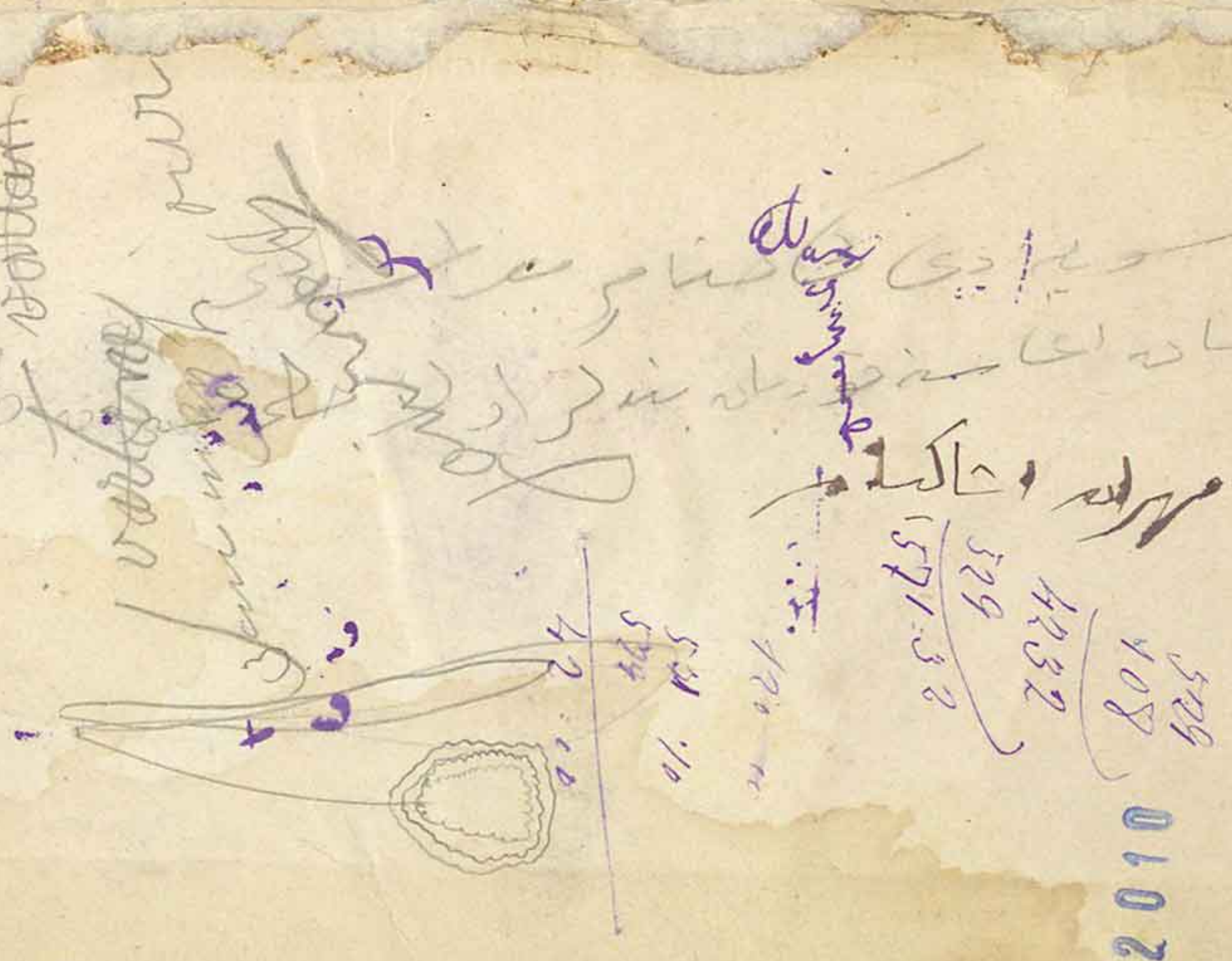
# Algebra



a

ie

H. Guyenot

Guyenot

# ԱԼՃԷՊՐԱ

ԳԻՐ

## ԳԻՐ ԱՌՋԱԲԱՆՈՒԹԻՒՆ



ԳՈՍՏԱՆԴԻՆՈՒՊՕԼԻՍ

ԻՆՏԱՐԱՆԻ Ա. Յ. ՊՈՅԱՃԻԱՆ

1871

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ

## ԳԼՈՒԽ Ա.

### ՅԱՌԱՋԱԲԱՆԱԿԱՆ ՍԱՀՄԱՆՔ ԵՒ ԾԱՆՕԹՈՒԹԻՒՆՔ



## ԳԼՈՒԽ Բ.

### ԱԼՃԷՊՐԱՅԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՔ

## ԳԼՈՒԽ Գ.

### ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԻՒՆՔ ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ



## ԳԼՈՒԽ Դ.

### ԿԱՐՈՂՈՒԹԻՒՆՔ



## ԳԼՈՒԽ Ե.

## ԳԼՈՒԽ Զ.



## ԳԼՈՒԽ Է.



## ԳԼՈՒԽ Ը.



# ԱԼՃԷՊՐԱ



## ՆԵՐԱԾՈՒԹԻՒՆ

### ԴԱՍ Ա.

1. Յովհաննէս եւ Կարոլոս տասներկու խնձոր ունին եւ մէկը միւսին ունեցածին չափ ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Գիտուք թէ խնձորները երկու հաւասար մասանց բաժնուին. յայտնի է թէ Յովհաննէս պիտի ունենայ մէկ մասը եւ Կարոլոս պիտի ունենայ միւս մասը. ուստի ամէն մէկը վեց խնձոր պիտի ունենայ։

Ալճէպրայի մէջ, շատ անգամ թիւերը այբուբենի գրերով կը ցուցուին. այսինքն՝ գիր մը կը դնենք թուոյ մը տեղ. ինչպէս + դնենք Յովհաննէսին խնձորներուն տեղ։ Ան տեղն՝ որովհետեւ Կարոլոս հաւասար թիւ մը ունի, + պիտի դնենք նաեւ անոր ունեցած խնձորներուն տեղ։ Բայց որովհետեւ մէկտեղ տասներկու խնձոր ունին, ուստի երկու + հաւասար պիտի ըլլայ 12 ի։ Եւ կը գրենք այսպէս

$$+ + + = 2 + = 12.$$

եւ եթէ երկու + հաւասար է 12 ի, կը հետեւի թէ մէկ + կամ + հաւասար է 2 ով բաժանեալ 12 ի, կամ հաւասար է 6 ի։ Եւ կը գրենք այսպէս

$$+ = \frac{12}{2} = 6.$$

Երբ + միանակ է, մէկ +, կամ 1 + ըսել կ'ուզենք։ Եթէ 2 + գրենք՝ ըսել կ'ուզենք թէ + երկու անգամ

առնուած է. եթէ 3 ֊՝ ասել կ'ուզենք թէ երեք անգամ առնուած է, եւ այլն։

2. Յակոբ եւ Յովհաննէս մէկտեղ 24 տանձ ունին, եւ մէկը՝ միւսին ունեցածին չափ ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Արդ՝ ֊ դնենք Յակոբին տանձերուն թուոյն տեղ. ան ատեն՝ նաեւ ֊ պիտի ցուցնէ Յովհաննէսին ունեցած տանձերուն թիւը. եւ որովհետեւ երկուքը 24 հատ ունին, ուստի 2 ֊ հաւասար պիտի ըլլայ 24 ի,

կամ՝ $\text{֊} + \text{֊} = 24.$

այսինքն՝ $2\text{֊} = 24$ եւ $\text{֊} = \frac{24}{2} = 12$։

Ուստի ամէն մէկը տասնեքկու տանձ ունի։

3. Յովհաննէս եւ Գրիգոր 36 դեղձ ունին, եւ մէկը միւսին ունեցածին չափ ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Արդ՝ ֊ դնենք ամէն մէկին ունեցածին թուոյն տեղ.

ան ատեն՝ $\text{֊} + \text{֊} = 36.$

այսինքն՝ $2\text{֊} = 36$ եւ $\text{֊} = \frac{36}{2} = 18$։

4. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր վրայ այնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 20 ի։

Թող ֊ ցուցնէ այն թիւը. ան ատեն, որովհետեւ իր վրայ այնչափ ալ պիտի յաւելցընենք, պիտի ունենանք,

$\text{֊} + \text{֊} = 20.$

այսինքն՝ $2\text{֊} = 20$ կամ $\text{֊} = \frac{20}{2} = 10$։

Ուստի այն թիւն է 10։

5. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր վրայ այնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 30 ի։

6. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր վրայ նոյնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 50 ի։

7. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր վրայ նոյնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 100 ի։

8. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր վրայ նոյնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 80 ի։

9. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր վրայ նոյնչափ ալ յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 38 ի։

---

# ԴԱՍ Բ.

1. Յովհաննէս եւ Կարոլոս 12 խնձոր ունին, եւ Կարոլոս Յովհաննէսին ունեցածին կրկինն ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Դիցուք թէ խնձորները երեք հաւասար մասանց բաժնուին, յայտնի է թէ Յովհաննէս մէկ մասը պիտի առնէ, եւ Կարոլոս երկու մասը։

Արդ՝ + դնենք Յովհաննէսին խնձորներուն թուոյն տեղ։ Սն առեն՝ 2 + պիտի դնենք Կարոլոսին խնձորներուն տեղ, եւ + + 2 + հաւասար պիտի ըլլայ բոլոր խնձորներուն թուոյն։ Այս հաւասարութիւնը կը ցուցուի այսպէս

$$+ + 2 + = 12.$$

այսինքն՝ $3 + = 12$, կամ $+ = \frac{12}{3} = 4$։

Ուստի Յովհաննէս ունի 4 խնձոր, եւ Կարոլոս՝ 8։

2. Յակոբ եւ Յովհաննէս 30 տանձ ունին, եւ Յովհաննէս Յակոբին ունեցածին կրկնապատիկն ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Դարձեալ՝ դիցուք թէ ամբողջ թիւը երեք հաւասար մասանց բաժնուի. Յակոբ ասոնց մէկ մասը պիտի առնէ եւ Յովհաննէս երկու մասը։

Ուրեմն թող + ցուցընէ Յակոբին ունեցած տանձերուն թիւը. ան առեն 2 + պիտի ցուցընէ Յովհաննէսին ունեցած տանձերուն թիւը։ Եւ + + 2 + հաւասար պիտի ըլլայ ամբողջ տանձերուն թուոյն, եւ պիտի ունենանք

$$ч + 2ч = 30.$$

այսինքն՝ $3ч = 30$ կամ $ч = \frac{30}{3} = 10$։

Ուստի ցակոբ ունի 10 տանձ, եւ Յովհաննէս՝ 20։

3. Գրիգոր եւ Յակոբոս 48 գրիչ ունին, եւ Յակոբոս Գրիգորին ունեցածին կրկնապատիկն ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Արդ՝ թող ч ցուցնէ Գրիգորին գրիչներուն թիւը. ան ատեն՝ 2ч պիտի ցուցնէ Յակոբոսին գրիչներուն թիւը։ Եւ ч + 2ч պիտի ցուցնէ երկուքին ունեցած ամբողջ թիւը։

Ուստի պիտի ունենանք

$$ч + 2ч = 48.$$

այսինքն՝ $3ч = 48$, կամ $ч = \frac{48}{3} = 16$։

Ուստի Գրիգոր ունի 16 գրիչ, եւ Յակոբոս՝ 32։

4. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ վրան իր կրկնապատիկը յաւելցնենք, հաւասար պիտի ըլլայ 60 ի։

Արդ՝ ч դնենք այն թիւն ուզել. ան ատեն այն թիւն կրկնապատիկը պիտի ըլլայ 2ч, եւ պիտի ունենանք

$$ч + 2ч = 60.$$

այսինքն՝ $3ч = 60$ կամ $ч = \frac{60}{3} = 20$.

եւ կը տեսնենք թէ 20 վրան իր կրկնապատիկը յաւելցնելով, կ'ըլլայ 60։

5. Յովհաննէս Կարոլոսին ըսաւ, "Քու դնդակներդ ինծի տուր, եւ ես հիմակուան ունեցածիս եռապատիկը պիտի ունենամ"։ "Ոչ", պատասխանեց Կարոլոս, "քուկիններդ ինծի տուր, եւ ես ճիշտ 51 հատ պիտի ունենամ"։ Ամէն մէկը որքան ունէր։

Արդ՝ թող ч ցուցնէ Յովհաննէսին դնդակներուն թիւը, եւ 2ч պիտի ցուցնէ Կարոլոսին ունեցած դնդակներուն թիւը. եւ որովհետեւ երկուքը 51 հատ ունին, կը դրնենք այսպէս

$$ч + 2ч = 51.$$

այսինքն՝ $3ч = 51$ կամ $ч = \frac{51}{3} = 17$։

6. Ի՞նչ թիւ է այն՝ որուն վրայ եթէ իր կրկնապատիկը յաւելցընենք, գումարը հաւասար պիտի ըլլայ 57 ի։

7. Ի՞նչ թիւ է այն՝ որուն վրայ եթէ իր կրկնապատիկը յաւելցընենք, գումարը հաւասար պիտի ըլլայ 90 ի։

8. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ վրան իր կրկնապատիկը յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 39 ի։

---

# ԴԱՍ Գ.

1. Եթէ Յովսէփ եւ Պօղոս 24 փեսուր ունին, եւ Յովսէփ Պօղոսին ունեցածին եռապատիկն ունի, ամէն մէկը որքան ունի։

Յայտնի է որ՝ եթէ քանըչորս փեսուրները չորս հաւասար մասանց բաժնուին, Պօղոս պիտի առնէ մէկ մասը, եւ Յովսէփ՝ երեք մասը։

Արդ՝ թող $ч$ ցուցնէ Պօղոսին փեսուրներուն թիւը, ան ատեն $3ч$ պիտի ցուցնէ Յովսէփին փեսուրներուն թիւը, եւ պիտի ունենանք

$$ч + 3ч = 24.$$

այսինքն՝ $4ч = 24$ կամ $ч = \frac{24}{4} = 6$։

2. Ի՞նչ թիւ է այն՝ որուն վրայ եթէ իր եռապատիկը յաւելցընենք, գումարը հաւասար պիտի ըլլայ 48 ի։

Եթէ $ч$ դնենք այն թուոյն տեղ, պիտի ունենանք

$$ч + 3ч = 48.$$

այսինքն՝ $4ч = 48$, կամ $ч = \frac{48}{4} = 12$։

3. Յակոբոս եւ Յովհաննէս 60 խնձոր ունին, եւ Յակոբոս Յովհաննէսին ունեցածին եռապատիկն ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Դիցուք թէ խնձորները չորս հաւասար մասանց բաժնուին. յայտնի է թէ Յովհաննէս պիտի առնէ մէկ մասը, եւ Յակոբոս՝ երեք մասը։

Արդ՝ $x$ = ըլլայ Յովհաննէսին խնձորներուն թիւն, եւ պիտի ունենանք

$$x + 3x = 60.$$

այսինքն՝ $4x = 60$, կամ $x = \frac{60}{4} = 15$։

Ուստի Յովհաննէս պիտի ունենայ 15, եւ Յակոբոս՝ 45։

4. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ վրան իր եռապատիկը յաւելունք, հաւասար պիտի ըլլայ 100 ի։

Արդ՝ թող $x$ ցուցընէ այն թիւը. ան առնն

$$x + 3x = 100.$$

այսինքն՝ $4x = 100$, կամ $x = \frac{100}{4} = 25$։

5. Ի՞նչ թիւ է այն՝ որուն չորս անգամն իր վրայ յաւելցընելով, գումարը հաւասար պիտի ըլլայ 60 ի։

Թող $x$ ցուցընէ այն թիւը. ան առնն

$$x + 4x = 60.$$

այսինքն՝ $5x = 60$ կամ $x = \frac{60}{5} = 12$։

6. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ 3 ով բազմապատկուի, եւ արտադրեալին վրայ այն թուոյն կրկնապատիկը գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 75 ի։

Թող $x$ ցուցընէ այն թիւը.

ան առնն՝ $3x$ = 3 ով բազմապատկեալ թուոյն արտադրեալին.

եւ $2x$ = թուոյն կրկնապատիկն.

եւ $3x + 2x = 5x = 75$,

կամ՝ $x = \frac{75}{5} = 15$, պահանջեալ թիւը։

7. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր եռապատիկին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 140 ի։

8. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ 5 ով բազմապատ-

կուի, եւ արտադրեալին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 240 ի։

9. Ի՞նչ է այն թիւը՝ որուն կրկնապատկին եւ եռապատկին գումարը հաւասար է 125 ի։

## ԴԱՍ Դ.

1. Յովհաննէս ու Կարոլոս 80 խնձոր ունին, եւ Յովհաննէս Կարոլոսին ունեցածին չորս անգամն ունի. ամէն մէկը որքան ունի։

Արդ՝ + դնենք Յովհաննէսին խնձորներուն թուոյն տեղ. ան ատեն 4 + պիտի դնենք Կարոլոսին խնձորներուն տեղ,

եւ $$+ + 4 + = 80.$$

այսինքն՝ $$5 + = 80,$$ եւ $$+ = \frac{80}{5} = 16.$$

2. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր քառապատկին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 90 ի։

3. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր հնգապատկին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 120 ի։

4. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր վեցապատկին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 245 ի։

5. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր եօթնապատկին հետ գումարուի, հաւասար պիտի ըլլայ 360 ի։

## ԴԱՍ Ե.

1. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ իր հնգապատկին հետ գումարուի, կ'ըլլայ 60։

2. Յովհաննէս շատ մը դնդակներ ունէր. անոնց քառապատիկն ալ դնեց, եւ եօթանասունուհինգ հատ ունեցաւ. առաջ քանի՞ հատ ունէր։

3. Եթէ + եօթն անգամ, եւ ապա ութ անգամ առնուի, քանի՞ անգամ առնուած պիտի ըլլայ։

4. Եթէ նախընթաց օրինակին մէջ, + հաւասար ըլլար 5 ի, գումարին թուական արժէքն ի՞նչ պիտի ըլլար։

5. Գտիր անանկ երկու թիւեր՝ որոնց գումարը յիսուն, եւ անոնց մէկը միւսին չորս անգամն ըլլայ։

Թող + ցուցնէ փոքր թիւը.
ան ատեն 4 + պիտի ցուցնէ մեծ թիւը,
եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$+ + 4 + = 50.$$

ուստի՝ $5 + = 50$, կամ $+ = \frac{50}{5} = 10$։

6. Գտիր անանկ երկու թիւեր՝ որոնց գումարը քառասունհինգ, եւ մէկը միւսին ութ անգամն ըլլայ։

7. Քառասունեւութ անանկ երկու մասերու բաժնէ, որ մեծը փոքրին հինգ անգամն ըլլայ։

8. Ի՞նչ է 9 + ի եւ 3 + ի գումարը։ Թուական գումարն ի՞նչ է, ենթադրելով թէ + 5 ի հաւասար է։

9. Ի՞նչ կ'ընէ + + + 3 + + 4 + + 5 +։ Եթէ + ի արժէքը 2 ըլլայ, գումարին թուական արժէքն ի՞նչ պիտի ըլլայ։

10. Յակոբոս եւ Յովհաննէս երեսունուվեց խնձոր իրենց մէջ կ'ուզեն այնպէս բաժնել՝ որ Յակոբոս Յովհաննէսին եռապատիկն ունենայ. ամէն մէկը քանի՞ հատ պիտի ունենայ։

11. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ ութ անգամը վրան յաւելցընենք, գումարին վրայ ալ թուոյն եռապատիկը յաւելցընենք, հաւասար պիտի ըլլայ 48 ի։

12. Ի՞նչ է այն թիւը որ, եթէ իր իններորդ մասին հետ գումարուի, պիտի ըլլայ 20։

Թող 9 + ցուցնէ այն թիւը.
ան ատեն 9 + ի մէկ իններորդը պիտի ըլլայ +, եւ խնդրոյն պայմանէն,

$$9 + + + = 20,$$

ուստի՝ $10 + = 20$, կամ $+ = \frac{20}{10} = 2$։

ուրեմն՝ եթէ $+ = 2$, $9 + = 18$, պատասխան։

# ԴԱՍ Զ.

1. Ի՞նչ թիւ՝ իր վեց անգամին եւ ապա հինգ անգամին հետ գումարուելով, քսանուչորս կ'ելլայ։

Թող $x$ ցուցնէ այն թիւը.

ապա՝ $6x =$ այն թուոյն վեց անգամին,

եւ $5x =$ այն թուոյն հինգ անգամին.

եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$x + 6x + 5x = 24.$$

ուստի՝ $12x = 24$, կամ $x = \frac{24}{12} = 2$։

2. Ի՞նչ թիւ՝ իր կրկնապատկին, եռապատկին, քառապատկին եւ հնգապատկին հետ գումարուելով, տասնուհինգ կ'ելլայ։

3. Բաժնէ քսանեւմէկ անանկ երեք մասերու, որ երկրորդը առաջինին չորս անգամն ելլայ, եւ երրորդը՝ երկրորդին չորս անգամը։

4. Երկրագործ մը այծերուն եռապատիկը ոչխար ունի, եւ ոչխարներուն մէկ երրորդին չափ ալ գառն ունի, ամէնը երեսուն հատ են. ամէն մէկ տեսակէն ի՞նչքան ունի։

Արդ՝ թող $x$ ցուցնէ այծերուն թիւը.

ան ատեն $3x$ պիտի ցուցնէ ոչխարներուն թիւը, եւ $x$ պիտի ցուցնէ գառներուն թիւը, եւ խնդրոյն պայմաններէն, $x + 3x + x = 30$, բոլորին թիւը.

ան ատեն՝ $5x = 30$, կամ $x = \frac{30}{5} = 6$, գառները կամ այծերը։ Հետեւ $3x = 3 \times 6 = 18$, ոչխարներուն թիւը։

5. Ցոլհաննէս երկու քոյր եւ մէկ եղբայր ունի, եւ կ'ուզէ անոնց երեսուն թալէր բաժնել։ Բայց կ'ուզէ մեծ քրոջը պզտիկին կրկնապատիկը տալ, եւ եղբօրը՝ երկու քրոջը տուածին չափ. իւրաքանչիւրին ի՞նչափ տալու է։

6. Պարտէզի մը մէջ երեսունուհինգ ծառ կայ. սալորի եւ տանձի ծառերը հաւասար են, բայց տա-

լորի ծառերուն եռապատիկը կեռասի ծառ կայ, եւ տանձի ծառերուն կրկնապատիկը խնձորի ծառ. ամէն մէկ տեսակէն քանի՞ ծառ կայ։

7. Բաժնէ քսանուչորս անանկ երեք մասերու, որ երկրորդն առաջինին կրկնապատիկն ըլլայ, եւ երրորդն՝ առաջինին եռապատիկը։

8. Յովհաննէս Գասպարին ունեցած պտուտակներուն երեք անդամը գնդակներ ունի. մէկ պտուտակը կ'արժէ երեք սէնթ, եւ մէկ գնդակը՝ մէկ սէնթ, եւ մէկտեղ կ'արժեն երեսուն սէնթ. իւրաքանչիւրը քանի՞ հատ ունի։

---

## ԴԱՍ Է.

1. Յակոբոս Կարոլոսին ունեցած գնդակներուն երեք անդամն ունի. եւ մէկտեղ երեսունուերկու հատ ունին. ամէն մէկը ո՞րքան ունի։

Թող $x$ = Կարոլոսին գնդակներուն թիւն.
ապա՝ $3x$ = Յակոբոսին գնդակներուն թիւն,
եւ $x + 3x = 32$, երկուքին ունեցածը.
ան ատեն $4x = 32$, կամ $x = \frac{32}{4} = 8$.
ուստի Կարոլոս ունի 8, եւ Յակոբոս ունի $8 \times 3 = 24$։

2. Յովհաննէս, Գասպար ու Սարգիս իննասուն դիրք ունին. Գասպար Յովհաննէսին դրքերուն հինգ անդամն ունի, եւ Սարգիս՝ Յովհաննէսին դրքերուն չորս անդամը. իւրաքանչիւրը քանի հատ դիրք ունի։

Թող $x$ = Յովհաննէսին դրքերուն թիւն.
ապա $5x$ = Գասպարին դրքերուն թիւն,
եւ $4x$ = Սարգսին դրքերուն թիւն.
ան ատեն՝ $x + 5x + 4x = 90$, բոլորին ունեցած թիւը.
ուստի $10x = 90$, կամ $x = \frac{90}{10} = 9$.
ուրեմն Յովհաննէս ունի 9, Գասպար՝ 45, եւ Սարգիս՝ 36։

3 Երեք թուոց գումարն է քանուչորս. երկրորդն առաջինին կրկնապատիկն է, եւ երրորդը՝ առաջինին հնգապատիկը. ինչ են այն թիւերը։

4. Երեք թուոց գումարն է քառասունեւութ. երկրորդը առաջինին եօթնապատիկն է, եւ երրորդն՝ առաջինին ու երկրորդին գումարին հաւասար է. ինչ են այն թիւերը։

5. Չորս թուոց գումարն է եօթանասուն. երկրորդն առաջինին քառապատիկն է. եւ երրորդն՝ առաջինին եռապատիկը, ու չորրորդը՝ երրորդին կրկնապատիկը. ինչ են այն թիւերը։

6. Բաժնէ երեսունեւինը անանկ երեք մասերու, որ երկրորդը առաջինին եռապատիկն ըլլայ, եւ երրորդը՝ երկրորդին եռապատիկը։

7. Բաժնէ եօթանասունուհինգ անանկ երկու մասերու, որ պզտիկը մեծին մէկ չորրորդն ըլլայ։

8. Բաժնէ ութսունուհինգ անանկ չորս մասերու, որ երկրորդն առաջինին քառապատիկն ըլլայ, եւ երրորդը՝ երկրորդին քառապատիկը, եւ չորրորդը՝ երրորդին քառապատիկը։

---

## ԴԱՍ Ը.

1. Յակոբոս Յովհաննէսէն հինգ խնձոր առաւ, եւ ան առեն տասուերկու հատ ունեցաւ. առաջ որքան ունէր։

Թող $x$ = անոր առջի ունեցածին.

ան առեն՝ $x + 5 = 12$, եւրքի ունեցածը.

արդ՝ եթէ $x$-ի վրայ 5 աւելցնելով գումարը կ'ըլլայ 12, ուրեմն $x$ = պիտի ըլլայ 12 է 5 պակաս.

ուստի՝ $x = 12 - 5 = 7$։

Երբ թիւ մը հաւասարութեան մէկ անդամէն առնելով միւսին մէջ ալը դնենք, ասոր փոխադրել կ'ըսենք։

2. Գասպար Սարգսէն ութ դնդակ աւելի ունի, եւ մէկուկէ երեսունուվեց հատ ունին. ամէն մէկը որքան ունի։

Թող $x$ = Սարգսին ունեցած թուոյն.

ապա՝ $x + 8$ = Գասպարին ունեցած թիւը,

եւ $2x + 8 = 36$, երկուքին ունեցած թիւը.

արդ՝ եթէ $2x + 8$ ի հետ դումարուելով հաւասար կ'ըլլայ 36 ի, ուրեմն $2x$ հաւասար ըլլալու է 36 է 8 պակաս.

ուստի՝ $2x = 36 - 8 = 28$,

կամ՝ $x = \frac{28}{2} = 14$։

Ուստի կը տեսնենք թէ աւելի թիւ մը, այսինքն՝ յաւելման նշան ունեցող թիւ մը, մէկ անդամէն միւսին կը փոխադրուի, սոսկ իր նշանը նուազի փոխելով։

3. Հօր մը տարիքը տղուն տարիքին կրկնապատիկն է, եւ եթէ ասոնց տարիքներուն դումարին վրայ չորս յաւելցընենք՝ 64 կ'ըլլայ. ամէն մէկուն տարիքը քանի է։

Թող $x$ ցուցնէ տղուն տարիքը.

ապա՝ $2x$ պիտի ցուցնէ հօրը տարիքը,

եւ $3x + x$ պիտի ցուցնէ անոնց տարիքներուն դումարը.

արդ՝ խնդրոյն պայմաններէն կ'ելլէ

$$2x + x + 4 = 64.$$

ուստի՝ $3x + 4 = 64$, եւ $3x = 64 - 4 = 60$.

կամ՝ $x = \frac{60}{3} = 20$, տղուն տարիքը,

եւ $20 \times 2 = 40$, հօրը տարիքը։

4. Երկրագործ մը ոչխարներու երեք տրօտ ունի. երկրորդին մէջ՝ առաջնոյն կրկնապատիկը կայ,

եւ երրորդին մէջ՝ առաջնոյն եւ երկրորդին մէջ եղածէն 15 պակաս կայ. եւ ընդ ամէնը յիսունուեօթը ոչխար ունի։ Ամէն մէկ արօտին մէջ քանի՞ ոչխար կայ։

5. Ի՞նչ է այն թիւը՝ որուն վրայ եթէ տասը գումարուի, գումարը հաւասար պիտի ըլլայ այն թուոյն եռապատկին։

6. Յովհաննէս հաւասար թուով շատ մը տանձ, դեղձ ու լեմոն գնեց, որոնց համար հարիւր սէնթ տուաւ. ամէն մէկ դեղձին ու տանձին համար սէնթ մը տուաւ, եւ ամէն մէկ լեմոնին համար 3 սէնթ տուաւ. ամէն մէկ տեսակէն քանի՞ հատ գնեց։

7. Մարդ մը ութսուն թալէր նուիրեց տարբեր ժամանակներ. երկրորդ նուէրը առաջինին կրկնապատիկն էր. եւ երրորդը՝ առաջինին ու երկրորդին չափ եւ ութը թալէր ալ աւելի. ամէն մէկ անգամին որչափ տուաւ։

8. Ձի մը, կառք մը եւ ձիուն կազմածը, մէկտեղ հարիւր քսան թալէր կ'արժեն։ Ձիուն արժէքը, վրան քսան թալէր աւելցընելով, հաւասար կ'ըլլայ կազմածին արժէքին, եւ կառքը կազմածէն քսան թալէր աւելի կ'արժէ. իւրաքանչիւրին արժէքն ի՞նչ է։

---

## ԴԱՍ Թ.

1. Բաժնէ քսանումէկ թալէր՝ Յակոբոսին, Յովհաննէսին ու Կարոլոսին, անանկ որ Յակոբոս Յովհաննէսէն չորս թալէր աւելի ունենայ, եւ Յովհաննէս՝ Կարոլոսէն մէկ թալէր աւելի։

Թող + = Յակոբոսին բաժնին,
ան ատեն + — 4 = Յովհաննէսին բաժնին,
եւ + — 4 — 1 = Կարոլոսին բաժնին,

եւ $x + x + x - 4 - 4 - 1 = 21.$

ուստի $3x - 9 = 21.$

արդ՝ եթէ 9 ով նուազեալ 3x հաւասար է 21 ի, ուրեմն 3x հաւասար պիտի ըլլայ 9 ով յաւելեալ 21 ի.

ուստի $3x = 21 + 9 = 30,$

կամ $x = \frac{30}{3} = 10.$

Ուստի Յովհաննէսին բաժինը $= 10 - 4 = 6,$

եւ Պարսեղսին բաժինը $= 10 - 5 = 5.$

Ծանօթութիւն. — Նախընթաց օրինակէն կը տեսնենք որ բացասական թիւ մը կրնանք հաւասարութեան մէկ անդամէն միւսին տեղափոխել՝ ասակ իր նշանը դրականի փոխելով.

2. Մարդ մը պանդոկ մը երթալով երեք շիլլին ծախք կ'ընէ. եւ նորէն ուրիշ պանդոկ մը կ'երթայ եւ հոն ինը շիլլին ծախք կ'ընէ, որ իր քովը մնացածին երեք անդամն է. առաջ որքան ունէր.

3. Երեք հոգի, Ա, Բ եւ Գ պանդոկի մը մէջ քանանեւութ թալէր ծախք ըրին. Բ՝ Ա.էն երեք թալէր աւելի ծախք ըրաւ. եւ Գ՝ Բ.էն եօթը թալէր աւելի. ամէն մէկը որչափ ծախք ըրաւ.

4. Զորս թիւերու գումարն է 33. երկրորդը՝ առաջինին կրկնապատիկն է, եւ երրորդը՝ երկրորդին եռապատիկը, եւ չորրորդը՝ երրորդին քառապատիկը. թիւերն ինչ են.

5. Երկու թուոց գումարը 13 է, եւ անոնց տարբերութիւնն է 3. ինչ են այն թիւերը.

Թող $x =$ մեծին,

ան ատեն $x - 3 =$ փոքրին.

եւ $2x - 3 = 13.$ ուստի $2x = 13 + 3 = 16,$

կամ $x = \frac{16}{2} = 8,$ եւ $8 - 3 = 5.$

ուստի թիւերն են 8 եւ 5.

6. Յակոբ Յովհաննէսին ըսաւ, «Քու գնդակներ-

բուդ հինգը ինձի տուր, եւ ես պիտի ունենամ հիմակուան ունեցածիդ կրկնապատիկը» . մէկուեղ տասնուինը հատ ունէին . ամէն մէկը քանի հատ ունէր ։

Թող $x$ ցուցնէ Յակոբին ունեցածը .
ան ատեն $19-x$ պիտի ցուցնէ Յովհաննէսին ունեցածը .
եւ խնդրոյն պայմաններէն կ'ելլէ ,

$$x+5=2(19-x)=38-2x .$$

ապա , $2x$ եւ $5$ տեղափոխելով՝ կ'ունենանք

$$3x=38-5=33,$$

կամ

$$x=\frac{33}{3}=11 ։$$

Ծանօթութիւն . — Երբ երկու կամ աւելի եզրերէ բաղկացեալ արձէպրայական տարրազ մը՝ կուզենք թուով մը բազմապատկել , այն եզրերը փակագծի մէջ կը դնենք , եւ բազմապատկիչը կը գրենք աջ կամ ձախ կողմը . ինչպէս ,

$$2(19-x) \text{ կամ } (19-x)2$$

կը ցուցնէ թէ $19$ ի եւ $x$ ի տարբերութիւնը $2$ ով պիտի բազմապատկուի ։

7. Մօր մը եւ իր աղջկանը տարիքներուն գումարը 56 է . աղջկանը տարիքը մօրը տարիքին մէկ երրորդն է . իւրաքանչիւրին տարիքն ինչ է ։

---

## ԴԱՍ Ժ.

1. Եթէ $3x$ է $x$ հանենք , ինչ կը մնայ ։ Եթէ $2x$ հանենք , ինչ կը մնայ ։ Եթէ $3x$ հանենք, ինչ կը մնայ ։

2. Եթէ $3x$ է $x-1$ հանենք , ինչ կը մնայ ։

Հոս կ'առաջարկենք $3x$ է $x-1$ հանել , որ մէկ $x$ է փոքր է ։ Ուրեմն եթէ $3x$ է $x$ հանենք, կը մնայ $2x$ .

եւ շատ հանած կ'ելլանք, ու հետեւապէս հաշուոցը մէկ նուազած պիտի ելլայ։ Ուստի ճշմարիտ մնացորդն ունենալու համար՝ 1 պէտք է յաւելցընել, եւ ան ատեն կ'ունենանք

$$3x - (x - 1) = 3x - x + 1 = 2x + 1.$$

Այս եւ ասոր նման արդիւնքներ գտնելու համար՝ քառնալի թուոյն նշաններէն զատ, եւ երբեր զուսմարելու է։

3. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$4x + 3y \text{ եւ } 2x - 2y.$$

$$4x + 3 - (2x - 2) = 4x - 2x + 3 + 2 = 2x + 5.$$

4. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$6x - 9y \text{ եւ } 2x - 8y.$$

5. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$3x - 4y \text{ եւ } -x + 6y.$$

6. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$-5x + 7y \text{ եւ } -3x + 8y.$$

7. Յակոբին տարիքը Յովհաննէսին տարիքէն՝ երեք աւելի է. եւ Յակոբին տարիքին մէկ վեցերորդը Յովհաննէսին տարիքին մէկ հինգերորդին հաւասար է. իւրաքանչիւրին տարիքն ինչ է։

Թող $x$ ցուցընէ Յակոբին տարիքը.
ապա $x - 3$ պիտի ցուցընէ Յովհաննէսին տարիքը.
եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$\frac{x}{6} = \frac{x-3}{5}.$$

ուստի՝ $5x = 6x - 18$, կամ $x = 18$։

8. Սամուէլ Յովհաննէսէն երկու սէնթ աւելի ունի. եթէ Յովհաննէսին սէնթերը Սամուէլինին վրկնապատիկն հանենք, տասը կը մնայ. ամէն մէկը ինքան ունի։

Թող $x$ ցուցընէ Սամուէլին թիւը.
ան ատեն $x - 2$ պիտի ցուցընէ Յովհաննէսին թիւը,
եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$2x - (x - 2) = 10.$$

այսինքն՝ $2x - x + 2 = 10.$

կամ՝ $x + 2 = 10$, կամ $x = 10 - 2 = 8$։

9. Երկրագործ մը ոչխարներ ունի երկու փարախներու մէջ. առաջնոյն մէջ՝ երկրորդին մէջ եղած ոչխարներէն հինգ աւելի կայ. բայց մեծ փարախին եռապատիկը հաւասար է պզտիկ փարախին քառապատկին. իւրաքանչիւր փարախին մէջ քանի՞ ոչխար կայ։

10. Լուսիա Աննայէն հինգ տարուան մեծ է. բայց եթէ Լուսիային տարիքին չորս անգամէն Աննային տարիքին հինգ անգամը հանենք, բան չի մնար. ամէն մէկուն տարիքն ինչ է։

11. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$5x + 3y \text{ եւ } -7x - 4y։$$

12. Ի՞նչ է տարբերութիւնը

$$-6x + 3y \text{ եւ } 8x + 9y։$$



## ԴԱՍ ԺԱ.

1. Վաճառական մը շատ մը լեմոն գնեց հատը երկու սէնթ, եւ ամէն մէկ նարինջի համար երեք սէնթ տուաւ, եւ բոլորին համար ութսուն սէնթ վճարեց. ամէն մէկէն որքան գնեց։

Դող $x$ ցուցնէ ամէն մէկ տեսակին թիւը.

$2x =$ լեմոններուն արժէքին,

եւ $3x =$ նարինջներուն արժէքին.

եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$2x + 3x = 80 \text{ սէնթի},$$

ուստի՝ $5x = 80$, կամ $x = \frac{80}{5} = 16$։

2. Վաճառական մը շատ մը լեմոն գնեց հատը երկու սէնթի, եւ երեք անգամը նարինջ գնեց հատը չորս սէնթի, եւ բոլորին համար տուաւ ութսունս չորս սէնթ. ամէն մէկ տեսակէն որքան գնեց։

3. Ի՞նչ թիւ՝ եթէ իր հինգ անգամին հետ գումարուի եւ գումարէն 9 հանուի՝ 21 կ'ըլլայ։

4. Յովհաննէս իր քսակին մէջ քանի մը փարա ունի, փարաներուն կէսին չափ ղուրուշ ունի, եւ ղուրուշներուն կէսին չափ ալ լիրա ունի. ընդ ամէնը քսանեւուրթ կտոր ունի. ամէն մէկ տեսակէն որքան ունի։

Թող + ցուցնէ լիրաներուն թիւը.
ան ատեն՝ 2 + պիտի ցուցնէ ղուրուշներուն թիւը,
եւ 4 + պիտի ցուցնէ փարաներուն թիւը.
ապա՝ խնդրոյն պայմաններէն,

$$+ + 2 + + 4 + = 7 + = 28, \text{ կամ } + = \frac{28}{7} = 4։$$

5. Զամբիւղի մը մէջ՝ դեղձերուն երեք անգամը խնձոր կայ, եւ խնձորներուն հինգ անգամը տանձ կայ. ընդ ամէնը իններորդ հատ է. ամէն մէկ տեսակէն որքան կայ։

6. Ի՞նչ թիւ՝ եթէ եօթնով բազմապատկուի եւ արտադրեալէն հինգ հանուի, հաւասար կ'ըլլայ այն թուոյն չորս անգամին՝ յաւելեալ տասուերեքով։

7. Զիւաքաճառ մը ձի մը եւ երկու թամբ ունի. թամբին մէկը կ'արժէ երեսուն թալէր եւ միւսը հինգ. եթէ աղէկ թամբը ձիուն վրայ դնէ, անոնց արժէքը հաւասար կ'ըլլայ ձիուն արժէքին կրկնապատկին՝ նուազեալ միւս թամբին կրկնապատկումը. ինչ է ձիուն արժէքը։

---

## ԴԱՍ ԺԲ.

1. Ի՞նչ թիւ է այն որ, եթէ վրան հինգ գումարուի, եւ գումարը երեքով բազմապատկուի, հաւասար կ'ըլլայ այն թուոյն տասը անգամին՝ յաւելեալ մէկով։

թող $x$ ցուցընէ այն թիւը. ապա՝ խնդրոյն պայմաններէն,

$$3(x+5)=10x+1,$$

ուստի՝

$$3x+15=10x+1.$$

եւ $10x$ ու $15$ տեղափոխուելով,

$$3x-10x=1-15,$$

կամ՝

$$-7x=-14,$$

եւ երկու անդամներուն նշանները փոխելով,

$$7x=14 \text{ կամ } x=\frac{14}{7}=2:$$

Ծանօթութիւն. — Բոլոր $x$երն առաջին անդամին մէջ տեղափոխելէն ետքը, եթէ վերջին նշանը նուազ է՝ առաւել ըրէ, եթէ՝ անպատճառ մէջէն բոլոր եղբերուն նշանները փոխելով:

2. Երկու թուոց տարբերութիւնը երեք է, եւ անոնց գումարը տարբերութեան հինգ անգամն է. ինչ են այն թիւերը:

3. Յակոբոս Յովհաննէսին ըսաւ, «Քու խնձորներդ ինծի տուր, եւ ես քու հիմակուան ունեցածիդ երեք անգամը պիտի ունենամ»: «Ոչ», ըսաւ Յովհաննէս, «քանզի դուն իմ ունեցածէս չորս աւելի ունիս». ամէն մէկը քանի հատ ունէր:

Թող $x$ ցուցընէ Յովհաննէսին խնձորներուն թիւը. ապա՝ $x+4$ պիտի ցուցընէ Յակոբոսին խնձորներուն թիւը.

եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$x+x+4=3x,$$

որ տեղափոխուելով կ'ելլայ $x=4$:

4. Յակոբ աղքատներու պատահեցաւ, որոնց ամէն մէկուն 6 ական սէնթ տուաւ. եթէ աղքատները չորս աւելի ելլային, եւ ասոնց ալ ամէն մէկուն նոյնչափ տուած ելլար, ընդ ամէնը եօթանասունուերկու սէնթ տուած պիտի ելլար. քանի աղքատներ կային:

5. Յովհաննէս իր բաղերուն երկու անդամը հընդ-

կահաւ ունի. ապերուն երկու անդամը՝ բաղ. եւ ապերուն ութ անդամը՝ վառեակ. ամէնը քառասունուհինգ հատ են. ամէն մէկ տեսակէն քանի հատ ունի։

6. Երեք հոգի քառասունուութ թալէր առին. երկրորդն առաջինէն չորս թալէր աւելի առաւ, եւ երրորդը՝ երկրորդէն չորս աւելի. ամէն մէկը քանի թալէր առաւ։

7. Երեք թուոց գումարն է երեսունուվեց. երկրորդն առաջինէն ութ աւելի է. եւ երրորդը՝ երկրորդէն տասնուվեց պակաս է. ինչ են այն թիւերը։

Թող + ցուցընէ այն թիւերուն առաջինը.
ապա՝ + + 8 պիտի ցուցընէ երկրորդ թիւը.
եւ որովհետեւ երրորդը երկրորդէն 16 պակաս է,
ուրեմն + + 8 — 16 պիտի ցուցընէ երրորդ թիւը.
յայնժամ խնդրոյն պայմաններէն,

$$+ + + + 8 + + + 8 - 16 = 36,$$

կամ՝

$$3 + = 36, \text{ կամ } + = 12.$$

ուստի թիւերն են 12, 20 եւ 4։

8. Հայր մը, տղայ մը եւ աղջիկ մը իրենց տարիքը բաղդատելով գտան որ տղուն տարիքն աղջկանը տարիքին կրկնապատիկն էր. եւ եթէ տղուն տարիքին կրկինէն չորս հանուէր, հօրը տարիքը կ'ելլէր, եւ անոնց տարիքին գումարը 73 էր. ամէն մէկուն տարիքն ինչ էր։

---

## ԴԱՍ ԺԳ.

1. Երկու թուոց գումարն ինն է. եթէ առաջնոյն վրայ վեց աւելցընենք, գումարը երկրորդին կրկինը պիտի ըլլայ. ինչ են այն թիւերը։

Թող + ցուցընէ առաջին թիւը.
ան ատեն 9 — + պիտի ցուցընէ երկրորդ թիւը,

եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$x+6=2(9-x)=18-2x\cdot$$

ուստի, $3x=12$, կամ $x=\frac{12}{3}=4$, առաջինը·

եւ $9-x=9-4=5$, երկրորդ թիւը։

2. Յակոբ եւ Յովհաննէս ընկոյզ խաղացին. Յակոբ սկսած առենը՝ Յովհաննէսին ընկոյզներուն կրկինն ունէր. բայց երբ Յովհաննէս ութ շահեցաւ, ան առեն Յակոբին քովը մնացած ընկոյզներուն կրկինն ունեցաւ. իւրաքանչիւրն սկսած առենը քանի՞ հատ ունէր։

Թող $x$ ցուցնէ Յովհաննէսին ընկոյզները, ան առեն $2x$ պիտի ցուցնէ Յակոբին ընկոյզները· եւ $x+8$ Յովհաննէսին ունեցածը՝ շահելէն ետքը, եւ $2x-8$ Յակոբին ունեցածը՝ կորսնցընելէն ետքը· ան առեն խնդրոյն պայմաններէն,

$$x+8=2(2x-8)=4x-16,$$

կամ

$$3x=24\cdot$$

ուստի՝ $x=8$, Յովհաննէսին ունեցած թիւը·

եւ $2x=16$, Յակոբին ունեցած թիւը։

3. Պարտէզի մը մէջ վաթսուն ծառ կայ. տանձի ծառերուն թիւը խնձորի ծառերուն կրկինն է, եւ տանձի ու խնձորի ծառերուն չափ ալ սալորի ծառ կայ. ամէն մէկ տեսակէն քանի՞ ծառ կայ։

4. Երկու հոգի Ա. եւ Բ. միեւնոյն ժամանակ ճամբայ կ'ելլեն իրարմէ իններուն մղոն հեռու տեղերէ եւ դէպ՝ իրար կ'երթան. Ա. կը ճամբորդէ ժամը 6 մղոն, եւ Բ. կը ճամբորդէ երեք մղոն. քանի՞ ժամէն իրարու պիտի պատահին։

Թող $x$ ցուցնէ ժամերուն թիւը·

ան առեն $6x$ պիտի ցուցնէ Ա.ին երթալու մղոններուն թիւը.

եւ $3x$ պիտի ցուցնէ Բ.ին երթալու մղոններուն թիւը·

եւ խնդրոյն պայմաններէն,

$$6x+3x=90,$$

ուստի՝ $9x=90$ կամ $x=10$։

5. Կարողս այսինչ գնով վեց կանգուն կտաւ գնեց, եւ հաքը ինը կանգուն ալ գնեց նոյն գնով. բայց վերջին անգամ առջինէն քանուեօթը չիլին աւելի տուաւ. կանգունին ինչ տուաւ։

6. Ութսուն օխա առնող տակառի մը մէջ օղի, գինւոյ եւ օշարակի խառնուրդ մը կայ. գինիէն տասն օխա աւելի օշարակ կայ, եւ օշարակին ու գինւոյն չափ ալ օղի կայ. ամէն մէկէն քանի օխա կայ։

7. Չորս հոգի հարիւր քանումէկ թալէր արժող նաւ մը շինեցին. երկրորդն առաջինին կրկնապատիկը վճարեց, երրորդն՝ առաջինին ու երկրորդին վճարածին չափ, եւ չորրորդը՝ երրորդին ու երկրորդին չափ. իւրաքանչիւր որչափ վճարեց։

8. Բ Ա էն վեց չիլին աւելի ունի. Գ Բ էն վեց չիլին աւելի. Դ Գ էն վեց չիլին աւելի, Ա ին ունեցածին ալ եռապատիկն ունի. իւրաքանչիւրը քանի՞ չիլին ունի։ Պ. Ա 9 չիլին ունի։

9. Երկու հոգի քան թալէր ունէին, եւ խաղացին մինչեւ որ մէկը հինգ թալէր կորսնցուց. եւ ան առեն շահողը կորսնցնողին քառապատիկն ունեցաւ. սկիզբէն ամէն մէկը որչափ ունէր։ Պ. 11 եւ 9։

10. Քան լիտր ծանրութեամբ ձուկ մը բռնուեցաւ. գլխուն ծանրութիւնը պոչին ծանրութեան չորս անգամն էր, եւ մարմնոյն ծանրութիւնը պոչին ծանրութեան հինգ անգամը. ամէն մէկ մասին ծանրութիւնն ինչ էր։

# ԱԼՃԷՊՐԱ

## ԳԼՈՒԽ Ա.

### Բառաքանակական սահման և ծանօթութիւն։

1. ՔԱՆԱԿՈՒԹԻՒՆ կ'ըսուի այն բաներուն՝ որոնք կ'աճին, կը նուազին, կը հաշուուին կամ կը չափուին։

2. ՉԱՓԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ քանակութեան գիտութիւնն է։

3. ԱԼՃԷՊՐԱՆ կամ ԳՐԱՀԱՇԻՒԸ չափաբերութեան այն ճիւղն է որուն մէջ քանակութիւնները գրերով կը ներկայացուին, եւ այն քանակութեանց վրայ կատարուելու գործողութիւնները կը ցուցուին նշաններով։

4. Այս նշանը (+), կ'ըսուի պլաւէլ. եւ երկու կամ աւելի քանակութեան յաւելումը կը ցուցնէ. ինչպէս՝ 9+5, կը կարդանք 9 առաւել 5, կամ 9 ին վրայ 5 յաւելեալ։

Եթէ ինը թիւը պ գրով ցուցնենք, եւ 5 թիւը բ գրով, ան ատեն պիտի ունենանք պ+բ, որ կը կարդանք պ առաւել բ եւ կը ցուցնէ թէ պ ով ներկայացեալ թիւը բ ով ներկայացեալ թիւին հետ գումարելու է։

---

1. Ի՞նչ է քանակութիւնը։
2. Ի՞նչ է չափաբերութիւնը։
3. Ի՞նչ է ալճէպրան։
4. Ի՞նչ կը ցուցնէ առաւել նշանը։

5. Այս նշանը (—), կ'ըսուի հանում. եւ կը ցուցընէ թէ քանակութիւն մը ուրիշ քանակութենէ մը հանուելու է. ինչպէս՝ 9—5, կը կարդանք 9 հանում 5, կամ 9 էն 5 հանուած։

Համանապէս՝ ա—բ, կը կարդանք, ա հանում բ, կամ ա էն բ հանուած։

6. Այս նշանը (×), բազմապատկութեան նշան կ'ըսուի. եւ երբ երկու քանակութեանց մէջտեղ կը դրուի, կը ցուցընէ թէ անոնք մէկտեղ պիտի բազմապատկուին։ Նաեւ երկու քանակութեանց բազմապատկութիւնը կը ցուցուի անոնց մէջտեղ կէտը միայն դնելով. ինչպէս՝ 36×25, կամ 36 . 25, որ կը կարդացուի 36 բազմապատկեալ 25 ով։

7. Գրերով ներկայացեալ քանակութեանց բազմապատկութիւնը կը ցուցուի միայն գրերն իրարու եռեւ դրելով, առանց անոնց մէջտեղ որ եւ իցէ նշան մը դնելու։

Ինչպէս՝ աբ, կամ ա×բ, կամ ա . բ նոյն են. եւ կամ աբգ, կամ ա×բ×գ, կամ ա . բ . գ միեւնոյն բանն են։ Զորօրինակ՝ ենթադրենք թէ ա=36, եւ բ=25, կ'ունենանք

ա×բ=36×25=900։

Դարձեալ՝ դիցուք թէ ա=2, բ=3 եւ գ=4, կ'ունենանք ա×բ×գ=2×3×4=24։

Արտադրելոյ մը գրերն այլուբենի կարգով շարել շատ յարմար է։

8. Այլեւայլ գրերով նշանակեալ արտադրելոյ մը

---

5. Ի՞նչ կը ցուցընէ հանում նշանը։
6. Ի՞նչ կը ցուցընէ բազմապատկութեան նշանը։ Բազմապատկութիւնը քանի՞ կերպերով կրնայ ցուցուիլ։
7. Եթէ միայն գրերը գործածուին, անոնց բազմապատկութիւնն ի՞նչպէս կրնայ ցուցուիլ։
8. Այլեւայլ գրոց արտադրելոյն մէջ իւրաքանչիւր գիր ի՞նչ կը կոչուի։ Քանի՞ քանորդականներ կան աբ-ի մէջ։ Քանի՞ աբգ-ի մէջ։ Քանի՞ աբգդ-ի մէջ։

մէջ, ինչպէս ա֊ֆ֊գ, իւրաքանչիւր գրեր ա, բ եւ գ, կը կոչուին արտադրելոյն գրաւոր տառերը։ Զորօրինակ՝ ա֊ֆ արտադրելոյն մէջ՝ երկու քանորդականներ կան, ա եւ բ. ա֊ֆ֊գ արտադրելոյն մէջ՝ երեք քանորդականներ կան, ա, բ եւ գ։

9. Բաժանում ցուցնող երեք նշաններ կան. ինչպէս՝ ա ÷ բ կը ցուցնէ թէ ա֊ն ով բաժնուելու է.

$\frac{ա}{բ}$ կը ցուցնէ թէ ա֊ն ով բաժնուելու է.

ա | բ կը ցուցնէ թէ ա֊ն ով բաժնուելու է։

10. Այս նշանը (=) կ'ըսուի հաւասարութեան նշան, եւ կը կարդացուի հաւասար է։ Երբ այս նշանը երկու քանակութեանց մէջտեղ կը դրուի՝ կը ցուցնէ թէ անոնք իրարու հաւասար են. ինչպէս՝ 9 — 5 = 4. այսինքն՝ 9 նուազ 5 հաւասար է 4 ի։ Եւեւ՝ ա + բ = գ, կը ցուցնէ թէ ա եւ բ քանակութեանց գումարը հաւասար է գ ի։

Եթէ ենթադրենք ա = 10, եւ բ = 5, կ'ունենանք ա + բ = գ, եւ 10 + 5 = գ = 15։

11. Այս նշանը (>), կ'ըսուի անհաւասարութեան նշան, եւ կը գործածուի ցուցնելու թէ քանակութիւն մը ուրիշ քանակութենէ մը մեծ կամ փոքր է։

Ինչպէս՝ ա > բ կը կարդանք՝ ա բ է մեծ է, եւ գ < դ կը կարդանք գ դ է փոքր է. այսինքն՝ նշանին բացուածքը մեծագոյն քանակութեան դարձած է. ինչպէս՝ եթէ ա = 9, եւ բ = 4, կը գրենք՝ 9 > 4։

12. Եթէ քանակութիւն մը իր վրայ այլեւայլ անգամ յաւելեալ է, ինչպէս՝ ա + ա + ա + ա + ա, ընդ-

---

9. Քանի՞ նշաններ կան բաժանման մէջ։ Ի՞նչ են անոնք։
10. Ի՞նչ է հաւասարութեան նշանը. և ի՞նչ կը ցուցնէ։
11. Անհաւասարութեան նշանը ի՞նչ բանի համար կը գործածուի։ Բացուած կողմը ի՞նչ քանակութիւն կը գրուի։
12. Ի՞նչ է համարատարիչը։ Քանի՞ անգամ առնուած է ա՝ ա֊ի մէջ։ Քանի՞ անգամ 5 ա֊ի մէջ։ Եթէ՝ համարատարիչը գրուած չէ, ի՞նչ համարատարիչ կը հասկցուի։

հանրագէս մէկ անդամ կը գրենք, եւ անկէ առաջ թիւ մը կը դնենք ցուցնելու թէ նոյն քանակութիւնը քանի անդամ առնուած է.

ինչպէս՝ $ա+ա+ա+ա+ա=5ա$ ։

5 թուանշանը ա-ին հաճարատիչը կ'ըսուի, եւ կը ցուցնէ թէ ա 5 անդամ առնուած է։

Եթէ հանարատիչը 1 է, ընդհանրապէս զանց կ'առնուի. ինչպէս՝ ա եւ 1ա միեւնոյն են, իրաքանչիւրն ա-ի կամ մէկ ա-ի հաւասար ըլլալով։

13. Եթէ քանակութիւն մը շարունակ իրմով բազմապատկուի՝ ինչպէս $ա\times ա\times ա\times ա\times ա$, ընդհանրապէս արտադրեալը կը ցուցնենք գիրը մէկ անդամ գրելով, եւ առջեւը քիչ մը վերօք թուանշան մը դնելով. ինչպէս,

$$ա\times ա\times ա\times ա\times ա=ա^5 ։$$

5 թուանշանը ա-ին ցուցիչը կ'ըսուի, եւ կը ցուցնէ թէ ա արտադրեալին մէջ քանի անդամ կայ իբր քանորդական։ Զորօրինակ. եթէ $ա^3$ ունինք, եւ ենթադրենք $ա=3$, կը գրենք,

$$ա^3=ա\times ա\times ա=3^3=3\times 3\times 3=27.$$

Եթէ $ա=4$, $ա^3=4^3=4\times 4\times 4=64.$

Եւ եթէ $ա=5$, $ա^3=5^3=5\times 5\times 5=125$ ։

Եթէ ցուցիչը 1 է, ընդհանրապէս զանց կ'առնուի. ինչպէս՝ $ա^1$ եւ ա միեւնոյն են, որոնց իւրաքանչիւրը կը ցուցնէ թէ ա իբր քանորդական մէկ անդամ միայն կայ։

14. Քանակութեան մը կարողութիւնը՝ նոյն քանակութիւնն իրմով այլեւայլ անդամ բազմապատկելէն ելած արտադրեալն է.

ինչպէս՝ $ա^3=4^3=4\times 4\times 4=64.$

---

13. Ի՞նչ կը ցուցնէ գրի մը ցուցիչը։ Քանի՞ անդամ կայ ա-քանորդականը $ա^2$-ի մէջ։ Քանի՞ $ա^3$-ի մէջ։ Քանի՞ $ա^4$-ի մէջ։ Եթէ ցուցիչը գրուած չէ, ի՞նչ ցուցիչ կը հասկցուի։

14. Ի՞նչ է քանակութեան մը կարողութիւնը։ Ի՞նչ է 2-ի երրորդ կարողութիւնը։ Յուցուր ա-ի չորրորդ կարողութիւնը։

64՝ 4 ի երրորդ կարողութիւնն է, եւ 3 ցուցիչը կը ցուցնէ կարողութեան աստիճանը։

**15.** Այս $\sqrt{\ }$ նշանը կ'ըսուի արմատական նշան, եւ երբ քանակութենէ մը առաջ կը դրուի, կը ցուցնէ թէ այն քանակութեան արմատը պիտի հանուի. ինչպէս՝ $\sqrt[2]{\ }$ կամ միայն $\sqrt{\ }$ կը ցուցնէ ա ի քառակուսի արմատը։

$\sqrt[3]{\ }$ կը ցուցնէ ա ի խորանարդ արմատը։

$\sqrt[4]{\ }$ կը ցուցնէ ա ի չորրորդ արմատը։

Արմատական նշանին վրայ դրուած թիւը կ'ըսուի ցուցիչ արմատաց. ինչպէս 2 ցուցիչ է քառակուսի արմատի, 3՝ խորանարդ արմատի, 4՝ չորրորդ արմատի, եւ այլն։

Դիցուք թէ ա = 64, կ'ունենանք

$$\sqrt{64} = 8, \quad \sqrt[3]{64} = 4.$$

**16.** Ալճեպրայական լեզուով, այսինքն գրերու եւ նշաններու օժանդակութեամբ գրուած ամէն քանակութիւն, կը կոչուի ալճեբրայական տանակութիւն. ինչպէս,

$7ա^3բ^2$ { ալճեբրայական քանակութիւն է, եւ կը ցուցնէ թէ 7 անգամ ա ի խորանարդը բազմապատկեալ է բ ի քառակուսով.

եւ $3ա - 5բ$ { կը ցուցնէ թէ 5 անգամ բ 3 անգամ ա է հանուելու է.

եւ $2ա^2 - 3ա բ + 4բ^2$ { կը ցուցնէ թէ 2 անգամ ա ի քառակուսին 3 անգամ ա բազմապատկեալ բ ով հանուելու է, եւ տարբերութեան վրայ բ ի քառակուսուն չորս անգամն աւելցընելու է։

---

15. Ցուցուր քանակութեան մը քառակուսի արմատը։ Նոյնպէս խորանարդ արմատը։ Նոյնպէս 4 րդ արմատը։

16. Ի՞նչ է ալճեբրայական քանակութիւն մը։ Ալճեբրայական քանակութի՞ւն է 5 ա բ։ Ալճեբրայական քանակութի՞ւն են 9 ա, 4 բ։ Ալճեբրայական քանակութի՞ւն է 5 բ — +։ Ուրիշ օրինակներ տուր։

1. Գրէ ա-ի քառակուսոյն եռապատիկը բ-ի խորանարդով բազմապատկեալ։ պ. $3a^2b^3$։

2. Գրէ բ-ով բազմապատկուած ա-ի խորանարդին հինգ անգամէն հանուած դ-ով բազմապատկեալ գ-ի քառակուսին։ պ. $9a^3b - c^2d$։

3. Եթէ $a = 2$, $b = 3$, եւ $c = 5$, ի՞նչ է $3a^2b^2 - abc$-ի արժէքը։ պ. 78։

4. Եթէ $a = 4$, $b = 6$, $c = 7$, $d = 8$, ի՞նչ է $9a^2 + bc - ad$-ի արժէքը։ պ. 154։

5. Եթէ $a = 7$, $b = 3$, $c = 7$, $d = 1$, ի՞նչ է $6ad + 3b^2c - 4d^2$-ի արժէքը։ պ. 227։

6. Եթէ $a = 5$, $b = 6$, $c = 6$, $d = 5$, ի՞նչ է $9abc - 8ad + 4bc$-ի արժէքը։ պ. 1564.

**17.** Երբ ալճէպրայական քանակութիւն մը յաւելման կամ բարձման նշանով կցուած չէ, կ'ըսուի դիէղէ, կամ մէկ եղբէ բաղկացեալ քանակութիւն մը, կամ պարզապէս եղէ մը. ինչպէս՝

$$3a,\ 5a^2,\ 7a^3b^2,$$

միեզբ են։

**18.** Երբ երկու կամ աւելի մասերէ բաղկացեալ ալճէպրայական ձեւ մը յաւելման կամ հանման նշանով կցուած է, կ'ըսուի բազմէղէ, եւ կամ երկու կամ աւելի եղբերէ բաղկացեալ քանակութիւն։ Զարօրինակ՝ $3a - 5b$ եւ $2a^2 - 3bc + 4b^2$ բազմեզբ են։

**19.** Երկու եղբերէ բաղկացեալ բազմեզբ մը՝ կ'ըսուի երկէղէ. եւ երեք եղբերէ բաղկացեալ մը՝ կ'ըսուի երեէղէ։

**20.** Բաղադրիչը ——, կամ փակագիծը ( ),

---

17. Ի՞նչ է միեզբը։ Ե՞ն միեզբ է։
18. Ի՞նչ է բազմեզբ մը։ Ե՞ն բազմեզբ է։
19. Ի՞նչ է երկեզբ մը։ Ի՞նչ է երեքեզբ մը։
20. Ի՞նչ բանի համար կը գործածուի բաղադրիչը։ Կրնա՞ս զանիկայ փակագծով բացատրել։

կը գործածուի ցուցընելու թէ բազմեզրի մը բոլոր եզրերն 'ի միասին առնուած նկատուելու են. ինչպէս՝

$$\text{ա} + \text{բ} + \text{գ} \times \text{բ}, \quad \text{կամ} \quad (\text{ա} + \text{բ} + \text{գ}) \times \text{բ},$$

կը ցուցնէ թէ՝ ա + բ + գ երեքեզրը, բ ով պիտի բազմապատկուի. նաեւ՝ ա + բ + գ × գ + դ + ե, կամ (ա + բ + գ) × (գ + դ + ե), կը ցուցնէ թէ ա + բ + գ երեքեզրը՝ գ + դ + ե երեքեզրով պիտի բազմապատկուի։

Երբ փակագիծը կը գործածուի, բազմապատկութեան նշանը սովորաբար զանց կ'առնուի. ինչպէս՝

$$(\text{ա} + \text{բ} + \text{գ}) \times \text{բ} \quad \text{եւ} \quad (\text{ա} + \text{բ} + \text{գ})\text{բ}$$ նոյն են։

**21.** Եթէ բազմեզրի մը երկու կամ աւելի եզրերը նոյն գրերն ունին, եւ իւրաքանչիւրին մէջի նոյն գրերը նոյն ցուցիչն ունին, այն եզրերը կը կոչուին նման եզրեր.

