գինը, եթէ հասարակն արժէ 14 մնթ․ 40 կ․, ընտիրը 16 մ․ 32 կ․ (15 մ․ 36 կ․)

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | „ | 60 | „ | „ | 14 „ | 40 „ | (13 „ | 50 „) |
| 13 | „ | 80 | „ | „ | 15 „ | 60 „ | (14 „ | 70 „) |
| 15 | „ | 60 | „ | „ | 19 „ | 20 „ | (17 „ | 40 „) |
| 15 | „ | 20 | „ | „ | 18 „ | 90 „ | (17 „ | 5 „) |
| 14 | „ | 75 | „ | „ | 17 „ | 25 „ | (16 „ | — ) |

Միջին թուով ի՞նչ արժէ փայտի սաժէնը, եթէ 3 այսպիսի զանազան գներով գնուեց․

| | դ․ | ե․ | զ․ | |
|---|---|---|---|---|
| ա․ | 13 մ․ | 4 մ․ 20 կ․, | 14 մ․ 80 կ․, | (14 մ․) |
| բ․ | 14 „ | 14 „ 50 „ | 15 „ 30 „ | (14 մ․ 60 կ․) |
| գ․ | 15 „ | 15 „ 70 „ | 16 „ 70 „ | (15 մ․ 80 կ․) |
| | (14 մ․) | (14 մ․ 80 կ․) | (15 մ․ 60 կ․) | |

գ) Երեք դասարանի ուսումնարանը բարձր դասարանում ունի 72 աշակերտ, միջին դասարանում 50 և ստորին դասարանում 78։ Միջին թուով աշակերտների քանակութիւնը ո՞րքան է իւրաքանչիւր դասարանում։ (70 աշ․)

Բ.-նը զբօսանքի համար հինգ օր Դիլիջանի անտառներումն է պտըտում և առաջին օրը ման է գալիս 5 ժամ, երկրորդ և երրորդ օրը 6ական ժամ, չորրորդ օրը 3 և վերջին օրը 8 ժամ. Միջին թուով օրէնը ո՞րքան. (5 ժամ 36 րոպ.)

Գ-մը 3 մարգ կարտոֆիլ թաղեց. Առաջին մարգից հաւաքեց 85 բեռ, երկրորդ մարգից 91 բեռ. երրորդ մարգից 94 բեռ. Մի մարգի բերքը միջին թուով ո՞րքան էր. (80 բեռ.)

## Բ.

## Շարունակութիւն.

Նախընթաց յօդուածից պարզ երևում է, որ միջակի հաշւում միացած են թուաբանական երկու գործողութիւնները՝ գումարումն ու բաժանումը. այս կէտից հետաքրքրական է համեմատել նրան երեքից կանոնի հետ, որ երբեմն որոշվում է որպէս «միաւորութիւն բազմապատկութեան և բաժանման»։ Բայց հետևեալ խնդիրները պահանջում են բացի գումարման և բաժանման նաև բազմապատկութեան գործողութիւնը.

---

Մի վաճառական 6 փութ սուրճ է գնում՝ փութը $23^1/_2$ մ̃թով և 2 փութ՝ փութը $18^3/_5$ մ̃թով. ի՞նչ է նստում նրան փութը միջին հաշւով. (22 մ. $27^1/_2$ կոպ.)

Մենք չենք կարող այսպէս հաշւել՝ $23^5/_{10}+18^6/_{10}$ մ̃թ. $=42^1/_{10}$ մ̃թ., ուրեմն միջին գինը $\frac{42^1/_{10}}{2}$ մ̃. $=21^1/_{20}$ մ̃թ.

—Այս սխալ է. Որովհետև $8\times21^1/_{20}$ մ̃թ. $=168^4/_{10}$ մ̃թ., որ այն գրամի քանակութիւնը չէ, ինչ որ նա իսկութիւնով վճարել է. Նա պէտք է վճարել էր աւելի, այսինքն 6 փթի համար $6\times23^1/_2$ մ. $=141$ մ̃թ., և 2 փթի համար $2\times18^3/_5$ մ̃թ. $=37^1/_5$, միասին ուրեմն՝ 178 մ̃թ. 20 կոպ., ուրեմն միջին հաշւով 1 փութը նստել է 178,20 : 8=22 մ̃թ. $27^1/_2$ կ.



