Մ. ՍԻՄԷՕՆԵԱՆՑ

ԴԱՍԱԳԻՐՔ
ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԵԱՆ

ՀԱՅ ՈՒՍՈՒՄՆԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Տպագրութիւն Զ. Գրիգորեանցի։

ՏՓԽԻՍ
Ի ՏՊԱՐԱՆԻ ՅՈՎՀԱՆՆԻՍԻ ՄԱՐՏԻՐՈՍԵԱՆՑ
1877

Մ. ՍԻՄԷՕՆԵԱՆՑ

ԴԱՍԱԳԻՐՔ
ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԵԱՆ

ՀԱՅ ՈՒՍՈՒՄՆԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Дозволено цензурою. Тифлисъ, 16 Февраля 1877 г.

Տպագրութեան Ջ. Գրիգորեանցի։

ՏՓԽԻՍ
Ի ՏՊԱՐԱՆԻ ՅՈՎՀԱՆՆԻՍԻ ՄԱՐՏԻՐՈՍԵԱՆՑ
1877

Дозволено цензурою. Тифлисъ, 16 Февраля 1877 г.

Типографія Мартиросіанца, на Орбеліановской улицѣ № 5

ՅԱՌԱՋԱԲԱՆ

Երկու գլխաւոր ուղղութիւն տիրում են թուաբանութեան դասատուութեան ոճի մէջ։ Առաջին խիստ գիտնական ոճը իւր բոլոր տեսական կանոններով և որոշումներով պատկանում է հին ուղղութեանը։ Դա իւր խիստ լոգիքական տեսականութեամբը անըմբռնելի դառնալով մանուկի մատաղ մտքին, տանում է նորան դէպի մեքենայականութիւն և մթութիւն։ Այնպէս որ նա որոշ և պարզ գաղափար չէ կարողանում կազմել թուերի զանազան յարաբերութեանց մասին։ Ուստի և թուաբանութեան դասատուութիւնը չէ հասնում իւր զարգացուցիչ նպատակին, թէպէտ գիտութիւնը ինքն ըստ ինքեան բաւականութիւն է տանում, որ իւր կանոնները և դոցա որոշումները աւարտւում են շատ նրբութեամբ և ճշտութեամբ։

Երկրորդ ուղղութիւնը, որ մեծ զարկ ստացաւ վերջին ժամանակները էր մետոդիքական ուղղութիւնը, որ բազմազան գործնական օրինակներիցը դուրս է բերում կանոն և թուերի զանազան յարաբերութիւնները ըմբռնելի է անում մանուկ մտքին շօշափելի առարկաների յարաբերութիւններից։ Այս վերջին եղանակը աւելի համապատասխանելով մանուկի հասկացողութեանը և ըմբռնողական ոյժին՝ բոլորովին պարզ գաղափար է տալի թուերի զանազան յարաբերութեանց մասին և թուաբանութեան դասատուութիւնը դառնում է զարգացուցիչ նիւթ մանուկի համար։

Անպայման հետևելով այդ ուղղութիւններից մէկին կամ միւսին թուաբանութեան դասատուութեան սկզբից մինչև նորա վախճանը, չէ կարելի հասնել այն նպատակին, որ պէտք է ունենայ թուաբանութեան դասատուութիւնը։ Ինչպէս ասացինք խիստ լոգիքական տեսական ուղղութիւնը իւր նուրբ որոշումներով և վերացական կանոններով թուաբանութեան դասատութեան սկզբում բոլորովին անմատչելի դառնալով մանուկի ըմբռնողական ոյժին՝ տանում է նորան դէպի մթութիւն և մեքենայականութիւն:

Միւս կողմից մեթոդիքական ուղղութիւնը, որ շատ զարգացուցիչ նիւթ է տալի մանուկի մտքին և պարզ ըմռնելի դառնում նորա համար թուաբանութեան տարրական ընթացքում, չէ կարողանում բաւարար լինել մանուկի հասակի և զարգացման հետևեալ աստիճաններումը, երբ մանուկի ամրապնդած միտքը ինքը կարօտում է սիստեմատիքական ուղղութեանը, որ առանձին ցան ու ցրիւ իրողութիւններից դուրս բերած կանոնը ընդհանրանայ և ենթարկվի գիտնական սիստեմային:

'Ի նկատի ունենալով այդ հանգամանքները մենք թուաբանութեան դասագիրքը կազմելիս հետևեցինք այն ձեռնարկներին, որոնք բնական ճանապարհը նախապատւում են արհեստական և խիստ գիտնական ճանապարհից: Մենք դասաւութեան նիւթը և գործողութեանց կանոնները աշխատեցինք այնպէս աւանդել, որ ուսանողները ըմռնեն նոցա էութիւնը և ոչ թէ միայն արտաքին մեքենայական ձևը: Աստի փոքրահաս մանուկներին մեթոդիքապէս թուաբանական տարրական ճշմարտութեանցը ծանօթացնելուց յետոյ, նոցա զարգացողութեան հետևեալ աստիճաններումը համարձակ կարելի է առաջարկել մեր դասագիրքը:

'Ի վերջոյ պէտք է նկատել, որ դասագիրքը չպէտք է աշակերտին բան ուսուցանի, այլ նորա պաշտօնն է վարժապետի կենդանի խօսքերով և բազմազան օրինակներով ուսուցածը աշակերտի գիտակցութեան մէջ վերանորոգած պահել:

Մեր դասագրքի մնացեալ մանրամանութեանցը ցանկացողք կարող են ծանօթանալ նոյն իսկ գրքիցը:

ՑԱՆԿ

ԹՈՒԱՐԿՈՒԹԻՒՆ

1. Եթէ կամենանք իմանալ թէ դասատանը քանի՛ նըս-տարան կայ, դորա համար պէտք է համարենք թէ դասատանը քանի հատ առանձին նստարան կայ։ Որովհետև նստարանների քանակութիւնը մենք որոշում ենք մի նստարանով, ուստի և մի նստարանը կոչվում է միաւոր։ Ուրեմն դասատան նստարանների քանակութիւնը որոշելու համար, պէտք է որոշենք նստարանների միութիւնների թիւը։ Եթէ որ դասատանը լինէին նստարաններ և աթոռներ, այն ժամանակը մենք պէտք է նստարանները առանձին համարէինք և աթոռները առանձին։ Նշանակում է կարելի է միասին համարել միայն նոյնատեսակ միութիւնները։ Եթէ հօտի մէջը կայ ոչխար և այծ, պէտք է ոչխարները առանձին համարել, իսկ այծերը առանձին։ Եթէ կամենում ենք իմանալ թէ ուսումնարանի հեռաւորութիւնը որքան է եկեղեցուց, դորա համար մենք վերցնում ենք մի որոշեալ երկարութիւն՝ օրինակ արշին, դարսում ենք այդ հեռաւորութեան մէջ և իմանում ենք թէ քանի անգամ մտաւ նորանում։ Այդտեղ արշինը միաւոր է։ Ուրեմն կարող ենք ասել՝ միաւոր կոչվում է այն որոշեալ քանակութիւնը, որի հետ համեմատում ենք նոյնատեսակ քանակութիւնները։ Նոյնատեսակ քանակութիւնները համարելով՝ ստանում ենք թիւ։ Օրինակ եթէ մենք համարենք 8 հատ խնձոր, այն ժամանակը 8 խընձորը կ'լինի թիւ։ Ուրեմն կարելի է ասել՝ մի քանի նոյնատեսակ միութիւնների միացումը կոչվում է թիւ։

Համարել նշանակում է, միութեանը աւելացնում ենք նոյնատեսակ միութիւն և ստանում ենք թիւ, այդ թւին կրկին աւելացնում ենք նոյնատեսակ միութիւն և ստանում ենք նոր թիւ, այդ նոր թւին դարձեալ աւելացնում ենք նոյնատեսակ միութիւն և ստանում ենք դարձեալ նոր թիւ և այլն։ Ուրեմն համարել նշանակում է միութեանը հետզհետէ աւելացնել նոյնատեսակ միութիւններ։

Ինչ անուն ունենում է միութիւնը, նոյն անունը ունենում է և այն թիւը, որ ստացվում է այդ միութիւնների համարելուց։ Այսպէս օրինակ համարելով գրվանքաները՝ ստանում ենք գրվանքաների թիւը. համարելով արշինները՝ ստանում ենք արշինների թիւը և այլն։ Այն թւերը, որոնք ունեն առանձին անուններ, կոչվում են անւանական թւեր։ Օրինակ 7 գրվանքայ, 5 արշին, 8 օր և այլն։ Երբ միութիւնը անուն չունի, այդպիսի միութիւնից ստացած թիւն էլ անուն չունի. այդ տեսակ թւերը կոչվում են վերացական թւեր օրինակ՝ 7, 5, 8 և այլն։ Կարելի է համարել կամ ամբողջ առարկաներ, ամբողջ միութիւններ. օրինակ 4 խնձոր, 7 տանձ կամ կարելի է համարել ամբողջի հաւասար կտորները. օրինակ երեքքառորդ. չորս-հինգերորդական և այլն։ Ամբողջ թիւ կոչվում է մի քանի ամբողջ միութիւնների գումարը, իսկ կոտորակ թիւ կոչվում է մի, կամ մի քանի հաւասար կտորների գումարը։

ՀԱՄՐԱՆՔ.

2. Թւերը համարում են հետևեալ կերպով՝ առաջ համարում են 1-ից մինչև 10-ը հետևաբար աւելացնելով դտած թւի վերայ մի միութիւն։ Յետոյ 10-ը կամ 1-տասնեակը ընդունում են իբրև բարձր կարգի միութիւն այն է երկրորդ կարգի միութիւն և շարունակում են միութիւններ աւելացնելով հա-

մարել տասնեակը և միութիւնների թիւը. այսպէս օրինակ տասնումէկ, տասներկու, տասներեք, տասնուչորս և այլն մինչև որ միութիւնների թիւը դառնայ տասնեակ, այն ժամանակը ստանում են 2 տասնեակ կամ քսան։ Դորանից յետոյ կրկին համարում են քսանը և միութիւնները։ Քսան և իննից յետոյ դորա վերայ աւելացնելով մի միութիւն, ստանում են 3 տասնեակ կամ երեսուն։ Յետոյ համարում են երեսունը և միութիւնները և երբ միութիւնները կազմում են մի տասնեակ, ստանում են 4 տասնեակ կամ քառասուն և այլն։ Այդպէս շարունակելով հետևաբար ստանում են իննսուն։ Իննսունի վերայ հետևաբար աւելացնելով 9 միութիւն, ստանում են իննսունինը, դորա վերայ էլ աւելացնելով մի միութիւն, ստանում են 10 տասնեակ, որին ընդունում են կրկին տասնեակից աւելի բարձր կարգի միութիւն այն է երրորդ կարգի միութիւն։ Այդ երրորդ կարգի միութիւնը կոչվում է հարիւր։ Հետևեալ համրանքը շարունակվում է նոյն կարգով ինչպէս և առաջ, միայն այժմ հարկաւոր է լինում համարել երրորդ, երկրորդ և առաջին կարգերի միութիւնները, որոնք կոչվում են հարիւրաւորներ, տասնաւորներ և միաւորներ։ Այսպէս օրինակ հարիւրին աւելացնելով մի միութիւն, ստանում են հարիւր-մէկ. հետևաբար աւելացնելով 9 միութիւն, ստանում են հարիւր-ինը, որի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միութիւն ստանում են հարիւր-տասը, ապա՝ հարիւր-տասնումէկ, հարիւր-տասն-երկու, հարիւր-տասն-երեք, հարիւր-տասնուչորս և այլն։ Այդ տեղ ուրեմն բացի հարիւրը համարում են տասնաւորները և միաւորները բոլորովին այնպէս, ինչպէս և մինչև 100ը համարելը։ Այդպիսով մենք կարող ենք հասնել հարիւր-իննսուն-ինին, որի վերայ աւելացնելով մի միութիւն, կ'ստանանք հարիւր և էլի 10 տասնեակ կամ ընդամենը 2 հարիւր։ Հետևաբար աւելացնելով այդ թւերին իննսունինը միութիւն, բացի երկու-հարիւրից կ'ստանանք տասնաւորների և միաւորների թւերը նոյն կարգով, ինչ կարգով ստանում էինք 100-ից պակաս թւերի համար։ Իսկ երբ երկու հարիւր իննսունինի վերայ աւելացնենք էլի մի միութիւն կ'ստանանք երեք հարիւր կամ 3 հարիւր։ Դորանից յետոյ համարում են երեք հարիւրը և տասնաւորները ու միաւորները նոյն կարգով. այնպէս որ երեքհարիւր իննսուն ինի վերայ աւելացնելով էլի մի միութիւն, ստանում ենք չորսհարիւր, որի վերայ մի-մի աւելացնելով հարիւր միութիւն, ստանում ենք հինգհարիւր և այլն։ Ապա նոյն կարգով ստանում ենք վեցհարիւր, եօթնհարիւր, ութհարիւր և իննհարիւր։ Դորա վերայ մի-մի աւելացնելով դարձեալ իննսունինը միութիւն, կ'ստանանք ինը հարիւր իննսուն ինը, որի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միութիւն, կ'ստանանք 10 հարիւր, որին ընդունում ենք հարիւրաւորից աւելի բարձր կարգի միութիւն այսինքն չորրորդ կարգի միութիւն։ Այդ չորրորդ կարգի միութիւնը կոչվում է հազար։ Այդպէս շարունակելով համրանքը բացի հազարից, համարում են նոյնպէս ստորին կարգի միութիւնները այսինքն հարիւրաւորները, տասնաւորները և միաւորները նոյն կարգով, ինչ կարգով որ համարում էինք մինչև հազարը։ Այսպէս օրինակ հազար ինը հարիւր իննսուն ինի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միութիւն, կստանանք երկու հազար և բացի այդ երկու հազարից, հարիւրաւորների, տասնաւորների և միաւորների համրանքը լինում է այն կարգով, ինչ կարգով լինում էր հազարիցը պակաս թուերի համար։ Այդպէս ստանալով 2 հազար ինը հարիւր իննսուն ինը և դորա վերայ աւելացնելով մի միութիւն, կ'ստանանք 3 հազար և այլն։ Դորանից յետոյ նոյն կարգով կ'ստանանք չորս հազար, հինգ հազար, վեց հազար, եօթը հազար, ութ հազար, ինը հազար և վերջապէս 10 հազար, որին ընդունում են իբրև հինգերորդ կարգի միութիւն։ Դորանից յետոյ բացի տասը հազարաւորը, հետևեալ համրանքը ընթանում է նոյն կարգով ինչպէս և առաջ։ Համարելով դարձեալ տասը հազար միութիւն, կ'ստանանք քսան հազար կամ երկու անգամ տասը հազար։ Դարձեալ համարելով տասը հազար միութիւն, կ'ստանանք ե-

րեսուն հազար կամ երեք տասը հազար և այլն։ Այդպէս շարունակելով կ'ստանանք քառասուն հազար, յիսուն հազար, վաթսուն հազար, եօթանասուն հազար, ութսուն հազար, իննսուն հազար և վերջապէս հարիւր հազար, որին ընդունում են վեցերորդ կարգի միութիւն։ Այդ հարիւր հազարի վերայ համարելով դարձեալ հարիւր հազար միութիւն, կ'ստանանք երկու հարիւր հազար, ապա երեք հարիւր-հազար, չորս հարիւր-հազար, հինգհարիւր-հազար, վեց հարիւր-հազար, եօթը հարիւր-հազար, ութ հարիւր-հազար, ինը հարիւր-հազար։ Դարձեալ համարելով հարիւր հազար, կ'ստանանք 10 հարիւր հազար, որին ընդունում են իբրև եօթերորդ կարգի միութիւն կամ միլիօն։ Դորանից յետոյ համրանքը շարունակում են առաջին կարգով, այսպէս օրինակ, բացի միլիօնը համարում են միաւորները, տասնաւորները, հարիւրաւորները, հազարաւորները, տասը հազարաւորները, հարիւր հազարաւորները եթէ միայն դոքա կան և երբ այդ համարած միութիւնները կազմում են դարձեալ միլիօն միութիւն, այն ժամանակը ստանում ենք երկու միլիօն, ապա երեք միլիօն և այլն։ Դոցանից հետևեալ միութիւնները են տասը միլիօն, հարիւր միլիօն, հազար միլիօն, տասը հազար միլիօն, հարիւր հազար միլիօն, բիլիօն, տասը բիլիօն, հարիւր բիլիօն և այլն։

Իւրաքանչիւր կարգի միութիւնը շատ է իւր նախորդ կարգի միութիւնից 10 անգամ և փոքր է իւր յաջորդ կարգի միութիւնից 10 անգամ։ Այսպէս օրինակ հարիւրաւորը շատ է տասնաւորից 10 անգամ։ Այդ պատճառով էլ մեր թուարկութիւնը կոչվում է տասնորդական թուարկութիւն։

ԹՈՒԵՐԻ ՁԵՒԱԿԵՐՊՈՒՄՆ

3. Թուերը գրաւոր կերպով ձևակերպելու համար խօսքերի փոխանակ գործ են ածում թուանշաններ, որոնք թւով տասն են, 0 (զէրօ), 1 (մէկ), 2 (երկու), 3 (երեք), 4 (չորս), 5 (հինգ), 6 (վեց), 7 (եօթը), 8 (ութ), 9 (ինը): Այդ տասը թւանշանների օգնութեամբ կարելի է ձևակերպել ամենայն թիւ: Այդ կարելի է լինում այն պատճառով, որ իւրաքանչիւր թւանշան բացի որոշեալ միութիւնների քանակութիւնը ցոյց տալուց, ստանում է զանազան նշանակութիւն և իւր գրված տեղին համեմատ: Թւանշանների տեղը սկսվում է աջ ձեռքից դէպի ձախ: Իւրաքանչիւր կարգի միութիւնը որոշեալ տեղ է բռնում թւի մէջ: Այսպէս օրինակ՝

միաւորը	գրվում է	առաջին	տեղումը
տասնաւորը	,,	երկրորդ	,,
հարիւրաւորը	,,	երրորդ	,,
հազարաւորը	,,	չորրորդ	,,
տասը հազարաւորը	,,	հինգերորդ	,,
հարիւր հազարաւորը	,,	վեցերորդ	,,
միլիօնաւորը	,,	եօթերորդ	,,
տասը միլիօնաւորը	,,	ութերորդ	,,
հարիւր միլիօնաւորը	,,	իններորդ	,, և այլն:

Եթէ օրինակ 5-ը գրած է երրորդ տեղումը, նա նշանակում է 5 հարիւր, իսկ եթէ գրած է եօթերորդ տեղումը, այն ժամանակը նշանակում է 5 միլիօն և այլն:

Դիցուք թէ պէտք է գրել հինգ հարիւր ութսուն եօթը: Այդ թիւը պարունակում է իւր մէջ երեք կարգի միութիւններ, այն է 5 հարիւրաւոր, 8 տասնաւոր և 7 միաւոր, ուստի այդ թիւը պէտք է երեք տեղ ունենայ թւանշանների համար: Աւելի ակներև լինելու համար այդ երեք տեղերը նշանակենք վանդակներով:

3. տ	2. տ	1. տ

Առաջին տեղումը պէտք է գրել 7 միաւոր, երկրորդ տե-

ղումը 8 տասնաւոր, երրորդ տեղումը 5 հարիւրաւոր, այդպէս անելուց յետոյ՝ կ՛ստանանք

5	8	7

Ասենք թէ պէտք է գրել վեց հազար երկու հարիւր երեսուն ինը: Որովհետև այդ թւումը կան հազարաւորներ, այդ պատճառով դա պէտք է ունենայ 4 տեղ: Չորրորդ տեղումը պէտք է լինի 6 հազարաւոր, երրորդ տեղումը 2 հարիւրաւոր, երկրորդ տեղումը 3 տասնաւոր և առաջին տեղումը 9 միաւոր.

4. տ	3. տ	2. տ	1. տ
6	2	3	9

որ առանց վանդակի կ՛լինի 6239:

Գրել երեսուն եօթը հազար քառասուն հինգ:

Այդ թւումը կայ 3 տասը հազարաւոր, որ պէտք է լինի հինգերորդ տեղումը, 7 հազարաւոր, որ պէտք է լինի չորրորդ տեղումը, 4 տասնաւոր, որ պէտք է լինի երկրորդ տեղումը և 5 միաւոր, որ պէտք է լինի առաջին տեղումը: Գրելով վանդակների մէջ կ՛ստանանք

3	7		4	5

որպէս զի դատարկ տեղ չ՛մնայ, որ շատ անյարմար է առանց վանդակի գրելիս, այդ պատճառով այն կարգի միութեան տեղը, որ չ՛կայ թւի մէջ, գրում են զէրօ: Այդպէս օրինակ վերյիշեալ թիւը պէտք է գրել այսպէս՝

3	7	0	4	5

որ առանց վանդակի կ՛լինի 37045:

Գրել քառասուն հազար եօթը հարիւր երկու:

Հետևելով ընդհանուր կանոնին այդ թիւը կ՛գրվի այսպէս՝

4	0	7	0	2

կամ առանց վանդակի 40702։

Գրել երեսուն միլիոն քսան եօթը հազար ութ։

Այդ թիւը կլինի՝

3	0	0	2	7	0	0	8

իսկ առանց վանդակի 30027008։

Ով որ սովորել է գրել վանդակով, նա կարող է հեշտութեամբ գրել և առանց վանդակի, դորա համար արժէ միայն հաստատ իմանալ կարգով զանազան կարգի միութեանց յաջորդութիւնը։ Գրելիս միշտ պէտք է սկսել տուած թուի ամենաբարձր կարգի միութիւնից։ Աւելի հեշտ է դասերը բաժանել այն է՝ առաջ գրել օրինակ հազար միլիոնների թիւը, յետոյ հասարակ միլիոնների թիւը, յետոյ հասարակ հազարների թիւը և վերջապէս միաւորների թիւը, այսինքն ամեն-մի անգամում, բացի առաջին անգամից, գրել երեք կարգի միութիւնները, այն է կամ հազար միլիոնների, կամ հասարակ միլիոնների, կամ հասարակ հազարների կամ հասարակ միաւորների՝ հարիւրաւորը, տասնաւորը և միաւորը։ Հասկանալի է որ եթէ թուի մէջ չ՚կայ տուած, օրինակ, հարիւր հազարաւոր, այն ժամանակը առաջի անգամում պէտք է գրել միայն տասը հազարաւորը և միաւոր հազարաւորը, իսկ առաջին անգամից յետոյ միշտ պէտք է գրել երեք կարգի միութիւնները։

Դիցուք պէտք է գրել երեսուն ութ միլիոն, վեց հարիւր եօթը հազար, ինը հարիւր երկու։ Դորա համար առաջ կ՚գրենք միլիոնների թիւը որ է 38, յետոյ հազարների թիւը որ է 607, յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 902. այնպէս որ վերյիշեալ թիւը կ՚գրվի այսպէս 38.607.902.

Գրել՝ չորս հազար եօթանասուն վեց միլիոն, յիսուն երեք հազար, երկու հարիւր երեսուն։ Դորա համար առաջ կ՚գրենք հազար միլիոնաւորը, որ է 4, յետոյ պէտք է գրել հարիւրաւոր, տասնաւոր և միաւոր միլիոնները, բայց տուած թուի մէջ կայ միայն 76 միլիոն, նշանակում է հարիւրաւոր միլիոն չկայ, այդ պատճառով 4 հազար միլիոնաւորից յետոյ հետևեալ 3 թուանշանները կ՚լինեն 076 միլիոն։ Դորանից յետոյ պէտք է գրել հազարաւորների թիւը, որ տուած թւումն է 53, բայց որովհետև պէտք է գրել 3 թուանշան, ուստի և միլիոններից յետոյ պէտք է գրել 053։ Յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 230։ Ուրեմն բոլոր թիւը կ՚լինի 4076053230։

Գրել վաթսուն երեք միլիոն եօթը հարիւր չորս։ Դորա համար առաջ կ՚գրենք 63 միլիոն, յետոյ պէտք է գրել 3 կարգի միութիւններ այսինքն հարիւր հազարաւոր, տասը հազարաւոր և միաւոր հազարաւոր, բայց որովհետև տուած թուի մէջ դորա չ՚կան, ուստի և պէտք է գրել երեք զերօ 000, յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 704։ Ուրեմն բոլոր թիւը կ՚լինի 63000704։

Գրել 8 միլիոն, 607 հազար, 9 միաւոր. կ՚լինի 8.607.009

Գրել՝ 360 միլիոն, 48 հազար, 60 միաւոր. կ՚լինի 360.048.060։

Գրել՝ 25 միլիոն, 430 հազար. կ՚լինի 25430000։

Այն թուերը, որոնք ունեն մի թուանշան կոչվում են, միանիշ, որոնք ունեն երկու թուանիշ, կոչվում են երկնիշ. յետոյ եռանիշ, քառանիշ, հնգանիշ և այլն։ Օրինակ 76043-ը հնգանիշ է։

ԹՈՒԵՐԻ ԿԱՐԴԱԼԸ

4. Գրած թիւը կարդալու համար հարկաւոր է միայն հասկանալ թուի իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը և սկսել կարդալ ամենաբարձր կարգի միութիւններից։ Այսպէս օրինակ 65 նշանակում է 6 տասնաւոր և 5 միաւոր կամ վաթսուն և հինգ։ 783-ը նշանակում է 7 հարիւրաւոր, 8

տասնաւոր և 3 միաւոր կամ եօթը հարիւր ութսուն երեք։ 560-ը նշանակում է հինգ հարիւրաւոր և 6 տասնաւոր կամ հինգ հարիւր վաթսուն։ 3086-ը նշանակում է 3 հազարաւոր, 8 տասնաւոր և 6 միաւոր կամ երեք հազար ութսուն վեց։

Մեծ թուերը կարդալու համար աւելի յարմար է կարդալ դաս-դաս՝ առաջ միլիոնները, յետոյ հազարները, ապա միաւորները և այլն, այսինքն ամեն անգամում կարդալ երեք կարգի միութիւնները, բացի առաջինից, որի մէջ կ'պատահի կարդալու 1 կամ 2 կարգի միութիւն։ Օրինակ դիցուք պէտք է կարդալ 8215049-ը։ Դորանում կայ 8 միլիոն, 215 հազար, 49 միաւոր։

Կարդալ՝ 318034058060. դորանում կայ 318034 միլիոն, բացի դորանից 58 հազար և 60 միաւոր։

Կարդացէք հետևեալ թուերը՝ 3600070; 60080465; 9410050; 7000000 և այլն։

ՀԱՐՑԵՐ

Քանի՞ տասնաւոր կայ հազարումը, տասը հազարումը, հարիւր հազարումը, միլիոնումը:

Քանի՞ հարիւր կայ հազարումը, տասը հազարումը, հարիւր հազարումը, միլիոնումը:

Քանի՞ տասնեակ պէտք է լինի, որ կազմի հազար, տասը հազար, հարիւր հազար, միլիոն:

Քանի՞ հարիւր պէտք է լինի, որ կազմի հազար, տասը հազար, հարիւր հազար, միլիոն:

Քանի՞ տասնեակ կայ 2370-ի մէջ: Քանի հարիւր կայ հազարում:

Քանի՞ տասը, քանի՞ հարիւր, քանի՞ հազար, քանի՞ տասը հազար կայ 17083-ումը:

Քանի՞ տասը եւ քանի՞ հարիւր կայ 324-ում:

Քանի՞ հարիւր, քանի՞ հազար կայ 324 տասնումը:

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՔ ԱՄԲՈՂՋ ԹՈՒԵՐՈՎ

5. Աշակերտը 15 թերթ թուղթ տուեց ընկերին, իւր մօտ էլի մնաց 24 թերթ։ Նա ընդ ամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր։ Այդ հարցը լուծելու համար, պէտք է տուած երկու թուերից, այն է 15 թերթից, որ տուեց ընկերին և 24 թերթից, որ մնաց իւր մօտ, կազմել մի նոր թիւ, որ ցոյց տայ թէ ընդամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր։

Վարժապետը 19 մատիտ բերեց դասատուն, որից 12 հատ տուեց աշակերտներին, քանի՞ մատիտ մնաց իւր մօտ։ Այդ հարցին պատասխանելու համար հարկաւոր է նոյնպէս 19 մատիտից, որ բերեց դասատուն, և 12 մատիտից, որ տուեց աշակերտներին, կազմել մի նոր թիւ, որ ցոյց տայ թէ քանի մատիտ մնաց իւր մօտ։

Առհասարակ զանազան հարցեր վճռելու համար հարկաւոր է լինում մի քանի յայտնի թուերից կազմել նոր թիւ։ Այդ նպատակին հասնելու համար, պէտք է զանազան գործողութիւններ կատարել թուերի վերայ։ Այդ գործողութիւններից չորսը կոչւում են գլխաւոր կամ հիմնական գործողութիւնք, որոնք են գումարումն, հանումն, բազմապատկումն և բաժանումն։

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ.