ինչպէս՝ հետեւեալ բազմեզրին մէջ

$$7\text{ա}\text{բ} + 3\text{ա}\text{բ} - 4\text{ա}^3\text{բ}^2 + 5\text{ա}^3\text{բ}^2,$$

7ա բ, եւ 3ա բ եզրերը նման են. այսպէս են նաեւ —4ա³բ² եւ 5ա³բ² եզրերը, երկուքին մէջ ալ գրերն ու ցուցիչները նոյն ըլլալով։ Բայց 8ա²բ + 7ա բ² երկեզրին մէջ, եզրերը նման չեն. քանզի՝ թէեւ նոյն գրերէն բաղկացեալ են, իւրաքանչիւրին մէջ եղած նոյն գրերը նոյն ցուցիչը չունին։

## ՎԵՐԱԾՈՒԹԻՒՆ ԱԼՃԷՊ ԱՅՍԱՆ ՁԵՒՈՑ

**22.** Երբ բազմեզր մը նման եզրեր կը պարունակէ, աւելի պարզ ձեւի մը կրնայ վերածուիլ։

---

21. Բազմեզրի մը որ եզրերը նման կը կոչուին։ 5ա²բ եւ 6ա²բ² նման՞ն են։ 2ա²բ² եւ 2ա³բ² նման՞ն են։

22. Ի՞նչ է բազմեզրի մը ամենապարզ ձեւը։ Եթէ եզրերը դրական ու նման են, աւելի պարզ ձեւի մը կրնա՞ն վերածուիլ։ Ի՞նչ կերպով։

1. Ինչպէս, 3 աբ + 2 աբ, հաւասար է 5 աբ է։

2. Վերածէ 3 աբգ + 9 աբգ + 2 աբգ բազմեղբը իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. 14 աբգ։

3. Վերածէ աբգ + 4 աբգ + 5 աբգ բազմեղբը իր ամենապարզ ձեւին։

Երբ նման եղբերն իրարու հետ կը գումարենք՝ համարատարիչներուն գումարը կ'առնենք եւ գրաւոր մասն ալ աջ կողմը կը դնենք։ Առաջին եղբին՝ աբգ են համարատարիչը 1 կը հասկցուի, (Յօդ. 12)։

աբգ
4 աբգ
5 աբգ
10 աբգ

23. Բազմեղբի մը այլեւայլ եղբերէն ոմանց առջեւը + նշանը կը դրուի, ոմանց ալ՝ — նշանը։ Առաջինները կը կոչուին գումարելի եղբ, վերջինները՝ բառնալի եղբ։

Երբ բազմեղբի մը առաջին եղբին առջեւը նշան մը չկայ, + նշանով կը հասկցուի։

1. Յովհաննէս 20 խնձոր ունէր եւ 5 ը Սամուէլին տուաւ. քանի՞ մնաց։

Արդ՝ Յովհաննէսին խնձորները ցուցընենք ա ով. անոր Սամուէլին տուածն ալ ցուցընենք բ ով. ան առնն իր քով մնացածը պիտի ցուցուի ա — բ ով։

2. Ըսենք թէ վաճառական մը առեւտուրի գնաց ա թալէրով. ժամանակէ մը ետքը բ թալէր շահեցաւ. ան առնն ո՞րքան ունեցաւ։ Պ. ա + բ։

Եթէ շահելու տեղ կորսնցուցած ըլլար, քանի՞ մնացած պիտի ըլլար։ Պ. ա — բ։

---

25. Ի՞նչ կը կոչուին + նշան ունեցող եղբերը։ Ի՞նչ կը կոչուին — նշան ունեցողները։ Եթէ եղբ մը առաջ նշան մը գրուած չէ, ի՞նչ նշանով կը հասկցուի։ Եթէ գումարելի ու բառնալի նշաններ ունեցող բազմեղբի եղբերը նման են, կրնա՞ն վերածուիլ։ Ըսէ վերածելու կանոնը։ Վերածութիւնը ցուցիչներո՞ւն ալ կը ներդործէ թէ միայն համարատարիչներուն։

Արդ՝ եթէ կորուստը գործի սկսած առնը ունեցած գումարէն աւելի ըլլար, այսինքն՝ եթէ բ ա էն մեծագոյն ըլլար, ան առեն մնայորդին առջեւը նուազ նշանը դրուելու էր ցուցնելու համար թէ բառնալի քանակութիւնը մեծագոյնն է։

Ինչպէս, եթէ 2000 թալէրով գործի սկսէր, եւ 3000 թալէր կորսնցնէր, ան առեն ճշմարիտ տարբերութիւնը — 1000 թալէր կ'ըլլար։

3. Դիցուք թէ վաճառական մը իր առնելիքները գումարելի, եւ պարտքերը բառնալի կը կոչէ։ Արդ՝ եթէ 600 թալէր մէկէ մը առնելիք ունենայ, 800 թալէր ուրիշէ մը, 300 ալ ուրիշ մէկէ մը, եւ 500 թալէր մէկուն պարտք ունենայ, 200 թալէր մէկուն եւ 50 թալէր ուրիշի մը, հաշիւն ինչ պիտի ըլլայ։

Պ. 950 ԹԼԷ. առնելիք։

4. Վերածէ իր ամենապարզ ձեւին հետեւեալ բազմեզրը։

$$3\,ա^2բ + 5\,ա^2բ - 3\,ա^2բ + 4\,ա^2բ - 6\,ա^2բ - ա^2բ$$

| Գումարելի եղէր։ | Բառնալի եղէր։ |
|---|---|
| $+3\,ա^2բ$ | $-3\,ա^2բ$ |
| $+5\,ա^2բ$ | $-6\,ա^2բ$ |
| $+4\,ա^2բ$ | $-\ ա^2բ$ |
| Գումար $+12\,ա^2բ$ | Գումար $-10\,ա^2բ$ |

Լայց $12\,ա^2բ - 10\,ա^2բ = 2\,ա^2բ$։

Ուստի բազմեզրի մը իրարու նման եզրերուն վերածումը հաշուելու հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Գումարէ քոլոր գումարելի եղբերուն հոմաբարդիչները, և անոնց գումարին կցէ գրաւոր մասը. ոյոն կերպով յետոյ բառնալի եղբ մը։

Բ. Փոփոխ հոմաբարդիչը ձեծէն հանէ, և մնացորդէն առաջ դիր ձեծագոյն հոմաբարդիչին նշանը, և առջեւը կցէ գրաւոր մասը։

Ծանօթութիւն. — Դիտելու է որ վերածութիւնը միայն համարատրիչներուն կը ներգործէ, եւ ոչ թէ յուցիչներուն։

ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ իր ամենապարզ ձեւին հետեւեալ բազմեզրը,

$+2m^3bc^2 - 4m^3bc^2 + 6m^3bc^2 - 8m^3bc^2 + 11m^3bc^2$։

Գոյր գումարելի ու բառնալի եզրերուն գումարները զատ զատ. յետոյ գոյր այս գումարներուն տարբերութիւնը, այսպէս,

| Գումարելի եզրք | Բառնալի եզրք |
|---|---|
| $+2m^3bc^2$ | $-4m^3bc^2$ |
| $+6m^3bc^2$ | $-8m^3bc^2$ |
| $+11m^3bc^2$ | |
| $+19m^3bc^2$ | $-12m^3bc^2$ |

ուստի, կ'ունենանք $19m^3bc^2 - 12m^3bc^2 = 7m^3bc^2$։

2. Վերածէ $4m^2b - 8m^2b - 9m^2b + 11m^2b$ բազմեզրը իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $-2m^2b$։

3. Վերածէ $7mbc^2 - mbc^2 - 7mbc^2 + 8mbc^2 + 6mbc^2$ բազմեզրը իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $13mbc^2$։

4. Վերածէ $9cb^3 - 8mc^2 + 15cb^3 + 8cm + 9mc^2 - 24cb^3$ բազմեզրը իր ամենապարզ ձեւին։

Պ. $mc^2 + 8cm$։

Նման եզրերու վերածութիւնը ալճէպրայի յատուկ գործողութիւն մին է։ Այսպիսի վերածութիւններ միշտ կ'ըլլան Ալճէպրայական Յաւելման, Հանման, Բազմապատկման ու Բաժանման մէջ։

---

## ՅԱՒԵԼՈՒՄ

**24.** Ալճէպրայի մէջ յաւելումն այն գործողու-

---

24. Ալճէպրայի մէջ ի՞նչ է յաւելումը։ Ի՞նչ կը կոչուի այսպիսի ամենապարզ և համաչափ ձեւ մը։

թիւնն է որով այլեւայլ ալճէպրայական քանակութեանց ամենապարզ համազօր ձեւը կը դանենք։ Այսպիսի համազօր ձեւ մը այն քանակութեանց գումարը կ'ըսուի։

1. Ի՞նչ է $3մ+2բ$ եւ $-2մ+բ$ բազմեզրերուն գումարը։

Վերածելով եզրերը, ինչպէս Յօդ. 23,

$$\begin{array}{r} 3մ+2բ \\ -2մ+\phantom{2}բ \\ \hline \end{array}$$

գումարը կը դանենք . . . . . $մ+3բ$

2. Եթէ գումարենք հետեւեալ քանակութիւնները,

$$\left\{\begin{array}{r} 3մ \\ 5բ \\ 2գ \\ \hline \end{array}\right.$$

արդիւնքն է . . . . . $3մ+5բ+2գ$

քանակութիւններ՝ որ աւելի պարզ ձեւի մը չենկրնար վերածուիլ։

Դարձեալ, գումարէ հետեւեալ միեզրերը։

$$\left\{\begin{array}{r} 4մ^2բ^3 \\ 2մ^2բ^3 \\ 7մ^2բ^3 \\ \hline \end{array}\right.$$

Յետ վերածելոյ (Յօդ. 23) արդիւնքն է . . $13մ^2բ^3$

3. Դարձեալ հետեւեալ ձեւերուն գումարը։

$$\left\{\begin{array}{r} 2մ^2-4մբ \\ 3մ^2-3մբ+բ^2 \\ 2մբ-5բ^2 \\ \hline \end{array}\right.$$

Յետ վերածելոյ (Յօդ. 23) արդիւնքն է $5մ^2-5մբ-4բ^2$

**25.** Որոշեալ վերնոյն նման ձեռնարկութիւն մը ամէն բազմեզրերու ալ կը պատշաճի, ուստի ալճէպրայական քանակութեանց յաւելման համար հետեւեալ ընդհանուր կանոնը կը մակաբերենք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Գումարելիքներուն նշանները պակէ պակ գրէ այն-

---

25. Ալճէպրայական քանակութեանց յաւելման կանոնն ի՞նչ է։

պէտք որ նոման եղբեր ունենան միևնոյն անուն մեջ իրարու հետ, և իրարմանէ եղբերն իր յատուկ նշանը պարտ :

Բ. Վերցուցէք նոման եղբերը, և այս արդիւնքներուն յատուկ նշաններուն վրայ այն եղբերը որ չունին իրարու վերցուցէք :

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Ի՞նչ է 3մ+, 5մ+, —2մ+, եւ 13մ+ *քանակութիւնց գումարը* : Պ. 19մ+ :

2. Գումարել 4մբ+8մ+ եւ 2մբ—7մ+բ : Պ. 6մբ+մ+բ :

3. Գումարել հետեւեալ բազմեղերները,

3մ²—2բ²—4մբ, 5մ²—բ²+2մբ, եւ 3մբ—3գ²—2բ² :

*3մ² եղերը 5մ²ին նման ըլլալով կը գրենք 8մ², որ երկու եղերուն վերացութեան արդիւնքն է :*

| |
|---|
| 3մ²—4մբ—2բ² |
| 5մ²+2մբ— բ² |
| +3մբ—2բ²—3գ² |
| 8մ²+ մբ—3բ²—3գ² |

*Ապա անցնելով —4մբ եղերին՝ որ նման է +2մբ եւ +3մբի, եւ վերացնելով երեք եղերը՝ կ'ունենանք +մբ, զոր 8մ²էն ետքը կը դնենք : Այնուհետեւ բ²ապարունակող եղերուն անցնելով ասոնց ալ գումարը կը գտնենք որ է —3բ², եւ անոր առջեւը կը գրենք —3գ²:*

| (4) | (5) | (6) | (7) |
|---|---|---|---|
| մ | 6մ | 5մ | 3մբ |
| մ | 5մ | 5բ | 5մբ |
| 2մ | 11մ | 5մ+5բ | 8մբ |

| (8) | (9) | (10) |
|---|---|---|
| 7մբգ+9մ+ | 8մ+3բ | 12մ—6գ |
| —3մբգ—3մ+ | 5մ+—9բ | —3մ—9գ |
| 4մբգ+6մ+ | 13մ+—6բ | 9մ—15գ |

(11)

$$\begin{array}{r} 6x - 8y \\ -7x - 9y \\ x + 17y \\ \hline 0 \qquad 0 \\ \hline \end{array}$$

(12)

$$\begin{array}{r} 3x + z + s \\ x - 3z - s \\ x - x + 3z \\ \hline x + 4z \\ \hline \end{array}$$

(13)

$$\begin{array}{r} 7t + 3x + 3z \\ -3t - 3x - 5z \\ 5t - 9x - 9z \\ \hline 9t - 9x - 11z \\ \hline \end{array}$$

(14)

$$\begin{array}{r} 8t^2 + 9xt + 13x^2y^2z^2 \\ -7t^2 - 13xt + 14x^2y^2z^2 \\ -4t^2 + 4xt - 20x^2y^2z^2 \\ \hline -3t^2 + 0 + 7x^2y^2z^2 \\ \hline \end{array}$$

(15)

$$\begin{array}{r} 7t - 9b + 5u + 3 - z \\ - t - 3b \qquad - 8 - z \\ - t + b - 3u + 1 + 7z \\ -2t + 6b + 3u - 1 - z \\ t + 8b - 5u + 9 - z \\ \hline 4t + 3b + 0 + 4 + 3z \\ \hline \end{array}$$

(16)

$$\begin{array}{r} 8x + y \\ 2x - y + z \\ -3x + y \qquad + 2v \\ -6y - 3z + 3v \\ -5x \qquad + 7z - 8v \\ \hline 2x - 5y + 5z - 3v \\ \hline \end{array}$$

17. Գումարել $7x^2y - 3xyz - 8y^2z - 9z^3 + zv^2$, $8xyz - 5x^2y + 3z^3 - 4y^2z + zv^2$ եւ $4x^2y - 8z^3 + 9y^2z - 3v^3$։

պ. $6x^2y + 5xyz - 3y^2z - 14z^3 + 2zv^2 - 3v^3$։

18. Գումարել $5x^2yz + 6yt - 4xz$, $-3x^2yz - 6yt + 4xz$, $-xz + 9yt + 2x^2yz$, $+6xz - 8yt + 6x^2yz$։

պ. $10x^2yz + yt + 5xz$։

19. Գումարել $4x^3y^2z - 16x^4t - 9xt^3v$, $+6x^3y^2z - 6xt^3v + 17x^4t$, $+16xt^3v - x^4t - 9x^3y^2z$։

պ. $x^3y^2z + xt^3v$։

20. Գումարել $ա բ + 3գ - դ - ե$, $-6գ - 3դ + 11ե + զտ$, եւ $+3գ + 4դ - 10ե + ինկ$:

Պ. $ա բ + զտ + ինկ$:

21. Գումարել $19ա^2գ^3 բ - 12ա^3 գ բ$, $5ա^2գ^3 բ + 14ա^3 գ բ - 10ա գ$, $-2ա^2գ^3 բ - 12ա^3 գ բ$, եւ $-18ա^2գ^3 բ - 12ա^3 գ բ + 9ա գ$:

Պ. $4ա^2գ^3 բ - 22ա^3 գ բ - ա գ$:

22. Գումարել $3ա + բ + գ$, $5ա + 2բ + 3ա գ$, $ա + գ + ա գ$, եւ $-3ա - 9ա գ - 8բ$:

Պ. $6ա - 5բ + 2գ - 5ա գ$:

23. Գումարել $5ա^2 բ + 6գ գ + 9բ գ^2$, $7գ գ - 8ա^2 բ$, եւ $15գ գ - 9բ գ^2 + 2ա^2 բ$:

Պ. $-ա^2 բ - 2գ գ$:

24. Գումարել $8ա գ + 5ա բ + 3ա^2 բ^2 գ^2$, $-18ա գ + 6ա^2 + 10ա բ$, եւ $10ա գ - 15ա բ - 6ա^2 բ^2 գ^2$:

Պ. $-3ա^2 բ^2 գ^2 + 6ա^2$:

25. Գումարել $3ա^2 + 5ա^2 բ^2 գ^2 - 9ա^3 գ$, $7ա^2 - 8ա^2 բ^2 գ^2 - 10ա^3 գ$, եւ $10ա բ + 16ա^2 բ^2 գ^2 + 19ա^3 գ$:

Պ. $10ա^2 + 13ա^2 բ^2 գ^2 + 10ա բ$:

---

## ՀԱՆՈՒՄ

**26.** *Ալճէպրայի մէջ հանումն այն գործողութիւնն է, որով երկու ալճէպրայական քանակութեանց ամենապարզ տարբերութիւնը կը գտնենք:*

*Ինչպէս, $6ա$-ի եւ $3ա$-ի մէջտեղի տարբերութիւնը կը ցուցուի այսպէս* $6ա - 3ա = 3ա$.
*Եւ $7ա^3 բ$-ի ու $3ա^3 բ$-ի մէջտեղի տարբերութիւնը՝ այսպէս* $7ա^3 բ - 3ա^3 բ = 4ա^3 բ$:

---

26. Ալճէպրայի մէջ ի՞նչ է հանումը: Եթէ քանակութիւնները դրական ու նման են, տարբերութիւնն ի՞նչպէս կը գտնուի: Երբ նման չեն, տարբերութիւնն ի՞նչպէս կը ցուցուի:

Նմանապէս՝ 4ա-ի եւ 3բ-ի մէջ ունեցի տարբերութիւնը կը ցուցուի 4ա — 3բ։ Ուստի,

Եթէ տարակոյսներ ունենք թէ արդեօք տրուած նշանները հաստատ արդիւնքը հանե, և արդիւնքոյն ունեցածը ինչ գրաւորը նշանը։ Եթէ նշան չենք, քաղաքալի տարակոյս նոյնաց նշանը դիր։

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| 3ա-բ է | 6ա+ | 9ա-բ-գ |
| 2ա-բ հանէ | 3ա+ | 7ա-բ-գ |
| ա-բ կը մնայ | 3ա+ | 2ա-բ-գ |

| (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|
| 16ա²-բ²-գ է | 17ա³-բ³-գ | 24ա²-բ²+ |
| 9ա²-բ²-գ հանէ | 3ա³-բ³-գ | 7ա²-բ²+ |
| 7ա²-բ²-գ կը մնայ | 14ա³-բ³-գ | 17ա²-բ²+ |

| (7) | (8) | (9) |
|---|---|---|
| 3ա+ է | 4ա-բ+ | 2ա-ն |
| 8գ հանէ | 9ա-գ | ա+ |
| 3ա+ — 8գ կը մնայ | 4ա-բ+ — 9ա-գ | 2ա-ն — ա+ |

27. Հանէ . . . . . 4ա է
Հետեւեալ եղրակը . . . . . 2բ — 3գ
եւ ասոնց տարբերութեան ձեւն է . 4ա — (2բ — 3գ)

Արդ պէտք է գիտնալ թէ 2բ-ի եւ 3գ-ի մէջ ունեցի պարբերոյն է որ 4ա-էն պիտի հանուի։

Ուստի եթէ գրենք . . . . . 4ա — 2բ, ան ատեն 3գ-ի մէջ քանի միւսն որ կայ այնքան

27. Եթէ 4ա-էն 2բ—3գ հանենք, ի՞նչ ընելու ենք։ Եթէ 4ա-էն 2բ-ը հանես, շատ առած կ'ըլլա՞ս։ Ուստի պակասն ի՞նչպէս լեցընելու է։

աւելի առած կ'ելլանք. ուստի ճշմարիտ մնացորդը գտնելու համար՝ 3գ-ը գումարուելու է, որ է . . $4ա-2բ+3գ$:

Այս օրինակը թուանշանով բացատրելու համար՝ ենթադրենք թէ $ա=5$, $բ=5$, եւ $գ=3$. ան ատեն պիտի ունենանք . . . . . $4ա=20$, եւ . . . . . $2բ-3գ=10-9=1$ որ կը գրուի. . . $4ա-(2բ-3գ)=20-1=19$:

Հոս կը պահանջուի որ 20 էն 1 հանենք: Ուրեմն եթէ $4ա=20$ էն $2բ=10$ հանենք, յայտնի է թէ $3գ=9$ աւելի հանած կ'ելլանք. ուստի ճշմարիտ մնացորդը գտնելու համար պէտք է 9 յաւելուլ:

**28.** Ուստի ալճէպրայական քանակութեանց հանմանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք:

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Հանուելոյ փանակոյթիանը նոյնպէս է փանակոյթեան պոկը գրէ, նման եղբերը իրարու պոկ դնելով:

Բ. Հանուելոյ փանակոյթեան քոլոր եղբերուն նշանները փոխէ, կամ փոխուած ըմբռնէ, և ան ապէն ամենապարզ ձեւին վերածէ, ինչպէս գումարման մէջ:

### ՕՐԻՆԱԿՔ

(1)

$6ամ-5բմ+գ^2$ էն
$5ամ+5բմ+7գ$ հանէ

մնայ $5ամ-8բմ+գ^2-7գ$

(1)

$6ամ-5բմ+գ^2$
$-5ամ-5բմ-7գ$

$5ամ-8բմ+գ^2-7գ$

Ասիկիկ դիտելի է, հանման մէջ ինչպէս գումարման մէջ:

(2)

$6ամ-ա+3բ^2$ էն
$9ամ-գ+բ^2$ հանէ

մնայ՝ $-3ամ-ա+գ+2բ^2$

(3)

$6գ-3գ^2+5բ$
$գ-3+ա$

$5գ-3գ^2+3+5բ-ա$

28. Ի՞նչ է Ալճէպրայական քանակութեանց յաւելման կանոնը:

| (4) | (5) |
|---|---|
| $5ա^3 - 4ա^2բ + 3բ^2գ$ էն | $4ա^2բ - գդ + 3ա^2$ |
| $-2ա^3 + 3ա^2բ - 8բ^2գ$ հանէք | $5ա^2բ - 4գդ + 3ա^2 + 5բ^2$ |
| $7ա^3 - 7ա^2բ + 11բ^2գ$ | $-ա^2բ + 3գդ - 5բ^2$ |

6. Հանէք $6ա^2 + ե$ էն $3ա^2 - զ$։ Պ. $3ա^2 + զ + ե$։

7. Հանէք $3ա + զ$ էն $3ա + ե$։ Պ. $+ ե$։

8. Հանէք $7ա^2բ^2 - զ^2$ էն $18ա^2բ^2 + զ^2$։
Պ. $-11ա^2բ^2 - 2զ^2$։

9. Հանէք $-ա - 5բ + 7գ - դ$ էն $4բ - գ + 2դ + 2ք$։ Պ. $-ա - 9բ + 8գ - 3դ - 2ք$։

10. Հանէք $-3ա + բ - 8գ + 7ե - 5ֆ + 3հ - 7զ - 13ե$ էն $ք + 2ա - 9գ + 8ե - 7զ + 7ֆ - ե - 3ղ - ք$։
Պ. $-5ա + բ + գ - ե - 12ֆ + 3հ - 12ե + 3ղ$։

11. Հանէք $ա^3 + 3բ^2գ + ա^2բ - ա^2գ$ էն $բ^3 + ա^2բ - ա^2գ$։ Պ. $ա^3 + 3բ^2գ - բ^3$։

12. Հանէք $12զ + 6ա - 4բ + 40$ էն $4բ - 3ա + 4զ + 6դ - 10$։ Պ. $8զ + 9ա - 8բ - 6դ + 50$։

13. Հանէք $2զ - 3ա + 4բ + 6գ - 50$ էն $9ա + զ + 6բ - 6գ - 40$։ Պ. $զ - 12ա - 2բ + 12գ - 10$։

14. Հանէք $6ա - 4բ - 12գ + 12զ$ էն $2զ - 8ա + 4բ - 6գ$։ Պ. $14ա - 8բ - 6գ + 10զ$։

15. Հանէք $8ա^2բգ - 12բ^3ա + 6գզ - 7զե$ էն $7գզ - զե - 13բ^3ա$։ Պ. $8ա^2բգ + բ^3ա - գզ - 6զե$։

29. Բազմեցը քանակութիւնները զանազան այլաձևութիւններ կրնան ունենալ՝ հանման կանոնով։

Առաջին օրինակ . . . $6ա^2 - 3ա^2բ + 2բ^2 - 2բգ$,
Կ'ըլայ . . . . . $6ա^2 - (3ա^2բ - 2բ^2 + 2բգ)$։

---

29. Ի՞նչպէս կրնաս փոխել բազմեցքի մը ձևը։

Երկրորդ . . . . . $7ա^3 - 8ա^2բ - 4բ^2գ + 6բ^2$,
Կ'ըլայ . . . . . $7ա^3 - (8ա^2բ + 4բ^2գ - 6բ^2)$,
Կամ դարձեալ . . . . $7ա^3 - 8ա^2բ - (4բ^2գ - 6բ^2)$։
Երրորդ . . . . . $8ա^3 - 7բ^2 + գ - դ$,
Կ'ըլայ . . . . . $8ա^3 - (7բ^2 - գ + դ)$։
Չորրորդ . . . . . $9բ^3 - ա + 3ա^2 - դ$,
Կ'ըլայ . . . . . $9բ^3 - (ա - 3ա^2 + դ)$։

**30.** Մանրախոսութիւն. — Յաւելման եւ հանման վրայով մինչեւ ցարդ ըսուածներէն՝ հետեւեալ սկզբունքները կը մակաբերենք։

Ա. Ալճէպրայի մէջ յաւելուլ բառը միշտ առաւելութիւն չի նշանակեր, ինչպէս որ կը նշանակէ թուաբանութեան մէջ. ոչ ալ գումար բառը կը նշանակէ որեւէ յաւելեալ թիւերէ թուականապէս մեծագոյն թիւ մը։ Զանգի՝ եթէ $ա$ ի վրայ — $բ$ յաւելունք, կ'ունենանք $ա - բ$, որ ճշդիւ խօսելով՝ $ա$ ով ու $բ$ ով ներկայացուած միութեանց թիւերուն մէջտեղի տարբերութիւնն է։ Հետեւապէս՝ այս արդիւնքը թուականապէս $ա$ էն փոքրագոյն է։ Այս գումարը թուաբանական գումարէն որոշելու համար, ալճէպրայական գումար կ'ըսուի։

Ինչպէս՝ $2ա^2 - 3ա^2բ + 3բ^2գ$ բազմերդը՝ $2ա^2$, — $3ա^2բ$ եւ $3բ^2գ$ միերդներուն ալճէպրայական գումարն է, իրենց յատուկ նշաններովը. ասկայն թուական տոմարի՝ գումարելի եղրերուն մէջ պարունակեալ միութեանց գումարներուն, ու բառնալի եղրերուն մէջ պարունակեալ միութեանց գումարներուն մէջտեղի թուաբանական տարբերութիւնն է։

Ասկէ կը հետեւի թէ ալճէպրայական գումար մը թուական գործածութեամբ՝ կրնայ բացասական թուոյ մը վերածուիլ։

---

30. Ալճէպրայի մէջ յաւելուլ եւ գումար բառերը նոյն նշանակութիւնն ունին ինչպէս թուաբանութեան մէջ։ Ի՞նչ է ալճէպրայական գումարը 9 եւ —4ի։ Ալճէպրայական գումար մը կրնայ բացասական ըլլալ։ Ալճէպրայի մէջ հանում բառը միշտ նուազում կը նշանակէ.

Բ. Ալճէպրայի մէջ հանում բառը միշտ նուազում չի նշանակեր. ոչ ալ պրոբիեբոնի բառը կը նշանակէ բառնալի թիւէն թուականապէս փոքրագոյն թիւ մը. քանզի՝ + ու եւ — ի մէջտեղի թուական տարբերութիւնը ու + ի ըլլալով, ու էն աւելի է։ Այս արդիւնքը ալճէպրայական տարբերութիւն մին է, եւ կրնանք դնել հետեւեալ ձեւով,

$$ու - (-ի) = ու + ի։$$

---

## ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

31. Եթէ մարդ մը օրը ու թալէր կը շահի, 6 օրը ոչչափ կը շահի։ Հոս պարզապէս ու թիւը 6 անգամ առնուելու է. եւ ան առեն շահածը պիտի ըլլայ 6ու։

1. Եթէ կանգուն մը ատուի ֆ թալէր է, տասը կանգունն ինչ պիտի ըլլայ։ Պ. 10ֆ թալէր։

2. Եթէ գլխարկ մը 9 թալէր կ'արժէ, ֆ գլխարկն ինչ պիտի արժէ։ Պ. 9ֆ թալէր։

3. Եթէ զոյգ մը ձեռնոց ու սէնթ կ'արժէ, ի զոյգն ինչ կ'արժէ։

Հոս յայտնի է որ արժէքը կը գտնուի՝ ու մէջ պարունակուած միաւորներուն ի անգամ կրկնելով. ուստի արժէքն է ուի սէնթ. եւ կը հետեւցնենք թէ՝

Ալճէպրայի մէջ բազմապատկումն կ'ըսուի այն գործողութիւնը, որով բազմապատկելի կոչուած փանակումն մը կը կրկնուի այնքան որքան մեծութեան կայ բազմապատկիչ կոչուած փանակումն մէջ։

32. Եթէ մարդու մը եկամուտը շաբաթը 3ու թալէր է, 4ի շաբթուան մէջ ոչչափ պիտի ըլլայ։

---

51. Ի՞նչ է բազմապատկութիւնը։
52. Փանորդականաց դասաւորութիւնը փոխուելով արտադրեալը կը փոխուի՞։

Հոս 3մ թալէրը կրկնելու ենք 4բ շաբաթներուն մէջ պարունակուած միութիւններով. ուստի արտադրեալը հաւասար է,

$$3մ \times 4բ = 12մբ:$$

Եթէ ենթադրենք մ = 4 եւ բ = 3, արտադրեալը հաւասար պիտի ըլլայ 144 ի:

Ծանօթութիւն: — Յայտնի է թէ 12մբ արտադրեալին արժէքը չի փոխուիր քանորդականաց դասաւորութիւնը փոխելով. այսինքն՝ միևնոյն բանն են, 12մբ եւ մբ × 12, եւ բմ × 12, եւ մ × 12 × բ.

33. Սրդ բազմապատկենք $3մ^2բ^2$, $2մ^2բ$ ով, որ կրնայ գրուիլ հետեւեալ ձեւով,

$$3մ^2բ^2 \times 2մ^2բ = 3 \times 2ммммբբբ.$$

որուն մէջ մ չորս անգամ քանորդական է, եւ բ՝ երեք անգամ. ուստի (յօդ. 13),

$$3մ^2բ^2 \times 2մ^2բ = 3 \times 2ммммբբբ = 6մ^4բ^3,$$

որուն մէջ՝ համարատրիչները կը բազմապատկեն, եւ նոյնն գրեր ցուցիչները կը գումարեն:

Ուստի միեզրի քանակութեանց բազմապատկութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք:

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմապատկէ համարատրիչները իրարու հետ նոր համարատրիչ մը համար:

Բ. Գրէ այս համարատրիչին երեսը բազմապատկելոյն եւ բազմապատկիչին մէջ եղած բոլոր գրերը, իւրաքանչիւր գրին երեսուն ցուցիչներուն գումարը ցուցիչ մը պնելով:

---

55. Միեզրները բազմապատկելու ատեն, համարատրիչներն ի՞նչ ընելու է: Ի՞նչ ընելու է նոյն գրերուն ցուցիչները: Միեզերաց բազմապատկութեան կանոնն ի՞նչ է:

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. $8ա^3բգ^2 \times 7աբդ^2 = 56ա^3բ^2գ^2դ^2$ ։
2. $21ա^3բ^2գդ \times 8աբգ^3 = 168ա^4բ^3գ^4դ$ ։
3. $4աբգ \times 7դզ = 28աբգդզ$ ։

(4)
$3ա^2բ$ բազմապատկէ
$2ա^2բ$ ով
$6ա^4բ^2$

(5)
$12ա^2+$
$12+^2ե$
$144ա^2+^3ե$

(6)
$6+ե$
$աե^2$
$6ա+ե^3$

7. Բազմապատկէ $5ա^3բ^2+^2$, $6գ^5+^6$ ով։
Պ. $30ա^3բ^2գ^5+^8$ ։
8. Բազմապատկէ $10ա^4բ^5գ^8$, $7ագդ$ ով։
Պ. $70ա^5բ^5գ^9դ$ ։
9. Բազմապատկէ $9ա^3բ+ե$, $9ա^3բ+ե$ ով։
Պ. $81ա^6բ^2+^2ե^2$ ։
10. Բազմապատկէ $36ա^8բ^7գ^6դ^5$, $20աբ^2գ^3դ^4$ ով։
Պ. $720ա^9բ^9գ^9դ^9$ ։
11. Բազմապատկէ $20ա^5բ^5գդ$, $12ա^2+^2ե$ ։
Պ. $240ա^7բ^5գդ+^2ե$ ։
12. Բազմապատկէ $8ա^3բ^3ե^4$, $7ա^4բ+ե^5$ ով։
Պ. $56ա^7բ^4+ե^9$ ։
13. Բազմապատկէ $51ա^2ե^2+^2$, $9ա^2բգ^2+^5ե$ ով։
Պ. $459ա^4բգ^2+^7ե^3$ ։
14. Բազմապատկէ $64ա^3ֆ^5+^4եզ$, $8աբ^2գ^3$ ով։
Պ. $512ա^4բ^2գ^3ֆ^5+^4եզ$ ։
15. Բազմապատկէ $9ա^2բ^2գ^2դ^2$, $12ա^3բ^4գ^6$ ով։
Պ. $108ա^5բ^6գ^8դ^3$ ։
16. Բազմապատկէ $216աբ^7գ^3դ^8$, $3ա^3բ^2գ^5$ ով։
Պ. $648ա^4բ^9գ^8դ^8$ ։
17. Բազմապատկէ $70ա^8բ^7գ^4դ^2ֆ+$, $12ա^7բ^5գ^3դ+^2ե^3$ ով։
Պ. $840ա^{15}բ^{12}գ^7դ^3ֆ+^3ե^3$ ։

**34.** Արդ գանք երկու բազմեղրերու բազմապատկութեան ամենէն ընդհանուր կերպը քննելու։

Թող ա ցուցընէ բազմապատկելոյն բոլոր գումարելի եղրերուն գումարը, եւ —բ բառնալի եղրերուն գումարը։ Թող գ ցուցընէ բազմապատկչին գումարելի եղրերուն գումարը, եւ —դ բառնալի եղրերուն գումարը։ Ան ատեն՝ բազմապատկելին կը ցուցուի ա—բ ով, եւ բազմապատկիչը գ—դ ով։ Արդ կը պահանջուի որ ա—բ այնքան առնուի, որքան միութիւն կայ գ—դ ի մէջ։

Նախ ա—բ առնենք այնքան որքան գ ի մէջ միութիւն կայ։

Կը տեսնենք ա գ գրելով, որ բ անդամ գ ի չափ մեծ է, քանզի ա ի ու բ ի մէջ տեղի պարբերութիւն է միայն որ գ անգամ պիտի առնուի։ Ուստի՝ ագ—բգ, գ ով բազմապատկեալ ա—բ ի արտադրեալն է։

ա—բ
գ—դ
աբգ—բբգ
—աբդ+բբդ
աբգ—բբգ—աբդ+բբդ

Բայց որովհետեւ ա—բ այնքան պիտի առնուի, որքան միութիւն կայ գ եւ դ ի պարբերութեանը մէջ, ուստի՝ աբգ—բբգ արտադրեալը՝ դ անգամ ա—բ ի չափ մեծ է։ Բայց ա—բ՝ դ անգամ առնելով կ'ելլայ աբդ—բբդ։ Հանելով սա արտադրեալը աբգ—բբգ էն (ցոյց. 28), կ'ունենանք

(ա—բ)×(գ—դ)=աբգ—բբգ—աբդ+բբդ։

**35.** Ուստի, նշաններու համար հետեւեալ կանոնն ունինք.

Երբ քառակուսիներուն եւ քառակուսիներէն երկու երբէք նման նշաններ ունին, անոնց արտադրեալը + նշանը

---

55. Ի՞նչ կ'ելլայ +ը +ով բազմապատկելով։ Ի՞նչ +ը՝ —ով։ Ի՞նչ —ը +ով։ Ի՞նչ —ը —ով։ Ի՞նչ է բազմեղրերու բազմապատկութեան կանոնը։

կ'ունենայ. և եթէ պոքէնք նշանները ունին, անոնց արտադրեալը — նշանը կ'ունենայ։

Վասնորոյ՝ այնէպրայական լեզուով կ'ըսենք, թէ + բազմապատկեալ + ով, կամ — բազմապատկեալ — ով՝ + կ'ելլայ. — բազմապատկեալ + ով, կամ + բազմապատկեալ — ով՝ — կ'ելլայ։

Ուստի՝ բազմերդրերու բազմապատկութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Բազմապատկէ բազմապատկելոյն բոլոր եղբերը բազմապատկելին ամէն մէկ եղբովը, յետոյ ընէ ամէն մէկ բազմապատկուածներուն նշանները արտադրեալը ունենալ նշան ունի, և արտքէ նշանները՝ նոյնպէս։ Յետոյ վերածէ ելած բազմերդը իր ամենապարզ յիշին։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Բազմապատկէ . . . $2x + 3x^2$

. . . . . $3x - x^2$

Արտադրեալը. . . . $6x^2 + 9x^3$

$- 2x^3 - 3x^4$

վերածուելով կ'ելլայ . . $6x^2 + 11x^3 - 3x^4$

2. $x^4 - 2x^3$ բազմապատկէ $x - x^2$։

պ. $x^5 - 2x^3 - x^4 + 2x^4$։

3. $x^2 - 3x - 7$ բազմապատկէ $x - 2$ով։

պ. $x^3 - 5x^2 - x + 14$։

4. $3x^2 - 5x^3 + 2x^2$ բազմապատկէ $x^2 - 7x^3$ով։

պ. $3x^4 - 26x^3 + 37x^2 - 14x^3$։

5. $x^4 - 2x^3y + 4x^2y^2 - 8xy^3 + 16y^4$ բազմապատկէ $x + 2y$ով։

պ. $x^5 + 32y^5$։

6. $2x + 4y$ բազմապատկէ $2x - 4y$ով։

պ. $4x^2 - 16y^2$։

8. $2ա^2 - 3ա բ + 4բ^2$ բազմապատկէ $5ա^2 - 6ա բ - 2բ^2$ ով։ պ. $10ա^4 - 27ա^3 բ + 34ա^2 բ^2 - 18ա բ^3 - 8բ^4$։

9. $3բ^2 - 2բգ + 5$ բազմապատկէ $բ^2 + 2բգ - 3$ ով։
պ. $3բ^4 + 4բ^3 գ - 4բ^2 - 4բ^2 գ^2 + 16բ գ - 15$։

10. $3բ^3 + 2բ^2 գ^2 + 3գ^2$ բազմապատկէ $2բ^3 - 3բ^2 գ^2 + 5գ^3$ ով։ պ. $\begin{cases} 6բ^6 - 5բ^5 գ^2 - 6բ^4 գ^4 + 6բ^3 գ^2 + \\ 15բ^3 գ^3 - 9բ^2 գ^4 + 10բ^2 գ^5 + 15գ^5 \end{cases}$։

11. $8ա բ - 6ա գ - գ$ բազմապատկէ $2ա բ + ա գ + գ$ ով։
պ. $16ա^2 բ^2 - 4ա^2 գ բ - 6ա^2 գ^2 + 6ա գ բ - 7ա գ գ - գ^2$։

12. $3ա^2 - 5գ^2 + 3գ^2$ բազմապատկէ $ա^2 - գ^2$ ով։
պ. $3ա^4 - 8ա^2 գ^2 + 3ա^2 գ^2 + 5գ^4 - 3գ^2 գ^2$։

13. $բ^3 + 2բ^2 + բ + 3$ բազմապատկէ $3բ + 1$ ով։
պ. $3բ^4 + 7բ^3 + 5բ^2 + 10բ + 3$։

## 36. Ալճէպրայական բազմապատկութեան նիւթը պիտի վերջացընենք՝ քանի մը յաճախ գործածուած արդեանց վրայ ծանօթութիւն տալով։

Արդ դանենք $(ա + գ)$ երկեղբին երկրորդ կարողութիւնը, կամ քառակուսին։ Ծանօթ սկզբունքներէ կ'ունենանք,

$(ա + գ)^2 = (ա + գ)(ա + գ) = ա^2 + 2ա գ + գ^2$. այսինքն՝ Երկու անանիշներուն գումարին քառակուսին հաւասար է առաջնոյն քառակուսւոյն, աստանէ՝ առաջնոյն և երկրորդին արտադրեալոյն կրկնապատիկը, աստանէ՝ երկրորդին քառակուսին։

1. Քառակուսէ $2ա + 3գ$։ Ըստ կանոնի կ'ունենանք, $(2ա + 3գ)^2 = 4ա^2 + 12ա գ + 9գ^2$։

2. $(5ա գ + 3ա գ)^2 = 25ա^2 գ^2 + 30ա^2 գ գ + 9ա^2 գ^2$։

3. $(5ա^2 + 8ա^2 գ)^2 = 25ա^4 + 80ա^4 գ + 64ա^4 գ^2$։

7. $բ^3 + բ^2 գ + բ գ^2 + գ^3$ բազմապատկէ $բ - գ$ ով։
պ. $բ^4 - գ^4$։

---

36. Երկու քանակութեանց գումարին քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։

**37.** *Քառակուսելով* $ա - բ$*ի տարբերութիւնը՝ կ'ունենանք* $(ա - բ)^2 = (ա - բ)(ա - բ) = ա^2 - 2աբ + բ^2$. *այսինքն՝*

Երկու քանակութեանց մեծագոյնի քառակուսին հաւասար է մեծագոյնի քառակուսւոյն, նոյնպէս նուազագոյնի և երկրորդին արտադրեալոյն կրկնապատիկը, ապա՝ երկրորդին քառակուսին։

1. Քառակուսէ $2ա - բ$։ Կ'ունենանք

$$(2ա - բ)^2 = 4ա^2 - 4աբ + բ^2։$$

2. Քառակուսէ $4ագ - բգ$։ Կ'ունենանք

$$(4ագ - բգ)^2 = 16ա^2գ^2 - 8աբգ^2 + բ^2գ^2։$$

3. Քառակուսէ $7ա^2բ^2 - 12աբ^3$։ Կ'ունենանք

$$(7ա^2բ^2 - 12աբ^3)^2 = 49ա^4բ^4 - 168ա^3բ^5 + 144ա^2բ^6։$$

**38.** $ա + բ$ *բազմապատկէ* $ա - բ$*ով։ Կ'ունենանք*

$$(ա + բ) \times (ա - բ) = ա^2 - բ^2։$$ *Ուստի,*

Երկու քանակութեանց գումարը՝ իրենց տարբերութեանը բազմապատկեալ, հաւասար է իրենց քառակուսիներու տարբերութեանը։

1. $2գ + բ$ *բազմապատկէ* $2գ - բ$*ով։ Կ'ունենանք*

$$(2գ + բ) \times (2գ - բ) = 4գ^2 - բ^2։$$

2. $9ագ + 3բգ$ *բազմապատկէ* $9ագ - 3բգ$*ով։ Կ'ունենանք* $(9ագ + 3բգ)(9ագ - 3բգ) = 81ա^2գ^2 - 9բ^2գ^2$։

3. $8ա^3 + 7աբ^2$ *բազմապատկէ* $8ա^3 - 7աբ^2$*ով։ Կ'ունենանք* $(8ա^3 + 7աբ^2)(8ա^3 - 7աբ^2) = 64ա^6 - 49ա^2բ^4$։

ԲԱԶՄԵԶՐԵՐԸ ԻՐԵՆՑ ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆՆԵՐՈՒՆ ՎԵՐԼՈՒԾԵԼ.

**39.** *Երբեմն պէտք կ'ըլլայ բազմեզրի մը քա-*

---

38. Երկու քանակութեանց տարբերութեանը քառակուսին՝ ինչի՞ հաւասար է։

39. Երկու քանակութեանց գումարն իրենց տարբերութիւնովը բազմապատկեալ՝ ինչի՞ հաւասար է։

Նորդականները դնել, կամ բազմեզր մը իր քանորդականներուն վերլուծել։ Ինչպէս՝ եթէ ունինք հետեւեալ բազմեզրը,

$$մգ + մբ + մդ,$$

կը տեսնենք թէ մ հաստատակաց քանորդական մըն է. այսինքն ամէն մէկ եզրին մէջ կը գտնուի. ուստի հետեւեալ ձեւով կրնանք դնել

$$մ(գ + բ + դ)։$$

1. Գտէր $մ^2բ^2 + մ^2դ + մ^2զ$ ի քանորդականները։
Պ. $մ^2(բ^2 + դ + զ)$։

2. Գտէր $3մ^2բ + 6մ^2բ^2 + բ^2դ$ ի քանորդականները։
Պ. $բ(3մ^2 + 6մ^2բ + բդ)$։

3. Գտէր $3մ^2բ + 9մ^2գ + 18մ^2զ$ ի քանորդականները։
Պ. $3մ^2(բ + 3գ + 6զ)$։

4. Գտէր $8մ^2գզ - 18մգզ^2 + 2մգ^5զ - 30մ^6գ^9զ$ ի քանորդականները։
Պ. $2մգ(4մզ - 9զ^2 + գ^4զ - 15մ^5գ^8զ)$։

5. Գտէր $մ^2 + 2մբ + բ^2$ ի քանորդականները։
Պ. $(մ + բ) \times (մ + բ)$։

6. Գտէր $մ^2 - բ^2$ ի քանորդականները։
Պ. $(մ + բ) \times (մ - բ)$։

7. Գտէր $մ^2 - 2մբ + բ^2$ ի քանորդականները։
Պ. $(մ - բ) \times (մ - բ)$։

---

## ԲԱԺԱՆՈՒՄ

40. Ալճէպրայի մէջ բաժանում՝ այն գործողութիւնն է, որով երկու ալճէպրայական ձեւերէ երրորդ մը կը գտնենք, որ երկրորդին հետ բազմա-

---

40. Ի՞նչ է Ալճէպրայի մէջ բաժանումը։ Ի՞նչ է միեզրերը բաժնելու կանոնը։

արտակուելով՝ արտադրեալը առաջնոյն հաւասար կ'ելլայ։ Առաջինը կ'ըսուի բաժանելի, երկրորդը՝ բաժանարար, եւ երրորդը՝ քանորդ։

1. $72մ^5$ կը բաժնենք $8մ^3$ով այսպէս.

$$\frac{72մ^5}{8մ^3}$$

Հոս երրորդ միեզը մը գտնելու ենք, որ երկրորդին հետ բազմապատկուելով՝ առաջնոյն հաւասար ելլայ։ Յայտնի է թէ երրորդ միեզրն է $9մ^2$։ Ուստի

$$\frac{72մ^5}{8մ^3}=9մ^2.\ \text{քանզի},\ 8մ^3\times 9մ^2=72մ^5։$$

$9մ^2$ քանորդը կ'ունենանք՝ բաժանելոյն համարատիչը բաժանարարին համարատիչովը բաժնելով, և նոյն գիրն յոյժինները իրարմէ հանելով։

Եւեւ՝ $$\frac{35մ^3բ^2գ}{7մբ}=5մ^{3-1}բ^{2-1}գ=5մ^2բգ,$$

քանզի $$7մբ\times 5մ^2բգ=35մ^3բ^2գ։$$

Դարձեալ՝ $$\frac{56մ^4բ^2գ^2}{8մ^3բգ}=7մբգ։$$

Ուստի՝ միեզրերու բաժանման համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բաժնէ բաժանելոյն համարատիչը բաժանարարին համարատիչովը՝ որ համարատիչ մը համար։

Բ. Այս որ համարատիչին առջեւը գիր է բաժանելոյն բուլոր գիրերը, ամէն մէկուն բաժանելոյն մէջ էր ունեցած յոյժը բաժանարարին մէջ ունեցածէն ուրիշ որ մեծ է, այն տարբերութեան հաւասար յոյժ մը տալով։

Այս կանոնին համեմատ կը գտնենք.

$$\frac{48մ^3բ^3գ^2դ}{12մբ^2գ}=4մ^2բգդ.\ \text{եւ}\ \frac{150մ^5բ^8գդ^3}{30մ^3բ^5դ^2}=5մ^2բ^3գդ։$$

1. $16x^2$ բաժնէ $8x$ ով։ Պ. $2x$։
2. $15mx^2y^3$ բաժնէ $3my$ ով։ Պ. $5x^2y^2$։
3. $84mb^3x$ բաժնէ $12b^2$ ով։ Պ. $7mbx$։
4. $36m^4b^5c^2$ բաժնէ $9m^3b^2c$ ով։ $4mb^3c$։
5. $88m^3b^2c$ բաժնէ $8m^2b$ ով։ Պ. $11mbc$։
6. $42m^2b^2c^2$ բաժնէ $7mbc$ ով։ Պ. $6mbc$։
7. $64m^5b^4c^8$ բաժնէ $32m^4bc$ ով։ Պ. $2mb^3c^7$։
8. $128m^5x^6y^7$ բաժնէ $16mxy^4$ ով։ Պ. $8m^4x^5y^3$։
9. $256m^4b^9c^8p^7$ բաժնէ $16m^3bc^6$ ով։
Պ. $16mb^8c^2p^7$։
10. $300x^3y^4z^2$ բաժնէ $60xy^2z$ ով։ Պ. $5x^2y^2z$։
11. $88m^5b^6c^8$ բաժնէ $11m^3b^4c^6$ ով։ Պ. $8m^2b^2c^2$։

41. Նախընթաց կանոնէն կը հետևի թէ միեզրաց ճիշտ բաժանումն անհնարին է,

Ա. Երբ բաժանելուն համարտադրիչը՝ բաժանարարին համարտադրչովը ճիշտ չի բաժնուիր։

Բ. Երբ բաժանարարին մէջ գրի մը ցուցիչը՝ բաժանելուն մէջի նման գրին ցուցչէն մեծագոյն է։

Գ. Երբ բաժանարարը բաժանելիէն մէկ կամ աւելի գրեր կը պարունակէ։

Երբ այս երեք դէպքերէն մէկը կը պատահի, քանորդը կը ցուցուի միեզր կոտորակի մը ձեւով։ Այսպիսի ձեւերու համար կ'ըսենք թէ իրենց ոճնապարդեղ ձեւ ունին, երբ համարիչն ու յայտարարը նման քանորդական մը չունին։

Զորօրինակ, $12m^4b^2cp$, բաժանեալ $8m^2bc^2$ ով, կ'ելլայ

$$\frac{12m^4b^2cp}{8m^2bc^2},$$

---

41. Ի՞նչ է առաջին դէպքը ուր միեզերաց բաժանումը ճիշտ չ'ելլար։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։ Եթէ այս դէպքերուն մէկը պատահի, բաժանումը ճիշտ կրնա՞յ ելլալ։ Ան-ատեն քանորդն ի՞նչ ձեւով պիտի մնայ։ Այս կոտորակը շատ անգամ աւելի պարզ ձեւի մը կրնա՞յ վերածուիլ։

որուն համարիչն ու յայտարարը 4, $ա^2$, $բ$ եւ $գ$ քառորդականներով բաժնելով՝ կրնանք վերածել, եւ

կ'ըլայ $\frac{12ա^4բ^2գդ}{8ա^2բգ^2} = \frac{3ա^2բդ}{2գ}$ ;

նաեւ $\frac{25ա^5բ^2դ^3}{15ա^4բ^6դ^4} = \frac{5ա}{3բ^4դ}$ ։

**42.** Ուստի՝ միեզր կոտորակի մը վերածութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք ։

## ԿԱՆՈՆ

Հատորդին եւ յայտարարին մէջէն նոյն փոխադրականները ընջէ ։

Այս կանոնին համեմատ կ'ունենանք

(1) $\frac{48ա^3բ^2գդ^3}{36ա^2բ^3գ^2դէ} = \frac{4ադ^2}{3բգէ}$ ։ եւ (2) $\frac{37ա^3բ^3գ^5դ}{6ա^2բգ^4դ^2} = \frac{37ابգ}{6դ}$ ։

(3) նաեւ $\frac{7ա^2բ}{14ա^3բ^2} = \frac{1}{2ابգ}$ ։ եւ (4) $\frac{4ա^2բ^2}{6ابգ^4} = \frac{2ա}{3բ^2}$ ։

5. $49ա^2բ^2գ^6$ բաժնէ $14ա^3բգ^4$ ով։ Պ. $\frac{7բգ^2}{2ա}$ ։

6. $18ա^2բ^2ֆն^2$ բաժնէ $12ա^4բ^4գդ$ ով։ Պ. $\frac{3ֆն^2}{2ա^2բ^2գդ}$ ։

7. $28ա^5բ^6գ^7դ^8$ բաժնէ $16ابգ^9գդ^7ֆ$ ով։

Պ. $\frac{7ա^4գ^6դ}{4բ^3ֆ}$ ։

8. $72ա^3գ^2բ^2$ բաժնէ $12ա^5գ^4բ^3դ$ ով։ Պ. $\frac{6}{ա^2գ^2բդ}$ ։

9. $96ա^5բ^8գ^9դէ$ բաժնէ $75ա^2գ+է$ ով։

Պ. $\frac{32ա^3բ^8գ^8դէ}{25+է}$ ։

---

42. Ի՞նչ է միեզը կոտորակի մը վերածութեան կանոնը ։

10. $127ա^3+2բ^2$ բաժնէ $16ա^4+4բ^4$ ով։ պ. $\frac{127}{16ա+2բ^2}$։

**43.** *Եթէ հետեւեալ ձեւերն ունինք*

$$\frac{ա}{ա},\ \frac{ա^2}{ա^2},\ \frac{ա^3}{ա^3},\ \frac{ա^4}{ա^4},\ \frac{ա^5}{ա^5},\ \text{եւ այլն},$$

*եւ ցուցիչներուն կանոնը գործածենք, պիտի ունենանք*

$$\frac{ա}{ա}=ա^{1-1}=ա^0,\ \frac{ա^2}{ա^2}=ա^{2-2}=ա^0,\ \frac{ա^3}{ա^3}=ա^{3-3}=ա^0$$

*եւ այլն. բայց որովհետեւ քանակութիւն մը իրմով բաժնուելով 1 ի հաւասար կ'ելլայ, կը հետեւի թէ*

$$\frac{ա}{ա}=ա^0=1,\ \frac{ա^2}{ա^2}=ա^{2-2}=ա^0=1,\ \text{եւ այլն},$$

*կամ 'ի վերջոյ՝ եթէ ցուցիչը ֆ ով նշանակենք, կ'ունենանք*

$$\frac{ա^ֆ}{ա^ֆ}=ա^{ֆ-ֆ}=ա^0.\ \text{այսինքն՝}$$

0 ցուցիչ ունեցող թուոյ մը իւրաքանչիւրը հաւասար է 1 է. եւ ուստի՝ $ա^0$ ձեւով քանորդական մը կրնայ զանց առնուիլ՝ 1 ի հաւասար ըլլալուն համար։

2. $6ա^2բ^2գ^4դ$ բաժնէ $2ա^2բ^2դ$ ով։

$$\frac{6ա^2բ^2գ^4դ}{2ա^2բ^2դ}=3ա^{2-2}բ^{2-2}գ^4դ^{1-1}=3գ^4։$$

3. $8ա^4բ^3գ^4դ^5$ բաժնէ $4ա^2բ^3գ^4դ^5$ ով։ պ. $2ա^2$։

4. $16ա^6բ^8դ^9$ բաժնէ $8ա^6բ^8դ$ ով։ պ. $2դ^8$։

5. $96ա^4բ^5դ^8գ^9$ բաժնէ $24ա^4բ^4դ^5գ^9$ ով. պ. $4բդ^3$։

## ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՄԷՋ ՆՇԱՆՆԵՐ

**44.** *Բաժանման նպատակն է՝ քանորդ կոչուած*

---

45. Ինչի՞ հաւասար է $ա^0$։ Թուոյ մը կարողութիւնն ինչի՞ հաւասար է, երբ կարողութեան ցուցիչը 0 է։

44. Եթէ քանորդը բաժանարարով բազմապատկուի, ինչի՞ հաւասար կ'ելլայ։ Եթէ բազմապատկելին ու բազմապատկիչը

երրորդ քանակութիւն մը գտնել, որ բաժանարարին հետ բազմապատկուելով բաժանելին կ'արտադրէ։

Որովհետեւ, բազմապատկութեան մէջ, նման նշաններ ունեցող երկու եզրերուն արտադրեալը + նշանը կ'ունենայ, եւ տարբեր նշաններ ունեցող երկու եզրերու արտադրեալը — նշանը կ'ունենայ, ուստի կը մակաբերենք՝

Ա. Թէ երբ բաժանելւոյն եզրը + նշան ունի, եւ բաժանարարինը՝ + նշան, քանորդին համեմատական եզրը + նշանն ունենալու է։

Բ. Երբ բաժանելւոյն եզրը + նշան ունի, եւ բաժանարարինը՝ — նշան, քանորդին համեմատական եզրը — նշան ունենալու է, քանզի միայն — նշանը — նշանին հետ բազմապատկուելով՝ բաժանելւոյն + նշանը կ'արտադրէ։

Գ. Երբ բաժանելւոյն եզրը — նշան ունի, եւ բաժանարարին՝ + նշան, քանորդին եզրը — նշան ունենալու է։

Դարձեալ համառօտիւ կ'ըսենք թէ,

+ բաժանեալ + ով, եւ — բաժանեալ — ով, կ'ելլէ +.

— բաժանեալ + ով, եւ + բաժանեալ — ով, կ'ելլէ —։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. $4ա+$ բաժնէ $-2ա$ ով։ Պ. $-2+$։

Յայտնի է թէ հոս պատասխանը — 2+ ելլալու է. քանզի՝ $-2ա \times -2+ = +4ա+$, բաժանելին։

2. $36ա^3+^2$ բաժնէ $-12ա^2+$ ով։ Պ. $-3ա+$։

3. $-58ա^3բ^5գ^2դ^2$ բաժնէ $29ա^2բ^4գ$ ով։

Պ. $-2ա բ գ դ^2$։

---

նման նշաններ ունին, ի՞նչ կ'ելլայ արտադրելոյն նշանը։ Եթէ տարբեր նշաններ ունին, ի՞նչ կ'ելլայ։ Եթէ բաժանելւոյն եզրն ու բաժանարարին եզրը նոյն նշան ունին, ի՞նչ կ'ելլայ քանորդին համեմատական եզրին նշանը։ Երբ տարբեր նշաններ ունին, ի՞նչ կ'ելլայ քանորդին եզրին նշանը։

4. $-84ա^4բ^5գ^3$ բաժնէ $-42ա^2բ^2գ$։
Պ. $2ա^2բ^3գ^2$։

5. $64գ^4գ^{5+3}$ բաժնէ $16գ^4գ^{+}$ ով։ Պ. $4գ^{4+2}$։

6. $-88բ^{4+5}ե^6$ բաժնէ $-24բ^3գգ^{+5}$ ով։
Պ. $\frac{11բե^6}{3գգ}$։

7. $84ա^4բ^2գ^2գ$ բաժնէ $-42ա^4բ^2գ^2գ$ ով։ Պ. $-2$։

8. $-88ա^6բ^7գ^6$ բաժնէ $8ա^5բ^6գ^6$ ով։ Պ. $-11ա^2բ$։

9. $-15ա^{2+}ե^3$ բաժնէ $3ա^{+}ե$ ով։ Պ. $-5ա^{+}ե^2$։

10. $-96ա^4բ^2գ^3$ բաժնէ $12ա^3բգ$ ով։ Պ. $-8ա^2բգ^2$։

11. $-144ա^9բ^8գ^7գ^5$ բաժնէ $-36ա^4բ^6գ^6գ$ ով։
Պ. $4ա^5բ^2գգ^4$։

12. $256ա^3բգ^{2+3}$ բաժնէ $-16ա^2գ^{+2}$ ով։
Պ. $-16ա^2բգ^{+}$։

13. $-300ա^5բ^4գ^{3+2}$ բաժնէ $30ա^4բ^3գ^{2+}$ ով։
Պ. $-10ա^2բգ^{+}$։

14. $500ա^8բ^9գ^6$ բաժնէ $-100ա^7բ^8գ^4$ ով։
Պ. $-5ա^2բգ^2$։

15. $-64ա^5բ^8գ^7$ բաժնէ $-8ա^4բ^7գ^6$ ով։ Պ. $8ա^2բգ$։

16. $72ա^5բ^3գ^4$ բաժնէ $-8ա^4բ^2գ$ ով։
Պ. $-9ա^2բգ^3$։

## ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ ԲԱԶՄԵԶԵՐԱՑ

### ՕՐԻՆԱԿ ԱՌԱՋԻՆ

45. $ա^2-2ա^{+}+^{+2}$ բաժնէ $ա-^{+}$ ով։

Ալճէպրայի բաժանման մէջ ամենէն յարմար կերպը կը համարուի բաժանարարը բաժանելուն աջ կողմը՝ եւ քանորդը ուղղակի բաժանարարին ներքեւը դնել։

| Բաժանելի | Բաժանարար |
|---|---|
| $ա^2-2ա^{+}+^{+2}$ | $ա-^{+}$ |
| $ա^2-ա^{+}$ | $ա-^{+}$ |
| $-ա^{+}+^{+2}$ | Քանորդ |
| $-ա^{+}+^{+2}$ | |

45. Բազմեզը մը մանաւոր գրի մը նայելով շարել ըսելով ի՞նչ կը հասկցուի։

Նախ կը բաժնենք բաժանելւոյն $m^2$ եզրը՝ բաժանարարին $m$ եզրովը. որուն քանորդը կ'ըլլայ $m$, ու կը դնենք բաժանարարին տակը։ Ան առեն բաժանարարը կը բազմապատկենք $m$ով, եւ $m^2 - mx$ արտադրեալը բաժանելիէն կը հանենք, եւ մնացորդին քով կը բերենք $x^2$։ Ապա մնացորդին առաջին եզրը՝ $-mx$, կը բաժնենք $m$ով, եւ քանորդը կ'ըլլայ $-x$։ Ան առեն բաժանարարը կը բազմապատկենք $-x$ով, եւ առաջուան պէս հանելով՝ կը գտնենք որ բան չի մնար։ Ուստի $m - x$ է ճիշտ քանորդը։

Այս օրինակին մէջ՝ բաժանելւոյն եւ բաժանարարին եզրերը այնպէս կերպով մը գրած են որ գրերուն աստիճանները յոյնէն դէպ յաջ կը նուազին։ Անիկայ կ'բաւէ բաժանարարն ու բաժանելին այն գրոյն նայելով շարել։ Այս կարգադրութեամբ՝ քանորդին առաջին եզրը գտնելու համար, բաժանելւոյն ձախ կողմի առաջին եզրը՝ բաժանարարին ձախ կողմի առաջին եզրովը բաժնուելու է։

46. Ուստի բազմեզերաց բաժանմանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Շարք բաժանելին ու բաժանարարը նոյն գրին նայելով, եւ ապա բաժանելւոյն յոյս կողմի առաջին եզրը՝ բաժանարարին յոյս կողմի առաջին եզրովը բաժնէ. եւ լուծը փնտրուին առաջին եզրն է. բազմապատկէ բաժանարարն այս եզրովը, եւ արտադրեալը հանէ բաժանելիէն։

Բ. Ան ապէն ծնացորդին առաջին եզրը բաժնէ բաժանարարին առաջին եզրովը, եւ կ'ելլէ փնտրուին երկրորդ

---

46. Ի՞նչ է բազմեզերաց բաժանման ընդհանուր կանոնը։ Եթէ շարուած բաժանելւոյն առաջին եզրը չկրնայ բաժնուիլ շարուած բաժանարարին առաջին եզրովը, ճիշտ բաժանումը հնարաւո՞ր է։ Եթէ մնանական բաժանելւոյ մը առաջին եզրը՝ բաժանարարին առաջին եզրովը չի բաժնուիր, ճիշտ բաժանումը հնարաւո՞ր է։

եղբը. քառակուսակէ քառանդամը այս երկբդ եղբով, և արտադրեալը հանէ առաջի գրածողաներեն արտիներեն։ Այսպէս շարունակէ մինչև որ ծնացորդը 0 ելլայ, կամ մինչև որ ծնացորդին առաջին եղբը նկրնայ քառանդամ քառանդամին առաջին եղբովը։

## ՕՐԻՆԱԿ ԵՐԿՐՈՐԴ

Արդ.