Զինուորական 3 փոքր զօրաբաժինները միաժամանակ հրաձգութիւնով են վարժվում. 10 մարդուց բաղկացած Ա. բաժնի իւրաքանչիւրը 4 անգամ է արձակում, 20 մարդուց բաղկացած Բ. բաժնի ամեն մէկ զինուոր 5 անգամ է արձակում, իսկ նմանապէս 20-ից բաղկացած Գ. բաժնի իւրաքանչիւր մարդ 8 անգամ է արձակում. Միջին հաշւով մարդագլուխ ո՞րքան անգամ է արձակել. (6 անգամ.)

Թոհրոհեանը իւր Ա., Բ., Գ. կալուածները կապալով վարձու տուեց, որոնցից Ա. 3 օրավար է բովանդակում, Բ. 6 և Գ. 11 օրավար. Օրավարի կապալագինն է Ա.-ի 80 մ̃թ., Բ.-ի 95 մ̃թ., Գ.-ի 130 մ̃թ.. Օրավարի միջին վարձը ո՞րքան է. (112 մ̃թ.)

---

# ԱՐՏԱԴՐԻՉՆԵՐ

## Գ.

## Թուերի չափերը.

1-ն է 1 անգամ միաւոր, 2ն է 2 անգամ միաւոր, 7ն է 7 անգամ միաւոր, 19ն է 19 անգամ միաւոր. Իւրաքանչիւր թիւ բաղկացած է միքանի անգամ առնուած միաւորից. Միաւորն ամենայն թուերի չափ է.

6ն է 6 անգամ միաւոր, բայց և 3 անգամ երկու. 8ն է 8 անգամ միաւոր, բայց և 4 անգամ երկու. 18ն է 18 անգամ միաւոր, բայց և 9 անգամ երկու. Ուրեմն այս թուերի չափն է ոչ միայն միաւորը. այլև երկուսը. Իսկ 11-ը, 17-ը, և 19-ը չեն չափվում երկուսով.

15ն է 15 անգամ միաւոր. Թիւ երկուսը չափ չէ 15-ի համար, իսկ թիւ երեքը այդպիսի չափ է, որովհետև 15ն է 5 անգամ երեք, հինգն էլ մի չափ է 15-ի, որովհետև 15ն է 3 անգամ հինգ.

Այսպէս էլ եօթը չափ է 14-ի, իննը չափ է 63-ի, տասնուերեքը չափ է 52-ի, ևայլն։

Գտիր հետևեալ թուերի չափերը՝ 11, 20, 23. (11-ը միայն մէկով է չափվում, 20-ը բացի դրա՝ երկուսով, չորսով, հնգով և տասնով ևս, 23-ը միայն մէկով։)

Ասա այն թուերը, որոնք չափվում են միայն մէկով, որոնք—12, 42, 60 ևայլն վեցով, որոնք տասներեքով, (17, 19, 41, ևայլն—26, 65, 91, ևայլն)։

Եթէ մի թուի չափը միայն միաւորն է, նա կըլինի պարզ թիւ, կամ արմատական թիւ ինչպէս կոչւում են, նաև նախնական թիւ։

Իսկ եթէ մի թիւ բացի մէկի ուրիշ չափ կամ չափեր ևս ունի, այնժամանակ նա կոչվում է բարդ թիւ։

Կարգով քննիր 1-ից մինչև 100 թուերը և ասա, արդեօք ո՞րը նրանցից արմատական թիւ է և ո՞րը—բարդ թիւ։ (1-ը միաւոր է՝ ամենայն թուերի չափ. 2ն ու 3-ը արմատական թուեր են, 4-ը բարդ թիւ է՝ որովհետև նա է $2+2$, ևայլն.)

Այս կարգից անուանիր բոլոր արմատական թուերը, բոլոր բարդ թուերը։ (Արմատական թուեր՝ 2, 3, 5, 7, ևայլն. բարդ թուեր՝ 4, 6, 8, 9, ևայլն։)

## Դ.

## Արտադրիչներ, հիմնական արտադրիչներ, բարդ արտադրիչներ.

Իւրաքանչիւր թիւ, որ ուրիշ թուի չափ է, միևնոյն թուի արտադրիչ է կոչվում։ 6-ի չափն է թիւ երկուսը՝ եթէ իբրև 3 անգամ երկու նկատենք, բայց և թի-