6. Աշակերտը 12 թերթ թղթից տետրակ կարեց, 7 թերթ ընկերին տուեց և իւր մօտ մնաց էլի 5 թերթ։ Նա ընդամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր։ Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է 12 թերթի վերայ, որից տետրակ կարեց, աւելացնել 7 թերթը, որ իւր ընկերին տուեց, այդպիսով մենք կիմանանք տետրակ կարած և ընկերին տուած թերթերի թիւը, յետոյ այդ ստացած թուերի վերայ էլի աւելացնելով այն 5 թերթը, որ իւր մօտ մնաց, կ'իմանանք հարցի պատասխանը։

Առաջին դասատանը կար 27 աշակերտ, երկրորդում 23 աշակերտ, երրորդում 21 աշակերտ և չորրորդում 18 աշակերտ: Քանի՞ աշակերտ կար բոլոր չորս դասատանը միասին: Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է առաջին դասատան 27 աշակերտի Թուի վերայ աւելացնել երկրորդ դասատան 23 աշակերտի Թիւը, այդպիսով կ'իմանանք երկու դասատան աշակերտների Թիւը: Յետոյ ստացած Թուի վերայ կ'աւելացնենք երրորդ դասատան 21 աշակերտի Թիւը, կ'ստանանք երեք դասատան աշակերտների Թիւը միասին: Յետոյ այդ ստացած Թուի վերայ էլի կ'աւելացնենք չորրորդ դասատան 18 աշակերտի Թիւը և կ'ստանանք միասին բոլոր չորս դասատան աշակերտների Թիւը:

Այս գործողութիւնը, որով միքանի Թուեր միասին ժողովում—միացնում ենք, կոչվում է գումարում: Այն Թուերը, որ տուած են միացնելու կամ գումարելու համար, կոչվում են **գումարելիք**, իսկ այն Թիւը, որ ստանում ենք միքանի Թուեր գումարելուցը, կոչվում է **գումար**: Եթէ կամենում ենք ցոյց տալ Թէ տուած Թուերը պէտք է գումարել, այն ժամանակը փոխանակ խօսքերով ասելու կամ գրելու այդ բանը, կարճութեան համար գումարելիների մէջերում գրում ենք յաւելման նշան կամ խաչանիշ (+) եԹէ գումարելիները գրած են կարգով, իսկ եԹէ գրած են միմեանց տակը, այն ժամանակը նշանը դրվում է նոցա առաջև:

$$\begin{array}{lc} & \text{գումարելիք} \qquad \text{գումար} \\ \text{Օրինակ} & 4 + 2 + 9 = 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrl} & & 4 & \\ \text{կամ} & + & 2 & \text{գումարելիք} \\ & & 9 & \\ \hline & & 15 & \text{գումար} \end{array}$$

Երկու զուգահեռական գծերը կոչվում են հաւասարութեան նշան: Երբ գումարելիները գրած են լինում միմեանց

տակ, այն ժամանակը վերջի գումարելու և գումարի մէջ քաշում են գիծ, որ գումարելիքը ու գումարը միմեանց չխառնվեն:

ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

7. Դիցուք տուած է գումարելու 5 խնձոր, 6 խնձոր և 9 խնձոր: Դորա համար մենք 5 խնձորի վերայ կ'աւելացնենք 6 խնձոր կամ 6 անգամ 1 խնձոր և կստանանք 11 խնձոր, յետոյ 11 խնձորի վերայ կ'աւելացնենք 9 խնձոր կամ 9 անգամ 1 խնձոր և կ'ստանանք գումարը 20 խնձոր: ԵԹէ մենք առաջ վերցնենք 6 խնձոր և վերան աւելացնենք 5 խնձոր կ'ստանանք 11 խնձոր և դորա վերայ աւելացնենք 9 խնձոր, դարձեալ գումարը կ'ստանան 20 խնձոր: Կամ եԹէ մենք առաջ վերցնենք 9 խնձոր, վերան աւելացնենք 5 խնձոր, կ'ստանանք 14 խնձոր. և դորա վերայ աւելացնելով 6 խնձոր, դարձեալ գումարը կ'ստանանք 20 խնձոր և այլն: Որովհետև գումարելիս մենք վերցնում ենք բոլոր միութիւնները, որ կան բոլոր գումարելիների մէջ, ուստի դորանից երևում է որ, Թէ սկզբիցը սկսենք գումարել, Թէ միջիցը և Թէ վերջիցը, գումարը միևնոյնը կ'ստանանք: **Ուրեմն գումարելիների կարգը փոխելիս գումարը մնում է անփոփոխ:**

Մեր բերած օրինակներից երևում է, որ **գումարը հաւասար է բոլոր գումարելիներին միասին վերցրած.** դորանից հետևում է հակառակ եզրակացութիւնը, որ **գումարելիներից մէկը հաւասար է գումարին առանց միւս գումարելիների:** Օրինակ՝ 8+3+7 գրիչը հաւասար է 18 գրչին, ուրեմն 8 գրիչը հաւասար է 18 գրչին առանց 3 և 7 գրչի կամ առանց 10 գրչի, որովհետև 18 գրիչը հաւասար է 10 և 8 գրչին միասին, ուրեմն եԹէ 18 գրչիցը դուրս գանք 10 գրիչ, կ'մնայ 8 գրիչ:

Որովհետև Թիւը ստացվում է նոյնատեսակ միութիւնների հետևաբար աւելացնելուց, այդ պատճառով էլ աւելացնել կամ գումարել կարելի է միայն նոյնատեսակ թուերը. օրինակ մատիտների թիւը մատիտների թուի հետ, գրվանքաների թիւը գրվանքաների թուի հետ և այլն։

Եթէ 5 մատիտի վերայ աւելացնենք 7 գրիչ ո՞րքան կ՚ստանանք։ Հովիւը ունէր 7 ոչխար և 9 այծ. նա քանի՞ ոչխար ունէր և քանի՞ այծ։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

8. Դիցուք թէ տուած է գումարելու՝ 8945+370+2408+7256։ Որովհետև գումարել միասին կարող ենք միայն միենոյն կարգի միութիւնները, այդ պատճառով տուած թուերը գումարելու համար, մենք պէտք է առաջ գումարենք առաջին կարգի միութիւնները, յետոյ երկրորդ կարգի միութիւնները, յետոյ երրորդ կարգի և յետոյ չորրորդ կարգի կամ ընդհակառակը առաջ պէտք է գումարենք 4-դ կարգի միութիւնները, յետոյ 3-դ կարգի, յետոյ 2-դ կարգի և յետոյ 1-դ կարգի։

Յարմարութեան համար գումարելու ժամանակ պէտք է տուած գումարելիների միաւորները գրել միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ, հարիւրաւորները հարիւրաւորների տակ և այլն։ Առհասարակ պէտք է գրել այնպէս, որ միենոյն կարգի միութիւնները լինեն միմեանց տակը։ Յետոյ վերջին գումարելու տակը գիծ կ՚քաշենք, և գումարը կ՚գրենք այդ գծի տակը, որ չխառնենք գումարելիների հետ։ Եւ կ՚սկսենք գումարել աջ կողմից այսինքն միաւորներից՝ կասենք՝

$$\begin{array}{r} 8945 \\ 370 \\ +\,2408 \\ 7256 \\ \hline 18979 \end{array}$$

5 և 8 կլինի 13 և 6 կլինի 19 միաւոր. դորանում կայ 9 միաւոր, որ կ՚գրենք գծի տակ և 1 տասնաւոր, այդ 1 տաս-

նաւորը կ՚գումարենք տասնաւորների հետ միասին, ուրեմն կ՚ասենք 1 տասնաւոր և 4 կ՚լինի 5 և 7 կ՚լինի 12 և 5 կ՚լինի 17 տասնաւոր. դորանում կայ 7 տասնաւոր, որ կ՚գրենք գծի տակ իւր երկրորդ տեղումը և 1 հարիւրաւոր, որ կ՚գումարենք հարիւրաւորների հետ։ Կասենք 1 հարիւրաւոր և 9 կլինի 10 և 3 կլինի 13 և 4 կլինի 17 և 2 կլինի 19 հարիւրաւոր, դորանում կայ 9 հարիւրաւոր որ կ՚գրենք հարիւրաւորի երրորդ տեղում և 1 հազարաւոր, որ կ՚գումարենք հազարաւորների հետ։ Կասենք 1 հազարաւոր և 8 կ՚լինի 9 և 2 կ՚լինի 11 և 7 կ՚լինի 18 հազարաւոր, դորանում կայ 8 հազարաւոր, որ կ՚գրենք հազարաւորի տեղ այսինքն չորրորդ տեղումը և 1 տասը հազարաւոր, որ կ՚գրենք իւր հինգերրորդ տեղում և գումարը կ՚լինի 18979։

Մենք տուած թուերը գումարեցինք աջ կողմից այժմ նոյն թուերը գումարենք ձախ կողմից։ Ուրեմն կասենք.

$$\begin{array}{r} 8\,9\,4\,5 \\ 3\,7\,0 \\ 2\,4\,0\,8 \\ 7\,2\,5\,6 \\ \hline 17'8'6' \\ \hline 18\,9\,7\,9 \end{array}$$

8 հազարաւոր և 2 կ՚լինի 10 և 7 կ՚լինի 17 հազարաւոր. դորան կ՚գրենք իւր տեղում գծի տակը։ Յետոյ կ՚գումարենք հարիւրաւորները՝ կ՚ասենք 9 հարիւրաւոր և 3 կ՚լինի 12 և 4 կլինի 16 և 2 կ՚լինի 18 հարիւրաւոր, դորանում կայ 1 հազարաւոր և 8 հարիւրաւոր, այդ մի հազարաւորը պէտք է աւելացնենք առաջվայ 17 հազարի վերայ, ուրեմն 17 պէտք է ջնջենք և տեղը գրենք 18. իսկ 8 հարիւրաւորը գրենք իւր տեղումը։ Յետոյ կ՚գումարենք տասնաւորները կասենք՝ 4 տասնաւոր և 7 տասնաւոր կ՚լինի 11 և 5 կ՚լինի 16 տասնաւոր. այդ 16 տասնաւորում կայ 1 հարիւրաւոր, որ պէտք է աւելացնել առաջվայ գրած 8 հարիւրաւորի վերայ, ուրեմն 8

պէտք է ջնջենք տեղը գրենք 9, իսկ 6 տասնաւորը գրենք իւր տեղում։ Յետոյ կ'գումարենք միաւորները ասելով՝ 5 միաւոր և 8 կ'լինի 13 և 6 կ'լինի 19. դորանում կայ 1 տասնաւոր և 9 միաւոր. այդ 1 տասնաւորը պէտք է աւելացնենք առաջ-վայ գրած 6 տասնաւորի վերայ, ուրեմն 6 պէտք է ջնջենք տեղը գրենք 7, իսկ 9 միաւորը գրենք իւր տեղում գծի տակը։

Այս օրինակից պարզ երևում է, որ աջ կողմից գումարելը շատ յարմար է, իսկ ձախ կողմից գումարելը ներկայացնում է դժուարութիւններ, այդ է պատճառը, որ միշտ պէտք է սկսել գումարել աջ կողմից — միաւորներից։

Գումարել՝ 8056+2790+264+9085

$$
\begin{array}{r}
8056 \\
+\ 2790 \\
264 \\
9085 \\
\hline
20195
\end{array}
$$

Կասենք 6 և 4 կ'լինի 10 և 5 կ'լինի 15 միաւոր. դորանում կայ 5 միաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ և 1 տասնաւոր, որ կ'գումարենք տասնաւորների հետ։ Կասենք 1 տասնաւոր և 5 կ'լինի 6 և 9 կ'լինի 15 և 6 կ'լինի 21 և 8 կ'լինի 29 տասնաւոր. դորանում կայ 9 տասնաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ և 2 հարիւրաւոր, որ կ'գումարենք հարիւրաւորների հետ։ Կասենք՝ 2 հարիւրաւոր և 7 կ'լինի 9 և 2 կ'լինի 11 հարիւրաւոր. դորանում կայ 1 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ և 1 հազարաւոր, որ կ'գումարենք հազարաւորների հետ։ Յետոյ կասենք 1 հազարաւոր և 8 կ'լինի 9 և 2 կ'լինի 11 և 9 կ'լինի 20 հազարաւոր. դորանում կայ ուղիղ 2 տասը հազարաւոր, իսկ հասարակ հազարաւոր չ'կայ, ուրեմն հազարաւորի չորրորդ տեղը գծի տակ կ'գրենք 0, իսկ 2 տասը հազարաւորը կ'գրենք իւր հինգերորդ տեղումը և կ'ստանանք բոլոր գումարը 20195։

Ուրեմն մի քանի թուեր գումարելու համար հարկաւոր է նախ տուած գումարելիքը գրել միմեանց տակ, այնպէս որ միաւորները լինեն միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ և այլն. յետոյ վերջին գու-

մարելու տակ գիծ քաշել և սկսել գումարել միաւորներից, եթէ միաւորների գումարը փոքր լինի 9-ից, այն ժամանակ կ'գրենք միաւորների տակ, իսկ եթէ շատ լինի 9-ից, այն ժամանակ միայն միաւորի նշանակը կ'գրենք միաւորների տակ, իսկ տասնաւորներնը կ'գումարենք տասնաւորների հետ. այդպէս կ'վարվենք և տասնաւորների, հարիւրաւորների հետ և այլն։

Եթէ կամենանք գումարումը կատարել մտաւոր կերպով, այն ժամանակը աւելի յարմար է գումարելը սկսել ամենամեծ կարգի միութիւնից։

Իսկ եթէ տուած է գումարել բաւական շատ թուեր, այն ժամանակը աւելի յարմար է առաջ մի քանի թուեր գումարել միմեանց հետ, միւս միքանիսը միմեանց հետ, մնացածներն էլ միմեանց հետ. յետոյ այդ ստացած գումարները դարձեալ գումարել միմեանց հետ։

Դիցուք տուած է գումարել՝ 705+113+28+2369+415+910+3200+9130+89+24+5+1007+9+72+1987+39+18+11։

Մենք առաջի 6 թիւը օրինակ կ'գումարենք կ'ստանանք՝ 4540
երկրորդ 6-ը կ'գումարենք կ'ստանանք՝ 13455
մնացած 6-ը կ'գումարենք կ'ստանանք՝ 2136
յետոյ այդ երեքը միասին կ'գումարենք՝ 20131
կ'ստանանք ընդհանուր գումարը։

Այժմ տեսնենք ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ փոփոխենք գումարելիքը։

Դիցուք իմ մէկ գրպանումը կայ 12 կոպէկ, իսկ միւսումը 6 կոպէկ. ընդամենը ես քանի՞ կոպէկ ունեմ։ Պատասխան՝ 18 կոպէկ։ Եթէ որ իմ մի գրպանումը լինէր ոչ 12 կոպէկ, այլ 3 կոպէկ պակաս, այն ժամանակը ընդամենը քանի՞ կոպէկ կ'ունենայի ես։ Պատ. առաջվանից 3 կոպէկ պակաս այսինքն 15 կոպէկ։ Իսկ եթէ մի գրպանումն լինէր ոչ 12 կոպէկ, այլ 4 կոպէկ աւելի. այն ժամանակը ընդամենը քանի՞ կոպէկ կ'ունենայի։ Պատ. առաջվանից 4 կոպէկ աւելի այսինքն 22 կոպէկ։

Առհասարակ եթէ գումարելիներից մինը աւելացնենք օրինակ 8-ով, այն ժամանակը գումարն էլ կ'աւելանայ 8-ով։ Որովհետև գումարը պարունակում է իւր մէջ այնքան միութիւն, որքան պարունակում են իւրեանց մէջ բոլոր գումարելիքը միասին և որովհետև գումարելիներիցը մինը աւելանում է 8-ով, նշանակում է գումարն էլ աւելանում է 8-ով։ Դորան հակառակ եթէ գումարելիներից մինը պակասացնենք օրինակ 5-ով, այն ժամանակը գումարը ևս կ'պակասի 5-ով, որովհետև նա 5 միութիւն պակաս կ'պարունակի իւր մէջ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնէք 8-ով, իսկ միւսը 3-ով։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնենք 7-ով, իսկ միւսը պակասացնենք 7-ով։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնենք 17-ով, իսկ միւսը փոքրացնենք 8-ով և այլն։

Գումարումը գործ է դրվում այնպիսի խնդիրներ վճռելու ժամանակ, երբ պահանջվում է գտնել այնպիսի թիւ, որ հաւասար լինի բոլոր տուած թուերին միասին. կամ երբ պահանջվում է մի թուի վերայ աւելացնել մի քանի միութիւններ։ Օրինակ՝

Ուսումնարանի առաջին դասատանը կայ 38 աշակերտ, երկրորդումը 49, իսկ երրորդումը 23։ Ընդամենը քանի՞ աշակերտ կայ այդ երեք դասատանը։ Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է մի այնպիսի թիւ գտնել, որ հաւասար լինի բոլոր տուած թուերին միասին, ուրեմն պէտք է գումարել՝

$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 49 \\ 23 \\ \hline 110 \end{array}$$

Նշանակում է երեք դասատանը միասին կայ 110

Միւս օրինակ՝ Վաճառականը գնեց թէյ 724 մանէթի և ցանկանում է այնպէս վաճառել, որ բոլորի մէջ աշխատի 38 մանէթ։ Նա ո՞րքանով պէտք է վաճառի գնած թէյը։ Նա պէտք է թէյը այնքան մանէթով աւելի վաճառի, որքան որ կամենում է աշխատել։ Նշանակում է նա պէտք է 724-ը աւելացնի 38-ով. այսինքն պէտք է գումարի 724-ը և 38-ը։ Ուրեմն ապրանքը պէտք է վաճառի 724+38=762 մանէթով։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է գումարումն. ի՞նչպէս են կոչվում այն թուերը, որոնք տուած են գումարելու. ի՞նչպէս է կոչվում այն թիւը, որ ստացվում է գումարելուց. ի՞նչպէս է կոչվում գումարման նշանը. նա ի՞նչպէս է գրվում եւ որտեղ:

Ի՞նչպէս են գումարվում միանշան թուերը եւ ի՞նչպէս բազմանշան թուերը:

Ի՞նչի համար ենք գումարելիները գրում միմեանց տակ այնպէս, որ միեւնոյն կարգի միութիւնները լինին միմեանց տակը:

Ի՞նչի համար ենք գումարելը սկսում աջ ձեռքից:

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել այն դիպուածներումը, երբ գումարելիները բաւական շատ են:

Կարելի է արդեօ՞ք. գումարել թուերը առանց միմեանց տակը գրելու:

ՀԱՆՈՒՄՆ

9. Երեխան ունէր 19 խնձոր, որից իւր ընկերին տուեց 7 հատ։ Նորա մօտ քանի՞ խնձոր մնաց։ Պատասխան. մնաց 12 խնձոր։

Այն գործողութիւնը, որով մէկ թիւ դուրս ենք գալի միւսից, կոչվում է հանում։ Այն թիւը՝ որից դուրս ենք գալի օրինակ 19-ը, կոչվում է նուազելի։ Այն թիւը, որ դուրս ենք գալի, օրինակ 7, կոչվում է հանելի, իսկ այն թիւը, որ դուրս գալուցը յետոյ մնում է, օրինակ 12, կոչվում է մնացորդ կամ տարբերութիւն։ Հանման նշանն է (—), որ գրվում է հանելի թուի առաջ։ Հանման գործողութիւնը դասաւորվում է այսպէս՝

$$\begin{array}{r} 19 \text{ խնձոր նուազելի} \\ -\ 7 \text{ խնձոր հանելի} \\ \hline 12 \text{ խնձոր մնացորդ կամ տարբերութիւն:} \end{array}$$

Վերը բերած օրինակից երևում է, որ 19 խնձորից դուրս գալով 7 խնձոր էլի մնում է 12 խնձոր, ուրեմն եթէ դուրս եկած 7 խնձորը կրկին աւելացնենք մնացած 12 խնձորի վերայ, դարձեալ կ'ստանանք 19 խնձոր: Նշանակում է եթէ մնացորդի վերայ աւելացնենք հանելին, կ'ստանանք նուազելին: Ուրեմն նուազելին հաւասար է հանելուն գումարած հետը մնացորդը:

Բացի դորանից որովհետև 12 խնձորը + 7 խնձորի հետ = 19 խնձորին, դորանից հետևում է, որ եթէ 19 խնձորից դուրս գանք 12 խնձոր, կ'մնայ 7 խնձոր, այսինքն եթէ նուազելուցը դուրս գանք մնացորդը, կ'ստանանք հանելին: Ուրեմն հանելին հաւասար է նուազելուն առանց մնացորդի:

Որովհետև 19 խնձորը = 12 խնձորին + 7 խնձոր. դորանից հետևում է, որ 7 խնձորի վերայ պէտք է աւելացնել 12 խնձոր, որ ստանանք 19 խնձոր: Նշանակում է 19 խնձորը շատ է 7 խնձորից 12 խնձորով, իսկ 7 խնձորը փոքր է 19 խնձորից 12 խնձորով: Դորանից երևում է, որ մնացորդը կամ տարբերութիւնը ցոյց է տալի թէ որքանով մի թիւ շատ է կամ փոքր է միւսից:

Հանման մէջ նուազելին հաւասար է հանելուն գումարած մնացորդի հետ. նշանակում է նուազելին հանելու և մնացորդի գումարն է: Ուրեմն հանման մէջ տուած թուերը այսինքն նուազելին կարելի է ընդունել իբրև գումար, իսկ հանելին իբրև գումարելի, հանման ժամանակ մենք պէտք է գտնենք տարբերութիւնը այսինքն տուած գումարի միւս գումարելին: Ուրեմն կարելի է ասել նոյնպէս՝ հանումն այնպիսի գործողութիւն է, որ տուած գումարով և գումարելի թուերից մէկով պէտք է գտնել միւս գումարելի թիւը:

Վարժապետը իւր ձեռքին ունէր 12 մատիտ: Նորա

մօտ քանի՞ մատիտ կ'մնայ, եթէ որ նա աշակերտներին տայ 8 մատիտ: Այդ օրինակիցը պարզ երևում է, որ վարժապետը չէ կարող մատիտներիցը գրիչ տալ աշակերտներին: Ուրեմն միմեանցից կարելի է դուրս գալ միայն նոյնատեսակ միութիւնները:

Վաճառականը գնեց 4365 արշին մահուդ և այդ մահուդից վաճառեց 2798 արշին: Ո՞րքան մահուդ մնաց նորա մօտ: Այս խնդրի մէջ մենք պէտք է գտնենք այն մնացորդը, որ կ'մնայ 2798-ը 4365-ից դուրս գալուց յետոյ, իսկ դորա համար պէտք է 2798-ը դուրս գանք 4365-ից:

Որովհետև միմեանցից կարող ենք հանել միայն նոյնատեսակ միութիւնները, ուստի աւելի յարմար է տուած թուերը գրել միմեանց տակ այնպէս, որ միաւորները լինեն միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ և այլն:

$$\begin{array}{r} 4\dot{}3\dot{}6\dot{}5 \\ -\ 2798 \\ \hline 1567 \end{array}$$

Այստեղ 8 արշինը պէտք է դուրս գալ 5 արշինից, բայց այդ անկարելի է, ուստի մենք 1 տասնաւոր կ'մանրացնենք կը շինենք միաւորներ. 1 տասնաւորը ունի 10 միաւոր 5 միաւոր էլ ուրիշ ունենք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 15 միաւոր, որից եթէ դուրս գանք 8 միաւոր, կ'մնայ 7 միաւոր, որ կը գրենք գծից ներքև միաւորների տակ: Ուրեմն առաջվայ 6 տասնաւորիցը կ'մնայ 5 տասնաւոր: Ցոյց տալու համար որ 1 տասնաւոր վերցրած է, 6-ի գլխին դնում ենք մի կէտ: Յետոյ 9 տասնաւորը պէտք է դուրս գանք 6՝ կամ 5 տասնաւորից, բայց որովհետև այդ անկարելի է, ուստի 1 հարիւրաւոր կը մանրացնենք կ'շինենք տասնաւորներ. 1 հարիւրաւորը ունի 10 տասնաւոր, 5 տասնաւոր էլ ուրիշ ունէինք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 15 տասնաւոր, որից եթէ դուրս գանք 9 տասնաւորը, կ'մնայ 6 տասնաւոր, որ գրում ենք տասնաւորների երկրորդ տեղումը: Նոյնպէս նշան ենք դնում հարիւրաւորների գլխին ցոյց տալու համար, որ 1 հարիւրաւոր վերցրել ենք: Յետոյ պէտք է 7 հարիւրաւորը դուրս գանք 3՝ կամ 2 հարիւրաւորից, բայց որովհետև այդ ևս անկարելի է, ուստի 1 հազարաւոր մանրացնում ենք և դարձնում հարիւրաւորներ, նշան դնելով հազարաւորի վերայ: 1 հազարաւորը ունի 10 հարիւրաւոր, 2 հարիւրաւոր էլ ուրիշ ունէինք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 12 հարիւրաւոր, որից դուրս գալով 7 հարիւրաւոր՝ կ'մնայ 5 հարիւրաւոր, որ գրում ենք իւր երրորդ տեղում: Դորանից յետոյ երկու հազարաւորը դուրս ենք գալի 3 հազարաւորից, որովհետև կարելի է, և մնում է 1 հազարաւոր, որ գրում ենք իւր չորրորդ տեղում և բոլոր մնացորդը լինում է 1567 արշին:

Միւս օրինակ՝ ճանապարհորդը պէտք է գնար 702 վերստ. Նա արդէն գնացել էր դորանից 438 վերստ: Քանի՞ վերստ էր մնում նորան գնալու:

$$\begin{array}{r} 7^{\cdot}0^{\cdot}2 \\ -\ 438 \\ \hline 264 \end{array}$$

Առաջ պէտք է 8 միաւորը դուրս գանք 2 միաւորից, բայց որովհետև այդ անկարելի է, ուստի պէտք է մի տասնաւոր մանրացնենք շինենք միաւորներ: Տուած օրինակումը տասնաւորներ չ'կան, ուստի մենք առաջ 1 հարիւրաւոր կ'մանրացնենք կ'շինենք տասնաւորներ, որ կ'լինի 10 տասնաւոր: Այդ 10 տասնաւորից 1 տասնաւոր կ'մանրացնենք կ'շինենք միաւորներ, ուրեմն կ'մնայ 7՝ կամ 6 հարիւր, 9 տասնաւոր և 10 միաւոր, 2 միաւոր էլ ուրիշ ունենք, միասին կ'լինի 12 միաւոր, որից դուրս գալով 8 միաւոր՝ կ'մնայ մնացորդ 4 միաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ միաւորների տեղը: Յետոյ 3 տասնաւորը դուրս կ'գանք 0՝ կամ 9 տասնաւորից, կ'մնայ 6 տասնաւոր, որ կ'գրենք իւր երկրորդ տեղումը: Ապա դուրս կ'գանք 4 հարիւրաւորը մնացած 7՝ կամ 6 հարիւրաւորից և կ'մնայ 2 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք իւր տեղումը և մնացորդ կ'ստանանք ընդամենը 264 վերստ:

Ուրեմն մի թիւ միւսից դուրս գալու համար պէտք է հանելին գրել նուազելու տակ, այնպէս որ միևնոյն կարգի միաւորները գտնուեն միմեանց տակ: Յետոյ պէտք է սկսել դուրս գալ աջ ձեռքից սկսած միաւորներից. եթէ հանելու թուանշանները փոքր են նուազելու համապատասխան թուանշաններից, պէտք է դուրս գալ և մնացորդը գրել գծի տակ. իսկ եթէ նուազելու որևիցէ թուանշանը փոքր լինի համապատասխան հանելու թուանշանից, այն ժամանակ պէտք է նուազելու հետևեալ թուանշանից մէկը պակասացնել 1-ով և դորա փոխարէն 10 աւելացնել այն թուանշանի վերայ, որից պէտք էր դուրս գալ: Իսկ եթէ հետևեալ թուանշանը լինի զէրօ, այն ժամանակ պէտք է պակասեցնել նորա հետևեալ թուանշանից 1-ը և 10 աւելացնել այն թուանշանին, որից պէտք էր դուրս գալ, իսկ զէրօն համարել 9: Այդպէս էլ պէտք է վարուել, եթէ լինին մի քանի զէրօներ:

Օրինակներ՝ 24008-ից դուրս գալ 729
3620-ից դուրս գալ 2350
1000-ից դուրս գալ 97

Ինքն ըստ ինքեան պարզ երևում է, որ ձախ ձեռքից հանելը ներկայացնում է դժուարութիւններ, միայն մտաւոր հանելը ներկայացնում է դժուարութիւններ, միայն մտաւոր

Երևան ունէր 18 խնձոր. դորանից մի եղբօրը տուեց 5 խնձոր, միւսին 4 խնձոր և քրոջը 2 խնձոր: Քանի՞ խնձոր մնաց իւր մօտ:

Այդ հարցը լուծելու համար պէտք է իւր ունեցած 18 խնձորից առաջ դուրս գանք 5 խնձորը, որ տուեց մի եղբօրը, ուրեմն կ'մնար 13 խնձոր. յետոյ պէտք է դուրս գանք 4 խնձորը, որ տուեց միւս եղբօրը. դորանից յետոյ կ'մնար 9 խնձոր և ապա պէտք է դուրս գանք 2 խնձորը, որ տուեց քրոջը, ուրեմն դորանից յետոյ իւր մօտ կ'մնար ընդամենը 7 խնձոր:

Որովհետև 18 խնձորից մենք դուրս եկանք 5 + 4 + 2 = 11 խնձոր, ուստի աւելի յարմար է փոխանակ առանձին առանձին դուրս գալու, միասին գումարել հանելի թուերը, որոնց գու- կ՚լինի 11 խնձոր և միանգամից դուրս գալ 18 խնձորից, և կ՚մնայ իւր մօտ 7 խնձոր։ Բացի դորանից փոխանակ առաջվայ պէս առաջ 5 դուրս գալու, յետոյ 4 և ապա 2, մենք կարող ենք առաջ 4 դուրս գալ, յետոյ 5, յետոյ 2, կամ առաջ 2 դուրս գալ, յետոյ 5, յետոյ 4 և այլն, որովհետև այդ բոլոր դիպուածներումը երեխայի մօտ պէտք է 11 խնձորով պակաս մնայ իւր առաջվայ ունեցածից։

Դորանից հետևում է որ ինչ կարգով էլ հանենք հանելի թուերը նուազելուց, տարբերութիւնը միևնոյնը կ՚լինի։

Տեսնենք ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ մնացորդը, եթէ փոփոխենք նուազելին կամ հանելին։

Աշակերտը ունէր 26 թերթ թուղթ. նա այդ թղթից իւր ընկերներին տուեց 12 թերթ, նորա մօտ քանի՞ թերթ թուղթ մնաց։ Պատ. 14 թ։

Նորա մօտ քանի՞ թերթ պակաս կ՚մնար առաջվանից, եթէ որ նա ունենար ոչ 26 թերթ, այլ 4 թերթով պակաս։

Նորա մօտ քանի՞ թերթ աւելի կ՚մնար առաջվանից, եթէ որ նա 5 թերթ աւելի ունենար. եթէ որ նա ունենար 20 թերթ, բայց իւր ընկերին տար ոչ 12 թերթ, այլ 3 թերթ պակաս։

Քանի՞ թերթ առաջվանից պակաս կ՚մնար աշակերտի մօտ, եթէ որ նա ընկերին տար ոչ 12 թերթ, այլ 4 թերթ աւելի։

Քանի՞ թերթ թուղթ կ՚մնար աշակերտի մօտ, եթէ որ նա ունենար 4 թերթ աւելի և իւր ընկերին տար 4 թերթ աւելի կամ եթէ նա ունենար 5 թերթ պակաս և իւր ընկերին տար 5 թերթ պակաս։

Նորա մօտ ո՞րքան աւելի կ՚մնար, եթէ որ նա ունենար 7 թերթ աւելի և տար իւր ընկերին 2 թերթ աւելի. եթէ որ նա ունենար 6 թերթ աւելի և իւր ընկերին տար 3 թերթ պակաս։

Նորա մօտ ո՞րքան պակաս կ՚մնար, եթէ որ նա ունենար 2 թերթ պակաս և իւր ընկերին տար 4 թերթ աւելի և այլն։

Օրինակ՝ 563 նուազելի
— 248 հանելի
315 մնացորդ։

Եթէ նուազելին շատացնենք 40-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ՚շատանայ նոյնպէս 40-ով, որովհետև եթէ մի թիւ առաջվանից 40-ով աւելի է, բայց մենք դուրս ենք գալի նորանից միևնոյն թիւը, այն ժամանակը մնացածը կ՚լինի նոյնպէս 40-ով աւելի։

Եթէ նուազելին փոքրացնենք 20-ով, այն ժամանակը մնացորդը ևս կ՚փոքրանայ 20-ով, որովհետև միևնոյն թիւը դուրս ենք գալի մի թուից, որ առաջվանից 20-ով պակաս է, ուրեմն մնացածն էլ պակաս կ՚լինի առաջվայ մնացածից 20-ով։

Եթէ հանելին շատացնենք 10-ով, այն ժամանակը մնացորդը ևս կ՚փոքրանայ 10-ով, որովհետև միևնոյն նուազելի թուից 10-ով աւելի ենք դուրս գալի քան թէ առաջ, ուրեմն մնացորդը 10-ով պակաս կ՚լինի առաջվայ մնացորդից։

Եթէ հանելին փոքրացնենք 24-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ՚աւելանայ 24-ով, որովհետև միևնոյն նուազելի թուից դուրս ենք գալի 24-ով պակաս առաջվանից, ուրեմն մնացորդը 24-ով աւելի կ՚լինի առաջվանից։

Եթէ նուազելին և հանելին միասին շատացնենք միևնոյն թւով, օրինակ 15-ով, այն ժամանակը մնացորդը չի փոխվիլ, որովհետև երբ 15-ով շատացնում ենք նուազելին, մնացորդն էլ շատանում է 15-ով, իսկ երբ 15-ով շատացնում ենք հանելին, մնացորդը փոքրանում է 15-ով։ Ուրեմն եթէ նուազելին և հանելին շատացնում ենք 15-ով, նշանակում է մնացորդը առաջ շատանում է 15-ով, և յետոյ դարձեալ փոքրանում է 15-ով, ուրեմն մնում է անփոփոխ։

Դժուար չէ համոզվելու, որ եթէ նուազելին և հանելին փոքրացնենք միևնոյն թւով օրինակ 10-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ'մնայ նոյնպէս անփոփոխ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ մնացորդը, եթէ որ նուազելին շատացնենք 8-ով, իսկ հանելին փոքրացնենք 8-ով։ Եթէ նուազելին շատացնենք 9-ով, իսկ հանելին շատացնենք 6-ով։ Եթէ նուազելին փոքրացնենք 12-ով, իսկ հանելին շատացնենք 5-ով։ Եթէ նուազելին փոքրացնենք 10-ով, իսկ հանելին շատացնենք 10-ով։

Խնդիրները վճռելու ժամանակ հանումն գործ է դըրվում երեք դիպուածում։

1. Երբ հարկաւոր է լինում գտնել երկու թուի տարբերութիւնը կամ իմանալ թէ մի թիւ քանիսով աւելի կամ փոքր է միւսից։

2. Երբ հարկաւոր է լինում մի թիւ փոքրացնել միքանիսով։

3. Երբ յայտնի է լինում երկու թուի գումարը և գումարելիներից մինը և հարկաւոր է լինում գտնել միւս գումարելին։

Օրինակ առաջին դիպուածի վերայ։

Վաճառականը խանութումը ունէր 438 մանէթ, իսկ տանը ունէր 789 մանէթ։ Նա տանը քանի՞ մանէթ աւելի ունէր քան թէ խանութումը։ Այս հարցը վճռելու համար պէտք է իմանալ թէ 789 մանէթը քանիսով է աւելի 438 մանէթից։ Նշանակում է պէտք է 438 մանէթը դուրս գալ 789 մանէթից։ Տարբերութիւնը կ'լինի 351 մանէթ։ Ուրեմն վաճառականը տանը 351 մանէթ աւելի ունէր քան թէ խանութումը։

Օրինակ երկրորդ դիպուածի վերայ։

Վաճառականը իւր ապրանքը ծախեց 4572 մանէթով և մէջը աշխատեց 528 մանէթ։ Նա ինքը ո՞րքան էր տուել այդ ապրանքին։ Այս խնդիրը վճռելու համար պէտք է գտնել մի այնպիսի թիւ, որ 528 մանէթով պակաս լինի 4572 մանէթից, այսինքն 4572 մանէթից պէտք է դուրս գալ 528 մանէթ, կ'ստանանք 4044 մանէթ։ Նշանակում է ինքը վաճառականը ապրանքին տուել էր 4044 մանէթ։

Օրինակ երրորդ դիպուածի վերայ։

Հովիւը ունէր 364 ոչխար, որից միքանիսը ծախեց և իւր մօտ մնաց էլի 197 ոչխար։ Նա քանի՞ ոչխար ծախեց։

Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է յայտնի գումարով և գումարելիներից մէկով գտնել միւս գումարելին. ուրեմն պէտք է 364-ից դուրս գալ 197, այդ անելով՝ կ'ստանանք 364—197=167 ոչխար։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է հանումն: Ի՞նչպէս են կոչվում այն թւերը, որ տուած են հանման համար եւ այն թիւը, որ ստանում ենք հանման ժամանակ: Հանման նշանը ի՞նչպէս է գրվում եւ որտե՞ղ:

Ի՞նչպէս է կատարվում հանման գործողութիւնը:

Ի՞նչի համար է հանումն սկսվում աջ ձեռքից: Կարելի է արդեօ՞ք հանումն սկսել ձախ ձեռքից:

Հանելի թւից եւ մնացորդից ի՞նչպէս պէտք է կազմել նուազելի թիւը:

Երկու թւի գումարն է 18, իսկ գումարելիներից մէկը 6, գտէ՛ք միւս գումարելին:

Ի՞նչ թւից պէտք է դուրս գալ 8, որ էլի մնայ 12:

Եթէ մի որեւիցէ թւից հանենք 20, ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ այդ թիւը:

Ես մի թիւ եմ բռնել մտքումս, որից եթէ դուրս գամ 13 դարձեալ կ'մնայ 17: Ի՞նչ թիւ եմ բռնել մտքումս:

Երկու թւի տարբերութիւնն է 12, իսկ մեծ թիւն է 27. գտէ՛ք փոքր թիւը:

Որքան պէտք է հանել 38-ից, որ դարձեալ մնայ 21:

Ի՞նչ թիւ է փոքր 28-ից 13ով:

Երկու թւի տարբերութիւնն է 18, իսկ փոքր թիւն է 9. ո՞րքան է մեծ թիւը:

Եթէ մեզ յայտնի է նուազելին եւ տարբերութիւնը, ի՞նչպէս պէտք է գտնենք հանելին:

Եթէ մեզ յայտնի է հանելին եւ տարբերութիւնը. ի՞նչպէս պէտք է գտնենք նուազելին:

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄ

10. Մի մատիտը արժէ 5 կ. ո՞րքան կ'արժենայ 4 մատիտը:

Որովհետև մի մատիտը արժէ 5 կոպէկ, ուրեմն 4 մատիտը կ'արժենայ 4 անգամ 5 կոպէկ. այսինքն $5+5+5+5=20$ կոպէկ:

Մի արշին մահուդը արժէ 4 մանէթ. ո՞րքան կ'արժենայ 3 արշինը: Եթէ որ մի արշին մահուդը արժէ 4 մանէթ, ուրեմն 3 արշինը կ'արժենայ 3 անգամ 4 մանէթ այսինքն $4+4+4=12$ մանէթ:

Այս գործողութիւնը, որով մի թիւ կրկնվում է իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան միւս թւումը միութիւն կայ, կոչվում է բազմապատկութիւն: Այն թիւը, որ բազմապատկվում է կամ կրկնվում է իբրև գումարելի միքանի անգամ, կոչվում է բազմապատկելի: Այն թիւը, որի վերայ բազմապատկվում է կամ որը ցոյց է տալի թէ քանի անգամ բազմապատկելի թիւը պէտք է կրկնել իբրև գումարելի, կոչվում է բազմապատկիչ: Իսկ այն թիւը, որ ստանում ենք բազմապատկելուց, կոչվում է արտադրեալ: Ուրեմն բազմապատկելին և բազմապատկիչը միասին կոչվում են արտադրիչներ: Բազմապատկութեան նշանն է $\times$, որ դրվում է կամ բազմապատկվող թուերի մէջ, երբ նոքա գրված են կարգով կամ բազմապատկչի առաջ, երբ նոքա գրված են լինում միմեանց տակ:

Բ-կելի Բ-կիչ ար. Բ-կելի Բ-կիչ ար.