$51x^2y^2 + 10x^4 - 48x^3y - 15y^4 + 4xy^3$ բաժնենք $4xy - 5x^2 + 3y^2$ ով։

Բաժանելի.

$$
\begin{array}{l}
10x^4 - 48x^3y + 51x^2y^2 + 4xy^3 - 15y^4 \\
+10x^4 - 8x^3y - 6x^2y^2 \\
\hline
\quad -40x^3y + 57x^2y^2 + 4xy^3 - 15y^4 \\
\quad -40x^3y + 32x^2y^2 + 24xy^3 \\
\hline
\qquad 25x^2y^2 - 20xy^3 - 15y^4 \\
\qquad 25x^2y^2 - 20xy^3 - 15y^4 \\
\hline
\end{array}
$$

Բաժանարար.

$$
\begin{array}{l}
-5x^2 + 4xy + 3y^2 \\
\hline
-2x^2 + 8xy - 5y^2
\end{array}
$$

Քանորդ։

Ծանօթութիւն. — Երբ շարուած բաժանելոյն առաջին եղբը՝ շարուած բաժանարարին առաջին եղբովը ճշդիւ չի բաժնուիր, կատարեալ բաժանումն անհնար է. այսինքն թէ՝ անանկ բազմեղբ մը չ'ելլեր որ բաժանարարով բազմապատկուելով, բաժանելին արտադրէ։ Եւ ընդհանրապէս՝ պիտի դանենք թէ ճշդիւ բաժանումն անհնարին է, երբ որ եւ է մասնական բաժանելոյն եղբերուն առաջինը՝ բաժանարարին առաջին եղբովը չի կրնար բաժնուիլ։

## ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՕՐԻՆԱԿՔ

1. $18x^2$ բաժնէ $9x$ ով։ Պ. $2x$։
2. $10x^2y^2$ բաժնէ $-5x^2y$ ով։ Պ. $-2y$։
3. $-9mx^2y^2$ բաժնէ $9x^2y$ ով։ Պ. $-my$։
4. $-8x^2$ բաժնէ $-2x$ ով։ Պ. $4x$։
5. $10mx + 15mz$ բաժնէ $5m$ ով։ Պ. $2x + 3z$։
6. $30mx - 54x$ բաժնէ $6x$ ով։ Պ. $5m - 9$։

7. $10x^2y - 15y^2 - 5y$ բաժնէ $5y$ ով։
Պ. $2x^2 - 3y - 1$։

8. $12m + 3mx - 18mx^2$ բաժնէ $3m$ ով։
Պ. $4 + x - 6x^2$։

9. $6mx^2 + 9m^2x + m^2x^2$ բաժնէ $mx$ ով։
Պ. $6x + 9m + mx$։

10. $m^2 + 2mx + x^2$ բաժնէ $m + x$ ով։ Պ. $m + x$։

11. $m^3 - 3m^2y + 3my^2 - y^3$ բաժնէ $m - y$ ով։
Պ. $m^2 - 2my + y^2$։

12. $24m^2p - 12m^3qp^2 - 6mp$ բաժնէ $-6mp$ ով։
Պ. $-4m + 2m^2qp + 1$։

13. $6x^4 - 96$ բաժնէ $3x - 6$ ով։
Պ. $2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$։

14. $48x^3 - 76mx^2 - 64m^2x + 105m^3$ բաժնէ $2x - 3m$ ով։ Պ. $24x^2 - 2mx - 35m^2$։

15. $y^6 - 3y^4x^2 + 3y^2x^4 - x^6$ բաժնէ $y^3 - 3y^2x + 3yx^2 - x^3$։ Պ. $y^3 + 3y^2x + 3yx^2 + x^3$։

16. $-15m^4 + 37m^2pr - 29m^2qs - 20p^2r^2 + 44pqrs - 8q^2s^2$ բաժնէ $3m^2 - 5pr + qs$ ով։
Պ. $-5m^2 + 4pr - 8qs$։

17. $3m^4 - 8m^2p^2 + 3m^2q^2 + 5p^4 - 3p^2q^2$ բաժնէ $m^2 - p^2$ ով։ Պ. $3m^2 - 5p^2 + 3q^2$։

18. $6x^6 - 5x^5y^2 - 6x^4y^4 + 6x^3y^2 + 15x^3y^3 - 9x^2y^4 + 10x^2y^5 + 15y^5$ բաժնէ $3x^3 + 2x^2y^2 + 3y^2$ ով։
Պ. $2x^3 - 3x^2y^2 + 5y^3$։

19. $-q^2 + 16m^2x^2 - 7mpq - 4m^2px - 6m^2p^2 + 6mqx$ բաժնէ $8mx - 6mp - q$ ով։ Պ. $2mx + mp + q$։

20. $3x^4 + 4x^3y - 4x^2 - 4x^2y^2 + 16xy - 15$ բաժնէ $2xy + x^2 - 3$ ով։ Պ. $3x^2 - 2xy + 5$։

21. $x^5 + 32y^5$ բաժնէ $x + 2y$ ով։
Պ. $x^4 - 2x^3y + 4x^2y^2 - 8xy^3 + 16y^4$։

22. $3m^4 - 26m^3p - 14mp^3 + 37m^2p^2$ բաժնէ $2p^2 - 5mp + 3m^2$ ով։ Պ. $m^2 - 7mp$։

# ԳԼՈՒԽ Բ.

## ԱԼՃԷՊՐԱՅԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՔ

47. Ալճէպրայական կոտորակները բնութեամբ նման են թուաբանական կոտորակաց. այսինքն՝ ըմբռնելու ենք թէ միութիւն մը՝ յայտարարին մէջ եղած միութեանց թուոյն հաւասար մասանց բաժնուած է, եւ համարչին մէջ որչափ միութիւն որ կայ, այն մասերէն այնքան առնուած է։ Ուստի, յաւելում, հանում, բազմապատկութիւն եւ բաժանում՝ կը կատարուին թուաբանական կոտորակաց կանոններուն համեմատ։

Վասնորոյ հարկ չէ այս կանոններն ապացուցանել, այլ զանոնք գործածելու առեն հետեւելու ենք ալճէպրայական ամբողջ քանակութեանց համար ցուցուած կանոններուն։

48. Քանակութիւն մը որ կոտորակի մը ձեւով ցուցուած չէ, ամբողջ քանակո՞ւթիւն կ'ըսուի։

49. Ալճէպրայական ձեւ մը որ մասամբ մը ամբողջ եւ մասամբ մը կոտորակաձեւ է, խառն քանակո՞ւթիւն կ'ըսուի։

50. Ա. կոտորակ մը իր ամենապարզ ձեւին վերածել։

---

47. Ի՞նչպէս նկատելու ենք ալճէպրայական կոտորակները։ Ի՞նչ կը ցուցնէ յայտարարը։ Ի՞նչ կը ցուցնէ համարիչը։ Ուրեմն ի՞նչպէս կատարուելու են կոտորակաց գործողութիւնները։
48. Ի՞նչ է ամբողջ քանակութիւնը։
49. Ի՞նչ է խառն քանակութիւնը։
50. Կոտորակ մը իր ամենապարզ ձեւին ի՞նչպէս կը վերածուի։

Կոտորակ մը իր ամենապարզ ձեւն ունի կ'ըսուի, երբ համարչին եւ յայտարարին մէջ նոյն քանորդականն չկայ։ Միեղբ կոտորակի մը իր ամենապարզ ձեւին վերածելու կանոնն արդէն տրուած է (ցօդ. 42)։

Բազմեղբ կոտորակները վերածելու քանի մը օրինակ տանք։

1. Վերածէ $\frac{ա^2 - բ^2}{ա^2 - 2ա բ + բ^2}$ իր ամենապարզ ձեւին։

Այս կոտորակն հետեւեալ ձեւը կ'առնու.

$$\frac{(ա + բ)\ (ա - բ)}{(ա - բ)^2},$$

(ցօդ. 37 եւ 38)։ Ջնջելով երկու եղբերուն մէջ եղած $ա - բ$ քանորդականը՝ կ'ունենանք

$$\frac{ա + բ}{ա - բ}։$$

2. Վերածէ $\frac{5ա^3 - 10ա^2բ + 5ա բ^2}{8ա^3 - 8ա^2բ}$ իր ամենապարզ ձեւին։

Այս ձեւը կրնայ վերածուիլ այսպէս.

$$\frac{5ա(ա^2 - 2ա բ + բ^2)}{8ա^2(ա - բ)}$$

կամ

$$\frac{5ա(ա - բ)^2}{8ա^2(ա - բ)}։$$

Ջնջելով $ա(ա - բ)$ քանորդականները՝ արդիւնքը կ'ըլլայ

$$\frac{5(ա - բ)}{8ա}։$$

Ուստի կոտորակ մը իր ամենապարզ ձեւին վերածելու համար՝ համարչին և յայտարարին մէջ եղած նոյն գործոնները կը ջնջենք։

Տեղեկութիւն։ — Գործոնները համարչին ու յայտարարին մէջ նոյն քանորդականներն՝ ըստ ցօդ. 39։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ $\frac{3ա^2+6ա^2բ^2}{12ա^4+6ա^3գ^2}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{1+2բ^2}{4ա^2+2ա գ^2}$։

2. Վերածէ $\frac{15ա^5գ+25ա^9դ}{25ա^2+30ա^2}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{3ա^3գ+5ա^7դ}{11}$։

3. Վերածէ $\frac{85բ^7գդ^5}{15բ^7գ^8դ^5}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{17}{3գ^7}$։

4. Վերածէ $\frac{60գ^6դ^4ֆ^5}{12գ^5դ^4ֆ^9}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{5գ}{ֆ^4}$։

5. Վերածէ $\frac{27ա^4բ^4-81ա բ^6}{63ա բ^6-36ա^2բ^4}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{3ա^3-9բ^2}{7բ^2-4ա}$։

6. Վերածէ $\frac{96ա^3բ^2գ}{-12ա^3բ^2գ}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $-8$։

7. Վերածէ $\frac{24բ^5-36ա բ^4}{48ա^4բ^4-66ա^5բ^6}$ իր ամենապարզ ձեւին։ Պ. $\frac{4բ-6ա}{8ա^4-11ա^5բ^2}$։

**51.** Բ. Խառն քանակութիւն մը կոտորակի ձեւի վերածել։

---

51. Խառն քանակութիւն մը կոտորակի ձեւի ի՞նչպէս կը վերածուի։

## ԿԱՆՈՆ

Բազմապատիկ ամբողջ մասը կոտորակին յայտարարովը. տրտարարելոյ վրայ առէլցուք հատածքը, և գտածքին տակը դիր յայտարարը։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ $6\frac{1}{7}$ կոտորակի ձեւի։

$6\times7=42$. $42+1=43$. ուստի, $6\frac{1}{7}=\frac{43}{7}$։

2. Վերածէ $x-\frac{(m^2-x^2)}{x}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $x-\frac{m^2-x^2}{x}=\frac{x^2-(m^2-x^2)}{x}=\frac{2x^2-m^2}{x}$։

3. Վերածէ $x-\frac{mx+x^2}{2m}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $\frac{mx-x^2}{2m}$։

4. Վերածէ $5+\frac{2x-7}{3x}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $\frac{17x-7}{3x}$։

5. Վերածէ $1-\frac{x-m-1}{m}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $\frac{2m-x+1}{m}$։

6. Վերածէ $1+2x-\frac{x-3}{5x}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $\frac{10x^2+4x+3}{5x}$։

7. Վերածէ $2m+p-\frac{3q+4}{8}$ կոտորակի ձեւի։

Պ. $\frac{16m+8p-3q-4}{8}$։

8. Վերածէ $8+3ա բ-\frac{8+6ա^2բ^2+4}{12ա բ+4}$ կոտորակի ձեւի։ Պ. $\frac{96ա բ+4+30ա^2բ^2+4-8}{12ա բ+4}$։

9. Վերածէ $9+\frac{3բ^2-8գ^4}{ա-բ^2}$ կոտորակի ձեւի։ Պ. $\frac{9ա-6բ^2-8գ^4}{ա-բ^2}$։

52. Գ. Կոտորակ մը ամբողջ կամ խառն քանակութեան վերածել։

## ԿԱՆՈՆ

Բաժնէ կոտորակին համարիչը յայտարարով՝ ինչպէս որ ճշգրտին առաջին եղբը բաժանորդին առաջին եղբովն ալ կը բաժնուէր։ Այն փանորդին վերայ աւելցուր յայտարարովՀ բաժանեալ վերջին ճշգրտը։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ $\frac{8966}{8}$ ամբողջ թուոյ։

8)8966(
1120 . . . 6 մնացորդ,

ուստի, Պ. $1120\frac{6}{8}$։

2. Վերածէ $\frac{ա գ-ա^2}{գ}$ խառն քանակութեան։

Պ. $ա-\frac{ա^2}{գ}$։

3. Վերածէ $\frac{ա գ-գ^2}{գ}$ ամբողջ կամ խառն քանակութեան։ Պ. $ա-գ$։

---

52. Կոտորակ մը ամբողջ կամ խառն քանակութեան ի՞նչպէս կը վերածուի։

4. Վերածէ $\frac{մբ - 2մ^2}{բ}$ խառն քանակութեան։

պ. $մ - \frac{2մ^2}{բ}$։

5. Վերածէ $\frac{մ^2 - ֆ^2}{մ - ֆ}$ ամբողջ քանակութեան։

պ. $մ + ֆ$։

6. Վերածէ $\frac{ֆ^3 - ե^3}{ֆ - ե}$ ամբողջ քանակութեան։

պ. $ֆ^2 + ֆե + ե^2$։

7. Վերածէ $\frac{10ֆ^3 - 5ֆ + 3}{5ֆ}$ խառն քանակութեան։

պ. $2ֆ - 1 + \frac{3}{5ֆ}$։

8. Վերածէ $\frac{36ֆ^3 - 72ֆ + 32մ^2ֆ^2}{9ֆ}$ խառն քանակութեան։ պ. $4ֆ^2 - 8 + \frac{32մ^2ֆ}{9}$։

**53.** Դ. տարբեր յայտարարներ ունեցող կոտորակներն ընդհանուր յայտարար մը ունեցող համազօր կոտորակաց վերածել։

## ԿԱՆՈՆ

Բազմապատիկ ելքատանէլը հատելիչ է յայտարարէն զատ ամէն յայտարարներով, և կ'ելլան նոր հատելիներ. ամէն յայտարարներն ալ բազմապատիկ ելքատ հեր և կ'ելլայ ընդհանուր յայտարար։

---

53. Կոտորակներն ընդհանուր յայտարարի ի՞նչպէս կը վերածուին։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{3}$, եւ $\frac{4}{5}$ ընդհանուր յայտարարի։

$1\times3\times5=15$, առաջնոյն նոր հայտարիչ։

$7\times2\times5=70$, երկրորդին » »

$4\times3\times2=24$, երրորդին » »

եւ $2\times3\times5=30$, ընդհանուր յայտարար.

ուստի՝ $\frac{15}{30}$, $\frac{70}{30}$ եւ $\frac{24}{30}$ առջիններուն հայտարար կոտորակներ են։

Տեղեկութիւն։ — Յայտնի է թէ այս վերածութիւնը տարբեր կոտորակաց արժէքները չի փոխեր. քանզի իւրաքանչիւրին յայտարարն ու հայտարիչը միեւնոյն թիւով բազմապատկուած են։

2. Վերածէ $\frac{ա}{բ}$ եւ $\frac{բ}{գ}$ ընդհանուր յայտարար ունեցող հայտարար կոտորակաց։

$$\left.\begin{array}{l} ա\times գ=ագ \\ բ\times բ=բ^2 \end{array}\right\}\text{ նոր հայտարիչներ.}$$

եւ $բ\times գ=բգ$ ընդհանուր յայտարար.

ուստի՝ $\frac{ագ}{բգ}$ եւ $\frac{բ^2}{բգ}$ առջիններուն հայտարար կոտորակներ են։

3. Վերածէ $\frac{ա}{բ}$ եւ $\frac{ա+բ}{գ}$ ընդհանուր յայտարարի։

Պ. $\frac{ագ}{բգ}$ եւ $\frac{աբ+բ^2}{բգ}$։

4. Վերածէ $\frac{3գ}{2ա}$, $\frac{2բ}{3գ}$, եւ դ ընդհանուր յայտարարի։ Պ. $\frac{9գ^2}{6ագ}$, $\frac{4աբ}{6ագ}$ եւ $\frac{6ագդ}{6ագ}$։

5. Վերածէ $\frac{3}{4}$, $\frac{2ա}{3}$ եւ $ա+\frac{2ա}{ա}$ ընդհանուր յայտարարի։ Պ. $\frac{9ա}{12ա}$, $\frac{8աա}{12ա}$ եւ $\frac{12ա^2+24ա}{12ա}$։

6. Վերածէ $\frac{1}{2}$, $\frac{ա^2}{3}$ եւ $\frac{ա^2+ա^2}{ա+ա}$ ընդհանուր յայտարարի։

Պ. $\frac{3ա+3ա}{6ա+6ա}$, $\frac{2ա^3+2ա^2ա}{6ա+6ա}$ եւ $\frac{6ա^2+6ա^2}{6ա+6ա}$։

7. Վերածէ $\frac{ա}{3բ}$, $\frac{6աա}{5գ}$ եւ $\frac{ա^2-ա^2}{դ}$ ընդհանուր յայտարարի։

Պ. $\frac{5ագդ}{15բգդ}$, $\frac{18աբդա}{15բգդ}$ եւ $\frac{15ա^2բգ-15բգա^2}{15բգդ}$։

8. Վերածէ $\frac{գ}{5ա}$, $\frac{ա-բ}{գ}$ եւ $\frac{գ}{ա+բ}$ ընդհանուր յայտարարի։

Պ. $\frac{ագ^2+գ^2բ}{5ա^2գ+5աբգ}$, $\frac{5ա^3-5աբ^2}{5ա^2գ+5աբգ}$ եւ $\frac{5ագ^2}{5ա^2գ+5աբգ}$։

**54.** Ե. Գումարել կոտորակները։

## ԿԱՆՈՆ

Վերածէ կոտորակները, եթէ հարկ է, ընդհանուր յայտարարի. եթէ հայտարարները գումարէ, եւ ստացուածը գումարին ընդհանուր յայտարարին վրայ դիր։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գումարէ $\frac{6}{2}$, $\frac{4}{3}$ եւ $\frac{2}{5}$։

---

54. Կոտորակներն ի՞նչպէս կը գումարուին։

Ընդհանուր յայտարարի վերածելով՝ կ'ունենանք

$6\times3\times5=90$ (ա) համարիչ։

$4\times2\times5=40$ (բ) համարիչ։

$2\times3\times2=12$ (գ) համարիչ։

$2\times3\times5=30$ յայտարար։

Ուստի՝ կոտորակաց գումարին ձևն է

$$\frac{90}{30}+\frac{40}{30}+\frac{12}{30}=\frac{142}{30}.$$

որ իր ամենապարզ ձևին վերածուելով կ'ըլայ $4\frac{11}{15}$։

2. Գտէք $\frac{ա}{բ}$, $\frac{գ}{դ}$ եւ $\frac{է}{զ}$ է գումարը։

Հոս

$$\left.\begin{array}{l} ա\times դ\times զ=ադզ \\ գ\times բ\times զ=գբզ \\ է\times բ\times դ=էբդ \end{array}\right\}$$ հոր համարիչներ են,

եւ $բ\times դ\times զ=բդզ$ ընդհանուր յայտարար։

Ուստի՝

$$\frac{ադզ}{բդզ}+\frac{գբզ}{բդզ}+\frac{էբդ}{բդզ}=\frac{ադզ+գբզ+էբդ}{բդզ}.$$

3. Գումարէք $ա-\frac{3գ^2}{բ}$ եւ $բ+\frac{2ագ}{զ}$։

Պ. $ա+բ+\frac{2աբգ-3զգ^2}{բզ}$։

4. Գումարէք $\frac{գ}{2}$, $\frac{գ}{3}$ եւ $\frac{գ}{4}$, Պ. $գ+\frac{գ}{12}$։

5. Գումարէք $\frac{գ-2}{3}$ եւ $\frac{4գ}{7}$. Պ. $\frac{19գ-14}{21}$։

6. Գումարէք $գ+\frac{գ-2}{3}$ եւ $3գ+\frac{2գ-3}{4}$.

Պ. $4գ+\frac{10գ-17}{12}$.

7. գումարէ $4x$, $\frac{5x^2}{2m}$ եւ $\frac{x+m}{2x}$ ։

պ. $4x+\frac{5x^3+mx+m^2}{2mx}$ ։

8. գումարէ $\frac{2x}{3}$, $\frac{7x}{4}$ եւ $\frac{2x+1}{5}$ ։

պ. $2x+\frac{49x+12}{60}$ ։

9. գումարէ $4x$, $\frac{7x}{9}$ եւ $2+\frac{x}{5}$ ։

պ. $4x+\frac{44x+90}{45}$ ։

10. գումարէ $3x+\frac{2x}{5}$ եւ $x-\frac{8x}{9}$ ։

պ. $3x+\frac{23x}{45}$ ։

11. գումարէ $mq-\frac{6p}{8m}$ եւ $1-\frac{q}{r}$ ։

պ. $\frac{8m^2qr-6pr+8mr-8mq}{8mr}$ ։

55. Զ. Հանել կոտորակները ։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Վերածէ կոտորակները ընդհանուր յայտարարի ։

Բ. Հանէ քառանալի կոտորակին հայտարարը նոյնալիի կոտորակին հայտարարէն, և տարբերութիւնը դիր ընդհանուր յայտարարին վրայ ։

## ՕՐԻՆԱԿԻ

1. Ի՞նչ է $\frac{3}{7}$ի եւ $\frac{2}{8}$ի տարբերութիւնը ։

$\frac{3}{7}-\frac{2}{8}=\frac{24}{56}-\frac{14}{56}=\frac{10}{56}=$ պ. $\frac{5}{28}$ ։

2. Ի՞նչ է $\frac{x-m}{2p}$ եւ $\frac{2m-4x}{3q}$ կոտորակներուն տարբերութիւնը ։

---

55. Կոտորակներն ի՞նչպէս կը հանուին ։

Հետ՝ $\left\{\begin{array}{l}(x-y)\times 3z=3zx-3yz\\(2y-4x)\times 2b=4yb-8bx\end{array}\right\}$ հաւասարիչներ։

Եւ $2b\times 3z=6bz$ ընդհանուր յայտարար։

Ուստի՝ $\dfrac{3zx-3yz}{6bz}-\dfrac{4yb-8bx}{6bz}=$

պ. $\dfrac{3zx-3yz-4yb+8bx}{6bz}$։

3. Գտէր $\dfrac{12x}{7}$ ի եւ $\dfrac{3x}{5}$ ի տարբերութիւնը։

պ. $\dfrac{39x}{35}$։

4. Գտէր $5b$ ի եւ $\dfrac{3b}{8}$ ի տարբերութիւնը։

պ. $\dfrac{37b}{8}$։

5. Գտէր $\dfrac{3x}{7}$ ի եւ $\dfrac{2x}{9}$ ի տարբերութիւնը։

պ. $\dfrac{13x}{63}$։

6. Ի՞նչ է $\dfrac{x+y}{b}$ ի եւ $\dfrac{z}{v}$ միջոցների տարբերութիւնը։

պ. $\dfrac{vx+yv-bz}{bv}$։

7. Ի՞նչ է $\dfrac{3x+y}{5b}$ ի եւ $\dfrac{2x+7}{8}$ միջոցների տարբերութիւնը։

պ. $\dfrac{24x+8y-10bx-35b}{40b}$։

8. Ի՞նչ է $3x+\dfrac{x}{b}$ ի եւ $x-\dfrac{x-y}{z}$ ի տարբերութիւնը։

պ. $2x+\dfrac{zx+bx+yb}{bz}$։

## 56. Է. Բազմապատկել կոտորակները։

### ԿԱՆՈՆ

Եթե բազմապատելու փոնակոմիներբը խառն են, կոտորակի վերածել։ Եթե հանրիչները մեկտեղ բազմապատիկ։ որ կ'ելլայ նոր հանրիչ, և յայտարարները մեկտեղ՝ որ կ'ելլայ նոր յայտարար։

### ՕՐԻՆԱԿԲ

1. $\frac{3}{7}$ի $\frac{1}{6}$ բազմապատկէ $8\frac{1}{3}$ով։

Նախ բազադրեալ կոտորակը պարզ կոտորակի կը վերածենք որ կ'ելլայ $\frac{3}{42}$, եւ ապա խառն թիւը կոտորակի կը վերածենք որ կ'ելլայ $\frac{25}{3}$։ Ուստի՝ հետքը հանարիչը հանարիչին, ու յայտարարը յայտարարին հետ կը բազմապատկենք։

Գոյժողոմիներ։

$\frac{3}{7}$ի $\frac{1}{6}$ը $= \frac{3}{42}$,

$8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$,

$\frac{3}{42} \times \frac{25}{3} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$։

Պ. $\frac{25}{42}$։

2. $ա + \frac{բ+}{ա}$ բազմապատկէ $\frac{գ}{դ}$ով։

Նախ՝ $ա + \frac{բ+}{ա} = \frac{ա^2 + բ+}{ա}$։

Ուստի՝ $\frac{ա^2 + բ+}{ա} \times \frac{գ}{դ} = Պ. \frac{ա^2գ + բգ+}{ադ}$։

3. $\frac{3+}{5}$ բազմապատկէ $\frac{3ա}{բ}$ով։ Պ. $\frac{9ա+}{5բ}$։

4. $\frac{2+}{5}$ բազմապատկէ $\frac{3+^2}{2ա}$ով։ Պ. $\frac{3+^3}{5ա}$։

---

56. Կոտորակները ի՞նչպէս կը բազմապատկուին։

5. Բազմապատկէ $\frac{2ա}{մ}$, $\frac{3մբ}{գ}$ եւ $\frac{3մգ}{2բ}$։ Պ. $9մա$։

6. Ի՞նչ է $բ+\frac{բա}{մ}$ եւ $\frac{մ}{ա}$ ի արտադրեալը։

Պ. $\frac{մբ+բա}{ա}$։

7. Ի՞նչ է $\frac{ա^2-բ^2}{բգ}$ եւ $\frac{ա^2+բ^2}{բ+գ}$ ի արտադրեալը։

Պ. $\frac{ա^4-բ^4}{բ^2գ+բգ^2}$։

8. Ի՞նչ է $ա+\frac{ա+1}{մ}$ եւ $\frac{ա-1}{մ+բ}$ ի արտադրեալը։

Պ. $\frac{մա^2-մա+ա^2-1}{մ^2+մբ}$։

9. $մ+\frac{մա}{մ-ա}$ բազմապատկէ $\frac{մ^2-ա^2}{ա+ա^2}$ ով։

Պ։ $\frac{մ^4-մ^2ա^2}{մա+մա^2-ա^2-ա^3}$։

57. Ը. Բաժնել կոտորակները։

## ԿԱՆՈՆ

Վերցուր խառն թուականները, եթէ կան, կոտորակի։ Ապա շրջէ բաժանարարին եղբերը և բազմապատկէ համարիչը համարիչով և յայտարարը յայտարարով։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. $\frac{10}{24}$ բաժնէ $\frac{5}{8}$ ով։

---

57. Կատարակ մը ուրիշ կոտորակով ի՞նչպէս կը բաժնուի։

Ճշգրիտ քանորդը պիտի ցուցուի $\frac{\frac{10}{24}}{\frac{5}{8}}$ բազաղրեալ կոտորակին ձեւովը։

Արդ՝ այս կոտորակին եզրերը բազմապատկենք յայտարարին շրջեալ եզրերովը. այսպէս ընելով կոտորակին արժէքը չի փոխուիր. եւ ան առնն պիտի ունենանք,

$$\frac{\frac{10}{24}}{\frac{5}{8}}=\frac{\frac{10}{24}\times\frac{8}{5}}{\frac{5}{8}\times\frac{8}{5}}=\frac{\frac{10}{24}\times\frac{8}{5}}{1}=\frac{10}{24}\times\frac{8}{5}=\frac{2}{3}$$ քանորդ։

Յայտնապէս կը տեսնենք թէ այս քանորդը եւաւ՝ պարզապէս համարիչը յայտարարին շրջեալ եզրերուն հետ բազմապատկելով։ Այս քանորդը կրնայ աւելի պարզուիլ 5 եւ 8 հաստատակաց քանորդականներով բաժնելով, եւ ճշգրիտ քանորդը կ'ելլայ $\frac{2}{3}$։

2. $m-\frac{p}{2q}$ բաժնէ $\frac{t}{2}$ ով։

$$m-\frac{p}{2q}=\frac{2mq-p}{2q}.$$

Ուստի՝

$$m-\frac{p}{2q}\div\frac{t}{2}=\frac{2mq-p}{2q}\times\frac{2}{t}=\text{պ}.\frac{2mq2-p2}{2qt}.$$

3. $\frac{7x}{5}$ բաժնէ $\frac{12}{13}$ ով։ պ. $\frac{91x}{60}$։

4. $\frac{4x^2}{7}$ բաժնէ $5x$ ով։ պ. $\frac{4x}{35}$։

5. $\frac{x+1}{6}$ բաժնէ $\frac{2x}{3}$ ով։ պ. $\frac{x+1}{4x}$։

6. $\frac{x}{x-1}$ բաժնէ $\frac{x}{2}$ ով։ պ. $\frac{2}{x-1}$։

7. $\frac{5ա}{3}$ բաժնել $\frac{2մ}{3բ}$ ով։ Պ. $\frac{5բա}{2մ}$։

8. $\frac{ա-բ}{8գդ}$ բաժնել $\frac{3գա}{4դ}$ ով։ Պ. $\frac{ա-բ}{6գ^2ա}$։

9. $\frac{ա^4-բ^4}{ա^2-2բա+բ^2}$ բաժնել $\frac{ա^2+բա}{ա-բ}$։

Պ. $ա+\frac{բ^2}{ա}$։

10. $6մ^2+\frac{բ}{5}$ բաժնել $գ^2-\frac{ա-մ}{2}$ ով։

Պ. $\frac{60մ^2+2բ}{10գ^2-5ա+5մ}$։

11. $18գ^2-ա+\frac{մ}{բ}$ բաժնել $մ^2-\frac{բ}{5}$ ով։

Պ. $\frac{90բգ^2-5բա+5մ}{5մ^2բ-բ^2}$։

12. $20ա^2-\frac{8մբ}{դգ^3}$ բաժնել $ա^2-\frac{բ-գ}{գ}$ ով։

Պ. $\frac{20գդ^3գա^2-8մբգ}{դգ^3գա^2-դգ^3բ+դգ^4}$։

# ԳԼՈՒԽ Գ.

## ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԻՒՆՔ ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ

58. Հաւասարութիւն է՝ երկու հաւասար քանակութեանց մէջտեղը հաւասարութեան նշանով ալճէպրայական ձեւ մը. ինչպէս՝ $+ = ա + բ$ հաւասարութիւն մին է, որուն մէջ + հաւասար է ա ու բ ի գումարին։

59. Այս սահմանէն կ'իմանանք թէ ամէն հաւասարութիւն երկու մասերէ կը բաղկանայ, որոնք իրարու հետ կը կապուին = նշանով։ Նշանին ձախ կողմի մասը կ'ըսուի առաջին անդամ. եւ աջ կողմինը՝ երկրորդ անդամ։ Իւրաքանչիւր անդամ կրնայ մէկ կամ աւելի եղրերէ բաղկանալ։ Ինչպէս՝ $+ = ա + բ$ հաւասարութեան մէջ + առաջին անդամն է, եւ ա + բ՝ երկրորդ։

60. Ամէն հաւասարութիւն կրնանք համարել խնդրոյ մը ալճէպրայական արտայայտութիւնը։ Ինչպէս՝ $+ + + = 30$ հաւասարութիւնը՝ հետեւեալ խնդրոյն ալճէպրայական արտայայտութիւնն է.

---

58. Ի՞նչ է հաւասարութիւնը։

59. Հաւասարութիւն մը քանի՞ մասերէ կը բաղկանայ։ Այս մասերն ի՞նչպէս կը կոչուին։ Ձախ կողմի մասն ի՞նչ կ'ըսուի։ Աջ կողմինն ի՞նչ։ Իւրաքանչիւր անդամ՝ մէկ կամ աւելի եղրերէ կրնա՞յ բաղկանալ։

60. Ամէն հաւասարութիւն ի՞նչպէս կրնաս նկատել։ $+ + + = 30$ հաւասարութիւնը ո՞ր խնդրոյն արտայայտութիւնն է։ Աւ-

թէ՝ մը գտնել՝ որ իրեն հետ գումարուելով, հաւասար կ'ըլլայ 30 է։

Այս խնդիրը լուծելու համար՝ նախ ալճէպրայական լեզուով կ'արտայայտենք, եւ կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$+ + + = 30 ։$$

Գումարելով + իրեն հետ՝ կ'ունենանք

$$2+ = 30 ։$$

եւ 2 ով բաժնելով՝ կ'ունենանք

$$+ = 15 ։$$

Ուստի՝ կը տեսնենք թէ ալճէպրայի մէջ խնդրոյ մը լուծումը՝ երկու որոշ մասերէ կը բաղկանայ։ որք են՝ խնդրոյն ԱՐՏԱՅԱՅՏՈՒԹԻՒՆԸ, եւ հաւասարութեան ԼՈՒԾՈՒՄԸ։

Ա. ԱՐՏԱՅԱՅՏՈՒԹԻՒՆԸ կը կայանայ ծանօթ եւ պահանջեալ կամ անծանօթ փոփոխականաց միջոցէն յարքերութեանն ալճէպրայական քաղաքութեան մէջ։

Բ. Հաւասարութեան ԼՈՒԾՈՒՄԸ՝ պահանջեալ կամ անծանօթ փոփոխականաց արժէքները գտնելն է։

Խնդրոյ մը տրուած կամ ծանօթ մասերը կը ցուցընենք թուանշաններով կամ այբուբենին առաջին գրերովն։ այսինքն ա, բ, գ, եւ այլն, բաց՝ի է եւ ղ գրերէն։ Պահանջեալ կամ անծանօթ մասերը կը ցուցընենք +, է, ղ եւ այլն գրերով։

## ՕՐԻՆԱԿ

Գտիր թիւ մը՝ որ իր կրկինին հետ գումարուելով, հաւասար կ'ըլլայ 24 ի։

---

Ալճէպրայի մէջ խնդրոյ մը լուծումը քանի՞ մասերէ կը բաղկանայ։ Ցիշէ զանոնք։ Ինչէ՞ կը բաղկանայ առաջին մասը։ Երկրո՞րդը։ Խնդրոյ մը ծանօթ մասերն ինչո՞վ կը ցուցընենք։ Անծանօթ մասերն՝ ինչո՞վ։

Արտայայտութիւն։

Թող x ցուցընէ այն թիւը. ան առեն պիտի ունենանք $x + 2x = 24$.
սա է արտայայտութիւնը։

Լուծում։

| | |
|---|---|
| Ունենալով . . . . . | $x + 2x = 24$, |
| կը դուսմարենք . . . . . | $x + 2x$, |
| որ կ'ըլլայ . . . . . | $3x = 24$, |
| եւ 3 ով բաժնելով . . . . . | $x = 8$։ |

61. Անծանօթ քանակութեան գտնուած արժէքը ստուգած է կ'ըսուի, երբ այն գտնուած արժէքը տրուած հաւասարութեան մէջի անծանօթին տեղը դրուելով՝ երկու անդամներն իրարու հաւասար կու գան։

Ինչպէս՝ վերջին հաւասարութեան մէջ գտանք $x = 8$։ Եթէ x-ի այս արժէքն այն հաւասարութեան մէջ դնենք, պիտի ունենանք

$$8 + 2 \times 8 = 8 + 16 = 24.$$

որ կը ցուցընէ թէ 8 է ճշմարիտ պատասխանը։

62. Հաւասարութիւն մը՝ որ անծանօթ քանակութեան մը առաջին կարողութիւնը միայն կը պարունակէ, կ'ըսուի ստաջին աստիճանի հաւասարութիւն։

Ինչպէս՝ $6x + 3x - 5 = 13$

եւ $ax + bx + c = d$

առաջին աստիճանի հաւասարութիւններ են։

Հաւասարութեան մը բնութիւնը մտածելով՝ կը տեսնենք թէ հաւասարութիւն մը հետեւեալ երեք յատկութիւններն ունենալու է։

---

61. Հաւասարութիւնը ե՞րբ ստուգած է կ'ըսուի։

62. Երբ հաւասարութիւն մը անծանօթ քանակութեան մը առաջին կարողութիւնը միայն կը պարունակէ, ի՞նչ կ'ըսուի։ Ի՞նչ են ամէն հաւասարութեան երեք էական յատկութիւնները։

Ա. Երկու անդամները նոյն տեսակ քանակութիւններէ բաղկանալու են. այսինքն՝ թալէր = թալէր, լիտր = լիտր։

Բ. Երկու անդամներն իրարու հաւասար ըլլալու են։

Գ. Երկու անդամները նման նշաններ ունենալու են։

63. Ինքնայայտ ճշմարտութիւն մը ասած կ'ըսուի։ Հոս կրնանք դնել հետեւեալները։

1. Եթէ հաւասարութեան մը երկու անդամներէն վրայ հաւասար քանակներ աւելցուին, անդամոց հաւասարութիւնը չ'խախտիր։

2. Եթէ հաւասարութեան մը երկու անդամներէն հաւասար քանակներ հանուին, հաւասարութիւնը չ'խախտիր։

3. Եթէ հաւասարութեան մը երկու անդամները միեւնոյն թուով բազմապատկուին, հաւասարութիւնը չ'խախտիր։

4. Եթէ հաւասարութեան մը երկու անդամները միեւնոյն թուով բաժնուին, հաւասարութիւնը չ'խախտիր։

ԱՅԼԱԶԵՒՈՒԹԻՒՆ ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԵԱՆՑ

64. Հաւասարութեան մը այլայլումն է աստոր ձեւը փոխել առանց աւրելու անդամոց հաւասարութիւնը։

Հետեւեալ այլաձեւութիւնները շարունակ կը գործածուին հաւասարութեանց լուծմանը մէջ։

ԱՅԼԱԶԵՒՈՒԹԻՒՆ ԱՌԱՋԻՆ

65. Երբ հաւասարութեան մը եղրերէն ոմանք կոտորակ են, նոյն հաւասարութիւնն ամբողջ եղրեր ունեցող հաւասարութեան մը վերածել։

---

65. Ի՞նչ է առածը։ Յիշէ վերի չորս առածները։
64. Ի՞նչ է հաւասարութեան մը այլաձեւութիւնը։
65. Ի՞նչ է առաջին այլաձեւութիւնը։ Ի՞նչ է թուոց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատկիչը։ Ի՞նչպէս կը գտնուի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատկիչը։

1. Առ հետեւեալ հաւասարութիւնը

$$\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11.$$

Նախ վերածէ բոլոր կոտորակները միեւնոյն յայտարարի, ան առնն հաւասարութիւնը կ'ելայ,

$$\frac{48x}{72} - \frac{54x}{72} + \frac{12x}{72} = 11.$$

եւ որովհետեւ երկու անդամներն ալ միեւնոյն թուով կրնանք բազմապատկել՝ առանց հաւասարութիւնն աւրելու, ուստի զանոնք 72 ով կը բազմապատկենք, որ միեւնոյն բանն է եթէ կոտորակաց եզրերուն մէջի յայտարարը վերցընենք կամ չնչենք եւ ամբողջ եզրը 72 ով բազմապատկենք. ան առնն հաւասարութիւնը կ'ելայ

$$48x - 54x + 12x = 792,$$

կամ 6 ով բաժնելով՝ $8x - 9x + 2x = 132$:

Բայց առ վերջին հաւասարութիւնն աւելի կարճ կերպով մը կրնանք առանալ, եթէ յայտարարաց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը դնենք:

Այլապէս ամենամեծ ընդհանուր բազմապատիկն է այն ամենամեծ թիւը, զոր առնոց ամեն մէկը կը բաժնէ առանց մնացորդի:

Երբ թիւերը փոքր են, նայուածքով մը մէկէն կրնայ որոշուիլ: Ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը գտնելու կերպը լիովին ցուցուած է թուաբանութեան մէջ:

$\frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11$ հաւասարութեան մէջ կը տեսնենք թէ յայտարարաց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը 12 է, եւ եթէ հաւասարութեան բոլոր եզրերը 12 ով բազմապատկենք, կ'ունենանք $8x - 9x + 2x = 132$.

որ նոյն է առջի գտնուած հաւասարութեան հետ:

**66.** *Ուստի՝ հաւասարութիւն մը պարզելու կամ յայտարարներն անհերեւութացնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Գործէ՛ բոլոր յայտարարներուն ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը։

Բ. Բազմապատիկէ հաւասարումներուն երկու անդամներուն ամէն մէկ երկրորդը այն ընդհանուր բազմապատիկով՝ որքան երկրորդ երկրորդը վերցնելով ամբողջէ։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Պարզէ $\frac{x}{5}+\frac{x}{7}-4=3$ հաւասարութիւնը։

Պ. $7x+5x-140=105$։

2. Պարզէ $\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{27}=8$ հաւասարութիւնը։ Պ. $9x+6x-2x=432$։

3. Պարզէ $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{9}+\frac{x}{12}=20$ հաւասարութիւնը։ Պ. $18x+12x-4x+3x=720$։

4. Պարզէ $\frac{x}{5}+\frac{x}{7}-\frac{x}{2}=4$ հաւասարութիւնը։ Պ. $14x+10x-35x=280$։

5. Պարզէ $\frac{x}{4}-\frac{x}{5}+\frac{x}{6}=15$ հաւասարութիւնը։ Պ. $15x-12x+10x=900$։

6. Պարզէ $\frac{ա}{բ}-\frac{գ}{դ}+զ=ց$ հաւասարութիւնը։

Պ. $ադ-բգ+բդզ=բդց$։

---

66. Կոտորակ ունեցող հաւասարութիւն մը պարզելու կանոնն ի՞նչ է։

7. $\frac{ա+}{բ} - \frac{2գ^2+}{աբ} + 4ա = \frac{4բգ^2+}{ա^3} - \frac{5ա^3}{բ^2} + \frac{2գ^2}{ա}$

— 3բ հաւասարութեան մէջ յայտարարաց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկն է $ա^3բ^2$. ուստի՝ յայտարարներն ազատելով՝ կ'ունենանք $ա^4բ+ - 2ա^2բգ^2+ + 4ա^4բ^2 = 4բ^3գ^2+ - 5ա^6 + 2ա^2բ^2գ^2 - 3ա^3բ^3$ ։

## ԱՅԼԱՁԵՒՈՒԹԻՒՆ ԵՐԿՐՈՐԴ

67. Երբ հաւասարութեան մը երկու անդամներն ալ բազմեղր են, այնինչ եղրերը մէկ անդամէն միւսին տեղափոխել։

1. Օրինակի աղագաւ՝ առ հետեւեալ հաւասարութիւնը, $5+ - 6 = 8 + 2+$ ։

Նախ՝ եթէ երկու անդամներէն ալ 2+ հանենք, հաւասարութիւնը չ'ապրուիր, եւ կ'ունենանք

$$5+ - 6 - 2+ = 8 ։$$

Ուստի՝ կը տեսնենք թէ 2+ եղրը՝ որ երկրորդ անդամին մէջ գումարելի էր, առաջնոյն անցնելով կ'ըլլայ բառնալի։

Երկրորդ՝ եթէ երկու անդամներուն վրայ 6 աւելցընենք, հաւասարութիւնը չ'ապրուիր, եւ կ'ունենանք $5+ - 6 - 2+ + 6 = 8 + 6$.

Կամ՝ որովհետեւ —6 եւ +6 իրար կը չնչեն, կ'ունենանք $5+ - 2+ = 8 + 6$ ։

Ուստի առաջին անդամին մէջ բառնալի եղած եղրը՝ երկրորդ անդամին կ'անցնի յաւելման նշանով։

2. Առ հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$ա+ + բ = գ - դ+ .$$

---

67. Ի՞նչ է երկրորդ այլաձեւութիւնը։ Եղը մը տեղափոխել ըսելով ի՞նչ կը հասկցուի։ Մէկ անդամէն միւսին տեղափոխելու կանոնն ի՞նչ է։

Եթէ երկու անդամներուն վրայ ալ գ+ աւելցնենք, եւ ամէն մէկէն բ հանենք՝ հաւասարութիւնը կ'ըլլայ մ+բ+գ+—բ = դ—գ+գ+—բ.
կամ վերածելով մ+գ+ = դ—բ։

Երբ երբ մը հաւասարութեան մէկ անդամէն կ'առնուի եւ միւսին մէջ կը դրուի, փոխադրեալ կ'ըսուի։

Ուսոմ եղրերուն տեղափոխութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Հաւասարումեան մը որ և իցէ եղրէ կրնայ փոխադրեալ անոր նշանը + էն — է, և — էն + է փոխելով։

68. Արդ՝ նախընթաց սկզբունքները գործածենք հաւասարութեանց լուծմանը համար։

1. Առ հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$4x-3=2x+5.$$

—3 եւ 2x եղրերը տեղափոխելով կ'ունենանք

$$4x-2x=5+3.$$

կամ վերածելով՝ $2x=8.$

2 ով բաժնելով՝ $x=\frac{8}{2}=4$։

Սրբագրութիւն.

Արդ՝ եթէ x-ի տեղ 4 դնենք՝ հետեւեալ հաւասարութեան մէջ $4x-3=2x+5$,
կ'ունենանք $4\times4-3=2\times4+5$,
կամ $13=13$։

Ուստի՝ x-ի արժէքը կը տուզուի՝ նոյն արժէքը տրուած հաւասարութեան անծանօթ քանակութեան տեղը դնելով։

2. Երկրորդ օրինակ մը առ հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$\frac{5x}{12}-\frac{4x}{3}-13=\frac{7}{8}-\frac{13x}{6}.$$

Յայտարարներն անհետացընելով, կամ պարզելով, կ'ունենանք

$$10x-32x-312=21-52x,$$

կամ տեղափոխելով՝

$$10x-32x+52x=21+312,$$

վերածելով՝ $30x=333$

$$x=\frac{333}{30}=\frac{111}{10}=11\cdot 1:$$

Այս արդիւնքը կրնայ ստուգուիլ՝ զանիկայ տրուած հաւասարութեան մէջ $x$-ի տեղը դնելով։

3. Երրորդ օրինակ մը՝ առնենք հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$(3m-x)(m-b)+2mx=4b(x+m):$$

Նախ՝ երկու անդամները բազմերբերու վերածելու համար հարկ է նշանակեալ բազմապատկութիւնը կատարել։ Ապիկայ ընել հարկաւոր է որպէս զի անծանօթ $x$ քանակութիւնը ծանօթ քանակութիւններէն զատենք։ Ապիկայ ընելով հաւասարութիւնը կ'ելլայ

$$3m^2-mx-3mb+bx+2mx=4bx+4mb,$$

կամ տեղափոխելով՝

$$-mx+bx+2mx-4bx=4mb+3mb-3m^2.$$

վերածելով՝ $mx-3bx=7mb-3m^2.$

կամ՝ (ցոյց. 39) $(m-3b)x=7mb-3m^2.$

բաժնելով երկու անդամները $m-3b$-ով՝ կը գտնենք

$$x=\frac{7mb-3m^2}{m-3b}:$$

Ուստի՝ առաջին աստիճանի հաւասարութիւն մը լուծելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Եթէ յայտարարները կան, վերցուր զանոնք. և ապա կատարէ երկու անդամներուն մէջ նշանակեալ ալգեբրայական բոլոր գործողութիւնները։

Բ. Ցեր պոյ անձանօթ փոփոխականներու պարտականութիւն քարտերը եղբեր ֆոխարարք ատաւելին անդամին, որ քարտերը ձանօթ եղբերը՝ երկրորդ անդամին։

Գ. Անձանօթ փոփոխականներու պարտականութիւն քարտերը եղբերը՝ վերածէ մէկ եղբի մը. այս եղբը երկու փոփոխականներէն պէտք քաղուի այս, որոնց մէկը անձանօթ փոփոխականը պէտք ըլլայ, և մէնա՝ անոր քաղմապատիկներուն՝ երբեմն յատուկ նշանակութիւնը կատարած։

Դ. Հաւասարութիւնեան երկու անդամներէն քաշէ անձանօթ փոփոխականեան քաղմապատիկները։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. գտիր $3x-2+24=31$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=3$։

2. գտիր $x+18=3x-5$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=11\frac{1}{2}$։

3. գտիր $6-2x+10=20-3x-2$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=2$։

4. գտիր $x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=11$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=6$։

5. գտիր $2x-\frac{1}{2}x+1=5x-2$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=\frac{6}{7}$։

6. գտիր $3m+\frac{m}{2}-3=px-m$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=\frac{6-3m}{6m-2p}$։

7. գտիր $\frac{x-3}{2}+\frac{x}{3}=20-\frac{x-19}{2}$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=23\frac{1}{4}$։

8. գտիր $\frac{x+3}{2}+\frac{x}{3}=4-\frac{x-5}{4}$ ի մէջ $x$ ի արժէքը։
պ. $x=3\frac{6}{13}$։

9. Գտէր $\frac{3ա+}{գ} - \frac{2բ+}{դ} - 4 =$ զ-ի մէջ +-ի արժէքը։

պ. $+ = \frac{գդզ + 4գդ}{3ադ - 2բգ}$։

10. Գտէր $\frac{8ա+ - բ}{7} - \frac{3բ - գ}{2} = 4 - բ$-ի մէջ +-ի արժէքը։ պ. $+ = \frac{56 + 9բ - 7գ}{16ա}$։

11. Գտէր $\frac{+}{ա} - \frac{+}{բ} + \frac{+}{գ} - \frac{+}{դ} =$ զ-ի մէջ +-ի արժէքը։ պ. $+ = \frac{աբգդզ}{բգդ - ագդ + աբդ - աբգ}$։

Տեղեկութիւն։ — Ի՞նչ է +-ի թուական արժէքը, եթէ $ա = 1$, $բ = 2$, $գ = 3$, $դ = 4$, եւ $զ = 6$։

12. Գտէր $\frac{+}{7} + \frac{8+}{9} - \frac{+ - 3}{5} = -12\frac{29}{45}$-ի մէջ +-ի արժէքը։ պ. $+ = 14$։

13. Գտէր $+ - \frac{3+ - 5}{13} + \frac{4+ - 2}{11} = + + 1$-ի մէջ +-ի արժէքը։ պ. $+ = 6$։

14. Գտէր $3+ + \frac{բ+ - դ}{3} = + + ա$-ի մէջ +-ի արժէքը։

պ. $+ = \frac{3ա + դ}{6 + բ}$։

15. Գտէր $\frac{ա+ - բ}{4} + \frac{ա}{3} = \frac{բ+}{2} - \frac{բ+ - ա}{3}$-ի մէջ +-ի արժէքը։ պ. $+ = \frac{3բ}{3ա - 2բ}$։

16. Հետեւեալ հաւասարութեան մէջ գտէր +-ի արժէքը։

$$\frac{(ա+բ)\ (գ-բ)}{ա-բ}-3ա=\frac{4աբ-բ^2}{ա+բ}-2գ+\frac{ա^2-բգ}{բ}\,,$$

$$\text{կամ}\quad գ=\frac{ա^4+3ա^3բ+4ա^2բ^2-6աբ^3+2բ^4}{2բ\,(2ա^2+աբ-բ^2)}\,,$$

Ա. Սահմանումներ։ Ա. Հավասարումներ։ Ա. Աստիճաններ։ Հ. Հավասարումներ։ Ինչպես մեկ անծանոթ գանակներ։ Գ. Գծային։ Դ. Քառակուսային։ Ե. Աստիճանավոր։

**69.** Արդէն տեսնուեցաւ (30գ. 60), թէ ալճէպրայական խնդրոյ մը լուծումը երկու որոշ մասերէ կը բաղկանայ։

Ա. Աբստրակտ ընել. այսինքն՝ առաջարկութեան պայմաններն ալճէպրայապէս արտայայտել կամ ցուցնել։

Բ. Ելած հաւասարութիւնը լուծել. այսինքն՝ անծանօթ քանակութիւններէն ծանօթը զատել կամ հանել։

Առաջարկութիւնն արտայայտելէն ետքը անծանօթ քանակութեան արժէքը գտնելու կերպն արդէն բացատրեցինք։ Հիմա կը մնայ առաջարկութիւնը կամ խնդիրն ալճէպրայի լեզուով արտայայտելու լաւագոյն եղանակները ցուցնել։

Ալճէպրայական խնդրոյ մը լուծման այս մասը, երկրորդին նման, լաւագոյն սահմանուած կանոնի մը տակ չի կրնար մտնել։ Երբեմն առաջարկութեան արտայայտութիւնը հաւասարութիւնն անմիջապէս կը կազմէ. բայց երբեմն հարկաւոր է արտայայտութենէն յառաջ եկող նոր կէտեր գտնել որոնցմէ կարող ըլլանք հաւասարութիւն մը կազմել։

---

69. Ալճէպրայի մէջ խնդրոյ մը լուծումը քանի՞ մասերու կը բաժնուի։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ո՞ր մասը արդէն բացատրուած է։ Ո՞ր մասը հիմա պիտի ցուցուի։ Այս մասը ճիշտ կանոններու տակ կրնա՞յ մտնել։ Ի՞նչ է առաջարկութիւն մը արտայայտելու ընդհանուր կանոնը։

Սակայն եւ այնպէս՝ գրեթէ ամէն պարագայի մէջ արտայայտութիւն կրնանք ընել, այսինքն՝ հաւասարութիւնը կազմել, հետեւեալ կանոնով։

## ԿԱՆՈՆ

Անծանօթ քանակութիւնը նէրկայացնելու այբուբենի վերջին գիրերէն մէկով. և յետոյ ալգեբրայական նշաններով նշանակէ ծանօթ և անծանօթ քանակութեանց վրայ այն գործողութիւնները զորս՝ անծանօթ քանակութեան արժէքը գտնելու համար կը փոխադրենք 5ը երկրորդ անդամին, եւ կ'ունենանք

$$x = 9 - 5 = 4։$$

Սպառիչ.

$$4 + 5 = 9։$$

2. Գտիր թիւ մը որուն մէկ երկրորդին, մէկ երրորդին եւ մէկ չորրորդին գումարը, վրան 45 աւելցընելով, հաւասար կ'ըլլայ 448 ի։

Թող այն թիւը ցուցուի $x$ով.

անուանեն մէկ երկրորդը պիտի ցուցուի $\frac{x}{2}$ով,

մէկ երրորդը » » $\frac{x}{3}$ով,

մէկ չորրորդը » » $\frac{x}{4}$ով.

եւ պայմաններէն՝

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+45=448:$$

Այս է առաջարկութեան արտայայտութիւնը։

Արդ՝ $x$ ի արժէքը գտնելու համար, երկու անդամներէն ալ 45 հանէ, եւ կ'ունենանք

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=403:$$

Հաւասարութեան յայտարարները անելուոյթ ընելով կ'ունենանք $6x+4x+3x=4836$,

կամ $13x=4836$։

Ուստի $x=\frac{4836}{13}=372$։

Սրուագրելէն.

$$\frac{372}{2}+\frac{372}{3}+\frac{372}{4}+45=186+124+93$$
$$+45=448:$$

3. Ո՞նչ է այն թիւը որուն մէկ երրորդը իր մէկ չորրորդէն 16 աւելի է։

Թող այն թիւը ներկայացուցի $x$ով։ Անոնք

$\frac{x}{3}=$ երրորդ մասին,

$\frac{x}{4}=$ չորրորդ մասին,

եւ խնդրոյն պայմաններէն

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=16:$$

Այս է արտայայտութիւնը։ Արդ՝ $x$ ի արժէքը գտնելու համար՝ հաւասարութեան յայտարարները կ'անելուութացընենք, եւ կ'ունենանք

$$4x-3x=192.$$
$$x=192:$$

Սրոտ-գոտ-ին.

$$\frac{192}{3}-\frac{192}{4}=64-48=16:$$

4. Բաժնէ 1000 թալէր Ա, Բ, Գ-ի, այնպէս որ Ա 72 թալէր աւելի առնէ քան զԲ, եւ Գ 100 թալէր աւելի առնէ քան զԱ:

Թող $x=$ Բ-ի բաժնին.
անաւեն $x+72=$ Ա-ի բաժնին,
եւ $x+172=$ Գ-ի բաժնին.
ասոնց գումարն է $3x+244=1000$ թալէրի:
Այս է արտայայտութիւնը:
244 տեղափոխելով կ'ունենանք

$$3x=1000-244=756.$$

եւ $x=\frac{756}{3}=252=$ Բ-ի բաժնին:
Ուստի $x+72=252+72=324$ թ. $=$ Ա-ի բաժնին:
եւ $x+172=252+172=424$ թ. $=$ Գ-ի բաժնին:

Սրոտ-գոտ-ին.

$$252+324+424=1000:$$

5. Տակառ մը գինւոյ մէկ երրորդը վաղելէն ետքը 21 կալոն ալ ջրհանով քաշուեցաւ, եւ անաւեն գինւոյն տակառը չափուելով տեսնուեցաւ որ տասկառին կէսը լեցուն էր. տակառը որչափ գինի կ'առնէր:

Դիցուք թէ տակառը $x$ կալոն կ'առնէր.

անաւեն $\frac{x}{3}=$ դուրս վաղածին,
եւ $\frac{x}{3}+21=$ վաղածին ու քաշուածին:
Ուստի խնդրոյն պայմաններէն $\frac{x}{3}+21=\frac{x}{2}$:
Այս է արտայայտութիւնը:

Արդ՝ + գտնելու համար՝ կ'ունենանք

$$2+ + 126 = 3+ ,$$

$$- + = - 126 .$$

Եւ երկու անդամներուն նշանները փոխելով որ անոնց հաւասարութիւնը չ'աւրեր, կ'ունենանք

$$+ = 126 :$$

Սրուագրութիւն.

$$\frac{126}{3} + 21 = 42 + 21 = 63 = \frac{126}{2} :$$

6. Ձուկ մը բռնուեցաւ որուն պոչին ծանրութիւնը 9 լիտր էր. գլուխը՝ պոչին ծանրութեանն ու մարմնոյն ծանրութեանը կէսին չափ էր. մարմինն ալ գլխուն ու պոչին ծանրութեանը չափ էր. ինչ էր ձուկին ծանրութիւնը :

Թող $2+ =$ մարմնոյն ծանրութեանը.
անոնցմէն՝ $9 + + =$ գլխուն ծանրութեանը.
Եւ որովհետեւ մարմինը գլխուն եւ պոչին ծանրութեանը չափ էր,

$$2+ = 9 + 9 + + :$$

Այս է արտայայտութիւնը :

Ուրեմն $2+ - + = 18$ եւ $+ = 18$.
ուստի կ'ունենանք

$2+ = 36$ լտ. = մարմնոյն ծանրութեանը.
$9 + + = 27$ լտ. = գլխուն ծանրութեանը.
$9$ լտ. = պոչին ծանրութեանը.
ուստի եւ $72$ լտ. = ձուկին ծանրութեանը :

7. Երկու թուոց գումարն է 67 եւ անոնց տարբերութիւնն է 19. ինչ են այն երկու թիւերը :

Դիցուք թէ $+ =$ փոքրագունին.
անոնցմէն՝ $+ + 19 =$ մեծագունին.
Եւ խնդրոյն պայմաններէն՝ $2+ + 19 = 67$ :

Այս է արտայայտութիւնը :

Արդ՝ x-ի արժէքը գտնելու համար՝ նախ 19 կը տեղափոխենք, եւ կ'ունենանք

$$2x = 67 - 19 = 48.$$

ուստի՝ $$x = \frac{48}{2} = 24,$$ եւ $x + 19 = 43$։

Սրուագրութիւն.

$$43 + 24 = 67,$$ եւ $$43 - 24 = 19$։

Ուրիշ Լուծում.

Թող x ցուցընէ մեծագոյն թիւը.
անատեն $x - 19$ պիտի ցուցընէ փոքրագոյն թիւը։
եւ $$2x - 19 = 67,$$
ուստի $$2x = 67 + 19.$$
վասնզոյց $$x = \frac{86}{2} = 43,$$
եւ հետեւապէս $x - 19 = 43 - 19 = 24$։

Հանրական Լուծում.

Երկու թուոց գումարն է ա, եւ անոնց տարբերութիւնն է բ. ինչ են այն երկու թիւերը։

Թող x ցուցընէ փոքրագոյն թիւը.
անատեն $x + բ$ պիտի ցուցընէ մեծագոյն թիւը.
ուստի $2x + բ = ա$, կամ $2x = ա - բ$.
վասնզոյց $$x = \frac{ա - բ}{2} = \frac{ա}{2} - \frac{բ}{2},$$
եւ հետեւապէս $$x + բ = \frac{ա}{2} - \frac{բ}{2} + բ = \frac{ա}{2} + \frac{բ}{2}.$$

Որովհետեւ աս երկու արդիւնքներուն ձեւը՝ ա ու բ գրերուն յատկացեալ արժէքներէն կախեալ չէ, կը հետեւի թէ՝

Երկու թուոց գումարն ու տարբերությունը գերազանցվ

մեծագոյն թիւը կը գտնենք՝ պարբերութեան կէսը գումարելի կէսին վրայ աւելցնելով, և փոքրագոյն թիւը կը գտնենք՝ պարբերութեան կէսը գումարելի կէսէն հանելով։

Ինչպէս, եթէ տրուած գումարը 237 ըլլար, եւ տարբերութիւնը 99,

մեծագոյն թիւը կ'ըլլար

$$\frac{237}{2}+\frac{99}{2} \text{ կամ } \frac{237+99}{2}=\frac{336}{2}=168.$$

եւ փոքրագոյնը կ'ըլլար

$$\frac{237}{2}-\frac{99}{2}, \text{ կամ } \frac{138}{2}=69:$$

Սպառգումէն.

$$168+69=237 \text{ եւ } 168-69=99:$$

2 8. Մարդ մը գործաւոր մը վարձեց 48 օրուան համար։ Ամէն բանած օրը 24 սէնթ կ'առնէր գործաւորը, եւ չբանած օրը 12 սէնթ կը վճարէր իր կերակուրին համար։ Երբ 48 օրը լրանալով՝ հաշիւ տեսնուեցաւ, 504 սէնթ առաւ։ Քանի՞ օր գործեց, եւ քանի՞ օր դատարկ անցուց։

Եթէ երկու թիւերը ծանօթ ըլլային, եւ առաջինը 24 ով ու երկրորդը 12 ով բազմապատկուէր, անոնց արտադրեալներուն տարբերութիւնը 504 պիտի ըլլար։ Արդ՝ այս գործողութիւնները ցուցնենք ալճէպրայական նշաններու օժանդակութեամբ։

Թող + ցուցնէ բանած օրերուն թիւը,

եւ 48 — + չբանած օրերուն թիւը.

անատեն 24 × + կը ցուցնէ շահածը,

եւ 12 (48 — +) կերակուրին համար վճարածը։

Ուստի 24+ — 12 (48 — +) = 504

ընդունածը, որ է արտայայտութիւնը։

Ուրեմն $x$ գտնելու համար՝ նախ 12 ով կը բազմապատկենք, որ կ'ելլայ

$$24x - 576 + 12x = 504.$$

կամ

$$36x = 504 + 576 = 1080,$$

եւ

$$x = \frac{1080}{36} = 30$$ բանած օրերուն թիւն.

ուստի

$$48 - 30 = 18$$ չբանած օրերուն թիւն։

Սպոնտոնին.

Երեսուն օրուան աշխատանքը, օրը 24 ական սէնթէ, կ'ընէ . . . $30 \times 24 = 720$ սէնթի։

Եւ 18 օրուան կերակուրին համար տուածը, 12 ական սէնթէ, կ'ընէ . . . . . $18 \times 12 = 216$ սէնթի։

Տարբերութիւնն է ընդունուած գումարը 504 սէնթ։

Հանրական լուծում.

Այս խնդիրը կը հանրանայ՝ բանած եւ պարապ անցուցած օրերուն ամբողջ թիւը $m$ ով ցուցնելով։

Ամէն մէկ բանած օրերուն համար ընդունած գումարը $m$ ով։

Ամէն մէկ պարապ անցուցած օրերուն մէջ կերակուրի համար վճարած գումարը $p$ ով։

Եւ գործաւորին ընդունած վարձքը $q$ ով։

Արդ առաջուան պէս, բանած օրերուն թիւը ցուցընենք $x$ ով. ան առեն պարապ անցուցածը պիտի ցուցուի $m - x$ ով. շահածը պիտի ցուցուի $mx$ ով. եւ կերակուրի համար վճարած գումարը $p(m - x)$ ով. վասնորոյ՝ խնդրոյն արտայայտութիւնը կ'ելլայ

$$mx - p(m - x) = q։$$

Արդ՝ $x$-ի արժէքը գտնելու համար՝ նախ $b$-ով բազմապատկելով կ'ունենանք

$$mx - bn + bx = c.$$

կամ $$(m + b)x = c + bn.$$

ուստի $$x = \frac{c + bn}{m + b} = \text{բանած օրերուն թիւն}.$$

հետեւապէս $$n - x = n - \frac{c + bn}{m + b} = \frac{mn + bn - c - bn}{m + b}.$$

կամ $$n - x = \frac{mn - c}{m + b} = \text{պարապ օրերուն թիւն}:$$

Դիցուք թէ $n = 48$, $m = 24$, $b = 12$ եւ $c = 504$: Այս թիւերը $x$-ի այն արժէքը պիտի տան, որ առաջ գտնուեցաւ:

3. Մարդ մը մեռնելու առեն իր ստացուածքին կէսը թողուց կնոջը. մէյ մէկ վեցերորդ՝ երկու աղջիկներէն ամէն մէկուն, մէկ տասներկուերորդ՝ ծառայի մը, մնացած 600 թալէրն ալ աղքատաց. ինչ էր ստացուածքին գումարը:

Ցուցուր ստացուածքին գումարը $x$-ով.

անառեն $\frac{x}{2}$ կը ցուցնէ կնոջն ընդունածը.

$\frac{x}{6}$ մէկ աղջկան ընդունածը.

եւ $\frac{2x}{6} = \frac{x}{3}$ երկու աղջիկներուն ընդունածը.

նաեւ $\frac{x}{12}$ ծառային ընդունածը.

եւ 600 թալէր՝ աղքատաց տրուածը.

եւ խնդրոյն պայմաններէն՝

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} + 600 = x \text{ ստացուածքին գումարը},$$

եւ $$x = 7200 \text{ թալէրի}:$$

4.° 10. Ա. եւ Բ. մէկտեղ թուղթ խաղացին. Ա՝ սկսած առեն ունէր 84 թալէր եւ Բ. 48 թալէր։ Երկուքն ալ փոխադարձ կորսնցընելէն ու շահելէն ետքը՝ տեսնուեցաւ որ Ա՝ Բ-ի ունեցածին հինգ անգամն ունէր. Ա. որչափ շահեցաւ։

Թող $x$ ցուցընէ Ա-ի շահածը.

անուանեն Ա. $84+x$ թալէր ունէր խաղին վերջը.

եւ Բ. $48-x$ թալէր.

եւ խնդրոյն պայմաններէն կ'ունենանք

$$84+x=5(48-x).$$

ուստի $$84+x=240-5x.$$

եւ $$6x=156.$$

հետեւապէս $x=26$ թալէրի, Ա-ի շահածին։

Սպասողութեան.

$$84+26=110.\quad 48-26=22.$$

$$110=5(22)=110.$$

5.° 11. Ա. մինակ աշխատելով գործ մը 10 օրը կը կատարէ, Բ՝ 13 օրը. եթէ երկուքը մէկտեղ գործեն, քանի՞ օրը կրնան կատարել։

Դիր ժամանակին տեղ $x$, եւ գործին տեղ 1.

անուանեն Ա. 1 օրը գործին $\frac{1}{10}$ը կրնայ ընել,

եւ Բ. » » $\frac{1}{13}$ը.

եւ Ա. $x$ օրը գործին $\frac{x}{10}$ը կրնայ ընել,

եւ Բ՝ » գործին $\frac{x}{13}$ը.