երեքը՝ եթէ իբրև 2 անգամ երեք նկատենք։ Եւ որովհետև $6=2\times3=3\times2$, ապա ուրեմն 2-ը և 3-ը 6-ի արտադրիչներ են։

Ասա 15-ի, 32-ի, և այլոց արտադրիչները։

Այն արտադրիչը, որ արմատական թիւ է, կոչվում է հիմնական կամ արմատական արտադրիչ. իսկ եթէ բարդ թիւ է, այնժամանակ կըկոչուի բարդ արտադրիչ։

$10=2\times5$, այս օրինակի երկու արտադրիչներն էլ հիմնական են։

Գտիր ուրիշ այս տեսակ թուեր։

$12=4\times3$, 12ն ուրեմն մի հիմնական արտադրիչ ունի և մի բարդ արտադրիչ։

Շատ այսպիսի օրինակներ կազմիր։

$84=6\times14$, երկու արտադրիչներն էլ բարդ են։

Անուանիր այս վերջին յատկութիւնով թուերը։

Իւրաքանչիւր բարդ արտադրիչ կըլուծուի իւր հիմնական արտադրիչների։ Եթէ $30=5\times6$, իսկ $6=2\times3$, ապա ուրեմն $30=5\times2\times3=2\times3\times5$։

Արդ լուծինք 1-ից մինչև 100 թուերը այս կարգով.

| | |
|---|---|
| 1 է 1 | $8=2\times2\times2$ |
| 2 է արմատական թիւ | $9=3\times3$ |
| 3 " " " | $10=2\times5$ |
| $4=2\times2$ | 11 է արմատական թիւ |
| 5 է արմատական թիւ | $12=2\times2\times3$ |
| $6=2\times3$ | 13 է արմատական թիւ |
| 7 է արմատական թիւ | $14=2\times7$ |

ևայլն մինչև

$$100=2\times2\times5\times5$$

Յետոյ շատ խնդիրներ խառն կարգով։

Աշակերտներն այնքան յաջողակութիւն պիտի ստանան, որ կարողանան ամենայն թիւ՝ մինչև 100՝ առաջարկած եղանակով կազմել թէ կարգով և թէ խառն առանց երկար մտածելու։ Եթէ օրինակի համար լսեն 59, իսկոյն անշփոթ պաառանձին պիտի տան՝ արմատական թիւ. Եթէ առաջարկուի 84, իսկոյն պիտի կազմուին $2\times2\times3\times7$ արմատական արտադրիչները.

## Ե.

## Շարունակութիւն.

Այս կէտի յաջողութիւնից յետոյ կարելի է մեծագոյն թուերը ևս, մանաւանդ 100-ից մինչև 1000-ի շրջանում իրենց հիմնական արտադրիչների դարձնել, բայց իհարկէ ոչ այն նպատակով, որ այս ամենը մտքի մէջ սերտած տպաւորուին. Բացի այս՝ աշակերտները կատարեալ ազատութիւն պիտի ունենան խնդիրներ վճռելու ժամանակ, որպէսզի հանգամանքներին նայելով՝ լուծման շատ զանազան ընթացքներ բռնեն.

Ահա մի քանի օրինակներ.

$200=2\times100=2\times2\times2\times5\times5$

$$\left\{\begin{array}{l} 360=10\times36=2\times5\times2\times2\times9=2\times2\times2\times3\times3\times5 \\ 360=2\times180=2\times18\times10,\ \text{և այլն} \\ 360=4\times90=2\times2\times2\times45,\ \text{և այլն} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 570=3\times190=3\times19\times10=2\times3\times5\times19 \\ 570=10\times57=10\times3\times19,\ \text{և այլն} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 980=2\times490=2\times7\times7\times10=2\times2\times5\times7\times7 \\ 980=10\times98=2\times5\times2\times7\times7,\ \text{և այլն} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 882=2\times441=2\times3\times147=2\times3\times3\times49=2\times3\times3 \\ \quad\times7\times7 \\ 882=7\times126=7\times2\times63,\ \text{և այլն} \end{array}\right.$$



Դժուար չէ նկատել այս վարժութեան զարգացուցական նշանակութիւնը. Անշուշտ աշակերտները կուզենան իրար հետ զուարթ սրտով մրցել, որ գտնեն աւելի ձեռնտու լուծումները և արագապէս կատարեն.