Օրինակ $5\times3=15$ կամ $5.\ 3=15$ կամ

$$\begin{array}{rl} 5 & \text{բազմապատկելի} \\ \times\,3 & \text{բազմապատկիչ} \\ \hline 15 & \text{արտադրեալ:} \end{array}$$

Պարզ երևում է որ բազմապատկումը ո՛չ այլ ինչ է, եթէ ո՛չ միքանի միմեանց հաւասար թուերի գումարումն:

Որովհետև բազմապատկիչը ցոյց է տալի թէ քանի անգամ պէտք է կրկնել բազմապատկելին իբրև գումարելի, այդ պատճառով նա պէտք է լինի միշտ վերացական թիւ, որովհետև անուանական թիւը չէ կարող ցոյց տալ միքանի անգամ: Օրինակ չի կարելի ասել 8 գրվանքան կրկնել 3 գրվանքայ անգամ:

Բազմապատկումը որոշում են և հետևեալ կերպով այսինքն՝ բազմապատկութիւն այնպիսի գործողութիւն է, որով բազմապատկելի թուից կազմում ենք մի նոր թիւ ուղիղ այնպէս, ինչպէս որ բազմապատկիչը կազմված է 1-ից:

Այդ նոր որոշումով բազմապատկենք օրինակ 8ը 3-ի վերայ: Այդ նշանակում է 8-ից պէտք է կազմենք մի թիւ ուղիղ այնպէս, ինչպէս 3-ը կազմվել է 1-ից: Մենք գիտենք որ 3-ը կազմվել է 1-ից այսպէս՝ վերցրել ենք 1-ը աւելացրել ենք վերան էլի 1 և կրկին աւելացրել ենք 1 և ստացել ենք 3. այսինքն $1+1+1=3$. Այդպէս էլ 8-ից պէտք է մի թիւ շինենք այսինքն վերցնենք $8+8+8=24$: Դորանից երևում է որ բազմապատկութեան այս վերջի որոշումն նոյն է, ինչ որ առաջի որոշումն, այսինքն բազմապատկումն մի այնպիսի գործողութիւն է, որով մի թիւ կրկնվում է իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան միւս թւումը միութիւն կայ:

ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

11. Դիցուք տուած է 5-ը բազմապատկել 3-ի վերայ: Այդ գործողութիւնը կատարելու համար պէտք է 5-ը կրկնենք իբրև գումարելի 3 անգամ և $5+5+5=15$ կ'լինի արտադրեալը: Ուրեմն 5×3 կամ $5.\ 3=15$: Որպէս զի բազմապատկութեան ժամանակ մենք ամեն անգամ չ'կրկնենք բազմապատկելին իբրև գումարելի, որ երկար ժամանակ կ'խլէ. այդ պատճառով պէտք է անգիր իմանալ բոլոր միանշան թուերի արտադրեալները: Այդ արտադրեալները զետեղված են մի աղիւսակի մէջ, որ կոչվում է բազմապատկութեան աղիւսակ և դա հետևեալն է:

2×2= 4	3×3= 9	4×4=16	5×5=25
2×3= 6	3×4=12	4×5=20	5×6=30
2×4= 8	3×5=15	4×6=24	5×7=35
2×5=10	3×6=18	4×7=28	5×8=40
2×6=12	3×7=21	4×8=32	5×9=45
2×7=14	3×8=24	4×9=36	
2×8=16	3×9=27		
2×9=18			

6×6=36	7×7=49	8×8=64
6×7=42	7×8=56	8×9=72
6×8=48	7×9=63	9×9=81
6×9=54		

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԻ ՎԵՐԱՅ

12. Ասենք թէ պէտք է 468-ը բազմապատկել 7-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտքէ 468-ը վերցնել իբրև գումարելի 7 անգամ։ Դորա համար մենք կարող ենք առաջ միաւորը վերցնել 7 անգամ, յետոյ տասնաւորը և ապա հարիւրաւորը։ Բազմապատկումն կատարելու համար մենք առաջ կ'գրենք 468-ը, նորա տակը 7-ը և տակը գիծ կ'քաշենք։ Յետոյ կասենք 8 միաւորը կրկնած 7 անգամ կ'լինի 56 միաւոր. դորանում կայ 6 միաւոր, որ կ'գրենք միաւորների տեղ գծի տակը և 5 տասնաւոր, որ առժամանակ մտքերումս կ'պահենք, որ տասնաւորները կրկնելուց յետոյ նոցա վերայ աւելացնենք։ Յետոյ կասենք 7 անգամ 6 տասնաւոր կ'լինի 42 տասնաւոր, 5 տասնաւոր էլ ունէինք մտքերումս պահած, միասին կ'լինի 47 տասնաւոր. դորանում կայ 7 տասնաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ տասնաւորի տեղը, և 4 հարիւրաւոր, որ կ'պահենք մտքերումս, որ հարիւրաւորը կրկնելուց յետոյ նորա վերայ աւելացնենք։ Կասենք 7 անգամ 4 հարիւրաւոր կ'լինի 28 հարիւրաւոր և էլի մտքերումս ունէինք 4 հարիւրաւոր, միասին կ'լինի 32 հարիւրաւոր. դորանում կայ 2 հարիւրաւոր, որ

կ'գրենք գծի տակ հարիւրաւորի տեղը, և 3 հազարաւոր, որ կ'գրենք հազարաւորի տեղը այսինքն չորրորդ տեղը և արտադրեալը կ'լինի 3276։

$$\begin{array}{r} 468 \\ \times 7 \\ \hline 3276 \end{array}$$

Բազմապատկումն սկսել աջ ձեռքից ունի այն յարմարութիւնը, որ մենք ստորին կարգի միութիւնները կրկնելով՝ ստանում ենք բարձր կարգի միութիւն, որ յետոյ աւելացնում ենք բարձր կարգի միութիւնների վերայ։

Ուրեմն բազմանիշ թիւը միանիշ թուի վերայ բազմապատկելու համար, հարկաւոր է բազմապատկելու բոլոր թուանշանները հետեւաբար բազմապատկել բազմապատկչի վերայ։ Երբ բազմապատկելու որեւէ թուանշանի և բազմապատկչի արտադրեալը 9-ից աւելի չէ, պէտք է բոլոր ստացած արտադրեալը գրել այնպէս ինչպէս կայ, իսկ երբ ստացած արտադրեալը 9-ից աւելի լինի, այն ժամանակ պէտք է գրել միայն դորա միաւորները, իսկ տասնաւորները աւելացնել բազմապատկելու հետեւեալ թուանշանի և բազմապատկչի արտադրեալի վերայ։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ 10,100,1000-Ի ՎԵՐԱՅ ԵՒ ԱՌՀԱՍԱՐԱԿ ԵՐԲ ՈՒՆԵՆՔ 1 ԶՐՕՆԵՐՈՎ

13. Տուած է բազմապատկելու 2678-ը 10-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է 2678-ը կրկնել իբրև գումարելի 10 անգամ, կամ որ միենոյն է շատացնել 10 անգամ։ Դորա համար հարկաւոր է աջ կողմից աւելացնել մի 0 և արտադրեալը կ'ստանի 26780։ Այդ ժամանակը առաջվայ իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը 10 անգամ կ'շատանայ. այդպէս օրինակ 8 միաւորը կ'դառնայ 8 տասնաւոր. 7 տասնաւորը կ'դառնայ 7 հարիւրաւոր. 6 հարիւրաւորը կ'դառնայ 6 հազարաւոր և այլն: Նշանակում է բոլոր թիւը կ'շատանայ 10 անգամ:

Ասենք թէ տուած է 736 բազմապատկել 100-ի վերայ: Այդ նշանակում է պէտք է 736-ը կրկնել իբրև գումարելի 100 անգամ, որ միևնոյն է նշանակում է նորան շատացնել 100 անգամ: Դորա համար հարկաւոր է 0 0 աւելացնել աջ կողմից, կ'ստացվի 73600, որ 100 անգամ շատ կ'լինի 736-ից, որովհետև իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը կ'շատանայ 100 անգամ: Ըստ որում 6 միաւորը կ'դառնայ 6 հարիւրաւոր. 3 տասնաւորը կ'դառնայ 3 հազարաւոր և այլն: Նշանակում է և բոլոր թիւը կ'շատանայ 100 անգամ:

Վերոյիշեալ դատողութեանց հիման վերայ դուրս կ'գայ որ՝ 4892×1000=4892000
1784×10000=17840000 և այլն:

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

14. Դիցուք տուած է բազմապատկել 837-ը 24-ի վերայ: Դորա համար պէտք է 837-ը վերցնենք իբրև գումարելի 24 անգամ կամ կրկնենք 24 անգամ: Մենք առաջ կ'կրկնենք 837-ը 4 անգամ, յետոյ 20 անգամ, կամ առաջ կ'կրկնենք 20 անգամ յետոյ 4 անգամ և ստացած թուերը կ'գումարենք: Աւելի յարմար է տուած թիւը կրկնել միաւորով այսինքն 4 անգամ, յետոյ 20 անգամ:

$$\begin{array}{r} 837 \\ \times 24 \\ \hline 3348 \\ +1674 \\ \hline 20088 \end{array}$$

Տուած 837ը բազմապատկելով միանշան թւի այսինքն

4-ի վերայ՝ կ'ստանանք 3348, որ կ'գրենք գծի տակ: Յետոյ պէտք է 837-ը կրկնենք 20 անգամ: Դորա համար կ'ասենք 7 միաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ կ'ստանանք 14 տասնաւոր, որի մէջ կայ 4 տասնաւոր, որ կ'գրենք տասնաւորների տակ երկրորդ տեղում և 1 հարիւրաւոր, որ մտքերումս կ'պահենք: Յետոյ 3 տասնաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ կ'ստանանք 6 հարիւրաւոր, մտքերումս պահած 1 հարիւրաւորն էլ աւելացնելով՝ կ'ստանանք 7 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք հարիւրաւորների տակ: Յետոյ 8 հարիւրաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ, կ'ստանանք 16 հազարաւոր, որի մէջ կայ 6 հազարաւոր և 1 տասը հազարաւոր, որ կ'գրենք իւրեանց տեղերում, յետոյ գումարելով ստացած թուերը, կ'ստանանք արտադրեալը 20088: Բազմապատկելու արտադրեալը բազմապատկչի իւրաքանչիւր կարգի միութեան վերայ կոչվում է մասնաւոր արտադրեալ, օրինակ 3348-ը և 1674-ը:

Եթէ բազմապատկչի թուանշաններում զերօներ լինեն, այն ժամանակը բազմապատկելիս նոցա թողնում են և բազմապատկում են միայն նշանակութիւն ունեցող թուանշանները: Միայն պէտք է ուշադրութիւն դարձնել, որ ստացած մասնաւոր արտադրեալների իւրաքանչիւր թուանշանը գրվի իւր պատկանեալ տեղումը: Օրինակ դիցուք տուած է՝

$$\begin{array}{r} \times\, 3042 \\ 205 \\ \hline 15210 \\ +6084 \\ \hline 623610 \end{array}$$

Այստեղ երկրորդ մասնաւոր արտադրեալի առաջին թուանշանը 4-ը գրած է առաջին մասնաւոր արտադրեալի երրորդ թուանշանի տակ, որովհետև 2 հարիւր անգամ 2-ը կ'լինի 4 հարիւրաւոր, որ գրել ենք 2 հարիւրաւորի տակ:

Այսպէս կարող ենք բազմապատկել հետևեալ օրինակները՝ 4035×203; 1063×307; 9036×507 7210×3006; 7200×107; և այլն:

Կանոն՝ բազմանիշ թիւը բազմանիշ թուի վերայ բազմապատկելու համար, հարկաւոր է առաջ բազմապատկիչը գրել բազմապատկելու տակ և տակը մի գիծ քաշել:

Յետոյ պէտք է բազմապատկելին բազմապատկել բազմապատկչի բոլոր թուանշանների վերայ, այսպէս մասնաւոր արտադրեալները գրել գծի տակ այնպէս, որ մասնաւոր արտադրեալի առաջին թուանշանը գտնուի բազմապատկչի այն թուանշանի տակ, որի վերայ բազմապատկել ենք: Այս վերջին մասնաւոր արտադրեալի տակը պէտք է գիծ քաշել և բոլոր մասնաւոր արտադրեալները գումարել, այսպէս թիւը կ'լինի առած թուերի ընդհանուր արտադրեալը:

Դիցուք տուած է բազմապատկելու երկու թիւ, որոնցից մէկը կամ երկուսը միասին վերջանում են զերոներով: Օրինակ՝ բազմապատկել 570×400: Այստեղ բազմապատկելին բաղկացած է 57 տասնաւորից, որ պէտք է բազմապատկել 4 հարիւրի վերայ: Տասնաւորը բազմապատկելով հարիւրաւորների վերայ, կ'ստանանք հազարաւորներ: Ուրեմն 57 տասնաւորը բազմապատկելով 4 հարիւրի վերայ, կ'ստանանք 228 հազարաւոր, որ միաւորներ դարձնելով կ'լինի 228000: Սորանից երևում է, որ եթէ արտադրիչները վերջանում են զրոներով, այն ժամանակը պէտք է վերջի զրոները թողել, բազմապատկել մնացած թուանշանները և ստացած արտադրեալի վերջում այնքան զերօ աւելացնել, որքան որ կար բազմապատկելու և բազմապատկչի վերջերում: Այդպիսով բազմապատկումն բաւականին կրճատվում է, օրինակ՝ 387×3000: Դորա համար մենք 387 կ'բազմապատկենք միայն 3-ի վերայ և կ'ստանանք 1161, յետոյ վերջումը կ'աւելացնենք 3 զերօ և կ'ստանանք արտադրեալը

1161000: Նոյնպէս դիցուք պէտք է բազմապատկել 3260×18000. դորա համար կ'բազմապատկենք միայն 326×18 կ'ստանանք՝ 5868 և աջ կողմից կ'աւելացնենք 4 զերօ և կ'ստանանք արտադրեալը 58680000:

Սերացական թուերի բազմապատկութեան ժամանակ, եթէ բազմապատկելին շինենք բազմապատկիչ, իսկ բազմապատկիչը բազմապատկելի, այն ժամանակը արտադրեալը միևնոյնը կ'ստացվի: Օրինակ՝ դիցուք տուած է 4-ը բազմապատկել 3-ի վերայ. այդ միևնոյն է թէ մենք 3-ը բազմապատկենք 4-ի վերայ: Բացատրենք այդ յատկութիւնը: Բազմապատկել 4-ը 3-ի վերայ նշանակում է 4 միութիւնը կրկնել 3 անգամ, այսինքն՝

$$\left.\begin{array}{l}1+1+1+1\\1+1+1+1\\1+1+1+1\end{array}\right\}$$ որ կ'լինի 12, եթէ որ մենք առաջ համարենք

առաջին հորիզոնական տեղի միութիւնները, յետոյ երկրորդ և ապա երրորդ տողի: Միևնոյն 12-ը կ'ստանանք և այն ժամանակը, երբ մենք առաջ համարենք առաջին ուղղահայեաց տողի միութիւնները, յետոյ երկրորդ ուղղահայեաց տողի, ապա երրորդ ուղղահայեաց տողի և յետոյ չորրորդ ուղղահայեաց տողի միութիւնները: Այդ ժամանակը առաջին ուղղահայեաց տողից մենք կ'ստանանք 3 միութիւն, երկրորդից նոյնպէս 3, երրորդից նոյնպէս 3 և չորրորդից նոյնպէս 3: Այնպէս որ ընդամենը կ'լինի $3+3+3+3$ կամ 3×4, որ կ'լինի նոյնպէս 12, ինչպէս և առաջ 4×3 էր տալիս: Ուրեմն արտադրիչների տեղերը փոխելով արտադրեալը մնում է անփոփոխ:

Նոյնը տեղի ունի և այն ժամանակ, երբ հետևաբար պէտք է բազմապատկել միմեանց վերայ մի քանի արտադրիչներ. օրինակ՝ $2.3.4=3.2.4=4.2.3=4.3.2$ և այլն $=24$:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ արտադրեալը եթէ բազմապատկելին և բազմապատկիչը շատացնենք կամ փոքրացնենք միքանի անգամ։

Դասատունը կար 12 աշակերտ, վարժապետը ամէն-մէկին տուեց 6 գրիչ։ Քանի՞ գրիչ ստացան 12 աշակերտը։ Պատ. $6\times12=72$ գրիչ։

Քանի՞ գրիչ պակաս կ'ստանային բոլոր աշակերտները, եթէ որ ամէն-մինը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 2 անգամ պակաս։

Եթէ որ ամէն-մի աշակերտը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 2 անգամ պակաս, այսինքն 3 գրիչ, այն ժամանակը բոլոր աշակերտները կ'ստանային 3×12 գրիչ։ Բայց առաջ նոքա ստացան 6×12 կամ $2\times3\times12$ գրիչ։

Այստեղից երևում է, որ առաջվայ արտադրեալը այսինքն 3×12-ը, 2 անգամ պակաս է երկրորդ արտադրեալից այսինքն $2\times3\times12$-ից, որովհետև առաջին արտադրեալից երկրորդ արտադրեալը ստանալու համար, պէտք է նորան շատացնել 2 անգամ։

Քանի՞ անգամ առաջվանից աւելի գրիչ կ'ստանային բոլոր աշակերտները, եթէ որ ամէն-մինը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 3 անգամ աւելի։

Եթէ որ ամէն-մի աշակերտը ստանար 3 անգամ աւելի գրիչ, այն ժամանակը ամէն-մինը կ'ունենար 3×6 գրիչ, իսկ բոլորը կ'ունենային $3\times6\times12$ գրիչ։ Բայց առաջ նոքա ունէին 6×12 գրիչ։ Պարզ երևում է որ առաջին արտադրեալը 3 անգամ շատ է երկրորդ արտադրեալից։ Ուրեմն բոլորը միասին 3 անգամ աւելի գրիչ կ'ստանային։

Քանի՞ անգամ բոլորը պակաս գրիչ կ'ստանային, եթէ որ աշակերտները լինէին ոչ 12, այլ 4 անգամ պակաս։

Եթէ որ աշակերտները լինէին ոչ 12, այլ չորս անգամ պակաս այսինքն 3, այն ժամանակը բոլորը կ'ստանային 6×3, իսկ առաջ նոքա ստացել էին 6×12 կամ $6\times3\times4$ այսինքն

4 անգամ շատ։ Նշանակում է այժմ աշակերտները կ'ստանան 4 անգամ պակաս գրիչ։

Քանի՞ անգամ աւելի գրիչ կ'ստանային բոլոր աշակերտները. եթէ որ նոքա լինէին ոչ 12, այլ 4 անգամ աւելի։

Այդ ժամանակը աշակերտները կ'ստանային $6\times12\times4$ գրիչ, իսկ առաջ նոքա ստացել էին 6×12 այսինքն 4 անգամ աւելի գրիչ կ'ստանային։

Առհասարակ եթէ տուած է 15×8-ի վերայ, բայց մենք բազմապատկելին շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ'շատանայ 2 անգամ, որովհետև առաջվայ արտադրեալը կ'լինէր 15×8, իսկ երկրորդը կ'լինի $2\times15\times8$ այսինքն 2 անգամ աւելի։

Եթէ բազմապատկիչը շատացնենք 3 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ'շատանայ 3 անգամ, որովհետև նոր արտադրեալը կ'լինի $15\times8\times3$, որ 3 անգամ շատ է առաջվայ արտադրեալից այսինքն 15×8-ից։

Եթէ բազմապատկելին փոքրացնենք 5 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ'փոքրանայ 5 անգամ, որովհետև բազմապատկելին այսինքն 15-ը փոքրացնելով 5 անգամ, կ'ստանանք 3, ուր $3\times5=15$ և նոր արտադրեալը կ'լինի $3\times8=24$։

Եթէ բազմապատկիչը փոքրացնենք 4 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ'փոքրանայ 4 անգամ, որովհետև 8-ը փոքրացնելով 4 անգամ, կ'ստանանք $2\times4=8$ և նոր արտադրեալը կ'լինի 15×2, որ փոքր կ'լինի առաջվայ արտադրեալից այսինքն $15\times2\times4$-ից չորս անգամ։

Ընդհանրապէս եթէ բազմապատկելին կամ բազմապատկիչը շատացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ կ'շատանայ արտադրեալը, իսկ եթէ բազմապատկելին կամ բազմապատկիչը փոքրացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ կ'փոքրանայ արտադրեալը։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ արտադրեալը, եթէ որ բազմապատկելին շատացնենք 4 անգամ, իսկ բազմապատկիչը

5 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 2 անգամ, իսկ բազմապատկիչը փոքրացնենք 2 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 10 անգամ, իսկ բազմապատկիչը փոքրացնենք 5 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 7 անգամ, իսկ բազմապատկիչը շատացնենք նոյնպէս 7 անգամ և այլն։

Խնդիրներ վճռելու ժամանակ ամբողջ թուերի բազմապատկումն գործ է դրվում այն ժամանակ, երբ պէտք է որևիցէ թիւ շատացնել մի քանի անգամ կամ կրկնել իբրև գումարելի մի քանի անգամ։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՛նչ է նշանակում մի թիւ բազմապատկել միւսի վերայ:

Ի՞նչպէս են կոչվում այն թուերը, որ տուած են բազմապատկելու համար եւ այն թիւը, որ ստանում ենք բազմապատկելուց. ի՞նչպէս է գրվում բազմապատկութեան նշանը եւ ի՞նչ տեղ:

Ի՞նչպէս պէտք է բազմանշան թիւը բազմապատկել միանշան թուի վերայ:

Ի՞նչպէս պէտք է որեւիցէ թիւ բազմապատկել 10-ի, 100-ի, 1000-ի եւ այլ այնպիսի թուերի վերայ:

Ի՞նչպէս պէտք է բազմանշան թիւը բազմապատկել բազմանշան թուի վերայ:

Ի՞նչի համար ենք բազմապատկումը սկսում աջ ձեռքից:

Ա՞նչպէս պէտք է վարվել բազմապատկութեան ժամանակ, երբ բազմապատկչի նշանաւոր թուանշանների մէջ կան զերօներ:

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկել այն թուերը, որոնց վերջերումը զերօներ կան:

Եթէ արտադրիչների կարգը փոխենք, ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ արտադրեալը:

Ի՞նչպիսի թիւ կարող է լինել բազմապատկիչը, եւ արտադրիչներից որի նման կ՚լինի արտադրեալը:

Ի՞նչպէս պէտք է որեւիցէ թիւ շատացնենք մի քանի անգամ:

ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

15. Երեք երեխայ միասին առան 17 խնձոր։ Ամեն-մէկին քանի՞ խնձոր կ՚ընկնէր։ Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է 17 խնձորը հաւասար բաժանել 3-ի վերայ։ Այդ անելով կ՚իմանանք, որ ամեն-մէկին կ՚ընկնէր 5 խնձոր և 2 խնձոր կ՚մնար։

Այն գործողութիւնը, որով մի թիւ մի քանի հաւասար բաժին ենք անում, որ իմանանք թէ ամեն-մի բաժինը օրքան է, կոչվում է բաժանում։ Այն թիւը, որ տուած է բաժանելու, կոչվում է բաժանելի։ Այն թիւը, որի վերայ բաժանում ենք տուած թիւը, կոչվում է բաժանարար։ Այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ ամեն-մի բաժինը օրքան է, կոչվում է քանորդ։ Իսկ այն թիւը, որ բաժանելուց յետոյ աւելորդ մնում է, կոչվում է մնացորդ։ Բաժանման նշանն է մի հօրիզօնական գիծ(—), որի գլխին գրվում է բաժանելին, իսկ տակը բաժանարարը կամ երկու կէտ (:), որ գրվում է բաժանելու և բաժանարարի մէջ։ Օրինակ 17-ը բաժանած 3-ի վերայ կ՚գրվի այսպէս՝

$\frac{17}{3}$ կամ 17 : 3։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ՎԵՐԱՅ

16. Չորս վաճառական միասին առան 6756 արշին մահուդ։ Այդ մահուդից ամեն-մէկին քանի՞ արշին կ՚ընկնի։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է 6756 արշին մահուդը հաւասար բաժանենք 4 մարդի վերայ։ Այդ մենք կարող ենք անել հետևեալ կերպով՝ կ՚վերցնենք մի-մի արշին կ՚տանք ամեն-մէկին այնքան անգամ, որ էլ մահուդ չը մնայ և կ՚իմանանք թէ ամեն-մէկին քանի արշին ընկաւ։

Եթէ մենք այդպէս վարվէինք, պէտք է ամեն-մի անգամ վերցնէինք 4 արշին և դորանից մի-մի արշին տայինք 4 մարդին և յետոյ համարէինք թէ քանի անգամ ենք 4 արշին վերցրել: Դորանից երևում է, որ բաժանումն ո՛չ այլ ինչ է, եթէ ո՛չ միեւնոյն թուի հետեւաբար հանումն:

Աւելի յարմար է բաժանումն սկսել բարձր կարգի միութիւններից և գործողութիւնը դասաւորել հետևեալ կերպով: Առաջ կ'գրենք բաժանելին, դորա աջ կողմում կ'քաշենք մի գիծ վերևից ներքև և այդ գծից դէպի աջ կ'գրենք բաժանարարը, իսկ բաժանարարի տակ կ'քաշենք մի հորիզոնական գիծ, որի տակը կ'գրենք քանորդը:

Գործողութիւնը կ'դասաւորվի հետևեալ կերպով:

```
բաժանելի
6,7,5,6 | 4 բաժանարար
        |------------
—4      | 1689 քանորդ
 27
—24
  35
  32
   36
   36
    0 մնացորդ
```

Կասենք եթէ 6 հազարը հաւասար բաժանենք 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 1 հազար, որ կ'գրենք քանորդում, իսկ 4 մարդին կ'ընկնի 1 հազարը կրկնած 4 անգամ կամ 4 հազար: Որ իմանանք թէ էլի քանի հազար է մնում, պէտք է 4 հազարը դուրս գանք 6 հազարից, կ'մնայ 2 հազար: Այդ 2 հազարը կ'շինենք հարիւրներ, դուրս կ'գայ 20 հարիւր, 7-ը հարիւր էլ ուրիշ ունենք միասին կ'լինի 27 հարիւր, որ հաւասար բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 6 հարիւր, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 6 կամ 24 հարիւր: Այդ 6 հարիւրը կ'գրենք քանորդում առաջվայ տաս-

ցած 1 հազարի մօտ: Իմանալու համար թէ էլի քանի հարիւր է մնում, պէտք է 24 հարիւրը դուրս գանք 27 հարիւրից, կ'մնայ 3 հարիւր: Այդ 3 հարիւրը կ'դարձնենք տասներ. դուրս կ'գայ 30 տասը, 5 տասն էլ ուրիշ ունենք, միասին կ'լինի 35 տասը: Այդ 35 տասը հաւասար բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 8 տասը, որ կ'գրենք հարիւրաւորի մօտ, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 8 տասը կամ 32 տասը: Որ իմանանք թէ էլի քանի տասն է մնում, այդ 32 տասը դուրս կ'գանք 35 տասից, էլի կ'մնայ 3 տասը: Այդ 3 տասը կ'դարձնենք միութիւններ, կ'լինի 30 միութիւն, 6 միութիւն էլ ուրիշ ունենք, միասին կ'լինի 36 միութիւն, որ բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 9 միութիւն, որ կ'գրենք տասնաւորի մօտ, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 9 կամ 36: Իմանալու համար թէ էլի քանի միութիւն է մնում պէտք է 36 միութիւնը դուրս գանք 36 միութիւնից, այդ անելով տեսնում ենք, որ ոչինչ չէ մնում: Ուրեմն ամեն-մի վաճառականին ընկաւ 1 հազար, 6 հարիւր, 8 տասը և 9 միութիւն կամ 1689 արշին:

Պէտք է նկատել որ իւրաքանչիւր բաժանմունքից յետոյ մնացած մնացորդը միշտ պէտք է պակաս լինի բաժանարարից: Եթէ օրինակ 27 հարիւրաւորը 4-ի վերայ բաժանելուց յետոյ, մնացորդը 4-ից աւելի լինէր, այն ժամանակը այդ մնացորդից ես կարող էր ամեն-մէկին հասնէր ամբողջ հարիւրներ: Նշանակում է մեր առաջվայ գտած հարիւրաւոր արշինը, որ պէտք է ընկնէր ամեն-մէկին, ուղիղ չէ: Օրինակի համար դիցուք թէ 27 հարիւրաւորը բաժանելով 4-ի վերայ ամեն-մէկին կ'ընկնէր 5 հարիւրաւոր, ուրեմն 4-ին կ'ընկնէր 4 անգամ 5 կամ 20: Այդ 20-ը դուրս գալով 27-ից, էլի կ'մնար 7 հարիւրաւոր, որ 4-ից աւելի է, ուրեմն 7 հարիւրաւորը դարձեալ կարելի էր բաժանել 4-ի վերայ, այնպէս որ ամեն-մէկին կ'ընկնէր էլի 1 հարիւրաւոր: Ուրեմն ընդամենը կ'ընկնէր ամեն-մէկին 6 հարիւրաւոր: Մենք չենք կարող նոյնպէս 5 հարիւրաւորը գինելուց յետոյ վերջի ստացած 1 հարիւրաւորը և նորա կող-քումը գրել, այն ժամանակը կ'ստանայինք 51 հարիւրաւոր, որ սխալ կ'լինէր: Ուրեմն եթէ մնացորդը շատ է բաժանարարից, այդ նշանակում է, որ բաժանելիս մեր քանորդը պակաս ենք վերցրել սկզբանից, ուրեմն պէտք է աւելացնել:

Դորա հակառակ եթէ որ մենք օրինակ 27 հարիւրա-ւորը 4-ի վերայ բաժանելիս ասենք ամեն-մեկին կ'ընկնի ոչ 6, այլ դիցուք 7-ը, այն ժամանակը, 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 7-ը կամ 28, որ շատ է 27-ից: Նշանակում է մենք սխալվել ենք քանորդը շատ ենք վերցրել: Ուրեմն եթէ ստացած քանորդը բաժա-նարարի վերայ բազմապատկելիս ստացած արտադրեալը շատ է լինում այն թուից, որից պէտք է դուրս գայ, նշանակում է, որ քանորդը աւելի ենք վերցրել, ուրեմն պէտք է պակասեցնել:

Ուրեմն բաժանման գործողութիւնը կատարելու համար պէտք է առաջ գրել բաժանելին, յետոյ մի գիծ քաշել դորա աջ կողմում վերևից ներքև և դորանից աջ գրել բաժանարարը: Բաժանարարի տակին էլ պէտք է մի հորիզոնական գիծ քաշել և դորա տակը գրել քանորդը:

Յետոյ պէտք է բաժանելի թուից առանձնացնել այնքան թուա-նշան, որ կարողանայ բաժանվել բաժանարարի վերայ: Այդ առանձնացրած թուանշանները բաժանելով բաժանարարի վերայ՝ իմանում ենք թէ ամեն-մի բաժինը որքան կ'լինի. այդ ստացած թուանշանը գրում ենք քա-նորդ: Բաժանարարը բազմապատկելով քանորդի գտած թուանշանի վերայ, արտադրեալը գրում ենք բաժանելու առանձնացրած թուանշանների տակ և դուրս ենք գալիս նորանից: Յետ ենք բերում և մնացորդի աջ կողմում գրում ենք բաժանելու հետևեալ թուանշանը, որ որոշում ենք նոյնպէս առանձնացրած և ստացած թիւը բաժանելով բաժանարարի վերայ, իմանում ենք թէ ամեն-մի բաժինը որքան կ'լինի, այդպիսով գտ-նում ենք քանորդի երկրորդ թուանշանը, որ գրում ենք քանորդում առաջ-վայ թուանշանի աջ կողմում: Դորա հետ վարվում ենք բոլորովին այնպէս ինչպէս վարվեցինք քանորդի առաջին թուանշանի հետ: Այդպէս շարունա-կում ենք գործողութիւնը մինչև որ հետևաբար ցած կբերենք բաժանելու բոլոր թուանշանները և քանորդի հետևաբար ստացած թուանշանները

գրում ենք միմեանց կողքում: Այդպիսի ստացած թուանշանների խումբը կ'լինի քանորդը:

Կարելի էր բաժանել առաջ միաւորները, յետոյ տասնա-ւորները և այլն, բայց դա կ'ներկայացնէր շատ անյարմարու-թիւններ:

Վերը բերած օրինակում մենք տեսանք, որ ամեն-մի վա-ճառականին ընկաւ 1689 արշին: Եթէ ամեն-մեկին ընկաւ 1689 արշին, նշանակում է 4-ին կ'ընկնէր 4 անգամ 1689 կամ 1689×4 այսինքն 6756 արշին: Դորանից երևում է որ բաժանելին քանորդի և բաժանարարի արտադրեալն է: Բա-ժանման ժամանակ մեզ տուած էին 6756-ը և 4-ը այսինքն արտադրեալը և արտադրիչներից մինը, իսկ մենք գտանք միւս արտադրիչը, որ է 1689:

Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բաժանումն այնպիսի գործողութիւն է, որով գտնում ենք արտադրիչներից մէկը, երբ մեզ յայտնի է լինում արտադրեալը և միւս արտադրիչը:

Մենք տեսնում ենք, որ բաժանումն բազմապատկութեանը հակառակ գործողութիւն է: Դորանից հետևում է, որ եթէ մեզ տուած է օրինակ $1689 \times 4 = 6756$, այն ժամանակը ար-տադրեալը, որ է 6756, բաժանելով 4-ի վերայ, կ'ստանանք 1689ը, իսկ բաժանելով 1689-ի վերայ, կ'ստանանանք 4:

Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բազմապատկելին հաւասար է արտա-դրեալին բաժանած բազմապատկչի վերայ, իսկ բազմապատկիչը հաւասար է արտադրեալին բաժանած բազմապատկելու վերայ:

Մենք տեսանք որ 6756 արշինը հաւասար բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մեկին ընկնում է 1689 արշին. այդ միևնոյն է թէ 6756 արշինը 4 բաժին անենք և ամեն-մի բաժնումը լինի 1689 արշին այսինքն բաժանելի թուի չորրորդ մասը է 1689 արշին: Ուրեմն բաժանումով մենք իմանում ենք բաժանելի թվի մասը:

Բաժանելով 6756-ը 4 հաւասար մասը, մենք բաժանելին փոքրացրինք 4 անգամ: Ուրեմն բաժանումով մենք թիվը փոքրացնում ենք մի քանի անգամ:

Մենք տեսանք որ բաժանումն այնպիսի գործողութիւն է, որով գտնում ենք արտադրեալներից մէկը, երբ յայտնի է լինում արտադրեալը և միւս արտադրիչը: Դորանից հետևում է որ 6756-ը=1689×4 այսինքն 4-ը պէտք է շատացնենք 1689 անգամ, որ ստացվի 6756: Այդ նշանակում է որ 6756-ը 1689 անգամ շատ է 4-ից կամ թէ 4-ը 1689 անգամ փոքր է 6756-ից: Ուրեմն բաժանումով մենք իմանում ենք նոյնպէս թէ մի թիվը քանի՛ անգամ շատ է կամ փոքր է միւսից:

Որովհետև 4-ը կրկնելով իբրև գումարելի 1689 անգամ, ստացվում է 6756, դորանից հետևում է, որ 4-ը պարունակվում է 6756-ի մէջ 1689 անգամ: Ուրեմն բաժանումով կարող ենք նոյնպէս իմանալ թէ մի թիվ միւսի մէջ քանի՛ անգամ է պարունակվում:

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

17. Դիցուք 7234 մանէթը պէտք է բաժանել 24 մարդի վերայ: Մենք կը բաժանենք կարգով. առաջ հազարները, յետոյ հարիւրները, տասները և միութիւնները:

$$\begin{array}{r|l} 72,3,4 & 24 \\ \cline{2-2} -72 & 301 \\ \cline{1-1} 34 & \\ -24 & \\ \cline{1-1} 10 & \end{array}$$

Մենք տեսնում ենք, որ 7 հազարը չի կարելի այնպէս բաժանել 24 մարդի վերայ, որ ամեն-մէկին ընկնի հազարներ: Ուստի 7 հազարը մենք կը դարձնենք հարիւրներ, 1 հազարը ունի 10 հարիւր, 7 հազարը կ'ունենայ 70 հարիւր, 2 հարիւր էլ ուրիշ ունենք, միասին կը լինի 72 հարիւր: Եթէ 72 հարիւրը բաժանենք 24 մարդի վերայ ամեն-մէկին կ'ընկնի 3 հարիւր, 24-ին կ'ընկնի 24 անգամ աւելի այսինքն 72 հարիւր: Այդ 72 հարիւրը դուրս գալով ունեցած 72 հարիւրից, էլ հարիւրաւոր չի մնալ: Այժմ բաժանենք 3 տասը, բայց 3 տասը 24-ից փոքր է, ուրեմն ամեն-մի մարդին ամբողջ տասը չի ընկնիլ, ուստի քանորդում հարիւրաւորներից յետոյ տասնաւորների տեղը կը գրենք զէրօ: Յետոյ մենք այդ 3 տասը կը դարձնենք միութիւններ, որովհետև 1 տասը ունի 10 միութիւն, ուստի 3 տասը կ'ունենայ 30 միութիւն, 4 միութիւն էլ ուրիշ ունենք, ընդամենը կը լինի 34 միութիւն: Դորան բաժանելով 24 մարդի վերայ ամեն-մէկին կ'ընկնի 1 միութիւն, իսկ 24-ին կ'ընկնի 24 միութիւն. այդ 24 միութիւնը դուրս գալով 34 միութիւնից, զարձեալ մնում է 10 միութիւն: Ուրեմն 24 մարդից ամեն-մէկին ընկաւ 301 մանէթ և 10 մանէթ էլ աւելացաւ:

Այդ օրինակից տեսանք, որ եթէ բաժանելու հետևեալ թուանշանը ցած բերելուց յետոյ, ստացած թիվը փոքր է բաժանարարից, այն ժամանակը պէտք է քանորդումը գրել 0, յետոյ ցած բերել բաժանելու հետեւեալ թուանշանը և բաժանումը շարունակել ինչպէս առաջ:

Դիցուք թէ մենք չէինք իմանում թէ որքան փող էր բաժանած: Այդ իմանալու համար մենք կ'ասենք՝ ամեն-մի մարդը ստացել է 301 մանէթ, ուրեմն 24 մարդը ստացել են 301×24 մանէթ և որովհետև 10 մանէթ էլ մնացել է, ուրեմն բոլոր փողը եղել է 301×24+10 կամ 7234 մանէթ:

Դորանից երևում է որ, բաժանելին հաւասար է քանորդին բազ-

բազմապատկած բաժանարարի վերայ և գումարած հետը մնացորդը, եթէ որ կայ։

Եթէ որ բաժանման մէջ բոլոր թուերը յայտնի լինին բացի բաժանարարը, նորան կարելի է գտնել հետևեալ կերպով: Բոլոր մարդիկը ստացել են ոչ 7234 մանէթ, այլ 10 մանէթ պակաս այն է 7224 մանէթ։ Որովհետև ամեն-մինը ստացել է 301 մանէթ և բոլոր ստացածը եղել է 7224 մանէթ, նշանակում է այնքան մարդ են եղել, քանի անգամ որ 301-ը կ'պարունակվի 7224 մէջ, ուրեմն 7224-ը պէտք է բաժանենք 301-ի վերայ, որ իմանանք մարդկերանց թիւը։ Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բաժանարարը հաւասար է բաժանելուն, որոնից դուրս հանած մնացորդը և ստացած թիւը բաժանած քանորդի վերայ։

Տեսնենք ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, երբ մենք փոփոխենք բաժանելին կամ բաժանարարը:

Եթէ 24 գրվանքայ խնձորը բաժանենք 4 մարդի վերայ. ամեն-մէկին ո՞րքան կ'ընկնի։ Պատ. 6 գրվանքայ։

Եթէ տուած լինէր բաժանելու ոչ 24 գրվանքայ խնձոր, այլ 3 անգամ աւելի գրվանքայ, այն ժամանակը ամեն-մինը կ'ստանար 3 անգամ առաջվանից աւելի. որովհետև առաջ 24 գրվանքան բաժանելով 4-ի վերայ ամեն-մէկին ընկնում էր 6 գրվանքայ, իսկ այժմ բաժանելով 3 անգամ 24 գրվանքան կամ 24×3 գրվանքան, ամեն-մէկին կ'ընկնի 3×6 գրվանքայ։ Առհասարակ եթէ բաժանելին շատացնենք օրինակ 6 անգամ, այն ժամանակը քանորդը ևս կ'շատանայ 6 անգամ, որովհետև այժմ 6 անգամ առաջվանից աւելի թիւ ենք բաժանում միևնոյն առաջվայ թուի վերայ. նշանակում է ամեն-մի բաժինն էլ 6 անգամ աւելի դուրս կ'գայ։ Ուրեմն եթէ բաժանելին շատացնենք մի քանի անգամ, ուղիղ այնքան անգամ էլ կ'շատանայ քանորդը։

Եթէ տուած լինէր բաժանելու ոչ 24 գրվանքայ խնձոր, այլ 2 անգամ պակաս գրվանքայ, այն ժամանակը ամեն-մի մարդին էլ 2 անգամ պակաս գրվանքայ կ'ընկնէր, որովհետև առաջվանից 2 անգամ պակաս գրվանքաները բաժանում ենք միևնոյն մարդկերանց վերայ. նշանակում է ամեն-մէկի բաժինն էլ 2 անգամ պակաս կ'լինի։ Ուրեմն եթէ բաժանելին փոքրացնենք մի քանի անգամ, ուղիղ այնքան անգամ էլ քանորդը կ'փոքրանայ։

Եթէ տուած լինէր բաժանելու 24 գրվանքան ոչ 4 մարդի վերայ, այլ 2 անգամ աւելի մարդի վերայ, այն ժամանակը ամեն-մէկին կ'ընկնէր 2 անգամ պակաս գրվանքայ, որովհետև առաջվայ մի մարդի բաժինը այժմ 2 մարդի է հասնելու։ Առհասարակ եթէ բաժանարարը շատացնենք օրինակ 3 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'փոքրանայ 3 անգամ, որովհետև առաջվայ միևնոյն թիւը պէտք է 3 անգամ աւելի բաժին անել. նշանակում է ամեն-մի բաժինը պէտք է առաջվանից 3 անգամ պակաս լինի։ Ուրեմն եթէ բաժանարարը շատացնենք մի քանի անգամ, ուղիղ այնքան անգամ էլ քանորդը կ'փոքրանայ։

Եթէ տուած լինէր 24 գրվանքան բաժանելու ոչ 4 մարդի վերայ, այլ 2 անգամ պակաս մարդի վերայ, այն ժամանակը ամեն-մէկին 2 անգամ աւելի գրվանքայ կ'ընկնէր, որովհետև առաջվայ երկու մարդի բաժինը, այժմ մի մարդի կ'ընկնէր. նշանակում է ամեն-մէկի բաժինը կ'կրկնապատկվէր։ Առհասարակ եթէ բաժանարարը փոքրացնենք օրինակ 5 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'շատանայ 5 անգամ, որովհետև առաջվայ միևնոյն թիւը 5 անգամ պակաս բաժին ենք անում, նշանակում է ամեն-մի բաժինը առաջվայ բաժնից 5 անգամ աւելի դուրս կ'գայ։ Ուրեմն եթէ բաժանարարը փոքրացնենք մի քանի անգամ, ուղիղ այնքան անգամ էլ քանորդը կ'շատանայ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին և բաժանարարը շատացնենք 2 անգամ։ Երբ մենք բաժանելին շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը քանորդն էլ կ'շատանայ 2 անգամ, իսկ երբ մենք բաժանարարը շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'փոքրանայ 2 անգամ, ուրեմն քանորդը առաջ շատացաւ 2 անգամ, յետոյ կրկին փոքրացաւ 2 անգամ, ուրեմն մնաց անփոփոխ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնենք օրինակ 5 անգամ: Եթէ բաժանելին փոքրացնենք 5 անգամ, այն ժամանակը քանորդն էլ կ'փոքրանայ 5 անգամ, իսկ եթէ բաժանարարը փոքրացնենք 5 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'շատանայ 5 անգամ: Ուրեմն առաջվայ քանորդը առաջ 5 անգամ փոքրացաւ, յետոյ 5 անգամ շատացաւ, նշանակում է անփոփոխ մնաց: Ուրեմն եթէ բաժանելին և բաժանարարը հաւասար անգամ փոքրացնենք կամ շատացնենք, այն ժամանակը քանորդը կ'մնայ անփոփոխ: Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին շատացնենք օրինակ 4 անգամ, իսկ բաժանարարը 2 անգամ: Քանորդը առաջ կ'շատանայ 4 անգամ, յետոյ կ'փոքրանայ 2 անգամ: Նշանակում է քանորդը կ'շատանայ 2 անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին շատացնենք 3 անգամ և բաժանարարը շատացնենք նոյնպէս 3 անգամ: Եթէ բաժանելին փոքրացնենք 4 անգամ, իսկ բաժանարարը շատացնենք 8 անգամ: Եթէ բաժանելին շատացնենք 2 անգամ, իսկ բաժանարարը փոքրացնենք 2 անգամ և. այլն:

Հիմնվելով այն յատկութեան վերայ, որ քանորդը չի փոխվիլ երբ բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնենք միևնոյն անգամ, կարող ենք կրճատ կերպով կատարել այն թուերի բաժանումն, որոնք վերջանում են զերոներով: Օրինակ եթէ տուած է 6300-ը բաժանել 700-ի վերայ, մենք կարող ենք բաժանելին էլ բաժանարարն էլ բաժանել 100-ի վերայ, այն ժամանակը քանորդը չի փոխվիլ և կ'ստանանք բաժանելին 63 և բաժանարարը 7-ը, յետոյ 63 բաժանելով 7-ի վերայ կ'ստանանք քանորդը 9, որ միևնոյնը կ'լինի ինչ որ կ'լինէր, եթէ որ 6300-ը բաժանէինք 700-ի վերայ:

Միւս օրինակ, դիցուք տուած է 81800-ը բաժանել 300-ի

վերայ: Դորա համար մենք բաժանելին էլ բաժանարարն էլ կ'բաժանենք 100-ի վերայ, կստանանք բաժանելու տեղը 818, իսկ բաժանարարի տեղը 3. և փոխանակ 81800-ը բաժանելու 300-ի վերայ, կարող ենք 818-ը բաժանել 3-ի վերայ, քանորդը կ'լինի 272 և մնացորդ կ'մնայ 2. բայց այդ 2-ը հարիւրաւոր է ուրեմն պէտք է դորա աջ կողմումը գրել երկու 0, որ լինի մնացորդը 200: Ուրեմն կարող ենք ասել, եթէ բաժանելին և բաժանարարը վերջանում են զերոներով, մենք կարող ենք հաւասար թուով զերոներ ջնջել, ինչպէս բաժանելուց, նոյնպէս և բաժանարարի վերջից և յետոյ մնացածը վերայ բաժանել, այդ ժամանակը քանորդը չի փոխվիլ, յետոյ մնացորդի աջ կողմում պէտք է գրել այնքան զերոներ, որքան ջնջել ենք բաժանելուց կամ բաժանարարից:

ՉՈՐՍ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԵԱՆՑ ՍՏՈՒԳԵԼԸ

18. Կարող է պատահել, որ գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողութիւնները կատարելիս մենք սխալ անենք: Այդ սխալմունքները իմանալու համար կան զանազան միջոցներ, որոնցից մենք կ'բերենք հետևեալները:

Գումարումն ստուգելու համար պէտք է գումարելիներից մինը թողել, իսկ միւսները գումարել և այդ գումարը հանել ընդհանուր գումարից: Եթէ գործողութիւնը ուղիղ է կատարած, այն ժամանակ մնացորդը պէտք է հաւասար լինի թողած գումարելուն, որովհետև ինչպէս մենք տեսանք գումարելիներից մինը հաւասար է գումարին, նորանից դուրս եկած միւս գումարելիները:

Հանումն ստուգելու համար պէտք է մնացորդը գումարել հանելի թուի հետ, եթէ ստանանք նուազելի թիւը, նշանակում է գործողութիւնը անսխալ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ նուազելին հաւասար է մնացորդին գումարած հանելու հետ։

Բազմապատկումն ստուգելու համար պէտք է արտադրեալը բաժանել արտադրիչներից մէկի վերայ, եթէ քանորդը ստանանք միւս արտադրիչը, նշանակում է գործողութիւնը ուղիղ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ արտադրիչներից մինը հաւասար է արտադրեալին բաժանած միւս արտադրիչի վերայ։

Բաժանումն ստուգելու համար պէտք է քանորդը բազմապատկել բաժանարարի վերայ, ստացած թուի հետ գումարել մնացորդը, եթէ ստանանք բաժանելին, նշանակում է գործողութիւնը ուղիղ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ բաժանելին հաւասար է քանորդին բազմապատկած բաժանարարի վերայ և հետը գումարած մնացորդը։

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԸ

19 Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, Թոկի երկարութիւնը, մենք նորա երկարութեամբ դարսում ենք արշինը և յետոյ համարում ենք թէ արշինը քանի՞ անգամ մտաւ նորա մէջ։ Դիցուք թէ արշինը մտաւ թոկի երկարութեան մէջ 8 անգամ, նշանակում է թոկը 8 արշին է։ Այն որոշեալ քանակութիւնը, որի հետ մենք համեմատեցինք թոկի երկարութիւնը որ իմանանք նրա մեծութիւնը, կոչվում է միութիւն։ Ուրեմն արշինն է երկարութեան միութիւն։

Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, վարելահողի երկարութիւնը, նորա երկարութեամբ դարսում ենք սաժէնը և եթէ

սաժէնը մտաւ նորա երկարութեան մէջ, օրինակ, 15 անգամ, նշանակում է նորա երկարութիւնն է 15 սաժէն։ Այստեղ սաժէնը է նոյնպէս երկարութեան միութիւն։

Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, երկու քաղաքի հեռաւորութիւնը միմեանցից, այն ժամանակը նոցա չափում ենք վերստով. ուրեմն վերստը ևս երկարութեան միութիւն է։ Եթէ կամենանք չափել փոքր երկարութիւններ, դոցա համար գործ ենք դնում աւելի փոքրիկ միութիւններ, օրինակ, ֆուտ, դիւյմ, վերշոկ և այլն։ Ուրեմն ֆուտը, դիւյմը, վերշոկը նոյնպէս երկարութեան միութիւններ են։

Երկարութիւնը չափելու համար գործ են դնում այդ զանազան միութիւնները կամ չափերը այն պատճառով, որ յարմար չափ վերցնելով՝ շատ մեծ թուեր չստացվեն։ Օրինակ եթէ մենք կամենայինք Թիֆլիզի և Երևանի հեռաւորութիւնը չափել վերշոկով, այն ժամանակը ահագին մեծ թիւ կ՚ստանայինք, այն ինչ եթէ չափենք վերստով, կ՚ստանանք ոչ այնքան մեծ թիւ։ Այդպէս ուրեմն եթէ պահանջվում է որոշել մեծ երկարութիւններ, գործ ենք դնում մեծ չափեր, իսկ երբ հարկաւոր է լինում որոշել փոքր երկարութիւններ, գործ ենք դնում փոքր չափեր։ Նոյնպէս վարվում ենք և ծանրութեան, ժամանակի, բովանդակութեան չափերի հետ և այլն։

Եթէ ունենք մեծ չափեր, մենք կարող ենք նորանից դարձնել նոյնատեսակ փոքր չափեր, որովհետև արդէն յայտնի է լինում թէ իւրաքանչիւր մեծ չափումը քանի նոյնատեսակ փոքր չափ կայ։ Այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ քանի փոքր չափ կայ նոյնատեսակ մեծ չափի մէջ, կոչվում է յայտարանական թիւ։ Օրինակ 1 փութը ունի 40 գրվանքայ, ուրեմն 40-ը յայտարանական թիւ է։

Այն բոլոր միութիւնները, որոնք կարող են միմեանց հետ համեմատել, կոչվում են նոյնատեսակ միութիւններ։ Նոյնպէս և այն քանակութիւնները, որոնց կարելի է չափել միևնոյն միութիւնով, կոչվում են նոյնատեսակ քանակութիւններ։ Այդպէս օրինակ՝ վերստը, սաժէնը, արշինը, վերշոկը, ֆուտը նոյնատեսակ միութիւններ են։ Նոյնպէս փութը, գրվանքան՝ լոտը, մսխալը նոյնատեսակ միութիւններ են։

---

20. ՉԱՓԵՐԻ ԱՂԻՒՍԱԿԸ

ՌՈՒՍԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ

Ընդեղէնների չափերը.

Լաստը ունի 12 չետվերտ.

Չետվերտը— 8 չետվերիկ.

Չետվերիկը— 8 գարնց.

Հեղուկների չափերը

Տակառը ունի 40 վեդրօ.

Վեդրօն — 10 շտոֆ.

Շտոֆը — 2 կրուժկա.

Ծանրութեան չափերը.

Բերկովեցը ունի 10 փութ.

Փութը — 40 գրվանքայ.

Գրվանքան — 32 լոտ կամ 96 մսխալ.

Լոտը — 3 մսխալ.

Մսխալը — 96 դոլիա.

Դեղատան չափերը.

Դեղատան գրվ. ունի 84 մսխալ կամ 12 ունցիա.

Ունցիան — 8 դրախմա.

Դրախման — 3 սկրուպուլ.

Երկարութեան չափերը.

Մղոնը ունի 7 վերստ.

Վերստը — 500 սաժէն.

Սաժէնը — 3 արշին.

Արշինը — 16 վերշոկ.

Սաժէնը — 7 ֆուտ.

Ֆուտը — 12 դիւյմ.

Դիւյմը — 10 լինիա.

Մակերևոյթների չափերը.

Քառակուսի մղոնը ունի $7 \times 7 = 49$ քառակուսի վերստ.

Քառակուսի վերստը — $500 \times 500 = 250000$ ք. սաժէն.

Քառ. սաժէնը — $3 \times 3 = 9$ ք. արշին.

Քառ. արշինը — $16 \times 16 = 256$ ք. վերշոկ.

Քառ. սաժէնը — $7 \times 7 = 49$ ք. ֆուտ.

Քառ. ֆուտը — $12 \times 12 = 144$ ք. դիւյմ.

Քառ. դիւյմը — $10 \times 10 = 100$ ք. լինիա.

Դեսեատինը — $60 \times 40 = 80 \times 30 = 2400$ ք. սաժէն.

Բովանդակութեան չափերը.

Խորանարդ սաժէնը ունի $3 \times 3 \times 3 = 27$ խ. արշին.

Խոր. արշինը — $16 \times 16 \times 16 = 4096$ խ. վերշոկ.

Խոր. սաժէնը — $7 \times 7 \times 7 = 343$ խ. ֆուտ.

Խոր. ֆուտը — $12 \times 12 \times 12 = 1728$ խ. դիւյմ.

Խոր. դիւյմը — $10 \times 10 \times 10 = 1000$ խ. լինիա.

Ժամանակի չափերը.

Դարը ունի 100 տարի.

Հասարակ տարին — 365 օր.

Նահանջ տարին	—	366 օր.
Տարին	—	12 ամիս.
Ամիսը	—	52 շաբաթ
Շաբաթը	—	7 օր.
Օրը	—	24 ժամ.
Ժամը	—	60 րոպէ.
Րոպէն	—	60 վայրկեան.

Դրամները

Մանէթը	ունի	100 կոպէկ.
Տաս-շայանոցը	—	50 կոպէկ.
Ապասին	—	20 կոպէկ.
Երեք-շայանոցը	—	15 կոպէկ.
Երկու-շայանոցը	—	10 կոպէկ.
Մի-շայանոցը	—	5 կոպէկ.
Դենգան	—	$^1/_2$ կոպէկ.
Պօլուշկան	—	$^1/_4$ կոպէկ.

Թղթի չափերը.

Օզման	ունի	20 դաստա.
Դաստան	—	24 թերթ.

ՖՐԱՆՍԻԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ

Երկարութեան չափերը

Մետրը	=	39,37 ռուսական դիւյիմին կամ 1,4 աշխնին
Դեկամետրը	=	10 մետրին.

Հեկտամետրը	=	100 մետրին.
Կիլօմետրը	=	1000 մետրին կամ 468,7 ռուսական սաժ.
Միրիամետրը	=	10000 մետրին.

Մետրի մասերը.

Դեցիմետրը	=	0,1 մետրին = 47,24 ռուսական լինիային.
Ցենտիմետրը	=	0,01 մետրին.
Միլլիմետրը	=	0,001 մետրին.
Մետրը	=	Փարիզի միջօրէականի քառորդի 0,0000001 մասին:

Ծանրութեան չափերը.

Գրամը	=	0,23465 ռուսական մսխալին.
Դեկագրամը	=	10 գրամին.
Հեկտոգրամը	=	100 գրամին.
Կիլօգրամը	=	1000 գրամին = 2,44427 ռուսական գրվ.

Գրամի մասերը.

Դեցիգրամը	=	0,1 գրամին.
Ցենտիգրամը	=	0,01 գրամին.
Միլլիգրամը	=	0,001 գրամին.

Գրամը հաւասար է այնպիսի խորանարդի բովանդակութեան ջրի ծանրութեանը, որի կողմը հաւասար է 0,01 մետրի. երբ ջրի բարեխառնութիւնն է 4 աստիճան Ցելզիուսի ջերմաչափով:

Հեղուկների և ընդեղէնների չափերը:

Լիտրը	=	61,027 ռուսական խորանարդ դիւյիմին.
Դեկալիտրը	=	10 լիտրին = 6,509 ռուսական շտոֆին.
Հեկտոլիտրը	=	100 լիտրին = 3,814 ռուսական չետվերիկին:

Լիտրի մասերը.

Դեցիլիտրը	=	0,1 լիտրին.

Ցենտիլիտրը = 0,01 լիտրին.
Լիտրի բովանդակութիւնը հաւասար է այնպիսի խորանարդի, որի կողմը = 0,1 մետրին։

Քառակուսի չափերը.

Արը = 21,97 ռուսական քառակուսի սաժէնին.
Հեկտարը = 100 արին = 0,9153 ռուսական դեսեատինին.
Ցենտիարը = 0,01 արին = 10,764 ռուսական քառակուսի ֆուտին.
Արը այնպիսի քառակուսի է, որի կողմը հաւասար է 10 մետրին.

Խորանարդ չափերը.

Ստերը = 35,317 ռուսական խորանարդ ֆուտին.
Դեկաստերը = 10 ստերին.
Ստերը այնպիսի խորանարդ է, որի կողմը հաւասար է 1 մետրին։

Դրամները.

Ֆրանկը = 25 ռուսական կոպէկին.
Սանտիմը = 0,01 ֆրանկին = $^1/_4$ ռուսական կոպէկին.
Ֆրանկի ծանրութիւնը հաւասար է 5 գրամմ արծաթին և նորա տրամագիծն է 0,023 մետր։

ԱՆԳԼԻԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ.

Երկարութեան չափերը.

Եարդը = 3 ֆուտին.

Ֆուտը = 12 ռուսական դիւյմին.
Մղոնը = 1760 եարդին կամ 1,5 վերստին.

Քառակուսի չափը.

Ակրը = 4840 քառակուսի եարդին = 0,3704 ռուսական դեսեատինին։

Ծանրութեան չափերը.

Ցենտները = 4 կվարտերին.
Կվարտերը = 28 անգլիական գրվանքին.
Անգլիական գրվանքան = 1,10763 ռուսական գրվանքին.
Տօննա = 20 ցենտներին։

Հեղուկների և ընդեղէնների չափերը.

Լաստը = 2 տօննին.
Տօննա = 320 գալլօնին.
Գալլօնը = 8 պինտային.
Գալլօնը = $^1/_9$ անգլիական գրվանքին.
Պինտան = 0,0462 ռուսական վեդրօյին = 0,02165 ռուս չետվերիկին։

Փողի չափերը.

Ֆունտ-ստերլինգը = 20 շիլլինգին = 6,26 ռուս. մանէթին.
Շիլլինգը = 12 պենսին = 31,25 ռուս. կոպէկին.
Ոսկէ գինէյը = 21 շիլլինգին.
Ոսկէ սովերնը = 20 շիլլինգին.
Արծաթէ կրօնա = 5 շիլլինգին.
Կէս կրօնա = 2,5 շիլլինգին.
Ֆլօրինա = 2 շիլլինգին։

ՊՐՈՒՍԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ.

Երկայնութեան չափերը.

Ֆուտը = 12 ռուսական դիւյմին.
Ռուտա = 12 ֆուտին.
Միլը = 24000 ֆուտին = 7,0609 ռուս վերստին։

Քառակուսի չափը.

Մորգէնը = 180 քառակուսի ռուտին = 25900 քառ. ֆուտին։

Ծանրութեան չափերը.

Գրվանքան = 300 կվենտենի = 30 լոտին.
Պրուսական գրվանքան = 1,22213 ռուս. գրվանքին.
Ցենտները = 100 գրվանքին։

Փողի չափերը.

Տալերը = 30 զիլբերգրոշին.
Զիլբերգրոշը = 12 պֆենիգին = 3,084 ռուս. կոպէկին։

ՊԱՐԶ ԵՒ ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԸ

21. Որովհետև միևնոյն քանակութիւնը չափելու համար կան զանազան չափեր, այդ պատճառով որևիցէ քանակութիւն կարող է արտայայտած լինել մի չափով կամ նոյնատեսակ մեծ ու փոքր չափերով։ Օրինակ՝ դիցուք մի արկղ շաքար ունէինք, քա-

շեցինք և տեսանք, որ դուրս եկաւ ուղիղ 8 փուտ։ Այդպիսի թիւը կոչվում է *պարզ անուանական թիւ*։ Իսկ եթէ շաքարը քաշէինք և դուրս գար, օրինակ, 7 փուտ 5 գրվանքայ և 10 լոտ, դա կ՚լինէր բարդ անուանական թիւ։ Այնպիսի թիւը, որի մէջ կան նոյնատեսակ զանազան չափեր, կոչվում է *բարդ անուանական թիւ*։

Բարդ անուանական թւերը գրում են այսպէս, առաջ գրում են ամենամեծ չափը, յետոյ հետևեալ մանր չափերը կարգով։ Չափերի անունները էլ գրում են կողքին, օրինակ 7 փուտ 5 գրվանքայ 10 լոտ։ Կամ գրում են այսպէս 7 փուտ + 5 գրվանքայ + 10 լոտ։

ՎԵՐԱԾՈՒՄՆ

22 Դիցուք պէտք է իմանանք թէ 8 փուտը + 24 գրվանքան + 2 լոտը քանի՞ միսխալ է։ Այդ հարցը վճռելու համար կասենք՝ 1 փուտը ունի 40 գրվանքայ. 8 փուտը կունենայ 8 անգամ 40 գրվանքայ այսինքն $8 \times 40 = 320$ գրվ։ Էլի ունենք 24 գրվանքայ ուրեմն ընդամենը կ՚լինի $320 + 24$ կամ 344 գրվ։ Յետոյ կասենք 1 գրվանքան ունի 32 լոտ, իսկ 344 գրվանքան կ՚ունենայ 344 անգամ 32 լոտ այսինքն $344 \times 32 = 11008$ լոտ։ Էլի ունենք 2 լոտ. ուրեմն ընդամենը կ՚լինի $11008 + 2$ կամ 11010 լոտ։ Յետոյ կասենք 1 լոտը ունի 3 միսխալ, իսկ 11010 լոտը կ՚ունենայ 11010 անգամ 3 միսխալ այսինքն 11010×3 կամ 33030 միսխալ։ Ուրեմն 8 փուտը 24 գրվանքան և 2 լոտը անում է 33030 միսխալ։

Այն գործողութիւնը, որով անուանական մեծ չափերը դարձնում ենք մանր չափեր, կոչվում է *վերածում*։

Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում հետևեալ կերպով։

8 փութ+24 գիրվանքայ+2 լոտ
×40
320 գրվ.
+24 գրվ.
344 գրվ.
×32
688
1032
11008 լոտ
+2 լոտ
11010 լոտ
×3
33030 մսխալ

Ուրիշ օրինակ.