ուստի խնդրոյն պայմաններէն

$$\frac{x}{10}+\frac{x}{13}=1,\ \text{կամ}\ 13x+10x=130.$$

ուստի $23x=130,\ x=\frac{130}{23}=5\frac{15}{23}$ օրուան։

12. Աղուէս մը որսորդ շունէ մը հալածուած ասունը 60 քայլ իր քայլովը հեռու էր անկէ։ Քանի որ շունը վեց քայլ կ'առնէր աղուէսը 9 քայլ կ'առնէր, բայց շունին 3 քայլն աղուէսին 7 քայլերուն հաւասար էր։ Շունը քանի քայլ առնելու էր որ աղուէսին հասնէր։

Յայտնի է թէ շունը երթալու էր աղուէսին երթալու ճամբան, եւ նաեւ անոր 60 քայլ հեռու եղած միջոցը։ Արդ՝ եթէ այս երկու հեռաւորութիւններուն ալճէպրայական ձեւերը կրնանք գտնել, խնդիրն արտայայտելը դիւրին պիտի ըլլայ։

Թող + ցուցնէ աղուէսին հասնելու համար շունին առնելու քայլերուն թիւը։

Արդ՝ որովհետեւ շունը 6 քայլ առած ատեն աղուէսը 9 քայլ կ'առնէ, ուստի քանի որ շունը 1 քայլ կ'առնէ՝ աղուէսը պիտի առնէ $\frac{9}{6}$ կամ $\frac{3}{2}$ քայլ. եւ վասնորոյ՝ քանի որ շունը + քայլ կ'առնէ՝ աղուէսը պիտի առնէ $\frac{3+}{2}$ քայլ։

Ուստի շունին երթալու ճամբուն հեռաւորութիւնը պիտի ցուցուի աղուէսին $60+\frac{3+}{2}$ քայլերովը։

Արդ՝ ըստ խնդրոյն, շունին 3 քայլը աղուէսին 7 քայլերուն հաւասար է. ուրեմն շունին 1 քայլը հաւասար է աղուէսին $\frac{7}{3}$ քայլերուն. եւ հետեւապէս՝ շունին + քայլերը հաւասար են աղուէսին $\frac{7+}{3}$ քայլերուն։

Ուստի կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$\frac{7+}{3}=60+\frac{3+}{2}\text{։}$$

Յայտարարներն ոչնչացնելով՝

$$14+=360+9+\text{.}$$

կամ $$5+=360,\ \text{եւ}\ +=72\text{։}$$

Վանորոյ շունը աղուէսին հասնելու համար 72 քայլ պիտի առնէ, եւ նոյն ատեն աղուէսը պիտի առնէ $72 \times \frac{3}{2}$ կամ 108 քայլ։

Սպասելոյն։

Շունին 72 քայլերը հաւասար են աղուէսին

$$\frac{72 \times 7}{3} = 168 \text{ քայլերուն},$$

եւ

$$60 + 108 = 168,$$

աղուէսին 'ի սկզբանէ առած քայլերուն։

13. Հայր մը 2520 թալէրի ստացուածք մը թողուց իր չորս որդւոցը. Գ առաւ 360 թալէր, Բ՝ Գ-ի եւ Դ-ի առածին չափ, եւ Ա՝ Բ-ի առածին կրկինէն 1000 թալէր պակաս։ Ա, Բ, եւ Դ որչափ առին։

Պ. Ա. 760 ԹԼԷ., Բ. 880 ԹԼԷ., Դ. 520 ԹԼԷ.։

14. 7500 թալէրի ստացուածք մը պիտի բաժնուի կնոջ մը, երկու տղոցը, եւ երեք աղջիկներուն, այնպէս որ իւրաքանչիւր տղայ՝ իւրաքանչիւր աղջկան կրկնապատիկն առնէ, եւ կինը՝ բոլոր զաւակներէն 500 թալէր աւելի։ Կնոջն ու իւրաքանչիւր զաւկին բաժինն ինչ պիտի ըլլայ։

Պ. { Կնոջ բաժինը 4000 ԹԼԷ.։
Իւրաքանչիւր տղուն՝ 1000 ԹԼԷ.։
Իւրաքանչիւր աղջկան՝ 500 ԹԼԷ.։

15. 180 անձինքներէ բաղկացեալ ընկերութեան մը անդամներն էին, արք, կանայք եւ տղայք։ Արք կանանցմէ 8 աւելի էին, եւ տղայք՝ այրերէն ու կանանցմէ 20 աւելի. իւրաքանչիւր տեսակէն քանի անձինք կային ընկերութեան մէջ։

Պ. 44 այր, 36 կին, 100 տղայ։

16. Հայր մը 2000 թալէր բաժնեց իր հինգ որդւոցն, այնպէս որ իւրաքանչիւր որդի իրմէ կրտսեր եղբօրմէն 40 թալէր աւելի առաւ։ Ամենէն փոքրին բաժինն ինչ էր։

Պ. 320 ԹԼԷ.։

17. Գաղի մը մէջ 2850 թալէր կայ եւ պիտի բաժնուի երեք մարդոց։ Ա.ի բաժինը Բ.ի բաժնին հետ այն համեմատութիւնը պիտի ունենայ, ինչ համեմատութիւն որ 6ը 11ի հետ ունի. եւ Գ՝ Ա.էն ու Բ.էն 300 թալէր աւելի պիտի առնէ. իւրաքանչիւր ի՞նչ բաժին պիտի առնէ։

Պ. Ա. 450 ԹԼԷ., Բ. 825 ԹԼԷ., Գ. 1575 ԹԼԷ.։

18. Երկու հեռեւակներ միեւնոյն տեղէն ճամբայ ելան. առաջնոյն ըրած քայլը երկրորդին ըրած քայլին կրկինն էր. բայց քանի որ առաջինը մէկ քայլ կ'առնէր՝ երկրորդը 3 քայլ կ'առնէր. ժամանակէ մը ետքը տեսան որ իրարմէ 300 ոտք հեռի էին։ Արդ՝ ամէն մէկ մեծ քայլերը 3 ոտք համարելով՝ ամէն մէկը քանի՞ ոտք գացած էր։

Պ. Առաջինը 200 ոտք. երկրորդը 500 ոտք։

19. Երկու հիւսն, 24 մեքենագործ եւ 8 աշակերտ, որոշեալ ժամանակէ մը ետքը 144 թալէր ընդունեցին։ Հիւսները օրը թալէր մը կ'առնէին, իւրաքանչիւր մեքենագործ՝ կէս թալէր, եւ իւրաքանչիւր աշակերտ՝ մէկ քառորդ թալէր։ Գանի՞ օր աշխատեցան։ Պ. 9 օր։

20. Վաշխառու մը 2940 թալէրի տարեկան եկամուտ մը ունի. անոր առակին չորս հինգերորդը հարիւրին չորս շահ կը բերէ, եւ մնացածը հարիւրին 5։ Դրամագլուխն որչափ է։ Պ. 70,000 ԹԼԷ.։

21. 60 տակառ ջուր պարունակող աւազան մը՝ երեք տարբեր ծորակ ունի. առաջին ծորակը մէկ ժամէն կը պարպէ աւազանը, երկրորդը՝ երկու ժամէն, եւ երրորդը՝ երեք ժամէն։ Եթէ երեքը միասեղ վազեն, որքան ժամանակէն կը պարպեն։

Պ. $32\frac{8}{11}$ բոպէէ։

22. Պարտէզի մը ծառերուն կէսը խնձորի ծառ է, մէկ չորրորդը դեղձի, եւ մէկ վեցերորդը սալորի, նաեւ 120 կեռասի, 80 ալ տանձի ծառ կայ։ Պարտէզին մէջ քանի՞ ծառ կայ։ Պ. 2400։

23. Երկրագործ մը իր ոչխարները հինգ արօտեարու մէջ պահեց. առաջնոյն մէջ՝ ոչխարներուն $\frac{1}{4}$ը, երկրորդին մէջ՝ $\frac{1}{6}$ը, երրորդին մէջ՝ $\frac{1}{8}$ը, չորրորդին մէջ՝ $\frac{1}{12}$ը, հինգերորդին մէջ ալ 450 հատ։ Քանի՞ ոչխար ունէր։ Պ. 1200։

24. Ձի մը եւ թամբ մը ունիմ որ 132 թալէր կ'արժեն. ձիուն գինը թամբին գնոյն տասն անգամն է. ինչ է ձիուն գինը։ Պ. 120։

25. Ի՞նչ է այն թիւը՝ որմէ եթէ 5 հանուի, մնացեալին $\frac{2}{3}$ը 40 է։ Պ. 65։

26. Կալուածքի մը վարձքն այս տարի անցեալ տարուընէն 8 հարիւրերորդ աւելի է։ Այս տարի 1890 թալէր է. անցեալ տարուանը որչափ էր։ Պ. 1750 ԹԼՐ.։

27. Ագի մը մէջ գաւազան մը կանգնուած է, որուն $\frac{1}{4}$ը ոգմին մէջ է, $\frac{1}{3}$ը ջուրին մէջ, 10 ոտք ալ ջուրէն դուրս. ինչ է գաւազանին ամբողջ երկայնութիւնը։ Պ. 24 ոտք։

28. Սակիս $\frac{1}{4}$ը եւ $\frac{1}{5}$ը պարտքիս տալէս ետքը՝ քսակիս մէջ 66 դուրուշ մնաց. առաջ քանի՞ դուրուշ ունէի քսակիս մէջ։ Պ. 120։

29. Մարդուն մէկը շատ մը աղքատներու պատահելով՝ կ'ուզէր ամէն մէկուն 3 ական բէնի տալ. բայց քսակը նայելով՝ տեսաւ որ 8 բէնի պիտի պակսի. ուստի իւրաքանչիւրին 2 ական բէնի տուաւ եւ մնաց 3 բէնի. աղքատները քանի էին։ Պ. 11։

30. Մարդ մը խաղի մէջ՝ իր սակին $\frac{1}{4}$ը կորսընցուց, եւ յետոյ 3 շիլին շահեցաւ. ետքը քովը մնացածին $\frac{1}{3}$ն ալ կորսնցուց. եւ ան ատեն տեսաւ որ քովը 12 շիլին մնաց։ Սկզբի որչափ ունէր։ Պ. 20 ՇԻԼ.։

31. Երկու հոգի վաճառականութեան սկսան հաւասար դրամագլխով. Ա. շահեցաւ 126 թալէր, Բ կորնցուց 87 թալէր. եւ հիմա Ա.ի ստակը՝ Բ.ի ստակին կրկնապատիկն է. ամէն մէկը որչափ ստակով սկսաւ։ պ. 300 ԹԼՐ։

32. Մարդ մը գրպանին մէջ դուռմար մը ստակ դնելով պանդոկ մը կ'երթայ, եւ հոն 2 շիլլին ծախք կ'ընէ. ան ատեն քովը մնացած ստակին չափ փոխ կ'առնէ, եւ ուրիշ պանդոկ մը երթալով՝ 2 շիլլին ալ հոն ծախք կ'ընէ. նորէն քովը մնացածին չափ փոխ կ'առնէ, եւ դարձեալ ուրիշ պանդոկ մը երթալով՝ 2 շիլլին ալ հոն ծախք կ'ընէ. ու դարձեալ մնացածին չափ փոխ կ'առնէ, նաեւ ուրիշ պանդոկ մը երթալով՝ 2 շիլլին ալ հոն ծախք կ'ընէ, եւ կը տեսնէ որ քովը բան չմնաց։ Առաջ որչափ ստակ ունէր քովը։ պ. 3 ՇԷԼ. 9 ԲՆ։

## Երկու կամ աւելի անծանօթ փոփոխելիով պարունակող Առաջին Աստիճանի հաւասարումներ։

70. Յայտնի է թէ արդէն քննուած խնդիրներէն ոմանք՝ ըստ երեւութին մէկէն աւելի անծանօթ քանակութիւն կը պարունակէին. սակայն եւ այնպէս կարողացանք զանոնք լուծել միայն մէկ անծանօթ քանակութեան օժանդակութեամբ։ Այն օրինակներուն մէջ՝ խնդրոյն պահանջեալ մասերն այնպէս կապակցեալ էին՝ որ անոնց մէջտեղի յարաբերութիւնները կարողացանք ցուցնել միայն մէկ հաւասարութեան միջոցաւ։ Հիմա կու գանք այն խնդիրներուն՝ զորոնք լուծելու համար մէկէն աւելի անծանօթ քանակութիւն կը գործածենք։

Նախ քննենք այն խնդիրներէն ոմանք՝ զորոնք արդէն միայն մէկ անծանօթ քանակութեան օժանդակութեամբ լուծած ենք։

1. Գտիր երկու թիւ որոնց գումարը 36 է, եւ տարբերութիւնը՝ 12։

Թող $x$ = մեծ թուոյն, եւ $y$ = փոքր թուոյն.

անհաւասարութիւն առաջին պայմանէն . . $x+y=36$,

եւ երկրորդէն . . . . . $x-y=12$։

Գումարելով (յօդ. 63, Առած 1) . $2x=48$։

Հանելով (յօդ. 63, Առած 2) . . $2y=24$։

Այս հաւասարութեանց ամէն մէկը միայն մէկ անծանօթ քանակութիւն կը պարունակէ։

Առաջինէն կ'ունենանք . . . $x=\frac{48}{2}=24$.

եւ երկրորդէն՝ . . . . . $y=\frac{24}{2}=12$։

Սրուագրութիւն.

$x+y=36$ կ'ելլայ $24+12=36$,

$x-y=12$ » $24-12=12$։

Հանրական Լուծում։

Թող $x$ = մեծագոյն թուոյն, եւ $y$ = փոքրագոյն թուոյն.

անհաւասարութիւն պայմաններէն . . . . . $x+y=m$,

եւ . . . . . $x-y=n$։

Յաւելմամբ (յօդ. 63, Առած 1), . $2x=m+n$։

Հանումով (յօդ. 63, Առած 2), . . $2y=m-n$։

Այս հաւասարութեանց իւրաքանչիւրը միայն մէկ անծանօթ քանակութիւն կը պարունակէ։

Առաջինէն կ'ունենանք . . . $x=\frac{m+n}{2}$.

եւ երկրորդէն՝ . . . . . $y=\frac{m-n}{2}$։

Սրուագրութիւն.

$$\frac{ա+բ}{2}+\frac{ա-բ}{2}=\frac{2ա}{2}=ա,$$

և $$\frac{ա+բ}{2}-\frac{ա-բ}{2}=\frac{2բ}{2}=բ:$$

Ուրիշ օրինակ մը առնենք, արդէն լուծուած խնդիր մը։

2. Մարդ մը գործաւոր մը վարձեց 48 օրուան համար։ Ամէն բանած օրը 24 սէնթ կ'առնէր գործաւորը, և չբանած օրը 12 սէնթ կը վճարէր իր կերակուրին համար։ Երբ 48 օրը լրանալով հաշիւ տեսնուեցաւ, 504 սէնթ առաւ։ Քանի օր գործեց, և քանի օր դատարկ անցուց։

Թող $x=$ բանած օրերուն թիւն,

և $y=$ չբանած օրերուն թիւն.

ան ատեն $24x=$ շահածին,

և $12y=$ կերակուրին համար վճարածին.

և խնդրոյն պայմաններէն կունենանք

$$x+y=48,$$
$$24x-12y=504:$$

Այս է խնդրոյն արտայայտութիւնը։

Արդէն ցուցուցինք (ՁՕՂ. 63, Առած 3) թէ հաւասարութեան մը երկու անդամները կրնան միևնոյն թիւով բազմապատկուիլ՝ առանց հաւասարութիւնն աւրելու։ Ուրեմն առաջին հաւասարութիւնը բազմապատկենք 24 ով. այսինքն՝ երկրորդ հաւասարութեան մէջ $x$ ին հանրագրիչովը. ան ատեն պիտի ունենանք

$$24x+24y=1152,$$
$$24x-12y=504,$$

և հանելով $$36y=648,$$

և $$y=\frac{648}{36}=18:$$

*Հաւասարութեան մէջ եւ մեղ անոր արժէքը դնելով՝ կ'ունենանք* $24x - 12y = 504$,
*կամ* $24x - 216 = 504$.
*եւ տեղափոխելով՝ կ'ունենանք*

$$24x = 504 + 216 = 720, \text{ եւ } x = \frac{720}{24} = 30:$$

Սրա-ֆրա-ֆիւն.

$x + y = 48$, *կու տայ* $30 + 18 = 48$:
$24x - 12y = 504$ *կու տայ* $24 \times 30 - 12 \times 18 = 504$:

## ՏԱՐԱԳՐՈՒԹԻՒՆ

**71.** *Երկու կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող երկու կամ աւելի հաւասարութիւններ միացընելու, եւ անոնցմէ միայն մէկ անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւն հանելու գործողութիւնը՝ կ'ըսուի* Սրա-ֆրա-ֆիւն:

Տարաղրութիւնը երեք գլխաւոր կերպով կ'ըլլայ.

*ա.* Յաւելմամբ եւ հանմամբ:

*բ.* Փոխանակութեամբ:

*գ.* Բաղդատութեամբ:

Այս երեք կերպերը զատ զատ պիտի քննենք:

Տարբաֆրա-ֆիւն Յաւելմամբ եւ Հանմամբ:

1. Առ հետեւեալ երկու հաւասարութիւնները,

$$3x - 2y = 7,$$
$$8x + 2y = 48:$$

---

71. Ի՞նչ է տարբաղրութիւնը: Տարբաղրութիւնը քանի՞ կերպով կ'ըլլայ: Յաւելմամբ և Հանումբ եղած տարբաղրութեան կանոնն ի՞նչ է: Ի՞նչ է առաջին քայլը: Ի՞նչ է երկրորդը: Ի՞նչ է երրորդը:

Եթէ այս երկու հաւասարութիւնները գումարենք՝ անդամ անդամի հետ, կ'ունենանք

$$11x = 55,$$

եւ 11 ով բաժնելով՝

$$x = 5.$$

եւ այս արժէքը տրուած հաւասարութեանց մէկուն կամ միւսին մէջ փոխանակելով՝ կը գտնենք

$$y = 4.$$

2. Առ հետեւեալ հաւասարութիւնն ալ,

$$8x + 2y = 48,$$
$$3x + 2y = 23.$$

Եթէ երկրորդ հաւասարութիւնն առաջինէն հանենք, կ'ունենանք $5x = 25$,

եւ 5 ով բաժնելով՝

$$x = 5.$$

եւ այս արժէքը փոխանակելով՝ կը գտնենք

$$y = 4.$$

3. Դարձեալ առ հետեւեալ երկու հաւասարութիւնները,

$$5x + 7y = 43,$$
$$11x + 9y = 69.$$

Եթէ այս հաւասարութեանց մէջի անծանօթ քանակութիւններէն մէկը՝ միեւնոյն համարատարիչն ունենար, կրնայինք, առակ հանմամբ, միայն մէկ անծանօթ քանակութիւն պարունակող նոր հաւասարութիւն մը կազմել։

Արդ՝ եթէ առաջին հաւասարութեան երկու անդամներն ալ՝ երկրորդին մէջի $y$ ին համարատարիչովը, այսինքն 9 ով բազմապատկուին, եւ երկրորդին երկու անդամներն՝ առաջնոյն մէջի $y$ ին համարատարիչովը, այսինքն 7 ով բազմապատկուին, անտարակոյս պիտի ունենանք

$$45x + 63y = 387,$$
$$77x + 63y = 483.$$

Ուստի հանելով առաջին հաւասարութիւնը երկրորդէն, կ'ունենանք

$$32x = 96, \text{ ուստի } x = 3:$$

Դարձեալ՝ եթէ առաջին հաւասարութեան երկու անդամներն ալ երկրորդին մէջի $x$-ի համարտադրիչովը, այսինքն 11 ով բազմապատկենք, եւ երկրորդին երկու անդամներն ալ առաջնոյն մէջի $x$-ի համարտադրիչովը, այսինքն 5 ով բազմապատկենք, անտեղն հետեւեալ երկու հաւասարութիւնները ստիպէ կազմենք,

$$55x + 77y = 473,$$

$$55x + 45y = 345:$$

Ապա՝ հանելով երկրորդ հաւասարութիւնն առաջինէն, կ'ունենանք

$$32y = 128, \text{ ուստի } y = 4:$$

Ուրեմն $x = 3$ եւ $y = 4$՝ $x$-ի եւ $y$-ի արժէքներն են:

Սրոտրոմէն.

$5x + 7y = 43$ կ'ըլայ $5 \times 3 + 7 \times 4 = 15 + 28 = 43$.

$11x + 9y = 69$ » $11 \times 3 + 9 \times 4 = 33 + 36 = 69$:

Այս բացատրուած տարադրութիւնը՝ կ'ըսուի Տրոտրոմէն յաւելմամբ և հանմամբ:

Այս կերպ տարադրութեան համար հետեւեալ կանոնն ունինք:

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Տէս թէ ունձանոցի փոնասէոմէնց ո՞րը ոչէրէ սրտրոտիքէս:

Բ. Այս ունձանոցի փոնասէոմէն հասմարտարիչը երկուհաւասարտրոմէնց մէջ ալ հաւասարտցյոմբ, քոզմապատրէոմէն կամ քոնձանոմամբ:

Գ. Եթէ նոման երկրէրոն նշանները երկու հաւասարտրոմէնց մէջ ալ նոյն են, այն հաւասարտրոմէնց մէկը մնայ հանէ. քոյց եթէ սրտրքէրք են, հաւասարտրոմէները գումարէք:

## ՕՐԻՆԱԿԲ

4. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$3x - y = 3,$$
$$y + 2x = 7:$$

Պ. $x = 2$, $y = 3$:

5. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$4x - 7y = -22,$$
$$5x + 2y = 37:$$

Պ. $x = 5$, $y = 6$:

6. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$2x + 6y = 42,$$
$$8x - 6y = 3:$$

Պ. $x = 4\frac{1}{2}$, $y = 5\frac{1}{2}$:

7. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$8x - 9y = 1,$$
$$6x - 3y = 4x:$$

Պ. $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$:

8. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$14x - 15y = 12,$$
$$7x + 8y = 37:$$

Պ. $x = 3$, $y = 2$:

9. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6,$$
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6\frac{1}{2}:$$

Պ. $x = 6$, $y = 9$:

10. Գտիր x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{x}{7}+\frac{y}{8}=4,$$

$$x-y=-2:$$

Պ. $x=14$, $y=16$:

11. Ա՝ Բ ի ըսաւ. քու սակէդ 40 թալէր ինծի տուր եւ անսահմն քովդ մնացած սակին 5 անգամը պիտի ունենամ: Արդ՝ երկուքը ունէին 120 թալէր. ամէն մէկը որչափ ունէր: Պ. 60 ԹԼՐ:

12. Հայր մը իր տղուն ըսաւ. «Քանի տարի առաջ իմ տարիքս քուկինէդ չորս անգամն էր, հիմա երկու անգամն է». ինչ էր անոնց տարիքը:

Պ. { Հօրը տարիքը 60.
տղուն՝ 30:

13. Հայր մը իր ստացուածքը երկու որդւոցը բաժնեց: Առաջին տարւոյն վերջը՝ երէց որդին իրեն ինկած բաժնին մէկ չորրորդը ծախք ըրած էր, եւ կրասերը 1000 թալէր ալ շահած էր. եւ անսահմն անոնց ստացուածքը հաւասար էր: Յետոյ երէց որդին 500 թալէր ալ ծախք ըրաւ, եւ կրասերը 2000 թալէր ալ շահեցաւ, եւ անսահմն տեսնուեցաւ թէ՝ կրասերը երէցին ունեցածին կրկին ունի. ամէն մէկն իր հօրմէն որչափ առաւ:

Պ. { Երէցը՝ 4000 ԹԼՐ:
Կրասերը՝ 2000 ԹԼՐ:

14. Եթէ Յովհաննէս Կարոլոսի 15 խնձոր տայ, անոնց խնձորները հաւասար պիտի ըլլան. բայց եթէ Կարոլոս 15 հատ տայ Յովհաննէսի, անսահմն 10 հատ պէտք կ'ըլլայ որ Յովհաննէս Կարոլոսի ունեցածին 15 անգամն ունենայ: Ամէն մէկը որքան ունէր:

Պ. { Յովհաննէս 50:
Կարոլոս 20:

15. Երկու գրագիր՝ Ա եւ Բ, մէկտեղ 900 թալէր թոշակ ունին: Ա՝ տարին իր թոշակին $\frac{1}{10}$ ծախք

կ'ընէ, եւ Բ Ա ի ծախք բրածին չափ ալ կը շահի տարին։ Տարւոյն վերջը հաշիւ կ'ընեն եւ իրենց գումարը հաւասար կը գտնեն. իւրաքանչիւրին թոշակը որքան էր։

Պ. $\begin{cases} \text{Ա ինը} = 500 : \\ \text{Բ ինը} = 400 : \end{cases}$

Տարբերութեան փոխանակութեամբ.

72. Դարձեալ առնենք հետեւեալ հաւասարութիւնները,

$$5x + 7y = 43,$$

$$11x + 9y = 69 :$$

Առաջին հաւասարութեան մէջ $x$ ի արժէքը գտնելով կ'ունենանք

$$x = \frac{43 - 7y}{5} :$$

Փոխանակելով $x$ ին այս արժէքը երկրորդ հաւասարութեան մէջ՝ կ'ունենանք

$$11 \times \frac{43 - 7y}{5} + 9y = 69,$$

կամ, $$473 - 77y + 45y = 345,$$

կամ, $$-32y = -128 :$$

ուստի $$y = 4,$$

եւ $$x = \frac{43 - 28}{5} = 3 :$$

Ասիկայ կ'ըսուի տարբերութեան փոխանակութեամբ, որուն գործադրութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Գոր՝ հաւասարումներուն մէջ մէկուն կամ մէջերուն ան-

---

72. Ի՞նչ է փոխանակութեամբ տարբերութեան կանոնը։ Այն կերպը գործածել ե՞րբ դիւրին է։

ծանօթ փոփոխականներուն մէկուն արժէքը. ապա այս քարտուղարի ուրիշ արժէքը փոխուելէ մինչև հաւասարութեան մէջ, և այսպէս մինչև մէկ ծանօթի փոփոխիչ ստանալ նոր հաւասարութեան մը ստիպի կացուցանէ։

Ծանօթ. — Տարբերութեան այս կերպը շատ դիւրին կ'ըլլայ, երբ անծանօթի քանակութեանց մէջ կան միւսին հանարարադրիչը միութիւն է։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտէք վերջին կերպով, x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$3x - y = 1, \text{ եւ } 3y - 2x = 4։$$

պ. $x = 1$, $y = 2$։

2. Գտէք x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$5y - 4x = -22, \text{ եւ } 3y + 4x = 38։$$

պ. $x = 8$, $y = 2$։

3. Գտէք x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$x + 8y = 18, \text{ եւ } y - 3x = -29։$$

պ. $x = 10$, $y = 1$։

4. Գտէք x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$5x - y = 13, \text{ եւ } 8x + \frac{2y}{9} = 29։$$

պ. $x = 3\frac{1}{2}$, եւ $y = 4\frac{1}{2}$։

5. Գտէք x ի եւ y ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ։

$$10x - \frac{y}{5} = 69, \text{ եւ } 10y - \frac{x}{7} = 49։$$

պ. $x = 7$, $y = 5$։

6. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$x+\frac{x}{2}-\frac{y}{5}=10, \text{ եւ } \frac{x}{8}+\frac{y}{10}=2:$$

պ. $x=8$, $y=10$:

7. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{y}{7}-\frac{x}{3}+5=2, \; x+\frac{y}{5}=17\tfrac{4}{5}:$$

պ. $x=15$, $y=14$:

8. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{y}{2}+\frac{x}{3}+3=6\tfrac{1}{6}, \text{ եւ } \frac{y}{4}-\frac{x}{7}=\frac{1}{2}:$$

պ. $x=3\frac{1}{2}$, $y=4$:

9. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{y}{8}-\frac{x}{4}+6=5, \text{ եւ } \frac{x}{12}-\frac{y}{16}=0:$$

պ. $x=12$, $y=16$:

10. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{y}{7}-\frac{3x}{2}-1=-9, \text{ եւ } 5x-\frac{7y}{49}=29:$$

պ. $x=6$, $y=7$:

11. Երկու հոգի Ա եւ Բ, նաւան իրենց սակը համբերու: Երկուքը 20000 թալէր ունէին, եւ Բ Ա ի եռապատիկն ունէր. ամէն մէկը որքան ունէր:

պ. $\begin{cases} \text{Ա} \cdot \cdot 5000 \text{ ԹԼՐ:} \\ \text{Բ} \cdot \; 15000 \text{ ԹԼՐ:} \end{cases}$

12. Մարդ մը երկու քսակ ունի: Եթէ առաջին քսակին մէջ 7 թալէր դնէ, երկրորդ քսակին երեք

անգամը կ'արժէ. բայց եթէ երկրորդին մէջ 7 թաւէր դնէ, առաջնոյն հինգ անգամը կ'արժէ։ Ամէն մէկ քսակին արժէքն ինչ է։

Պ. Մէկ քսակինը՝ 2 ԹԼՐ. միւսինը՝ 3 ԹԼՐ։

13. Երկու թիւեր հետեւեալ յատկութիւններն ունին. եթէ առաջինը 6 ով բազմապատկուի, արտադրեալը երկրորդին 5 անգամին հաւասար կ'ըլլայ. եւ եթէ առաջինէն 1 հանուի եւ երկրորդէն 2, իրարու հաւասար կ'ըլլան. ինչ են այն թիւերը։

Պ. 5 եւ 6։

14. Գտիր հետեւեալ յատկութիւններն ունեցող երկու թիւեր։ Առաջինը, եթէ վրան 2 աւելցուի, երկրորդին $3\frac{1}{4}$ անգամին հաւասար կ'ըլլայ. եւ երկրորդը, եթէ վրան 4 աւելցուի, առաջնոյն կէսին հաւասար կ'ըլլայ։ Ի՞նչ են այն թիւերը։ Պ. 24 եւ 8։

15. Հայր մը իր որդւոյն ըսաւ. «Տասներկու տարի առաջ՝ իմ տարիքս քու հիմակուան տարիքիդ կրկինն էր. եւ այն ժամանակի քու տարիքիդ չորս անգամը տասներկու տարի ալ աւելի, ասկէ տասներկու տարի ետքը իմ ունենալու տարիքս է»։ Ի՞նչ էր անոնց տարիքը։

Պ. { Հօրը տարիքն էր 72,
Տղուն՝ 30։

Տարբերութեան բաղդատութեամբ.

73. Առ հետեւեալ հաւասարութիւնները։

$$5x + 7y = 43,$$
$$11x + 9y = 69։$$

Առաջին հաւասարութենէն $x$ ի արժէքը գտնելով՝ կ'ունենանք $x = \frac{43 - 7y}{5}$.

---

73. Ի՞նչ է բաղդատութեամբ տարբերութեան կանոնը։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։

*եւ երկրորդէն* $x$ *ի արժէքը դնելով՝ կ'ունենանք*

$$x = \frac{69 - 9y}{11}.$$

*Արդ՝* $x$ *ի այս երկու արժէքներն իրարու հաւասար դնելով՝ կ'ունենանք*

$$\frac{43 - 7y}{5} = \frac{69 - 9y}{11}.$$

*կամ,* $473 - 77y = 345 - 45y.$

*կամ,* $-32y = -128,$

*ուստի* $y = 4,$

*եւ* $x = \frac{69 - 36}{11} = 3.$

*Այս տարագրութիւնը կ'ըսուի տարագրութիւն բաղդատութեամբ, որուն համար հետեւեալ կանոնն ունինք.*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Գտէք ամէն մէկ հաւասարումներէն նոյն անծանօթ փոփոխականի արժէքը.

Բ. Դէք այս արժէքներն իրարու հաւասար. եւ մէնոյն մէկ անծանօթի փոփոխականի պարտականող նոր հաւասարումի մը պէտք կ'ապրի.

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. *Գտէք վերոյիշեալ կանոնով,* $x$ *ի եւ* $y$ *ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$3x + \frac{y}{5} + 6 = 42, \text{ եւ } y - \frac{x}{22} = 14\tfrac{1}{2}.$$

պ. $x = 11,\ y = 15.$

2. *Գտէք* $x$ *ի եւ* $y$ *ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{y}{4} - \frac{x}{7} + 5 = 6, \text{ եւ } \frac{y}{5} + 4 = \frac{x}{14} + 6.$$

պ. $x = 28,\ y = 20.$

3. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{y}{10}-\frac{x}{4}+\frac{22}{8}=1,\ \text{եւ}\ 3y-x=6:$$

$$\text{պ.}\ x=9,\ y=5:$$

4. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$y-3=\frac{x}{2}+5,\ \text{եւ}\ \frac{x+y}{2}=y-3\tfrac{1}{2}:$$

$$\text{պ.}\ x=2,\ y=9:$$

5. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{y-x}{3}+\frac{x}{2}=y-2,\ \text{եւ}\ \frac{x}{8}+\frac{y}{7}=x-13:$$

$$\text{պ.}\ x=16,\ y=7:$$

6. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{y+x}{2}+\frac{y-x}{2}=x-\frac{2y}{3},\ \text{եւ}\ x+y=16:$$

$$\text{պ.}\ x=10,\ y=6:$$

7. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$\frac{2x-3y}{5}=x-2\tfrac{2}{5},\ \text{եւ}\ x-\frac{y-1}{2}=0:$$

$$\text{պ.}\ x=1,\ y=3:$$

8. *Գտիր x-ի եւ y-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,*

$$4y-\frac{x+y}{2}=x+18,\ \text{եւ}\ 27-y=x+y+4:$$

$$\text{պ.}\ x=9,\ y=7:$$

9. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$1-\frac{y-x}{6}+4=y-16\tfrac{2}{3},\ \text{եւ}\ \frac{y}{5}-2=\frac{x}{5}:$$

պ. $x=10$, $y=20$:

**74.** Տարագրութեան գլխաւոր կերպերը բացատրած ըլլալով՝ քանի մը օրինակներ ալ պիտի յաւելունք, զորոնք կրնանք լուծել անոնցմէ որեւէ մէկուն միջոցովը. եւ արդարեւ շատ անգամ օգտակար է զանոնք ամէնքն ալ գործածել՝ միեւնոյն խնդրոյն մէջ անգամ:

## ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտիր $2x+3y=16$, եւ $3x-2y=11$ հաւասարութեանց մէջ $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները:

պ. $x=5$, $y=2$:

2. Գտիր $\frac{2x}{5}+\frac{3y}{4}=\frac{9}{20}$, եւ $\frac{3x}{4}+\frac{2y}{5}=\frac{61}{120}$ հաւասարութեանց մէջ $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները:

պ. $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{3}$:

3. Գտիր $\frac{x}{7}+7y=99$, եւ $\frac{y}{7}+7x=51$ հաւասարութեանց մէջ $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները:

պ. $x=7$, $y=14$:

4. Գտիր $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$\frac{x}{2}-12=\frac{y}{4}+8,\ \text{եւ}\ \frac{x+y}{5}+\frac{x}{3}-8=\frac{2y-x}{4}+27:$$

պ. $x=60$, $y=40$:

## ԽՆԴԻՐՔ

1. Ի՞նչ կոտորակ է այն՝ որուն արժէքը պիտի ըլլայ $\frac{1}{3}$, եթէ համարչին վրայ 1 աւելցուի. բայց եթէ յայտարարին վրայ 1 աւելցուի, արժէքը $\frac{1}{4}$ պիտի ըլլայ։

Այն կոտորակը ցուցընենք $\frac{x}{y}$ով,

անատեն պայմաններէն

$$\frac{x+1}{y}=\frac{1}{3}, \text{ եւ } \frac{x}{y+1}=\frac{1}{4}:$$

Սակէ կ'ունենանք $3x+3=y$, եւ $4x=y+1$։

Վասնորոյ հանմամբ,

$$x-3=1 \text{ եւ } x=4:$$

Ուստի $12+3=y$.

վասնորոյ $y=15$։

24 2. Կին մը շուկան երթալով շատ հաւկիթ գնեց. 2 հատը մէկ դահեկանի, եւ ուրիշ այնչափ ալ գնեց 3 հատը մէկ դահեկանի. եւ ամէնը միատեղ 5 հատը, 2 դահեկանի ծախելով՝ գտաւ որ 4 դահեկան կորընցուցած է։ Ամէն մէկ տեսակէն որքան գնեց։

Թող $2x=$ ամբողջ հաւկիթներուն թիւին։

անատեն $x=$ ամէն մէկ տեսակ հաւկիթներուն թիւին.

եւ $\frac{x}{2}=$ առաջին տեսակին արժէքին,

եւ $\frac{x}{3}=$ երկրորդ տեսակին արժէքին։

Իսկ խնդրոյն պայմաններէն $5:2x::2:\frac{4x}{5}$,

որ է ծախուած հաւկիթներուն ատակին գումարը։

Ուստի խնդրոյն պայմաններէն

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{4x}{5}=120,$$

Վասնզոյց $15x+10x-24x=120$

կամ $x=120$.

որ է իւրաքանչիւր տեսակ հաւկիթներուն թիւը։

3. Մարդ մը 30,000 թալէրի դրամագլուխ մը ունէր, որուն համար այսինչ չափ շահ կ'ընդունէր. բայց ինքն ալ 20,000 թալէրի գումար մը պարտք ունէր, որուն համար այսինչ չափ շահ կը վճարէր։ Իր ընդունած շահը տրուած շահէն 800 թալէր աւելի էր։ Ուրիշ մը 35,000 թալէրի դրամագլուխ մը ունէր որուն համար վերոյիշեալ երկրորդ չափով շահ կ'ընդունէր. բայց ինքն ալ 24,000 թալէրի գումար մը պարտք ունէր, որուն համար վերոյիշեալ առաջին չափով շահ կը վճարէր։ Իր ընդունած շահը տուած շահէն 800 թալէր աւելի էր։ Ի՞նչ են այն երկու շահուց չափերը։

Թող $x$ եւ $y$ ցուցընեն երկու շահուց չափերը. այսինքն՝ 100 թալէրին շահն այս ինչ ժամանակի մէջ։

Արդ՝ 30,000 թալէրին շահուն առաջին չափը գրտնելու համար զոր $x$ով նշանակած ենք՝ կը կազմենք հետեւեալ համեմատութիւնը,

$$100 : x :: 30,000 : \frac{30,000x}{100} \text{ կամ } 300x.$$

Եւ 20,000 թալէրին շահուն չափը գտնելու համար զոր $y$ով նշանակած ենք՝ կը կազմենք հետեւեալ համեմատութիւնը,

$$100 : y :: 20,000 : \frac{20,000y}{100} \text{ կամ } 200y.$$

Բայց խնդրոյն պայմաններէն՝ այս երկու գումարներուն մէջ ունեցի տարբերութիւնը հաւասար է 800 թալէրի։

Ուստի խնդրոյն առաջին հաւասարութիւնը կ'ելլայ

$$300ꝶ - 200ꝶ = 800 :$$

Խնդրոյն երկրորդ պայմանն ալ ալճէպրայապէս ցուցնելով՝ միւս հաւասարութիւնը կ'ունենանք,

$$350ꝶ - 240ꝶ = 310 :$$

Առաջին հաւասարութեան երկու անդամներն ալ 100 ով, եւ երկրորդն ալ 10 ով բաժնելով՝ կ'ունենանք $3ꝶ - 2ꝶ = 8$, $35ꝶ - 24ꝶ = 31$ :

Արդ՝ ꝶ տարբերելու համար՝ բաղմապատկէ առաջին հաւասարութիւնը 8 ով, եւ ելածը երկրորդին վրայ յաւելցուր, եւ կ'ունենանք

$$19ꝶ = 95, \text{ եւ } ꝶ = 5 :$$

Այս արժէքն առաջին հաւասարութեան մէջ ꝶ ի հետ փոխանակելով՝ կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$3ꝶ - 10 = 8, \text{ եւ } ꝶ = 6 :$$

Վասնորոյ՝ առաջին շահին չափն է հարիւրին 6, եւ երկրորդինը՝ 5 :

Սրոտֆոտֆիֆան.

30,000 թալէրը որ 100 ին 6 շահի տրուած է՝ կու տայ $300 \times 6 = 1800$,

20,000 թալէրը որ 100 ին 5 շահի տրուած է՝ կու տայ $200 \times 5 = 1000$ :

եւ կ'ունենանք $1800 - 1000 = 800$ :

Երկրորդ պայմանը նոյն կերպով կրնանք ստուգել :

4. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց տարբերութիւնն է 7, եւ գումարը 33 : Պ. 13 եւ 20 :

5. Բաժնէ 75 երկու մասերու, այնպէս որ մեծ թուոյն երեք անդամը փոքր թուոյն եօթն անդամէն 15 աւելի ըլլայ : Պ. 54 եւ 21 :

6. Գինւոյ եւ օշարակի խառնուրդի մը $\frac{1}{2}$ էն 25 կալոն աւելին գինի էր, եւ $\frac{1}{3}$ էն 5 կալոն պակաս օշարակ էր. իւրաքանչիւրէն քանի կալոն կար։

Պ. 85 կալոն գինւոյ, եւ 35՝ օշարակի։

7. 120 լիրայի առմնակ մը վճարուեցաւ ՀԷՆԷ եւ ՏՈՍՊՈՐ կոչուած ոսկի դրամներով, եւ երկու տեսակէն 100 կտոր կար։ Կինէին արժէքը 21 շիլին եւ մուստորին արժէքը 27 շիլին համարելով, իւրաքանչիւր տեսակէն քանի կտոր կար։ Պ. 50։

8. Երկու ճամբորդ միեւնոյն ժամանակ ճամբայ կ'ելլեն Լոնտոնէն եւ Եորքէն, որոնց իրարմէ հեռաւորութիւնն է 150 մղոն։ Մէկը կ'երթայ օրը 8 մղոն, եւ միւսը 7. ե՞րբ իրարու պիտի հանդիպին։

Պ. 10 օրէն։

9. Ընտրութեան մը մէջ՝ 375 անձինք քուէ տուին երկու պաշտօնախնդիրներու համար, եւ ընտրուած պաշտօնախնդիրը 91 քուէից առաւելութիւն ունէր. իւրաքանչիւրին քանի քուէ տրուեցաւ։

Պ. 233 մէկուն, եւ 142 միւսին։

10. Մարդ մը երկու ձի, եւ 50 լիրանոց թամբ մը ունէր։ Առաջին ձիոյն եւ թամբին արժէքը երկրորդ ձիոյն արժէքին կրկինն էր. իսկ երկրորդ ձիոյն ու թամբին արժէքն առաջին ձիոյն արժէքին եռապատիկն էր. իւրաքանչիւր ձիոյն արժէքն ինչ էր։

Պ. Մէկուն 30 ԼԻ. եւ միւսինը 40 ԼԻ.։

11. Ժամացուցի մը երկու սլաքն ալ 12 ին ճիշդ իրարու վրայ են. ե՞րբ նորէն իրարու վրայ կու գան։

Պ. 1 ժամէն եւ $5\frac{5}{11}$ րոպէէն։

12. Այր եւ կին տակառ մը գինին տուէրաբար 12 օրը կը խմէին. բայց երբ այրը քացակայ էր, կինը 30 օրը կը խմէր եթէ այրը մինակ խմէր, քանի օր պիտի բաւէր տակառ մը գինին։

Պ. 20 օր։

13. Եթէ 32 լիտր ծովու ջուր 1 լիտր աղ կը պարունակէ, ուրչափ անոյշ ջուր աւելցընելու է 32 լիտ-

ին վրայ որ նոր խառնուրդին 32 լիտրին մէջ պարունակուած աղին քանակութիւնը 2 ունկիի, $\frac{1}{8}$ լիտրի վերածուի։ Պ. 224 լիտր։

14. Մարդ մը 100,000 թալէր ունէր, որուն մեծագոյն մասը հարիւրին 5 ով շահի դրաւ, եւ մնացածը հարիւրին 4 ով։ Ընդունած ամբողջ շահը 4640 թալէր էր։ Ո՞րչափ էին դրամագլխոյն այն երկու մասերը։

Պ. 64,000 եւ 36,000։

15. Ընտրութեան մը վերջը, յաջողակ պաշտօնախնդիրը 1500 քուէի առաւելութիւն մը ունէր։ Եթէ անցեալող պաշտօնախնդրին քուէներուն մէկ չորրորդն ալ ինք առնէր, իր հակառակորդին քուէներուն եռապատկին չափ ունենալու համար՝ երեք հազար հինգ հարիւր քուէ պակաս ունեցած պիտի ըլլար։ Իւրաքանչիւրն որչափ քուէ առաւ։

Պ. { Ա. 6500։
Բ. 5000։

16. Աղնուական մը, մէկը ոսկի եւ միւսն արծաթ, երկու ժամացոյց, եւ 25 թալէր արժող շղթայ մը գնեց։ Շղթային ու ոսկի ժամացուցին արժէքն արծաթ ժամացուցին երեք ու կէս անգամն էր։ Իսկ նոյն շղթային եւ արծաթ ժամացուցին արժէքը ոսկի ժամացուցին արժէքին կէսէն 15 թալէր աւելի էր։ Իւրաքանչիւր ժամացուցին արժէքն ինչ էր։

Պ. { Ոսկի ժամացուցինը՝ 80 ղրշ.։
Արծաթ » 30 ղրշ.։

17. Երկու թուոց գումարն է 11. եթէ առաջին թուոյն վրայ 13 աւելցուի, գումարը երկրորդին երեք անգամը կ'ըլլայ։ Ի՞նչ են այն թիւերը։

Պ. 5 եւ 6։

18. Տիկնայ ու արանց ընկերութենէ մը 15 տիկին մեկնելով՝ իւրաքանչիւր տիկնոջ երկու այր մնաց։ Բայց եթէ 45 այր հրաժարելով՝ իւրաքանչիւր արանց 5 տիկին մնաց։ Իւրաքանչիւրին 'ի սկզբան քանի հատ կար։

Պ. { 50 այր։
40 տիկին։

19. Մարդ մը իր ձին վիճակահանութեամբ ծախել կ'ուզէ։ Եթէ իւրաքանչիւր ցուցակպէր 2 թալէրի ծախէ՝ ձիէն 30 թալէր պիտի կորսնցընէ. իսկ եթէ 3 թալէրի ծախէ՝ ձիէն 30 թալէր պիտի շահի։ Ի՞նչ է ձիոյն արժէքն ու ցուցակպրաց թիւը։

Պ. { Ձիուն արժէքը՝ 150 ռուբ.։
Ցուցակպրաց թիւը 60։

20. Մարդ մը գրիւը 1 թալէրի ցորէն, եւ գրիւը $\frac{3}{4}$ թալէրի հաճար գնեց, եւ բոլորը $117\frac{1}{2}$ թալէր արժէց։ Եաքը ցորենին $\frac{1}{4}$ը եւ հաճարին $\frac{1}{5}$ը ծախու առնուած գնով ծախեց, եւ ընդունեց $27\frac{1}{2}$ թալէր։ Իւրաքանչիւրէն քանի գրիւ գնեց։

Պ. { Ցորենէն՝ 80 գրիւ։
Հաճարէն 50 գրիւ։

## Երեք կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւններ։

75. Հիմա քննենք երեք կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւններ։ Առ հետեւեալ հաւասարութիւնները.

$$5x - 6y + 4z = 15,$$
$$7x + 4y - 3z = 19,$$
$$\text{եւ}\quad 2x + y + 6z = 46։$$

Առաջին երկու հաւասարութեանց միջոցով z տարրելու համար՝ բազմապատկէ առաջինը 3 ով եւ երկրորդը 4 ով. անոնց, որովհետեւ z ի համար տարբերիչները տարբեր նշաններ ունին, երկու արտադրեալներն իրարու հետ գումարէ։ Այսպէս կ'ունենանք նոր հաւասարութիւն մը,

$$43x - 2y = 121։$$

Երկրորդ հաւասարութիւնը 2 ով բազմապատկելով, այնքան՝ երրորդ հաւասարութեան մէջ z ի համար-

տարբչին քանորդականովը, եւ եւլածը երրորդ հաւասարութեան հետ գումարելով՝ կ'ունենանք

$$16x + 9y = 84:$$

Հիմա կը մնայ այս նոր հաւասարութիւններէն $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները գտնել։

Արդ՝ եթէ առաջինը բազմապատկուի 9 ով, երկրորդը 2 ով, եւ արտադրեալներն իրարու հետ գումարուին, կ'ունենանք

$$419x = 1257, \text{ կամ } x = 3:$$

Ա՛ս կերպով կրնայինք՝ $x$ եւ $y$ պարունակող երկու հաւասարութեանց միջոցով, $y$ ի արժէքը գտնել։ բայց $y$ ի արժէքն աւելի պարզ կերպով մը կրնանք գտնել՝ այս երկու հաւասարութեանց վերջինին մէջ փոխանակելով $x$ ի գտնուած արժէքը, որ կ'ըլլայ

$$48 + 9y = 84, \text{ կամ } y = \frac{84 - 48}{9} = 4:$$

Համանապէս՝ առաջարկեալ երեք հաւասարութեանց առաջնոյն մէջ $x$ ի եւ $y$ ի արժէքները փոխանակելով կ'ունենանք

$$15 - 24 + 4z = 15, \text{ կամ } z = \frac{24}{4} = 6:$$

Ուստի՝ երեք կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւնները լուծելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Տարբերեցէք անծանօթ փոփոխականներէն մէկը՝ հաւասարութիւն մը մնա հաւասարութիւնէն քարտուղեցէք հետ կապակցելով։ այսպէս մէկ անծանօթ փոփոխական պակաս կ'ըլլայ՝ ետոր կարգ մը հաւասարութիւն կը կազմուի։

Բ. Տարբերեցէք ուրիշ անծանօթ փոփոխական մը՝ եւ նոր հաւասարութեանց մէկը մնա հաւասարութեանց քարտուղեցէք հետ կապակցելով։

Գ. Այս կարգի գործողութիւններէ շարունակէ, մինչև որ հասնիս միայն մէկ անծանօթ փոփոխութիւն պարունակող հաւասարութեան՝ որմէ պէտք կրնաս գտնել այս անծանօթ փոփոխութեան արժէքը։ Ապա եւլաթ կարգի մը հաւասարութիւններէն պէտք է երթալով՝ միւս անծանօթ փոփոխանց արժէքը յաջորդաբար կրնաս գտնել։

76. Ծանօթ. — Շատ անգամ կը պատահի որ առաջարկեալ հաւասարութեանց իւրաքանչիւրն անծանօթ քանակութեանց ամէնը չի պարունակեր։ Սանկ պարագայի մէջ՝ տարբերութիւնը շատ շուտով կը կատարուի։

Առ չորս անծանօթ քանակութիւն պարունակող հետեւեալ չորս հաւասարութիւնները,

(1) $2x - 3y + 2z = 13$։ (3) $4y + 2z = 14$։
(2) $4u - 2x = 30$։ (4) $5y + 3u = 32$։

Այս հաւասարութիւններն աչքէ անցընելով՝ կը տեսնենք թէ (1) եւ (3) հաւասարութեանց մէջի $z$ տարբերելով, $x$ եւ $y$ պարունակող հաւասարութիւն մը կ'ունենանք, եւ եթէ (2) եւ (4) հաւասարութեանց մէջի $u$ տարբերենք՝ անոնք $x$ եւ $y$ պարունակող երկրորդ հաւասարութիւն մը կ'ունենանք։ Վասնորոյ՝ այս վերջին երկու անծանօթ քանակութիւնները կրնան դիւրաւ գտնուիլ։ Նախ (1) եւ (2) էն $z$ տարբերելով կ'ունենանք

$$7y - 2x = 1.$$

եւ (2) եւ (4) էն $u$ տարբերելով՝ կ'ունենանք

$$20y + 6x = 38։$$

Բազմապատկելով այս հաւասարութեանց առաջինը 3 ով, եւ գումարելով՝ կ'ունենանք

$$41y = 41.$$

ուստի $$y = 1։$$

---

75. Ի՞նչ է երեք կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւնները լուծելու կանոնը։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։

$7y - 2x = 1$, հաւասարութեան մէջ՝ փոխանակելով այս արժէքը կը գտնենք

$$x = 3.$$

Փոխանակելով $x$ ի այս արժէքը (2) հաւասարութեան մէջ իր տեղը՝ կ'ունենանք

$$4z - 6 = 30.$$

ուստի $$z = 9.$$

Եւ փոխանակելով $y$ ի արժէքը (3) հաւասարութեան մէջ իր տեղը՝ կ'ունենանք $u = 5$.

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտէք $x$ ի, $y$ ի եւ $u$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$x + y + u = 29,$$
$$x + 2y + 3u = 62,$$
$$\text{եւ } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{u}{4} = 10.$$

Պ. $x = 8$, $y = 9$, $u = 12$.

2. Գտէք $x$ ի, $y$ ի եւ $u$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$2x + 4y - 3u = 22,$$
$$4x - 2y + 5u = 18,$$
$$\text{եւ } 6x + 7y - u = 63.$$

Պ. $x = 3$, $y = 7$, $u = 4$.

3. Գտէք $x$ ի, $y$ ի եւ $u$ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեանց մէջ,

$$x + \frac{y}{2} + \frac{u}{3} = 32,$$
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{u}{5} = 15,$$
$$\text{եւ } \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{u}{6} = 12,$$

Պ. $x = 12$, $y = 20$, $u = 30$.

4. Բաժնէ 90 չորս մասերու այնպէս՝ որ առաջնոյն վրայ 2 աւելցընելով, երկրորդէն 2 պակսեցընելով, երրորդը 2 ով բազմապատկելով եւ չորրորդը 2 ով բաժնելով, արդիւնքներն իրարու հաւասար ըլլան։

Այս խնդիրը դիւրաւ կրնայ լուծուիլ՝ նոր անծանօթ քանակութիւն մ'ալ մէջ բերելով։

Թող $x$, $y$, $z$ եւ $u$, պահանջեալ մասերն ըլլան, եւ թող $s$ ցուցընէ խնդրոյն պայմաններէն ծագած այլեւայլ հաւասար քանակութիւնները։ Անտարակոյս պիտի ունենանք

$$x+2=s,\ y-2=s,\ 2z=s,\ \frac{u}{2}=s.$$

Ուստի կը գտնենք

$$x=s-2,\ y=s+2,\ z=\frac{s}{2},\ u=2s.$$

Եւ գումարելով հաւասարութիւնները,

$$x+y+z+u=s+s+\frac{s}{2}+2s=4\tfrac{1}{2}s.$$

Եւ որովհետեւ խնդրոյն պայմաններէն, առաջին անդամը հաւասար է 90ի, կ'ունենանք

$$4\tfrac{1}{2}s=90,\ կամ\ \tfrac{9}{2}s=90.$$

ուստի

$$s=20.$$

Արդ՝ $s$ ի արժէքը դրած ըլլալով՝ դիւրաւ կը գտնենք միւս արժէքները. այսինքն՝

$$x=18,\ y=22,\ z=10,\ u=40.$$

5. Տարբեր մետաղներէ բաղադրեալ ձուլածոյ երեք զանգուածներ կան։ Առաջնոյն մէկ լիտրը կը պարունակէ 7 ունկի արծաթ, 3 ունկի պղինձ, եւ 6 ունկի անագ։ Երկրորդին մէկ լիտրը կը պարունակէ 12 ունկի արծաթ, 3 ունկի պղինձ, եւ 1 ունկի անագ։ Երրորդին մէկ լիտրը կը պարունակէ 4 ունկի արծաթ, 7 ունկի պղինձ, եւ 5 ունկի անագ։ Այս երեք ձուլածոյ զանգուածներէն չորրորդ մը շինելու

հաւասար՝ ամէն մէկ զանգուածէն որչափ առնելու է, որ մէկ լիտրը պարունակէ 8 ունկի արծաթ, $3\frac{3}{4}$ ունկի պղինձ, եւ $4\frac{1}{4}$ ունկի անագ։

Թող ֆ, ֆ, եւ ղ ցուցընեն պահանջեալ մէկ լիտր զանգուածը շինելու համար երեք կտորներէն կամ զանգուածներէն զատ զատ առնուելու ունկիներուն թիւը։ Որովհետեւ առաջին զանգուածին մէկ լիտրը կը պարունակէ 8 ունկի արծաթ կամ ընդ ամէնը 16 ունկի, կը հետեւի թէ զանգուածին մէկ ունկին կը պարունակէ $\frac{7}{16}$ ունկի արծաթ, եւ հետեւապէս ֆ ով ցուցուած ունկիներուն թուոյն մէջ՝ $\frac{7ֆ}{16}$ արծաթ կայ։ Նմանապէս կը գտնենք թէ $\frac{12ֆ}{16}$ եւ $\frac{4ղ}{16}$ կը ցուցընեն չորրորդը շինելու համար երկրորդէն ու երրորդէն առնուած արծաթէ ունկիներուն թիւը. բայց որովհետեւ այս չորրորդ զանգուածին մէկ լիտրը կը պարունակէ 8 ունկի արծաթ, ուստի առաջին հաւասարութիւնը կ'ելլայ,

$$\frac{7ֆ}{16}+\frac{12ֆ}{16}+\frac{4ղ}{16}=8,$$

կամ յայտարարները վերցընելով,

$$7ֆ+12ֆ+4ղ=128.$$

Պղնձին նկատմամբ կը գտնենք

$$3ֆ+3ֆ+7ղ=60,$$

եւ անագին նկատմամբ

$$6ֆ+ֆ+5ղ=68։$$

Որովհետեւ այս երեք հաւասարութեանց մէջ ֆ-ի համարատարիչները ամենապարզ են, վասնորոյ դիւրին կ'ելլայ նախ այս անծանօթ քանակութիւնը տարրորդել։

Բազմապատկելով երկրորդ հաւասարութիւնը 4 ով, եւ անկէ անդամ անդամէ հանելով առաջինը, կ'ունենանք

$$5ֆ+24ղ=112։$$

Բազմապատկելով երրորդ հաւասարութիւնը 3 ով, եւ եղած հաւասարութենէն երրորդը հանելով, կ'ունենանք $15x + 8z = 144$։

Բազմապատկելով այս վերջին հաւասարութիւնը 3 ով, եւ նախընթաց հաւասարութիւնը հեռուորդ հաւասարութենէն հանելով՝ կ'ունենանք

$$40x = 320,$$

ուստի

$$x = 8։$$

Փոխանակէ այս արժէքը $x$ ի տեղ հեռուեալ հաւասարութեան մէջ,

$$15x + 8z = 144,$$

եւ կ'ունենանք $120 + 8z = 144$,

ուստի

$$z = 3։$$

Վերջապէս $x = 8$, $z = 3$, գտնուած երկու արժէքները փոխանակելով հեռուեալ հաւասարութեան մէջ,

$$6x + y + 5z = 68,$$

կ'ունենանք $48 + y + 15 = 68$,

ուստի

$$y = 5։$$

Վասնորոյ՝ մէկ լիտր չորրորդ ձուլածոյ զանգուածը պիտի շինելու համար՝ 8 ունկի առաջինէն, 5 ունկի երկրորդէն, եւ 3 ունկի երրորդէն առնելու ենք։

## Սպասելիք.

Եթէ առաջին ձուլածոյ զանգուածին 16 ունկիին մէջ 7 ունկին արծաթ է, 8 ունկիին մէջ պիտի ըլլայ արծաթ,

$$\frac{7 \times 8}{16}։$$

Համանապէս,

$$\frac{12 \times 5}{16} \text{ եւ } \frac{4 \times 3}{16}$$

պիտի ցուցնեն երկրորդ զանգուածին 5 ունկիներուն եւ երրորդ զանգուածին 3 ունկիներուն մէջ գտնուած արծաթի քանակութիւնը։

Այդ՝ կ'ունենանք

$$\frac{7\times 8}{16}+\frac{12\times 5}{16}+\frac{4\times 3}{16}=\frac{128}{16}=8\cdot$$

վասնորոյ՝ չորրորդ ձուլածոյ զանգուածին մէկ լիտրը կը պարունակէ 8 ունկի արծաթ, ինչպէս որ խնդրոյն մէջ կը պահանջուի։ Այս կերպով կրնանք սուզել պղինձն ու անագը։

58 6. Ա-ի տարիքը Բ-ի տարիքին կրկնապատիկն է, եւ Բ-ի տարիքը Գ-ի տարիքին եռապատիկն է, եւ ասոնց բոլոր տարիքին գումարը 140 է։ Իւրաքանչիւրին տարիքը քանի է։

պ. Ա-ինը = 84, Բ-ինը = 42, Գ-ինը = 14։

59 7. Մարդ մը՝ կառք մը, ձի մը, եւ սար (ընտիր) գնեց 60 լիրայի։ Ձիոյն գինը սարին գնոյն կրկնապատիկն էր, կառքին գինն ալ՝ ձիոյն եւ սարին գնոյն կրնապատիկն էր։ Իւրաքանչիւրին համար քանի սուաւ։

պ. 13 լէր. 6 շէլ. 8 քն. ձիոյն համար։
6 լէր. 13 շէլ. 4 քն. սարին համար։
40 լէր. կառքին համար։

60 8. Բաժնէ 36 թիւը երեք մասերու այնպէս՝ որ առաջնոյն $\frac{1}{2}$-ը, երկրորդին $\frac{1}{3}$-ը, եւ երրորդին $\frac{1}{4}$-ը իրարու հաւասար ըլլան։ պ. 8, 12 եւ 16։

61 9. Եթէ Ա. եւ Բ. գործք մը միասին 8 օրը կը կատարեն, Ա. եւ Գ. միասին 9 օրը, Բ. եւ Գ. 10 օրը, միեւնոյն գործը միայնակ բանելով ամէն մէկը քանի օրը կրնան կատարել։

պ. Ա՝ $14\frac{34}{49}$, Բ՝ $17\frac{23}{41}$, Գ՝ $23\frac{7}{31}$ օրը։

62 10. Երեք հոգի՝ Ա., Բ., Գ., սկսան մէկտեղ խաղալ. եւ խաղալու սկսած ատեն ամէնը 600 թալէր ունէին։ Ա՝ առաջին խաղին մէջ՝ Բ-ի ունեցած ստակին կէսը շահեցաւ, այնպէս որ բոլոր ունեցած ստակը՝ Բ-ի սկիզբէն ունեցած ստակին կրկինն եղաւ։ Երկրորդ խաղին մէջ Ա. կորընցուց եւ Բ. շահեցաւ Գ-ի իսկ բան ունեցած

սակին չափ, եւ անաւուն Ա. ոչ կորանցուց եւ ոչ շահեցաւ։ Իւրաքանչիւր ոք 'ի սկզբան որչափ սակ ունէր։

Պ. Ա՝ 300 ԹԼՐ., Բ՝ 200 ԹԼՐ., Գ՝ 100 ԹԼՐ.։

11. Երեք հոգի՝ Ա, Բ, եւ Գ, մէկտեղ 3640 թաղէր ունին։ Եթէ Բ իր սակէն 400 թաղէր Ա.ին տայ, անաւուն Ա. Բ էն 320 թաղէր աւելի պիտի ունենայ. իսկ եթէ Բ 140 թաղէր առնէ Գ.ին սակէն, անաւուն Բ եւ Գ. հաւասար դրամաբ պիտի ունենան։ Ամէն մէկն որչափ ունի։

Պ. Ա՝ 800 ԹԼՐ., Բ՝ 1280 ԹԼՐ., Գ՝ 1560 ԹԼՐ.։

12. Երեք հոգի պարտք ունին, որոնց եւ ոչ մէկը կրնայ միւսակ վճարել։ Ա. Բ.ին ըսաւ. «Սակիդ 4 որդին ինծի տուր, եւ ես կրնամ վճարել պարտքը»։ Բ Գ.ին ըսաւ. «Քու սակիդ 8երորդն ինծի տուր, ես կրնամ վճարել։» Իսկ Գ Ա.ին ըսաւ. «Քու սակիդ կէսն ինծի տալու ես, քանզի ես միայն 8 թաղէր ունիմ, եւ կրնամ վճարել։» Պարտքը որչափ էր, եւ Ա. ու Բ որչափ սակ ունէին։

Պ. { Պարտքն էր 13 ԹԼՐ.։
Ա. ունէր 10 ԹԼՐ., եւ Բ՝ 12 ԹԼՐ.։

13. Մարդ մը դրամագլուխ մը ունէր որ հարիւրին այսինչ չափ շահի դրաւ։ Ուրիշ մը որ առաջինէն 10,000 թաղէր աւելի ունէր՝ առջինին դրած շահուն չափէն հարիւրին 1 աւելի շահի դրաւ, եւ առջինէն 800 թաղէր աւելի տոկոս կ'առնէր։ Երրորդ անձ մը, որ առջինէն 15000 թաղէր աւելի դրամագլուխ մը ունէր՝ հարիւրին 2 աւելի շահի դրաւ, եւ առջինէն 1500 թաղէր աւելի տոկոս կ'առնէր։ Ինչ են երեք մարդոց դրամագլուխները, եւ շահուց չափերը։

Պ. { Դրամագլուխք, 30000, 40000 եւ 45000 ԹԼՐ.։
Չափք շահուց, 4 5 6 առ %։

14. Մարդ մը մեռնելու առնը 15000 թալէրի կալուածք մը ձգեց իր կնոջը, երկու տղոցը եւ երեք աղջկանցը, այս պայմանաւ որ իւրաքանչիւր տղայ իւրաքանչիւր աղջկան կրկին առնէ, եւ կինը բոլոր զաւկընկերէն 1000 թալէր աւելի։ Կնոջը եւ իւրաքանչիւր որդւոց բաժինն ինչ էր։

պ. { Կնոջը 8000 ՐԼԲ։
Իւրաքանչիւր տղուն 2000 ՐԼԲ։
Իւրաքանչիւր աղջկան 1000 ՐԼԲ։

15. Երեք անձինք Ա, Բ եւ Գ, գումար մը ստակ պիտի բաժնեն իրենց մէջ։ Ա ստակին կէսէն 3000 թալէր պակաս պիտի առնէ, Բ մէկ երրորդէն 1000 թալէր պակաս, եւ Գ մէկ չորրորդէն 800 թալէր աւելի պիտի առնէ։ Ի՞նչ է բաժանելի գումարը, եւ իւրաքանչիւր ոչչափ պիտի առնէ։

պ. { Գումարը 38400 ՐԼԲ։
Ա պիտի առնէ 16200 ՐԼԲ։
Բ » » 11800 ՐԼԲ։
Գ » » 10400 ՐԼԲ։

# ԳԼՈՒԽ Դ.

## ԿԱՐՈՂՈՒԹԻՒՆՔ

77. *Եթէ քանակութիւն մը որ եւ է անգամ իրմով բազմապատկուի՝ արտադրեալը կ'ըսուի այն քանակութեան կարողութիւնը։ Ինչպէս,*

$w = w^1$ *ի առաջին կարողութիւնը, կամ արմատն է։*

$w \times w = w^2$ *ի երկրորդ կարողութիւնը, կամ քառակուսին է։*

$w \times w \times w = w^3$ *ի երրորդ կարողութիւնը, կամ խորանարդն է։*

$w \times w \times w \times w = w^4$ *ի չորրորդ կարողութիւնն է։*

$w \times w \times w \times w \times w = w^5$ *ի հինգերորդ կարողութիւնն է։*

*Ամէն կարողութեան մէջ նկատուելու երեք բան կայ։*

*Ա. Իրմով բազմապատկեալ քանակութիւնը՝ որուն կ'ըսուի աւշտաք, կամ առաջին կարողութիւն։*

---

77. Եթէ քանակութիւն մը շարունակ իրմով բազմապատկուի, արտադրեալն ի՞նչ կ'ըսուի։ Ամէն կարողութեան մէջ նկատելու քանի՞ բան կայ։ Ի՞նչ են անոնք։

Բ. Գրոյն ալ կողմէն քիչ մը վերօք դրուած փոքրիկ թուանշանը։ Այս թուանշանը կ'ըսուի այն կարողութեան ցուցիչը, եւ կը ցուցնէ թէ նոյն գիրը քանի քանորդականներէ բաղկացեալ է։

Գ. Նոյն ինքն կարողութիւնը որ վերջին արտադրեալն է, կամ բազմապատկութեանց արդիւնքը։

Զորօրինակ՝ դիցուք թէ $w=3$, անատեն կ'ունենանք $w=3$, 3ի առաջին կարողութիւնը։

$w^2=3^2=3\times3=9$, 3ի երկրորդ կարողութիւնը։

$w^3=3^3=3\times3\times3=27$, 3ի երրորդ կարողութիւնը։

$w^4=3^4=3\times3\times3\times3=81$, 3ի չորրորդ կարողութիւնը։

$w^5=3^5=3\times3\times3\times3\times3=243$, 3ի հինգերորդ կարողութիւնը։

Այս օրինակներուն մէջ 3 արմատ է, 1, 2, 3, 4 եւ 5 ցուցիչներն են, եւ 3, 9, 27, 81, 243 կարողութիւններն են։

Մէջը մը որ-է ցեր կարողութեան հանել.