## Զ.

## Աստիճաններ.

$4=2\times2$, $49=7\times7$, $8=2\times2\times2$, $27=3\times3\times3$, $16=2\times2\times2\times2$, $625=5\times5\times5\times5$. Այս թուերից իւրաքանչիւրը միմիայն հաւասար արմատական արտադրիչներ ունի. Այսպիսի թիւը կոչվում է աստիճան*). 4ն է աստիճան 2-ի, նոյնպէս և 8ն ու 16-ը, 49-ը աստիճան է 7-ի, 27-ը աստիճան է 3-ի, 625-ը աստիճան է 5-ի.

$2\times2$-ը երկրորդ աստիճան է 2-ի, $2\times2\times2$-ը երրորդ աստիճան է, $2\times2\times2\times2$ չորրորդ աստիճան է նոյն 2-ի. Այսպէս էլ $13\times13$ երկրորդ աստիճան է 13-ի, $7\times7\times7$ երրորդ է 7-ի, $11\times11\times11\times11$ չորրորդ 11-ի, և այլն.

Ուրեմն եթէ մի թիւ երկու հաւասար արմատ արտադրիչներից է կազմուած, նա երկրորդ աստիճան է անձնիւր արտադրիչի. 3 հաւասար արտադրիչները գոյացնում են 3-դ, 4 հաւասար արտադրիչները 4-դ աստիճան, և այլն.

Արդ եթէ հարկաւոր է 32-ի արմատ արտադրիչները նշանակել, մենք կարող ենք փոխանակ $2\times2\times2\times2\times2$ ասել՝ 2-ը հինգերորդ աստիճանի. 25ն է 5-ը երկրորդ աստիճանի, 24ն է, 2-ը երկրորդ աստիճան 3 անգամ. 36ն է 2-ը երկրորդ աստիճանի բազմապատկուած երկրորդ աստիճանի 3-ով, և այլն.

---

*) Դիտմամբ այսպէս սուղ է սահմանած գաղափարը.

Մինչև 100 թուերն այս եղանակով էլ որոշել տալ և քաջ վարժեցնել։

Գրաւոր այսպէս՝

1 }
2 } արմատ թիւ. $6=2\times3$.
3 }

$7=$ արմատ թիւ.

$8=2^3$ (2 երրորդ աստ.)

$4=2^2$ (2 երկրորդ աստիճանի). $9=3^2$ (3 երկրորդ աստ.)

5 արմատ թիւ. $10=2\times5$

մինչև

$$100=2^2\times5^2$$

Ապա մեծագոյն թուեր ևս՝

$125=5^3$ $108=2^2\times3^3$

$243=3^5$ $1000=2^3\times5^3$

$$1700=2^2\times5^2\times17$$

$$91000=2^3\times5^8\times7\times13$$

## Է.

## Առաջարկուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչ.

$6=2\times3$, $10=2\times5$. 2-ը արտադրիչ է 6-ի և 10-ի, նա ուրեմն այն թուերի ընդհանուր արտադրիչ է կամ ընդհանուր չափ է։

$60=2\times2\times3\times5$, $84=2\times2\times3\times7$. Այս թուերի ընդհանուր արտադրիչներ են 2, $2\times2$, $3\times3$, $2\times2\times3$, այս վերջինը ամենամեծն է։ Երկու թուերի ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչը կամ ամենամեծ ընդհանուր չափը գտնում ենք միասին առնելով նրանց բոլոր ընդհանուր արմատ արտադրիչները։



Եթէ $144=2\times2\times2\times2\times3\times3$

և $630=2\times2\times2\;.\;.\;\times3\times3\times5$

ապա նրանց ընդհանուր արմատ արտադրիչներն են $2\times2\times2\times3\times3$. իսկ ուրեմն $8\times9=72$-ը կլինի նրանց ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչը։

Հետևեալ՝

$288=2\times2\times2\times2\times2\times3\times3$

$300=2\times2\;.\;.\;.\;.\;3\;.\;.\times5\times5$

և $130=2\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\times5\;.\;.\times13$

թուերի համար ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչ է դուրս գալիս միայն 2-ը։

Իսկ ընդհակառակ՝

$600=2\times2\times2\;.\;.\;.\;.\times3\;.\;.\times5\times5$

$180=2\times2\;.\;.\;.\;.\;.\times3\times3\times5$

և $480=2\times2\times2\times2\times2\times3$

համար ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչ է դառնում $2\times2\times3\times5=60$ թիւը։