4 սաժէնը 2 արշինը 12 վերշոկը քանի՞ վերշոկ է անում։

4
×3
12 արշ.
+2 արշ.
14 արշ.
×16
84
14
224 վերշոկ
+12 վերշոկ
236 վերշոկ

Ուրեմն վերածման գործողութիւնը կատարելու համար, պէտք է առնուած չափը բազմապատկել իւր յաջորդականի թուի վերայ, ստացած

արտադրեալի հետ գումարել յաջորդական չափը. եւլն եւլն։ Յետոյ այս ստացած գումարը դարձեալ բազմապատկել իւր յաջորդականի թուի վերայ, ստացած արտադրեալի հետ գումարել յաջորդական չափը, եւլն եւլն եւ այլն։ Այսպէս շարունակել մինչեւ որ հասնենք այն չափը, որը պէտք է դարձնենք տուած անուանական թիւը։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ թիւ ենք կոչում պարզ անուանական եւ ի՞նչ թիւ բարդ անուանական.
Ի՞նչ թիւ ենք կոչում յայտանական թիւ:
Ի՞նչ է վերածումն եւ ի՞նչպէս է կատարվում այդ գործողութիւնը:

ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆ

23. Ենթադրենք թէ տուած է 18392 րոպէն դարձնել ժամ և օր, կամ իմանալ թէ 18392 րոպէում քանի ժամ և օր կայ։ Այդ հարցը կ'վճռենք այսպէս։ Մենք գիտենք որ 60 րոպէն 1 ժամ է, ուրեմն քանի անգամ որ 18392-ում լինի 60, այնքան էլ ժամ կ'լինի. դորա համար պէտք է 18392 բաժանենք 60-ի վերայ։ Բաժանելով կ'ստանանք 306 ժամ և էլի կ'մնայ 32 րոպէ։ Այժմ 306 ժամը կ'դարձնենք օր։ Մենք գիտենք, որ 24 ժամը 1 օր է, ուրեմն քանի անգամ որ 306-ում լինի 24, այնքան էլ օր կ'լինի։ Դորա համար պէտք է 306-ը բաժանենք 24-ի վերայ, այդ անելով կ'ստանանք 12 օր և էլի կ'մնայ 18 ժամ։ Ուրեմն 18392 րոպէում կայ 12 օր 18 ժամ և 32 րոպէ։ Գործողութիւնը դասաւորում է և կատարվում հետեւեալ կերպով։

րոպէ
1 8 3,9,2, | 60
−1 8 0 | 306 ժամ | 24
3 9 2 | −2 4 | 12 օր
3 6 0 | 6 6
3 2 րոպէ | 4 8
1 8 ժամ

Այն գործողութիւնը, որով մանր չափերը դարձնում ենք մեծ չափեր, կոչվում է անդրադարձում:

Միւս օրինակ՝ իմանալ թէ 36500 լոտը քանի՞ լոտ է գրվանքայ է և փութ է: Դորա համար պէտք է առաջ 36500 լոտը դարձնել գրվանքաններ, յետոյ գրվաները դարձնել փութ: Այդ գործողութիւնը կատարելով կ'ստանանք՝ 20 լոտ 20 գրվանքայ և 28 փութ:

```
 36,5,0,0, լոտ | 32
—32            |114,0,գր.| 40
 45             —80      | 28 փութ
—32              340
 13'0           —320
—128              20 գրվ.
   20 լոտ
```

Անդրադարձում կատարելու համար պէտք է տուած թիւը բաժանել իւր յայտարնական թուի վերայ, ստացած քանորդը կ'լինի հետևեալ բարձր կարգի չափ, իսկ մնացորդը այն չափը, որ ունէինք: Յետոյ պէտք է ստացած քանորդը բաժանել իւր յայտառնական թուի վերայ, նոր ստացած քանորդը կ'լինի նորանից հետևեալ բարձր կարգի չափ. իսկ մնացորդը այն չափը, որ առաջվայ քանորդն էր ցոյց տալի: Այդպէս պէտք է շարունակել մինչև որ աւելի բարձր չափ դարձնելը անկարելի լինի: Յետոյ պէտք է վերցնենք վերջին քանորդը և բոլոր մնացորդները կարգով, սկսած վերջին մնացորդից: Ստացած բարդ անուանական թիւը հաւասար կ'լինի տուած պարզ անուանական թուին:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է անդրադարձումն. ի՞նչպէս պէտք է կատարել անդրադարձման գործողութիւնը:

Որովհետև վերածման գործողութիւնով մեծ չափերը դարձնում ենք մանր

չափերի, իսկ անդրադարձումով ընդհակառակն փոքր չափերը դարձնում ենք մեծ չափերի, ուստի այդ գործողութիւններից մէկով կարող ենք ստուգել միւսը:

ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

24. Վաճառականը մի արկղում ունէր 13 փութ 17 գրվանքայ և 15 լոտ ալեւր. միւսումը ունէր 6 փութ և 21 լոտ ալեւր, երրորդումը ունէր 10 փութ 14 գրվանքայ և 16 լոտ ալեւր, իսկ չորրորդումն ունէր 11 փութ և 10 գրվանքայ ալեւր: Նա ընդամենը ո՞րքան ալեւր ունէր:

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է նորա բոլոր չորս արկղի ալեւրները միասին գումարել:

Որովհետև անմիջապէս կարելի է գումարել միմեանց հետ միայն միևնոյն չափերը. այդ պատճառով յարմարութեան համար նախ քան գումարելը, տուած գումարելիքը կ'գրենք միմեանց տակը, այսինքն փութերը միմեանց տակ, գրվանքաները միմեանց տակ, լոտերը միմեանց տակ և այլն: Յետոյ յարմարութեան համար կ'սկսենք գումարել առաջ ամենից փոքր չափերը, յետոյ նորանից հետևեալ մեծերը և այլն:

13	փութ	17	գրվ.	15	լոտ
6	,,	—		21	
10	,,	14	,,	16	
11	,,	10	,,	—	
41	փ.	2	գր.	20	լոտ

Գումարելով 15+21+16 լոտը կ'ստանանք 52 լոտ, դորան անդրադարձութեամբ կ'դարձնենք գրվանքայ և դուրս կ'գայ 1 գրվանքայ և 20 լոտ: Կ'գրենք 20 լոտը լոտերի տակ, իսկ 1 գրվանքան կ'գումարենք գրվանքաների հետ, որ կ'լինի 1+17+14+10=42 գրվանքայ. դորան կ'դարձնենք փութ, դուրս կ'գայ 1 փութ և 2 գրվանքայ. 2 գրվանքան կ'գրենք գրվանքաների տակ, իսկ 1 փութը կ'գումարենք փութերի հետ, որ կ՚լինի 1+13+6+10+11=41. դորան էլ կ՚գրենք փութերի տակը։ Ուրեմն բոլոր գումարն է 41 փութ 2 գրվանքայ 20 լոտ։

Այս օրինակիցը տեսնում ենք որ անուանական Թուերը գումարվում են այնպէս, ինչպէս և վերացական Թուերը։ Ուրեմն տասնորդական Թուերը գումարելու համար պէտք է գումարել առաջ մանր չափերը, եթէ դոյա գումարի մէջ լինի հատուեալ մեծ չափ, պէտք է դարձնել մեծ չափ և եթէ մնացորդ. մնայ գրել նոյն տեղում գծի տակ։ Յետոյ պէտք է ստացած մեծ չափը գումարել հետեւեալ մեծ չափերի հետ, եթէ ստացած գումարի մէջ լինի դարձեալ հետեւեալ մեծ չափ, պէտք է դարձնել մեծ չափ և գումարել հետեւեալ մեծ չափերի հետ, իսկ եթէ մնացորդ լինի գրել նոյն տեղում գծի տակ և այդ այդպէս շարունակել մինչև որ բոլոր չափերի գումարումն վերջանայ։

Բայց անուանական Թուերի գումարման մէջ առանձին ուշադրութեան արժանի են այն խնդիրները, որոնք վերաբերում են ժամանակին, որովհետև նոքա ներկայացնում են մի քանի առանձնութիւնք։

Ժամանակին վերաբերեալ խնդիրների մէջ, որոնք վճռվում են գումարման միջնորդութեամբ, միշտ յայտնի է լինում որևիցէ անցքի ժամանակը և այն միջոցը, որ անցել է այդ անցքից մինչև մի այլ անցք և պահանջվում է որոշել այդ վերջին անցքի ժամանակը։ Օօրինակ դիցուք տուած է այսպիսի խնդիր։

1812 Թուին Օգոստոսի 26-ին եղաւ Բորոդինեան կռիւը ֆրանսիացիների հետ և դորանից 1 տարի 6 ամիս և 23 օրից յետոյ ռուսները վերցրին Փարիզը։ Ե՞րբ առնվեցաւ Փարիզը։

Այդ խնդրի մէջ յայտնի է մի անցքի ժամանակը, այն է Բորոդինեան կռվի ժամանակը և այն միջոցը, որ անցել է այդ անցքից մինչև միւս անցքը, այն է Փարիզի առումն և պահանջվում է որոշել այդ վերջին անցքի ժամանակը։ Այդ հարցը

վճռելու համար պէտք է հաշուել Թէ որքան ժամանակ է անցել Քրիստոսի Ծննդից մինչև Բորոդինեան կռվի ժամանակը։ Որովհետև այդ կռիւը եղաւ 1812 Թուին, նշանակում է Քրիստոսի Ծննդից անցել էր 1811 ամբողջ տարի, իսկ 1812 Թուականիցը անցել էր 7 ամբողջ ամիս այն՝ է Յունվար, Փետրվար, Մարտ, Ապրել, Մայիս, Յունիս, Յուլիս և սկսվել էր ութերորդ ամսվայ այն՝ է Օգոստոսի 26-դ օրը. նշանակում է Օգոստոսիցն էլ անցել էր 25 ամբողջ օր։ Ուրեմն Քրիստոսի Ծննդից մինչև Բորոդինեան կռիւը անցել էր ընդամենը 1811 տարի 7 ամիս 25 օր։ Եւ որովհետև այդ կռուիցը մինչև Փարիզի վերցնելը էլի անցել էր 1 տարի 6 ամիս 23 օր, ուստի իմանալու համար Թէ որքան ժամանակ է անցել Քրիստոսի Ծննդից մինչև Փարիզի առումն, պէտք է 1811 տարին 7 ամիսը 25 օրը գումարել 1 տարու 6 ամսի և 23 օրի հետ։ Այդ անելով կ՚ստանանք՝

1811 տ.	+7 ամ.	+ 25 օր.
+ 1	+6	+ 23
1813	+2	+ 18

1813 տարի 2 ամիս 18 օր։ Որ նշանակում է Քրիստոսի Ծննդից մինչև Փարիզի առնելը անցել էր 1813 ամբողջ տարի և սկսվել էր 1814-դ տարին, օրից անցել էր 2 ամբողջ ամիս այն՝ է Յունվարը և Փետրվարը և դարձեալ երրորդ ամսից այն է Մարտից անցել էր 18 ամբողջ օր, ուրեմն ռուսները Փարիզն առան 1814 Թուին Մարտի 19-ին։

Միւս օրինակ՝ Վաճառականը Թիֆլիզիցը ճանապարհ ընկաւ դէպի արտասահման 1860 Թուին Մայիսի 12-ին և կրկին վերադարձաւ Թիֆլիզ 2 տարուց և 72 օրից յետոյ։ Ե՞րբ վերադարձաւ վաճառականը։

Այս խնդրի մէջ վաճառականի ճանապարհ ընկնելու և վերադառնալու ժամանակամիջոցը որոշած է տարիներով և օրերով, ուստի և Քրիստոսի Ծննդից սկսած մինչև վաճառականի ճաանպարհ ընկնելու ժամանակամիջոցը պէտք է որոշել միայն տարիներով և օրերով։ Քրիստոսի Ծննդից մինչև վաճառականի ճանապարհ ընկնելը անցել է 1859 ամբողջ տարի և 1860 թուականից անցել էր Յունվարը — 31 օր, Փետրվարը — 29 օր (որովհետև նահանջ տարի էր) Մարտը—31 օր, Ապրիլը—30 օր և Մայիսից 11 ամբողջ օր, ընդամենը 132 օր։ Ուրեմն Քրիստոսի Ծննդից մինչև վաճառականի ճանապարհ ընկնելը անցել էր 1859 տարի 132 օր և 2 տարի 72 օր մնացել էր այն տեղ։ Այդ թուերը գումարելով կ՚իմանանք, որ մինչև վաճառականի վերադառնալը անցել էր 1861 տարի 204 օր, այսինքն 1862 թուականի 205-դ օրն էր սկսվել։ Այդ 204 օրից 31 դուրս կ՚գանք Յունվարի համար, 28 Փետրվարի համար (որովհետև 1862 թուականը հասարակ տարի էր) 31 օ. Մարտի համար, 30 օր Ապրիլի համար, 31 օր Մայիսի համար և 30 օր Յունիսի համար ընդամենը 181 օր, կ՚մնայ որ Յուլիսից անցել էր 23 ամբողջ օր այսինքն սկսվել էր Յուլիսի 24-դ օրը։ Ուրեմն վաճառականը վերադարձաւ 1862 թուին Յուլիսի 24-ին։

Կարող է պատահել որ խնդրի մէջ տուած թուերը պարունակեն իւրանց մէջ ժամեր ևս։ Այդ ժամերի վերաբերութեամբ պէտք է նկատել, որ ժամերը հաշվում են այսպէս՝ կէս գիշերից մինչև կէս օրը հաշվում են 12 ժամ և այդ ժամերը կոչվում են առաւօտեան ժամեր, յետոյ կէս օրից մինչև կէս գիշերը հաշվում են դարձեալ 12 ժամ և այդ ժամերը կոչվում են երեկոյեան ժամեր։

Վճռենք հետևեալ խնդիրը, որի մէջ կան և ժամեր։

Արհեստաւորը դուրս եկաւ Երևանից 1865 թուին Նոյեմբերի 17-ին առաւօտեան 7 ժամին և վերադարձաւ 12 օրից և 8 ժամից յետոյ։ Նա ո՞ր օրը և ո՞ր ժամին վերադարձաւ։

Արհեստաւորը դուրս եկաւ այն ժամանակ երբ Նոյեմբերից անցել էր 16 ամբողջ օր և 7 ժամ, յետոյ էլի անցել էր 12 օր և 8 ժամ, երբ նա վերադարձաւ. ուրեմն այդ երկու թիւը պէտք է գումարել, այդ անելով կ՚իմանանք որ Նո-

յեմբերից անցել էր 28 ամբողջ օր և 15. ժամ նշանակում է նա վերադարձաւ Նոյեմբերի 29-ին, 15 ժամից էլ 12 ժամ դուրս գանք մինչև կէս օրը, կ՚մնայ որ նա վերադարձաւ կէս օրից յետոյ 3 ժամին Նոյեմբերի 29-ին 1865 թուին։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել բարդ անուանական թուերը։

Ժամանակին վերաբերեալ ի՞նչ խնդիրներ են լուծվում գումարմամբ։

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄՆ

25. Կապալառուն պէտք է շինէր 32 վերստ 160 սաժէն և 5 ֆուտ ճանապարհ. նա դորանից շինեց 18 վերստ 356 սաժէն և 3 ֆուտ։ Ո՞րքան ճանապարհ էր մնում նորան շինելու։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է բոլոր գնալու ճանապարհից դուրս գալ գնացածը։ Յարմարութեան համար պէտք է նոյնատեսակ չափերը գրել միմեանց տակ և սկսել դուրս գալ ամենափոքր չափերից։

վերստ.		սաժ.		ֆ.
32	+	160	+	5
—18	+	356	+	3
13	+	304	+	2

Դուրս գալով 3 ֆուտը 5 ֆուտից կ՚ստանանք 2 ֆուտ, որ կ՚գրենք ֆուտերի տակը։ Յետոյ պէտք է 356 սաժէնը դուրս գալ 160 սաժէնից, բայց այդ անկարելի է, ուստի պէտք է վերստերից մինը դարձնել սաժէններ, որ կ՚լինի 500 սաժէն, էլի ունենք 160 սաժէն. ընդամենը կ՚լինի 660 սաժէն, որից դուրս գալով 356 սաժէնը, կ՚մնայ 304 սաժէն, որ կ՚գրենք սաժէնների տակ։ Յետոյ մնացած 31 վերստից դուրս գալով 18 վերստը, կ՚ստանանք 13 վերստ, որ կ՚գրենք վերստերի տակ։

Ուրեմն ստացած բոլոր մնացորդը կ'լինի 13 վերստ 304 սաժէն 2 Փ:

Միւս օրինակ՝ Դիցուք 8 փուտից պէտք է դուրս գալ 4 փուտ 26 գրվանքայ 18 լոտ 2 մսխալ:

$$\begin{array}{rrrr} \text{փ.} & \text{գրվ.} & \text{լոտ} & \text{մս.} \\ 8^{\backprime} + & 40^{\backprime} + & 32^{\backprime} + & 3 \\ -4 + & 26 + & 18 + & 2 \\ \hline 3 + & 13 + & 13 + & 1 \end{array}$$

Որովհետև նուազելի թւում չկայ ոչ գրվանքայ, ոչ լոտ և ոչ մսխալ, ուստի անմիջապէս չենք կարող դուրս գալ 2 մսխալը 18 լոտը և 26 գրվանքան, այլ պէտք է նախ 8 փուտից 1 փուտը մանրացնենք դարձնենք գրվանքայ, որ կ'լինի 40 գրվանքայ, յետոյ այդ 40 գրվանքայից 1 գրվանքան կ'մանրացնենք կ'դարձնենք լոտեր, որ կ'լինի 32 լոտ, ապա այդ 32 լոտից 1 լոտը կ'դարձնենք մսխալներ, որ կ'լինի 3 մսխալ: Այդպիսով նուազելի 8 փուտի տեղը կ'ստանանք մանրացած 7 փուտ 39 գրվանքայ 31 լոտ և 3 մսխալ, որից առաջվայ պէս դուրս գալով 4 փուտ 26 գրվանքայ 18 լոտ և 2 մսխալ, կ'ստանանք 3 փուտ 13 գրվանքայ 13 լոտ և 1 մսխալ:

Ուրեմն բոլոր անուանական թուերը միմեանցից դուրս գալու համար, պէտք է առաջին դուրս գալ համանուն թուերը սկսած ամենափոքրից, եթէ պատահի որ նուազելւոյ որեւիցէ համանուն թիւը փոքր լինի հանելւոյ համանուն թուից կամ թէ բոլորովին չլինի, այն ժամանակը պէտք է հետեւեալ մեծ չափից 1 միութիւն մանրացնել և առաջիկայ եղածի հետ գումարել, յետոյ դուրս գալ հանելւոյ համանուն թիւը:

Անուանական թուերի հանման մէջ ևս առանձին ուշադրութեան արժանի են այն խնդիրները, որոնք վերաբերում են ժամանակին: Ժամանակին վերաբերեալ խնդիրները, որոնք լուծվում են հանումով, լինում են երկու տեսակ: Մէկ տեսակում յայտնի են լինում երկու անցքի ժամանակները և պահանջվում է գտնել այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է մի անցքից մինչև միւսը: Միւս տեսակում յայտնի է լինում վերջին անցքի ժամանակը և այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է առաջին անցքից մինչև վերջին անցքը և պահանջվում է գտնել առաջին անցքի ժամանակը:

Օրինակ՝ Մի մարդ ծնվեց 1828 թուին Մայիսի 19-ին և մեռաւ 1861 թուին Մարտի 2-ին: Նա ո՞րքան ժամանակ ապրեց: Այս խնդրի մէջ մեզ յայտնի են երկու անցքի ժամանակները այն է ծնվելու և մեռնելու և պահանջվում է գտնել դոցա ժամանակամիջոցը:

Այդ խնդիրը վճռելու համար մենք առաջվայ պէս պէտք է որոշենք թէ Քրիստոսի ծննդից մինչև մի և միւս անցքը որքան ժամանակ է անցել և պէտք է որոշենք այդ ժամանակները տարիներով և օրերով և ոչ ամիսներով, որովհետև ամիսները հաւասար օրեր չունենալով, կարող ենք սխալ գործել: Քրիստոսի ծննդից մինչև այդ մարդի ծնվելը անցել է 1827 ամբողջ տարի և 1828-դ տարուց (որ նահանջ էր) անցել է Յունվարը — 31 օր, Փետրվարը — 29 օր, Մարտը — 31 օր, Ապրիլը — 30 օր և Մայիսից — 18 ամբողջ օր, որովհետև 19-դում նա ծնվել էր: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև այն մարդի ծնվելը ընդամենը անցել էր 1827 տարի 139 օր: Իսկ Քրիստոսի ծննդից մինչև նորա մեռնիլը անցել էր 1860 ամբողջ տարի և 1861 թուականից (որ հասարակ տարի էր) անցել էր Յունվարը — 31 օր, Փետրվարը — 28 օր և Մարտից 1 ամբողջ օր, որովհետև 2-դ օրը նա մեռել էր: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև նորա մեռնելը անցել էր ընդամենը 1860 տարի 60 օր: Քանի տարով և օրով վերջի ժամանակը աւելի լինի առաջի ժամանակից, նշանակում է այնքան տարի և օր ապրել է այն մարդը: Ուրեմն այդ խնդիրը վճռելու համար պէտք է 1860 տարուց և 60 օրից դուրս գալ 1827 տարին և 139 օրը:

տարի	օր
186'0'	+ 60
—1827	+139
32	+287

Որովհետև չի կարելի 139 օրը դուրս գալ 60 օրից, ուստի պէտք է 1 տարին շինել օրեր և որովհետև մենք օրեր ենք շինում վերջի 1860-դ տարին, որ նահանջ է, ուստի դորանից կ'ստանանք 366 օր, որ աւելացնելով ունեցած 60 օրի վերայ, կ'լինի 426 օր, որից դուրս գալով 139 օրը, կ'ստանանք 287 օր: Յետոյ 1827 տարին դուրս գալով մնացած 1859 տարուց, կ'ստանանք 32 տարի: Ուրեմն այն մարդը ապրել է 32 տարի և 287 օր:

Միւս օրինակ՝ Փոքր եղբայրը ծնվեց 1847 թուին սեպտեմբերի 8-ին և նա փոքր էր իւր մեծ եղբօրից 3 տարով և 185 օրով: Երբ ծնվեց մեծ եղբայրը:

Այս խնդրի մէջ յայտնի է վերջի անցքի—այսինքն փոքր եղբօր ծնվելու ժամանակը և այն ժամանակը, որքանով որ փոքր եղբայրը փոքր է մեծից, այսինքն յայտնի է այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է փոքր եղբօր ծնվելուց մինչև մեծ եղբօր ծնվելը և պահանջվում է իմանալ նախընթաց անցքը, այսինքն մեծ եղբօր ծնվելու ժամանակը:

Քրիստոսի ծննդից մինչև փոքր եղբօր ծնվելու օրը անցել է 1846 ամբողջ տարի և 1847-դ տարուց (որ հասարակ տարի է) անցել է Յունվարը—31 օր, Փետրվարը—28 օր, Մարտը—31 օր, Ապրիլը—30 օր, Մայիսը—31 օր, Յունիսը—30 օր, Յուլիսը—31 օր, Օգոստոսը—31 օր և Սեպտեմբերից—7 ամբողջ օր, որովհետև 8-դ օրն է ծնվել: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև փոքր եղբօր ծնվելը անցել է 1846 տարի և 250 օր: Իսկ Քրիստոսի ծննդից մինչև մեծ եղբօր ծնվելը 3 տարի և 185 օր պակաս է անցել: Ուրեմն որ իմանանք թէ քանի՞ ժամանակ է անցել Քրիստոսի ծննդից մինչև մեծ եղբօր

ծնվելը, պէտք է 3 տարին և 185 օրը դուրս գանք 1846 տարուց և 250 օրից: Այդ անելով կ'իմանանք որ մեծ եղբայրը ծնվել է այն ժամանակը, երբ Քրիստոսի ծննդից անցել է 1843 տարի և 65 օր: Նշանակում է նա ծնվել է 1844 նահանջ թուին 66-դ օրումը: Դուրս գալով 65 օրից 31 օր Յունվարի համար, 29 օր Փետրըվարի համար, էլի անցել է 5 օր Մարտից, ուրեմն նա ծընվել է 1844 թուին Մարտի 6-դ օրը:

Երրորդ օրինակ, ուր կան նոյնպէս ժամեր և րոպէներ:

Ճանապարհորդը դուրս եկաւ Անի քաղաքից Յունիսի 12-ին առաւօտեան 7 ժամին 35 րոպէին և հասաւ Ս. Էջմիածին Յունիսի 15-ին կէս օրից յետոյ 8 ժամին և 12 րոպէին: Նա ո՞րքան ժամանակ էր ճանապարհին:

Յունիսի սկզբից մինչև ճանապարհ ընկնելը անցել էր 11 ամբողջ օր 7 ժամ 35 րոպէ. իսկ մինչև Ս. Էջմիածին հասնելը անցել էր 14 ամբողջ օր և 15-դ օրից անցել էր 12 ժամ մինչև կէս օրը և 8 ժամ 12 րոպէ կէս օրից յետոյ. նշանակում է մինչև Ս. Էջմիածին հասնելը Յունիսի սկզբից անցել էր 14 օր 20 ժամ 12 րոպէ: Որքանով երկրորդ ժամանակը աւելի է առաջինից, այնքան ժամանակ ճանապարհորդը գտանվում էր ճանապարհին: Դորա համար պէտք է 11 օր 7 ժամը 35 րոպէն դուրս գալ 14 օրից 20 ժամից և 12 րոպէից. այդ անելով կ'ստանանք 3 օր 12 ժամ 37 րոպէ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է շինել անուանական թուերի հանումն:

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածում երբ նուազելին հասարակ անուանական է, իսկ հանելին բարդ անուանական:

Ժամանակին վերաբերեալ ի՞նչ տեսակ խնդիրներ են վճռվում հանումով:

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

26. Ուսումնարանի համար ամէնը գնում էր 3 փութ 28 գրվանքայ և 20 լոտ շաքար: Ո՞րքան շաքար կ'երԹար 9 ամսումը:

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է 3 փութը 28 գըր-վանքան և 20 լոտը կրկնել իբրև գումարելի 9 անգամ կամ որ նոյն է բազմապատկել 9-ի վերայ: Դորա համար պէտք է առանձին առանձին 9 անգամ կրկնել 20 լոտը, 28 գրվանքան և 3 փութը:

փութ		գրվ.		լոտ
3	+	28	+	20
			×	9
33	+	17	+	20

Կրկնելով 20 լոտը 9 անգամ կ'ստանանք 180 լոտ. դո-րանում կայ գրվանքայ, մենք գիտենք որ 32 լոտը 1 գրվան-քայ է, ուրեմն 180-ի մէջ քանի անգամ լինի 32, այնքան էլ գրվանքայ կ'լինի, ուրեմն պէտք է 180-ը բաժանել 32-ի վե-րայ, կ'ստանանք 5 գրվանքայ և էլի կ'մնայ 20 լոտ, որ գրենք լոտերի տակը, իսկ 5 գրվանքան կ'պահենք որ յետոյ գրվան-քաններն էլ կրկնելով՝ նոցա վերայ աւելացնենք: Յետոյ կասենք 9 անգամ 28 գրվանքայ կ'լինի 252 գրվանքայ. էլի ունէինք 5 գրվանքայ, կ'լինի միասին 257 գրվանքայ. դորանում կայ փութ: Մի փութը 40 գրվանքայ է, ուրեմն քանի անգամ 40-ը լինի 257-ի մէջ, այնքան էլ փութ կ'լինի. բաժանելով 257-ը 40-ի վերայ՝ կ'ստանանք 6 փութ և էլի կ'մնայ 17 գրվանքայ, որ կ'գրենք գրվանքաների տակը, իսկ 6 փութը կ'պահենք, որ յետոյ փութերն էլ կրկնելով, վերան աւելացնենք: Կասենք 9 անգամ 3 փութ կ'լինի 27 փութ, էլի ունէինք պահած 6 փութ, միասին կ'լինի 33 փութ, որ կ'գրենք փութերի տակը:

Ուրեմն բոլոր արտադրեալը կ'լինի 33 փութ 17 գրվան-

քայ 20 լոտ: Նշանակում է 9 ամսումը դուրս է գնում այդ-քան շաքար:

Ուրեմն անուանական Թիւը հասարակ Թուի վերայ բազմապատկելիս պէտք է իւրաքանչիւր չափը բազմապատկել առանձին, սկսելով փոքր չափից, եԹէ որևիցէ չափի բազմապատկելուց առաջացած արդիւնքներից դուրս գայ աւելի մեծ չափ, պէտք է դարձնել մեծ չափ, եԹէ մնացորդ լինի դրել գծի տակը, իսկ մեծ չափը պահել և յետոյ աւելացնել նոյնատեսակ չափի վերայ, երբ նրանց էլ կրկնել ենք և այդպէս շարունակել մինչև որ կ'կրկ-նենք բոլոր չափերը:

Որովհետև բազմապատկել նշանակում է տուած Թիւը կրկնել մի քանի անգամ, այդ պատճառով բազմապատկիչը չէ կարող լինել անուանական Թիւ:

Դիցուք տուած է այս տեսակ խնդիր:

Գործարանի համար օրէնը գնում էր 2 փութ 6 գըր-վանքայ ալիւր: Ո՞րքան ալիւր կ'երԹայ 5 շաբաԹումը և 3 օրումը:

Այս խնդրի մէջ կարելի է առաջ իմանալ Թէ ո՞րքան ալիւր կ'երԹայ 3 օրումը, յետոյ 1 շաբաԹումը և ապա 5 շաբաԹումը: Բայց կարելի է աւելի հեշտութեամբ իմանալ հե-տեւեալ կերպով, այն է 5 շաբաԹը ես դարձնել օրեր, որ կ'լի-նի 5 անգամ 7 օր կամ 35 օր, 3 օր էլ ուրիշ ունենք ընդ-ամէնը կ'լինի 38 օր: Յետոյ կասենք եԹէ որ օրէնը գնում է 2 փութ 6 գրվանքայ, որքան կ'երԹայ 38 օրումը: Բազմա-պատկելով կ'իմանանք որ կ'երԹայ

փ.		գ.
2	+	6
	×	38
81	+	28

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկել անուանական թուերը:

Ի՞նչ տեսակ թիւ պէտք է լինի բազմապատկիչը եւ ի՞նչ պատճառով:

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

27. *Բարդ անուանական թուերի բաժանման ժամանակ կարող է պատահել երկու դիպուած. նախ՝ բարդ անուանական թիւը բաժանել նոյնատեսակ բարդ անուանական թուի վերայ, և երկրորդ՝ բարդ անուանական թիւը բաժանել վերացական թուի վերայ:*

Առաջին դիպուած:

Արհեստաւորը ունէր 4 փութ 13 գրվանքայ և 8 լոտ պղինձ. դորանից նա շինեց կաթսաններ, որոնց իւրաքանչիւրի համար գնաց 5 գրվանքայ և 8 լոտ: Քանի՞ կաթսայ դուրս եկաւ:

Որովհետև արհեստաւորը ունէր 4 փութ 13 գրվանքայ և 8 լոտ պղինձ և իւրաքանչիւր կաթսայի համար գնում է 5 գրվանքայ և 8 լոտ. նշանակում է քանի՛ անգամ որ 4 փութում 13 գրվանքում և 8 լոտում լինի 5 գրվանքայ և 8 լոտ, այնքան էլ կաթսայ դուրս կ'գայ: Ուրեմն պէտք է 4 փութը 13 գրվանքան և 8 լոտը բաժանել 5 գրվանքայի և 8 լոտի վերայ: Իսկ այդ անելու համար հարկաւոր է ինչպէս բաժանելին նոյնպէս և բաժանարարը վերածել համանուն չափերի, այն է ամենափոքր չափին, որովհետև մեծ ամբողջ չափեր դարձնել անկարելի է: Այդ անելով կ'ստանանք՝


```
 փ.   գ.   լ.            գ.   լ.
 4 + 13 + 8              5 + 8
×40                     ×32
 160                     160
 +13                      +8
 173                     168 լոտ
×32
 346
 519
 5536
   +8
 5544 լոտ    լ.
          554,4, | 168 լ.
         −504    | 33 կաթսայ.
           504
          −504
```

Բաժանելին 5544 լոտ է, իսկ բաժանարարը 168 լոտ, որ միմեանց վերայ բաժանելով կ'ստանանք 33. ուրեմն ունեցած պղնձից դուրս է եկել 33 կաթսայ:

Դորանից հետևում է որ բարդ անուանական թիւը նոյնատեսակ բարդ անուանական թուի վերայ բաժանելու համար, պէտք է ինչպէս բաժանելին, նոյնպէս և բաժանարարը վերածել ամենափոքր չափերի և յետոյ բաժանել ստացած թուերը:

Վերոյիշեալ օրինակից մենք տեսանք, որ 5 գրվանքան 8 լոտը պարունակվում է 4 փութում 13 գրվանքայում և 8 լոտում 33 անգամ, այսինքն անուանական թիւը անուանական թուի վերայ բաժանելիս քանորդը ցոյց է տալի թէ բաժանարարը քանի անգամ է մտնում բաժանելու մէջ, նշանակում է քանորդը լինում է անպատճառ վերացական թիւ: Ուրեմն ա-

նուանական թիւը անուանական թուի վերայ բաժանելիս քանորդը ստացվում է վերացական թիւ:

Երկրորդ դիպուած:

Գործարանումը 23 մշակին օրէնը տալիս էին 2 փութ 2 գրվանքայ 13 լոտ և 1 մսխալ ալիւր. որքան ալիւր կ'ընկնէր ամէն-մի մշակին:

Իմանալու համար թէ ամէն-մի մշակին որքան ալիւր կ'ընկնէր պէտք է բոլոր ալիւրը այն է 2 փութը 2 գրվանքան 13 լոտը և 1 մսխալը 23 հաւասար բաժին անել:

փութ գրվ. լ. մ.
2 + 2 + 13 + 1 | 23
×40 | գ. լ. մ.
80 | 3 + 18 + 2
+2
82
−69
13
×32
26
39
416
+13
429
−23
199
184
15
×3
45
+1
46
−46
"

Առաջ 2 փութը կ'բաժանենք 23-ի վերայ, բայց որովհետև ամէն-մի բաժինը չէ կարող փութ լինել, ուստի 2 փութը կ'դարձնենք գրվանքաներ: 1 փութը ունի 40 գրվանքայ, 2 փութը կ'ունենայ 2 անգամ 40 կամ 80, էլի ունենք 2 գրվանքայ ընդամէնը կ'լինի 82 գրվանքայ, որ բաժանելով 23-ի վերայ՝ ամէն մէկին կ'ընկնի 3 գրվանքայ, որ կ'գրենք քանորդում: Եթէ մէկին կ'ընկնի 3 գրվանքայ, 23-ին կ'ընկնի 23 անգամ 3 գրվանքայ կամ 69 գրվանքայ, որ դուրս գալով 82 գրվանքայից, էլի կ'մնայ 13 գրվանքայ: Այդ 13 գրվանքան կը դարձնենք լոտեր: 1 գրվանքան ունի 32 լոտ, 13 գրվանքան կ'ունենայ 13 անգամ 32 կամ 416 լոտ. էլի ունենք տուած 13 լոտ ընդամէնը կ'լինի 429 լոտ, որ բաժանելով 23-ի վերայ, ամէն-մէկին կ'ընկնի 18 լոտ, իսկ 23-ին 23 անգամ 18 լոտ կամ 414 լոտը, որ դուրս գալով 429 լոտից, էլի կ'մնայ 15 լոտ: Այդ 15 լոտը կ'դարձնենք մսխալ. 1 լոտն ունի 3 մսխալ, 15 լոտը կ'ունենայ 15 անգամ 3 մսխալ կամ 45 մսխալ, 1 մսխալ էլ տուած ունենք, ընդամէնը կ'լինի 46 մսխալ, որ բաժանելով 23-ի վերայ, ամէն-մէկին կ'ընկնի 2 մսխալ: Ուրեմն ամէն-մի մշակին օրէնը կ'ընկնի 3 գրվանքայ 18 լոտ 2 մսխալ ալիւր:

Այդպէս էլ կարող ենք բաժանել օրինակ 106 արշինը 4 մարդի վերայ:

արշ.
10,6 | 4
−8 | 26 արշ. + 8 վերշ.
26
−24
2
×16
32
−32
"

Առաջ կ'բաժանենք արշինները այդ անելով ամեն-մէկին կ'ընկնի 26 արշին և էլի կ'մնայ 2 արշին. այդ 2 արշինն էլ կ'դարձնենք վերշոկներ, որ կ'լինի 32 վերշոկ, բաժանելով դարձեալ 4-ի վերայ ամեն-մէկին կ'ընկնի 8 վերշոկ: Ուրեմն ընդամենը ամեն-մի մարդին կ'ընկնի 26 արշին 8 վերշոկ:

Ուրեմն բոլոր անուանական Թիւը վերացական Թուի վերայ բաժանելու համար պէտք է առաջ բաժանել ամենամեծ չափը, եթէ բաժանելուց յետոյ մնացորդ մնայ, պէտք է այդ մնացորդը վերածել հետևեալ փոքր չափի և եթէ այդ փոքր չափերը կայ բաժանելի Թւում այն ևս աւելացնել և կրկին բաժանել և այսպէս շարունակել մինչև վերջը:

Երբ մենք 106 արշինը բաժանեցինք 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին ընկաւ 26 արշին 8 վերշոկ, այսինքն ընկաւ անուանական Թիւ: Շատ պարզ է, որ ամեն անգամ երբ անուանական Թիւը բաժանենք վերացական Թուի վերայ, միշտ կ'ստանանք անուանական, ըստորում անուանականը մի քանի բաժին անելով, ամեն-մի բաժինը դարձեալ կ'լինի անուանական: Որովհետև քանորդը ցոյց է տալի բաժանելու մի մասը, ուստի երբ ամբողջը անուանական է, մասն էլ անուանական կ'լինի:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանելին եւ բաժանարարը նոյնատեսակ բարդ անուանական Թուեր են: Այդ դիպուածում քանորդը ի՞նչ Թիւ կ'լինի:

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանելին բարդ անուանական Թիւ է, իսկ բաժանարարը վերացական Թիւ: Ի՞նչ Թիւ կ'լինի այդ դիպուածում քանորդը:

ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹԻՒՆԸ

28. Ամենայն Թիւ բաժանվում է իւր բազմապատկչի վերայ առանց մնացորդի: Օրինակ 2-ը բազմապատկած 3-ի վերայ, կ'լինի 2×3 կամ 6. այդ 6-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որովհետև 6-ը բաժանել 3-ի վերայ միևնոյն է Թէ 2×3-ը բաժանել 3-ի վերայ, մենք էլ գիտենք որ բաժանելին այսինքն 2-ը կրկնած 3 անգամ անում է 6, ուրեմն 6-ի կամ 2×3-ի 3-դ մասը կ'լինի 2, այսինքն ամբողջ Թիւ:

15-ը, որ է 5×3, բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որովհետև 15-ը ոչ այլ ինչ է, եԹէ ոչ 5-ը կրկնած 3 անգամ, ուրեմն 15-ի 3-դ մասը կ'լինի 5 այսինքն ամբողջ Թիւ:

ԵԹէ արտադրեալը բաժանվում է առանց մնացորդի որ և իցէ Թուի վերայ, նշանակում է այդ Թիւը արտադրիչներից մինն է: Այսպէս օրինակ եԹէ 30-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 5-ի վերայ, նշանակում է 30-ը հաւասար է 5-ին բազմապատկած որևիցէ ամբողջ Թուի վերայ, որովհետև 30-ը բաժանվում է 5 հաւասար մասը և այդ բոլոր 5 հաւասար մասները միասին պէտք է հաւասար լինեն 30-ին, այսինքն 5-ը բազմապատկած ամբողջի վերայ պէտք է հաւասար լինի 30-ին:

ԵԹէ բոլոր գումարելիքը առանձին առանձին բաժանվում են որևիցէ Թուի վերայ առանց մնացորդի, նոցա գումարը ևս կ'բաժանվի այդ Թուի վերայ առանց մնացորդի: Այսպէս օրինակ 6-ը, 9-ը, 15-ը առանձին առանձին բաժանվում են 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է նոցա գումարը ևս որ է $3+9+13=30$, կ'բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի: Որովհետև 6-ը բաժանվելով 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բաղկանում է 3-իցը կրկնած մի քանի ամբողջ անգամ, նոյնպէս և 9-ը ու 15-ը բաժանվելով 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բաղկանում են 3-ից կրկնած նոյնպէս մի քանի ամբողջ անգամ: Նոցա գումարն էլ որ է 30-ը բաղկացած է $6+9+15$-ից, որ նոյն է 3-ից կրկնած մի քանի ամբողջ անգամ, կամ հաւասար է 3-ին բազմապատկած որեւիցէ ամբողջ թուի վերայ, նշանակում է դա կ՚բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի։

Եթէ բազմապատկիչներից մինը բաժանվում է որեւիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի, այն ժամանակը արտադրեալը եւս կ՚բաժանվի այդ թուի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ եթէ տուած է 6×5-ի վերայ և 6-ը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է նոյնպէս 6×5-ը կամ 30-ը կ՚բաժանվի 2-ի վերայ առանց մնացորդի, որովհետև եթէ 6-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 2-ի վերայ, նշանակում է 2-ը 6-ի բազմապատկիչներից մինն է այսինքն 6=2×3, ուրեմն մեզ տուած արտադրեալը կ՚լինի 2×3×5, իսկ այդ թիւը բաժանվում է առանց մնացորդի նոյն 2-ի վերայ, որովհետև 2-ը այդ թուի բազմապատկիչներից մինն է։

Այն թուերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում են միայն 1-ի և իւրեանց վերայ, իսկ ուրիշ թուերի վերայ չեն բաժանվում, կոչվում են պարզ թուեր. օրինակ՝ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83. 89, 97, և այլն։

Եթէ երկու կամ մի քանի թուեր բացի 1-ից չունին ընդհանուր բաժանարարներ, կոչվում են փոխադարձ պարզ թուեր։ Օրինակ 6 և 5; 8 և 9; 25 և 16; 5 և 7 և այլն։

Այն թիւը, որ բացի 1-ից բաժանվում է ուրիշ որեւիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում է բարդ թիւ։ Օրինակ 4=2×2; 6=2×3, 15=3×5։ Սորանից հետեւում է որ բարդ թիւը միշտ բաղկանում է երկու կամ մի քանի բազմապատկիչների արտադրեալից։

Պարզ թուերը գտնում են հետեւեալ կերպով. դիցուք ունենք բնական ամբողջ թուերը՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 20, և այլն։ Այդ թուերի մէջ գտնվող պարզ թուերը չ՚պէտք է բաժանվեն առանց մնացորդի 2-ի, 3-ի, 5-ի, 7-ի, 11-ի վերայ և այլն։

Ուրեմն այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի վերայ,

նոքա բարդ են և նոցա պէտք է ջնջել։ Մենք այդ նպատակին կ՚հասնենք եթէ 2-ից սկսած ջնջենք մինումէջ գտնվող թուերը։ Յետոյ պէտք է ջնջել այն թուերը, որոնք բաժանվում են 3-ի վերայ, այդ նպատակին էլ կ՚հասնենք, եթէ 3-ից սկսած ջնջենք երկուումէջ գտնվող թուերը։ Յետոյ պէտք է ջնջել 5-ի վերայ բաժանվող բարդ թուերը, դորա համար պէտք է ջնջել 5-ից սկսած չորսումէջ գտնվող թուերը և այն մնացած թուերը կ՚լինին պարզ թուեր։

Այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում են զոյգ թուեր. օրինակ՝ 2, 4, 6, 8, 10, և այլն։ Իսկ այն թուերը, որոնք չեն բաժանվում 2-ի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում են կենտ թուեր օրինակ 3, 5, 7 և այլն։

ԱՆՄՆԱՑՈՐԴ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՆՇԱՆԱՑՈՅՑՆԵՐԸ

29. Այն թուերը, որոնց միաւորը զոյգ է կամ զէրօ է, բաժանվում են 2-ի վերայ առանց մնացորդի։

Մենք գիտենք, որ ամենայն թուի տասնաւորը միշտ բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի որովհետև 10=2×5։ Եթէ որ մի տասնաւորը բաժանվում է 2-ի վերայ, նշանակում է քանի տասնաւոր որ լինի՝ դարձեալ կ՚բաժանվի 2-ի վերայ։ Որովհետև հարիւրաւորն էլ 10 տասնաւոր է, ուրեմն նա էլ կ՚բաժանվի 2-ի վերայ առանց մնացորդի։ Եթէ մի հարիւրաւորը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է 10 հարիւրաւորը այսինքն հազարաւորը եւս կ՚բաժանվի 2-ի վերայ։ Նոյնպէս կ՚բաժանվին 2-ի վերայ 10 հազարաւորը, հարիւր հազարաւորը և այլն։ Ուրեմն պէտք է ուշադրութիւն դարձնել միայն միաւորների վերայ, միաւորներից էլ միայն նոքա են բաժանվում 2-ի վերայ, որոնք զոյգ են օրինակ 2, 4, 6, 8 կամ 0։ Օրինակ 1870, 192, 84, 916, 328, 152 և այլն։

Այն թուերը, որոնց միաւորը զէրօ է կամ 5, միշտ բաժանվում են 5-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ պարզ երեւում է նորանից, որ մի տասնաւորը միշտ բաժանվում է 5-ի վերայ առանց մնացորդի, ուրեմն քանի տասնաւոր որ լինի, նա եւս կ՚բաժանվի 5-ի վերայ առանց մնացորդի. նոյնպէս բաժանվում են հարիւրաւորները, հազարաւորներն և այլն։ Իսկ միաւորներից 5-ի վերայ բաժանվում է առանց մնացորդի միայն 5-ը։ Երբ միաւորի տեղը լինում է զէրօ, նշանակում է թիւը բաղկացած է լինում տասնաւորներից, հարիւրաւորներից և այլն, որոնք միշտ բաժանվում են 5-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 160, 210, 935, 115, 1070, 365 և այլն։

Այն թուերն են բաժանվում առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի։

Այսպէս օրինակ եթէ կամենում ենք իմանալ թէ 576-ը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի թէ ոչ, պէտք է թուանշանների գումարը այն է 5+7+6=18, բաժանենք 3-ի վերայ, եթէ դա բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւն էլ կ՚բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ բանը կարող ենք բացատրել հետեւեալ կերպով։ Տուած թիւը—576-ը բաղկացած է 5 հարիւրաւորից, 7 տասնաւորից և 6 միաւորից։ Եթէ մենք 1 հարիւրաւորը բաժանենք 3-ի վերայ. 3-ը կ՚մտնի 100-ի մէջ 33 անգամ և կ՚մնայ մնացորդ 1։ Ուրեմն 1 հարիւրաւորից մնում է մնացորդ 1 եթէ 5 հարիւրաւորը առանձին առանձին բաժանենք 3-ի վերայ, ամեն-մի հարիւրից կ՚մնայ 1. իսկ 5 հարիւրից կ՚մնայ 5։ Նոյնպէս 1 տասնաւորը բաժանելով 3-ի վերայ, 3-ը կ՚մտնի 1 տասնի մէջ 3 անգամ և մնացորդ կ՚մնայ 1. ուրեմն եթէ 7 տասնաւորը առանձին առանձին բաժանենք 3-ի վերայ. կ՚ստանանք մնացորդ ամեն-մի տասնից 1. ընդամենը 7-ը։

Սորանից երեւում է որ 3-ի վերայ առանձին բաժանելով հարիւրաւորները, մնացորդ ստանում ենք այնքան հատ, որքան հարիւրաւոր կայ թւումը։ Նոյնպէս առանձին բաժանելով 3-ի վերայ տասնաւորները, մնացորդ ստանում ենք այնքան հատ, որքան տասնաւոր կայ, դոցա վերայ աւելացնելով և 6 միաւորը, ընդամենը մնացորդ կ՚մնայ տուած թուից 5+7+6=18։ Եթէ այդ մնացորդների գումարն էլ բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է առանց բաժանվելու ոչինչ չէ մնում, ուրեմն բոլոր թիւը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 174, 11211, 921 և այլն։

Վերոյիշեալ երեք պարզ թուերի վերայ բաժանվելու նշանացոյցները առանձին ուշադրութեան արժանի են։ Դոքա մեծ դեր են խաղում բարդ թուերի արտադրիչների լուծելում և կոտորակների կրճատելում։

Այն թուերն են բաժանվում 9-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 4185-ը կ՚բաժանվի առանց մնացորդի 9-ի վերայ, եթէ որ 4+1+8+5=18-ը բաժանվի 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ թիւը բաղկացած է 4 հազարաւորից, 1 հարիւրաւորից, 8 տասնաւորից և 5 միաւորից։ Եթէ 4 հազարաւորը բաժանենք 9-ի վերայ, մնացորդ կ՚մնայ 4 հատ. 1 հարիւրաւորը բաժանելով 9-ի վերայ, մնացորդ կ՚մնայ 1 հատ. 8 տասնաւորը բաժանելով 9-ի վերայ մնացորդ կ՚մնայ 8 հատ. էլի ունենք 5 միաւոր. ուրեմն ընդամենը մնացորդ կ՚մնայ 4+1+8+5, այսինքն կ՚մնայ թուանշանների գումարը։ Եթէ այդ գումարը բաժանվի 9-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւն էլ կ՚բաժանվի 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ 3087, 117, 3114 81171 և այլն։

Դորա մանրամասն բացատրութիւնը բոլորովին այնպէս է, ինչպէս և 3-ի համար։

Համառօտութեան համար փոխանակ թուանշանների գումարը 3-ի կամ 9-ի վերայ բաժանելու, կարող ենք թուանշանները երեք-երեք կամ ինը-ինը դուրս գալ, եթէ ուղիղ երեքներ կամ իններ դուրս գան, կ'նշանակի կ'բաժանվին, եթէ մնացորդ մնայ կ'նշանակի չեն բաժանվիլ։

Այն թուերն են բաժանվում 4-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց տասնաւորը միաւորի հետ միասին բաժանվում է 4-ի վերայ։ Որովհետև 1 հարիւրաւորը միշտ բաժանվում է 4-ի վերայ առանց մնացորդի և 4-ը կայ 100-ի մէջ 25 անգամ. ուրեմն քանի հարիւր որ լինի նոյնպէս կ'բաժանվի 4-ի վերայ առանց մնացորդի։ Որովհետև հազարաւորն էլ 10 հարիւր է, ուրեմն նա էլ կ'բաժանվի. նոյնպէս կ'բաժանվի 10 հազարաւորը և այլն։ Մնում են տասնաւորները և միաւորները, եթէ դոքա էլ միասին բաժանվում են 4-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւը բաժանվում է 4-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ. 148, 316, 7192, 8156, 924 և այլն։

Այն թուերն են բաժանվում 8-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց հարիւրաւորը, տասնաւորը և միաւորը միասին բաժանվում են 8-ի վերայ առանց մնացորդի։ Հազարաւորը միշտ բաժանվում է 8-ի վերայ առանց մնացորդի և 8-ը մնում է 1000-ի մէջ ուղիղ 125 անգամ. ուրեմն քանի հազարաւոր որ լինի, միշտ կ'բաժանվի 8-ի վերայ առանց մնացորդի, նոյնպէս կ'բաժանվին 10-հազարաւորները, 100-հազարաւորները և այլն։ Մնում են ուրեմն հարիւրաւորները, տասնաւորները և միաւորները, եթէ դոքա էլ միասին բաժանվին 8-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւը կ'բաժանվի 8-ի վերայ առաանց մնացորդի։ Օրինակ. 8216, 91584, 2136 և այլն

Այն թուերն են բաժանվում 6-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնք միևնոյն ժամանակ բաժանվում են 2-ի և 3-ի վերայ։ Ուրեմն այն թուերն են բաժանվում 6-ի վերայ, որոնք զոյգ են և որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի, որովհետև այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի և 3-ի վերայ, պէտք է բաժանվին և 6-ի վերայ առանց մնացորդի, ըստորում $6 = 2 \cdot 3$։ Օրինակ 240, 312, 174 և այլն։

7-ի վերայ բաժանման նշանացոյցը գտնելը գործնականապէս այնքան դժուար է, որ աւելի հեշտ է տուած թիւը բաժանել 7-ի վերայ և այնպէս իմանալ բաժանվում է թէ ոչ։

Որովհետև ամենայն թիւ 10-ի վերայ բազմապատկելիս մի զերօ է աւելանում թուի վերայ, ուստի դորանից հետևում է որ ամեն թիւ, որ վերջանում է մի զերոյով բաժանվում է 10-ի վերայ առանց մնացորդի։ Նոյնպէս դժուար չէ համոզուել որ եթէ թիւը վերջանում է երկու զերոյով, կ'բաժանվի առանց մնացորդի 100-ի վերայ և այլն։ Օրինակ՝ 180, 7200, 820, 4320, 6300 և այլն։

Մենք գիտենք որ ամենայն թիւ բաժանվում է իր բազմապատկչի վերայ առանց մնացորդի. դորանից հետևում է որ եթէ որևիցէ թիւ բաժանվում է օրինակ 2-ի և 5-ի վերայ, նշանակում է 2-ը և 5-ը նորա բազմապատկիչներն են, ուրեմն կ'բաժանվի առանց մնացորդի 2-ի և 5-ի վերայ կամ 2×5-ի վերայ։ Նոյնպէս եթէ որևիցե թիւ բաժանվի առանց մնացորդի 3-ի և 5-ի վերայ՝ նա կ'բաժանվի նոյնպէս 3×5-ի կամ 15-ի վերայ և այլն։

ԲԱՐԴ ԹՈՒԵՐԻ ԼՈՒԾԵԼԸ ՊԱՐԶ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿԻՉՆԵՐԻ

30. Գիցուք տուած է 3780-ը լուծել պարզ բազմապատկիչների։ Այդ նշանակում է պէտք է գտնել այնպիսի պարզ թուեր, որոնց արտադրեալը հաւասար լինի 3780-ին։ Մենք գիտենք որ ամենայն թիւ բաժանվում է իւր բազմապատկիչների վերայ առանց մնացորդի։ Ուրեմն գտնել 3780-ի պարզ բազմապատկիչները միենոյն է թէ գտնել այնպիսի պարզ թուեր, որոնց վերայ 3780-ը բաժանվում է առանց մնացորդի կամ գտնել 3780-ի պարզ բաժանարարները։ Աւելի յարմար է առաջ գտնել տուած թուի ամենափոքր բաժանարարը, յետոյ գտնել մեծերը կարգով, օրինակ առաջ գտնել 2-ը, յետոյ 3-ը, յետոյ 5-ը և այլն։ Պէտք է նկատել որ այդպէս գտնելիս բոլոր բաժանարարները կ'լինին պարզ թուեր, որովհետև դիցուք օրինակ տուած թիւը ունի բարդ բաժանարար 6-ը, նշանակում է նա ունի և պարզ բաժանարարները 2-ը և 3-ը, որոնք 6-ից առաջ են գտնվում։

Տուած թուի պարզ բաժանարարները գտնելու համար հարկաւոր է իմանալ թէ ինչ պարզ թուի վերայ է բաժանվում և քանի անգամ և բաժանել։ Պարզ բաժանարարները գտնելիս մեծ օգնութիւն են անում անմնացորդ բաժանման նշանացոյցները. այսպէս օրինակ նշանացոյցներով իմանում ենք թէ տուած թիւը բաժանվում է արդեօք 2-ի վերայ առանց մնացորդի թէ ոչ։ Եթէ բաժանվում է, բաժանում ենք. ստացած քանորդը եթէ կրկին բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի դարձեալ բաժանում ենք և այդպէս շարունակում ենք մինչև որ այլ ևս չէ բաժանվում 2-ի վերայ։ Յետոյ նոյն կարգով բաժանում են 3-ի, 5-ի վերայ և այլն։

Այսպէս օրինակ 3780-ը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի. բաժանելով կ'ստանանք քանորդը 1890. դա դարձեալ բաժանվում է 2-ի վերայ, բաժանելով կ'ստանանք քանորդը 945։ Դա այլ ևս չէ բաժանվում 2-ի վերայ, այլ բաժանվում է 3-ի վերայ. բաժանելով կ'ստանանք քանորդը 315, դորան դարձեալ բաժանելով 3-ի վերայ, կստանանք 105, որ կրկին բաժանելով 3-ի վերայ, կստանանք 35. որ այլ ևս չէ բաժանվում 3-ի վերայ, այլ բաժանվում է 5-ի վերայ. բաժանելով

կ'ստանանք քանորդը 7-ը, որ բաժանվում է 7-ի վերայ։ Ուրեմն 3780-ի պարզ բազմապատկիչները կամ բաժանարարները են՝ 2, 2, 3, 3, 3, 5, 7։

Համառօտութեան համար այդ գործողութիւնը դասաւորում են հետևեալ կերպով։

3780	2
1890	2
945	3
315	3
105	3
35	5
7	7

Գրում են առաջ տուած բարդ թիւը, մեր օրինակում 3780-ը, յետոյ նորանից աջ գիծ են քաշում ինչպէս ցոյց տուած է. որից դէպի աջ գրում են պարզ բաժանարարները, իսկ դէպի ձախ տուած թուի տակը կարգով գրում են ստացած քանորդները։

Միւս օրինակ գտնել 210-ի պարզ բաժանարարները։

210	2
105	3
35	5
7	7

Այժմ ապացուցանենք որ ամենայն բարդ թիւ հաւասար է իւր պարզ բաժանարարների արտադրեալին։ Մեր վերջին օրինակում մենք 35-ը, որ գտնվում է ներքևից երկրորդ տողում, 5 բաժին արինք և ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 7-ը, ուրեմն 35-ը հաւասար է 5×7-ին։ Նոյնպէս դորանից վերը գտնվող 105-ը 3 բաժին արինք և ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 35. ուրեմն 105-ը հաւասար է 3 անգամ 35-ին, որ միենոյն է 3 անգամ 5×7-ին կամ 3×5×7։ Դորանից էլ վերը գտնվող 210-ը 2 բաժին արինք, ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 105, ուրեմն 210-ը հաւասար է 2 անգամ 105-ին, որ միենոյն է 2 անգամ 3×5×7-ին կամ 2×3×5×7։ Ուրեմն դուրս եկաւ որ 210-ը բարդ թիւը հաւասար է իւր պարզ-բաժանարարների արտադրեալին որ է $2\times3\times5\times7$։

Օրինակներ՝ 180. 240, 720. 450, 1350 և այլն։

ԱՄԵՆԱՓՈՔՐ ԲԱԶՄԱՊԱՏԻԿ ԹԻՒԸ

31. Եթէ ունենք դիցուք 15, որ բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, այն ժամանակը 15-ը կոչվում է 3-ի բազմապատիկը, որովհետև 15-ը հաւասար է 3-ին բազմապատկած ամբողջ թուի վերայ, մեր օրինակում, 5-ի վերայ։ Որովհետև 15-ը բացի 3-ից բաժանվում է առանց մնացորդի նոյնպէս 5-ի վերայ, ուրեմն նա 3-ի և 5-ի բազմապատիկն է։ Առհասարակ մի քանի թուի բազմապատիկը կոչվում է այն թիւը, որ առանց մնացորդի բաժանվում է առանձին առանձին այդ թուերի վերայ։ Օրինակ 2-ի, 4-ի, 5-ի, 3-ի, 10-ի, 30-ի 15-ի, 6-ի, 20-ի բազմապատիկը է 60-ը, որովհետև դա բաժանվում է այդ բոլոր թուերի վերայ առանց մնացորդի։

Դիցուք տուած է գտնել 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատիկը կամ բաժանելին։ Դոցա բազմապատիկը կ՚լինի դոցա արտադրեալը, որ է $4\times6\times3=72$, նոյնպէս կ՚լինի 72-ը բազմապատկած որևիցէ ամբողջ թուի վերայ օրինակ. 72×2, 72×3, 72×4, 72×5 և այլն։

Ուրեմն տուած թուերի համար կարելի է գտնել շատ բազմապատիկներ։ Բայց մեծ մասամբ հարկաւոր է լինում գտնել տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կամ բաժանելին։ Այսպէս օրինակ 4-ի, 6-ի 3-ի ամենափոքր բազմապատիկը չէ 72-ը, այլ 12-ը, որովհետև դա բաժանվում է առանց մնացորդի այդ բոլոր թուերի վերայ։ Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գտնել օրինակ 4-ի, 6-ի, 3-ի ամենափոքր բազմապատիկը։ Դոցա բազմապատիկը պէտք է պարունակի իւր մէջ միայն 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատկիչները ոչ աւելի այն թուից, որքան

հարկաւոր է, որ նա բաժանվի առանց մնացորդի այդ տուած թուերի վերայ։ Թէպէտ $4\times6\times3=72$-ի մէջ պարունակվում են միայն 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատկիչները, բայց նոքա պարունակվում են աւելի թուով, քան թէ որքան հարկաւոր է անմնացորդ բաժանվելու համար, օրինակ 2-ը պարունակվում է նորա մէջ 3 անգամ, այն ինչ անմնացորդ բաժանվելու համար բաւական է, որ 2-ը պարունակվի նորա մէջ միայն 2 անգամ, որովհետև 2-ը տուած թուերից ոչ մեկի մէջ 2 անգամից աւելի չ՚կայ։ Նոյնպէս 3-ը պարունակվում է 2 անգամ, այն ինչ բաւական է, որ 3-ը մտնի այդ թուի մէջ միայն մի անգամ, որովհետև տուած թուերից ոչ մինը չէ պարունակում իւր մէջ 3-ը մի անգամից աւելի։ Դորանից երևում է, որ տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը գտնելու համար, հարկաւոր է առաջ գտնել այդ թուերի բազմապատկիչները։ Ուրեմն պէտք է տուած թուերը լուծել բազմապատկիչների։ Մեր օրինակում լուծելով տուած թուերը կ՚ստանանք՝

$$\left.\begin{array}{l} 4=2\times2 \\ 6=2\times3 \\ 3=3 \end{array}\right\}$$

Ամենափոքր բաժանելին պէտք է առանց մնացորդի բաժանվի 4-ի վերայ, ուրեմն նա պէտք է իւր մէջը պարունակի 4-ի բազմապատկիչները այսինքն 2-ը և 2-ը. որպէս զի ամենափոքր բազմապատիկը բաժանվի նոյնպէս 6-ի վերայ, հարկաւոր է որ նա պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 6-ի բազմապատկիչները այսինքն 2-ը և 3-ը. 4-ի բազմապատկիչները իւրեանց մէջ արդէն պարունակում են 2-ը, ուրեմն եթէ նորա մէջ լինի միայն 3-ը, այն ժամանակը նա կ՚բաժանվի առանց մնացորդի և 6-ի վերայ և ստացած թիւը կ՚լինի $2\times2\times3$։ Ամենափոքր բազմապատիկը պէտք է նոյնպէս առանց մնացորդի բաժանվի և 3-ի վերայ. դորա համար հարկաւոր է, որ 3-ը պարունակվի նորա մէջ 1 անգամ. բայց 3-ը արդէն կայ մեր գտած թուի մէջ 1 անգամ։ Ուրեմն 4-ի, 6-ի, 3-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ՚լինի $2\times2\times3=12$-ը։ Պարզ երևում է որ դա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է, որովհետև եթէ դորանից որ ևիցէ բազմապատկիչ պակասացնենք, նա այլ ևս չի բաժանվիլ բոլոր տուած թուերի վերայ։

Միւս օրինակ. գտնել 18-ի, 15-ի, 9-ի, 14-ի ամենափոքր բազմապատիկը կամ բաժանելին։ Դորա համար տուած թուերը կ'լուծենք բազմապատկիչների.