78. Հանենք $2w^3p^2$ միջոցը չորրորդ կարողութեան։ Կ'ունենանք

$$(2w^3p^2)^4=2w^3p^2\times2w^3p^2\times2w^3p^2\times2w^3p^2,$$

որ միայն կը ցուցնէ թէ չորրորդ կարողութիւնը հաւասար է՝ նոյն քանակութիւնը իր քանորդական մը չորս անգամ բազմապատկելէն եղած արտադրեալին։

---

78. Ի՞նչ է միջոցը։ Ի՞նչ է միջոց մը կարողութեան հանելու կանոնը։ Երբ արմատը դրական է, ի՞նչ պիտի ըլլան կարողութիւնները։ Երբ արմատը բացասական է, ի՞նչ պիտի ըլլան կարողութիւնները։

բազմապատկութեան կանոնով՝ այս արտադրեալը կ'ելլայ

$$(2ա^3բ^2)^4 = 2^4 ա^{3+3+3+3} բ^{2+2+2+2} = 2^4 ա^{12} բ^8 .$$

որմէ կը տեսնենք,

ա. թէ 2 համարտադրիչը 4 որդ կարողութեան հանելու է։

բ. թէ իւրաքանչիւր գրոց ցուցիչը 4 ով, կարողութեան ցուցիչովը, բազմապատկուելու է։

Որոմհետեւ ասոնց ձեւնարկութիւնը ամէն օրինակի կը պատշաճի, վասնորոյ միեղը քանակութիւնները որ եւ իցէ կարողութեան հանելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Հանէ համարտադրիչը պահանջեալ կարողութեան։

Բ. Բազմապատկէ իւրաքանչիւր գրոց ցուցիչը կարողութեան ցուցիչովը։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Ի՞նչ է $3ա^2բ^3$ ի քառակուսին։ Պ. $9ա^4բ^6$։

2. Ի՞նչ է $6ա^5բ^2գ$ ի խորանարդը։

Պ. $216ա^{15}բ^6գ^3$։

3. Ի՞նչ է $2ա^3բ^3գ^5$ ի չորրորդ կարողութիւնը։

Պ. $16ա^{12}բ^{12}գ^{20}$։

4. Ի՞նչ է $ա^2գ^5բ^3$ ի քառակուսին։ Պ. $ա^4գ^{10}բ^6$։

5. Ի՞նչ է $ա^2բգդ^3$ ի եօթնևերորդ կարողութիւնը։

Պ. $ա^{14}բ^7գ^7դ^{21}$։

6. Ի՞նչ է $ա^2բ^3գ^2դ$ ի վեցերորդ կարողութիւնը։

Պ. $ա^{12}բ^{18}գ^{12}դ^6$։

7. Ի՞նչ է $-2ա^2բ^2$ ի քառակուսին եւ խորանարդը։

| Քառակուսի։ | Խորանարդը։ |
|---|---|
| $-2ա^2բ^2$ | $-2ա^2բ^2$ |
| $-2ա^2բ^2$ | $-2ա^2բ^2$ |
| $+4ա^4բ^4$ | $+4ա^4բ^4$ |
| | $-2ա^2բ^2$ գ |
| | $-8ա^6բ^6$ |

*Վերոյիշեալ կարողութեանց կազմուելուն եղանակը դիտելով՝ կը մակաբերենք,*

*ա.* Եթէ արմատը դրական է՝ թողը կարողութիւնները դրական կ'ելլեն։

*բ.* Եթէ արմատը բացասական է՝ ղոյգ ցուցիչ ունեցող թողը կարողութիւնները դրական կ'ելլեն, անղոյգ ցուցիչ ունեցողներն ալ բացասական։

8. Ի՞նչ է $-2ա^4բ^5$ ի քառակուսին։ Պ. $4ա^8բ^{10}$։

9. Ի՞նչ է $-5ա^5գ^2գ$ ի խորանարդը։
Պ. $-125ա^{15}գ^6գ^3$։

10. Ի՞նչ է $-ա^2գ+^2$ ի եօթներորդ կարողութիւնը։
Պ. $-ա^{14}գ^7+^{14}$։

11. Ի՞նչ է $2ա^6գ^5$ ի վեցերորդ կարողութիւնը։
Պ. $64ա^6բ^{36}գ^{30}$։

12. Ի՞նչ է $-գդ+^2գ^3$ ի իններորդ կարողութիւնը։
Պ. $-գ^9դ^9+^{18}գ^{27}$։

13. Ի՞նչ է $-10ա^2բ^2գ^3$ ի քառակուսին։
Պ. $100ա^4բ^4գ^6$։

14. Ի՞նչ է $-9ա^6բ^5դ^3գ^2$ ի խորանարդը։
Պ. $-729ա^{18}բ^{15}դ^9գ^6$։

15. Ի՞նչ է $-4ա^5բ^3գ^4դ^5$ ի չորրորդ կարողութիւնը։
Պ. $256ա^{20}բ^{12}գ^{16}դ^{20}$։

16. Ի՞նչ է $2ա^3բ^2+գ$ ի հինգերորդ կարողութիւնը։
Պ. $32ա^{15}բ^{10}+^5գ^5$։

17. Ի՞նչ է $3ա^2բ^2գ^3$-ի չորրորդ կարողութիւնը։
Պ. $81ա^8բ^8գ^{12}$։

18. Ի՞նչ է $-գ^2դ^3զ^2է^2$-ի հինգերորդ կարողութիւնը։ Պ. $-գ^{10}դ^{15}զ^{10}է^{10}$։

19. Ի՞նչ է $-ագ^2դզ$-ի վեցերորդ կարողութիւնը։
Պ. $ա^6գ^{12}դ^6զ^6$։

## Բազմանդամի կարողութեան հանելը։

79. Տիեզերի պէս՝ բազմանդամին ալ կարողութեան կը հանուի, նոյնը շարունակ իրմով բազմապատկելով։ Ինչպէս՝ $ա+բ$ երկանդամին հինգերորդ կարողութիւնը գտնելու համար, կ'ունենանք

$$
\begin{array}{l}
ա + բ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{առաջին կարողութիւն։} \\
ա + բ \\
\hline
ա^2 + աբ \\
\quad + աբ + բ^2 \\
\hline
ա^2 + 2աբ + բ^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{երկրորդ կարողութիւն։} \\
ա + բ \\
\hline
ա^3 + 2ա^2բ + \ \ աբ^2 \\
\quad + \ ա^2բ + 2աբ^2 + բ^3 \\
\hline
ա^3 + 3ա^2բ + 3աբ^2 + բ^3 \quad \text{երրորդ կարողութիւն։} \\
ա + բ \\
\hline
ա^4 + 3ա^3բ + 3ա^2բ^2 + աբ^3 \\
\quad + \ ա^3բ + 3ա^2բ^2 + 3աբ^3 + բ^4 \\
\hline
ա^4 + 4ա^3բ + 6ա^2բ^2 + 4աբ^3 + բ^4 \quad \text{չորրորդ կարողութիւն։} \\
ա + բ \\
\hline
ա^5 + 4ա^4բ + 6ա^3բ^2 + 4ա^2բ^3 + աբ^4 \\
\quad + \ ա^4բ + 4ա^3բ^2 + 6ա^2բ^3 + 4աբ^4 + բ^5 \\
\hline
ա^5 + 5ա^4բ + 10ա^3բ^2 + 10ա^2բ^3 + 5աբ^4 + բ^5 \quad \text{Պ.}
\end{array}
$$

Ծանօթութիւն.—80։ Դիտելու է թէ բազմապատկութեանց թիւը՝ կարողութեան ցուցչին միութենէն միշտ 1 պակաս է։ Ինչպէս՝ եթէ ցուցիչը 1 է՝ բազմապատկութիւն հարկ չէ։ Եթէ 2 է՝ մէկ անգամ կը բազմապատկենք. եթէ 3 է՝ երկու անգամ. եթէ 4՝ երեք անգամ եւ այլն։ Բազմեզերաց կարողութիւնները ցուցչով մը կը ցուցուին։ Ինչպէս՝ եթէ ցուցընել ուզենք թէ $ա + բ$ հինգերորդ կարողութեան հանելու է, կը գրենք $(ա + բ)^5$։

2. Գտիր $ա - բ$ երկեզրին հինգերորդ կարողութիւնը։

$$
\begin{array}{l}
ա - բ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{առաջին կարողութիւն։} \\
ա - բ \\
\hline
ա^2 - աբ \\
\quad - աբ + բ^2 \\
\hline
ա^2 - 2աբ + բ^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{երկրորդ կարողութիւն։} \\
ա - բ \\
\hline
ա^3 - 2ա^2բ + աբ^2 \\
\quad - ա^2բ + 2աբ^2 - բ^3 \\
\hline
ա^3 - 3ա^2բ + 3աբ^2 - բ^3 \quad \text{երրորդ կարողութիւն։} \\
ա - բ \\
\hline
ա^4 - 3ա^3բ + 3ա^2բ^2 - աբ^3 \\
\quad - ա^3բ + 3ա^2բ^2 - 3աբ^3 + բ^4 \\
\hline
ա^4 - 4ա^3բ + 6ա^2բ^2 - 4աբ^3 + բ^4 \quad \text{չորրորդ կարողութիւն։} \\
ա - բ \\
\hline
ա^5 - 4ա^4բ + 6ա^3բ^2 - 4ա^2բ^3 + աբ^4 \\
\quad - ա^4բ + 4ա^3բ^2 - 6ա^2բ^3 + 4աբ^4 - բ^5 \\
\hline
ա^5 - 5ա^4բ + 10ա^3բ^2 - 10ա^2բ^3 + 5աբ^4 - բ^5 \quad \text{պ. օ.} \\
\hline
\end{array}
$$

3. Ի՞նչ է $5ա - 2գ + դ$ ի քառակուսին։

$$\begin{array}{l}
5ա - 2գ + դ \\
5ա - 2գ + դ \\
\hline
25ա^2 - 10ագ + 5ադ \\
\qquad - 10ագ + 4գ^2 - 2գդ \\
\qquad\qquad + 5ադ - 2գդ + դ^2 \\
\hline
25ա^2 - 20ագ + 10ադ + 4գ^2 - 4գդ + դ^2
\end{array}$$

պ.

4. Գտէր $3ա - 2բ$ երկեզրին չորրորդ կարողութիւնը։

$$\begin{array}{l}
3ա - 2բ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{առաջին կարողութիւն։} \\
3ա - 2բ \\
\hline
9ա^2 - 6աբ \\
\qquad - 6աբ + 4բ^2 \\
\hline
9ա^2 - 12աբ + 4բ^2 \quad . \quad . \quad \text{երկրորդ կարողութիւն։} \\
3ա - 2բ \\
\hline
27ա^3 - 36ա^2բ + 12աբ^2 \\
\qquad - 18ա^2բ + 24աբ^2 - 8բ^3 \\
\hline
27ա^3 - 54ա^2բ + 36աբ^2 - 8բ^3 \quad . \quad \text{երրորդ կարողութիւն։} \\
3ա - 2բ \\
\hline
81ա^4 - 162ա^3բ + 108ա^2բ^2 - 24աբ^3 \\
\qquad - 54ա^3բ + 108ա^2բ^2 - 72աբ^3 + 16բ^4 \\
\hline
81ա^4 - 216ա^3բ + 216ա^2բ^2 - 96աբ^3 + 16բ^4
\end{array}$$

պ.

5. Ի՞նչ է $ա + 1$ երկեզրին քառակուսին։

պ. $ա^2 + 2ա + 1$։

6. Ի՞նչ է $ա - 1$ երկեզրին քառակուսին։

պ. $ա^2 - 2ա + 1$։

7. Ի՞նչ է $9ա - 3բ$ ի խորանարդը։

պ. $729ա^3 - 729ա^2բ + 243աբ^2 - 27բ^3$։

8. Ի՞նչ է $գ - դ$ ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $գ^4 - 4գ^3դ + 6գ^2դ^2 - 4գդ^3 + դ^4$։

9. Ի՞նչ է $ա+բ+գ$ երեքեզրին խորանարդը։

պ. $ա^3+3ա^2բ+3ա^2գ+3աբ^2+3ագ^2+3բ^2գ+3բգ^2+6աբգ+բ^3+գ^3$։

10. Ի՞նչ է $2ա^2-4աբ+3բ^2$ երեքեզրին խորանարդը։

պ. $8ա^6-48ա^5բ+132ա^4բ^2-208ա^3բ^3+198ա^2բ^4-108աբ^5+27բ^6$։

Կոտորակ մը կարողութիւնը կը գտնուի

81. Կոտորակի մը կարողութիւնը կը գտնուի կոտորակը իրմով բազմապատկելով. այսինքն՝ համարիչը համարիչով, եւ յայտարարը յայտարարով։

Ինչպէս $\frac{ա}{բ}$ ի խորանարդը որ կը գրուի

$$\left(\frac{ա}{բ}\right)^3=\frac{ա}{բ}\times\frac{ա}{բ}\times\frac{ա}{բ}=\frac{ա^3}{բ^3},$$

գտնուած է համարիչն ու յայտարարը զատ զատ խորանարդելով։

2. Ի՞նչ է $\frac{ա-գ}{բ+գ}$ կոտորակին քառակուսին։

Կ'ունենանք

$$\left(\frac{ա-գ}{բ+գ}\right)^2=\frac{(ա-գ)^2}{(բ+գ)^2}=\frac{ա^2-2ագ+գ^2}{բ^2+2բգ+գ^2}\text{ պ.}$$

3. Ի՞նչ է $\frac{աբ}{3բգ}$ ի խորանարդը։ պ. $\frac{ա^3բ^3}{27բ^3գ^3}$։

4. Ի՞նչ է $\frac{ա^2բ^2գ}{2ա^2բ^2}$ ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $\frac{ա^4բ^8գ^4}{16ա^8բ^8}$։

---

81. Կոտորակի մը կարողութիւնն ի՞նչպէս կը գտնուի։

5. Ի՞նչ է $\frac{ա-բ}{ա+բ}$ ի խորանարդը։

պ. $\frac{ա^3-3ա^2բ+3աբ^2-բ^3}{ա^3+3ա^2բ+3աբ^2+բ^3}$։

6. Ի՞նչ է $\frac{2սա}{4սբ}$ ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $\frac{ա^4}{16բ^4}$։

7. Ի՞նչ է $\frac{9գբա}{18բդ}$ ի հինգերորդ կարողութիւնը։

պ. $\frac{գ^5բ^5ա^5}{32բ^5դ^5}$։

8. Ի՞նչ է $\frac{2ս-3գ}{ա+2բ}$ ի խորանարդը։

պ. $\frac{8ս^3-36ս^2գ+54սգ^2-27գ^3}{ա^3+6ա^2բ+12աբ^2-8բ^3}$։

## Տարազ Երկեղբ.

**82.** Երկեղբ մը կարողութեան հանելու արդէն բացատրուած կերպը քիչ մը ձանձրալի ըլլալուն համար՝ աւելի դիւրին կերպեր մեծ ջանքով փնտռուեցան։ Մինչեւ յարդ գտնուած ամենապարզ կերպն է Տարազ Երկեղբը, զոր 'ի լոյս բերաւ Խոսհակ Ենոքն։

**83.** Քանակութիւն մը որեւիցէ կարողութեան հանելու համար՝ յայտնի է թէ նկատելու չորս բան կայ։ —

ա. Քանակութեան եղբերուն թիւը։
բ. Եղբերուն նշանները։
գ. Գիրերուն ցուցիչները։
դ. Եղերաց համարատարրիչները։

---

82. Տարազ Երկեղբին նպատակն ի՞նչ է։ Այս տարազը ո՞վ 'ի լոյս բերաւ։

83. Քանակութիւն մը կարողութեան հանելու համար՝ նկատելու քանի՞ բան կայ։ Ի՞նչ են անոնք։

### Թ՝ Եղբաց։

**84.** Եթէ 79 ցօդուածին երկու օրինակներն առնենք՝ զոր հոն լիովին պարզեցինք, կ՚ունենանք

$$(ա+բ)^5 = ա^5 + 5ա^4բ + 10ա^3բ^2 + 10ա^2բ^3 + 5ա բ^4 + բ^5 ։$$

$$(ա-բ)^5 = ա^5 - 5ա^4բ + 10ա^3բ^2 - 10ա^2բ^3 + 5ա բ^4 - բ^5 ։$$

Ցօդուած 79 ին այլեւայլ բազմապատկութիւնները քննելով՝ պիտի տեսնենք թէ երկեզրի մը երկրորդ կարողութիւնը երեք եզր կ՚ունենայ, երրորդ կարողութիւնը՝ չորս, չորրորդ կարողութիւնը՝ հինգ, հինգերորդ կարողութիւնը վեց, եւ այլն. ուստի կը հետեւցընենք թէ,

Երկեզրի մը որեւէ կարողութեան եղբաց թիւը՝ կարողութեան ցուցչին մէկ աւելի է։

### Ը՝ Եղբաց։

**85.** Ցայտնի է թէ երբ երկեզրի մը երկու եզրերն ալ առաւել են, այսինքն առաւել նշան ունին, կարողութեան բոլոր եղբերը առաւել պիտի ըլլան։

Եւ երբ երկեզրի մը երկրորդ եզրը նուազ է, յետ կողմն հաշուելով, բոլոր անղոյգ եղբերն առաւել կ՚ըլլան, և ղոյգ եղբերը՝ նուազ։

### Ցուցիչք.

**86.** Երկեզրի մը մէջ առաջին տեղը բռնող գիրը կ՚ըսուի նախորդ գիր։ Ինչպէս՝ $ա+բ$, $ա-բ$, երկեզրերուն մէջ նախորդ գիրն է $ա$։

---

84. Երկեզրի մը կարողութեան մէջ քանի՞ եզր կայ։ Եթէ ցուցիչը 5 է, քանի՞ եզր։ Եթէ ցուցիչը 4 է, քանի՞ եզր. եւ այլն։

85. Եթէ երկեզրի մը երկու եզրերն ալ առաւել են, կարողութեան եզրերն ի՞նչպէս կ՚ըլլան։ Եթէ երկրորդ եզրը նուազ է, եզերաց նշաններն ի՞նչպէս կ՚ըլլան։

86. Երկեզրի մը նախորդ գիրն ի՞նչ է։ Այն գրին ցուցիչն առաջին եզրին մէջ ի՞նչ է։ Եզրերուն մէջ դէպ՝ աջ ի՞նչ-

ա. Յայտնի է թէ առաջին եղբին մէջ նախորդ գրին ցուցիչը՝ կարողութեան ցուցչին նման պիտի ըլլայ. եւ թէ՝ այս ցուցիչը ձախէն դէպ՝ աջ ամէն մէկ եղբին մէջ միութիւն մը պակաս կ'ըլլայ, մինչեւ որ կը հասնինք վերջին եղբին՝ ուր նախորդ գիրը չի գտնուիր։

բ. Երկրորդ եղբին մէջ երկրորդ գրին ցուցիչն է 1, եւ ամէն մէկ եղբին մէջ ձախէն դէպ՝ աջ միութիւն մը աւելի կ'ըլլայ, մինչեւ որ կը հասնինք վերջին եղբին՝ որուն ցուցիչը տրուած կարողութեան ցուցչին նման է։

գ. Եղբի մը մէջ երկու գրոց ցուցիչներուն գումարը հաւասար է տրուած կարողութեան ցուցչին։

Արդ այս սկզբունքները գործածենք հետեւեալ երկու օրինակներուն մէջ, ուր համարատարիչները գանց առնուած են. —

$(ա+բ)^6$ . . . $ա^6+ա^5բ+ա^4բ^2+ա^3բ^3+ա^2բ^4+աբ^5+բ^6$։

$(ա-բ)^6$ . . . $ա^6-ա^5բ+ա^4բ^2-ա^3բ^3+ա^2բ^4-աբ^5+բ^6$։

Որպէսզի ուսանողը՝ եղբերը իրենց յատուկ նշաններուն առանց համարատարչի գրելու վարժուի, քանի մը օրինակներ ալ աւելցընենք։

1. $(ա+բ)^3$ . . $ա^3+ա^2բ+աբ^2+բ^3$։

2. $(ա+բ)^4$ . . $ա^4+ա^3բ+ա^2բ^2+աբ^3+բ^4$։

3. $(ա+բ)^5$ . . $ա^5+ա^4բ+ա^3բ^2+ա^2բ^3+աբ^4+բ^5$։

4. $(ա-բ)^7$ . . $ա^7-ա^6բ+ա^5բ^2-ա^4բ^3+ա^3բ^4-ա^2բ^5+աբ^6-բ^7$։

---

պէս կը փոխուի։ Երկրորդ եղբին մէջ երկրորդ գրին ցուցիչն ի՞նչ է։ Եղբերուն մէջ դէպ՝ աջ ի՞նչպէս կը փոխուի։ Վերջին եղբին մէջ ցուցիչն ի՞նչ է։ Եղբի մը մէջ ցուցիչներուն գումարն ինչի՞ հաւասար է։

Համարարարիչք։

87. Առաջին եղբին համարարարիչը միութիւն է։ Երկրորդ եղբին համարարարիչը արուած կարողութեան ցուցիչն է։ Երրորդ եղբին համարարարիչը կը գտնուի՝ երկրորդ եղբին համարարարիչը նախորդ դրին ցուցչովը բազմապատկելով, եւ արտադրեալը 2 ով բաժնելով։ Եւ 'ի վերջոյ —

Եթէ եղբի մը համարարարիչը նախորդ դրին ցուցչովը բազմապատկուի, և արտադրեալն այն եղբին յոխէն դէպ՝ ակ քանանած աթեղացն թուովը բաժնուի, փանորդը հետագայ եղբին համարարարիչը պիտի ըլլայ։

Ինչպէս՝ հետեւեալ օրինակին մէջ համարարարիչները գտնելու համար,

$$(ա-բ)^7 \cdot \cdot ա^7-ա^6բ+ա^5բ^2-ա^4բ^3+ա^3բ^4-ա^2բ^5+աբ^6-բ^7։$$

Նախ կը դնենք 7 ցուցիչը իբր համարարարիչ երկրորդ եղբին։ Անոնն երրորդ եղբին համարարարիչը գտնելու համար՝ կը բազմապատկենք 7ը 6 ով, այսինքն ա-ի ցուցչովը, եւ կը բաժնենք 2 ով։ Ելած 21 քանորդը երրորդ եղբին համարարարիչն է։ Չորրորդ եղբին համարարարիչը գտնելու համար՝ 21ը 5 ով կը բազմապատկենք, եւ արտադրեալը 3 ով կը բաժնենք, եւ կ'ունենանք 35։ Հինգերորդ եղբին համարարարիչը գտնելու համար՝ 35ը 4 ով կը բազմապատկենք, եւ արտադրեալը 4 ով կը բաժնենք, եւ կ'ունենանք 35։ Վեցերորդ եղբին համարարարիչը միւնոյն կերպով գտնելով՝ 21 է. եօթներորդինը՝ 7. եւ ութերորդինը՝ 1։ Հաւաքելով այս համարարարիչները,

$$(ա-բ)^7=ա^7-7ա^6բ+21ա^5բ^2-35ա^4բ^3+35ա^3բ^4-21ա^2բ^3+7աբ^6-բ^7։$$

---

87. Ի՞նչ է առաջին եղբին համարարարիչը։ Ի՞նչ է երկրորդին համարարարիչը։ Ի՞նչպէս կը գտնուի երրորդ եղբին համարարարիչը։ Ի՞նչպէս կը գտնուի եղբի մը համարարարիչը։ Ի՞նչ

Ծանօթութիւն։ — Այս վերջին արդիւնքը քննելով կը տեսնենք թէ ծայրի եղրերուն համարատարիչները միութիւն են, եւ թէ ծայրի եղրերէն հաւասարապէս հեռի եղող եղրերուն համարատարիչները հաւասար են։ Ուստի բաւական կ'ըլլայ միայն գտնել եղրերուն առաջին կէսին համարատարիչները, եւ անոնցմէ անմիջապէս միւսներն ալ կրնայ գրուիլ։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտիր $ա+բ$-ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^4+4ա^3բ+6ա^2բ^2+4աբ^3+բ^4$։

2. Գտիր $ա-բ$-ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^4-4ա^3բ+6ա^2բ^2-4աբ^3+բ^4$։

3. Գտիր $ա+բ$-ի հինգերորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^5+5ա^4բ+10ա^3բ^2+10ա^2բ^3+5աբ^4+բ^4$։

4. Գտիր $ա-բ$-ի հինգերորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^5-5ա^4բ+10ա^3բ^2-10ա^2բ^3+5աբ^4-բ^4$։

5. Գտիր $ա+բ$-ի վեցերորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^6+6ա^5բ+15ա^4բ^2+20ա^3բ^3+15ա^2բ^4+6աբ^5+բ^6$։

6. Գտիր $ա-բ$-ի վեցերորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^6-6ա^5բ+15ա^4բ^2-20ա^3բ^3+15ա^2բ^4-6աբ^5+բ^6$։

7. Հանէ $3ա^2գ-2բ^3դ$ երկեզրը չորրորդ կարողութեան։

Շատ անգամ կը պատահի որ երկեզր քանակութեան մը եղրերը համարատարիչ եւ ցուցիչ կ'ունենան, ինչպէս նախընթաց օրինակին մէջ։ Հոս՝ եր-

---

են առաջին և վերջն եղրերուն համարատարիչները։ Ի՞նչպէս են երկու ծայրերէն հաւասարապէս հեռի եղող համարատարիչները։

կեղրին իւրաքանչիւր եզրը կը ներկայացընենք միանակ գրով մը։ Ինչպէս, կը դնենք

$$3ա^2գ = ի, \text{ եւ } -2բդ = ե,$$

անսատեն կ'ունենանք

$$(ի+ե)^4 = ի^4 + 4ի^3ե + 6ի^2ե^2 + 4իե^3 + ե^4։$$

Բայց՝ $ի^2 = 9ա^4գ^2$, $ի^3 = 27ա^6գ^3$, $ի^4 = 81ա^8գ^4$.

եւ $ե^2 = 4բ^2դ^2$, $ե^3 = -8բ^3դ^3$, $ե^4 = 16բ^4դ^4$։

Փոխադրելով ի ի եւ ե ի արժէքները իրենց տեղը կ'ունենանք

$$(3ա^2գ - 2բդ)^4 = (3ա^2գ)^4 + 4(3ա^2գ)^3(-2բդ) + 6(3ա^2գ)^2(-2բդ)^2 + 4(3ա^2գ)(-2բդ)^3 + (-2բդ)^4,$$

եւ նշանակեալ գործողութիւնները կատարելով՝ կ'ունենանք

$$(3ա^2գ - 2բդ)^4 = 81ա^8գ^4 - 216ա^6գ^3բդ + 216ա^4գ^2բ^2դ^2 - 96ա^2գբ^3դ + 16բ^4դ^4։$$

8. Ի՞նչ է $3ա - 6բ$ ի քառակուսին։

պ. $9ա^2 - 36ա բ + 36բ^2$։

9. Ի՞նչ է $3ի - 6ե$ ի խորանարդը։

պ. $27ի^3 - 162ի^2ե + 324իե^2 - 216ե^3$։

10. Ի՞նչ է $ի - ե$ ի քառակուսին։

պ. $ի^2 - 2իե + ե^2$։

11. Ի՞նչ է $ա - 3բ$ ի չորրորդ կարողութիւնը։

պ. $ա^4 - 12ա^3բ + 54ա^2բ^2 - 108ա բ^3 + 81բ^4$։

Ծանօթութիւն։ — Բազմեզրի մը կարողութիւնները դիւրաւ կը գտնուին Տարազ Երկեզրով.

12. Զորօրինակ՝ հանէ $ա + բ + գ$ երրորդ կարողութեան։

Նախ՝ դիր . . . $բ + գ = դ$։

Անսատեն՝ $(ա + բ + գ)^3 = (ա + դ)^3 = ա^3 + 3ա^2դ + 3ա դ^2 + դ^3$։

Կամ՝ փոխադրելով դի արժէքն իր տեղը,

$$(ա+բ+գ)^3 = ա^3 + 3ա^2բ + 3աբ^2 + բ^3$$
$$3ա^2գ + 3բ^2գ + 6աբգ$$
$$+ 3ագ^2 + 3բգ^2$$
$$+ գ^3:$$

Այս քանակութիւնը կը բաղկանայ եօթ եղբեր-ներոնց ներոնաբդեներոն գոտաբէն, ասասել՝ ներատանղէր եղբ ժամ եբկոր եղբեր-ներոն ասաղէն կոբոդրոնեներովը քաղմապատկոտաց արտադրեալէն եռապատկէն, ասասել՝ եբեք եղբեր-ներոն արտադրեալէն վէց անգամէն։ Դիւրաւ կ'ապացուցուցուի թէ այս օրէնքը ճշմարիտ է որեւէ բազմեզրի մը համար։

Նախընթաց ապացոյցը՝ համարատարիչ եւ ցուցիչ ունեցող երեքեզրի մը խորանարդը գտնելու մէջ գործածուելու համար՝ նէրկայացոր ներատանղէր եղբ ժամ գրոզ մը, ապա այն գրեր-ներոն պէղը դէր եբենց արժէքը, և կոպրեր նշանակեալ գոբժոդրոնեները։

Այս կանոնէն կը գտնենք թէ

$$(2ա^2 - 4աբ + 3բ^2)^3 = 8ա^6 - 48ա^5բ + 132ա^4բ^2 -$$
$$208ա^3բ^3 + 198ա^2բ^4 - 108աբ^5 + 27բ^6:$$

13. Ի՞նչ է $ա - 2բ + գ$ ի խորանարդը։

Պ. $ա^3 - 8բ^3 + գ^3 - 6ա^2բ + 3ա^2գ + 12աբ^2 + 12բ^2գ$
$+ 3ագ^2 - 6բգ^2 - 12աբգ$:

# ԳԼՈՒԽ Ե.

Եղանակաւոր քառակուսի Արմատից թուոց։ Կանոնաւոր քառակուսաց եւ Եղանակաւոր քառակուսի Արմատից Աստիճանական քառանկանց։ Հաշուողական Արմատական Երկրորդ Աստիճան։

88. Թուոյ մը քառակուսին կամ երկրորդ կարողութիւնը՝ այն թիւը իրմով անգամ մը բազմապատկելէն եղած արտադրեալն է։ Զորօրինակ, 49՝ 7ի քառակուսին է, եւ 144՝ 12ի։

89. Թուոյ մը քառակուսի արմատն այն թիւն է՝ որ իրմով անգամ մը բազմապատկուելով տրուած թիւը կ'արտադրէ։ Ինչպէս՝ 7՝ 49ի քառակուսի արմատն է, եւ 12՝ 144ի. քանզի $7 \times 7 = 49$, եւ $12 \times 12 = 144$։

90. Թուոյ մը քառակուսին, թէ ամբողջ ըլլայ թէ կոտորակային, դիւրաւ կը գտնուի՝ միշտ թիւ մը իրմով անգամ մը բազմապատկելով։ Սակայն եւ այնպէս՝ թուոյ մը քառակուսի արմատը գտնելուն մէջ քիչ մը դժուարութիւն ըլլալով մասնաւոր բացատրութիւն մը կը պահանջուի։

---

88. Թուոյ մը քառակուսին կամ երկրորդ կարողութիւնն ի՞նչ է։
89. Թուոյ մը քառակուսի արմատն ի՞նչ է։
90. Մէկ թուանշանով ցուցուած թուոյ մը քառակուսւոյ ամենաբարձր կարգն ի՞նչ պիտի ըլլայ։ Ի՞նչ են կատարեալ քառակուսիները։ Քանի՞ հատ կան 1ի եւ 100ի մէջտեղը։ Ի՞նչ են անոնք։

Ասիկայ կը ցուցնէ թէ տասնաւորէ եւ միաւորէ բաղկացեալ թուոյ մը քառակուսին՝ հաւասար է պատնաւորին փառաւորին, ապա՝ պատնաւորին և միաւորին արտադրեալին երկապատկին, ապա՝ միաւորին փառաւորին։

92. Արդ՝ եթէ 1, 2, 3, 4, եւ այլն, միաւորները՝ տասնաւոր, կամ երկրորդ կարգի միաւորներ ընենք՝ իւրաքանչիւր թուանշանին առջեւը մէյմէկ զրոյ դնելով, կ'ունենանք

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,

եւ անոնց քառակուսիները

100, 400, 900, 1600, 2500, 3600, 4900, 6400, 8100, 10000։

Ասկէ կը տեսնուի թէ մէկ տասնաւորին քառակուսին 100 է, երկու տասնաւորին քառակուսին 400, եւ առ հասարակ կը տեսնուի թէ պատնաւորաց փառաւորին հարիւրապատիկն վար կրնայ ունենալ, ոչ ալ հազարապատիկն վեր կրնայ մը։

Օրինակ 1։ — Հանենք 6084ի քառակուսի արմատը։

Որովհետեւ այս թիւը երկուքէ աւելի թուանշաններէ կը բաղկանայ՝ վասնզոյ անոր արմատը մէկէ աւելի թուանշան պարունակելու է։ Բայց որովհետեւ 6084 վար է՝ 10000 է որ 100ի քառակուսին է, արմատը պիտի պարունակէ միայն երկու թուանշան. այսինքն՝ միաւորք եւ տասնաւորք։

Արդ՝ տասնաւորաց քառակուսին գտնուելու է ձախ կողմի զոյգ թուանշաններուն մէջ, որ միւս

---

92. Տասնաւորի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։ 2 տասնաւորի՞նը։ 3 տասնաւորի՞նը, եւ այլն։

Ասիկայ կը ցուցնէ թէ տասնաւորէ եւ միաւորէ բաղկացեալ թուոյ մը քառակուսին՝ հաւասար է պատնաւորին փառաւորին, ապա՝ պատնաւորին և միաւորին արտադրեալին երկապատկին, ապա՝ միաւորին փառաւորին։

92. Արդ՝ եթէ 1, 2, 3, 4, եւ այլն, միաւորները՝ տասնաւոր, կամ երկրորդ կարգի միաւորներ ընենք՝ իւրաքանչիւր թուանշանին առջեւը մէյմէկ զրոյ դնելով, կ'ունենանք

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,

եւ անոնց քառակուսիները

100, 400, 900, 1600, 2500, 3600, 4900, 6400, 8100, 10000։

Ասկէ կը տեսնուի թէ մէկ տասնաւորին քառակուսին 100 է, երկու տասնաւորին քառակուսին 400, եւ առ հասարակ կը տեսնուի թէ պատնաւորաց փառաւորին հարիւրապատիկն վար կրնայ ունենալ, ոչ ալ հազարապատիկն վեր կրնայ մը։

Օրինակ 1։ — Հանենք 6084ի քառակուսի արմատը։

Որովհետեւ այս թիւը երկուքէ աւելի թուանշաններէ կը բաղկանայ՝ վասնզոյ անոր արմատը մէկէ աւելի թուանշան պարունակելու է։ Բայց որովհետեւ 6084 վար է՝ 10000 է որ 100ի քառակուսին է, արմատը պիտի պարունակէ միայն երկու թուանշան. այսինքն՝ միաւորք եւ տասնաւորք։

Արդ՝ տասնաւորաց քառակուսին գտնուելու է ձախ կողմի զոյգ թուանշաններուն մէջ, որ միւս

---

92. Տասնաւորի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։ 2 տասնաւորի՞նը։ 3 տասնաւորի՞նը, եւ այլն։

երկուքէն կը զատենք կէտ մը դնելով միաւորին վրայ, եւ ուրիշ կէտ մը հարիւրաւորին վրայ։ Այս զոյգ թուանշաններուն իւրաքանչիւր մասը՝ կը կոչուի պաբէբոլէն։ Այս թուոյն մէջ 60 մասը բովանդակեալ է 49 եւ 64 երկու քառակուսիներուն մէջտեղը, որոնց արմատներն են 7 եւ 8. ուստի 7 թիւը կը ցուցնէ փնտռուած պատասխանատրաց ընթը, եւ պահանջեալ արմատը բաղկացեալ է 7 տասնաւորներէ եւ քանի մը միաւորներէ։

Արդ՝ 7 թուանշանը գտնուած ըլլալով՝ կը դրենք զայն տրուած թուոյն աջ կողմը, որմէ կը զատենք զանիկայ ուղղահայեաց գծով մը. ապա անոր քառակուսին՝ 49, կը հանենք 60էն, եւ կը մնայ 11 որուն քով կը բերենք 84, միւս երկու թուանշանները։ Այս գործողութեան 1184 արդիւնքը՝ կը պարունակէ պատասխանատրաց և հետրաց արտադրեալն կրկնապատիկը, առաջ հետրաց տասնեակն։

Բայց որովհետեւ միաւորաց եւ տասնաւորաց արտադրեալը տասնաւորէն վար միութիւն մը կամ միաւոր մը չի կրնար ունենալ, կը հետեւի թէ վերջին 4 թուանշանը տասնաւորաց եւ միաւորաց արտադրեալին կրկին մասը չի կրնար կազմել. վասնզի այս երկապատիկ արտադրեալը 118 մասին մէջ կը գտնուի, զոր կը զատենք 4 միաւորէն։

Արդ եթէ տասնաւորները կրկնապատկենք, որ կ'ըլլայ 14, եւ ապա՝ 118 բաժնենք 14ով, 8 քանորդը պէտք է ցուցնէ հետրները, կամ միաւորներէ մեծագոյն թիւ մը։ Այս քանորդը շատ փոքր չի կրնար ըլլալ. քանզի 118 մասը գոնէ հաւասար պիտի ըլլայ տասնաւորաց եւ միաւորաց արտադրեալին կրկնապատկին. իսկ շատ մեծ կրնայ ըլլալ. քանզի 118, բաց 'ի տասնաւորաց եւ միաւորաց արտ-

Արդ՝ 7 թուանշանը գտնուած ըլլալով՝ կը դրենք զայն տրուած թուոյն աջ կողմը, որմէ կը զատենք զանիկայ ուղղահայեաց գծով մը. ապա անոր քառակուսին՝ 49, կը հանենք 60էն, եւ կը մնայ 11 որուն քով կը բերենք 84, միւս երկու թուանշանները։

$$7 \times 2 = 14\ 8$$

| | |
|---|---|
| 60 84 | 78 |
| 49 | |
| 118 4 | |
| 118 4 | |
| 0 | |

տարբերային կրկնապատիկէն, կրնայ միաւորաց քառակուսիէն եղած տասնաւորներ ալ պարունակել։ Արդ՝ եղած 8 քանորդին միաւորայ թիւը ցուցընելը ստուգելու համար՝ 8 կը դրնենք 14ի աջ կողմը, եւ կ'ունենանք 148, եւ ապա 148 կը բազմապատկենք 8ով։ Այս կերպով յայտնապէս կը կազմենք, նախ՝ միաւորաց քառակուսին. եւ երկրորդ՝ տասնաւորաց ու միաւորաց արտադրեալին կրկնապատիկը։ Այս բազմապատկութիւնը կատարուելով արտադրեալը կ'ելլայ 1184՝ որ հաւասար է առաջին գործողութեան արդիւնքին։ Հանելով այս արտադրեալը՝ մնացորդը 0ի հաւասար կը գտնենք։ Ուստի՝ 78 է պահանջեալ արմատը։

Ճշմարիտ է որ այս գործողութիւններուն մէջ՝ միայն տրուած 6084 թիւէն հանած ենք, նախ՝ 7 տասնաւորի, այսինքն՝ 70ի քառակուսին. երկրորդ՝ 70ի եւ 8ի արտադրեալին կրկնապատիկը. եւ երրորդ՝ 8ի քառակուսին, այսինքն՝ 70+8ի, կամ 78ի քառակուսին կազմող երեք մասերը. եւ որովհետեւ այս հանումէն եղածը 0 է, կը հետեւի թէ 78 քառակուսի արմատն է 6084ի։

93. Ծանօթութիւն։ — Վերջի օրինակին մէջի գործողութիւնները միայն երկու պարբերութեանց վրայ կատարուեցան, բայց յայտնի է թէ միեւնոյն ձեռնարկութեան եղանակը հաւասարապէս կը յարմարի մեծագոյն թուոց ալ. քանզի միաւորներուն կարգը փոխելով՝ անոնց իրարու հետ ունեցած յարաբերութիւնները չենք փոխեր։

Ինչպէս՝ 60 84 95 թուոյն մէջ՝ 60 84 երկու պարբերութիւններն իրարու հետ նոյն յարաբերութիւնն ունին, ինչ որ 60 84 թուոյն մէջ. ուստի եւ վերջին օրինակին մէջ գործածուած եղանակը հաւասարապէս կը պատշաճի մեծագոյն թուոց ալ։

---

95. Օրինակին մէջի ձեռնարկութիւնը երկուքէն աւելի պարբերութիւն ունեցող թուոց կրնայ պատշաճիլ։

**94.** *Ուսմի՝ թուոց քառակուսի արմատը հանելու համար՝ հետեւեալ կանոնն ունինք։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Ամէն հողմն ակնէլով պէտք է՝ յոյժ ընտանեաններբը ըլլի ըլլի պարբերոնիան քաժնէ կէտերով. — Զոյժ հողմի պարբերոնիանը շատ անգամ մեծն մեկ ընտանեան պէտք պարտանակէ։

Բ. Գտէր յոյժ հողմի ստուգէն պարբերոնիան ամենամեծ փաստակոսէն, և արմատը ամէն հողմը գրէ իբրև փաղորդ։ Հանէ այս արմատին փաստակոսէն ստուգէն պարբերոնիներէն, և մնացածին փովը քիր երկրորդ պարբերոնիանը և հ'ելլայ քաժանելէ։

Գ. Արդէն գտած արմատդ երկնապատկէլով յոյժ հողմը դէր, և հ'ելլայ քաժանարարը։ Եայէ ոչ քաժանարարը քաժանելոյն մեզ փոնէ անգամ կայ (քաժանելոյն ամէն հողմի ընտանեանը դարս յիշելով), և ելածը ոչ արմատին մեզ և ոչ քաժանարարին ամէն հողմը դէր։

Դ. Բազմապատկէ այսպէս ստացած քաժանարարը՝ արմատին վերջին ընտանեանովը, և հանէ արտադրեալը քաժանելէն, և մնացածին փովը քիր մես պարբերոնիանը, որ հ'ելլայ նորը քաժանելի։ Բայց երբոք արտադրեալը քաժանելէն մեծագոյն է, արմատին վերջին ընտանեան մեկ պակասցրա։

Ե. Երկնապատկէ արդէն գտնուած ամբողջ արմատը նորը քաժանարարի համար, և գործողութիւնը նոյնպէս շարունակէ, մինչև որ քուրը պարբերոնիաններբը հատնին։

**95.** Ծանօթութիւն 1։ — Եթէ բոլոր պարբերութիւններբը վար բերուելէն ետքը մնացորդ չկայ,

---

94. Թուոց քառակուսի արմատը հանելու կանոնն ի՞նչ է։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։ Ի՞նչ է չորրորդը։ Ի՞նչ է հինգերորդը։

95. Ի՞նչպէս կը գիտցուի թէ առաջարկեալ թիւը կատարեալ քառակուսի մին է։

պառաջարկեալ թիւը կատարեալ քառակուսի մին է։ Իսկ եթէ մնացորդ կայ, անսաեն տրուած թուոյն մէջ պարունակեալ ամենամեծ կատարեալ քառակուսւոյն արմատը միայն գտած կ'ըլլաս, կամ ֆը-պըտուած արմատին ամբողջ մասը։

Զորօրինակ՝ եթէ 665 ի քառակուսի արմատը հանենք, պիտի գտնենք որ արմատին ամբողջ մասն է 25, եւ մնացորդը 40, որ կը ցուցնէ թէ 665 կատարեալ քառակուսի մը չէ։ Բայց 25 ի քառակուսին 665 ի մէջ պարունակեալ ամենէն մեծ կատարեալ քառակուսին է. այսինքն, 25, արմատին ամբողջ մասն է։ Ասիկայ ապացուցանելու համար՝ նախ պիտի ցուցնենք թէ՝ երկու յաջորդական թուոց քառակուսիներուն տարբերութիւնը հաւասար է փոքր թուոյն կրկնապատիկին վրայ յաւելեալ մէկի՝։

Թող . . . . . $n$ = փոքր թուոյն
եւ . . . . . $n+1$ = մեծ թուոյն,
անսաեն . . . $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$,
եւ . . . . . $(n)^2 = n^2$։

Անոնց տարբերութիւնը $= \overline{2n+1}$։

Ուստի՝ արմատին ամբողջ մասը չի կրնար աւելցուիլ, եթէ մնացորդը՝ գտնուած արմատին երկապատիկը եւ առաւել մէկի հաւասար կամ անկէ մեծագոյն չըլլայ։

Բայց $25 \times 2 + 1 = 51 > 40$ մնացորդը. վասնզոյ 25 արմատին ամբողջ մասն է։

**96.** Ծանօթութիւն 2։ — Արմատին մէջ թուանշանաց տեղերը միշտ հաւասար կ'ըլլան բաժանեալ պարբերութեանց թուոյն։

ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտէր 7225 ի քառակուսի արմատը։ պ. 85։
2. Գտէր 17689 ի քառակուսի արմատը։ պ. 133։

---

96. Արմատին մէջ միշտ քանի՞ թուանշաններ պիտի գտնուին։

3. Գտիր 994009 ի քառակուսի արմատը. պ. 997։

4. Գտիր 85673536 ի քառակուսի արմատը։ պ. 9256։

5. Ի՞նչ է 36372961 ի քառակուսի արմատը։ պ. 6031։

6. Ի՞նչ է 22074204 ի քառակուսի արմատը։ պ. 4698։

7. Ի՞նչ է 106929 ի քառակուսի արմատը։ պ. 327։

8. Ի՞նչ է 12088868379025 ի քառակուսի արմատը։ պ. 3476905։

97. Ծանօթութիւն 3։ — Եթէ տրուած թիւը ճշգրիտ արմատ չունի, բոլոր պարբերութիւնները վար բերուելէն ետքը մնացորդ մը պիտի ըլլայ, որուն առջեւը զրոյ դնելով՝ նոր պարբերութիւններ կը կազմուին, եւ իւրաքանչիւր պարբերութեան տեղը արմատին մէջ մէկ ատանորդական տեղ մը պիտի ըլլայ։

1. Ի՞նչ է 36729 ի քառակուսի արմատը։

Այս օրինակին մէջ ատանորդականի երկու պարբերութիւն կայ, եւ ուստի արմատին մէջ ալ ատանորդականի երկու տեղ կայ։

```
      3̇ 6̇7 29 | 191 · 64+
      1        |
  2 9 |267
      |261
   38 1 |629
        |381
  382 6 |24800
        |22956
 3832 4 |188400
        |153296
Մնացորդ   31104
```

97. Ի՞նչպէս կը գտնուի արմատին ատանորդական մասը։

2. Ի՞նչ է 2268741 ի քառակուսի արմատը։
պ. 1506 . 23 +։

3. Ի՞նչ է 7596796 ի քառակուսի արմատը։
պ. 2756 . 22 +։

4. Ի՞նչ է 96 ի քառակուսի արմատը։
պ. 9 . 79795 +։

5. Ի՞նչ է 153 ի քառակուսի արմատը։
պ. 12 . 36931 +։

6. Ի՞նչ է 101 ի քառակուսի արմատը։
պ. 10 . 04987 +։

7. Ի՞նչ է 285970396644 ի քառակուսի արմատը։
պ. 534762։

8. Ի՞նչ է 48303584206084 ի քառակուսի արմատը։ պ. 6950078։

*Ելլուզուն փառակուսի արմատոյ կորոշակաց։*

98. *Որովհետև կոտորակի մը քառակուսին կամ երկրորդ կարողութիւնը կը գտնուի, համարիչը և յայտարարը զատ զատ քառակուսելով՝ կը հետևի ուրեմն թէ կոտորակի մը քառակուսի արմատը հաւասար է՝ յայտարարին արմատովը բաժանեալ քառակուսի արմատոյ համարչին։*

*Զորօրինակ՝* $\frac{ա^2}{բ^2}$ *ի քառակուսի արմատը հաւասար է* $\frac{ա}{բ}$ *ի։*

*քանզի,* $\frac{ա}{բ} \times \frac{ա}{բ} = \frac{ա^2}{բ^2}$։

1. Ի՞նչ է $\frac{1}{4}$ ի քառակուսի արմատը։ պ. $\frac{1}{2}$։

---

98. *Եթէ կոտորակի մը համարիչն ու յայտարարը կատարեալ քառակուսիներ են, ի՞նչպէս կը հանուի քառակուսի արմատը։*

2. Ի՞նչ է $\frac{9}{16}$-ի քառակուսի արմատը։ պ. $\frac{3}{4}$։

3. Ի՞նչ է $\frac{64}{81}$-ի քառակուսի արմատը։ պ. $\frac{8}{9}$։

4. Ի՞նչ է $\frac{256}{361}$-ի քառակուսի արմատը։ պ. $\frac{16}{19}$։

5. Ի՞նչ է $\frac{16}{64}$-ի քառակուսի արմատը։ պ. $\frac{1}{2}$։

6. Ի՞նչ է $\frac{582169}{956484}$-ի քառակուսի արմատը։

**99.** Եթէ ոչ համարիչը եւ ոչ յայտարարը կատարեալ քառակուսի են, կոտորակին ճշգրիտ արմատը չի կրնար գտնուիլ։ Սակայն կրնանք անոր մերձաւոր արմատը դիւրաւ գտնել։ Ասիկայ գտնելու համար՝

Բազմապատկէ կոտորակին երկու եղբերն ալ յայտարարով, և ստացուց կոտորակին արժէքը փոխուելու յայտարարը կատարեալ քառակուսի մը կ'ըլլայ։ Ապա համարչին քառակուսի արմատը հան, և քաժնէ ելած արմատը յայտարարին արմատովը. ելած քանորդը մերձաւոր արմատն է։

Ինչպէս՝ եթէ $\frac{3}{5}$-ի քառակուսի արմատը հանենք՝ կը բազմապատկենք երկու եղբերն ալ 5-ով, եւ կ'ունենանք $\frac{15}{25}$։

Անոնցմէ կ'ունենանք

$$\sqrt{15} = 3 \cdot 8729 +,$$

ուստի $$3 \cdot 8729 + \div 5 = \cdot 7745 +։$$

2. Ի՞նչ է $\frac{7}{4}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. $1 \cdot 32287 +$։

---

99. Եթէ կոտորակի մը յայտարարն եւ համարիչը կատարեալ քառակուսի չեն, ի՞նչպէս կը հանուի քառակուսի արմատը։

3. Ի՞նչ է $\frac{14}{9}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 1.24721+։

4. Ի՞նչ է $11\frac{11}{16}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 3.41869+։

5. Ի՞նչ է $8\frac{15}{49}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 2.88203+։

6. Ի՞նչ է $\frac{5}{12}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 3.20936+։

**100.** Ի վերջոյ, եթէ ուզենք, վերջին կերպին տեղ կրնանք՝ Փոխել հաստատակ կոտորակը պատնոտրդա-կանի, և շարունակել քաժանումը մինչև որ պատնոտրդա-կան պեղբուն ինքը պահանջեալ աստիճանին պեղբուն նուազոյն կրկինն ըլլայ։ Այս պատնոտրդականին աստիճանը կը հանենք վերջին կանոնով։

Օրինակ 1։ Հանէ $\frac{11}{14}$-ի քառակուսի արմատը։

Այս թիւը տասնորդականի վերածուելով՝ կ'ըլլայ 0.785714, որուն ամենամերձ արմատն է 0.886։

2. Գտիր $\sqrt{2\frac{13}{15}}$։ պ. 1.6931+։

3. Ի՞նչ է $\frac{1}{17}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 0.24253+։

4. Ի՞նչ է $\frac{7}{8}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 0.93541+։

5. Ի՞նչ է $\frac{5}{3}$-ի քառակուսի արմատը։

պ. 1.29099+։

---

100. Ուրիշ ի՞նչ կանոնով կրնայ արմատ գտնուիլ։

## Եւ-ը-ան Քառակուսի Աբմատոյ Մէջ-էրաց։

**101.** Քառակուսի արմատ գտնելու գործողութիւնը հասկնալու համար՝ տեսնելու ենք թէ միեզրի մը քառակուսին ի՛նչպէս կը կազմուի։

Միեզերայոյ բազմապատկութեան կանոնով (ցոդ. 33), կ'ունենանք

$$(5ա^2բ^3գ)^2 = 5ա^2բ^3գ \times 5ա^2բ^3գ = 25ա^4բ^6գ^2.$$

այսինքն՝ միեզր մը քառակուսելու համար՝ հարկ է անոր համաբաժանիչը քառակուսել, և ցուցանիչներ գրոյ ցուցիչը կրկնապատկել։ Ուստի միեզրի մը քառակուսի արմատը գտնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Հանէ համաբաժանիչն քառակուսի արմատը։

Բ. Բաժնէ ցուցանիչներ գրէ ցուցիչը 2 ով։

Ինչպէս՝ $\sqrt{64ա^6բ^4} = 8ա^3բ^2$, քանզի $8ա^3բ^2 \times 8ա^3բ^2 = 64ա^6բ^4$.

2. Գտիր $625ա^2բ^8գ^6$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $25ա^4բ^4գ^3$։

3. Գտիր $576ա^4բ^6գ^8$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $24ա^2բ^3գ^4$։

4. Գտիր $196ի^6ե^2զ^4$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $14ի^3ե^2զ^2$։

5. Գտիր $441ա^8բ^6գ^{10}դ^{16}$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $21ա^4բ^3գ^5դ^8$։

6. Գտիր $784ա^{12}բ^{14}գ^{16}դ^2$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $28ա^6բ^7գ^8դ$։

7. Գտիր $81ա^8բ^4գ^6$ ի քառակուսի արմատը։
Պ. $9ա^4բ^2գ^3$։

---

101. Ի՞նչպէս կը հանուի միեզրի մը քառակուսի արմատը։

**102.** Նախընթաց կանոնէն կը հետեւի թէ, երբ միեզը մը կատարեալ քառակուսի է, անոր հոմաքան-դիչը կոտրեալ փոփոխակ է, Բոլոր ցուցիչներն ալ զոյգ թիւեր են։ Ինչպէս՝ $25m^4b^2$ կատարեալ քառակուսի է. իսկ $98m^4$ կատարեալ քառակուսի չէ, քանզի 98 կատարեալ քառակուսի չէ, ու ցուցիչն ալ անզոյգ է։

Վերջին դէպքին մէջ՝ քանակութիւնը $\sqrt{\phantom{x}}$ նշանով կը գրուի այսպէս.

$$\sqrt{98m^4}. \quad (\text{տես յօդ. } 15.)$$

Ա. յս տեսակ քանակութիւններ կ'ընուին արմատ հանելով, կամ պարզապէս երկրորդ աստիճանի արմատ։

Ա. յս տեսակ ձեւերը շատ անգամ կրնանք պարզել ետ սկզբունքը գործածելով թէ՝ երկու կամ աւելի փոխադարձաբար արտադրեալներ փոփոխակ արմատը հաւասար է նոյն փոխադարձաբար փոփոխակ արմատներուն արտադրեալին. կամ աշխատարանաբար լեզուով,

$$\sqrt{mbdp} \cdot \cdot \cdot = \sqrt{m} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{d} \cdot \sqrt{p} \cdot \cdot$$

Ա. յս սկզբամբ՝ վերոյիշեալ քանակութիւնը կարելի է հետեւեալ ձեւին փոխել,

$$\sqrt{49b^4 \times 2m} = \sqrt{49b^4} \times \sqrt{2m}.$$

Արդ՝ $\sqrt{49b^4}$ կը վերածուի $7b^2$ ի. ուստի,

$$\sqrt{98mb^4} = 7b^2 \sqrt{2m}.$$

Համեմատապէս՝

$$\sqrt{45m^2b^3d^2p} = \sqrt{9m^2b^2d^2 \times 5bp} = 3mbd \sqrt{5bp}.$$

$$\sqrt{864m^2b^5d^{11}} = \sqrt{144m^2b^4d^{10} \times 6bd} = 12mb^2d^5 \sqrt{6bd}.$$

---

102. Ե՞րբ միեզը մը կատարեալ քառակուսի է։ Ե՞րբ չէ. և ի՞նչ նշանով կը գրուի։ Ա. յս տեսակ քանակութիւնները ի՞նչ կը կոչուին։ Ի՞նչպէս կրնայ պարզուիլ։ Ի՞նչ սկզբունքով։ Ի՞նչ է արմատականի հանրատարածը։ Ի՞նչ է արմատականները վերածելու կանոնը։

Արմատական նշանէն դուրս եղած քանակութիւնը կ'ըսուի հոմաբարդութիւն արմատականին։ Ինչպէս՝

$7բ^2\sqrt{2ա}$, $3ա բգ\sqrt{5բդ}$, $12ա^2գ^5\sqrt{6բգ}$ ձեւերուն մէջ, $7բ^2$, $3ա բգ$, $12ա^2գ^5$ քանակութիւնները կը կոչուին հոմաբարդութիւն արմատականաց։

Ուստի՝ երկրորդ աստիճանի արմատական ձեւ մը պարզելու համար՝ հետեւեալ կանոն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմանէ արմատական նշանէն տակի քառակուսիները երկու քառակուսեաց, որոնց մէկը կատարեալ քառակուսի է։

Բ. Հանէ կատարեալ քառակուսուոյն քառակուսի արմատը, և ապա քաղմապատկէ մնացեալ արմատը ճեռացած քառակուսեաց նշանակեալ քառակուսի արմատովը։

**103.** Ծանօթութիւն։ — Տրուած թուոյ մը կատարեալ քառակուսի եղող որ եւ է քանորդական մը ունենալը որոշելու համար՝ քննելով կը տեսնենք թէ արդեօք որ եւ է կատարեալ քառակուսով մը կրնա՞յ բաժնուիլ,

Ինչպէս՝ 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, եւ այլն, եւ եթէ վերոյիշեալ որ եւ է քառակուսով չի բաժնուիր, կը հետեւցընենք թէ կատարեալ քառակուսի եղող քանորդական մը չի պարունակեր։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Վերածէ $\sqrt{75ա^3բգ}$ իր ամենապարզ ձեւին։

Պ. $5ա\sqrt{3ա բգ}$։

2. Վերածէ $\sqrt{128բ^5ա^6դ^2}$ իր ամենապարզ ձեւին։

Պ. $8բ^2ա^3դ\sqrt{2բ}$։

---

103. Ի՞նչպէս կ'որոշուի թէ տրուած թիւը կատարեալ քառակուսի եղող քանորդական մը ունի։

3. Վերածէ $\sqrt{32մ^9բ^8գ}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $4մ^4բ^4\sqrt{2մգ}$։

4. Վերածէ $\sqrt{256մ^2բ^4գ^8}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $16մբ^2գ^4$։

5. Վերածէ $\sqrt{1024մ^9բ^7գ^5}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $32մ^4բ^3գ^2\sqrt{մբգ}$։

6. Վերածէ $\sqrt{729մ^7բ^5գ^6դ}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $27մ^3բ^2գ^3\sqrt{մբդ}$։

7. Վերածէ $\sqrt{675մ^7բ^5գ^2դ}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $15մ^3բ^2գ\sqrt{3մբդ}$։

8. Վերածէ $\sqrt{1445մ^3գ^8դ^4}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $17մգ^4դ^2\sqrt{5մ}$։

9. Վերածէ $\sqrt{2156մ^{10}բ^8գ^6}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $14մ^5բ^4գ^3\sqrt{11}$։

10. Վերածէ $\sqrt{405մ^7բ^6գ^8}$ իր ամենապարզ ձևին։
պ. $9մ^3բ^3գ^4\sqrt{5մ}$։

**104.** Որոշեալ երկու քառակուսեաց միևնոյն նշանն ունեցող արտադրեալին առաջ նշանը կը տրուի, ինչպէս — մ-ի քառակուսին՝ + մ-ի քառակուսին պէս, կ'ըլլայ $մ^2$. ուստի $մ^2$-ի արմատը կամ + մ կամ — մ է։ Նաև $25մ^2բ^4$-ի քառակուսի արմատը կամ $+5մբ^2$, կամ $-5մբ^2$ է։ Սակայն կը հետևցնենք որ, եթէ միեղբ մը դրական է, անոր քառակուսի արմատը կրնայ + կամ — նշանը ու-

104. Միեղբի մը քառակուսի արմատն առաջ ի՞նչ նշան կը դրուի։ Ի՞նչու առնի կամ նուազ նշանը կը դրուի։ Ի՞նչ է երևակայական քանակութիւն մը։ Ինչո՞ւ երևակայական կը կոչուի։

ենեալ. ինչպէս, $\sqrt{9m^4} = \pm 3m^2$. քանզի, $+3m^2$ կամ $-3m^2$ քառակուսուելով՝ կու տայ $9m^4$։ Այս $\pm$ կրկնակի նշանը երբ արմատէ մը առաջ կը դրուի, կը կարդացուի մեծ կամ նոսրաց։

Եթէ առաջարկեալ միեզրը բացասական ըլլար, անոր քառակուսի արմատը հանել անհնարին պիտի ըլլար, քանզի վերը ցուցուցինք թէ ամէն քանակութեան քառակուսին էապէս դրական կ'ըլլայ, քանակութիւնը թէ դրական ըլլայ եւ թէ բացասական։

Վասնորոյ, $\sqrt{-9}$, $\sqrt{-4m^2}$, $\sqrt{-8m^2p}$,

այնպիսի ձեւեր են որոնց քառակուսի արմատը հանել անկարելի է։ Սոնք կը կոչուին եղեռակցական քանակութիւն։ եւ շատ անգամ կը պատահին երկրորդ աստիճանի հաւասարութեանց լուծմանը մէջ։ Բայց եւ այնպէս այս տեսակ ձեւերն ալ 102 յօդուածին կանոնովը կրնան պարզուիլ։ Ինչպէս՝

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = 3\sqrt{-1},$$

եւ $\sqrt{-4m^2} = \sqrt{4m^2} \times \sqrt{-1} = 2m\sqrt{-1}$.