Այս բոլոր օրինակներում առաջարկած թուերը լրիւ վերլուծեցինք իրենց արմատ արտադրիչների. Բայց փոքր ինչ փորձերից յետոյ մենք պէտք է կարողանանք այս վերլուծութիւնից ազատուել, եթէ ուղղակի ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչները չըմբռնենք։

Եթէ, զորօր. 240 և 600 ունինք, մենք փոխարէն կարող ենք այսպէս էլ ասել՝ $240=12\times20$, $600=30\times20$, որով արդէն 20-ը ընդհանուր արտադրիչ է լինում. Բացի այս՝ 12-ն ու 30-ը ընդհանուր արտադրիչ ունին էլի 6, և եթէ այս էլի հաշիւ առնենք, մենք կըստանանք $6\times20=120$, որպէս ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչ այն 240 և 600 թուերի համար. Վերջիններն իրենց արմատ արտադրիչներով այս ձև են ստանում.

ա ա բ բ ա

$$240=2\times2\times2\times2\times3\times5$$

$$600=2\times2\times2\;.\;.\times3+5\times5$$

Մենք ուրեմն նախ միասին առանք ա-ի տակ եղած արմատ արտադրիչները, ապա բ-ի տակ եղածները։

Ը.

## Առաջարկած թուերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը.

Ամենափոքր թիւ, որի մէջ որ 6-ը լուծվում է, ինքը 6ն է. ամենափոքր թիւ, որի մէջ որ 7-ը լուծվում է, ինքը 7ն է.

Որպէսզի այն թիւը գտնենք, որի մէջ որ 6-ը և 7-ը լուծվում են, պէտք է այդ թուերը իրար վրայ բազմապատկենք. 6×7 է 42. 42-ը 7-ի 6ապատիկն է, 6-ի 7նապատիկն է.

Ամենափոքր թիւը, որի մէջ որ առաջարկած թուերը լուծվում են կամ իբրև արտադրիչներ են բովանդակվում, կոչվում է այն թուերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկ: 42-ը ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկն է 6-ի և 7-ի համար. այդպէս և 63-ը 7-ի և 9-ի համար; 45-ը 9-ի և 5-ի համար, 30-ը 2-ի, 3-ի և 5-ի համար.

Այն ամենափոքր թիւը, որի մէջ որ 3-ը և 9-ը լուծվում են, նոյնիսկ 9 է. ուրեմն ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկն է 3-ի և 9-ի համար, նման օրինակ այսպէս է և 54-ը 18-ի և 54-ի համար, 100-ը 25-ի և 100-ի համար, 36-ը 4-ի, 9-ի և 36-ի համար.

Եթէ վերցնենք 18 անգամ 30-ը, կըստանանք 540. Այս թիւը թէև ընդհանուր բազմապատիկ թիւ է 18-ի և 30-ի, բայց ոչ ամենափոքրը. Որպէսզի վերջինը գտնենք՝ նախ պէտք է 18-ի և 30 ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչն իմանանք. Նա է 6. Եւ որովհետև 18-ը կազմուած է 3×6-ից, 30-ը 5×6-ից, ապա ուրեմն, ուրեմն 18-ի և 30-ի արտադրութիւնը բաղկացած է 3×6×5×6-ից. Բայց պարզ է որ որդէն միայն 3×5+3-ի մէջ լուծվում է թէ 18-ը և թէ 30-ը. Եւ ուրեմն մեզ բաւական են այս վերջին ար-



տադրիչները, և 90-ը կըլինի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը 18 և 30 թուերի համար. Որովհետև 60-ը բաղկացած է 4×15-ից, իսկ 75-ը 5×15-ից, ապա ուրեմն այս թուերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկն է 4×15×5=300. Այսպէս էլ 80-ի և 300-ի համար, կամ 4×20-ի և 15×20-ի համար խնդրած բազմապատիկն է 4×20×15=1200. 91-ի և 520-ի համար, կամ 7×13-ի և 40×13-ի համար—է 7×13×40=3640. Կարճ՝ մենք միշտ նպատակին կըհասնենք, եթէ առաջարկած թուերի ամենամեծ ընդհանուր արտադրիչը, միայն մի անգամ առնուած, բազմապատկենք միւս արտադրիչներով:

Արդ ո՞րն է այն ամենափոքր թիւը, որի մէջ լուծվում են.