Եւեւ $\sqrt{-8m^2p} = \sqrt{4m^2 \times -2p} = 2m\sqrt{-2p} = 2m\sqrt{2p} \times \sqrt{-1}$։

**105.** Արմատական քանակութիւնը՝ անկատար կարողութեան մը նշանակեալ արմատն է, ինչպէս՝ $\sqrt{m}$, $3\sqrt{p}$, $7\sqrt{2}$, եւ այլն։

Այս տեսակ ձեւերուն վրայ Ալճէբրայի չորս հիմնական գործողութիւնները կատարելու համար կանոններ յառաջ պիտի բերենք։

**106.** Երկրորդ աստիճանի երկու արմատականներ նման կ'ըսուին, երբ արմատական նշանին տակը

---

105. Ի՞նչ է արմատական քանակութիւն մը։
106. Ե՞րբ երկրորդ աստիճանի արմատականք նման են։

*եղած երկու քանակութիւններն ալ նման են։ Ինչպէս՝* $3\sqrt{բ}$ *եւ* $5գ\sqrt{բ}$, *նման արմատականներ են. եւ այսպէս են նաեւ* $9\sqrt{2}$ *եւ* $7\sqrt{2}$։

---

## ՑԱՒԵԼՈՒՄ

**107.** *Երկրորդ աստիճանի արմատականք կը գումարուին հետեւեալ կանոնով։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Եթէ արմատականք նման են, անոնց համարքերէն դուրս գրուածքէ, և գումարքին կցէ արմատական մասը։

Բ. Եթէ արմատականք նման չեն, կապէ զանոնք միասին իրենց յատուկ նշաններովը։

Ինչպէս, $3ա\sqrt{բ} + 5գ\sqrt{բ} = (3ա + 5գ)\sqrt{բ}$։

Նմանապէս,

$$7\sqrt{2ա} + 3\sqrt{2ա} = (7+3)\sqrt{2ա} = 10\sqrt{2ա}։$$

*Երկու արմատականք՝ որ առաջին տեսութեամբ անման կ'երեւին, պարզելով նման կ'ելլան (Յօդ. 102)։* Զորօրինակ,

$$\sqrt{48ա բ^2} + բ\sqrt{75ա} = 4բ\sqrt{3ա} + 5բ\sqrt{3ա} = 9բ\sqrt{3ա}.$$ *եւ* $2\sqrt{45} + 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$։

*Երբ արմատականները նման չեն, յաւելումը կամ հանումը կրնայ միայն նշանակուիլ։ Ինչպէս՝* $3\sqrt{բ}$ *գումարելու համար* $5\sqrt{գ}$ *հետ, կը գրենք*

$$5\sqrt{գ} + 3\sqrt{բ}։$$

---

107. Ի՞նչպէս կը գումարուին երկրորդ աստիճանի արմատականք։ Ի՞նչպէս կը գումարուին անման արմատականք։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Ի՞նչ է $\sqrt{27ա^2}$ ի եւ $\sqrt{48ա^2}$ ի գումարը։

պ. $7ա\sqrt{3}$։

2. Ի՞նչ է $\sqrt{50ա^4բ^2}$ ի եւ $\sqrt{72ա^4բ^2}$ ի գումարը։

պ. $11ա^2բ\sqrt{2}$։

3. Ի՞նչ է $\sqrt{\frac{3ա^2}{5}}$ ի եւ $\sqrt{\frac{ա^2}{15}}$ ի գումարը։

պ. $4ա\sqrt{\frac{1}{15}}$։

4. Ի՞նչ է $\sqrt{125}$ ի եւ $\sqrt{500ա^2}$ ի գումարը։

պ. $(5+10ա)\sqrt{5}$։

5. Ի՞նչ է $\sqrt{\frac{50}{147}}$ ի եւ $\sqrt{\frac{100}{294}}$ ի գումարը։

պ. $\frac{10}{21}\sqrt{6}$։

6. Ի՞նչ է $\sqrt{98ա^2գ}$ ի եւ $\sqrt{36գ^2-36ա^2}$ ի գումարը։ պ. $7ա\sqrt{2գ}+6\sqrt{գ^2-ա^2}$։

7. Ի՞նչ է $\sqrt{98ա^2գ}$ ի եւ $\sqrt{288ա^4գ^5}$ ի գումարը։

պ. $(7ա+12ա^2գ^2)\sqrt{2գ}$։

8. Գումարէ $\sqrt{72}$ եւ $\sqrt{128}$։ պ. $14\sqrt{2}$։

9. Գումարէ $\sqrt{27}$ եւ $\sqrt{147}$։ պ. $10\sqrt{3}$։

10. Գումարէ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ եւ $\sqrt{\frac{27}{50}}$։ պ. $\frac{19}{30}\sqrt{6}$։

11. Գումարել $2\sqrt{մ^2բ}$ եւ $3\sqrt{64բ^4գ^4}$։

պ. $(2մ+24գ^2)\sqrt{բ}$։

12. Գումարել $\sqrt{243}$ եւ $10\sqrt{363}$։ պ. $119\sqrt{3}$։

13. Գումարել $\sqrt{320մ^2բ^2}$ եւ $\sqrt{245մ^8բ^6}$։

պ. $(8մբ+7մ^4բ^3)\sqrt{5}$։

14. Գումարել $\sqrt{75մ^6բ^7}$ եւ $\sqrt{300մ^6բ^5}$։

պ. $(5մ^3բ^3+10մ^3բ^2)\sqrt{3բ}$։

---

## ՀԱՆՈՒՄ

**108.** *Արմատական մը ուրիշ արմատականէ հանելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Եթէ արմատականք նման են, հանէ անոնց հատաստատարկիչները, և տարբերությունը կցէ արմատական մասը։

Բ. Եթէ արմատականք նման չեն, նշանակէ անոնց տարբերությունը նոտաց նշանով։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Ի՞նչ է $3մ\sqrt{բ}$ եւ $մ\sqrt{բ}$ տարբերությունը։

Հայ՝ $3մ\sqrt{բ}-մ\sqrt{բ}=2մ\sqrt{բ}$, պ։

---

108. Ի՞նչպէս կը հանուին նման արմատականներ։ Ի՞նչպէս կը հանուին անհնման արմատականներ։

2. Հանէք $9ա\sqrt{27բ^2}$ է $6ա\sqrt{27բ^2}$։

Ելից՝ $9ա\sqrt{27բ^2} = 27ա բ\sqrt{3}$, եւ $6ա\sqrt{27բ^2} = 18ա բ\sqrt{3}$. եւ $27ա բ\sqrt{3} - 18ա բ\sqrt{3} = 9ա բ\sqrt{3}$, պ։

3. Ի՞նչ է $\sqrt{75}$ ի եւ $\sqrt{48}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $\sqrt{3}$։

4. Ի՞նչ է $\sqrt{24ա^2բ^2}$ ի եւ $\sqrt{54բ^4}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $(2ա բ - 3բ^2)\sqrt{6}$։

5. Ի՞նչ է $\sqrt{128ա^3բ^2}$ ի եւ $\sqrt{32ա^9}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $(8ա բ - 4ա^4)\sqrt{2ա}$։

6. Ի՞նչ է $\sqrt{48ա^3բ^3}$ ի եւ $\sqrt{9ա բ}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $4ա բ\sqrt{3ա բ} - 3\sqrt{ա բ}$։

7. Ի՞նչ է $\sqrt{242ա^5բ^5}$ ի եւ $\sqrt{2ա^3բ^3}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $(11ա^2բ^2 - ա բ)\sqrt{2ա բ}$։

8. Ի՞նչ է $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ի եւ $\sqrt{\frac{3}{9}}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $\frac{1}{6}\sqrt{3}$։

9. Ի՞նչ է $\sqrt{320ա^2}$ ի եւ $\sqrt{80ա^2}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $4ա\sqrt{5}$։

10. Ի՞նչ է $\sqrt{720ա^3բ^3}$ ի եւ $\sqrt{245ա բգ^2դ^2}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $(12ա բ - 7գդ)\sqrt{5ա բ}$։

11. Ի՞նչ է $\sqrt{968ա^2բ^2}$ ի եւ $\sqrt{200ա^2բ^2}$ ի տարբերութիւնը։ պ. $12ա բ\sqrt{2}$։

12. Ի՞նչ է $\sqrt{112 մ^8 բ^6}$ ի եւ $\sqrt{28 մ^8 բ^6}$ ի տարբերությունը։ Պ. $2 մ^4 բ^3 \sqrt{7}$։

---

## ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

**109.** *Արմատականաց բազմապատկութեանը համար հետեւեալ կանոնն ունինք։*

### ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմապատկէ արմատական նշանաց տակէ փաստակցելիութիւնները, և արտադրեալին վրայ դիր արմատական նշանը։

Բ. Եթէ արմատականք համարտադրիչ ունին, զանոնք մի՛ապէս բազմապատկէ, և արտադրեալը արմատական մասէն առաջ դիր։

Ինչպէս, $\sqrt{մ} \times \sqrt{բ} = \sqrt{մբ}$։

Ասիկա 102երորդ յօդուածին սկզբունքն է, որ առնուած է հակառակ կարգով մը։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Ի՞նչ է $3\sqrt{5մբ}$ ի եւ $4\sqrt{20մ}$ ի արտադրեալը։ Պ. $120մ\sqrt{բ}$։

2. Ի՞նչ է $2մ\sqrt{բգ}$ ի եւ $3մ\sqrt{բգ}$ ի արտադրեալը։ Պ. $6մ^2բգ$։

3. Ի՞նչ է $2մ\sqrt{մ^2+բ^2}$ ի եւ $-3մ\sqrt{մ^2+բ^2}$ ի արտադրեալը։ Պ. $-6մ^2(մ^2+բ^2)$։

---

109. Ի՞նչպէս կը բազմապատկուին արմատական նշանաց տակի քանակութիւնները։ Երբ արմատականք համարտադրիչ ունին, ի՞նչպէս կը բազմապատկուին։

4. Ի՞նչ է $3\sqrt{2}$ ի եւ $2\sqrt{8}$ ի արտադրեալը։
պ. 24։

5. Ի՞նչ է $\frac{5}{3}\sqrt{\frac{3}{8}}$ $ա^2բ$ ի եւ $\frac{2}{10}\sqrt{\frac{2}{5}}$ $գ^2բ$ ի արտադրեալը։ պ. $\frac{1}{30}$ $ա^2բգ$ $\sqrt{15}$։

6. Ի՞նչ է $2գ+\sqrt{բ}$ ի եւ $2գ-\sqrt{բ}$ ի արտադրեալը։ պ. $4գ^2-բ$։

7. Ի՞նչ է $\sqrt{ա+2\sqrt{բ}}$ ի եւ $\sqrt{ա-2\sqrt{բ}}$ ի արտադրեալը։ պ. $\sqrt{ա^2-4բ}$։

8. Ի՞նչ է $3ա\sqrt{27ա^3}$ ի եւ $\sqrt{2ա}$ ի արտադրեալը։
պ. $9ա^3\sqrt{6}$։

---

## ԲԱԺԱՆՈՒՄ

**110.** Արմատական մը ուրիշ արմատականով բաժնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

### ԿԱՆՈՆ

Ա. Բաժնէ արմատական նշանին տակի փաստական թիւերը միմեանց, եւ փաստորդին վրայ դիր արմատական նշանը։

Բ. Եթէ արմատականք հոմարտադրիչ ունին, բաժնէ բաժանելւոյն հոմարտադրիչը բաժանարարին հոմարտադրիչովը, եւ փաստորդը դիր արմատական առաջ։

---

110. Արմատական նշանին տակի քանակութիւններն ի՞նչպէս կը բաժնուին։ Երբ արմատականք հոմարտադրիչ ունին, ի՞նչպէս կը բաժնուին։

ինչպէս, $\frac{\sqrt{ա}}{\sqrt{բ}} = \sqrt{\frac{ա}{բ}}$. քանզի այս երկու ձևոց քառակուսիներուն իրարանչիւրը հաւասար է միևնոյն $\frac{ա}{բ}$ քանակութեան. ուստի նոյն ինքն ձևերը հաւասար են։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. $5ա\sqrt{բ}$ բաժնէ $2բ\sqrt{գ}$ ով։ պ. $\frac{5ա}{2բ}\sqrt{\frac{բ}{գ}}$։

2. $12ագ\sqrt{6բգ}$ բաժնէ $4գ\sqrt{2բ}$ ով։ պ. $3ա\sqrt{3գ}$։

3. $6ա\sqrt{96բ^4}$ բաժնէ $3\sqrt{8բ^2}$ ով։ պ. $4աբ\sqrt{3}$։

4. $4ա^2\sqrt{50բ^5}$ բաժնէ $2ա^2\sqrt{5բ}$ ով։
պ. $2բ^2\sqrt{10}$։

5. $26ա^3բ\sqrt{81ա^2բ^2}$ բաժնէ $13ա\sqrt{9աբ}$ ով։
պ. $6ա^2բ\sqrt{աբ}$։

6. $84ա^3բ^4\sqrt{27ագ}$ բաժնէ $42աբ\sqrt{3ա}$ ով։
$6ա^2բ^3\sqrt{գ}$։

7. $\sqrt{\frac{1}{8}ա^2}$ բաժնէ $\sqrt{2}$ ով։ պ. $\frac{1}{4}ա$։

8. $6ա^2բ^2\sqrt{20ա^3}$ բաժնէ $12\sqrt{5ա}$ ով։ պ. $ա^3բ^2$։

9. $6ա\sqrt{10բ^2}$ բաժնէ $3\sqrt{5}$։ պ. $2աբ\sqrt{2}$։

10. $48բ^4\sqrt{15}$ բաժնէ $2բ^2\sqrt{\frac{1}{15}}$։ պ. $360բ^2$։

11. $8ա^2բ^4գ^3\sqrt{7դ^3}$ բաժնէ $2ա\sqrt{28դ}$ ով։
պ. $2աբ^4գ^3դ$։

12. $96ա^4գ^3\sqrt{98բ^5}$ բաժնէ $48աբգ\sqrt{2բ}$ ով։

պ. $14ա^3բգ^2$։

13. $27ա^5բ^6\sqrt{21ա^3}$ բաժնէ $\sqrt{7ա}$ ով։

պ. $27ա^6բ^6\sqrt{3}$։

14. $18ա^8բ^6\sqrt{8ա^4}$ բաժնէ $6աբ\sqrt{ա^2}$ ով։

պ. $6ա^8բ^5\sqrt{2}$։

---

## Գ. Գումարաց քառակուսի տրմատոց բազմեզրաց։

**111.** *Բազմեզրի մը քառակուսի տրմատը հանելու կանոնը բացատրելէ առաջ՝ քննենք այլեւայլ բազմեզրաց քառակուսիները. ունինք*

$$(ա+բ)^2=ա^2+2աբ+բ^2,$$

$$(ա+բ+գ)^2=ա^2+2աբ+բ^2+2(ա+բ)գ+գ^2,$$

$$(ա+բ+գ+դ)^2=ա^2+2աբ+բ^2+2(ա+բ)գ+գ^2+2(ա+բ+գ)դ+դ^2։$$

*Այս քառակուսիները կը կազմուին հետեւեալ օրէնքով։*

Բազմեզրի մը քառակուսին հատատաք է ատաձին եւ ամենայն քառակուսիներուն, ատաձիէ՝ ատաձին եւ ամենայն երկուքներուն կրկնապատիկներուն եւ ամենայն երկուքներուն քառակուսիներուն, ատաձիէ՝ ամենայն քառակուսիներուն, ատաձին եւ ամենայն երկուքներուն կրկնապատիկներուն եւ ամենայն երեքներուն կրկնապատիկներուն, ատաձիէ՝ ամենայն երեքներուն քառակուսիներուն, ատաձին եւ ամենայն չորքներուն կրկնապատիկներուն եւ ամենայն երկուքներուն կրկնապատիկներուն, ատաձիէ՝ ամենայն չորքներուն քառակուսիներուն, եւ այլն։

---

111. Երկեզրի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։ Երեքեզրի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։ Բազմեզրի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։

**112.** *Ուստի՝ բազմեզրի մը քառակուսի արմատը հանելու համար հետևեալ կանոնն ունինք։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Շարք բազմեզրը իր գրքերին ոչիսան հաջորդաբար, և հանէ առաջին եզրին քառակուսի արմատը։ Ապէս այս արմատին առաջին եզրը։

Բ. Բաժնէ բազմեզրին երկրորդ եզրը արմատին առաջին եզրին երկապատիկովը, և քանորդը կ'ըլլայ արմատին երկրորդ եզրը։

Գ. Ապա քառակուսի գտնուած արմատին երկու եզրերուն գումարը, և հանէ առաջին բազմեզրէն, և ապա ծայրերին առաջին եզրը արմատին առաջին եզրին կրկնովը բաժնէ, և քանորդը կ'ըլլայ արմատին երրորդ եզրը։

Դ. Բարձրանալով առաջին և երկրորդ եզրերուն գումարը երրորդով բազմապատկելէն ելած արտադրեալը, և վերոն առելոյսը երրորդին քառակուսին։ Ապա այս ելածը հանէ վերջին ծայրերէն, և ելածին առաջին եզրը բաժնէ արմատին առաջին եզրին կրկնովը, և քանորդը կ'ըլլայ արմատին չորրորդ եզրը։ Ապա այս կերպով յառաջ գնա մինչև եզրերը գտնելու համար։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. *Սա բազմեզրին քառակուսի արմատը հանէ։*

$$49m^2p^2 - 24mp^3 + 25m^4 - 30m^3p + 16p^4 :$$

*Նախ շարէ բազմեզրը m-ին հաստիճան։*

$$\begin{array}{l|l} 25m^4 - 30m^3p + 49m^2p^2 - 24mp^3 - 16p^4 & 5m^2 - 5mp + 4p^2 \\ \underline{25m^4 - 30m^3p + \ \ 9m^2p^2} & \overline{10m^2} \\ \qquad\qquad 40m^2p^2 - 24mp^3 + 16p^4 & \text{ա. Մնացորդ։} \\ \qquad\qquad \underline{40m^2p^2 - 24mp^3 + 16p^4} & \\ \qquad\qquad\qquad 0 \quad . \quad . \quad . & \text{բ. Մնացորդ։} \end{array}$$

---

112. Ի՞նչ է բազմեզրի մը քառակուսի արմատը հանելու կանոնը։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։ Ի՞նչ է չորրորդը։

Երրորդական բազմագրը ա գրին համեմատ չարելէն ետքը՝ հանէ $25a^4$ ին քառակուսի արմատը. ասիկա կու տայ $5a^2$, որ կը գրենք բազմագրին ալ կողմը. ապա $-30a^3b$ երկրորդ եզրը բաժնէ $5a^2$ ին երկապատիկովը, կամ $10a^2$ ով. քանորդն է $-3ab$, որ կը գրենք $5a^2$ ին ալ կողմը։ Ուստի՝ արմատին առաջին երկու եզրերն են $5a^2-3ab$։ Քառակուսելով այս երկեզրը՝ կ'ունենանք $25a^4-30a^3b+9a^2b^2$, որ՝ հանելով առաջարկեալ բազմագրէն, մնացորդ մը կու տայ, որուն առաջին եզրն է $40a^2b^2$։ Բաժնելով այս առաջին եզրը $10a^2$ ով, ($5a^2$ ին կրկինը), քանորդը կ'ելլայ $4b^2$. ասիկա է արմատին երրորդ եզրը, եւ կը գրուի առաջին երկու եզրերուն ալ կողմը։ Եւ $5a^2-3ab$ը $4b^2$ ով բազմապատկելէն եկած արտադրեալը կրկնապատկելով, $4b^2$ը քառակուսելով, եւ գումարը առնելով՝ կ'ունենանք $40a^2b^2-24ab^3+16b^4$ բազմագրը, որ հանելով առաջին մնացորդէն, կու գայ 0։ Վերջապէս՝ $5a^2-3ab+4b^2$ է պահանջեալ արմատը։

2. Գտէք $a^4+4a^3x+6a^2x^2+4ax^3+x^4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $a^2+2ax+x^2$։

3. Գտէք $a^4-4a^3x+6a^2x^2-4ax^3+x^4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $a^2-2ax+x^2$։

4. Գտէք $4x^6+12x^5+5x^4-2x^3+7x^2-2x+1$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $2x^3+3x^2-x+1$։

5. Գտէք $9a^4-12a^3b+28a^2b^2-16ab^3+16b^4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ $3a^2-2ab+4b^2$։

6. Ի՞նչ է $x^4-4ax^3+4a^2x^2-4x^2+8ax+4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $x^2-2ax-2$։

7. Ի՞նչ է $9x^2-12x+6xy+y^2-4y+4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $3x+y-2$։

8. Ի՞նչ է $ե^4 - 2ե^2ֆ^2 + 2ֆ^2 + 2ե^2 + 1 + ֆ^4$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $ե^2 - ֆ^2 - 1$։

9. Ի՞նչ է $9ա^4բ^4 - 30ա^3բ^3 + 25ա^2բ^2$ ի քառակուսի արմատը։ Պ. $3ա^2բ^2 - 5ա բ$։

10. Ի՞նչ է $25ա^4բ^2 - 40ա^3բ^2գ + 76ա^2բ^2գ^2 - 48ա բ^2գ^3 + 36բ^2գ^4 - 30ա^4բգ + 24ա^3բգ^2 - 36ա^2բգ^3 + 9ա^4գ^2$ ի քառակուսի արմատը։

Պ. $5ա^2բ - 3ա^2գ - 4ա բգ + 6բգ^2$։

**113.** *Այս նիւթը պիտի վերջացընենք հետեւեալ ծանօթութիւններով.*

*ա.* Երկեզը մը երբէք չի կրնար կատարեալ քառակուսի մը ըլլալ, քանզի գիտենք թէ ամենապարզ բազմեզին քառակուսին, այսինքն՝ երկեզի մը քառակուսին, կը պարունակէ երեք եզր։ Զորօրինակ՝ $ա^2 + բ^2$ ձեւը կատարեալ քառակուսի չէ. $ա \pm բ$ ի քառակուսին ըլլալու համար $\pm 2ա բ$ եզրը պէտք է։

*բ.* Կատարեալ քառակուսի եզող չորուած երեքեզի մը երկու ծայրի եզրերը կատարեալ քառակուսիներ ըլլալու են, եւ միջին եզրը միւս երկու եզրերուն քառակուսի արմատներուն արտադրեալին երկապատիկը ըլլալու է։ Զամենայն՝ կատարեալ քառակուսի եզող երեքեզի մը քառակուսի արմատը գտնելու համար, Հանէ երկու ծայրի եզրերուն արմատները, և անոնց միջոցը գրէ միջին եզրին նշանը։ Աւելի ապահովելու համար՝ պէտք ունէ երկու արմատներուն արտադրեալին կրկնապատիկը երբեմն միջին եզրին հետ նոյն է։ Զորօրինակ՝

$9ա^6 - 48ա^4բ^2 + 64ա^2բ^4$ կատարեալ քառակուսի է։ քանզի $\sqrt{9ա^6} = 3ա^3$, եւ $\sqrt{64ա^2բ^4} = -8ա բ^2$,

---

115. Երկեզը մը երբէք կատարեալ կարողութիւն մը կրնայ ըլլալ։ Ինչո՞ւ չի կրնար։ Երեքեզը մը ե՞րբ կատարեալ քառակուսի մը կ'ըլլայ։ Երբ քառակուսի արմատ հանելու ատեն, կը գտնենք թէ ամբողջին առաջին եզրը արմատին կրկնումը չի բաժնուիր, բազմեզը կատարեալ կարողութի՞ւն է թէ ոչ։

նաեւ $2 \times 3ա^3 \times -8ա բ^2 = -48ա^4 բ^2$ = միջին եզրին։

Բայց $4ա^2 + 14ա բ + 9բ^2$ կատարեալ քառակուսի չէ։ քանզի թէեւ $4ա^2$ եւ $9բ^2$, $2ա$ եւ $3բ$ի քառակուսիներն են, բայց $2 \times 2ա \times 3բ$ հաւասար չէ $14ա բ$ի։

դ։ Քառակուսի արմատ հանելու գործողութիւնները ընդհանուր կանոնով չարուեալած առեն՝ երբ ճեացորդի մը առաջին եզրը արմատին առաջին եզրին կրկնապատիկովը ճշդիւ չի բաժնուիր, կը հետեւցնենք թէ առաջարկեալ բազմեզրը կատարեալ քառակուսի մը չէ։ Սակայն յայտնի հետեւութիւն մըն է տրամաբանութեան այն ընթացքէն՝ որով քառակուսի արմատ հանելու ընդհանուր կանոնին հասանք։

զ։ Երբ բազմեզր մը կատարեալ քառակուսի մը չէ, երբեմն կրնանք պարզել։ (տես 30զ. 102։

Զորօրինակ, առ $\sqrt{ա^3 բ + 4ա^2 բ^2 + 4ա բ^3}$ ձեւը։

Արմատական նշանին տակի քանակութիւնը կատարեալ քառակուսի մը չէ։ բայց կրնանք $ա բ (ա^2 + 4ա բ + 4բ^2)$ ձեւին վերածել։ Արդ՝ փակագծին մէջ առնուած քանորդականը յայտնապէս $ա + 2բ$ի քառակուսին է, ուստի կը հետեւցնենք թէ,

$$\sqrt{ա^3 բ + 4ա^2 բ^2 + 4ա բ^3} = (ա + 2բ) \sqrt{ա բ},$$

2. Վերածէ $\sqrt{2ա^2 բ - 4ա բ^2 + 2բ^3}$ իր պարզ ձեւին։ Պ. $(ա - բ) \sqrt{2բ}$։

# ԳԼՈՒԽ Զ.

## ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԻՒՆՔ ԵՐԿՐՈՐԴ ԱՍՏԻՃԱՆԻ

**114.** *Երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւն այն է՝ որուն մէջ անծանօթ քանակութեան ամենամեծ ցուցիչը հաւասար է 2ի։*

*Եթէ հաւասարութիւնը կը պարունակէ երկու անծանօթ քանակութիւններ, երկրորդ աստիճանի կ'ըլլայ՝ երբ որ եւ իցէ եղբի մէջ անծանօթ քանակութեանց ցուցիչներուն ամենամեծ գումարը հաւասար է 2ի։ Ինչպէս,*

$$x^2 = m, \quad mx^2 + px = q, \quad \text{եւ} \quad xy + x = z^2,$$

*երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւններ են։*

**115.** *Միայն մէկ անծանօթ քանակութիւն պարունակող երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւնները կը բաժնուին երկու կարգ.*

*ա. Այն հաւասարութիւնները՝ որ կը պարունակեն անծանօթ քանակութեան քառակուսին միայն եւ ծանօթ եղբերը։ Առանք կը կոչուին ՆԵՐՔԻ հաւասարումներ։*

*բ. Այն հաւասարութիւնները՝ որ կը պարունակեն անծանօթ քանակութեան առաջին եւ երկրորդ կարգութիւնները եւ ծանօթ եղբերը։ Առանք կը կոչուին ԱՆՆԵՐՔԻ հաւասարումներ։*

---

114. Ի՞նչ է երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւնը։
115. Քանի կարգ կը բաժնուին երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւնները։ Ի՞նչ է ներքի հաւասարութիւնը։

Ինչպէս, $x^2+2x^2-5=7$

եւ $5x^2-3x^2-4=m$

թերի հաւասարութիւններ են. եւ

$$3x^2-5x-3x^2+m=p$$

եւ $2x^2-8x^2-x-q=r$

անթերի հաւասարութիւններ են։

Թերի հաւասարումներ։

**116.** Եթէ թերի հաւասարութիւն մը առնենք սա ձեւով,

$$14x^2-8x^2=40-2x^2,$$

$x^2$ պարունակող եզրերը հաւաքելով, կ'ունենանք

$$8x^2=40, \text{ կամ } x^2=5։$$

Դարձեալ՝ եթէ հետեւեալ հաւասարութիւնն ունինք $mx^2+px^2+r=q$,

կ'ունենանք,

$(m+p)x^2=q-r$, կամ $x^2=\frac{q-r}{m+p}$ ի եւ կամ $=s$ ի,

եթէ երկրորդ անդամը բաղկացնող ծանօթ եզրերուն տեղը $s$ դնենք։

Ուստի,

Ամէն թերի հաւասարումներ կրնայ վերածուիլ երկու եզրեր պարունակող հաւասարումներ $s$ը։

Ինչպէս, $x^2=s$,

եւ այս պարագայէն թերի հաւասարութիւնները շատ անդամ կը կոչուին երկու եզրեր պարունակող հաւասարումներ։

---

116. Ամէն թերի հաւասարութիւն ի՞նչ ձեւի կրնայ վերածուիլ։ Թերի հաւասարութիւնները շատ անդամ ի՞նչ կը կոչուին։

Եւ երկու անդամներուն ալ քառակուսի արմատները հանելով՝ կ'ունենանք

$$x = \pm\sqrt{5}$$

1. Ի՞նչ թիւ է ան որ, իրմով բազմապատկուելով, կ'ըլլայ 144։

Թող $x$ ցուցնէ այն թիւը. անատեն

$$x \times x = x^2 = 144։$$

Յայտնի է թէ $x$-ի արժէքը կը գտնուի հաւասարութեան երկու անդամներուն քառակուսի արմատը հանելով. այսինքն՝

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{144}. \text{ կամ՝ } x = 12։$$

146 2. Մարդու մը հարցուեցաւ թէ որքան տակ ունէր։ Մարդը պատասխանեց, եթէ թալէրներուս թիւը քառակուսուի եւ վրան 6 աւելցուի, գումարը 42 կ'ըլլայ։ Մարդը քանի թալէր ունէր։

Թող $x$ ցուցնէ թալէրներուն թիւը. անատեն խնդրոյն պայմաններէն

$$x^2 + 6 = 42.$$

ուստի, $$x^2 = 42 - 6 = 36։$$

եւ $$x = 6։$$

Պ. 6 թալէր։

141 3. Վաճառականի մը հարցուեցաւ թէ այսինչ մարդուն որչափ շաքար ծախեց, պատասխանեց, եթէ անոր ինէ գնած շաքարին լիտրերուն թուոյն քառակուսին 7-ով բազմապատկուի, արտադրեալը պիտի ըլլայ 1575։ Քանի՞ լիտր շաքար ծախած էր։

Ցուցեալ լիտրերուն թիւը $x$-ով.

անատեն $$7x^2 = 1575$$

ուստի $$x^2 = 225$$

եւ $$x = 15։$$

Պ. 15։

142 4. Մարդ մը հարցուելով թէ քանի տարեկան էր, պատասխանեց, Եթէ իմ տարիքիս թուոյն քառակուսիէն 192 հանէք՝ մնացածը իմ տարիքիս թուոյն կէսին քառակուսին պիտի ըլլայ։ Մարդուն տարիքն ի՞նչ էր։

Թող $x$ ցուցնէ տարիքը.

անտանեն $$x^2 - 192 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4},$$

եւ կոտորակները պարզելով՝

$$4x^2 - 768 = x^2.$$

ուստի $$4x^2 - x^2 = 768$$

եւ $$3x^2 = 768$$

$$x^2 = 256$$

$$x = 16։$$ պ. 16։

143 5. Ի՞նչ թիւ է ան՝ որուն ութերորդը իր հինգերորդովը բազմապատկուելով, արտադրեալն աշ 4 ով բաժնուելով կ'ելլայ 40։

Թող $x$ ցուցնէ այն թիւը.

անտանեն $$\left(\frac{x}{8} \times \frac{x}{5}\right) \div 4 = 40.$$

ուստի $$\frac{x^2}{160} = 40.$$

կոտորակները պարզելով,

$$x^2 = 6400$$

$$x = 80,$$ պ. 80։

**117.** Ուստի $x$ի արժէքը գտնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Գտէք $x^2$ի արժէքը. Եւ ապա հանէք հաստատունները էքիսա անդամներուն ալ փոխադիրներ ալ արմատը։

---

117. Ի՞նչպէս կը լուծուի թիւերի հաւասարութիւն մը։

6. Ի՞նչ է $x$ի արժէքը հետեւեալ հաւասարութեան մէջ, $3x^2+8=5x^2-10$։

տեղափոխութեամբ $3x^2-5x^2=-10-8$.

վերածելով $-2x^2=-18$.

բաժնելով 2ով, եւ նշանները փոխելով,

$$x^2=9.$$

հանելով քառակուսի արմատը,

$$x=3:$$

Սակայն եւ այնպէս՝ կը ծանուցանենք թէ 9ի քառակուսի արմատը կամ $+3$ կամ $-3$ է։ Քանզի

$$+3\times+3=9 \text{ եւ } -3\times-3=9:$$

Ուստի՝ հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$x^2=9,$$

կ'ունենանք, $x=+3$ եւ $x=-3$։

118. Հաւասարութեան մը աստիճանը այն քանակութիւնն է որ անծանօթ քանակութեան հետ փոխանակուելով՝ հաւասարութիւնը չ'աւրեր։

Ինչպէս հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$x^2=9,$$

երկու արմատներ կան, $+3$ եւ $-3$. քանզի այս արժէքներուն մէկը կամ միւսը $x$ի հետ փոխանակուելով՝ հաւասարութիւնը չ'աւրեր։

7. Դարձեալ եթէ առնենք հետեւեալ հաւասարութիւնը $x^2=s$

կ'ունենանք,

$$x=+\sqrt{s}, \text{ եւ } x=-\sqrt{s}:$$

Քանզի $(+\sqrt{s})^2=s$.

եւ $(-\sqrt{s})^2=s$.

---

118. Ի՞նչ է հաւասարութեան մը արմատը։ Ի՞նչ են $x^2=9$ հաւասարութեան արմատները։ Ի՞նչ են $x^2=s$ հաւասարութեանը։ Քանի՞ արմատ ունի ամէն թիւերի հաւասարութիւն։ Ի՞նչպէս կը բաղդատուին այս արմատները իրարու հետ։

ուստի կը հետևացընենք,

Ա. Թէ երկրաչափական ամէն խնդրի հաստատունները երկու արմատ ունի։

Բ. Թէ այս արմատներուն նոյն փանտէրունները են, միայն տարբեր նշաններ ունին։

8. Ի՞նչ են $3x^2+6=4x^2-10$ հաւասարութեան արմատները։ Պ. $x=+4$ եւ $x=-4$։

9. Ի՞նչ են $\frac{x^2}{3}-8=\frac{x^2}{9}+10$ հաւասարութեան արմատները։ Պ. $x=+9$ եւ $x=-9$։

10. Ի՞նչ են $8+5x^2=\frac{x^2}{5}+4x^2+28$ հաւասարութեան արմատները։ Պ. $x=+5$, $x=-5$։

144 11. Գտէք այնպիսի թիւ մը որուն մէկ երրորդը իր մէկ չորրորդովը բազմապատկուելով՝ հաւասար կ'ելլայ 108 ի։ Պ. 36։

145 12. Ի՞նչ թիւ է այն՝ որուն մէկ վեցերորդը իր մէկ հինգերորդովը բազմապատկուելով, արտադրեալն ալ 10 ով բաժնուելով՝ հաւասար կ'ելլայ 3 ի։ Պ. 30։

146 13. Ի՞նչ է այն թիւը որուն քառակուսին առաւել 18, հաւասար է իր քառակուսւոյն կէսին՝ առաւել $30\frac{1}{2}$ ի։ Պ. 5։

147 14. Ի՞նչ են այն թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած հարաբերութիւնն է 1 առ 2, եւ որոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնը 75 է։

Թող $x$ ցուցնէ փոքրագոյն թիւը.

անոնցմէն $2x=$ մեծագոյն թիւն.

եւ կ'ունենանք $4x^2-x^2=75$.

ուստի $3x^2=75$.

եւ 3 ով բաժնելով՝ $x^2 = 25$, եւ $x = 5$,

եւ $$2x = 10:$$

պ. 5 եւ 10։

148 15. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած համեմատութիւնն է 5 առ 6, եւ որոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է 44։

Թող $x$ ցուցընէ մեծագոյն թիւը.

անատեն $\frac{5x}{6}$ կը ցուցընէ փոքրագոյնը.

եւ $$x^2 - \frac{25x^2}{36} = 44.$$

կատարելով պարզելով,

$$36x^2 - 25x^2 = 1584.$$

ուստի $$11x = 1584,$$

եւ $$x^2 = 144,$$

ուստի $$x = 12,$$

եւ $$\frac{5x}{6} = 10:$$

պ. 10 եւ 12։

149 16. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած համեմատութիւնն է 3 առ 4, եւ որոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է 28։

պ. 6 եւ 8։

150 17. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած համեմատութիւնն է 5 առ 11, եւ որոնց քառակուսիներուն գումարն է 584։

պ. 10 եւ 22։

151 18. Ս. ըսաւ Բ-ին, Իմ տղուս տարիքը քու տղուդ տարիքին մէկ չորրորդն է, եւ անոնց տարիքներուն քառակուսիներուն տարբերութիւնն է 240։ Ի՞նչ էր անոնց տարիքը։

{ Մեծինը՝ 16,
{ Փոքրինը՝ 4։

## Երկու անծանօթ հանակումներ։

**119.** Երբ երկու կամ աւելի անծանօթ քանակութիւններ կան, անոնցմէ մէկը պարտիր է 75 երրորդ ցօրուածին կանոնովը. այսպէս պէտք է լլլէ մեայն մէկ անծանօթ հանակումներ պարունակող նոր հաւասարումներ մը, որոնց արմատը կը գտնուի արդէն պրուած կանոնով։

152 1. Սենեակ մը կայ այնպիսի տարածութեամբ՝ որ կողմերուն տարբերութիւնը փոքր կողմով բազմապատկուելով՝ հաւասար է 36 ի, եւ կողմերուն արտադրեալն է 360։ Ի՞նչ են կողմերը։

Թող $x$ ցուցնէ փոքր կողմը.

$y$ » մեծ կողմը։

Առաջին պայմանով՝

$$(y - x)x = 36.$$

Եւ երկրորդ պայմանով՝ $xy = 360$։

Առաջին հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$xy - x^2 = 36.$$

Եւ քառակուսիները, $x^2 = 324$։

Ուստի՝ $x = \sqrt{324} = 18.$

$$y = \frac{360}{18} = 20։$$

Պ. $x = 18$, $y = 20$։

153 2. Վաճառականը մը 12 կանգուն երկու կտոր կտաւ ծախեց, իւրաքանչիւր կտոր քանի կանգուն որ էր՝ այնքան անգամ թալէր ընդունեց։ Արդ՝ մէկուն համար ընդունածը չորս անգամ աւելի էր միւսին համար ընդունածէն։ Ամէն մէկ կտորը քանի՞ կանգուն էր։

---

119. Ի՞նչպէս կը լուծես երկու կամ աւելի անծանօթ քանակութիւն պարունակող հաւասարութիւն մը։

Թող $x$ ցուցընէ մեծ կտորին պարունակած կանգունները, $y$՝ փոքր կտորին պարունակած կանգունները։

Անաւեն խնդրոյն պայմաններէն,

$$x + y = 12։$$

$x \times x = x^2 =$ մեծ կտորին համար ընդունածին,
$y \times y = y^2 =$ փոքր կտորին համար ընդունածին։
Եւ $x^2 = 4y^2$, երկրորդ պայմանով.
$x = 2y$, քառակուսի արմատը հանելով։

Սրդ՝ $x$ի այս արժէքը առաջին հաւասարութեան մէջ $x$ի տեղը դնելով,
կ'ունենանք $y + 2y = 12$.
հետեւապէս, $y = 4$,
եւ $x = 8$։

պ. 8 եւ 4։

154 3. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց արտադրեալն է 30, եւ քանորդը $3\frac{1}{3}$։ պ. 10 եւ 3։

4. Երկու թուոց արտադրեալն է $m$, եւ անոնց քանորդն է $n$։ Ի՞նչ են թիւերը։

պ. $\sqrt{mn}$ եւ $\sqrt{\frac{m}{n}}$։

155 5. Երկու թուոց քառակուսիներուն գումարն է 117, եւ անոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է 45։ Ի՞նչ են թիւերը։ պ. 9 եւ 6։

6. Երկու թուոց քառակուսիներուն գումարն է $m$, եւ անոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է $n$, Ի՞նչ են թիւերը։

պ. $x = \sqrt{\frac{m+n}{2}}$, $y = \sqrt{\frac{m-n}{2}}$։

156 7. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած համեմատութիւնն է 3 առ 4, եւ անոնց քառակուսիներուն գումարն է 225։ պ. 9 եւ 12։

8. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնք իրարու հետ ունի առ Ն ունեցած համեմատութիւնն ունին, եւ անոնց քառակուսիներուն գումարն է $m^2$։

Պ. $\frac{\text{Ն}m}{\sqrt{\text{Ն}^2+\text{Ն}^2}}$, $\frac{\text{Ն}m}{\sqrt{\text{Ն}^2+\text{Ն}^2}}$։

157 9. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած համեմատութիւնն է 1 առ 2, եւ անոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է 75։ Պ. 5 եւ 10։

10. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնք իրարու հետ Ն ի առ Ն ունեցած համեմատութիւնն ունին, եւ որոնց քառակուսեաց տարբերութիւնն է $\text{Բ}^2$։

Պ. $\frac{\text{Ն}\text{Բ}}{\sqrt{\text{Ն}^2-\text{Ն}^2}}$, $\frac{\text{Ն}\text{Բ}}{\sqrt{\text{Ն}^2-\text{Ն}^2}}$։

158 11. Գումար մը ստակ վեց ամսուան համար՝ տարին հարիւրին 8 շահի տրուեցաւ։ Արդ՝ եթէ գումարը շահին թուովը բազմապատկուի՝ արտադրեալը պիտի ըլլայ 562500 թալէր։ Շահի տրուած գումարը որչափ էր։ Պ. 3750 ռ.։

159 12. Մարդ մը գումար մը ստակ բաշխեց շատ մը կանանց եւ տղոց։ Կանանց թիւը՝ տղոց թուոյն այնպէս կը համեմատէր, ինչպէս 3 առ 4։ Արդ՝ տղայք բոլոր անձանց թուոյն կէսին չափ, եւ կանայք բոլոր տղոց թուոյն կրկնին չափ թալէր ընդունեցին եւ միասին 138 թալէր ընդունեցին։ Քանի կին եւ քանի տղայք կային։ Պ. 36 կին եւ 48 տղայ։

---

## Ամբողջ Հաւասարումներ։

**120.** Արդէն տեսանք (ցոյց. 115), թէ երկրորդ աստիճանի անթերի հաւասարութիւն մը կը պարու-

---

120. Քանի՞ եղանակ կը պարունակէ երկրորդ աստիճանի անթերի հաւասարութիւն մը։ Ի՞նչէ բաղկացեալ է առաջին եղանակը։ Երկրո՞րդը։ Երրո՞րդը։

նակէ անծանօթ քանակութեան քառակուսին, անծանօթ քանակութեան առաջին կարգութիւնը, եւ ծանօթ եղրերը։

1. Եթէ առնենք հետեւեալ անթերի հաւասարութիւնը, $5x^2 - 2x^2 + 8 = 9x + 32$, տեղափոխելով եւ վերածելով՝ կ'ունենանք

$$3x^2 - 9x = 24,$$

եւ 3 ով բաժնելով՝

$$x^2 - 3x = 8,$$

միայն երեքեղբ պարունակող հաւասարութիւն մը։

2. Եթէ առնենք հետեւեալ հաւասարութիւնը,

$$mx^2 + x^2 + 3mx + x^2 = qx + r,$$

հաւաքելով $x^2$ ի եւ $x$ ի համարատարիչները՝ կ'ունենանք $(m^2 + 1)x^2 + (3mx - q)x = r$.
եւ բաժնելով $x^2$ ի համարատարիչով՝ կ'ունենանք

$$x^2 + \frac{3mx - q}{m^2 + 1}x = \frac{r}{m^2 + 1}.$$

Եթէ $x$ ի համարատարիչը ներկայացընենք $2p$ ով, եւ ծանօթ եղրը $q$ ով՝ կ'ունենանք

$$x^2 + 2px = q,$$

միայն երեք եղբ պարունակող հաւասարութիւն մը։

Ուստի՝ երկրորդ աստիճանի ամէն անորոշեալ հաւասարութիւն՝ միայն երեք եղբ պարունակող հաւասարութեան մը կրնայ վերածուիլ։

**121.** Արդ՝ կ'ուզենք ցուցընել թէ այս հաւասա-

---

121. Երկրորդ աստիճանի ամէն հաւասարութիւն քանի՞ ձեւերով կրնայ արտայայտուիլ։ Այս ձեւերը ի՞նչ բանէ կախեալ են։ Առաջին ձեւին մէջ $x$ ի համարատարիչին ու ծանօթ եղրին նշաններն ի՞նչ են։ Ի՞նչ՝ երկրորդին մէջ։ Ի՞նչ՝ երրորդին մէջ։ Ի՞նչ՝ չորրորդին մէջ։ Կրկնէ չորս ձեւերը։

բութիւնը կրնայ չորս ձեւերով արտայայտուիլ, իւր բացասականութիւնը 2ք ի եւ ր ի նշաններէն կախեալ ըլլալով։

ա. Հաւասարութեան համար՝ ենթադրենք

$$2ք = +4, \text{ եւ } ր = +5։$$

անոնք կ'ունենանք $ք^2 + 4ք = 5$։

բ. Սրդ ենթադրենք

$$2ք = -4, \text{ եւ } ր = +5.$$

անոնք կ'ունենանք $ք^2 - 4ք = 5$։

գ. Եթէ ենթադրենք

$$2ք = +4, \text{ եւ } ր = -5,$$

կ'ունենանք $ք^2 + 4ք = -5$։

դ. Եթէ ենթադրենք

$$2ք = -4, \text{ եւ } ր = -5,$$

կ'ունենանք $ք^2 - 4ք = -5$։

Զանոնց կը հետեւցընենք թէ երկրորդ աստիճանի ամէն անթերի հաւասարութիւն սա չորս ձեւերէն մէկուն կրնայ վերածուիլ,

$$ք^2 + 2ք = +ր, \text{ ա. ձեւ։}$$

$$ք^2 - 2ք = +ր, \text{ բ. ձեւ։}$$

$$ք^2 + 2ք = -ր, \text{ գ. ձեւ։}$$

$$ք^2 - 2ք = -ր, \text{ դ. ձեւ։}$$

**122.** Դանողութիւն։ — Հաւասարութիւն մը այս ձեւերէն մէկուն կամ միւսին վերածելու առեն, եթէ անծանօթ քանակութեան երկրորդ կարողութիւնը բացասական նշան ունի, հաւասարութեան ամէն մէկ եզրին նշանը փոխելով դրական ընելու է։

---

122. Եթէ հաւասարութիւն մը այս ձեւերէն մէկուն կամ միւսին վերածելու առեն, $ք^2$ի համարտադրիչը բացասական է, ի՞նչ ընել պէտք է։

**123.** Ցեղոյ պիտի ցուցընենք թէ անծանօթ քառակուսեան մը արժէքն ինչ կերպով կը գտնուի։ Արդէն տեսանք (30դ. 36) թէ

$$(x+y)^2 = x^2 + 2yx + y^2.$$

եւ այս քառակուսին բաղդատելով առաջին ու երրորդ ձեւին հետ՝ կը տեսնենք թէ իւրաքանչիւրին առաջին անդամը կը պարունակէ երկեզրի մը քառակուսւոյն երկու եզրերը, այսինքն՝ առաջին եզրին քառակուսին՝ առաւել առաջնոյն եւ երկրորդին արտադրեալին կրկինը։ Ուրեմն եթէ $x$ ի համարտադրչին կէսն առնենք, այսինքն՝ $y$ը, եւ զայն քառակուսենք, եւ եղածը իւրաքանչիւր հաւասարութեան երկու անդամներուն վրայ ալ յաւելցընենք՝ կ'ունենանք $x^2 + 2yx + y^2 = p + y^2$,

$$x^2 + 2yx + y^2 = -p + y^2,$$

որոնց մէջ առաջին անդամները կատարեալ քառակուսիներ են։ Ասիկա կ'ըսուի քառակուսին լրացընել։ Անտանի՝ հաւասարութեան երկու անդամներուն ալ քառակուսի արմատը հանելով՝ կ'ունենանք

$$x + y = \pm\sqrt{p + y^2},$$

եւ

$$x + y = \pm\sqrt{-p + y^2},$$

եւ $y$ը տեղափոխելով կ'ունենանք

$$x = -y \pm \sqrt{p + y^2},$$

$$x = -y \pm \sqrt{-p + y^2}.$$

**124.** Եթէ երկրորդ եւ չորրորդ ձեւերը բաղդատենք հետեւեալ քառակուսւոյն հետ

$$(x - y)^2 = x^2 - 2yx + y^2,$$

---

123. Երկեզրի մը քառակուսին ինչի՞ հաւասար է։ Իւրաքանչիւր ձեւին առաջին անդամն ի՞նչ կը պարունակէ։ Առաջին անդամն ի՞նչպէս կատարեալ քառակուսի ընելու է։ Ասիկա ի՞նչ կ'ըսուի։

124. Երկրորդ ձեւին մէջ՝ առաջին անդամն ի՞նչպէս կատարեալ քառակուսի կ'ընայ։

կը տեսնենք նաեւ թէ $x$-ի համարատարբին կէսը քառակուսելով եւ եւլածը երկու անդամներուն վրայ աւելցնելով՝ առաջին անդամները կատարեալ քառակուսիներ կ'ելլան։ Գումարելով՝ կ'ունենանք

$$x^2 - 2px + p^2 = q + p^2,$$
$$x^2 - 2px + p^2 = -q + p^2.$$

Անոնցմէ՝ երկու անդամներուն ալ քառակուսի արմատը հանելով՝ կ'ունենանք

$$x - p = \pm\sqrt{q + p^2},$$
$$x - p = \pm\sqrt{-q + p^2}.$$

եւ $-p$-ը տեղափոխելով կ'ունենանք

$$x = p \pm \sqrt{q + p^2},$$

եւ

$$x = p \pm \sqrt{-q + p^2}.$$

**125.** Ուստի՝ երկրորդ աստիճանի ամէն հաւասարութիւն լուծելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք.

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Վերածէ հաւասարումը ըստ յեւերէն մէկուն։

Բ. Փառակուսէ երկրորդ եղբէն համարատարբէն կէսը, և եւլածը հաւասարումէն երկու անդամներուն վրայ ալ աւելցուր։

Գ. Անոր՝ հաւասարումէն երկու անդամներուն փառակուսի արմատը հանէ, յետոյ ծանօթ եղբը երկրորդ անդամին փոխատրէ։

Ծանօթութիւն։ — Առաջին անդամին քառակուսի արմատը միշտ հաւասար է առաջին եղբին քառա-

---

125. Ըսէ երկրորդ աստիճանի հաւասարութիւն մը լուծելու ընդհանուր կանոնը։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։ Առաջին անդամին քառակուսի արմատը միշտ ինչի՞ հաւասար է։

կուսի արմատին, առաւել կամ նուազ անծանօթ քանակութեան առաջին կարգութեան համարատրչին կէսը։

Օրինակ առաջին յօդն.

1. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ, $2x^2 + 8x = 64$։

Եթէ նախ բաժնենք 2 համարատրչով՝ կ'ունենանք $x^2 + 4x = 32$։

Անատեն քառակուսին լրացընելով,

$$x^2 + 4x + 4 = 32 + 4 = 36.$$

Հանելով արմատը՝

$$x + 2 = \pm\sqrt{36} = +6 \text{ կամ } -6.$$

Ուստի՝ $x = -2 + 6 = +4$,

կամ՝ $x = -2 - 6 = -8$։

Ուստի՝ այս ձեւոյն մէջ, փոքրագոյն արմատը դրական է, եւ մեծագոյնը՝ բացասական։

Սպառաֆոռմէն.

Եթէ դրական արժէքն առնենք, այսինքն՝ $x = +4$, $x^2 + 4x = 32$ հաւասարութիւնը կ'ելայ $4^2 + 4 \times 4 = 32$.

եւ եթէ x-ի բացասական արժէքն առնենք, այսինքն՝ $x = -8$, $x^2 + 4x = 32$ հաւասարութիւնը կ'ելայ $(-8)^2 + 4(-8) = 64 - 32 = 32$.

ասկէ կը տեսնենք՝ թէ x-ի արժէքներուն երկուքն, այսինքն՝ $x = +4$ կամ $x = -8$, կը տուգեն հաւասարութիւնը։

2. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$3x^2 + 12x - 19 = -x^2 - 12x + 89.$$

Տեղափոխելով եզրերը՝ կ'ունենանք

$$3x^2 + x^2 + 12x + 12x = 89 + 19.$$

Եւ վերածելով

$$4x^2 + 24x = 108.$$

Եւ բաժնելով $x^2$ ի հաւասարադրիչովը,

$$x^2 + 6x = 27.$$

Արդ՝ լրացնելով քառակուսին,

$$x^2 + 6x + 9 = 36,$$

հանելով քառակուսի արմատը

$$x + 3 = \pm\sqrt{36} = +6 \text{ կամ } -6.$$

առաջի՝ $x = +6 - 3 = +3.$

կամ՝ $x = -6 - 3 = -9.$

Սպառ-գու�.

Եթէ դրական արմատն առնենք՝ հետեւեալ

$x^2 + 6x = 27$ հաւասարութիւնը

կ'ելայ $(3)^2 + 6(3) = 27.$

Եթէ բացասական արմատն առնենք՝

$$x^2 + 6x = 27$$

կ'ելայ $(-9)^2 + 6(-9) = 81 - 54 = 27.$

3. Ի՞նչ են $x$ ի արժէքները սա հաւասարութեան մէջ,

$$\frac{5x^2}{6} - \frac{x}{2} + \frac{3}{4} = 8 - \frac{2x}{3} - x^2 + \frac{273}{12}.$$

Կատարակները պարզելով՝ կ'ունենանք

$$10x^2 - 6x + 9 = 96 - 8x - 12x^2 + 273.$$

տեղափոխելով եւ վերածելով

$$22x^2 + 2x = 360.$$

երկու անդամներն ալ 22 ով բաժնելով,

$$x^2 + \frac{2x}{22} = \frac{360}{22};$$

եւ $\left(\frac{1}{22}\right)^2$ աւելցընելով երկու անդամներուն վրայ, հաւասարութիւնը կ'ըլլայ

$$x^2 + \frac{2x}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2 = \frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2,$$

որուն քառակուսի արմատը հանելով կ'ունենանք

$$x + \frac{1}{22} = \pm\sqrt{\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2};$$

վասնզոյ՝

$$x = -\frac{1}{22} + \sqrt{\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2}.$$

եւ $$x = -\frac{1}{22} - \sqrt{\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2};$$

Այժմ մնայ թուական գործողութիւնները կատարել։ Նախ՝ $\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2$ վերածուելու է միակ թուոյ մը՝ որուն յայտարարը $(22)^2$ է։

Արդ՝ $\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2 = \frac{360 \times 22 + 1}{(22)^2} = \frac{7921}{(22)^2}$.

հանելով 7921ի քառակուսի արմատը՝ կը գտնենք որ 89 է. վասնզոյ

$$\pm\sqrt{\frac{360}{22} + \left(\frac{1}{22}\right)^2} = \pm\frac{89}{22};$$

Հետեւապէս՝ $x$ ի դրական արժէքն է

$$x = -\frac{1}{22} + \frac{89}{22} = \frac{88}{22} = 4,$$

*եւ բացասական արժէքն է*

$$x = -\frac{1}{22} - \frac{89}{22} = -\frac{45}{11}.$$

*այսինքն՝ x-ի երկու արժէքներէն մէկը՝ որ առաջարկեալ հաւասարութիւնը պիտի տուդէ, դրական ամբողջ թիւ մը չէ, եւ միւսը բացասական կոտորակ մը։*

4. *Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,*

$$2x^2 + 8x + 7 = \frac{5x}{4} - \frac{x^2}{8} + 197:$$

$$\text{պ.} \begin{cases} x = 8 \\ x = -11\frac{3}{17}: \end{cases}$$

5. *Ի՞նչ են x-ի արժէքները սա հաւասարութեան մէջ,*

$$\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + 15 = \frac{x^2}{9} - 8x + 95\tfrac{1}{4}:$$

$$\text{պ.} \begin{cases} x = 9 \\ x = -64\frac{1}{5}: \end{cases}$$

6. *Ի՞նչ են x-ի արժէքները սա հաւասարութեան մէջ,*

$$\frac{x^2}{4} - \frac{5x}{4} - 8 = \frac{x}{2} - 7x + 6\tfrac{1}{2}:$$

$$\text{պ.} \begin{cases} x = 2 \\ x = -7\frac{1}{4}: \end{cases}$$

7. *Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,*

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{4} = \frac{x^2}{5} - \frac{x}{10} + \frac{13}{20}:$$

$$\text{պ.} \begin{cases} x = 1 \\ x = -2\frac{1}{6}: \end{cases}$$

Օրինակք երիրորդ յեռոյն.

1. Ի՞նչ են $x$ի արժէքները հետեւեալին մէջ.

$$x^2 - 8x + 10 = 19.$$

Տեղափոխելով,

$$x^2 - 8x = 19 - 10 = 9,$$

անասեն լրացընելով քառակուսին,

$$x^2 - 8x + 16 = 9 + 16 = 25,$$

եւ հանելով արմատը,

$$x - 4 = \pm \sqrt{25} = +5 \text{ կամ } -5.$$

Ուստի՝

$$x = 4 + 5 = 9 \text{ կամ } x = 4 - 5 = -1.$$

Այսինքն՝ այս ձեւոյն մէջ մեծագոյն արմատը դրական է, եւ փոքրագոյնը բացասական։

Սոփոփումն.

Եթէ $x$ի դրական արժէքն առնենք,

$x^2 - 8x = 9$ հաւասարութիւնը կ'ելայ

$$(9)^2 - 8 \times 9 = 81 - 72 = 9.$$

եւ եթէ բացասական արժէքն առնենք,

$x^2 - 8x = 9$ հաւասարութիւնը կ'ելայ

$$(-1)^2 - 8(-1) = 1 + 8 = 9.$$

ասկէ կը տեսնենք թէ երկու արժէքներն ալ նմանապէս կը տուգեն հաւասարութիւնը։

2. Ի՞նչ են $x$ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + 7\tfrac{3}{8} = 8.$$

Կոտորակները պարզելով եւ $x^2$ի համարատարը բաժնելով՝ կ'ունենանք

$$x^2 - \frac{2x}{3} = 1\tfrac{1}{4}.$$

Լրացընելով քառակուսին՝ կ'ունենանք

$$x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} = 1\tfrac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{49}{36}.$$

ապա հանելով քառակուսի արմատը՝ կունենանք

$$x - \frac{1}{3} = \pm\sqrt{\frac{49}{36}} = +\frac{7}{6}, \text{ կամ } -\frac{7}{6}.$$

ուստի՝

$$x = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} = \frac{9}{6} = 1\tfrac{1}{2},$$

կամ

$$x = \frac{1}{3} - \frac{7}{6} = -\frac{5}{6},$$

Սպասելիքներ.

Եթէ $x$-ի դրական արժէքն առնենք, հետևեալ

$$x^2 - \frac{2x}{3} = 1\tfrac{1}{4} \text{ հաւասարութիւնը}$$

կ'ըլայ $(1\tfrac{1}{2})^2 - \frac{2}{3} \times 1\tfrac{1}{2} = 2\tfrac{1}{4} - 1 = 1\tfrac{1}{4}.$

եւ եթէ բացասական արժէքն առնենք, հետևեալ

$$x^2 - \frac{2}{3}x = 1\tfrac{1}{4} \text{ հաւասարութիւնը}$$

կ'ըլայ

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} \times -\frac{5}{6} = \frac{25}{36} + \frac{10}{18} = \frac{45}{36} = 1\tfrac{1}{4},$$

3. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետևեալ հաւասարութեան մէջ,

$$4m^2 - 2x^2 + 2mx = 18mb - 18b^2,$$

տեղափոխելով, նշանները փոխելով եւ 2-ով բաժնելով, հաւասարութիւնը կ'ըլայ

$$x^2 - mx = 2m^2 - 9mb + 9b^2.$$

Լրացնելով քառակուսին՝

$$x^2 - ax + \frac{a}{4} = \frac{9a^2}{4} - 9ab + 9b^2.$$

Հանելով քառակուսի արմատը՝

$$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{9a^2}{4} - 9ab + 9b^2}.$$

Արդ՝ $\frac{9a^2}{4} - 9ab + 9b^2$ քառակուսի արմատը՝ յայտնի է թէ $\frac{3a}{2} - 3b$ է։ Վասնորոյ՝

$$\left[ x = \frac{a}{2} \pm \left(\frac{3a}{2} - 3b\right), \text{ կամ } \begin{cases} x = 2a - 3b \\ x = -a + 3b. \end{cases} \right.$$

Ի՞նչ պիտի ըլլայ $x$-ի թուական արժէքը, ենթադրելով թէ $x = 6$ եւ $b = 1$։

4. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$8x^2 - 14x + 10 = 2x + 34.$$

պ. $\begin{cases} x = 3. \\ x = -1. \end{cases}$

5. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$\frac{x^2}{4} - 30 + x = 2x - 22.$$

պ. $\begin{cases} x = 8. \\ x = -4. \end{cases}$

6. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$x^2 - 3x + \frac{x^2}{2} = 9x + 13\tfrac{1}{2}.$$

պ. $\begin{cases} x = 9. \\ x = -1. \end{cases}$

7. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$2mx - x^2 = -2mb - b^2 :$$

պ. $\begin{cases} x = 2m + b : \\ x = -b : \end{cases}$

8. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$m^2 + b^2 - 2bx + x^2 = \frac{s^2 x^2}{z^2} :$$

պ. $\begin{cases} x = \frac{z}{z^2 - s^2}\left(bz + \sqrt{m^2 s^2 + b^2 s^2 - m^2 z^2}\right) : \\ x = \frac{z}{z^2 - s^2}\left(bz - \sqrt{m^2 s^2 + b^2 s^2 - m^2 z^2}\right) : \end{cases}$

Օրինակներ երբեմն յեռոյն .

1. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ, $x^2 + 4x = -3$ :

Եթէ քառակուսին լրացընելով կ'ունենանք

$$x^2 + 4x + 4 = -3 + 4 = 1 .$$

եւ քառակուսի արմատը հանելով

$$x + 2 = \pm\sqrt{1} = +1, \text{ կամ } -1 .$$

ուստի՝

$$x = -2 + 1 = -1 . \text{ կամ } x = -2 - 1 = -3 :$$

Այսինքն՝ այս ձեւին մէջ երկու արմատներն ալ բացասական են ։

Սպասելոյն .

Եթէ առաջին բացասական արժէքն առնենք, հետեւեալ $x^2 + 4x = -3$ հաւասարութիւնը կ'ելայ $(-1)^2 + 4(-1) = 1 - 4 = -3$ .

եթէ երկրորդ արժէքն առնենք, հետեւեալ

$x^2 + 4x = -3$ հաւասարութիւնը կ'ելայ $(-3)^2 + 4(-3) = 9 - 12 = -3$ .

ուստի՝ $x$-ի երկու արժէքներն ալ կը տուողին հաւասարութիւնը։

2. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$-\frac{x^2}{2}-3x-16=12+\frac{x^2}{2}+6x:$$

Տեղափոխելով ու վերածելով՝ կ'ունենանք

$$-x^2-11x=28.$$

եւ որովհետեւ $x$-ի երկրորդ կարգութեան համարողին նշանը բացասական է՝ բոլոր երկերուն նշանները կը փոխենք, եւ կ'ունենանք

$$x^2+11x=-28,$$

ապա լրացնելով քառակուսին

$$x^2+11x+30.25=2.25.$$

ուստի

$$x+5.5=\pm\sqrt{2.25}=+1.5 \text{ կամ } -1.5.$$

հետեւապէս՝ $x=-4$ կամ $x=-7$։

3. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$-\frac{x^2}{8}-2x-5=\frac{7x^2}{8}+3x+3:$$

պ։ $\begin{cases} x=-2: \\ x=-3: \end{cases}$

4. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$4x^2+\frac{3x}{5}+3x=-14x-3\tfrac{1}{5}-4x^2:$$

պ. $\begin{cases} x=-2: \\ x=-\frac{1}{5}: \end{cases}$

5. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$-x^2-4-\frac{3x}{4}=\frac{4x^2}{2}+24x+2:$$

պ. $\begin{cases} x=-8: \\ x=-\frac{1}{4}: \end{cases}$

6. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$x-x^2-3=6x+1:$$

պ. $\begin{cases} x=-4: \\ x=-1: \end{cases}$

7. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$x^2+4x-90=-93:$$

պ. $\begin{cases} x=-3: \\ x=-1: \end{cases}$

Օրինակի ընդհանուր յատուկն:

Ա. Ի՞նչ են x-ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$x^2-8x=-7:$$

Քառակուսին լրացընելով կ'ունենանք

$$x^2-8x+16=-7+16=9.$$

ապա քառակուսի արմատը հանելով՝

$$x-4=\pm\sqrt{9}=+3 \text{ կամ } -3.$$

ուստի $x=+7$ կամ $x=+1:$

Այսինքն՝ այս ձեւին մէջ, երկու արմատներն ալ դրական են:

Սարոյեան.

Եթէ մեծագոյն արմատն առնենք, հետեւեալ

$x^2-8x=-7$ հաւասարութիւնը

կ'ելայ $7^2-8\times7=49-56=-7.$

եւ եթէ վերջապոյն առնենք, նոյն

$$x^2 - 8x = -7 \text{ հաւասարութիւնը}$$

կ'ելայ $1^2 - 8 \times 1 = 1 - 8 = -7$.

ուստի՝ երկու արմատներն ալ կը տուգեն հաւասարութիւնը։

2. Դ՞նչ են $x$ի արժէքները հետեւեալին մէջ,

$$-3x + 2x^2 + 1 = 17\tfrac{4}{5}x - 2x^2 - 3,$$

Տեղափոխելով եւ հաւաքելով եզրերը՝ կ'ունենանք

$$4x^2 - 20\tfrac{4}{5}x = -4.$$

ապա $x^2$ի համարատարիչովը բաժնելով՝ կ'ունենանք

$$x^2 - 5\tfrac{1}{5}x = -1,$$

Քառակուսին լրացնելով՝ կ'ունենանք

$$x^2 - 5\tfrac{1}{5}x + \frac{169}{25} = -1 + \frac{169}{25} = \frac{144}{25},$$

եւ արմատը հանելով՝

$$x^2 - 2\tfrac{3}{5} = \pm\sqrt{\frac{144}{25}} = +\frac{12}{5} \text{ կամ } -\frac{12}{5},$$

ուստի՝

$$x = 2\tfrac{3}{5} + \frac{12}{5} = 5. \text{ կամ՝ } x = 2\tfrac{3}{5} - \frac{12}{5} = \frac{1}{5},$$

Սպոյ-գոյ-թիւն.

Եթէ մեծագոյն արմատն առնենք, հետեւեալ

$$x^2 - 5\tfrac{1}{5}x = -1 \text{ հաւասարութիւնը}$$

կ'ելայ, $5^2 - 5\tfrac{1}{5} \times 5 = 25 - 26 = -1$.

եւ եթէ վերջագոյն արմատն առնենք, նոյն

$$x^2 - 5\tfrac{1}{5}x = -1 \text{ հաւասարութիւնը}$$

կ'ելայ, $\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 5\tfrac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25} - \frac{26}{25} = -1$.

3. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետևեալ հաւասարութեան մէջ,

$$-4x^2-\frac{x}{7}+1\tfrac{1}{7}=-5x^2+8x:$$

պ. $\begin{cases} x=8: \\ x=\frac{1}{7}: \end{cases}$

4. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները հետևեալներ մէջ,

$$-4x^2+\frac{8x}{20}-\frac{1}{40}=-3x^2-\frac{x}{20}+\frac{1}{40}:$$

պ. $\begin{cases} x=\frac{1}{4}: \\ x=\frac{1}{5}: \end{cases}$

5. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները յետագայն մէջ,

$$x^2-10\tfrac{1}{10}x=-1:$$

պ. $\begin{cases} x=10: \\ x=\frac{1}{10}: \end{cases}$

6. Ի՞նչ են $x^2$-ի արժէքները յետագայն մէջ,

$$-27x+\frac{17x^2}{5}+100=\frac{2x^2}{5}+12x-26:$$

պ. $\begin{cases} x=7: \\ x=6: \end{cases}$

7. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները յետագայն մէջ,

$$\frac{8x^2}{3}-22x+15=-\frac{7x^2}{3}+28x-30:$$

պ. $\begin{cases} x=9: \\ x=1: \end{cases}$

8. Ի՞նչ են $x$-ի արժէքները յետագայն մէջ,

$$2x^2 - 30x + 3 = -x^2 + 3\tfrac{3}{10}x - \frac{3}{10}:$$

պ. $\begin{cases} x = 11: \\ x = \frac{1}{10}: \end{cases}$

Որոշեալ-Ընդհանուր Աւրմտրոց:

**126.** *Մինչեւ ցարդ ցուցուցինք երկրորդ աստիճանի հաւասարութեան մը արմատները գտնելու կերպերը: Արդ՝ յառաջ կ'երթանք ցուցնելու այս արմատներուն քանի մը որակութիւնները:*

Զ՝ առաջին.

**127.** *Յետագայ առաջին ձեւին մէջ,*

$$x^2 + 2px = q,$$

*ա. արմատն է* $x = -p + \sqrt{q + p^2}$,

*բ. արմատն է* $x = -p - \sqrt{q + p^2}$,

*եւ անոնց գումարն է* $-2p$:

Որովհետեւ այս ձեւին մէջ $q$ դրական ենթադրուած է, արմատական նշանին տակի $q + p^2$ քանակութիւնը $p^2$-էն մեծագոյն է. ուստի եւ անոր արմատն ալ $p$-էն մեծ: Հետեւապէս՝ առաջին արմատը որ հաւասար է արմատականին եւ $p$-ի մէջտեղի տարբերութեանը, դրական պիտի ըլլայ. եւ $\sqrt{q + p^2}$-էն փոքր: Երկրորդ արմատին մէջ՝ արմատականն ու $p$ նման նշաններ ունին. ուստի երկ-

---

127. Առաջին ձեւին մէջ արմատները նո՞յն նշաններն ունին թէ տարբեր նշաններ: Ի՞նչ է առաջին արմատին նշանը: Ի՞նչ է երկրորդինը: Ո՞րն է մեծագոյնը: Ինչի՞ հաւասար է անոնց գումարը: Ինչի՞ հաւասար է անոնց արտադրեալը:

բորդ արմատը հաւասար պիտի ըլլայ անոնց գումարին, եւ պիտի ըլլայ բացասական։ Եթէ երկու արմատները միատեղ բազմապատկենք, կ՚ունենանք

$$\begin{array}{l} -x+\sqrt{p+x^2} \\ -x-\sqrt{p+x^2} \\ \hline +x^2-x\sqrt{p+x^2} \\ \qquad +x\sqrt{p+x^2}-p-x^2 \\ \hline \end{array}$$

Արտադրեալն է . . . . . $-p$։

Ուստի կը մակաբերենք,

Ա. Թէ առաջին յեւոյն մէջ արմատները մէկը դրական է և մէսը բացասական։

Բ. Թէ դրական արմատը բացասական արմատէն մեծագոյն է։

Գ. Թէ երկու արմատաց գումարը հաւասար է երկրորդ անդամին գործակցին մէջ գտնուած նշանով, տարբեր հանրագրեալ։

Դ. Թէ երկու անդրադարձաց արտադրեալը հաւասար է հակառակ նշանով, երկրորդ անդամին։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Սա հաւասարութեան մէջ

$$x^2+x=20,$$

կը գտնենք թէ արմատներն են 4 եւ $-5$։ Անոնց գումարն է $-1$, եւ արտադրեալը $-20$։

2. Հետեւեալ հաւասարութեան մէջ

$$x^2+2x=3,$$

կը գտնենք թէ արմատներն են 1 եւ $-3$. անոնց գումարը հաւասար է $-2$ի, եւ արտադրեալը $-3$ի։

3. Հետեւեալ հաւասարութեան մէջ

$$x^2+x=90,$$

արմատներն են $+9$ եւ $-10$. անոնց գումարն է $-1$, եւ արտադրեալը $-90$։

4. Հետեւեալ հաւասարութեան մէջ

$$x^2+4x=60,$$

արմատներն են 6 եւ $-10$։ Անոնց գումարն է $-4$, եւ արտադրեալն է $-60$։

## Զ. Երկրորդ.

**128.** Երկրորդ ձեւն է,

$$x^2-2px=q.$$

եւ հաւասարութիւնը լուծելով կը գտնենք

ա. արմատը, $x=+p+\sqrt{q+p^2}$

բ. արմատը, $x=+p-\sqrt{q+p^2}$,

եւ անոնց գումարն է $2p$

Այս ձեւին մէջ՝ առաջին արմատը դրական է եւ երկրորդը բացասական։ Եթէ երկու արմատները բազմապատկենք 'ի միասին, կ'ունենանք

$$(p+\sqrt{q+p^2})\times(p-\sqrt{q+p^2})=-q։$$

Ուստի՝ կը մակարերենք,

Ա. Թէ երկրորդ յատոյն մէջ՝ արմատներուն մէկը դրական եւ մէսը բացասական է։

Բ. Թէ դրական արմատը բացասական արմատէն մեծագոյն է։

Գ. Թէ արմատաց գումարը հաւասար է երկրորդ երեքին մէջի գ-ի հակառակ նշանով առնուած համարարարդրշին։

---

128. Երկրորդ ձեւին մէջ առաջին արմատին նշանն ի՞նչ է։ Ի՞նչ է երկրորդին նշանը։ Ո՞րն է մեծագոյնը։ Անոնց գումարն ինչի՞ հաւասար է։ Անոնց արտադրեալն ինչի՞ հաւասար է։

Դ. Թէ արմատաց արտադրեալը հաստատուն է հանիսատանի նշանով աստանաւոր էրէրորդ անդամին։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Հետեւեալ հաւասարութեան

$$x^2 - x = 12,$$

արմատներն են $+4$ եւ $-3$. անոնց գումարն է $+1$, եւ անոնց արտադրեալը $-12$։

2. Հետեւեալ հաւասարութեան մէջ

$$x^2 - 9\tfrac{9}{10}x = 1,$$

արմատներն են $+10$ եւ $-\frac{1}{10}$։ Անոնց գումարն է $9\frac{9}{10}$, եւ անոնց արտադրեալն է $-1$։

3. Հետեւեալ հաւասարութեան

$$x^2 - 11x = 80$$

արմատներն են $+16$ եւ $-5$։ Անոնց գումարն է $+11$, եւ արտադրեալն է $-80$։

## ԶԼ ԷՐՐՈՐԴ.

**129.** Երրորդ ձեւն է։

$$x^2 + 2px = -q.$$

Եւ հաւասարութիւնը լուծելով՝ կը գտնենք

ա. արմատը, $x = -p + \sqrt{-q + p^2}$,

բ. արմատը, $x = -p - \sqrt{-q + p^2}$

Եւ անոնց գումարն է $-2p$։

---

129. Երրորդ ձեւին մէջ արմատաց նշաններն ի՞նչ են։ Ամենափոքր արմատը ո՞րն է։ Արմատաց գումարն ինչի՞ հաւասար է։ Անոնց արտադրեալն ինչի՞ հաւասար է։

Այս ձեւոյն մէջ՝ արմատական նշանին տակի քառակուսիւնը $\frac{p}{2}$ էն փոքրագոյն ըլլալով՝ իր արմատը $\frac{p}{2}$ էն փոքր է. ուստի՝ երկու արմատներն ալ բացասական են, եւ առաջինը թուականապէս ամենափոքրն է։

Եթէ արմատները մէկտեղ բազմապատկենք, կ'ունենանք

$$\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{-q+\frac{p^2}{4}}\right)\times\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{-q+\frac{p^2}{4}}\right)=+q:$$

Ուստի կը մակաբերենք,

Ա. Թէ երբոր յԼոյն ՀԷՉ երկու արմատներն ալ բացասական են։

Բ. Թէ ստորագրեալ արմատը երկրորդէն մեծագոյն է։

Գ. Թէ երկու արմատաց գումարը հաւասար է երկրորդ էզրին ՀԷՉ է Բ է հակադրական նշանով ստանուած հանմարդ արդարդ էզրին։

Դ. Թէ արմատաց արտադրեալը հաւասար է հակադրական նշանով ստանուած երկրորդ անդամին։

## ՕՐԻՆԱՒՐ

1. Հետեւեալ հաւասարութեան

$$x^2+9x=-20,$$

արմատներն են $-4$ եւ $-5$։ Անոնց գումարն է $-9$, եւ անոնց արտադրեալն է $-20$։

2. Հետեւեալ հաւասարութեան

$$x^2+2\tfrac{3}{4}x=-1\tfrac{1}{2},$$

արմատներն են $-\frac{3}{4}$ եւ $-2$։ Անոնց գումարն $-2\frac{3}{4}$, եւ արտադրեալն է $+1\frac{1}{2}$։

4. Հետեւեալ հաւասարութեան

$$x^2+5x=-6$$

արմատներն են —2 եւ —3։ Անոնց գումարն է —5, եւ արտադրեալն է +6։

## Զ՝ ԽՄԲՈՒԹ.

**130.** Զորրորդ ձեւն է,

$$x^2 - 2bx = -c.$$

եւ հաւասարութիւնը լուծելով՝ կը գտնենք

Ա. արմատը, $x = b + \sqrt{-c + b^2}$.

Բ. արմատը, $x = b - \sqrt{-c + b^2}$.

անոնց գումարն է $2b$։

Այս ձեւոյն մէջ՝ ինչպէս նաեւ երրորդին մէջ ալ, արմատական նշանին տակի քանակութիւնը $b^2$ էն փոքր ըլլալով՝ անոր արմատը $b$ էն փոքր է. ուստի երկու արմատներն ալ դրական են, եւ առաջինն է մեծագոյնը։

Եթէ երկու արմատներն 'ի միասին բազմապատկենք, կ'ունենանք

$$(b + \sqrt{-c + b^2}) \times (b - \sqrt{-c + b^2}) = +c.$$

Ուստի՝ կը մակաբերենք,

Ա. Թէ խմբորդ ձեւոյն մէջ երկու արմատներն ալ դրական են։

Բ. Թէ առաջին արմատը երկրորդէն մեծագոյն է։

Գ. Թէ արմատաց գումարը հաւասար է երկրորդ երեքին Գ. է հակառակ նշանով առնուած հանրագրագրչին։

Դ. Թէ արմատաց արտադրեալը հաւասար է հակառակ նշանով առնուած երկրորդ անդամին։

---

150. Զորրորդ ձեւոյն մէջ ի՞նչ են արմատաց նշանները։ Ո՞ր արմատը մեծագոյն է։ Արմատաց գումարն ինչի՞ հաւասար է։ Անոնց արտադրեալն ինչի՞ հաւասար է։

ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Յետագայ հաւասարութեան

$$x^2 - 7x = -12,$$

արմատներն են $+4$ եւ $+3$։ Անոնց գումարն է $+7$ եւ արտադրեալը՝ $+12$։

2. Յետագայ հաւասարութեան

$$x^2 - 20x = -36,$$

արմատներն են $+18$ եւ $+2$։ Անոնց գումարն է $+20$ եւ արտադրեալը՝ $36$։

3. Յետագայ հաւասարութեան

$$x^2 - 17x = -42,$$

արմատներն են $+14$ եւ $+3$։ Անոնց գումարն է $+17$ եւ արտադրեալը $+42$։

**131.** Երրորդ ու չորրորդ ձեւոց մէջ $x$ի արժէքները երբեմն երեւակայական են, եւ այսպիսի պարագայից մէջ հարկ է դիտնալ թէ արդիւնքներն ինչպէս մեկնուելու են։

Եթէ $p > q^2$ է, այսինքն՝ եթէ երկրորդ անդամը փոփոխեալ նշանի համարողներն կէսէն ցածր է, յայտնի է թէ $\sqrt{-p + q^2}$ երեւակայական է, քանզի արմատական նշանին տակի քանակութիւնը բացասական է։ Այս ենթադրութեամբ երրորդ եւ չորրորդ ձեւոց մէջ $x$ի արժէքները երեւակայական են։

Սրդ՝ պիտի ցուցնենք թէ՝ երբ երրորդ ու չորրորդ ձեւոց մէջ $p > q^2$ է, խնդրոյն պայմանները իրարու հակառակ են։

**132.** Առիկայ ցուցնելէն առաջ՝ պիտի ապացու-

---

131. Ո՞ր ձեւերուն մէջ $x$ի արժէքները երեւակայական են։ Ե՞րբ $x$ի արժէքները երեւակայական են։ Ուրեմն ինչո՞ւ $x$ի արժէքները երեւակայական են։

132. Ի՞նչ է ցօդուած 152ին մէջ ապացուցեալ նախադասութիւնը։ Եթէ խնդրոյն պայմանները հակառակ են, անծանօթ քանակութեան արժէքներն ի՞նչպէս են։

*ցանկանք նախադասութիւն մը՝ որմէ կախեալ է հաւասարութեան ապացոյցը. այսինքն՝*

Եթէ որ և էցէ թիւ երկու մասանց քառակուսի, և այն մասերը երրորդ հետ քառակուսիներ, արդարեալ ամենեն մեծ կ'ելլայ, երբ մասերը երրորդ հաւասար են։

Թող $2\frac{1}{2}$ ցուցնէ բաժնուելու թիւը, եւ $p$ մասանց տարբերութիւնը անուանեն

$$\frac{1}{2} + \frac{p}{2} = \text{մեծագոյն մասին (տես Յօդ. 69. 7)։}$$

եւ $$\frac{1}{2} - \frac{p}{2} = \text{փոքրագոյն մասին.}$$

եւ $$\frac{1}{2}^2 - \frac{p^2}{4} = \text{Ա. թ, անոնց արտադրեալին (Յօդ. 38)։}$$

Արդ՝ յայտնի է թէ Ա. կ'աճի երբ $p$ կը նուազի, եւ թէ ամենեն մեծ կ'ելլայ, երբ $p = 0$. այսինքն՝

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}^2 \text{ ամենեն մեծ արտադրեալն է։}$$

Արդ՝ որոշեսուս

$$x^2 - 2\frac{1}{2}x = -\text{Բ հաւասարութեան մէջ}$$

$2\frac{1}{2}$ արմատաց գումարն է, եւ Բ՝ անոնց արտադրեալը, կը հետեւի թէ Բ չի կրնար $\frac{1}{2}^2$ էն մեծագոյն ելլալ։ Եթէ Բ $> \frac{1}{2}^2$ ենթադրենք, նախընթաց հաւասարութեամբ պայման մը ցուցուցած կ'ելլանք որ չի կրնար կատարուիլ, եւ $x$ ի երեւակայական արժէքն այս անկարելութիւնը կը ցուցնէ։ Ուստի կը հետեւցընենք թէ՝

Երբ անձանօթ փոփոխականաց արժէքները երեւակայական են, նախադրեալներուն կամ ինդրոյն պայմանները իրարու հակասական են։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտիր երկու թիւ որոց գումարը 12 եւ արտադրեալը 46 է։

Թող $x$ եւ $y$ ցուցընեն այն թիւերը։

Առաջին պայմանով՝ $x+y=12$.

եւ երկրորդով՝ $xy=46$։

Առաջին հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$x=12-y.$$

Այս արժէքը երկրորդ հաւասարութեան մէջ $x$-ի տեղ փոխանակելով կ'ունենանք

$$12y-y^2=46.$$

եւ փոխելով եղրերուն նշանները՝ կ'ունենանք

$$y^2-12y=-46.$$

Ապա՝ լրացընելով քառակուսին

$$y^2-12y+36=-46+36=-10,$$

ուստի կ'ունենանք

$$y=6+\sqrt{-10}.$$
$$y=6-\sqrt{-10}.$$

եւ այս երկու արժէքները երեւակայական են, եւ իրօք այնպէս ըլլալու են, քանզի պայմանները հակասական են։

2. Երկու թուոց գումարն է 8, եւ անոնց արտադրեալն է 20։ Ի՞նչ են թիւերը։

Թող $x$ ու $y$ ցուցընեն այն թիւերը։

Առաջին պայմանով,

$$x+y=8.$$

եւ երկրորդով, $xy=20$։

Առաջին հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$x=8-y.$$

եւ այս արժէքը երկրորդ հաւասարութեան մէջ $x$-ի տեղ փոխանակելով՝ կ'ունենանք

$$8y-y^2=20.$$

նշանները փոխելով, եւ քառակուսին լրացնելով՝ կ'ունենանք $ե^2 - 8ե + 16 = -4$.

եւ արմատը հանելով,

$$ե = 4 + \sqrt{-4} \text{ եւ } ե = 4 - \sqrt{-4}.$$

Պրնանք ե ին այս արժէքները հետեւեալ ձեւերուն վերածել (30ք. 104),

$$ե = 4 + 2\sqrt{-1} \text{ եւ } ե = 4 - 2\sqrt{-1}.$$

3. Ի՞նչ են ֆ ի արժէքները հետեւեալ հաւասարութեան մէջ,

$$ֆ^2 + 2ֆ = -10.$$

Պ. $\begin{cases} ֆ = -1 + 3\sqrt{-1}. \\ ֆ = -1 - 3\sqrt{-1}. \end{cases}$

Խնդիրները որ մեկէն սահելի անծանօթի քանակութիւն կը պարունակեն.

1. Գտիր $ֆ^2 + ե^2 = 100$ եւ $ֆ + ե = 14$ հաւասարութեանց մէջ, ֆ ի ու ե ի արժէքը.

Տեղափոխելով երկրորդ հաւասարութեան մէջի ե՝ կ'ունենանք

$$ֆ = 14 - ե.$$

եւ երկու անդամներն ալ քառակուսելով

$$ֆ^2 = 196 - 28ե + ե^2.$$

Այս արժէքը առաջին հաւասարութեան մէջ $ֆ^2$ ի հետ փոխանակելով կ'ունենանք

$$196 - 28ե + ե^2 + ե^2 = 100.$$

վերածելով՝ կ'ունենանք

$$ե^2 - 14ե = -48.$$

եւ լրացնելով քառակուսին

$$ե^2 - 14ե + 49 = 1,$$

եւ հանելով քառակուսի արմատը

$$y - 7 = \pm\sqrt{1} = +1 \text{ կամ } -1:$$

ուստի $y = 7 + 1 = 8$, կամ $y = 7 - 1 = 6$:

Եթէ մեծագոյն արժէքն առնենք, կը գտնենք $x = 6$ի, եւ եթէ փոքրագոյնն առնենք, կը գտնենք $x = 8$ի:

Սրուագրութիւն.

$y = 8$, մեծագոյն արժէքին համար՝ հետեւեալ հաւասարութիւնէն

$$x + y = 14 \text{ կ'ունենանք } 6 + 8 = 14.$$

եւ $x^2 + y^2 = 100$ է կ'ունենանք $36 + 64 = 100$:

$y = 6$ արժէքին համար՝ հետեւեալ հաւասարութիւնէ $x + y = 14$ կ'ունենանք $8 + 6 = 14$,

եւ $x^2 + y^2 = 100$ է կ'ունենանք $64 + 36 = 100$:

Ուստի՝ երկու կարգ արժէքներն ալ հաւասարութիւնը կը սատարեն:

2. Գտիր $x^2 + 3xy = 22$ եւ $x^2 + 3xy + 2y^2 = 40$ հաւասարութեանց մէջ $x$ի ու $y$ի արժէքները:

Հանելով առաջին հաւասարութիւնը երկրորդէն՝ կ'ունենանք $2y^2 = 18$,

եւ $y^2 = 9$.

ուստի $y = +3$, կամ $-3$:

Այս առաւել արժէքը առաջին հաւասարութեան մէջ փոխանակելով $y$ի տեղ, կ'ունենանք

$$x^2 + 9x = 22.$$

որմէ կը գտնենք

$$x = +2, \text{ եւ } x = -11:$$

Եթէ՝ $y=-3$, բացասական արժէքն առնենք՝ առաջին հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$x^2-9x=22.$$

որմէ կը գտնենք

$$x=+11, \text{ եւ } x=-2.$$

Սպասելոյն.

$y=+3$ եւ $x=+2$ արժէքներուն համար՝ վերի $x^2+3xy=22$ հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$2^2+3\times2\times3=4+18=22.$$

եւ $x=-11$, երկրորդ արժէքին համար՝ նոյն $x^2+3xy=22$ հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$(-11)^2+3\times-11\times3=121-99=22,$$

Եթէ հիմա $y$ի երկրորդ արժէքն առնենք, այսինքն՝ $y=-3$, եւ $x$ի համեմատական արժէքները, այսինքն՝ $x=+11$, եւ $x=-2$. $x=+11$ի համար վերի $x^2+3xy=22$ հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$11^2+3\times11\times-3=121-99=22.$$

եւ $x=-2$ի համար՝ նոյն $x^2+3xy=22$ հաւասարութենէն կ'ունենանք

$$(-2)^2+3\times-2\times-3=4+18=22,$$

3. Գտէք $x$ի, $y$ի եւ $z$ի արժէքները սա հաւասարութեանց մէջ.

$$xz=y^2 \quad (1)$$

$$x+y+z=7 \quad (2)$$

$$x^2+y^2+z^2=21 \quad (3)$$

Տեղափոխելով երկրորդ հաւասարութեան մէջի $y$՝ կ'ունենանք $x+z=7-y$ (4).

ապա քառակուսելով անդամները՝ կ'ունենանք

$$x^2+2xz+z^2=49-14y+y^2,$$

Արդ եթէ $2x$ի հետ առաջին հաւասարութենէն առնուած անոր արժէքը փոխանակենք, կ'ունենանք

$$x^2 + 2y^2 + z^2 = 49 - 14y + y^2.$$

Եւ իրաքանչիւր անդամին մէջ $y^2$ն ջնջելով՝ կ'ունենանք $x^2 + y^2 + z^2 = 49 - 14y$։

Բայց՝ երրորդ հաւասարութենէն կը տեսնենք թէ վերջին հաւասարութեան իրաքանչիւր անդամը հաւասար է 21ի. ուստի

$$49 - 14y = 21,$$

եւ $$14y = 49 - 21 = 28.$$

ուստի $$y = \frac{28}{14} = 2։$$

Այս արժէքը (1) հաւասարութեան մէջ $y$ի տեղ դնելով՝ կ'ունենանք $x + z = 4$.

Եւ զանիկա (4) հաւասարութեան մէջ դնելով՝ կ'ունենանք $x + z = 5$, եւ $x = 5 - z$։

Այս արժէքը նախընթաց հաւասարութեան մէջ $x$ի հետ փոխանակելով՝ կ'ունենանք

$$5z - z^2 = 4, \text{ կամ } z^2 - 5z = -4.$$

Եւ լրացընելով քառակուսին՝ կ'ունենանք

$$z^2 - 5z + 6\cdot25 = 2\cdot5,$$

եւ $$z - 2\cdot5 = \pm\sqrt{2\cdot5} = +1\cdot5 \text{ կամ } -1\cdot5.$$

ուստի՝

$$z = 2\cdot5 + 1\cdot5 = 4 \text{ կամ } z = +2\cdot5 - 1\cdot5 = 1։$$

Եթէ առնենք հետեւեալ արժէքը

$$z = 4, \text{ կը գտնենք } x = 1։$$

Եթէ հետեւեալ փոքրագոյն արժէքն առնենք

$$z = 4, \text{ կը գտնենք } x = 4։$$

4. Հետևեալ հաւասարութեանց մէջ x ի եւ y ի արժէքը գտէր։

$$x + \sqrt{xy} + y = 19,$$

եւ

$$x^2 + xy + y^2 = 133։$$

Երկրորդ հաւասարութիւնը առաջինով բաժնելով՝ կ'ունենանք

$$x - \sqrt{xy} + y = 7$$

իսկ՝

$$x + \sqrt{xy} + y = 19$$

ուստի՝ յաւելմամբ

$$2x + 2y = 26$$

կամ

$$x + y = 13,$$

եւ փոխանակելով առաջին հաւասարութեան մէջ

$$\sqrt{xy} + 13 = 19$$

կամ՝ տեղափոխելով

$$\sqrt{xy} = 6$$

եւ քառակուսելով

$$xy = 36։$$

Երկրորդ հաւասարութիւնն է, $x^2 + xy + y^2 = 133$

եւ վերջինէն կ'ունենանք $3xy = 108։$

Հանելով $x^2 - 2xy + y^2 = 25$

ուստի՝ $x - y = \pm 5$

իսկ $x + y = 13$

ուստի $x = 9$ կամ 4. եւ $y = 4$ կամ 9։

## ԽՆԴԻՐՔ

160

1. Գտէր այնպիսի թիւ մը՝ որուն քառակուսւոյն կրկնապատիկը առաւել անոր եռապատիկը հաւասար է 65 ի։

Թող $x$ ցուցնէ այն թիւը. անտաեն խնդրոյն հաւասարութիւնը պիտի ըլլայ

$$2x^2 + 3x = 65,$$

ուստի $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{65}{2} + \frac{9}{16}} = -\frac{3}{4} \pm \frac{23}{4}$։

Վասնորոյ՝ $x = -\frac{3}{4} + \frac{23}{4} = 5$,

եւ $x = -\frac{3}{4} - \frac{23}{4} = -\frac{13}{2}$։

Այս երկու արժէքները խնդիրը կը ստուգեն։ Քանզի,

$$2 \times (5)^2 + 3 \times 5 = 2 \times 25 + 15 = 65.$$

եւ $$2\left(-\frac{13}{2}\right)^2 + 3 \times -\frac{13}{2} =$$

$$\frac{169}{2} - \frac{39}{2} = \frac{130}{2} = 65։$$

161 2. Մարդ մը կանգուններով ասուի գնեց 240 դահեկանի։ Եթէ նոյնչափ ասակով նոյն ասուիէն 3 կանգուն պակաս գնէր, կանգունը 4 դահեկան աւելի պիտի դար իրեն։ Քանի կանգուն գնեց։

Թող $x$ ցուցնէ կանգուններուն թիւը։

Անասին $\frac{240}{x}$ պիտի ցուցնէ մէկ կանգունին գինը։

Եթէ՝ 240 դահեկան տալով՝ 3 կանգուն պակաս գնէր, այսինքն $x - 3$ կանգուն, այս ենթադրութեամբ՝ ամէն մէկ կանգունին գինը պիտի ներկայացնէինք $\frac{240}{x-3}$ ով։ Իսկ խնդրէն կը հասկըցուի թէ այս վերջին արժէքը առջինէն 4 դահեկան աւելի պիտի ըլլար։ Վասնորոյ՝ կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնը

$$\frac{240}{x-3} - \frac{240}{x} = 4.$$

ուսկից՝ վերածելով, $x^2 - 3x = 180$,

եւ $$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 180} = \frac{3 \pm 27}{2}.$$

վասնորոյ՝ $x = 15$ եւ $x = -12$։

$x = 15$ արժէքը խնդրոյն պատասխանն է. քանզի 15 կանգունը 240 դահեկան ըլլալով՝ մէկ կանգունը կ'ըլլայ $\frac{240}{15}$, կամ 16 դահեկան. եւ 12 կանգունը 240 դահեկան ըլլալով՝ մէկ կանգունին գինը կ'ըլլայ 20 դահեկան, որ 16 էն 4 աւելի է։

Երկրորդ արժէքին դալով՝ նոր խնդիր մը կրնանք կազմել։ Քանզի վերոյիշեալ հաւասարութեան մէջ $x$ փոխելով $-x$ի՝ կ'ունենանք

$$\frac{240}{-x-3} - \frac{240}{-x} = 4, \text{ կամ } \frac{240}{x} - \frac{240}{x+3} = 4,$$

հաւասարութիւն մը՝ որ այս խնդրոյն այճէպրայական բացատրութիւնը կրնայ համարուիլ, այն է. Մարդ մը կանգուանէրով ասոնք գնեց 240 դահեկանի։ Եթէ նոյնքան ապակով 3 կանգուն աւելի գնէր՝ ամէն մէկ կանգունին գինը 4 դահեկան պակաս ալ ելլար։ Քանի՞ կանգուն գնեց։ պ. $x = 12$, եւ $x = -15$։

3. Մարդ մը ձի մը գնեց, եւ եռքը 24 թալէրի ծախելով առած առակին չափ հարիւրորդ կորսնցուց. ձիոյն համար որչափ առակ առած էր։

Թող $x$ ցուցնէ ձիոյն համար առած թալէրները. անատեն $x - 24$ պիտի ցուցնէ ըրած կորուստը։ Բայց որովհետեւ ծախած առնը հարիւրին $x$ կորսնցուց, ուստի ամէն մէկ թալէրէն $\frac{x}{100}$ կորսնցուց, եւ $x$ թալէրէն $\frac{x^2}{100}$ կորսնցուց, ուրեմն կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնը

$$\frac{x^2}{100} = x - 24, \text{ ուստի } x^2 - 100x = -2400.$$

եւ $x = 50 \pm \sqrt{2500 - 2400} = 50 \pm 10$։

Վասնորոյ՝ $x = 60$ եւ $x = 40$։

Այս երկու արժէքներն ալ խնդրոյն պատասխան են։

Քանզի՝ նախ դիցուք թէ մարդը 60 թալէր տուաւ ձիոյն համար, եւ 24 թալէրի ալ ծախեց. 36 թալէր կորսնցուց։

Դարձեալ՝ խնդրէն կը տեսնուի որ 60 թալէրէն 60 հարիւրորդ կորսնցուց. այսինքն՝ 60 ին $\frac{60}{100}$ ը, կամ $\frac{60 \times 60}{100}$ ը՝ որ կը վերածուի 36 ի. վասնորոյ 60 պատասխան է խնդրոյն։

Եթէ 40 թալէր վճարեց, ծախած առնը 16 թալէր կորսնցուց. քանզի՝ 40 թալէրին 40 հարիւրորդը կորսնցուց, կամ $\frac{40 \times 40}{100}$, որ կը վերածուի 16 ի վասնորոյ՝ 40 պատասխան է խնդրոյն։

163 4. Մարդու մը հարցուեցաւ թէ քանի տարեկան էր. պատասխանեց թէ իր տարիքին քառակուսի արմատը՝ որդւոյն տարիքին կէսն էր. եւ երկուքին տարիքներուն գումարը 80 էր։ Ուրեքանչիւրին տարիքն ինչ էր։

Թող $x$ ցուցընէ հօրը տարիքը.
$y$՝ որդւոյն տարիքը.
անատեն առաջին պայմանաւ

$$\sqrt{x} = \frac{y}{2},$$

եւ երկրորդ պայմանաւ

$$x + y = 80,$$

Եթէ առաջին հաւասարութեան

$$\sqrt{x} = \frac{y}{2}$$

երկու անդամները քառակուսենք, կ'ունենանք

$$x = \frac{b^2}{4}:$$

Եթէ տեղափոխենք երկրորդին մէջի b-ը՝ կ'ունենանք

$$x = 80 - b.$$

ուստի կ'ունենանք

$$b = -2 \pm \sqrt{324} = 16, \text{ եւ } x = 64$$

Պ. Հօրը տարիքը 64, որդւոյնը՝ 16։

5. Խաշնարած մը 60 լիրա տալով ոչխարներ գնեց, եւ 15 հատը պահելով՝ մնացածը 54 լիրայի ծախեց, եւ ծախած ոչխարներէն ոչխար գլուխ 2 շիլին շահեցաւ։ Քանի՞ ոչխար գնած էր։

Պ. 75։

6. Վաճառական մը 33 լիրա 15 շիլին տալով ասուի գնեց. եւ գարձեալ կանգունը 2 լիրա 8 շիլինի ծախելով՝ մէկ կանգունին համար ուած բատակին չափ շահեցաւ։ Քանի՞ կանգուն ասուի գնած էր։

Պ. 15։

7. Ի՞նչ է այն թիւը՝ որ իր թուանշանաց արտադրեալովը բաժնուելով՝ 3 քանորդ կու տայ. եւ եթէ այն թուոյն վրայ 18 աւելցուի՝ թուանշանաց կարգը կը շրջի։

Պ. 24։

8. Գտիր թիւ մը՝ որ 10է հանելով եւ մնացածը այն թուով բազմապատկելով, 21 արտադրեալ կու տայ։

Պ. 7 կամ 3։

9. Երկու հոգի՝ Ա ու Բ, միւնոյն ատեն երկու տարբեր տեղերէ ճամբայ ելան, եւ դէպ իրար կու գային։ Երբ իրարու պատահեցան՝ հաշիւ ըրին որ Ա Բէն 18 մղոն աւելի ճամբայ ըրած էր. եւ թէ Ա. Բին ճամբորդութիւնը $15\frac{3}{4}$ օրը կրնար ընել, իսկ

Բ Ա.ին ճամբորդութիւնը 28 օրը կրնար կատարել։ Ուրաքանչիւրը քանի մղոն ճամբորդեց։

{ Ա՝ 72 մղոն։
{ Բ՝ 54 մղոն։

169

10. Երկու թիւեր կան՝ որոնց տարբերութիւնն է 15, եւ որոնց արտադրեալին կէսը հաւասար է փոքր թուոյն խորանարդին։ Ի՞նչ են այն թիւերը։

պ. 3 եւ 18։

170 11. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց գումարը եթէ մեծագոյն թուով բազմապատկուի՝ հաւասար կ'ըլլայ 77 ի. եւ որոնց տարբերութիւնը եթէ փոքրագոյն թուով բազմապատկուի՝ հաւասար կ'ըլլայ 12 ի։

171 պ. 4 եւ 7, կամ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ եւ $\frac{11}{2}\sqrt{2}$։

12. Բաժնէ 100 երկու մասերու՝ որոնց քառակուսի արմատներուն գումարը 14 ըլլայ։

172 պ. 64 եւ 36։

13. Բաժնէ 24 երկու մասերու՝ որոնց արտադրեալը հաւասար ըլլայ անոնց տարբերութեանը 35 անգամին։ պ. 10 եւ 14։

173 14. Երկու թուոց գումարն է 8, եւ անոնց խորանարդներուն գումարն է 152։ Ի՞նչ են այն թիւերը։ պ. 3 եւ 5։

15. Երկու վաճառական նոյն տեսակ ապրանք ծախեցին. երկրորդը առաջինէն 3 կանդուն աւելի ծախեց, եւ երկուքը 35 թալէր ընդունեցին։ Առաջինը երկրորդին ըսաւ. «Քու ապրանիդ համար 24 թալէր պիտի ընդունէի». միւսը պատասխանեց, «Եւ ես 12 $\frac{1}{2}$ թալէր պիտի ընդունէի քու կինդիդ համար»։ Ուրաքանչիւրը քանի կանդուն ծախեց։

պ. { Առաջինը՝ 15 կամ 5։
{ Երկրորդը՝ 18 կամ 8։

175

16. Այրի կնոջ մը 13,000 թալէր ժառանգութիւն ունկաւ, որ երկու հաւասար մասանց բաժնելով այնպէս շահի դրաւ՝ որ անոնցմէ հաւասար եկամուտ կ'ընդունէր։ Եթէ առաջին բաժինը երկրորդին չափովը շահու դնէր՝ 360 թալէր շահ պիտի առնէր. եւ եթէ երկրորդը առաջնոյն չափովը շահու դնէր՝ 490 թալէր շահ պիտի առնէր։ Ի՞նչ են շահուն երկու չափերը։ Պ. Հարիւրին 7 եւ 6։

# ԳԼՈՒԽ Է.

## ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՔ ԵՒ ՅԱՌԱՋԱՏՈՒԹԻՒՆՔ

**133.** *Երկու համեմատ քանակութիւնք իրարու հետ կը բաղդատուին երկու կերպով։*

*Ա. Դիտելով թէ մէկը միւսէն որքան աւելի կամ պակաս է. ասիկա կ'իմացուի անոնց տարբերութենէն. եւ*

*Բ. Դիտելով թէ մէկը միւսէն քանի անգամ մեծ կամ փոքր է, եւ ասոր կ'իմացուի անոնց քանորդէն։*

*Ինչպէս՝ 3 եւ 12 թիւերն՝ իրենց տարբերութեանը նկատմամբ իրարու հետ բաղդատելով՝ կը գտնենք թէ 12 3էն 9 աւելի է. եւ իրենց քանորդին նկատմամբ իրարու հետ բաղդատելով՝ կը գտնենք թէ 12ի մէջ 3 չորս անգամ կայ. կամ 12 3էն 4 անգամ մեծ է։*

*Այս բաղդատութեան առաջին կերպը կ'ըսուի թուաբանական Համեմատութիւն, եւ երկրորդը՝ Երկրաչափական Համեմատութիւն։*

*Ուստի՝ թուաբանական Համեմատութիւնը փոնակոնոնց յատաբերութիւնը կը նկատէ անոնց տարբերութիւնը*

---

*133. Քանի՞ կերպով երկու քանակութիւնք կրնան իրարու հետ բաղդատուիլ։ Ի՞նչ կը նկատէ առաջին կերպը։ Ի՞նչ երկրորդը։ Այս կերպերուն առաջինն ի՞նչ կ'ըսուի։ Ի՞նչ կըսուի երկրորդը։ Ուրեմն ի՞նչպէս կը սահմանուին երկու համեմատութիւնները։*

նայելով, և Երկրաչափական համեմատութիւնը փանակութեանց յարաբերութիւնը կը նկատէ անոնց փանոցքին նայելով։

Թուական համեմատութիւն և Չափական։

**134.** Եթէ 2, 4, 8, եւ 10 թիւերն ունինք, որոնց առաջնոյն ու երկրորդին մէջտեղի տարբերութիւնը հաւասար է երրորդին ու չորրորդին մէջտեղի տարբերութեանը, կ'ըսուի թէ այն թիւերը թուական համեմատութեան մէջ են։ Առաջին եւ երրորդ թիւերը նախադաս կ'ըսուին, երկրորդ եւ չորրորդ թիւերը՝ յետադաս։

Երբ առաջնոյն եւ երկրորդին մէջտեղի տարբերութիւնը հաւասար է երրորդին ու չորրորդին մէջտեղի տարբերութեանը՝ չորս թիւերը համեմատութեան մէջ են կ'ըսուի։ Ինչպէս՝ հետեւեալ թիւերը,

2, 4, 8, 10,

թուական համեմատութեան մէջ են։

**135.** Երբ առաջին նախադասին ու յետադասին մէջտեղի տարբերութիւնը համեմատութեան որեւէ երկու մերձաւոր եզրերուն մէջտեղի տարբերութեանը հետ նոյն է՝ համեմատութիւնը կը կոչուի նոյնաչափական յառաջատութիւն։

Ուստի՝ նոյնաչափական յառաջատութիւն մը թիւերուն այն կարգն է՝ որուն մէջ յաջորդական եզրերը շարունակ կ'աճին կամ կը նուազին միեւնոյն թուով՝ որ կը կոչուի յառաջատութեան ընդհանուր պարբերութիւն։

---

154. Ե՞րբ չորս թիւեր թուական համեմատութեան մէջ են։ Ի՞նչ կ'ըսուի առաջինը։ Ի՞նչ կ'ըսուի երկրորդը։ Ի՞նչ կ'ըսուի երրորդը։ Ի՞նչ կ'ըսուի չորրորդը։

155. Ի՞նչ է թուական յառաջատութիւն մը։ Ի՞նչ կը կոչուի այն թիւը՝ որով եզրերը կ'աճին կամ կը նուազին։ Ի՞նչ է աճեցեալ յառաջատութիւնը։ Ի՞նչ է նուազեալ յառաջատութիւնը։ Ո՞ր եզրը միայն նախադաս է։ Ո՞րը միայն յետադաս։

ինչպէս՝ հետեւեալ երկու կարգին մէջ

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, . . .

60, 56, 52, 48, 44, 40, 36, 32, 28, . . .

առաջինը կը կոչուի աճեցեալ յառաջատուութիւն, որուն ընդհանուր տարբերութիւնն է 3, եւ միւսը՝ նուազեալ յառաջատուութիւն, որուն ընդհանուր տարբերութիւնն է 4։

Ընդհանրապէս՝ թող ա, բ, գ, դ, ե, զ, . . . ցուցընեն թուաբանական յառաջատուութեան մը եղրերը, որ հաստատակերպէն կը դրուին այսպէս.

ա . բ . գ . դ . ե . զ . է . ը . ը . . . .

եւ. կը կարդացուի այսպէս. ա ինչ որ է բ ի՝ բ նոյնպէս է գ ի, գ նոյնպէս է դ ի, դ նոյնպէս է ե ի, եւ այլն։ Այս կարգին մէջ իւրաքանչիւր եղր նոյն առաջինը նախադաս ու յետադաս է, բացի՛ առաջին եղրէն՝ որ միայն նախադաս է, եւ վերջինէն՝ որ միայն յետադաս է։

**136.** Թող դ ներկայացընէ ընդհանուր տարբերութիւնը հետեւեալ յառաջատուութեան

ա . բ . գ . դ . ե . զ, եւ այլն,

զոր աճեցեալ պիտի նկատենք։

Յառաջատուութեան սահմանէն յայտնապէս կը հետեւի որ

$$բ = ա + դ,\ գ = բ + դ = ա + 2դ,$$
$$ե = գ + դ = ա + 3դ.$$

Եւ առ հաստատակ՝ կարգին որեւէ եղրը հաւասար է առաջին եղրին՝ առաւել նախընթացէ քուլը եղրերուն ընդհանուրը պատճառակցեալ քանակութեամբ։

---

136. Ի՞նչ է աճեցեալ յառաջատուութեան կարգին վերջին եղրը գտնելու կանոնը։

Ինչպէս՝ թող վ ըլլայ որեւէ եղբը, եւ ր՝ եղեբաց թիւը. այս ընդհանուր եղբին ձեւն է

$$վ = ա + (ր - 1)պ։$$

Ուստի՝ վերջին եղբը գտնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմապատիկ ընդհանուրը պարբերութիւնը եղեբաց թիւին մէկ պակաս ր-ով։

Բ. Արտադրեալին վրայ առելով ասոյնը եղբը. գումարը պիտի ըլլայ վերջին եղբը։

## ՕՐԻՆԱԿԲ

Այս $վ = ա + (ր - 1)պ$ տարազով ինչ եղբ որ ուզենք կրնանք գտնել։

1. Եթէ $ր = 1$ ընենք՝ կ'ունենանք $վ = ա$. այսինքն՝ կարգը միայն մէկ եղբ մը պիտի ունենայ։

2. Եթէ $ր = 2$ ընենք՝ կ'ունենանք $վ = ա + պ$. այսինքն՝ կարգը երկու եղբ պիտի ունենայ, եւ երկրորդ եղբը հաւասար է առաջնոյն՝ առաւել ընդհանուր տարբերութիւնը։

3. Եթէ $ա = 3$ եւ $պ = 2$, ինչ է 3րդ եղբը։
պ. 7։

4. Եթէ $ա = 5$ եւ $պ = 4$, ինչ է 6րդ եղբը։
պ. 25։

5. Եթէ $ա = 7$ եւ $պ = 5$, ինչ է 9րդ եղբը։
պ. 47։

6. Եթէ $ա = 45$ եւ $պ = 30$, ինչ է 40րդ եղբը։
պ. 1215։

7. Եթէ $ա = 50$ եւ $պ = 10$, ինչ է 100րդ եղբը։
պ. 1040։

8. *Հետեւեալ յառաջատութեան 50ու եզրը գտնելու համար*

$$1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot \cdot \cdot,$$

*կ'ունենանք* $\text{Ձ} = 1 + 49 \times 3 = 148$։

9. *Հետեւեալ յառաջատութեան 60ու եզրը գտնելու համար*

$$1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 21 \cdot 25 \cdot \cdot \cdot,$$

*կ'ունենանք* $\text{Ձ} = 1 + 59 \times 4 = 237$։

**137.** *Եթէ յառաջատութիւնը հուսալեալ ըլլար՝ կ'ունենայինք* $\text{Ձ} = \text{ա} - (\text{Ր} - 1)\text{տ}$։

*Ուստի՝ հուսալեալ յառաջատութեան մը վերջին եզրը գտնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։*

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմապատիկ ընդհանուր տարբերութիւնը եզերաց Ր-էն մէկ պակաս Ր տ է։

Բ. Հանէ տրտատրբերելը առաջին եզրէն. մնացածը վերջին եզրն է։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. *Հուսալեալ յառաջատութեան մը առաջին եզրն է 60, եզերաց թիւն է 20, եւ ընդհանուր տարբերութիւնն է 3. ինչ է վերջին եզրը։*

$$\text{Ձ} = \text{ա} - (\text{Ր} - 1)\text{տ} \text{ կամ ասոյ}$$

$$\text{Ձ} = 60 - (20 - 1)\ 3 = 60 - 57 = 3։$$

2. *Առաջին եզրն է 90, ընդհանուր տարբերութիւնը 4, եւ եզերաց թիւն է 15. վերջին եզրն ինչ է։* պ. 34։

---

137. *Ի՞նչ է հուսալեալ յառաջատութեան մը կարգին վերջին եզրը գտնելու կանոնը։*

178 3. Առաջին եզրն է 100, եզերաց թիւն է 40, եւ ընդհանուր տարբերութիւնն է 2. վերջին եզրն ինչ է։ պ. 22։

179 4. Առաջին եզրն է 80, եզերաց թիւը 10, եւ ընդհանուր տարբերութիւնն է 4. վերջին եզրն ինչ է։ պ. 44։

180 5. Առաջին եզրն է 800, եզերաց թիւն է 200, եւ ընդհանուր տարբերութիւնն է 2. վերջին եզրն ինչ է։ պ. 402։

**138.** *Որեւէցէ թուաբանական յառաջատութեան մէջ՝ ապացուցանելու է թէ՝ երկու ծայրերէն հաւասարաշարժ հեռի եղող որեւէ երկու եզերքն գումարը հաւասար է երկու ծայրերուն գումարին։*

Այն է՝ եթէ հետեւեալ յառաջատութիւնն ունինք

$$2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12,$$

ապացուցանել կ'ուզենք առ հասարակ թէ

$$4+10 \text{ կամ } 6+8,$$

հաւասար է 2 եւ 12 երկու ծայրերուն գումարին։

Թող $ա \cdot բ \cdot գ \cdot դ \cdot զ \cdot \cdot \cdot \cdot ժ \cdot է \cdot վ$ ըլլայ առաջարկեալ յառաջատութիւնը, եւ $դ$ եզերաց թիւը։

Նախ կ'ըսենք որ՝ եթէ $գ$ ցուցընէ իր առջեւը $\frac{զ}{2}$ եզրերն ունեցող եզր մը, եւ $է$՝ իր ետեւը $\frac{զ}{2}$ եզրերն ունեցող եզր մը, ընտաձեւերէն կ'ունենանք

$$գ = ա + \frac{զ}{2} \times դ$$

եւ

$$է = վ - \frac{զ}{2} \times դ$$

ուստի յաւելմամբ $գ + է = ա + վ$,

որ կ'ապացուցանէ առաջարկութիւնը։

---

138. Ամէն յառաջատութեան մէջ՝ երկու ծայրերուն գումարը ի՞նչի հաւասար է։ Թուաբանական կարգի մը գումարը գտնելու կանոնն ի՞նչ է։

Դիցուք թէ՝ + ցուցընէ վերոյիշեալ յառաջատութեան մէջ երկրորդ եղրը 4, անաւեն է պիտի ցուցընէ վերջընթեր եղրը 10։ Եթէ + ցուցընէ երրորդ եղրը 6, անաւեն է պիտի ցուցընէ 8ը՝ որ վերջին եղրէն առաջ երրորդ է։

Առաջարկութեան առաջին մասն ապացուցած ըլլալով՝ յառաջատութեան եղրերը գրէ՝ վարինին պէս, եւ ապա հակադարձ կարգով մը գրէ, այսինքն,

ա · բ · գ · դ · ե · զ · · · ժ · է · ը ·

ը · է · ժ · · · · · · · · · · գ · բ · ա։

Առաջին յառաջատութեան եղերաց գումարը Գ կոչելով՝ 2Գ պիտի ըլլայ երկու յառաջատութեանց եղերաց գումարը, եւ պիտի ունենանք

$$2Գ = (ա + ը) + (բ + է) + (գ + ժ) \cdots$$
$$+ (ժ + գ) + (է + բ) + (ը + ա)։$$

Արդ որովհետեւ ա + ը, բ + է, գ + ժ ··· բոլոր եղրերն իրարու հաւասար են, եւ անոնց թիւը հաւասար է Ն-ի,

$$2Գ = (ա + ը) \times Ն, \text{ կամ } Գ = \left(\frac{ա + ը}{2}\right) \times Ն։$$

Ուստի թուաբանական կարգի մը գումարը գտնելու համար հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Եր կոյս ծայրերը գոսմարէ, և գոսմարին կէսն ա։

Բ. Բազմապատկէ այս կէս գոսմարը եղերաց Ն-ովը, և արդիւնքը կարգին գոսմարն է։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

181 1. Ծայրերն են 2 եւ 16, եւ եղերաց թիւն է 8, կարգին գումարն քանի է։

$$Գ = \left(\frac{ա + ը}{2}\right) \times Ն, \text{ կամ այլ } Գ = \frac{2 + 16}{2} \times 8 = 72։$$

2. Ծայրերն են 3 եւ 27, եւ եղերաց թիւն է 12. կարգին գումարն քանի է։ գ. 180։

3. Ծայրերն են 4 եւ 20, եւ եղերաց թիւն է 10. կարգին գումարն քանի է։ գ. 120։

4. Ծայրերն են 100 եւ 200, եւ եղերաց թիւն է 80. կարգին գումարն քանի է։ գ. 12000։

5. Ծայրերն են 800 եւ 1200, եւ եղերաց թիւն է 50. կարգին գումարն քանի է։ գ. 50000։

**139.** *Թուաբանական համեմատութեան մէջ նկատելի հինգ թիւեր կան։ —*

1. Առաջին եղր՝ — ա
2. Ընդհանուր տարբերութիւն — դ
3. Թիւ եղերաց՝ — ր
4. Վերջին եղր՝ — վ
5. Գումար՝ — գ

Հետեւեալ տարազները

$$վ = ա + (ր - 1)դ \text{ եւ } գ = \left(\frac{ա + վ}{2}\right) \times ր$$

կը պարունակեն՝ ա, դ, ր, վ, եւ գ հինգ քանակութիւնները, եւ հետեւապէս կը ծառի հետեւեալ ընդհանուր խնդիրը, այսինքն. Այս հինգ քանակութիւնէն որ և է երեքը գիտցուած ըլլալով՝ միւս երկուքը գտնել։

Արդէն գիտենք գ-ի արժէքը՝ ա, ր, եւ վ եղրերուն արժէքը գիտնալով։

Յետագայ տարազէն

$$վ = ա + (ր - 1)դ,$$

կը գտնենք $ա = վ - (ր - 1)դ$։

---

139. Թուաբանական համեմատութեան մէջ նկատելի քանի՞ թիւեր կան։ Ի՞նչ են անոնք։ Ամէն թուաբանական յառաջատութեան մէջ ընդհանուր տարբերութիւնն ինչի՞ հաւասար է։

*Ապացոյց.* Ասենք թէ թուաբանական յառաջադրութեան առաջին եղբը հաւասար է վերջին եղբին՝ նոյն ընդհանուր տարբերութիւնը պրպտելու համար պէտք է մի 1 պակաս թուոց գումարակէտ։

*Նոյն տարբերէն կը գտնենք նաեւ*

$$տ = \frac{վ - ա}{ր - 1}։$$

*Ապացոյց.* Թուաբանական որ և է յառաջադրութեան վերջ ընդհանուր տարբերութիւնը հաւասար է վերջին եղբին՝ ա առաջին եղբին վերջին եղած տարբերութեան՝ բաժանեալ եղբոց թիւն 1 պակաս թուով։

1. *Վերջին եղբն է 16, առաջին եղբը 4, եւ եղբաց թիւն է 3. ի՞նչ է ընդհանուր տարբերութիւնը։*

*Սա տարբերէն* $տ = \frac{վ - ա}{ր - 1}$

*կ'ունենանք* $տ = \frac{16 - 4}{4} = 3։$

2. *Վերջին եղբն է 22, առաջին եղբը 4, եւ եղեբաց թիւն է 10. ընդհանուր տարբերութիւնն ինչ է։* Պ. 2։

**140.** *Վերջին սկզբունքը լուծում մ'է հետեւեալ խնդրոյն։*

Ա. և Բ. երկու թուոց վերջերը Մ հար թուաբանական վերջն թիւը գտնել։

*Այս խնդիրը լուծելու համար՝ նախ հարկաւոր է ընդհանուր տարբերութիւնը գտնել։ Արդ՝ ա թուաբանական յառաջատութեան առաջին եղբը, է վերջին եղբը, եւ պահանջեալ միջինները միջանկեալ եղբերը կրնանք համարել։ Այս յառաջատութեան եղեբաց թիւը ՝ + 2 ով պիտի ցուցուի։*

---

140. Որեւիցէ երկու թիւերու միջտեղի թուաբանական որեւէ միջին թիւ մը ի՞նչպէս կը գտնուի։

Սրդ՝ վերոյհեղեալ տարբերին մէջ բ վի, եւ ՛ՀՀ+2 ՝ի հետ փոխանակելով՝ ձեւը կ'ելլայ

$$պ = \frac{բ - ա}{ՀՀ + 2 - 1} = \frac{բ - ա}{ՀՀ + 1}.$$

այսինքն. Պահանջեալ յառաջադրութեան ընդհանուր բանաձեւը կը գտնուի՝ Ա+Բ նուազ ՀԼՀԷՂԷ բաբբերութեանը պահանջեալ ՀԼԷՆՆԵՐՈՒՆ ՆԷՆ 1 ասուելով բաժնելով։

Ընդհանուր տարբերութիւնը գտած ելլալով՝ պ ալ վրայ աւելցընելով յառաջատուութեան երկրորդ եղրը կամ թուաբանական առաջին միջինը կ'ելլէ։ Երկրորդ միջինը կը գտնուի առաջին միջնոյն վրայ պ աւելցընելով, եւ այլն։

1. Գտիր 2 եւ 18 ծայրերուն մէջտեղի թուաբանական երեք միջինները։

Սա տարբերը $$պ = \frac{բ - ա}{ՀՀ + 1}$$

կու տայ $$պ = \frac{18 - 2}{4} = 4.$$

ուստի՝ յառաջատուութիւնն է

$$2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 18։$$

2. Գտիր 12ի եւ 77ի մէջտեղի թուաբանական տասուերկու միջինները։

Սա տարբերը $$պ = \frac{բ - ա}{ՀՀ + 1}$$

կու տայ $$պ = \frac{77 - 12}{13} = 5։$$

Ուստի՝ յառաջատուութիւնն է

$$12 \cdot 17 \cdot 22 \cdot 27 \cdot \cdot \cdot 77։$$

## ՕՐԻՆԱԿՔ

186 1. Գտիր 2 · 9 · 16 · 23 . . . յառաջատուութեան առաջին յիսուն եղրերուն գումարը։

50ՐԴ եզրին համար կ'ունենանք

$$Ձ = 2 + 49 \times 7 = 345։$$

ուստի՝ $Գ = (2 + 345) \times \frac{50}{2} = 347 \times 25 = 8675։$

2. Գտիր 2 · 9 · 16 · 23 · · · կարգին 100Դ եզրը։ Պ · 695։

3. Գտիր 1 · 3 · 5 · 7 · 9 · · · կարգին 100 եզրերուն գումարը։ Պ · 10000։

4. Մեծագոյն եզրն է 70, ընդհանուր տարբերութիւնը 3, եւ եզերաց թիւն է 21 · փոքրագոյն եզրը եւ կարգին գումարն ինչ են։

Պ · Փոքրագոյն եզրը 10 · կարգին գումարը 840։

5. Առաջին եզրն է 4, ընդհանուր տարբերութիւնը 8, եւ եզերաց թիւը 8 · վերջին եզրը, եւ կարգին գումարն ինչ են։

Պ · Վերջին եզրը՝ 60, գումարը՝ 256։

6. Առաջին եզրն է 2, վերջին եզրը 20, եւ եզերաց թիւը 10 · ընդհանուր տարբերութիւնն ինչ է։

Պ · 2։

7. Տոցուր 4 եւ 19 երկու թուոց մէջտեղը չորս միջիններ · ինչ է կարգը։

Պ · 4 · 7 · 10 · 13 · 16 · 19։

8. Թուաբանական նուազող յառաջատութեան մը առաջին եզրն է 10, ընդհանուր տարբերութիւնը՝ մէկ երրորդ, եւ եզերաց թիւն է 21 · կարգին գումարն ինչ է։

Պ · 140։

9. Թուաբանական յառաջատութեան մը մէջ՝ ընդհանուր տարբերութիւնը 6, վերջին եզրը 185, եւ եզերաց գումարը 2945 ըլլալով, առաջին եզրը, եւ եզերաց թիւն ինչ են։

Պ · Առաջին եզրը՝ 5 · եզերաց թիւը՝ 31։

193 10. Գտիր 2 · 5 · 8 · 11 · 14 · · · յառաջատուութեան իւրաքանչիւր նախադասին ու յետադասին մէջտեղի թուաբանական ինը միջիններդը։

պ · ա = 0 · 3։

194 11. Գետնի մը վրայ իրարմէ հեռու հարիւր քար ուղիղ գծով շարուած, եւ առաջին քարէն 2 կանգուն հեռու զամբիւղ մը դրուած է, որքան ճամբայ պիտի քալէ մարդ մը, եթէ զամբիւղին քովէն ելլէ ու մէկիկ մէկիկ բերէ զամբիւղին մէջ դնէ քարերդը։

պ · 20200 կանգուն։

## Երկրաչափական Համեմատութիւն և Յառաջատութիւն։

141. Ընդհանուր համեմատութիւն է այն քանորդը որ քանակութիւն մը ուրիշ համասեռ քանակութեամբ բաժնելէն կ'ելլէ։ Ինչպէս՝ եթէ 3 եւ 6 թիւերդը նոյն միութիւնն ունին, անոնց 3ին առ 6 ունեցած ընդհանուր համեմատությանը կը ցուցուի հետեւեալ ձեւով

$$\frac{6}{3} = 2։$$

Եւ առ հասարակ՝ եթէ Ա. եւ Բ. ներկայացընեն համասեռ քանակութիւնները, անոնց Ա.ի առ Բ. ունեցած ընդհանուր համեմատությանը կը ցուցուի այսպէս

$$\frac{Բ.}{Ա.}։$$

142. Եթէ չորս թիւեր

2 , 4 , 8 , 16 ,

այնպիսի արժէք ունին որ երկրորդն առջինով բաժնուելով հաւասար է երրորդով բաժանեալ չորրորդ-

---

141. Ի՞նչ է ընդհանուր համեմատությանը։

142. Ի՞նչ է համեմատութիւնը։ Ի՞նչպէս կը ցուցուի թէ չորս քանակութիւնք համեմատութեան մէջ են։ Անդամներն ի՞նչ կը կոչուին։ Առաջին և չորրորդ եզրերն ի՞նչ կ'ըսուին։ Ի՞նչ՝ երկրորդն ու երրորդը։

պին, անաւանն թիւերը համեմատութեան մէջ են կ'ըսուի։ Եւ առ հասարակ՝ եթէ Ա, Բ, Գ եւ Դ չորս քանակութիւններն այնպէս արժէք ունին որ

$$\frac{Բ}{Ա} = \frac{Գ}{Դ},$$

անաւանն կ'ըսուի թէ Ա այնպէս կը համեմատի Բ-ի, ինչպէս Գ՝ Դ-ի։ Երբ չորս քանակութիւնք՝ զոյգ զոյգ մէկտեղ բաղդատուելով, իրարու հետ այս յարաբերութիւնն ունին՝ երկրաչափական համեմատութեան մէջ են կ'ըսուի։

Ա-ի առ Բ ունեցած ընդհանուր համեմատականը Գ-ի առ Դ ունեցած ընդհանուր համեմատականին հաւասար ըլլալը ցուցընելու համար՝ քանակութիւնները կը գրենք այսպէս.

Ա : Բ :: Գ : Դ.

եւ կը կարդանք՝ Ա այնպէս կը համեմատի Բ-ի, ինչպէս Գ՝ Դ-ի։

Ա-ին քանակութիւնները որ իրարու հետ կը բաղդատուին՝ կ'ըսուին եղէր։ համեմատութեան։ Առաջին եւ վերջին եղերը կ'ըսուին ծայր։, եւ երկրորդ ու երրորդ եղերը կ'ըսուին միջին։։ Ինչպէս՝ Ա եւ Դ ծայրեր են, եւ Բ ու Գ միջինք։

**143.** Համեմատական չորս քանակութեանց առաջինը եւ երրորդը կը կոչուին նախորդ։, եւ երկրորդն ու չորրորդը յետորդ։. եւ վերջինը կ'ըսուի միւս երեքին, կարգաւ առնելով, չորրորդ համեմատականը։ Ինչպէս վերջի համեմատութեան մէջ Ա եւ Գ նախադաս են, եւ Բ ու Դ յետադաս։

**144.** Երեք քանակութիւնք անաւանն իրարու համեմատական են, երբ առաջնոյն առ երկրորդն

---

143. Համեմատական չորս քանակութեանց մէջ առաջինն ու երրորդն ի՞նչ կ'ըսուին։ Ի՞նչ՝ երկրորդն ու չորրորդը։

144. Ե՞րբ երեք քանակութիւնք համեմատական են։ Ի՞նչ կը կոչուի միջին քանակութիւնը։

ունեցած ընդհանուր համեմատականը նոյն է երկրորդին առ երրորդն ունեցած ընդհանուր համեմատականին հետ. եւ անոնց միջին եղբը կ'լսուի միւս երկուքին մէջտեղի միջին համեմատականը։

Զորօրինակ՝ 3 : 6 :: 6 : 12.

եւ 6՝ 3ի եւ 12ի մէջտեղի միջին համեմատականն է։

**145.** Քանակութիւնները խոտորնակ համեմատութիւն ունին կ'ըսուի, երբ յետադասները նախադաս, եւ նախադասները յետադաս կ'ըլլան։

Ինչպէս՝ եթէ ունինք յետադայ համեմատութիւնը

3 : 6 :: 8 : 16,

խոտորնակ համեմատութիւնը պիտի ըլլայ

6 : 3 :: 16 : 8։

**146.** Քանակութիւնները փոփոխեան համեմատութիւն ունին կ'ըսուի, երբ նախադասը նախադասին հետ, եւ յետադասը յետադասին հետ կը բաղդատուի։

Ինչպէս՝ եթէ ունինք յետադայ համեմատութիւնը

3 : 6 :: 8 : 16,

փոփոխական համեմատութիւնը պիտի ըլլայ

3 : 8 :: 6 : 16։

**147.** Քանակութիւնները բաղխիւսական համեմատութիւն ունին կ'ըսուի, երբ նախադասին ու յետադասին գումարը կը բաղդատուի կամ նախադասին կամ յետադասին հետ։

---

145. Ե՞րբ քանակութիւնները խոտորնակ համեմատութիւն ունին կ'ըսուի։

146. Ե՞րբ քանակութիւնները փոփոխական համեմատութիւն ունին։

147. Ե՞րբ քանակութիւնները բաղխիւսական համեմատութիւն ունին։

Ինչպէս՝ եթէ ունինք յետագայ համեմատութիւնը

$$2 : 4 :: 8 : 16,$$

բաղդիւսական համեմատութիւնը կ'ելլայ

$$2+4 : 4 :: 8+16 : 16.$$

այսինքն՝ $$6 : 4 :: 24 : 16.$$

**148.** Քանակութիւնները բաժանական համեմատութիւն ունին կ'ըսուի, երբ նախադասին եւ յետադասին տարբերութիւնը կը բաղդատուի կամ նախադասին կամ յետադասին հետ։

Ինչպէս՝ եթէ ունինք հետեւեալ համեմատութիւնը

$$3 : 9 :: 12 : 36,$$

բաժանական համեմատութիւնը պիտի ելլայ

$$9-3 : 9 :: 36-12 : 36.$$

այսինքն՝ $$6 : 9 :: 24 : 36.$$

**149.** Երկու կամ աւելի քանակութեանց համաչափապատկիչները այն արտադրեալներն են՝ որ քանակութիւնները միւսնոյն թուով բազմապատկելէ կ'ելլեն։

Զարօրինակ՝ եթէ ունինք որեւէ երկու թիւեր՝ ինչպէս 6 եւ 5, եւ բազմապատկենք երկուքն ալ թուով մը, ինչպէս 9 ով, անոնց համաբազմապատկիչները կ'ելլան 54 եւ 45. քանզի

$$6 \times 9 = 54, \text{ եւ } 5 \times 9 = 45.$$

Նաեւ $5 \times A$ եւ $5 \times B$՝ $A$ի ու $B$ի համաբազմապատկիչներն են, $5$ ընդհանուր բազմապատկիչ ըլլալով։

---

148. Ե՞րբ քանակութիւնները բաժանական համեմատութիւն ունին։

149. Երկու կամ աւելի քանակութեանց համաբազմապատկիչներն ի՞նչ են։

**150.** *Եթէ ունինք հետևեալ համեմատութիւնը*

$$Ա : Բ :: Գ : Դ,$$

*կ'ունենանք* $\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ}$, (ցոյց. 142).

*եւ կատարակաց հաւասարութիւնը պարզելով՝ կ'ունենանք* $ԲԳ = ԱԴ$։

*Այսինքն՝ Համեմատական ըրա փոնակոմիէանց երկոտ ծայրերուն արտադրեալը հաւասար է երկու միջիններուն արտադրեալին։*

*Այս ընդհանուր սկզբունքը յայտնի է հետեւեալ թուոց մէջ եղող համեմատութենէն*

$$2 : 10 :: 12 : 60,$$

*քանզի* $2 \times 60 = 10 \times 12 = 120$։

**151.** *Եթէ չորս քանակութիւնք Ա., Բ., Գ., Դ., իրարու հետ այնպիսի յարաբերութիւն ունին որ*

$$Ա. \times Դ. = Բ. \times Գ.$$

*կ'ունենանք նաեւ* $\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ}$.