ա. 60 և 72, բ. 96 և 100, գ. 52 և 78, դ. 120 և 150, ե. 108 և 144, զ. 1000 և 1200. (ա. 360, բ. 2400, գ. 156, դ. 600, ե. 432, զ. 6000.)

Բայց ինչպէս կըգտնեմ 15-ի, 24 ի և 100-ի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը. 15-ի և 24-ի համար նա է=3×5×8 (ինչո՞ւ)=120, 120-ի և 100-ի համար նա է=6×20×5 (ինչո՞ւ)=600, և այն թիւն է մեր խնդրածը. 600ն է 15-ի 40նապատիկը, 24-ի 25պատիկը, 100-ի 6ապատիկը.

# ԲԱՑԱՌԱՊԷՍ

## ԿԵՆԴՐՈՆԱԿԱՆ ԳՐԱՎԱՃԱՌԱՆՈՑՈՒՄ

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Տէր Ղևոնդեան՝ Մայրենի լեզու. ա. տ. . . . . . | 35 կ. |
| 2. | » » » բ. տ. . . . . . | 40 կ. |
| 3. | » » » գ. և դ. տ. . | 70 կ. |
| 4. | » Մայրենի լեզուի քերակ. տարերքը մ. ա. . | 30 կ. |
| 5. | » » » » » մ. բ. . | 50 կ. |
| 6. | » Բացատրութիւն Մ. Լեզուի ա. տ. . . . | 60 կ. |
| 7. | » Հայորդի՝ Սրբ. պատմ. Հին Կտակարանի . . | 50 կ. |
| 8. | » » Սրբ. պատմ. Նոր Կտակարանի | 50 կ. |
| 9 | Աղայեանց՝ Ուսումն Մայրենի լեզուի. ա. տարի . . | 25 կ. |
| 10. | » » բ. և գ. . | 45 կ. |
| 11. | » Անահիտ, հին զրոյց . . . . . . | 50 կ. |
| 12 | Տէր-Ստեփանեան՝ Սկզբունք քր. հաւատոյ . . . | 50 կ. |
| 13. | Ս. Մանդինեան՝ Ազգային Ընտ. Աշխարհ . . . . . | 25 կ. |
| 14. | » Ազգ. Դիւցազ. Աշխարհ . . . . . | 30 կ. |
| 15. | » Նահապ. և Հայր. Աշխարհ. . . . | 65 կ. |
| 16. | » Բացատրութիւն Ընտ. Աշխարհի . . | 75 կ. |
| 17. | » Հենչէլի Թուաբ. խնդիրներ ա-ն տ. | 40 կ. |
| 18. | » » » » բ. տ. | — — |
| 19. | » » » » գ. տ. | 50 կ. |
| 20. | » » » » — — | |
| | Ուսուցիչների համար . գ. տ. | 30 կ. |
| 21. | » Կեանքի հանգ. համ. Թուաբան. . | 75 կ. |
| 22. | Կոստանեան՝ Ծաղկաքաղ. շրջան Ա. (գրաբար) . . | 25 կ. |
| 23. | » Ծաղկաքաղ. շրջան Բ. (գրաբար) . . | 60 կ. |
| 24. | » Ծաղկաքաղ, շրջան Գ. (գրաբար) . . | 40 կ. |
| 25. | » Գրաբարի հոլովումը . . . . . | 15 կ. |
| 26. | » Գրաբարի խոնարհումը . . . . . . | 25 կ. |
| 27 | Ն. Սիմէոնեան՝ Ընդհանուր աշխարհագրութիւն, գ. տ. | 60 կ. |
| 28 | Վարձեյեան՝ Դասագիրք Թուաբանութեան . . . | 70 կ. |
| 29 | Ե. Գ. և Մ. Պ.՝ Ժողովածու Թուաբան. խնդ. մ. ա. | 35 կ. |
| 30. | » » մ. բ. կոտորակներ . . . | 45 կ. |
| 31. | Այվազեան՝ Նախակրթանք, մ. ա. . . . . . . . | 40 կ. |
| 32 | Տէր-Դաւթեան՝ Руск. слово . . . . . . . . . | 50 կ. |
| 33. | Агніевъ "Первый шагъ" . . . . . . . . . | 45 կ. |
| 34 | Նշխէ բառ Անձնացեաց օրինակի . . | 1 ռ. և 80 կ. |

Վերոյիշեալ գրքերը գումարով կանխիկ գնողների համար նշանաւոր զեղջումն կըլինի.