*եւ ուստի՝* $Ա. : Բ. :: Գ. : Դ.$։

*Այսինքն՝ Եթէ երկու փոնակոմիէանց արտադրեալը հաւասար է միւս երկու փոնակոմիէանց արտադրեալին, ըրբոր համեմատութեան մէջ կրնայ դրուիլ։ Ի՞նչպէս։*

*Ինչպէս՝ եթէ ունինք*

$$2 \times 8 = 4 \times 4,$$

*նաեւ կ'ունենանք* $2 : 4 :: 4 : 8$։

---

150. *Եթէ չորս քանակութիւնք համեմատական են, երկու միջիններուն արտադրեալն ինչի՞ հաւասար է։*

151. *Եթէ երկու քանակութեանց արտադրեալը հաւասար է միւս երկու քանակութեանց արտադրեալին, չորսը համեմատութեան մէջ կրնայ դրուիլ։ Ի՞նչպէս։*

**152.** *Եթէ ունինք հետեւեալ երեք համեմատական քանակութիւնները*

$$Ա : Բ :: Բ : Գ,$$

*կ'ունենանք,* $$\frac{Բ}{Ա} = \frac{Գ}{Բ}.$$

*ուստի* $$Բ^2 = ԱԳ,$$

*Այսինքն.* Եթէ երեք փոխադարձաբար համեմատական են, ինչպէս եղբին փոքրագոյնն հաստատագոյն է երկու ծայրերուն արտադրեալն։

*Ինչպէս՝ եթէ ունինք հետեւեալ համեմատութիւնը*

$$3 : 6 :: 6 : 12,$$

*կ'ունենանք նաեւ* $6 \times 6 = 6^2 = 3 \times 12 = 36$։

**153.** *Եթէ ունինք*

$Ա : Բ :: Գ : Դ$, *եւ հետեւապէս* $\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ}$, *բազմապատկէ վերջին հաւասարութեան երկու անդամներն ալ* $\frac{Գ}{Բ}$ *ով, եւ ապա կ'ունենանք,*

$$\frac{Գ}{Ա} = \frac{Դ}{Բ},$$

*եւ ուստի՝* $Ա : Գ :: Բ : Դ$։

*Այսինքն.* Եթէ չորս փոխադարձաբար համեմատական են, փոփոխակի առնելով ալ համեմատական են։

*Առնենք օրինակի համար*

$$10 : 15 :: 20 : 30.$$

*Եղբերը փոխանակելով՝ կ'ունենանք,*

$$10 : 20 :: 15 : 30.$$

---

152. Եթէ երեք քանակութիւնք համեմատական են, ծայրերուն արտադրեալն ինչի՞ հաւասար է։

153. Եթէ չորս քանակութիւններ համեմատական են, փոփոխակի առնելով ալ համեմատակա՞ն են։

**154.** *Եթէ ունինք*

Ա : Բ :: Գ : Դ *եւ* Ա : Բ :: Ե : Զ։

*Նաեւ կ'ունենանք*

$$\frac{\text{Բ}}{\text{Ա}} = \frac{\text{Դ}}{\text{Գ}}, \text{ եւ } \frac{\text{Բ}}{\text{Ա}} = \frac{\text{Զ}}{\text{Ե}}.$$

*ուստի* $\frac{\text{Դ}}{\text{Գ}} = \frac{\text{Զ}}{\text{Ե}}$ *եւ* Գ : Դ :: Ե : Զ։

*Ապացոյցն.* Եթէ երկու կարգ համեմատութեանց իւրաքանչիւրին նախադասան ու յետադասը հաւասար է միւսին նախադասին ու յետադասին, հետեւապէս նոքա եղբարք համեմատական են։

*Եթէ ունինք հետեւեալ երկու համեմատութիւնները*

2 : 6 :: 8 : 24 *եւ* 2 : 6 :: 10 : 30,

*նաեւ կ'ունենանք* 8 : 24 :: 10 : 30։

**155.** *Եթէ ունինք*

Ա : Բ :: Գ : Դ, *եւ հետեւապէս* $\frac{\text{Բ}}{\text{Ա}} = \frac{\text{Դ}}{\text{Գ}}$,

*հաւասարութեան իւրաքանչիւր անդամով 1ը բաժնելով՝ կ'ունենանք*

$\frac{\text{Ա}}{\text{Բ}} = \frac{\text{Գ}}{\text{Դ}}$, *եւ հետեւապէս* Բ : Ա :: Դ : Գ։

*Ապացոյցն.* Չորս համեմատական փոփոխելով՝ նորէն համեմատական են։

*Թուական օրինակ մը տալու համար՝ առ հետեւեալ համեմատութիւնը*

7 : 14 :: 8 : 16.

*անաւանն խառնակ համեմատութիւնն է*

14 : 7 :: 16 : 8

*որուն մէջ ընդհանուր համեմատականն է մէկ երկրորդ։*

---

154. Եթէ երկու կարգ համեմատութեանց իւրաքանչիւրին նախադասան ու յետադասը հաւասար են, ի՞նչ կը հետեւի։

155. Եթէ չորս քանակութիւններ համեմատական են, խառնակի առնելով ալ համեմատակա՞ն են։

**156.** *Հետեւեալ համեմատութենէն*

Ա : Բ :: Գ : Դ *կ'ունենանք* Ա × Դ = Բ × Գ։

*Վերջին հաւասարութեան իւրաքանչիւր անդամին վրայ աւելցուր* Բ × Դ։

*Անասնոյ կ'ունենանք*

$$(Ա + Բ) \times Դ = (Գ + Դ) \times Բ.$$

*եւ զատելով քանորդականները՝ կ'ունենանք*

$$Ա + Բ : Բ :: Գ + Դ : Դ։$$

*Եթէ փոխանակ աւելցընելու հանենք* Բ × Դ *երկու անդամներէն ալ, կ'ունենանք*

$$(Ա - Բ) \times Դ = (Գ - Դ) \times Բ.$$

*եւ*

$$Ա - Բ : Բ :: Գ - Դ : Դ։$$

*Այսինքն.* Եթէ չորս փոփոխականներ համեմատական են, համեմատական են նաեւ քաղհիւսութեամբ եւ քաժանմամբ։

*Ինչպէս՝ եթէ ունինք հետեւեալ համեմատութիւնը*

$$9 : 27 :: 16 : 48,$$

*կ'ունենանք՝ քաղհիւսութեամբ,*

$$9 + 27 : 27 :: 16 + 48 : 48,$$

*այսինքն՝*

$$36 : 27 :: 64 : 48,$$

*որուն մէջ ընդհանուր համեմատականն է երեք չորրորդ։*

*Նոյն համեմատութիւնը քաժանմամբ կու տայ*

$$27 - 9 : 27 :: 48 - 16 : 48.$$

*այսինքն՝*

$$18 : 27 :: 32 : 48$$

*որուն մէջ ընդհանուր համեմատականն է մէկ ու կէս։*

---

156. Եթէ չորս քանակութիւնք համեմատական են՝ քաղհիւսութեամբ ալ համեմատակա՞ն են։ Քաժանմամբ ալ համեմատակա՞ն են։ Ի՞նչ է քաղհիւսութեան եւ քաժանման մէջ եղած տարբերութիւնը։

**157.** *Եթէ ունինք*

$$\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ},$$

*եւ բազմապատկենք առաջին անդամին համարիչն ու յայտարարը Ճ թուով մը, կ'ունենանք*

$$\frac{ՃԲ}{ՃԱ} = \frac{Դ}{Գ} \text{ եւ } ՃԱ : ՃԲ :: Գ : Դ։$$

*Այսինքն. Երկու քանակութեանց հաւասար բազմապատկիչները նոյն ընդհանուր համեմատակն ունին ինչպէս նոյն իրենք քանակութիւնքն։*

*Զորօրինակ՝ եթէ ունինք յետադայ համեմատութիւնը*

$$5 : 10 :: 12 : 24,$$

*եւ բազմապատկենք առաջին նախադասն ու յետադասը 6 ով՝ կ'ունենանք*

$$30 : 60 :: 12 : 24$$

*որուն մէջ ընդհանուր համեմատականը տակաւին 2 է։*

**158.** *Ցետադայ համեմատութիւններէն*

$$Ա : Բ :: Գ : Դ \text{ եւ } Ա : Բ :: Ե : Զ,$$

*կ'ունենանք*

$$Ա \times Դ = Բ \times Գ \text{ եւ } Ա \times Զ = Բ \times Ե.$$

*դումարելով եւ հանելով այս հաւասարութիւնները՝*

*կ'ունենանք* $Ա\,(Դ \pm Զ) = Բ\,(Գ \pm Ե)$,

*կամ* $Ա : Բ :: Դ \pm Ե : Գ \pm Զ։$

*Այսինքն՝ եթէ Գ և Դ՝ նախադասն ու յետադասը,*

---

157. Երկու քանակութեանց հաւասար բազմապատկիչները նոյն ընդհանուր համեմատակա՞նն ունին ինչպէս որ քանակութիւնները։

158. Դիցուք թէ նախադասն ու յետադասը աւելցուին կամ պակսուին միևնոյն ընդհանուր համեմատականն ունեցող քանակութիւններով, եւած քանակութիւններն ի՞նչ կ'ունենան։

աւելցուին կամ պակասին Ե և Զ փոփոխութիւններով՝ որոնք նոյն ընդհանուր հաշիւտարկանն ունին ինչոր Գ Դ ունին, եւլաց փոփոխութիւնքը նոյն ընդհանուր հաշիւտարկանը կ'ունենան։

Օրինակի համար՝ առնենք հետեւեալ համեմատութիւնը

9 : 18 :: 20 : 40,

որուն մէջ ընդհանուր համեմատականը 2 է։

Եթէ նախադասան ու յետադասան աւելցընենք 15 եւ 30 թիւերով՝ որոնք նոյն ընդհանուր համեմատականն ունին, կ'ունենանք

$$9+15 : 18+30 :: 20 : 40.$$

այսինքն՝

$$24 : 48 :: 20 : 40,$$

որուն մէջ ընդհանուր համեմատականը տակաւին 2 է։

Եթէ երկրորդ նախադասան ու յետադասան այն թիւերով զատ զատ պակասցընենք, կ'ունենանք

$$9 : 18 :: 20-15 : 40-30.$$

այսինքն՝

$$9 : 18 :: 5 : 10,$$

որուն մէջ ընդհանուր համեմատականը տակաւին 2 է։

**159.** *Եթէ առնենք հետեւեալ այլեւայլ համեմատութիւնները*

Ա : Բ :: Գ : Դ, որմէ կ'ունենանք Ա × Դ = Բ × Գ,
Ա : Բ :: Ե : Զ, » » Ա × Զ = Բ × Ե,
Ա : Բ :: Է : Ը, » » Ա × Ը = Բ × Է,
եւ այլն, եւ այլն,

յաւելմամբ կ'ունենանք

$$Ա (Դ + Զ + Ը) = Բ (Գ + Ե + Է).$$

եւ զատելով քանորդականները

$$Ա : Բ :: Գ + Ե + Է : Դ + Զ + Ը,$$

---

159. Միևնոյն ընդհանուր համեմատականն ունեցող որևէ թիւ համեմատութեանց մէջ՝ որևէ նախադասա մը իր յետադասին հետ ի՞նչպէս կը համեմատի։

Այսինքն. Մի՛ևնոյն ընդհանուր հանրահաշվական նանեցող որևէ թիւ հանրահաշվականից մի՛ջ որևէ նախադասաւոր ալնպէս կը հանրահաշիւ իր յերաստրաւոր թնդալէս նախադասանէրուն գումարը յերաստրանէրուն գումարքն։

Զորօրինակ՝ առնենք,

$$2 : 4 :: 6 : 12 \text{ եւ } 1 : 2 :: 3 : 6, \text{ եւ այլն։}$$

Անատեն $2 : 4 :: 6 + 3 : 12 + 6.$

այսինքն՝ $2 : 4 :: 9 : 18,$

որուն մէջ ընդհանուր համեմատականը տակաւին 2 է։

**160.** Եթէ ունինք հետեւեալ չորս համեմատական քանակութիւնները Ա : Բ :: Գ : Դ, կ'ունենանք $\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ}$. եւ երկու անդամներն ալ Դ կարողութեան հանելով, կամ Դ արմատը գտնելով՝ կ'ունենանք $\frac{Բ^{Դ}}{Ա^{Դ}} = \frac{Դ^{Դ}}{Գ^{Դ}}$, եւ հետեւապէս

$$Ա^{Դ} : Բ^{Դ} :: Գ^{Դ} : Դ^{Դ}։$$

Այսինքն. Եթէ չորս փանակութիւնք համեմատական են, իրենց Դնման կարողութիւնքը կամ արմատքն ալ համեմատական են։

Զորօրինակ՝ եթէ ունինք

$$2 : 4 :: 3 : 6,$$

կ'ունենանք $2^2 : 4^2 :: 3^2 : 6^2.$

այսինքն՝ $4 : 16 :: 9 : 36,$

որուն մէջ եզրերը համեմատական են, ընդհանուր համեմատականը 4 ըլլալով։

---

160. Չորս համեմատական քանակութեանց մէջ նման կարողութիւնները կամ արմատները ի՞նչպէս են։

**161.** *Թող երկու կարգ համեմատութիւններ ըլլան,*

Ա : Բ :: Գ : Դ *որմէ կ'ունենանք* $\frac{Բ}{Ա} = \frac{Դ}{Գ}$,

Ե : Զ :: Է : Ը, » » $\frac{Զ}{Ե} = \frac{Ը}{Է}$,

*Բազմապատկէ զանոնք իրարու հետ՝ անդամ անդամով եւ կ'ունենանք*

$\frac{ԲԶ}{ԱԵ} = \frac{ԴԸ}{ԳԷ}$։ *Սակէ կ'ունենանք* ԱԵ : ԲԶ :: ԳԷ : ԴԸ։

*Այսինքն. Երկու կարգ համեմատական փոփոխութեանց մէջ՝ համեմատական եղբերուն արտադրեալները համեմատական են։*

*Ինչպէս՝ եթէ ունինք հետեւեալ երկու համեմատութիւնները*

8 : 16 :: 10 : 20

*եւ* 3 : 4 :: 6 : 8,

*կ'ունենանք* 24 : 64 :: 60 : 160։

*Երկրաչափական Յառաջադրութիւն։*

**162.** *Մինչեւ յարդ խօսեցանք միայն այն դէպքին վրայ որուն մէջ առաջին եղբին առ երկրորդն ընդհանուր համեմատականը նոյն է երրորդին առ չորրորդն ընդհանուր համեմատականին հետ։*

---

161. Երկու կարգ համեմատութեանց մէջ ի՞նչպէս են համեմատական եղբերաց արտադրեալները։

162. Ի՞նչ է երկրաչափական յառաջատութիւնը։ Ի՞նչ է յառաջատութեան ընդհանուր համեմատականը։ Եթէ յառաջատութեան որեւէ եզր մը ընդհանուր համեմատականով բազմապատկուի՝ ի՞նչ կ'ըլլայ արտադրեալը։ Եթէ եզր մը ընդհանուր համեմատականով բաժնուի, ի՞նչ կ'ըլլայ քանորդը։ Քանորդական յառաջատութիւն մը ի՞նչպէս կը դրուի։ Եղբերքն որը միայն նախադասա է։ Ո՞րը միայն յետադասա։

Եթէ հետեւեալ պայմանն ունինք, թէ երկրորդ եզրին առ երրորդ եզր ընդհանուր համեմատականը նոյն է նաեւ առաջնոյն առ երկրորդն, կամ երկրորդին առ չորրորդն ունեցած ընդհանուր համեմատականին հետ, կ'ունենանք կարգ մը թիւ՝ որոց իւրաքանչիւրն իր նախընթաց եզրովը բաժանեալ, պիտի տայ նոյն ընդհանուր համեմատականը։ Ուստի՝ եթէ որեւէ թիւ այս քանորդով բազմապատկուի, արտադրեալը կ'ըլլայ յաջորդ եզրը։ Այսպէս կազմուած կարգ մը թուոց կ'ըսուի Երկրաչափական Յառաջադիմութիւն։ Ուստի՝

Երկրաչափական կամ Քանորդական Յառաջադիմութիւնը՝ եզերաց կարգ մ'է, որուն իւրաքանչիւրը հաւասար է միեւնոյն թուով բազմապատկեալ նախընթաց եզրին, եւ ան թուոյն կ'ըսուի ընդհանուր համեմատական յառաջատուութեան։ Ինչպէս՝

1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243, եւ այլն,

երկրաչափական յառաջատուութիւն մ'է, որուն ընդհանուր համեմատականն է 3։ Եւ կը գրուի եզրերուն մէջտեղը միայն երկու կէտ դնելով։

Նաեւ 64 : 32 : 16 : 8 : 4 : 2 : 1

երկրաչափական յառաջատուութիւն մ'է, որուն ընդհանուր համեմատականն է մէկ կէս։

Առաջին յառաջատուութեան մէջ իւրաքանչիւր եզր երեք անգամ կը պարունակի իր յաջորդ եզրին մէջ, ուստի եւ ընդհանուր համեմատականն է 3։ Երկրորդին մէջ՝ իւրաքանչիւր եզր մէկ երկրորդ անգամ կը պարունակի իր յաջորդ եզրին մէջ, ուստի եւ ընդհանուր համեմատականն է մէկ երկրորդ։

Առաջինը կ'ըսուի աճեցող յառաջատուութիւն, եւ երկրորդը նուազող յառաջատուութիւն։

Դիցուք թէ ա, բ, գ, դ, ե, զ, . . . քանոր-

գտնան յառաջատութեան մը քանակութիւններն են. որոնք կը գրուին այսպէս.

$$ա : բ : գ : դ : ե : զ : է \ldots$$

եւ ասիկայ ճիշտ տարբերական յառաջատութեան կերպով կը կարդացուի։ Սակայն եւ այնպէս՝ հարկ է սա զանազութիւնն ընել՝ թէ մէկը հաւասար փոքրիկ-ենթամբ կազմուած կարդ մ'է, եւ միւսը հաւասար փանդրդով կամ ընդհանուր համեմատականով կազմուած կարդ մ'է։ Նշանակելու ենք թէ իւրաքանչիւր եղբ միւնոյն առեն նախադաս մը եւ յետադաս մ'է բայց առաջինէն՝ որ միայն նախադաս մ'է, եւ վերջինէն՝ որ միայն յետադաս մ'է։

**163.** Թող հ ցուցնէ յետադայ յառաջատութեան ընդհանուր համեմատականը

$$ա : բ : գ : դ \ldots$$

հ > 1 ըլլալով՝ երբ յառաջատութիւնն աճեցող է, եւ հ < 1 երբ յառաջատութիւնը նուազող է։ Ցնտանեն որոշեմեանք

$$\frac{բ}{ա} = հ, \quad \frac{գ}{բ} = հ, \quad \frac{դ}{գ} = հ, \quad \frac{ե}{դ} = հ, \text{ եւ այլն,}$$

կ'ունենանք

$$բ = ահ, \quad գ = բհ = ահ^2, \quad դ = գհ = ահ^3,$$
$$ե = դհ = ահ^4, \quad զ = եհ = ահ^5 \ldots$$

այսինքն՝ երկրորդ եղբը հաւասար է ահ ի, երրորդը՝ $ահ^2$ ի, չորրորդը՝ $ահ^3$ ի, հինգերորդը՝ $ահ^4$ ի, եւ այլն. եւ առ հասարակ՝ ը-ը եղբը, այսինքն՝ այն եղբը որուն առջեւը ը — 1 եղբերը կան, կը ցուցուի $ահ^{ը-1}$ ով։

---

165. Ի՞նչ գրով կը ցուցուի յառաջատութեան մը ընդհանուր համեմատականը։ Աճեցող յառաջատութեան մը հ 1 է մեծագոյն է թէ փոքրագոյն։ Նուազող յառաջատութեան մը մէջ հ 1 է մեծագոյն է թէ փոքրագոյն։ Եթէ ա է առաջին եղբը և հ ընդհանուր համեմատականը, երկրորդ եղբը ինչի՞ հաւասար է։ Երրորդը՝ ինչի՞։ Չորրորդը՝ ինչի՞։ Վերջին եղբը՝ ինչի՞։ Ըսէ վերջին եղբը գտնելու կանոնը։

Թող վ ըլլայ այս եզրը. անատեն կ'ունենանք

$$վ = ահր - 1 \text{ տարբերը},$$

որով կրնանք գտնել որեւէ եզր՝ առանց գտնել պարտաւորելու իրմէ առաջ եղող բոլոր եզրերը։ Ուստի՝ յառաջատութեան մը վերջին եզրը գտնելու համար՝ հետեւեալ կանոնն ունինք։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Հանէ ընդհանուրը համեմատականը երկրայոց ընթացքին՝ ինչ որ պակաս կարդալիանը։

Բ. Բազմապատկէ գտնուած կարգաթիւը ատաջին եզրով. արդիւնքն է պահանջեալ եզրը։

### ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտէր 5րդ եզրը հետեւեալ յառաջատութեան

$$2 : 4 : 8 : 16 \cdot \cdot$$

որուն մէջ առաջին եզրն է 2 եւ ընդհանուր համեմատականն է 2։

$$5^{\text{րդ}} \text{ եզր} = 2 \times 2^4 = 2 \times 16 = \text{ պ. } 32.$$

2. Գտէր 8րդ եզրը հետեւեալ յառաջատութեան

$$2 : 6 : 18 : 54 \cdot \cdot \cdot$$

$$8^{\text{րդ}} \text{ եզր} = 2 \times 3^7 = 2 \times 2187 = \text{ պ. } 4374։$$

3. Գտէր 6րդ եզրը սա յառաջատութեան

$$2 : 8 : 32 : 128 \cdot \cdot \cdot$$

$$6^{\text{րդ}} \text{ եզր} = 2 \times 4^5 = 2 \times 1024 = \text{ պ. } 2048։$$

4. Գտէր 12րդ եզրը հետեւեալ յառաջատութեան

$$64 : 16 : 4 : 1 : \frac{1}{4} \cdot \cdot \cdot$$

$$12^{\text{րդ}} \text{ եզր} = 64\left(\frac{1}{4}\right)^{11} = \frac{4^3}{4^{11}} = \frac{1}{4^8} =$$

$$\text{պ. } \frac{1}{65536}։$$

5. Մարդ մը խոստացաւ իր ծառային վճարել առաջին օրը 1 դահեկան, երկրորդ օրը 2, երրորդ օրը 4, այսպէս տասը օր՝ ամէն օր կրկնապատկելով. տասներորդ օրը ոչչափ ընդունեց։

Պ. 512 դահեկան։

**164.** Հիմա յառաջ պիտի երթանք գտնելու յառաջատութեան մը ը եղրերուն գումարը։ Ինչպէս՝

$$ա : բ : գ : դ : է : զ : \cdot\cdot\cdot : ռ : ս : վ \cdot$$

վ ցուցնելով ը-ի եղրը։

Կ'ունենանք հետեւեալ հաւասարութիւնները (Յօդ. 163), $բ = ա+հ$, $գ = բ+հ$, $դ = գ+հ$, $է = դ+հ$, $\cdot\cdot\cdot$ $ս = ռ+հ$, $վ = ա+հ$, եւ ամէնը մէկտեղ գումարելով՝ անդամ անդամի հետ, կը մակարերենք

գումարը ա. անդամոց։ գումարը բ. անդամոց։

$$բ + գ + դ + է + \cdot\cdot\cdot ս + վ = (ա + բ + գ + դ + \cdot\cdot\cdot ռ + ս)հ \cdot$$

որուն մէջ կը տեսնենք որ առաջին անդամը կը պարունակէ բոլոր եղրերը բաց ա-է, եւ վերջադիր մէջ եղող երկրորդ անդամին մէջի բազմեղրը կը պարունակէ բոլոր եղրերը բաց 'ի վ-է։ Ուստի՝ եթէ եղերբաց գումարը Գ կոչենք, կ'ունենանք

$$Գ - ա = (Գ - վ)հ = Գհ - վհ, \quad Գհ - Գ = վհ - ա \cdot$$

ուստի
$$Գ = \frac{վհ - ա}{հ - 1}։$$

Վասնորոյ՝ բոլոր եղերբաց գումարը կամ երկրաչափական յառաջատութեան մը կարգին գումարը գտնելու համար՝ հետեւեալ կանոնն ունինք։

---

164. Ըսէ կարգին գումարը գտնելու կանոնը։ Ի՞նչ է առաջին քայլը։ Ի՞նչ է երկրորդը։ Ի՞նչ է երրորդը։

## ԿԱՆՈՆ

Ա. Բազմապատկել վերջին եղբայրը ընդհանուր հանրահաշվական գումարով։

Բ. Հանել սրբոտրբեալին սուլջին եղբայրը։

Գ. Բաժնել ծնողացածը ընդհանուր հանրահաշվականին 1 պակասա թուով և փանդրբոնի է հարգին հնարմանը։

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. Գտիր հետևեալ յառաջատուբեան ութը եղբերուն գումարը։

$$2 : 6 : 18 : 54 : 162 \ldots 2 \times 3^7 = 4374.$$

$$գ = \frac{վ - ա}{հ - 1} = \frac{13122 - 2}{2} = 6560.$$

2. Գտիր հետևեալ յառաջատուբեան գումարը

$$2 : 4 : 8 : 16 : 32.$$

$$գ = \frac{վ - ա}{հ - 1} = \frac{64 - 2}{1} = 62.$$

195 3. Գտիր հետևեալ յառաջատուբեան տասը եղբերուն գումարը. $2 : 6 : 18 : 54 : 162 \ldots 2 \times 3^9 = 39366.$

գ. 59048։

196 4. Տարին կամ տասներկու ամիսը որչափ պարտք կրնաս վճարել, եթէ առաջին ամիսը վճարես 1 թալէր. երկրորդ ամիսը՝ 2 թալէր. երրորդը՝ 4 թալէր. և այսպէս ամէն յաջորդ վճարում նախորդին կրկինն ըլլալով. վերջին վճարումն ինչ պիտի ելլայ։

գ. { Պարտք, . . . 4095 ղուր.։
Վերջին վճարում, 2048 ղուր.։

197 5. Արքունական մը իր աղջիկը կարգելով նոր տարուն առաջին օրը՝ աղջկանը բաժնէն 1 լիրա

առաւ վեւային, եւ տարւոյն իւրաքանչիւր առնոց առաջին օրը պիտի կրկնապատկէր. աղջկան բաժինն ինչ էր։ պ. 4095 լէիրա։

198 6. Մարդ մը 10 դրիւ ցորեն գնեց այս պայմանաւ որ առաջին դրիւին 1 դահեկան վճարէ, երկրորդին՝ 3, երրորդին՝ 9, եւ այսպէս մինչեւ վերջը. ինչ վճարեց վերջին դրիւին եւ տասը դրիւին համար։

պ. { Վերջին դրիւ., 19683 դահ.։
Ամբողջ արժէք, 29524 դահ.։

199 7. Մարդ մը 4 դրիւ դարի ցանեց, որ առաջին հունձքին 32 դրիւ արտադրեց. անոնք ալ ցանեց, եւ նմանապէս 8 անգամը արտադրեցին. եւ դարձեալ իր ըոլոր հունձքը ցանեց, եւ դարձեալ 8 անգամը ընդունեց, եւ այսպէս մինչեւ 16 տարի։ Ի՞նչ էր վերջին հունձքը, եւ ինչ էր կարդին գումարը։

պ. { Վերջին, 140737488355328 գրէ-։
Գումար, 160842843834660 գրէ-։

**165.** Երբ յառաջատուութիւնը նուազող է, կ'ունենանք $հ < 1$ եւ $վ < ա$. վերոյիշեալ տարրը

$$գ = \frac{վհ - ա}{հ - 1},$$

գումարին համար կը գրուի յետադայ ձեւով

$$գ = \frac{ա - վհ}{1 - հ},$$

որպէս զի կատարակին երկու եզրերն ալ դրական ըլլան։

1. Գտիր հետեւեալ յառաջատուութեան եզրերուն գումարը 32 : 16 : 8 : 4 : 2

$$գ. \frac{ա - վհ}{1 - հ} = \frac{32 - 2 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{31}{\frac{1}{2}} = 62։$$

---

165. Ի՞նչ է նուազող յառաջատուութեան մը կարդին գումարին տարրը։

2. Գտէք յետագայ յառաջադրութեան առաջին տասներկու եզրերուն գումարը

$$64 : 16 : 4 \cdot 1 : \frac{1}{4} : \cdots : 64\left(\frac{1}{4}\right)^{11}, \text{ կամ } \frac{1}{65536} :$$

$$գ = \frac{ա - վ}{1 - հ} = \frac{64 - \frac{1}{65536} \times \frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} =$$

$$\frac{256 - \frac{1}{65536}}{3} = 85 + \frac{65535}{196608} :$$

198 3. Գտէք հետեւեալ յառաջադրութեան 6 եզրերուն գումարը, 512 : 128 : 32 . . .

գ . $682\frac{1}{2}$ :

199 4. Գտէք հետեւեալ յառաջադրութեան 7 եզրերուն գումարը 2187 : 729 : 243 . . .

գ . 3279 :

200 5. Գտէք յետագայ յառաջադրութեան 6 եզրերուն գումարը 972 : 324 : 108 . . .

գ . 1456 :

201 6. Գտէք յետագայ յառաջադրութեան 8 եզրերուն գումարը 147456 : 36864 : 9216 . . .

գ . 196605 :

**166.** Երկրաչափական յառաջադրութեան այլեւայլ թուոց մէջ նկատելի հինգ թիւեր կան :

1. Առաջին եզր = ա
2. Ընդհանուր հարեմատական = հ
3. Թիւ եզերաց = ր
4. Վերջին եզր = վ
5. Գումար եզերաց = գ

**167.** *Այս նիւթը պիտի վերջացընենք յետագայ առաջարկութիւնը լուծելով։*

*Երկու թուոց՝ ինչպէս տ և ն մէջտեղի միջին համեմատական մը գտնել։*

*Ցուցուր պահանջեալ միջինը + ով։ Անտանն կ'ունենանք* (ցոյց · 152),

$$+^2 = տ \times ն$$

*և ուստի՝*

$$+ = \sqrt{տ \times ն}$$

*Այսինքն՝ բազմապատիկ երկու՝ թիւերը երկրորդ հիմք, և հանիք արմատը երրորդ արմատը։*

1. *Ի՞նչ է 2 և 8 թուոց մէջտեղի երկրաչափական միջինը։*

$$\text{Միջին} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4։$$

2. *Ի՞նչ է 4ի և 16ի միջին համեմատականը։*

*Պ.* 8։

3. *Ի՞նչ է 3ի և 27ի միջին համեմատականը։*

*Պ.* 9։

4. *Ինչ է 2ի և 72ի միջին համեմատականը։*

*Պ.* 12։

5. *Ի՞նչ է 4ի և 64ի միջին համեմատականը։*

*Պ.* 16։

---

167. *Երկու թուոց մէջտեղի միջին համեմատականը ի՞նչպէս կը գտնուի։*

# ԳԼՈՒԽ Ը.

## ԼՈԿԱՐԻԹՄԱ ԿԱՄ ԴԻՊԱՀԱՄԱՐ

168. Առհասարակ գործածուած լոկարիթմայից բնութիւնն ու յատկութիւնները դիւրաւ կը հասկըցուին՝ ուշադրութեամբ դիտելով 10 թուոյն տարբեր կարողութիւնները։ Սոնք են՝

$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1000$$
$$10^4 = 10000$$
$$10^5 = 100000$$

*եւ այլն. եւ այլն։*

Յայտնի է թէ 0, 1, 2, 3, 4, 5, եւ այլն ցուցիչները թուաբանական կարգ մը կը կազմեն, որուն ընդհանուր տարբերութիւնն է 1. եւ թէ 1, 10, 100, 1000, 10000, 1000000, եւ այլն թիւերը երկրաչափական յառաջատութիւն մը կը կազմեն, որուն ընդհանուր համեմատականն է 10։ 10 թիւը կ'ըսուի խոշոր լոկարիթմայից դրութեան.

---

168. 1, 2, 3, եւ այլն ցուցիչներուն մէջտեղ ի՞նչ յարաբերութիւն կայ։ Ի՞նչպէս են 10, 100, 1000 համեմատական թիւերը։ Ցուցիչներուն ընդհանուր տարբերութիւնն ի՞նչ է։ Համեմատական թուոց ընդհանուր համեմատականն ի՞նչ է։ Լոկարիթմայից ընդհանուր դրութեան խարիսխն ի՞նչ է։ Ի՞նչ են ցուցիչները։

եւ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , եւ այլն ցուցիչներն այն թուոց լոկարիթմաներն են՝ որոնք կ'արտադրուին 10 այն ցուցիչներով նշանակեալ կարողութեանց հանելով ։

**169.** Եթէ թուոյ մը լոկարիթման նշանակենք ՏՈՎ, անտաեն նոյն ինքն թիւը 10 ին ՏՍԷ կարողութիւնը կ'ելլայ · այսինքն՝ եթէ համեմատական թիւը ներկայացընենք Մ ով

$$10^{Տ} = Մ$$

ինչպէս՝ եթէ Տ = 0 ընենք՝ Մ հաւասար պիտի ելլայ 1 ի · եթէ Տ = 1, Մ հաւասար պիտի ելլայ 10 ի · եւ այլն ։ Ուստի՝

Թուոյ մը լոգարիթման այն կարողութեան ցուցիչն է որուն հարկ է հանել դրութեան խարիսխը՝ այն թիւը արտադրելու համար ։

**170.** Թող 10ը ցուցնէ լոկարիթմայից դրութեան խարիսխը, Տ՝ որեւէ ցուցիչ մը, եւ Մ՝ համեմատական թիւը · անտաեն կ'ունենանք,

$$10^{Տ} = Մ$$

որուն մէջ Տ Մ ի լոկարիթման է ։

Եթէ երկրորդ Ն ցուցիչ մը առնենք, եւ եթէ Ն ցուցընէ համեմատական թիւը՝ կ'ունենանք

$$10^{Ն} = Ն$$

որուն մէջ Ն Ն ի լոկարիթման է ։

Արդ՝ եթէ բազմապատկենք այս հաւասարութեանց առաջինը երկրորդով, անդամ անդամով՝ կ'ունենանք $10^{Տ} \times 10^{Ն} = 10^{Տ+Ն} = Մ \times Ն$ ·

---

169. Եթէ դրութեան մը խարիսխը 10 ով ցուցընենք, եւ ցուցիչը Տ ով՝ համեմատական թիւն ի՞նչով պիտի ներկայացընենք ։ Ի՞նչ է թուոյ մը լոկարիթման ։

170. Որեւէ երկու թուոց լոկարիթմայից գումարն ինչի՞ հաւասար է ։ Ուրեմն լոկարիթմայից գումարն ինչի՞ կը համեմատի ։

բայց որովհետև 10ը դրութեան խարիսխն է, ուստի բերմն տ+ն լոկարիթմն է Մ × Ն իսկ. ուստի՝

Ոչնչէ երկու թուոց լոկարիթմայից գումարը հաւասար է անոնց արտադրեալին լոգարիթմայի։

Վասնորոյ՝ լոկարիթմայից յաւելումը կը հաստատէ անոնց միաբերան բազմապատկումը։

**171.** Եթէ հաւասարութիւնները բաժնենք իրարմով, անդամ անդամով՝ կ'ունենանք,

$$\frac{10^{տ}}{10^{ն}} = 10^{տ-ն} = \frac{Մ}{Ն}.$$

բայց որովհետև 10ը դրութեան խարիսխն է, ուստի բերմն տ — ն լոկարիթմն է $\frac{Մ}{Ն}$ ի. ուստի՝

Եթէ միաբերան մը ուրիշ թուով բաժնուի, քանորդին լոկարիթմն ինչի՞ հաւասար է։ Ուրեմն լոկարիթմայից հանումն ինչի՞ կը համեմատի։

**172.** Ի՞նչ է 1ի լոկարիթմն։ 1ի և 10ի մէջտեղի բոլոր թուոց լոկարիթմանները ի՞նչ սահմաններու մէջտեղ են։ Ի՞նչպէս կը ցուցուին ընդհանրապէս։

10ին ու 100ի մէջտեղի թուոց լոկարիթմանները ի՞նչպէս են։ Լոկարիթմային տասնորդական կէտին ձախ կողմի մասն ի՞նչ կ'ըսուի։ Ի՞նչ է նշանակչին արժէքը։

---

171. Եթէ թիւ մը ուրիշ թուով բաժնուի, քանորդին լոկարիթմն ինչի՞ հաւասար է։ Ուրեմն լոկարիթմայից հանումն ինչի՞ կը համեմատի։

172. Ի՞նչ է 1ի լոկարիթմն։ 1ի և 10ի մէջտեղի բոլոր թուոց լոկարիթմանները ի՞նչ սահմաններու մէջտեղ են։ Ի՞նչպէս կը ցուցուին ընդհանրապէս։

10ին ու 100ի մէջտեղի թուոց լոկարիթմանները ի՞նչպէս են։ Լոկարիթմային տասնորդական կէտին ձախ կողմի մասն ի՞նչ կ'ըսուի։ Ի՞նչ է նշանակչին արժէքը։

Յայտնի է թէ 1ի լոկարիթման է 0, եւ թէ 1ի ու 10ի մէջտեղի բոլոր թուոց լոկարիթմանները 0էն մեծագոյն, եւ 1էն փոքրագոյն են։ Եւ ընդհանրապէս կը ցուցուին տասնորդական կոտորակներով.

ինչպէս՝ Լոկ. 2 = 0 . 301030։

10է մեծագոյն եւ 100է փոքրագոյն բոլոր թուոց լոկարիթմաներն 1է մեծագոյն եւ 2է փոքրագոյն են, եւ ընդհանրապէս կը ցուցուին 1ով եւ տասնորդական կոտորակով մը. ինչպէս՝

Լոկ. 50 = 1 . 698970։

Լոկարիթմային այն մասը որ տասնորդական կէտէն ձախ կողմն է՝ կ'ըսուի նշանակիչ լոկարիթմային։ Որեւէյցէ թուոց լոկարիթմային նշանակիչը այն թուոյն նշանաբանները ունի մեջ մէկ պակաս է։

Ինչպէս՝ 1ի եւ 10ի մէջտեղի թուոց համար միայն մէկ կարգ թուանշան կայ, եւ նշանակիչն է 0։ Եւ 10ի ու 100ի մէջտեղի թուոց համար երկու կարգ թուանշան կայ, եւ նշանակիչն է 1. եւ այսպէս է ուրիշ թուոց համար։

## ԱՂԻՒՍԱԿ ԼՈԿԱՐԻԹՄԱՑԻՑ

**173.** Լոկարիթմայից աղիւսակն այն ցուցակն է որուն մէջ գրուած են 1ի եւ ուրիշ թուոց մը մէջտեղի բոլոր թուոց լոկարիթմանները։ Հետեւեալ աղիւսակը կը ցուցնէ 1ի եւ 100ի մէջտեղի թուոց լոկարիթմանները։ Թիւերը գրուած են թ ով նշանակեալ սեան մէջ, եւ լոկարիթմանները Լոկ. ով նշանակեալ սեան մէջ։

---

173. Ի՞նչ է լոկարիթմայից աղիւսակը։ Բացատրէ 1ի եւ 100ի մէջտեղի թուոց լոկարիթմանները գտնելու կերպը։

# ԱՂԻՒՍԱԿ

| Թ. | Լոկ. | Թ. | Լոկ. | Թ. | Լոկ. | Թ. | Լոկ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 . 000000 | 26 | 1 . 414973 | 51 | 1 . 707570 | 76 | 1 . 880814 |
| 2 | 0 . 301030 | 27 | 1 . 431364 | 52 | 1 . 716003 | 77 | 1 . 886491 |
| 3 | 0 . 477121 | 28 | 1 . 447158 | 53 | 1 . 724276 | 78 | 1 . 892095 |
| 4 | 0 . 602060 | 29 | 1 . 462398 | 54 | 1 . 732394 | 79 | 1 . 897627 |
| 5 | 0 . 698970 | 30 | 1 . 477121 | 55 | 1 . 740363 | 80 | 1 . 903090 |
| 6 | 0 . 778151 | 31 | 1 . 491362 | 56 | 1 . 748188 | 81 | 1 . 908485 |
| 7 | 0 . 845098 | 32 | 1 . 505150 | 57 | 1 . 755875 | 82 | 1 . 913814 |
| 8 | 0 . 903090 | 33 | 1 . 518514 | 58 | 1 . 763428 | 83 | 1 . 919078 |
| 9 | 0 . 954243 | 34 | 1 . 531479 | 59 | 1 . 770852 | 84 | 1 . 924279 |
| 10 | 1 . 000000 | 35 | 1 . 544068 | 60 | 1 . 778151 | 85 | 1 . 929419 |
| 11 | 1 . 041393 | 36 | 1 . 556303 | 61 | 1 . 785330 | 86 | 1 . 934498 |
| 12 | 1 . 079181 | 37 | 1 . 568202 | 62 | 1 . 792392 | 87 | 1 . 939519 |
| 13 | 1 . 113943 | 38 | 1 . 579784 | 63 | 1 . 799341 | 88 | 1 . 944483 |
| 14 | 1 . 146128 | 39 | 1 . 591065 | 64 | 1 . 806180 | 89 | 1 . 949390 |
| 15 | 1 . 176091 | 40 | 1 . 602060 | 65 | 1 . 812913 | 90 | 1 . 954243 |
| 16 | 1 . 204120 | 41 | 1 . 612784 | 66 | 1 . 819544 | 91 | 1 . 959041 |
| 17 | 1 . 230449 | 42 | 1 . 623249 | 67 | 1 . 826075 | 92 | 1 . 963788 |
| 18 | 1 . 255273 | 43 | 1 . 633468 | 68 | 1 . 832509 | 93 | 1 . 968483 |
| 19 | 1 . 278754 | 44 | 1 . 643453 | 69 | 1 . 838849 | 94 | 1 . 973128 |
| 20 | 1 . 301030 | 45 | 1 . 653213 | 70 | 1 . 845098 | 95 | 1 . 977724 |
| 21 | 1 . 322219 | 46 | 1 . 662758 | 71 | 1 . 851258 | 96 | 1 . 982271 |
| 22 | 1 . 342423 | 47 | 1 . 672098 | 72 | 1 . 857333 | 97 | 1 . 986772 |
| 23 | 1 . 361728 | 48 | 1 . 681241 | 73 | 1 . 863323 | 98 | 1 . 991226 |
| 24 | 1 . 380211 | 49 | 1 . 690196 | 74 | 1 . 869232 | 99 | 1 . 995635 |
| 25 | 1 . 397940 | 50 | 1 . 698970 | 75 | 1 . 875061 | 100 | 2 . 000000 |

## ՕՐԻՆԱԿՔ

1. 8 բաղմապատիկէ 9 ով՝ լոկարիթմայից օժանդակութեամբ։ Արդէն տեսանք, ցոյց. 170, թէ լոկարիթմայից գումարը հաւասար է անոնց արտադրելոյն լոկարիթմային։ Վասնորոյ՝ գտիր 8ի լոկարիթման աղիւսակին մէջ, որ է 0 . 903090, եւ ապա 9ի լոկարիթման՝ որ է 0 . 954243. եւ անոնց

գումարը՝ որ է 1.857333, արտադրելոյն լոկարիթմանն է։ Աղիւսակին մէջ փնտռելով կը գտնենք որ այս գտնուած լոկարիթմային դիմացը 72 է. ուստի՝ 72 8ի եւ 9ի արտադրեալն է։

2. Ի՞նչ է 7ի եւ 12ի արտադրեալը։

| | |
|---|---|
| 7ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 0.845098 |
| 12ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 1.079181 |
| անոնց արտադրելոյն լոկարիթմանն, . | 1.924279 |

եւ համեմատական թիւն է 84։

3. Ի՞նչ է 9ի եւ 11ի արտադրեալը։

| | |
|---|---|
| 9ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 0.954243 |
| 11ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 1.041393 |
| անոնց արտադրելոյն լոկարիթմանն է, . | 1.995636 |

եւ համեմատական թիւն է 99։

4. 84 բաժնէ 3ով։ Արդէն տեսանք ցօղուած 171ի մէջ՝ թէ լոկարիթմայից հանումը կը համեմատի անոնց թիւերուն բաժանմանը։ Ուստի՝ եթէ 84ի լոկարիթմանն գտնենք, եւ 3ի լոկարիթմանն ալ հանենք, մնացածը քանորդին լոկարիթմանն է։

| | |
|---|---|
| 84ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 1.924279 |
| 3ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 0.477121 |
| անոնց տարբերութիւնն է, . . . . | 1.447158 |

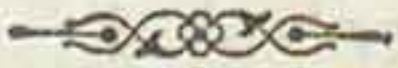
եւ համեմատական թիւն է 28։

5. Ի՞նչ է 6ի եւ 7ի արտադրեալը։

| | |
|---|---|
| 6ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 0.778151 |
| 7ի լոկարիթմանն է, . . . . . | 0.845098 |
| անոնց գումարն է, . . . . . | 1.623249 |

եւ աղիւսակին մէջ անոր դիմացի կամ համեմատական թիւն է 42։

# ՑԱՒԵԼՈՒԱԾ



## ԽԱՌՆ ԽՆԴԻՐՔ

ՑԱՂԱԳԻ

### ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԵԱՆՑ ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ

209 1. Մարդ մը 30 դահեկանի ինձոր ու տանձ գնեց՝ չորս ինձորին մէկ դահեկան եւ հինգ տանձին մէկ դահեկան տալով. ապա ինձորներուն կէսը ու տանձերուն մէկ երրորդը առած գնովը ծախելով 13 դահեկան առաւ։ Ուրեքանչիւրէն քանիկան հատ գնած էր։

Պ. Ինձոր՝ 72, Տանձ՝ 60։

210 2. Դերձակ մը երեք հաւասար կտոր ատուի ամէն մէկէն 19 կանգուն կտրեց, 17 կանգուն ալ նոյն երկայնութեամբ ուրիշ ատուի մը, ու դտաւ որ չորսէն մնացածը 142 կանգուն էր։ Ուրեքանչիւր կտոր քանի կանգուն կը պարունակէր։

Պ. 54։

211 3. 2600 հետեւակ, թնդանօթաձիգ, եւ ձիաւոր զօրքեր բերդի մը պահպանութիւն կ'ընեն։ Արդ՝ ձիաւոր զօրաց թիւնապատիկը հետեւակ է եւ եռապատիկը՝ թնդանօթաձիգ։ Ուրեքանչիւր տեսակէն որչափ զօրք կայ։

Պ. Ձիաւոր՝ 200, թնդանօթաձիգ՝ 600, եւ Հետեւակ՝ 1800։

212 4. Մարդ մը 2970 մղոն ճամբայ գնաց։ Ձիով գնացածին $3\frac{1}{2}$ անգամը ծովով գնաց, եւ ծովով գնացածին $2\frac{1}{4}$ անգամը հետի գնաց։ Քանի մղոն գնաց ամէն մէկ ճամբով։

Պ. Ձիով՝ 240, Ծովով՝ 840 եւ Հետի՝ 1890։

213 5. Գումար մը ստակ բաժնուեցաւ Ա. եւ Բ. երկու անձանց։ Ա.ի բաժինը Բ.ի բաժնին հետ կը համեմատէր իբրեւ 5 առ 3, եւ ամբողջ գումարին հինգ ինն երորդէն 50 աւելի էր։ Իւրաքանչիւրին բաժինն ինչ էր։ Ա.ինը՝ 450, Բ.ինը՝ 270։

214 6. Երկու քսակներու ամէն մէկուն մէջ 52 կտոր ստակ կայ. քսակներուն մէկէն Ա. ստակ կ'առնէր, միւսէն՝ Բ։ Ա. Բ.ի թողուցածին կրկինն առաւ, եւ Բ Ա.ի թողուցածին եօթն անգամն առաւ։ Իւրաքանչիւր որքան առաւ։ Պ. Ա՝ 48, Բ՝ 28։

215 7. Երկու հոգի Ա. ու Բ միաբանեցան 1200 լիրա արժող տուն մը գնելու։ Ա. ըսաւ Բ.ի, Եթէ քու ստակիդ երկու երրորդն ինծի տաս, ես միանակ կրնամ գնել տունը. իսկ Բ. ըսաւ Ա.ի, Եթէ քու ստակիդ երեք չորրորդն ինծի տաս, ես միանակ կրնամ գնել։ Ամէն մէկը որքան ստակ ունէր։

Պ. Ա՝ 800, Բ՝ 600։

216 8. Հայր մը պատուիրեց որ 1170 լիրա բաժնուի իր երեք որդւոցը՝ անոնց տարիքին համեմատ։ Առաջինին տարիքը երրորդին տարիքին կրկինն էր, եւ երկրորդին տարիքը երրորդին տարիքէն մէկ երրորդ աւելի էր։ Իւրաքանչիւրոց բաժինը որքան եղաւ։

Պ. Ա՝ 540, Բ՝ 360, Գ՝ 270։

217 9. Երեք զօրագունդէ 594 մարդ պիտի առնուի, գունդերուն մեծութեանը համեմատ։ Արդ՝ առաջին գունդին թիւն այնպէս կը համեմատի երկրորդին թիւին, ինչպէս 3 առ 5. եւ երկրորդին թիւն այնպէս կը համեմատի երրորդին թիւին, ինչպէս 8 առ 7։ Ամէն մէկ գունդ քանի՞ մարդ պիտի տայ։

Պ. Ա՝ 144, Բ՝ 240, Գ՝ 210։

218 10. Մարդ մը 7 գիրք գնեց որոնց գիներն էին թուաբանական յառաջատութեամբ։ Այս կարգին մէջ երկրորդ գիրքին գինն էր 8 դահեկան, եւ վեր-

Ջին (ամենէն առաջ) գիրքին գլուխ էր 23 դահեկան։ Իրաքանչիւր գրոյ գինն ինչ էր։

պ. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23։

11. Թուաբանական համեմատութեամբ երեք թուանշաններէ բաղկացեալ թիւ մը կայ։ Եթէ այն թիւը թուանշաններուն գումարովը բաժնուի, քանորդը 26 կ'ելլայ. բայց եթէ 198 գումարուի վրան, թուանշանաց կարգը կը շրջի։ Ի՞նչ է այն թիւը։ պ. 234։

12. Մարդ մը երեք ձի եւ 220 թալէր արժող թամբ մը ունի։ Եթէ թամբն առաջին ձիոյն վրայ դրուի, անոնց արժէքը հաւասար կ'ելլայ երկրորդ եւ երրորդ ձիուն արժէքին. եթէ երկրորդ ձիուն վրայ դրուի, անոնց արժէքը հաւասար կ'ելլայ առաջին եւ երրորդ ձիուն արժէքին կրկինին. եթէ երրորդ ձիուն վրայ դրուի, անոնց արժէքը հաւասար կ'ելլայ առաջին եւ երկրորդ ձիուն արժէքին եռապատկին։ Իրաքանչիւր ձիոյն արժէքն ինչ է։

պ. Ա.ինը՝ 20, Բ.ինը՝ 100, Գ.ինը՝ 140։

13. Հաւու մը մարդիկը կը բաղկանային նաւաստիներէ եւ շատ մը զինուորներէ։ Ամէն երեք թիակդանօթի 22 նաւաստի կար, եւ 10ն ալ կ'աւելնար. նաեւ բոլորին թիւը զինուորներուն եւ թնդանօթներուն թուոյն հինգ անգամն էր։ Բայց պատերազմի մը մէջ բոլոր մարդոց հինգերորդը սպաննուած ելլալով, ամէն 2 թնդանօթի 13 մարդ իջնալու համար 5 կը պակսէր։ Գտիր նաւաստիներուն, զինուորներուն եւ թնդանօթներուն թիւը։

պ. Հաւաստիներուինը՝ 670, զինուորներուինը՝ 55, թնդանօթներուինը՝ 90։

14. Երեք անձինք 96 դահեկան ունին եւ կ'ուզեն իրենց մէջ հաւասարապէս բաժնել։ Ա. որ ամենէն շատ ունի՝ Բ.ի եւ Գ.ի անոնց արդէն ունեցածին չափ կու տայ։ Ա. այս բաժանումն ընելէն ետքը, Բ. իր ունեցածը կը բաժնէ Ա.ի

ու Գ-ի հետ նոյն կերպով, այսինքն՝ անոնց ունեցածին չափ տալով. յետոյ Գ-ալ նոյն կերպով Ա-ի ու Բ-ի հետ բաժնեց իր ունեցածը, եւ ահա բոլորին ունեցածը հաւասար էր։ Ամէն մէկն առաջ որչափ ունէր։

Պ. Ա՝ 52, Բ՝ 28, Գ՝ 16։

15. Բաժնէ՝ թիւն անանկ երեք մասերու որ առաջինը երկրորդին հետ տ-ի առ ն ունեցած համեմատութիւնը, եւ երկրորդը երրորդին հետ ֆ-ի առ ը ունեցած համեմատութիւնն ունենայ։

Պ. $\frac{\text{տֆտ}}{\text{ֆտ}+\text{ֆն}+\text{ըն}}$, $\frac{\text{տֆն}}{\text{ֆտ}+\text{ֆն}+\text{ըն}}$ եւ $\frac{\text{տըն}}{\text{ֆտ}+\text{ֆն}+\text{ըն}}$։

16. Հինգ ժառանգներ՝ Ա., Բ, Գ, Դ եւ Ե, 5600 լիրայի ժառանգութիւն մը պիտի բաժնեն իրենց մէջ։ Բ պիտի առնէ Ա-ի ինկածին կրկինէն 200 լիրա աւելի. Գ Ա-ի եռապատկէն 400 լիրա պակաս. Դ՝ Բ-ի եւ Գ-ի միատեղ ընդունածին կէսէն 150 աւելի. եւ Ե՝ միւս չորսին ընդունածին մէկ չորրորդէն 475 աւելի։ Ուրեմն քանի՞ բաժին ինչ կ'ըլլայ։

Պ. Ա-ինը՝ 500, Բ-ինը՝ 1200, Գ-ինը՝ 1100, Դ-ինը՝ 1300 եւ Ե-ինը՝ 1500։

17. Մարդ մը չորս տակառ ունի. եթէ երկրորդն առաջինէն լեցուի, առաջնոյն մէջ չորս եօթնեւորդ կը մնայ։ Եթէ երրորդը երկրորդէն լեցուի, երկրորդին մէջ մէկ չորրորդ կը մնայ։ Եթէ երրորդը չորրորդին մէջ պարպուի, չորրորդին 7 տասնուվեցերորդը պարապ կը մնայ։ Բայց առաջինը կը լեցնէ երրորդը եւ չորրորդը, եւ 15 օրուա ալ կը մնայ։ Ուրեմն տակառ քանի՞ օրուա կ'առնէ։

Պ. Ա՝ 140, Բ՝ 60, Գ՝ 45, Դ՝ 80։

18. Սուրհանդակ մը տեղէ մը ճամբայ կ'ելլէ. 10 օր անցնելէն ետքը ուրիշ մը անոր ետեւէն կ'ելլէ։ Առաջինը օրը 4 մղոն կը ճամբորդէր, միւսը 9

մղոն։ Քանի օրէն երկրորդն առաջնոյն պիտի հասնի։

պ. 8 օրէն։

219 19. Եթէ առաջին սուրհանդակը միւսէն ՀՕ օր առաջ ճամբայ ելած ըլլար եւ օրը ա մղոն ճամբորդէր, եւ երկրորդը բ մղոն ճամբորդէր, քանի օրէն երկրորդն առաջնոյն պիտի հասնէր։

պ. $\frac{\text{աՀ}}{\text{բ — ա}}$,

218 20. Սուրհանդակ մը հինգ ժամը $31\frac{1}{2}$ մղոն ճամբայ կ'երթար, եւ 8 ժամ երթալէն ետքը՝ ետեւէն ուրիշ մը ճամբայ ելաւ։ Երկրորդը որ երեք ժամը $22\frac{1}{2}$ մղոն կը ճամբորդէր՝ քանի ժամէն հասաւ առաջնոյն։

պ. 42 ժամէն։

219 21. Երկու տեղերու հեռաւորութիւնը ութսուն մղոն է, եւ մարդ մը մէկ տեղէն կ'ելլէ ու միւս տեղը կը ճամբորդէ ժամը $3\frac{1}{2}$ մղոն։ Ութը ժամ ետքը՝ միւս տեղէն ուրիշ մը կ'ելլէ եւ ժամը $5\frac{1}{6}$ մղոն կը ճամբորդէ։ Ատանք քանի ժամէն իրարու կը հանդիպին։

պ. 6 ժամէն։

236 22. Երեք որմնադիր՝ Ա., Բ եւ Գ., պատ մը պիտի շինեն։ Ա. ու Բ. միասնով 12 օրը կը կատարեն. Բ. եւ Գ. 20 օրը. Ա. եւ Գ. 15 օրը։ Ամէն մէկը մինակ գործելով քանի օրը կը կատարէ, եւ եթէ մէկտեղ աշխատին, քանի օրը կը կատարեն գործը։

պ. Ա՝ 20, Բ՝ 30, Գ՝ 60 օրը. եւ մէկտեղ 10 օրը։

231 23. Բանուոր մը ա գործ մը բ ժամանակի մէջ կը կատարէ. ուրիշ մը գ գործ մը դ ժամանակի մէջ. ուրիշ մը է գործ մը զ ժամանակի մէջ։ Եթէ երեք բանուորները մէկտեղ աշխատին, է գործ մը Էրը պիտի կատարեն։

պ. $\frac{\text{բդզէ}}{\text{ադզ + բգզ + բդէ}}$։

232 24. Գտիր երեք թիւեր հետեւեալ պայմաններով։ Եթէ առաջնոյն եւ երկրորդին վրայ 6 գումարուի,

գումարներն իրարու հետ այնպէս պիտի համեմատին ինչպէս 2 առ 3։ Եւ եթէ առաջնոյն եւ երրորդին վրայ 5 գումարուի, գումարներուն համեմատութիւնը պիտի ըլլայ 7 առ 11. իսկ եթէ երրորդէն ու երկրորդէն 36 հանուի, մնացորդները 6 առ 7 համեմատութիւնը պիտի ունենան։ Ի՞նչ են այն թիւերը։ Պ. 30, 48, 50։

25. Երկու տարբեր գումարներով 500 լիրայի գումար մը շահի տրուեցաւ՝ փոքրագոյն գումարին շահուն չափը միւսին շահուն չափէն հարիւրին երկու աւելի ըլլալով։ Ցետոյ մեծագոյն գումարին շահուն չափին վրայ 1 աւելցուեցաւ, եւ փոքրագոյն շահուն չափէն նոյնչափ պակսուեցաւ։ Այսպէս բոլորին շահը մէկ չորրորդ աւելցաւ։ Բայց եթէ փոքրագոյն գումարին շահուն չափէն առանց պակսեցընելու մեծագոյն գումարին շահուն չափին այսպէս աւելցուած ըլլար, ամբողջին շահը մէկ երրորդ աւելցած պիտի ըլլար։ Ի՞նչ են գումարներն ու շահուն չափը։

Պ. Գումարներն՝ 100 եւ 400. Չափը՝ 4 եւ 2։

26. 15 լիտր կշռող հացի նկանակի մը բաղադրիչ մասունքն են՝ բրինձ, ալիւր եւ ջուր։ Եթէ բրինձին վրայ 5 լիտր աւելցուի, ալիւրին ծանրութեանը երկու երրորդը կ'ըլլայ. եւ ջուրին ծանրութիւնը՝ ալիւրին եւ բրինձին ծանրութեանը մէկ հինգերորդն է։ Ամէն մէկուն ծանրութիւնն ինչ է։

Պ. Բրինձինը՝ 2, Ալիւրինը՝ $10\frac{1}{2}$, եւ Ջուրինը՝ $2\frac{1}{2}$ լիտր։

27. Թնդանօթակիր զօրաց այլեւայլ խումբեր իրենց մէջ շատ մը ռումբեր բաժնեցին։ Առաջինն առաւ 72 հատ եւ մնացածին $\frac{1}{9}$ը. երկրորդն առաւ 144 հատ եւ մնացածին $\frac{1}{9}$ը. երրորդն առաւ 216 հատ եւ մնացածին $\frac{1}{9}$ը. չորրորդը՝ 288 հատ եւ մնացածին $\frac{1}{9}$ը. այսպէս շարունակուեցաւ մինչեւ որ ալ բան չմնաց, եւ տեսնուեցաւ որ ռումբերը հաւասարապէս բաժնուած էին։ Գտիր խումբերուն եւ ռումբերուն թիւը։

Պ. Խումբերուն թիւը՝ 8, ռումբերունը՝ 4608։

# ԽԱՌՆ ԽՆԴԻՐՔ

## ԾԱՂԱԳՍ

## ՀԱՒԱՍԱՐՈՒԹԵԱՆՑ ԵՐԿՐՈՐԴ ԱՍՏԻՃԱՆԻ

1. Գտիր անանկ թիւեր որոնց երրորդին եւ երկրորդին տարբերութիւնը՝ երկրորդին եւ առաջնոյն մէջտեղի տարբերութենէն 6 աւելի է, եւ այն թուոց գումարը 33, ու անոնց քառակուսեաց գումարը 467 է։

Պ. 3. 13. 17։

2. Գտիր երկրաչափական յառաջադիմութեամբ անանկ երեք թիւեր որոնց գումարը 14, եւ անոնց քառակուսեաց գումարը 84 է։ Պ. 2. 4. 8.

3. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը որոնց գումարը մեծագունով բազմապատկեալ՝ կու տայ 144, եւ որոնց տարբերութիւնը փոքրագունով բազմապատկեալ՝ կու տայ 14։ Պ. 7 եւ 9։

4. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը որոնց իրարու հետ ունեցած հաւասարութիւնն է $ս$ առ $դ$, եւ որոնց քառակուսիներուն գումարն է $բ$։

$$Պ.\ ս\sqrt{\frac{բ}{ս^2+դ^2}}\ եւ\ դ\sqrt{\frac{բ}{ս^2+դ^2}}։$$

5. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց իրարու հետ ունեցած հաւասարութիւնն է $ս$ առ $դ$, եւ որոնց քառակուսիներուն տարբերութիւնն է $բ$։

$$Պ.\ ս\sqrt{\frac{բ}{ս^2-դ^2}}\ եւ\ դ\sqrt{\frac{բ}{ս^2-դ^2}}։$$

6. Այս ինչ չափ դրամադլուխ մը հարիւրին 4 չափով շահի դրուեցաւ։ Եթէ դրամադլխուն լիրաներուն թիւը հինգ ամսուան շահուն լիրաներուն թուոյը բազմապատկենք, կ'ունենանք 117,041 $\frac{2}{3}$ լիրա։ Ի՞նչ է դրամադլուխը։ պ. 2650 լիրա։

7. Մարդ մը երեք տեսակ ապրանք ունի, որոնք մէկտեղ 230 $\frac{5}{24}$ լիրա կ'արժեն։ Դրաքանչիւր ապրանքին լիտրը՝ իր մէջը եղած լիտրերուն թուոյն $\frac{1}{24}$ անդամը լիրա կ'արժէ։ Արդ՝ երկրորդ տեսակէն ունի առաջինէն մէկ երրորդ աւելի, եւ երրորդէն ունի առաջինէն $3\frac{1}{2}$ անգամ աւելի։ Դրաքանչիւրէն քանի լիտր ունի։ պ. 15. 20. 70։

8. Գտէք անանկ երեք թիւեր որոց առաջնոյն եւ երկրորդին արտադրեալը հաւասար է $m$-ի. առաջնոյն եւ երրորդին արտադրեալը հաւասար է $p$-ի. երկրորդին եւ երրորդին քառակուսիներուն գումարը հաւասար է $q$-ի։

պ. $\sqrt{\frac{1}{\frac{q}{m^2+p^2}}}$, $m\sqrt{\frac{q}{m^2+p^2}}$ եւ $p\sqrt{\frac{q}{m^2+p^2}}$։

9. Գտէք անանկ երեք թիւեր որոնց գումարը 38 է, անոնց քառակուսիներուն գումարը 634, եւ առաջնոյն ու երկրորդին մէջտեղի տարբերութիւնը՝ երրորդին ու երկրորդին մէջտեղի տարբերութենէն 7 աւելի է։ պ. 3. 15. 20։

10. Գտէք երկրաչափական յառաջադիմութեամբ երեք թիւեր որոնց գումարն է 52, եւ ծայրերուն գումարը միջինին այսպէս կը հաւասարի, ինչպէս 10 առ 3։ պ. 4. 12. 36։

11. Երկրաչափական յառաջադիմութեամբ երեք թուոց գումարն է 13, եւ ծայրերուն գումարը՝ միջնով բազմապատկեալ՝ 30 է։ Ի՞նչ են այն թիւերը։ պ. 1. 3. 9.

12. Գտիր երեք թիւեր որոնց առաջնոյն եւ երկրորդին արտադրեալն անոնց քառակուսիներուն գումարին հետ գումարուելով 37 է. առաջնոյն եւ երրորդին արտադրեալն իրենց քառակուսիներուն հետ գումարուելով 49 է. եւ երկրորդին ու երրորդին արտադրեալն իրենց քառակուսիներուն հետ գումարուելով 61 է։ պ. 3. 4. 5։

13. Գտիր երկու թիւեր որոնց տարբերութիւնն անոնց քառակուսիներուն տարբերութեանը հետ գումարուելով հաւասար է 150ի, եւ որոնց գումարը՝ իրենց քառակուսիներուն գումարին վրայ աւելցուելով հաւասար է 330ի։ պ. 9 եւ 15։

14. Երեք թուանշաններէ բաղկացեալ թիւ մը գտիր որուն թուանշանաց քառակուսիներուն գումարը 104 է. միջին թուանշանին քառակուսին միւս երկուքին արտադրելոյն կրկնէն 4 աւելի է. եւ եթէ այն թիւէն 594 հանուի, երեք թուանշանները կը շրջին։ պ. 862։

15. Թուաբանական յառաջադրութեամբ գտիր երեք թիւեր՝ որոնց քառակուսիներուն գումարը հաւասար է 1232ի, եւ միջնոյն քառակուսին երկու ծայրերուն արտադրեալէն 16 աւելի է։

պ. 16. 20 եւ 24։

16. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց գումարն է 80, եւ եթէ փոխադարձաբար իրարմով բաժնուին, երկու քանորդաց գումարը $3\frac{1}{2}$ է։ պ. 20 եւ 60։

17. Ի՞նչ են այն երկու թիւերը՝ որոնց տարբերութիւնն է 10, եւ եթէ 600 անոնցմով բաժնուի, անոնց քանորդաց տարբերութիւնը 10 է։

պ. 20 եւ 30։

50×2 = 100 + 30 = 130
50×3 = 150 − 30 = 120
−10

100×2 = 200 − 30 = 230
100×3 = 300 − 30 = 270
+40

50 − 10
100 + 40

2000
1000
3000 50
60

118 [illegible] 1904
[illegible]

?

10p

266 260 72. 75. 77

78. 79 80 81 82

K

Lugin

839

1485

50

200

[illegible]

[illegible]

2073

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{1} + \frac{120 \times 80}{1} = x$$

$$x + 2x + 240 + 960 = 4x$$

$$x = 24$$

$x + 6 + 18 = 30$