18=2×3×3 Ամենափոքր բազմապատիկը 18-ի վերայ ա-
15=3×5 ռանց մնացորդի բաժանվելու համար, պէտք
9=3×3 է պարունակի իւր մէջ 18-ի բազմապատ-
14=2×7 կիչները այն է 2×3×3, իսկ որպէս զի

նա բաժանվի առանց մնացորդի նոյնպէս 15-ի վերայ, հարկաւոր է որ նա պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 15-ի բազմապատկիչները այսինքն 3×5, բայց որովհետև 2×3×3-ի մէջ արդէն կայ 3, ուրեմն պէտք է պարունակի էլի 5-ը այսինքն ընդամենը 2×3×3×5։ Ամենափոքր բազմապատիկը 9-ի վերայ ևս առանց մնացորդի բաժանվելու համար, հարկաւոր է որ իւր մէջ պարունակի 9-ի բազմապատկիչները այն է 3×3, բայց մեր գտած թիւը արդէն պարունակում է իւր մէջ 3×3-ը, ուրեմն նա կ'բաժանվի նոյնպէս 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Որովհետև տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը պէտք է բաժանվի նոյնպէս 14-ի վերայ, ուրեմն նա պէտք է պարունակի իւր մէջ 14-ի բազմապատկիչները այն է 2×7-ը, որովհետև գտած թուի մէջ արդէն կայ 2-ը, ուրեմն նա պէտք է պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 7-ը։ Ուրեմն տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կ'լինի 2.3.3.5.7. կամ 630։

Այս օրինակում տուած թուերից 9-ը պարունակում է իւր մէջ նոյն բազմապատկիչները, որոնք պարունակվում են 18-ի բազմապատկիչների մէջ, նշանակում է 18-ը կ'բաժանվի առանց մնացորդի 9-ի վերայ։ Բացի դորանից ամենայն թիւ, որ բաաժանվում է 18-ի վերայ առանց մնացորդի կ'բաժանվի և 9-ի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ 9-ը իբրև բազմապատկիչ։ Դորանից երևում է, որ տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը գտնելիս կարելի է 9-ը թողել առանց ուշադրու-

թեան, որովհետև նորա բազմապատկիչները արդէն մտնում են 18-ի բազմապատկիչների մէջ։ Ուրեմն ամենափոքր բաժանելին գտնելու ժամանակ, եթէ տուած թուերից կան այնպիսիքը, որոնք պարունակվում են միւսների մէջ ամբողջ անգամ, կարելի է դոցա թողել առանց ուշադրութեան և գտնել մնացած տուած թուերի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին։

Գործառնութեան ժամանակ ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին գտնելիս կարելի է վարվել հետևեալ կերպով։

Դիցուք թէ տուած է գտնել հետևեալ թուերի ամենափոքր բաժանելին՝ 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 15։

1)	2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 15	2
2)	4, 6, 9, 10, 15	2
3)	2, 3, 9, 5, 15	3
4)	2, 3, 5	

Տուած թուերից 2, 3, 4, 6, 9 կարելի է թողել առանց ուշադրութեան, որովհետև նոքա արդէն պարունակվում են միւս թուերի մէջ։ Տուած թուերից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար 2-ը, որի վերայ բաժանելով, կստանանք երկրորդ կարգը 4, 6, 9, 10, 15։ Այդ կարգի թուերի արտադրեալը բազմապատկած 2-ի վերայ կ'բաժանվի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ միևնոյն բազմապատկիչները։ Երկրորդ կարգի թուերից մի քանիսը դարձեալ ունեն ընդհանուր բաժանարար 2-ը, որի վերայ բաժանելով կստանանք՝ 2, 3, 9, 5, 15, որոնցից կարող ենք առանց ուշադրութեան թողել 3-ը և 5-ը, որովհետև 3-ը պարունակվում է ամբողջապէս 9-ի մէջ, իսկ 5-ը 15-ի մէջ։ Այդ երկրորդ կարգի թուերի արտադրեալը բազմապատկած 2×2-ի վերայ, կ'բաժանվի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ միևնոյն բազմապատկիչները։ Երրորդ կարգի թուերից երկուսը ունեն ընդհանուր բաժանարար 3-ը, բաժանելով կ'ստանանք՝ 2, 3, 5։ Այդ թուերի արտադրեալը բազմապատկած $2 \times 2 \times 3$ վերայ, այսինքն $2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 360$ կ'բաժանուի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ նոյն թուերի բազմապատկիչները։

Դիցուք տուած է գտնելու 7-ի, 13-ի, 5-ի, 11-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին։ Վարվելով առաջվայ պէս, տեսնում ենք, որ դոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է $7 \times 13 \times 5 \times 11 = 5005$։

Ուրեմն տուած թուերը փոխադարձ պարզ թուեր են այսինքն ոչ մի քանիսը չունին ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը նոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ'լինի իւրեանց արտադրեալը։

Գտնել հետևեալ թուերի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելինները։

5 , 7 , 8
9 , 11 , 10
7 , 23 , 15 , 4
և այլն։

ԵՐԿՈՒ ԹՈՒԻ ԱՄԵՆԱՄԵԾ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲԱԺԱՆԱՐԱՐԸ

Որ և իցէ երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կոչվում է այն ամենամեծ թիւը, որ առանց մնացորդի բաժանում է այդ տուած թուերին։

Դիցուք տուած է գտնելու 18-ի և 24-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։ Այդ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է լինի միևնոյն ժամանակ և նոցա ամենամեծ ընդհանուր բազմապատկիչը։ Ուրեմն այդ թուերը լուծելով բազմապատկիչների կ'գտնենք, որ $18 = 2.3.3$

$24 = 2.2.2.3$

Սորանից երևում է որ ամենամեծ ընդհանուր բազմապատկիչն է $2.3 = 6$-ը, որովհետև դա է ընդհանուր բազմապատկիչների ամենամեծ արտադրեալը։

Այս եղանակով երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարների գտնելը յարմար չէ, որովհետև միշտ հեշտ չէ լինում տուած թուերը լուծել պարզ բաժանարարների։ Առհասարակ երկու տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը գտնելու համար վարվում են հետևաբար բաժանմամբ, որ կատարվում է հետևեալ կերպով։

Դիցուք տուած է գտնել 345-ի և 391-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։

$$\begin{array}{r|l} 391 & 345 \\ -345 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 345 & 46 \\ -322 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 46 & 23 \\ -46 & 2 \end{array}$$

Ի հարկէ այդ տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը չէ կարող 345-ից մեծ լինել, այլապէս 345-ը չէ կարող բաժանվել այդ բաժանարարի վերայ առանց մնացորդի։ Տեսնենք չէ կարող արդեօք նոյն իսկ տուած թուերից փոքրը այն է 345-ը լինել ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար։ Դա իւր վերայ բաժանվում է. եթէ 391 էլ բաժանվի դորա վերայ առանց մնացորդի, կ'նշանակի դա կ'լինի այդ երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։ 391-ը բաժանելով 345-ի վերայ, տեսնում ենք որ մնում է մնացորդ 46. ուրեմն 345-ը չէ կարող տուած թուերի ընդհանուր բաժանարար լինել։ Ուրեմն ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է 345-ից փոքր լինի։ Այժմ տեսնենք թէ ինչ թուից փոքր չէ կարող լինել։ Մենք գիտենք որ բաժանելին այն է $391 = 1.345 + 46$, այն և ս գիտենք որ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է առանց մնացորդի բաժանի տուած 345-ին և 391-ին որ միևնոյն է թէ $1.345 + 46$։ Որովհետև երկու թուի գումարը, որ է 391 և գումարելիներից մինը, որ է 1.345-ը պէտք է բաժանվի ընդհանուր բաժանարարի վերայ առանց մնացորդի, դորանից հետեւում է, որ միւս գումարելին ևս այն է 46-ը նոյնպէս պէտք է բաժանուի դորա վերայ առանց մնացորդի, այլապէս դուրս կ'գար որ գումարը այն է 391-ը բաժանուելով այդ Թուի վերայ առանց մնացորդի կ'ստացուէր ամբողջ Թիւ, նոյնպէս գումարելիներիցը մինը այն է 1.345-ը բաժանուելով դորա վերայ դարձեալ կ'տար ամբողջ Թիւ, իսկ 46-ը եթէ չ'բաժանուէր, կստացուէր կոտորակ և դուրս կ'գար, որ ամբողջը հաւասար է ամբողջին գումարած հետը կոտորակը, որ անկարելի է: Ուրեմն ընդհանուր բաժանարարը պէտք է անպատճառ բաժանի առանց մնացորդի և 46-ին, ուրեմն նա 46-ից շատ չէ կարող լինել: Այժմ տեսնենք նոյն իսկ 46-ը չէ կարող լինել արդեօք տուած. Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Դորա համար բաւական է տեսնել չէ բաժանվում արդեօք 345-ը 45-ի վերայ առանց մնացորդի, որովհետև. եթէ 345-ը բաժանուի առանց մնացորդի 46-ի վերայ, այն ժամանակը երկու գումարելին ևս այն է 1.345 և 46-ը կ'բաժանուին առանց մնացորդի 46-ի վերայ, նշանակում է նոյնպէս կ'բաժանուի առանց մնացորդի և դոցա գումարը, որ է 391: Բաժանելով 345-ը 46-ի վերայ, մենք տեսնում ենք, որ մնում է մնացորդ 23: Ուրեմն 46-ը ևս չէ կարող լինել ընդհանուր բաժանարար, այլ ընդհանուր բաժանարարը դորանից ևս փոքր կ'լինի: Այժմ տեսնենք Թէ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը ինչ Թուից մեծ չէ կարող լինել: Այդ բանը իմանալու համար, 'ի նկատի առնենք վերջին բաժանման Թուերը. մենք գիտենք որ 345=46.7+23 և ընդհանուր բաժանարարը պէտք է առանց մնացորդի բաժանի 345-ին և 46-ին, նշանակում է պէտք է առանց մնացորդի բաժանի և 23-ին: Եւ որովհետև նա պէտք է բաժանի 23-ին, ուրեմն չէ կարող 23-ից մեծ լինել: Այժմ տեսնենք չէ կարող արդեօք 23-ը լինել ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Դորա համար 46-ը կ'բաժանենք 23-ի վերայ, եթէ որ բաժանուի առանց մնացորդի, այն ժամանակը երկու գումարելիների գու-

մարը ևս այն է 46×2+23-ը կամ 345-ը կ'բաժանուի առանց մնացորդի 23-ի վերայ: Հետևաբար և երկու գումարելիքը ևս այն է 1.345 և 46-ը կ'բաժանուին առանց մնացորդի 23-ի վերայ, ուրեմն կ'բաժանուի և դոցա գումարը, որ է 391: Բաժանելով 46-ը 23-ի վերայ մնացորդ չենք ստանում, ուրեմն առաջվայ ասածներիս հիման վերայ 391-ի և 345-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է 23-ը:

Ասածներիցս հետևում է, որ երկու Թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը գտնելու համար պէտք է մեծ Թիւը բաժանել փոքր Թուի վերայ, յետոյ փոքր Թիւը բաժանել առաջին մնացորդի վերայ, յետոյ առաջին մնացորդը բաժանել երկրորդ մնացորդի վերայ, երկրորդ մնացորդը բաժանել երրորդ մնացորդի վերայ և այլն այդպէս շարունակել մինչև որ բաժանումն աւարտուի առանց մնացորդի: Այն ժամանակը վերջին բաժանարարը կ'լինի տուած Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Իսկ եթէ այդպէս հետևաբար բաժանմամբ մենք ստանանք մնացորդ 1. այն ժամանակը նշանակում է կ'գտնէինք, որ 1-ն է տուած Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը, կամ ուրիշ խօսքերով՝ տուած Թուերը չունին ընդհանուր բաժանարար:

Գտնել հետևեալ Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: 64 և 112, 98 և 182, 77 և 238, 442 և 782, 1387 և 2117, 1631 և 3728, 259 և 185, 456 և 544:

Եթէ հարկաւոր լինի գտնելու օրինակ երեք Թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը, դորա համար պէտք է առաջ գտնել երկու Թուինը, յետոյ գտնել գտած Թուինը և երրորդ Թուինը և այլն:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ Թուեր են կոչվում պարզ Թուեր եւ ի՞նչ Թուեր են կոչվում բարդ Թուեր:
Երբ ենք մի Թուի կոչում միւսների բազմապատիկ:

Ի՞նչ Թուերի ենք կոչում զոյգ Թուեր:

Ի՞նչն ենք կոչում բաժանման նշանացոյցներ:

Ի՞նչ Թուեր են բաժանվում առանց մնացորդի հետեւեալ Թուերի վերայ, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10:

Ի՞նչ է նշանակում գտնել բարդ Թուի պարզ բաժանարարները եւ ի՞նչպէս պէտք է գտնել:

Ի՞նչն է հաւասար ամենայն բարդ Թիւ:

Ի՞նչ պարզ բազմապատկիչներից է բաղկանում 10-ը, 100-ը, 1000-ը... առհասարակ այն Թուերը, որ բաղկացած են 1-ից զերոներով:

Ի՞նչն ենք կոչում միքանի Թուերի ընդհանուր բաժանարար:

Ի՞նչն ենք կոչում միքանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել միքանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը լուծելով նոցա պարզ բաժանարարների:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել երկու Թուի ամենամեծ բաժանարարը հետեւաբար բաժանմամբ:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել միքանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը հետեւաբար բաժանմամբ:

Ի՞նչ Թուեր են կոչվում փոխադարձ պարզ Թուեր:

Ի՞նչն ենք կոչում ամենափոքր ընդհանուր բաժանելի եւ ի՞նչպէս պէտք է գտնել նորան:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԾԱԳՈՒՄԸ

31. Եթէ մի ամբողջ Թերթը չորս հաւասար կտոր անենք, ամեն-մի կտորը կ'կոչվի մի-քառորդ կամ մի-չորրորդական: Եթէ վերցնենք այդպիսի երեք կտոր, այն ժամանակը կստանանք երեք-չորրորդական: Եթէ մի ամբողջ արշինը ութ հաւասար կտոր անենք, ամեն-մի կտորը կ'կոչվի մի-ութերորդական, եթէ վերցնենք այդպիսի հինգ կտոր, այն ժամանակը կ'ստանանք հինգ-ութերորդական: Ամբողջի մի կամ միքանի հաւասար կտորները միասին վերցրած կոչվում է կոտորակ:

Կոտորակը ձեւակերպում են երկու Թւով, որոնց գրում են միմեանց տակը և մէջը գիծ քաշում: Այն Թիւը որ ցոյց է

տալի Թէ ամբողջը քանի հաւասար կտոր է արած, գրվում է գծի տակը և կոչվում է յայտարար, որովհետև յայտ է առնում կտորների մեծութիւնը: Իսկ այն Թիւը, որ ցոյց է տալի Թէ քանի՞ կտոր է վերցրած, գրվում է գծի վերև և կոչվում է համարիչ, որովհետև ցոյց է տալի կտորների համարը-Թիւը: Այդպէս օրինակ երեք-չորրորդականը գրվում է այսպէս $^3/_4$: հինգ-ութերորդականը գրվում է այսպէս $^5/_8$: Այստեղ 3-ը և 5-ը համարիչ են, իսկ 4-ը և 8-ը յայտարար:

Եթէ մի ամբողջ մանէԹը հինգ հաւասար բաժին անենք և վերցնենք երեք բաժինը, կ'ստանանք $^3/_5$ մանէԹ:

Իսկ եթէ երեք մանէԹը առանձին առանձին բաժանենք հինգ մարդի վերայ, ամեն-մի մանէԹիցը ամեն-մի մարդին կ'ընկնի $^1/_5$ մանէԹ, իսկ երեք մանէԹիցը կ'ընկնի $^3/_5$ մանէԹ:

Ուրեմն մի ամբողջ մանէԹը հինգ հաւասար բաժին անելով և երեք բաժինը վերցնելով, ստանում ենք $^3/_5$ մանէԹ. նոյնպէս երեք ամբողջ մանէԹը հինգ հաւասար բաժին անելով, ամեն-մի բաժինը ստանում ենք դարձեալ $^3/_5$ մանէԹ: Դորանից երեւում է որ կոտորակը ծագում է երկու կերպով:

Որովհետև $^3/_5$ կոտորակը ծագել է 3-ը բաժանելով 5 հաւասար մասը, ուրեմն կարելի է ասել $^3/_5$-ը է քանորդը, որ ստացվել է 3-ը բաժանելով 5-ի վերայ: Եթէ 17-ը բաժանենք 5-ի վերայ, քանորդը կ'ստանանք 3 ամբողջ և դարձեալ կ'մնայ 2, որ բաժանելով 5-ի վերայ կ'ստանանք $^2/_5$: Այստեղից հետեւում է, որ երբ բաժանելին բաժանում ենք բաժանարարի վերայ և մնացորդ ենք ստանում, այն ժամանակը այդ մնացորդը բաժանած բաժանարարի վերայ իբրև կոտորակ՝ պէտք է աւելացնել քանորդի վերայ:

Եթէ ունենք ամբողջ և կոտորակ օրինակ $3^2/_5$. այդպիսի Թիւը կոչվում է խառը Թիւ:

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԲԱԺԱՆՄՈՒՆՔԸ

32. Դիցուք ունենք հետեւեալ կոտորակները՝ $^2/_3$, $^5/_7$, $^3/_8$:

Այդ բոլոր կոտորակները փոքր են մի ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^3/_3$, իսկ մեր առաջին կոտորակն է $^2/_3$, ուրեմն $^1/_3$ պակաս է ամբողջից։ Նոյնպէս $^5/_7$-ը փոքր է ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^7/_7$, իսկ այդտեղ կայ միայն $^5/_7$, ուրեմն $^2/_7$ պակաս է ամբողջից։ Երրորդ կոտորակը $^3/_8$-ը նոյնպէս փոքր է ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^8/_8$. իսկ այդտեղ մենք ունենք միայն $^3/_8$, ուրեմն ամբողջիցը պակաս է $^5/_8$։ Այն կոտորակները, որոնց համարիչը փոքր է յայտարարից, փոքր են մի ամբողջից, որովհետև յայտարարը ցոյց է տալի թէ ամբողջը քանի կտոր է արած և եթէ այդ բոլոր կտորները չեն վերցրած, նշանակում է համարիչը, որ ցոյց է տալիս վերցրած կտորների թիւը, փոքր է յայտարարից, հետևաբար և կոտորակը փոքր է ամբողջից։ Այն կոտորակները, որ փոքր են ամբողջից, կոչվում են կանոնաւոր կոտորակ, որովհետև ներկայացնում են միայն կտորներ։

Դիցուք ունենք $^7/_7$; $^{15}/_{15}$։ Այդ կոտորակները հաւասար են մի ամբողջին, որովհետև $^7/_7$-ը նշանակում է ամբողջը 7 կտոր է արած և 7-ը ևս վերցրած է, ուրեմն վերցրած է բոլոր ամբողջը։ Նոյնպէս $^{15}/_{15}$-ը ցոյց է տալի, որ ամբողջը 15 կտոր է արած և 15-ը ևս վերցրած է, նշանակում է բոլոր ամբողջն է վերցրած։ Ուրեմն այն կոտորակները, որոնց համարիչը և յայտարարը միմեանց հաւասար են, հաւասար են մի ամբողջի։ Այդպիսի կոտորակները կոչվում են անկանոն կոտորակ, որովհետև ներկայացնում են կտորներ արած ամբողջ։

Դիցուք ունենք $^8/_3$, $^7/_5$։ Այդ կոտորակները շատ են մի ամբողջից, որովհետև մի ամբողջը $^3/_3$ է, իսկ այդտեղ ունենք $^8/_3$, որ ամբողջից աւելի է $^5/_3$-ով, նոյնպէս $^7/_5$-ը ամբողջից շատ է, որովհետև ամբողջը ունի $^5/_5$, իսկ այդտեղ կայ $^7/_5$, որ ամբողջիցը աւելի է $^2/_5$-ով։ Ուրեմն այն կոտորակները, որոնց համարիչը շատ է յայտարարից, շատ են մի ամբողջից, որովհետև յայտարարը ցոյց է տալի թէ ամբողջը քանի կտոր է, իսկ համարիչը շատ լինելով յայտարարից, նշանակում է ամ-

բողջի բոլոր կտորներիցը աւելի է վերցրած։ Այն կոտորակները, որոնք ամբողջիցը շատ են, նոյնպէս կոչվում են անկանոն կոտորակ, որով հետև չեն ներկայացնում միայն կտորներ, այլ ներկայացնում են նոյնպէս կտոր արած ամբողջներ։

ԽԱՌԸ ԹՈՒԻ ԱՆԿԱՆՈՆ ԿՈՏՈՐԱԿ ԴԱՐՁՆԵԼԸ

33. Դիցուք ունենք $5^2/_7$ և կամենում ենք դորան դարձնել եօթներորդական կտորներ։ Դորա համար կ'ասենք 1 ամբողջը ունի $^7/_7$, իսկ 5 ամբողջը կ'ունենայ 5 անգամ $^7/_7$, որ կ'լինի $^{35}/_7$, դարձեալ ունենք $^2/_7$, ընդամենը կ'լինի $^{37}/_7$։ Ուրեմն խառը թիւը անկանոն կոտորակ դարձնելու համար, հարկաւոր է ամբողջ թիւը բազմապատկել յայտարարի վրայ, ստացած թւի հետ գումարել համարիչը և այդ գումարի տակը գրել նոյն յայտարարը։ Օրինակ $8^3/_5=^{43}/_5$; $17^2/_3=^{53}/_3$ և այլն։

ԱՆԿԱՆՈՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻՑ ԱՄԲՈՂՋ ՀԱՆԵԼԸ

34. Դիցուք ունենք $^{38}/_5$։ Դա անկանոն կոտորակ է, ուրեմն ամբողջից շատ է։ Իմանալու համար թէ դորա մէջ քանի ամբողջ կայ, կ'ասենք որովհետև $^5/_5$-ը կազմում է 1 ամբողջ, իսկ մենք ունենք $^{38}/_5$, ուրեմն քանի անգամ որ 38 կտորի մէջը լինի 5 կտոր, այնքան էլ ամբողջ կ'լինի։ Դորա համար պէտք է 38-ը բաժանել 5-ի վերայ. այդ անելով կ'ստանանք $7^3/_5$։

Ուրեմն անկանոն կոտորակից ամբողջ թիւը հանելու համար հարկաւոր է համարիչը բաժանել յայտարարի վերայ։ Օրինակ $^{127}/_7=18^1/_7$; $^{584}/_9=64^8/_9$ և այլն։

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ՇԱՏԱՑՆԵԼԸ ԵՒ ՓՈՔՐԱՑՆԵԼԸ

35. Դիցուք ունենք $^4/_{12}$, եթէ դորա համարիչը շատացնենք օրինակ 2 անգամ, այն ժամանակը կ'ստանանք $^8/_{12}$։ Այս նոր ստացած կոտորակը 2 անգամ աւելի կ'լինի տուած կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք տասներկուերորդական 4 կտոր, իսկ այժմ ունենք տասներկուերորդական 8 կտոր, այսինքն 2 անգամ աւելի առաջվանից:

Այժմ $^{4}/_{12}$-ի յայտարարը փոքրացնենք օրինակ 2 անգամ, կ'ստանանք $^{4}/_{6}$: Այդ նոր ստացած կոտորակը 2 անգամ շատ է առաջվայ կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք 4 կտոր տասներկուերորդական, իսկ այժմ ունենք 4 կտոր վեցերորդական: Մենք գիտենք որ վեցերորդական կտորը շատ է տասներկուերորդական կտորից 2 անգամ, որովհետև 2 անգամ նորանից խոշոր է և մի վեցերորդականից դուրս կ'գայ 2 տասներկուերորդական:

Ուրեմն կոտորակը մի քանի անգամ շատացնելու համար, հարկաւոր է կամ համարիչը շատացնել նոյնքան անգամ և կամ յայտարարը փոքրացնել:

Այժմ վերցնենք $^{8}/_{12}$-ը. եթէ մենք դորա համարիչը փոքրացնենք օրինակ 2 անգամ, կ'ստանանք $^{4}/_{12}$: Այս վերջի կոտորակը 2 անգամ փոքր է առաջինից, որովհետև առաջ ունէինք տասներկուերորդական կտոր 8 հատ, իսկ այժմ ունենք նոյն տասներկուերորդական կտորից միայն 4 հատ, ուրեմն 2 անգամ պակաս է առաջինից: Իսկ եթէ $^{8}/_{12}$-ի յայտարարը շատացնենք 2 անգամ, կ'ստանանք $^{8}/_{24}$: Այս վերջի կոտորակը 2 անգամ փոքր է առաջին կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք 8 հատ տասներկուերորդական կտոր, իսկ այժմ ունենք դարձեալ 8 հատ, միայն ոչ տասներկուերորդական կտոր, այլ քսանչորսերորդական կտոր: Մենք գիտենք որ քսանչորսերորդական կտորը 2 անգամ փոքր է տասներկուերորդականից, որովհետև կտորները 2 անգամ մանր են և 1 տասներկուերորդականից դուրս կ'գայ 2 հատ քսանչորսերորդական:

Ուրեմն կոտորակը մի քանի անգամ փոքրացնելու համար, հարկաւոր է կամ համարիչը փոքրացնել նոյնքան անգամ և կամ յայտարարը շատացնել:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը շատացնենք 2 անգամ, իսկ յայտարարը փոքրացնենք 3 անգամ: Պատ: Համարիչը շատացնելով 2 անգամ, կոտորակը եւս շատանում է 2 անգամ, իսկ երբ այդ 2 անգամ շատացրած կոտորակի յայտարարը փոքրացնում ենք 3 անգամ, նշանակում է կրկնապատկած կոտորակը շատանում է 3 անգամ, իսկ առաջվայ կոտորակը շատանում է $2 \times 3 = 6$ անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ որ համարիչը փոքրացնենք 4 անգամ, իսկ յայտարարը շատացնենք 5 անգամ: Պատ: Համարիչը փոքրացնելով 4 անգամ, կոտորակը եւս փոքրանում է 4 անգամ. իսկ երբ այդ 4 անգամ փոքրացրած կոտորակի յայտարարը շատացնում ենք 5 անգամ, կ'նշանակի 4 անգամ փոքրացրած կոտորակը դարձեալ փոքրացնում ենք 5 անգամ, ուրեմն առաջվայ կոտորակը կ'փոքրանայ 20 անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ որ համարիչը շատացնենք 6 անգամ, իսկ յայտարարը շատացնենք 3 անգամ: Պատ: Կոտորակի համարիչը շատացնելով 6 անգամ, կոտորակը շատանում է 6 անգամ, իսկ կոտորակի յայտարարը շատացնելով 3 անգամ, կոտորակը փոքրանում է 3 անգամ. Նշանակում է 6 անգամ շատացրած կոտորակը փոքրացնում ենք 3 անգամ, ուրեմն կոտորակը վերջ ի վերջոյ շատանում է 2 անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ համարիչը բազմապատկենք 4-ի վերայ, իսկ յայտարարը բազմապատկենք 12-ի վերայ: Պատ: Համարիչը բազմապատկելով 4-ի վերայ՝ կոտորակը շատանում է 4 անգամ, իսկ յայտարարը բազմապատկելով 12-ի վերայ՝ կոտորակը փոքրանում է 12 անգամ, ուրեմն 4 անգամ շատացրած կոտորակը փոքրացնում ենք 12 անգամ, որ նշանակում է թէ վերջ 'ի վերջոյ կոտորակը փոքրանում է 3 անգամ եւ այլն:

Ասածներից պարզ հասկանալի է որ եթէ կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկենք կամ բաժանենք միևնոյն թուի վերայ, այս ժամանակը կ'փոխուի միայն կոտորակի պատկերը, իսկ նշանակութիւնը կ'մնայ անփոփոխ: Այդ պարզ հասկանալի է նորանից, որ քանի անգամ կոտորակը շատանում է համարիչի բազմապատկելուց, այնքան անգամ էլ փոքրանում է յայտարարի բազմապատկելուց կամ քանի անգամ կոտորակը փոքրանում է համարիչի բաժանելուց, այնքան անգամ էլ շատանում է յայտարարի բաժանելուց:

Ցոյց տանք այդ բանը օրինակի վերայ: Դիցուք ունենք $^3/_5$: Դորա համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 2-ի վերայ կ'ստանանք $^6/_{10}$: Երբ մենք տուած կոտորակի համարիչը բազմապատկեցինք 2-ի վերայ, այն ժամանակը կոտորակը շատացաւ 2 անգամ, իսկ երբ յայտարարը բազմապատկեցինք 2-ի վերայ, այն ժամանակը կոտորակը փոքրացաւ 2 անգամ, ուրեմն կոտորակի նշանակութիւնը մնաց միևնոյն, այնպէս որ $^3/_5=^6/_{10}$: Դիցուք $^3/_5$-ը մանէթ է: Որովհետև $^1/_5$ մանէթը 1 ապասի է, $^3/_5$ մանէթը կ'լինի 3 ապասի: Համարիչը և յայտարարը 2-ի վերայ բազմապատկելուց յետոյ ստացանք $^6/_{10}$ մանէթ. գիտենք որ $^1/_{10}$ մանէթը երկու շայի է, $^6/_{10}$ մանէթը կ'լինի 6 անգամ երկու շայի կամ դարձեալ 3 ապասի, ուրեմն $^3/_5=^6/_{10}$:

Եթէ մենք $^8/_{10}$-ի համարիչը և յայտարարը բաժանենք օրինակ 2-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^4/_5$: Ստացած կոտորակը հաւասար է առաջվայ կոտորակին, որովհետև կոտորակի համարիչը բաժանելով 2-ի վերայ, մենք կոտորակը փոքրացրինք 2 անգամ, իսկ յայտարարը բաժանելով 2-ի վերայ՝ մենք շատացրինք նորան 2 անգամ, նշանակում է նա մնաց անփոփոխ: Դիցուք $^8/_{10}$-ը մանէթ է. մենք գիտենք $^1/_{10}$ մանէթը երկու շայի է, $^8/_{10}$ մանէթը կ'լինի 8 երկու շայի կամ 4 ապասի: Կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանելուցը յետոյ, ստացանք $^4/_5$ մանէթ. գիտենք որ $^1/_5$ մանէթը 1 ապասի է, իսկ $^4/_5$ մանէթը 4 ապասի, որ նոյն է ինչոր առաջ էր, ուրեմն $^8/_{10}=^4/_5$: Այդ հիման վերայ միևնոյն կոտորակը կարող է ունենալ անթիւ պատկեր. օրինակ $^2/_5=^4/_{10}=^6/_{15}=^8/_{20}$ և այլն:

ԳՏՆԵԼ ՈՐԵՒԻՑԷ ԹՈՒԻ ՄԻ ՔԱՆԻ ՄԱՍՆԵՐԸ

36. Դիցուք հարկաւոր է գտնել որևիցէ ամբողջ թուի օրինակ 17-ի $^2/_5$ մասը: Դորա համար մենք կ'գտնենք առաջ 17-ի մի հինգերորդական մասը, իսկ այդ գտնելու համար, հարկաւոր է 17-ը բաժանենք 5-ի վերայ, այդ անելով կ'ստանանք

$^{17}/_5$ կամ $3^2/_5$: Տուած թուի $^1/_5$-ը գտնելուց յետոյ, դժուար չէ գտնել $^2/_5$-ը, դորա համար պէտք է միայն տուած թուի $^1/_5$ մասը, որ է $3^2/_5$ կրկնել 2 անգամ, որ կ'լինի $6^4/_5$, ուրեմն 17-ի $^2/_5$ մասը կ'լինի $6^4/_5$:

Այժմ ասենք թէ հարկաւոր է իմանալ որևիցէ կոտորակի օրինակ $^3/_5$-ի $^4/_7$ մասը: Դորա համար մենք առաջ կ'գըտնենք $^3/_5$-ի $^1/_7$ մասը, այդ անելու համար պէտք է $^3/_5$-ը փոքրացնենք 7 անգամ, իսկ կոտորակը փոքրացնելու համար գիտենք, որ հարկաւոր է կամ համարիչը բաժանել կամ յայտարարը բազմապատկել: Բազմապատկելով $^3/_5$-ի յայտարարը 7-ի վերայ, կ'ստանանք $^3/_{35}$: Մենք իմացանք որ $^3/_5$-ի $^1/_7$ մասը անում է $^3/_{35}$, իսկ $^4/_7$ մասը կ'լինի դորանից 4 անգամ շատ, ուրեմն պէտք է $^3/_{35}$-ը շատացնել 4 անգամ, այդ նպատակին կ'հասնենք, եթէ $^3/_{35}$-ի համարիչը բազմապատկենք 4-ի վերայ, այդ անելով կ'ստանանք $^{12}/_{35}$. ուրեմն $^3/_5$-ի $^5/_7$ մասը անում է $^{12}/_{35}$:

Այդպէս էլ կարող ենք գտնել որ $^3/_4$-ի $^2/_5$ մասը$=^6/_{20}$; $^5/_8$-ի $^3/_5$ մասը$=^{15}/_{40}$; $^7/_9$-ի $^3/_8$ մասը$=^{21}/_{72}$ և այլն:

Եթէ հարկաւոր լինի գտնել խառը թուի որևիցէ մասը, դորա համար պէտք է առաջ խառը թիւը դարձնել անկանոն կոտորակ:

ԳՏՆԵԼ ԲՈԼՈՐ ԹԻՒԸ ԵՐԲ ՅԱՅՏՆԻ ԵՆ ՆՈՐԱ ՄԻ ՔԱՆԻ ՄԱՍՆԵՐԸ

37. Դիցուք որևիցէ թուի $^1/_7$ մասը հաւասար է $^3/_8$-ին, մենք պէտք է գտնենք բոլոր թիւը: Դորա համար կ'ասենք, որովհետև թուի $^1/_7$ մասը հաւասար է $^3/_8$-ին, բոլոր թիւը, որ ունի $^7/_7$ մասը, հաւասար կ'լինի $^3/_8$-ին շատացրած 7 անգամ: Շատացնելով $^3/_8$-ը 7 անգամ կ'ստանանք $^{21}/_8=2^5/_8$:

Այս օրինակում մեզ յայտնի էր բոլոր թուի 1 մասը. այժմ վերցնենք մի այլ օրինակ, ուր յայտնի լինի թուի մի քանի մասները: Դիցուք բոլոր թուի $^3/_5$ մասը հաւասար է 26-ին, մենք պէտք է գտնենք բոլոր թիւը: Դորա համար կ'ասենք որովհետև թուի $^3/_5$ մասը հաւասար է 26-ին, ուրեմն $^1/_5$ մասը փոքր կ'լինի դորանից 3 անգամ. փոքրացնելով 26-ը 3 անգամ կ'ստանանք $8^2/_3$: Երբ գտանք թուի $^1/_5$ մասը, որ է $8^2/_3$. դժուար չէ գտնել բոլոր թիւը. դորա համար արժէ միայն $8^2/_3$-ը շատացնել 5 անգամ, որովհետև բոլոր թիւը ունի $^5/_5$ մասը, այդ անելով կ'ստանանք $43^1/_3$:

Այժմ վերցնենք մի այլ օրինակ, ուր թուի յայտնի մասները լինին կոտորակ թիւ: Օրինակ դիցուք որևիցէ թուի $^4/_7$ մասը հաւասար է $^5/_8$-ին. իմանանք թէ որքան է բոլորթիւը: Դորա համար առաջվայ նման կ'ասենք, որովհետև թուի $^4/_7$ մասը հաւասար է $^5/_8$-ին. $^1/_7$ մասը պակաս կ'լինի $^5/_8$-ից 4 անգամ. ուրեմն թուի $^1/_7$ մասը գտնելու համար պէտք է $^5/_8$-ը փոքրացնել 4 անգամ, այդ անելով կ'ստանանք $^5/_{32}$: Երբ գտանք որ թուի $^1/_7$ մասը հաւասար է $^5/_{32}$-ին. այժմ դժուար չէ գտնել բոլոր թիւը. դորա համար արժէ միայն թուի $^1/_7$ մասը, որ է $^5/_{32}$, շատացնել 7 անգամ, որովհետև բոլոր թիւը ունի $^7/_7$ մասը: Այդ անելով կ'իմանանք, որ բոլոր թիւն է $^{35}/_{32}=1^3/_{32}$:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչին ենք ասում կոտորակ. Ի՛նչպէս ենք ստանում կոտորակը: Ի՞նչպէս է գրվում կոտորակը:

Ի՞նչ է ցոյց տալի համարիչը եւ ի՞նչ է ցոյց տալի յայտարարը:

Քանի՞ են բաժանվում կոտորակները: Ո՞ր կոտորակներն են կոչվում կանոնաւոր, ո՞ր կոտորակները անկանոն:

Ե՞րբ է կոտորակը փոքր լինում 1 ամբողջից, հաւասար լինում նորան կամ շա՞տ լինում նորանից:

Ի՞նչպէս պէտք է խառը թիւը դարձնել անկանոն կոտորակ:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել անկանոն կոտորակի ամբողջը:

Ի՞նչպէս պէտք է շատացնել կամ փոքրացնել կոտորակը միքանի անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը եթէ նորա համարիչը բազմա-

պատկենք կամ յայտարարը բաժանենք որեւիցէ ամբողջ թուի վերայ: Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը բաժանենք կամ յայտարարը բազմապատկենք որեւիցէ ամբողջ թուի վերայ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը եւ յայտարարը միասին բազմապատկենք կամ բաժանենք միեւնոյն թուի վերայ:

Քանի՞ ձեւ կարող է ունենալ միեւնոյն կոտորակը:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԿՐՃԱՏՈՒՄՆ

38. Մենք արդէն գիտենք, որ եթէ կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանենք միևնոյն թուի վերայ, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ: Այդ հիման վերայ մենք կարող ենք կոտորակները կրճատել կամ պատկերափոխութեամբ պարզ ձև տալ, առանց նորանց նշանակութիւնը փոխելու:

Օրինակ դիցուք ունենք $^{84}/_{210}$. այդ կոտորակը կրճատելու համար պէտք է տեսնենք թէ ինչ թուի վերայ բաժանվում են առանց մնացորդի համարիչը և յայտարարը, տեսնում ենք որ նոքա բաժանվում են 2-ի վերայ: Բաժանելով կ'ստանանք $^{42}/_{105}$: Այդ ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը դարձեալ բաժանվում են առանց մնացորդի 3-ի վերայ, բաժանելով կ'ստանանք $^{14}/_{35}$: Այդ ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը նորից բաժանվում են 7-ի վերայ. բաժանելով կ'ստանանք $^2/_5$: Այս վերջի ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը այլևս չեն բաժանվում առանց մնացորդի միևնոյն թուի վերայ: Ուրեմն մեր $^{84}/_{210}$ կոտորակի ամենապարզ ձևն է $^2/_5$, որին այլևս չի կարելի կրճատել:

Կրճատման գործողութիւնը կատարվում է հետևեալ կերպով:

$$^{84}/_{210} \overset{2}{=} {}^{42}/_{105} \overset{3}{=} {}^{14}/_{35} \overset{7}{=} {}^{2}/_{5};$$

$$^{360}/_{1080} \overset{10}{=} {}^{36}/_{108} \overset{9}{=} {}^{4}/_{12} \overset{4}{=} {}^{1}/_{3}$$

$$^{720}/_{1260} \overset{10}{=} {}^{72}/_{126} \overset{9}{=} {}^{8}/_{14} \overset{2}{=} {}^{4}/_{7}$$

Ուրեմն կոտորակները կրճատելու համար հարկաւոր է նայել հա-

համարիչը և յայտարարը հետևաբար բաժանել նորանց ընդհանուր բաժանարարների վերայ մինչև այն ժամանակ, երբ նոքա այլ ևս չեն բաժանվել որևիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի: Իսկ երբէ պատահի որ դժուար լինի շուտով գտնել նոյն ընդհանուր բաժանարարները, այն ժամանակը պէտք է հետևաբար բաժանմամբ գտնել համարիչի և յայտարարի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը և յետոյ բաժանել դորա վերայ համարիչը և յայտարարը:

Օրինակի համար վերցնենք հետևեալ կոտորակը՝ $^{14168}/_{19019}$

```
             19019 | 14168
             14168 | 1
            14168 | 4851
             9702 | 2
           4851 | 4466
           4466 | 1
        4466 | 385
        385  | 11
         616
         385
      385 | 231
      231 | 1
   231 | 154
   154 | 1
154 | 77
154 | 2
  0
```

Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար է 77-ը: Կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանելով դորա վերայ՝ կ՚ստանանք $^{14168}/_{19019} = {}^{184}/_{247}$:

Միւս օրինակ՝ $^{1673}/_{1912}$, հետևաբար բաժանմամբ կ՚գըտնենք, որ այդ կոտորակի համարիչի և յայտարարի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է 239, որի վերայ բաժանելով համարիչը և յայտարարը՝ կ՚ստանանք՝ $^{1673}/_{1912} \overset{239}{=} {}^{7}/_{8}$:

Կոտորակների կրճատելը ունի այն օգուտը, որ նախ՝ աւելի հեշտութեամբ կարողանում ենք հասկացողութիւն կազմել նորա մեծութեան մասին և երկրորդ որևիցէ գործողութիւն կատարելիս աւելի հեշտ է լինում կրճատած պարզ կոտորակի հետ կատարել, որի համարիչը և յայտարարը փոքր թուեր են, քան թէ անկրճատ կոտորակի հետ, որի համարիչը և յայտարարը գրած են լինում մեծ թուերով:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՄԻ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԲԵՐԵԼԸ

39. Կոտորակները մի յայտարարի բերելով մենք հաւասարեցնում ենք նոցա կտորները: Կոտորակների մի յայտարարի բերելը հիմնվում է նորա վերայ, որ երբ մենք կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկենք միևնոյն թուի վերայ, այն ժամանակը կոտորակի ձևը փոխվում է, բայց նշանակութիւնը մնում է միևնոյն, որովհետև քանի անգամ նա շատանում է համարիչի բազմապատկելուց, այնքան անգամ էլ փոքրանում է յայտարարի բազմապատկելուց: Դիցուք թէ պէտք է մի յայտարարի բերել հետևեալ կոտորակները $^{2}/_{5}$, $^{3}/_{4}$, $^{6}/_{7}$: Դորա համար մենք իւրաքանչիւր կոտորակի համարիչը և յայտարարը կ՚բազմապատկենք միւս կոտորակների յայտարարների վերայ և կ՚ստանանք՝

$$^{2}/_{5} = {}^{2.4.7}/_{5 \cdot 4 \cdot 7} = {}^{56}/_{140}$$
$$^{3}/_{4} = {}^{3.5.7}/_{4 \cdot 5 \cdot 7} = {}^{105}/_{140}$$
$$^{6}/_{7} = {}^{6.5.4}/_{7 \cdot 5 \cdot 4} = {}^{120}/_{140}$$

Ուրեմն կոտորակները մի յայտարարի բերելու համար հարկաւոր է իւրաքանչիւր կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկել միւս կոտորակների յայտարարների վերայ:

Միւս օրինակ՝ մի յայտարարի դարձնենք հետևեալ կոտորակները $^{2}/_{3}$, $^{4}/_{5}$, $^{6}/_{7}$:

$$^{2}/_{3} = {}^{2.5.7}/_{3 \cdot 5 \cdot 7} = {}^{70}/_{105}$$
$$^{4}/_{5} = {}^{4.3.7}/_{5 \cdot 3 \cdot 7} = {}^{84}/_{105}$$
$$^{6}/_{7} = {}^{6\,3\,5}/_{7 \cdot 3 \cdot 5} = {}^{90}/_{105}$$

Մեր բերած օրինակներում կոտորակների յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը չունէին ընդհանուր բաժանարար։ Երբ կոտորակների յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակ կոտորակները մի յայտարարի են բերում այլ ձևով։

Դիցուք պէտք է մի յայտարարի բերել հետևեալ կոտորակները ${}^{4}/_{9}$, ${}^{7}/_{45}$, ${}^{11}/_{30}$, ${}^{13}/_{18}$։ Այդ անելու համար հարկաւոր է բոլոր յայտարարները լուծելով պարզ բաժանարարների՝ գտնել նոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին և դորան ընդունել իբրև ընդհանուր յայտարար բոլոր կոտորակների համար։ Այսպէս օրինակ՝

$$\left.\begin{array}{l} 9 = 3 \cdot 3 \\ 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 30 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \\ 18 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \end{array}\right\} \text{Ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ՚լինի } 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 90.$$

Յետոյ պէտք է 90-ը բաժանել իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ և ստացած քանորդի վերայ բազմապատկել նոցա համարիչները և յայտարարները, որից կոտորակների նշանակութիւնը կ՚մնայ անփոփոխ։ Այդպէս վարվելով կ՚ստանանք, $90 : 9 = 10$, Այժմ ${}^{4}/_{9}$-ի համարիչը և յայտարարը կ՚բազմապատկենք 10-ի վերայ կ՚ստանանք ${}^{40}/_{90}$; $90 : 45 = 2$; ${}^{7}/_{45}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 2-ի վերայ կ՚ստանանք ${}^{14}/_{90}$; $90 : 30 = 3$; ${}^{11}/_{30}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 3-ի վերայ կ՚ստանանք ${}^{33}/_{90}$։ $90 : 18 = 5$; ${}^{13}/_{18}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 5-ի վերայ կ՚ստանանք ${}^{65}/_{90}$ ։ Ուրեմն առաջվայ կոտորակների տեղը կ՚ստանանք՝

$${}^{4}/_{9} = {}^{40}/_{90}$$
$${}^{7}/_{45} = {}^{14}/_{90}$$
$${}^{11}/_{30} = {}^{33}/_{90}$$
$${}^{13}/_{18} = {}^{65}/_{90}$$

Այս միևնոյն կոտորակները կարելի էր մի յայտարարի բերել և առաջին ձևով, միայն այն ժամանակը կ՚ստանայինք աւելի բարդ կոտորակներ, որ ձեռնտու չէ մեզ։ Օրինակ եթէ տուած

կոտորակների համարիչները և յայտարարները բազմապատկէինք միւս կոտորակների յայտարարների վերայ, ինչպէս առաջին ձևով մի յայտարարի բերելիս անում ենք, կ՚ստանայինք,

$${}^{3}/_{9} = {}^{3 \cdot 45 \cdot 30 \cdot 18}/_{9 \cdot 45 \cdot 30 \cdot 18} = {}^{72900}/_{218700}$$
$${}^{7}/_{45} = {}^{7 \cdot 9 \cdot 30 \cdot 18}/_{45 \cdot 9 \cdot 30 \cdot 18} = {}^{34020}/_{218700}$$
$${}^{11}/_{30} = {}^{11 \cdot 9 \cdot 45 \cdot 18}/_{30 \cdot 9 \cdot 45 \cdot 18} = {}^{80190}/_{218700}$$
$${}^{13}/_{18} = {}^{13 \cdot 9 \cdot 45 \cdot 30}/_{18 \cdot 9 \cdot 45 \cdot 30} = {}^{157950}/_{218700}$$

Որ աւելի բարդ են քան երկրորդ ձևով մի յայտարարի դարձածները, այն է ${}^{40}/_{90}$, ${}^{14}/_{90}$, ${}^{33}/_{90}$, ${}^{65}/_{90}$

Այժմ երկրորդ ձևով մի յայտարարի բերենք այն վերոյիշեալ կոտորակները, որոնց յայտարարները ընդհանուր բաժանարար չունեն։ ${}^{2}/_{3}$, ${}^{3}/_{4}$, ${}^{6}/_{7}$ դոցա յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է $3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$; $84 : 3 = 28$; $84 : 4 = 21$; $84 : 7 = 12$։ Ուրեմն ${}^{2}/_{3} = {}^{2 \cdot 28}/_{84} = {}^{56}/_{84}$; ${}^{3}/_{4} = {}^{3 \cdot 21}/_{84} = {}^{63}/_{84}$; ${}^{6}/_{7} = {}^{6 \cdot 12}/_{84} = {}^{72}/_{84}$ ։

Մենք տեսնում ենք, որ ստացանք նոյն կոտորակները, որ ստացանք առաջին ձևով մի յայտարարի բերելիս, միայն գործողութիւնը աւելի երկար քաշեց։

Կարող է պատահել, որ յայտարարներիցը ոմանք բաժանվելիս լինին առանց մնացորդի միքանի այլ յայտարարների վերայ։ Օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ ${}^{11}/_{450}$, ${}^{7}/_{90}$, ${}^{13}/_{150}$, ${}^{3}/_{10}$, ${}^{4}/_{21}$, ${}^{5}/_{7}$, ${}^{2}/_{3}$։

Առաջին կոտորակի յայտարարը այն է 450-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 90-ի 150-ի, 10-ի վերայ, իսկ 21-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 7-ի և 3-ի վերայ։ ուրեմն բաւական է գտնել միայն 450-ի և 21-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին։ Որովհետև ինչ թիւ որ բաժանվի առանց մնացորդի 450-ի վերայ, նա կ՚բաժանվի անպատճառ և 90-ի, 150-ի և 10-ի վերայ, իսկ ինչ թիւ բաժանվի առանց մնացորդի 21-ի վերայ՝ նա կ՚բաժանվի նոյնպէս և 7-ի ու 3-ի վերայ։ Գտնենք 450-ի և 21-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին, նա կ'լինի՝ $450 = 3 . 3 . 5 . 5 . 2$, $21 = 3 . 7$ } Ընդհանուր բաժանելին՝ $= 3 . 3 . 5 . 5 . 2 . 7 = 3150$.

Ուրեմն վարվելով ինչպէս հարկն է կ'ստանանք՝ $^{77}/_{3150}$, $^{245}/_{3150}$, $^{273}/_{3150}$, $^{945}/_{3150}$, $^{600}/_{3150}$, $^{2250}/_{3150}$, $^{2100}/_{3150}$։

Եթէ պատահի որ կոտորակների յայտարարներիցը ամենամեծը բաժանվի առանց մնացորդի միւս յայտարարների վերայ, այն ժամանակը նա կ'լինի յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին. ուրեմն նորան կարող ենք ընդունել ընդհանուր յայտարար։ Ուստի բաժանելով իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ, ստացած քանորդով կ'բազմապատկենք նոցա համարիչները։

Օրինակ ասենք թէ ունենք հետևեալ կոտորակները՝

$^{11}/_{720}$, $^{13}/_{360}$, $^{7}/_{90}$, $^{23}/_{240}$, $^{17}/_{60}$, $^{5}/_{12}$։

Դոցա ամենամեծ յայտարարը, որ է 720, բաժանվում է առանց մնացորդի բոլոր յայտարարների վերայ, ուստի դա կ'լինի ընդհանուր յայտարար։ Դորան բաժանելով իւրաքանչիւր յայտարարի վերայ՝ ստացած քանորդով կ'բազմապատկենք համարիչները և կ'ստանանք՝

$^{11}/_{720}$, $^{2.13}/_{720}$, $^{8.7}/_{720}$, $^{3.23}/_{720}$, $^{12.17}/_{720}$, $^{60.5}/_{720}$ կամ
$^{11}/_{720}$, $^{26}/_{720}$, $^{56}/_{720}$, $^{69}/_{720}$, $^{204}/_{720}$, $^{300}/_{720}$։

Այսպէս ուրեմն կոտորակները մի յայտարարի բերելիս պատահում են երեք դիպուած՝

Ա. Եթէ բոլոր յայտարարները կամ նոյանից մի քանիսը չունին ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը պէտք է իւրաքանչիւր կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկել միւս կոտորակների յայտարարների վերայ։

Օրինակ՝ $^{4}/_{5}$, $^{6}/_{7}$, $^{2}/_{3}$

$$^{4}/_{5} = {}^{4.7.3}/_{5.7.3} = {}^{84}/_{105}$$
$$^{6}/_{7} = {}^{6.5.3}/_{7.5.3} = {}^{90}/_{105}$$
$$^{2}/_{3} = {}^{2.5.7}/_{3.5.7} = {}^{70}/_{105}$$

Բ. Եթէ բոլոր յայտարարները կամ նոյանից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը պէտք է յայտարարները լուծելով գտնել նոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին, յետոյ դորան բաժանել իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ և ստացած քանորդով բազմապատկել նոցա համարիչները և յայտարարները։

Օրինակ՝ $^{7}/_{18}$, $^{11}/_{36}$, $^{4}/_{45}$։ Յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ'լինի՝ $3.3.2.2.5 = 180$։

$$\left.\begin{array}{l} 180 : 18 = 10 \\ 180 : 36 = 5 \\ 180 : 45 = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} ^{7}/_{18} = {}^{7.10}/_{18.10} = {}^{70}/_{180} \\ ^{11}/_{36} = {}^{11.5}/_{36.5} = {}^{55}/_{180} \\ ^{4}/_{45} + {}^{4.4}/_{45.4} = {}^{16}/_{180} \end{array}$$

Գ. Եթէ ամենամեծ յայտարարը բաժանվում է առանց մնացորդի միւս յայտարարների վերայ, այն ժամանակը պէտք է նորան չինել յայտարար, բաժանել իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ և ստացած քանորդով բազմապատկել համապատասխան կոտորակի համարիչը։

Օրինակ՝ $^{13}/_{36}$, $^{7}/_{18}$, $^{11}/_{12}$, $^{3}/_{4}$.

$$\left.\begin{array}{l} 36 : 36 = 1 \\ 36 : 18 = 2 \\ 36 : 12 = 3 \\ 36 : 4 = 9 \end{array}\right\} \begin{array}{l} ^{13}/_{36} = {}^{1.13}/_{36} = {}^{13}/_{36} \\ ^{7}/_{18} = {}^{2.7}/_{2.18} = {}^{14}/_{36} = {}^{7}/_{18} \\ ^{11}/_{12} = {}^{3.11}/_{3.12} = {}^{33}/_{36} = {}^{11}/_{12} \\ ^{3}/_{4} = {}^{9.3}/_{9.4} = {}^{27}/_{36} = {}^{3}/_{4} \end{array}$$

ՀԱՐՑԵՐ

Մի յայտարար ունեցող կոտորակներից ո՞րն է շատ եւ ի՞նչու։

Մի համարիչ ունեցող կոտորակներից ո՞րն է շատ եւ ի՞նչու։

Եթէ ունենք զանազան համարիչ եւ յայտարար ունեցող կոտորակներ կա՞րող ենք իսկոյն իմանալ թէ որն է մեծ,

Ի՞նչի համար են կոտորակները մի յայտարարի բերում։

Ի՞նչի վերայ է հիմնվում կոտորակների մի յայտարարի բերելը։

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել այն կոտորակները, որոնց յայտարարներից ո՛չ միքանիսը չ'ունին ընդհանուր բաժանարար։

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել այն կոտորակները, որոնց բոլոր յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար։

Մի յայտարարի բերելիս ի՞նչպէս պէտք է վարուել այն դիպուածում երբ յայտարարներից ոմանք բաժանվելիս լինին միւս յայտարարներից ոմանց վերայ:

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել կոտորակները այն դիպուածում, երբ ամենամեծ յայտարարը բաժանվում է բոլոր յայտարարների վերայ:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

40. Դիցուք թէ տուած է գումարելու հետեւեալ կոտորակները $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}+\frac{6}{7}$։ Որովհետեւ գումարել կարող ենք միայն հաւասար կոտորները, ուստի առաջ պէտք է այդ կոտորակների կոտորները հաւասարացնենք։ Այդ նպատակին կարող ենք հասնել եթէ մենք կոտորակները դարձնենք մի յայտարարի։ Տուած կոտորակները դարձնելով մի յայտարարի կ՚ստանանք՝ $\frac{84}{105}+\frac{70}{105}+\frac{90}{105}$։ Ցետոյ կ՚գումարենք ասելով՝ 84 հարիւրհինգերորդական և 70 հարիւրհինգերորդական կ՚լինի 154 հարիւրհինգերորդական և 90 հարիւրհինգերորդական՝ կ՚լինի 244 հարիւրհինգերորդական այսինքն $\frac{84}{105}+\frac{70}{105}+\frac{90}{105}=\frac{84+70+90}{105}=\frac{244}{105}=2\frac{34}{105}$։

Ուրեմն՝ կոտորակները գումարելու համար պէտք է առաջ նոյն մի յայտարարի դարձնել, յետոյ համարիչները գումարել, իսկ յայտարարը միեւնոյնը թողնել։

Եթէ գումարելի կոտորակների հետ լինեն և խառը թուեր, այն ժամանակը առաջ պէտք է գումարել կոտորակները, եթէ ստացուած գումարը լինի անկանոն կոտորակ՝ որոշել նորա ամբողջը, եթէ մնացած կոտորակ կայ, այդ կոտորակը գրել, իսկ ամբողջը գումարել ամբողջների հետ։ Օրինակ դիցուք տուած է գումարելու $3\frac{3}{4}+4\frac{5}{8}+9\frac{7}{24}$։ Մի յայտարարի դարձնելով կ՚ստանանք՝ $3\frac{18}{24}+4\frac{15}{24}+9\frac{7}{24}$։ Գումարելով կոտորակները կ՚ստանանք $\frac{40}{24}$. որոշելով դորա ամբողջը կ՚ստանանք 1 ամբողջ և $\frac{16}{24}$ կամ կրճատելով կ՚ստանանք $\frac{2}{3}$։ Կ՚գրենք $\frac{2}{3}$-ը, իսկ 1 ամբողջը կ՚գումարենք ամբողջների հետ և կ՚ստանանք ընդամենը $17\frac{2}{3}$։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միրանի կոտորակներ, երբ նոցա յայտարարները միեւնոյն են:

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միրանի կոտորակներ, երբ նոցա յայտարարները զանազան են:

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միրանի կոտորակներ, եթէ նոցա հետ կան եւ խառը թուեր:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄՆ

41. Կոտորակները միմեանցից հանելու համար պէտք է առաջ նոյն դարձնել մի յայտարարի, յետոյ հանելի թուի համարիչը պէտք է դուրս գալ նուազելու համարիչից, իսկ յայտարարը միեւնոյնը թողնել։ Օրինակ դիցուք $\frac{7}{9}$-ից պէտք է դուրս գալ $\frac{2}{3}$. մի յայտարարի դարձնելով կ՚ստանանք $\frac{7}{9}$ և $\frac{4}{9}$։ Դուրս գալով 4 իններորդականը 7 իններորդականից կ՚ստանանք 5 իններորդական այսինքն $\frac{5}{9}$։

Եթէ տուած է խառը թիւը դուրս գալ խառը թուից, պէտք է առաջ դուրս գալ կոտորակը կոտորակից, յետոյ ամբողջը ամբողջից։

Դիցուք տուած է $7\frac{4}{5}$-ից դուրս՝ գալ $2\frac{3}{4}$։ Առաջ կոտորակները մի յայտարարի կ՚դարձնենք կ՚ստանանք՝ $7\frac{16}{20}$ և $2\frac{15}{20}$։ Ցետոյ դուրս կ՚գանք կոտորակը կոտորակից և ամբողջը ամբողջից կ՚ստանանք $5\frac{1}{20}$։

Դիցուք $9\frac{2}{5}$-ից պէտք է դուրս գալ $3\frac{7}{8}$։ Կոտորակները մի յայտարարի բերելով կ՚ստանանք՝ $9\frac{16}{40}$ և $3\frac{35}{40}$։ Ցետոյ առաջ դուրս կ՚անք $\frac{35}{40}$-ը, բայց այդ անկարելի է, ուստի նուազելու ամբողջներից մինը կ՚դարձնենք քառասուներորդական կտորներ, կ՚ստանանք $\frac{40}{40}$ կտոր, $\frac{16}{40}$ էլ ուրիշ ունէինք, միասին կ՚լինի $\frac{56}{40}$, որից դուրս գալով $\frac{35}{40}$ կ՚մնայ $\frac{21}{40}$։ Ապա 3-ը դուրս կ՚գանք 8-ից և կ՚ստանանք բոլոր մնացորդը $5\frac{21}{40}$։

Դորանից երեւում է որ կոտորակները մի յայտարարի բերելուց յետոյ, երբ նուազելի կոտորակը փոքր է հանելի կոտորակից, այն ժամանակը պէտք է նուազելու ամբողջներից 1-ը դարձնել կոտորակ և դրա վերայ աւելացնել ունեցած կոտորակը, ապա դուրս գալ։ Այսպէս պէտք է վարուել և այն ժամանակ, երբ հարկաւոր է ամբողջից հանել կոտորակ։

Օրինակ $8-3^5/_9=7^9/_9-3^5/_9=4^4/_9$։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է կոտորակը դուրս գալ կոտորակից:

Ի՞նչպէս պէտք է դուրս գալ խառը Թիւը խառը Թուից:

Ի՛նչպէս պէտք է դուրս գալ կոտորակը ամբողջից:

Ի՞նչպէս պէտք է դուրս գալ կոտորակը կամ խառը Թիւը խառը Թուից այն ժամանակ, երբ հանելի կոտորակը մեծ է նուազելի կոտորակից:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

42. Կոտորակների բազմապատկութեան ժամանակ կարող են պատահել հետեւեալ 3 դիպուածը։

Առաջին դիպուած՝ կոտորակը բազմապատկել ամբողջ Թուի վերայ։

Դիցուք Թէ տուած է $^2/_9$-ը բազմապատկել 3-ի վերայ։ Մենք գիտենք որ $^2/_9$-ը բազմապատկել 3-ի վերայ նշանակում է $^2/_9$-ը շատացնել 3 անգամ կամ կրկնել իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան 3-ումը 1 կայ։ Կրկնելով $^2/_9$-ը 3 անգամ կ'ստանանք $^2/_9+^2/_9+^2/_9=^{3\cdot2}/_9=^6/_9=^2/_3$։

Ուրեմն՝ կոտորակը ամբողջ Թուի վերայ բազմապատկելու համար, պէտք է կոտորակի համարիչը բազմապատկել ամբողջ Թուի վերայ, իսկ յայտարարը Թողնել միևնոյնը։

Երկրորդ դիպուած՝ ամբողջ Թիւը բազմապատկել կոտորակի վերայ։

Դիցուք տուած է 2-ը բազմապատկել $^3/_{10}$-ի վերայ։

Մենք գիտենք որ, մի Թիւ բազմապատկել միւսի վերայ նշանակում է բազմապատկելին կրկնել իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան բազմապատկչումը 1 կայ։ Այսպէս օրինակ 5-ը բազմապատկել 3-ի վերայ, նշանակում է 5-ը կրկնել իբրև գումարելի 3 անգամ կամ շատացնել 3 անգամ։ Նոյնպէս $^3/_7$-ը բազմապատկել 2-ի վերայ, նշանակում է $^3/_7$-ը կրկնել իբրև գումարելի 2 անգամ կամ շատացնել 2 անգամ։

Տեսնենք ի՞նչ է նշանակում 2-ը բազմապատկել $^3/_{10}$-ի վերայ։ Մեր որոշումով այդ նշանակում է 2-ը կրկնել իբրև գումարելի $^3/_{10}$ անգամ կամ շատացնել $^3/_{10}$ անգամ։ Բայց մի Թիւ կրկնել $^3/_{10}$ անգամ կամ շատացնել $^3/_{10}$ անգամ ոչինչ միտք չունի։ Օրինակ ես չեմ կարող ասել $^1/_2$ անգամ գնացի տուն։

Բազմապատկութեան այդ որոշումը տեղի ունի այն ժամանակ, երբ բազմապատկիչը ամբողջ Թիւ է, իսկ երբ նա կոտորակ է, այդ որոշումը ոչինչ միտք չունի։ Ուստի պէտք է բազմապատկութեանը մի այնպիսի որոշումն տալ, որ նա տեղի ունենայ բազմապատկիչը ամբողջ եղած ժամանակն էլ, կոտորակ եղած ժամանակն էլ։

Այդ պատճառով բազմապատկումը որոշում են այսպէս։ Մի Թիւ բազմապատկել միւսի վերայ նշանակում է բազմապատկելի Թուից կազմել մի նոր Թիւ ուղիղ այնպէս, ինչպէս որ բազմապատկիչը կազմուած է 1-ից։ Այդ նոր որոշումը բոլորովին ճիշտ է բազմապատկութեան բոլոր դիպուածների համար և չէ հակառակում առաջվայ որոշմանը։ Օրինակ՝ 5-ը բազմապատկել 3-ի վերայ նշանակում է 5-ից կազմել մի նոր Թիւ բոլորովին այնպէս, ինչպէս 3-ը կազմուել է 1-ից։ Մենք գիտենք որ 3-ը կազմուել է 1-ից այնպէս, որ վերցրել ենք 1-ը և կրկնել ենք դորան իբրև գումարելի 3 անգամ $1+1+1=3$։ Այդպէս էլ պէտք է վերցնենք 5-ը և կրկնենք դորան իբրև գումարելի 3 անգամ՝ կ'ստանանք $5+5+5=15$։

Այժմ վերցնենք մեր առաջվայ օրինակը և բազմապատկենք այս նոր որոշումով։ Բազմապատկել 2-ը $^3/_{10}$-ի վերայ նշանակում է 2-ից կազմել մի նոր թիւ բոլորովին այնպէս, ինչպէս որ $^3/_{10}$-ը կազմվել է 1-ից: Մենք գիտենք որ $^3/_{10}$-ը կազմվել է 1-ից այսպէս, վերցրել ենք 1-ը դորան 10 հաւասար բաժին ենք արել և այդպիսի բաժին վերցրել ենք 3 անգամ: Ուրեմն պէտք է այդպէս էլ վերցնենք 2-ը 10 հաւասար բաժին անենք, որ կ'լինի $^2/_{10}$ և այդպիսի կտոր վերցնենք 3 անգամ, որ կ'լինի $^2/_{10}+^2/_{10}+^2/_{10}=^{2.3}/_{10}=^6/_{10}=^3/_5$:

Ուրեմն՝ ամբողջ թիւը կոտորակի վերայ բազմապատկելու համար պէտք է ամբողջը բազմապատկել համարիչի վերայ, իսկ յայտարարը՝ միևնոյնը թողնել:

$$7\times{}^3/_5={}^{7\cdot3}/_5={}^{21}/_5=4^1/_5$$
$$4\times{}^7/_8={}^{4\cdot7}/_8={}^{28}/_8={}^7/_2=3^1/_2$$

Երրորդ դիպուած: Կոտորակը բազմապատկել կոտորակի վերայ:

Դիցուք տուած է բազմապատկել $^4/_7$-ը $^3/_5$-ի վերայ: Այդ նշանակում է պէտք է $^4/_7$-ից մի նոր թիւ կազմել ուղիղ այնպէս, ինչպէս որ $^3/_5$-ը առաջվել է 1-ից: Բայց մենք գիտենք որ $^3/_5$-ը առաջվել է 1-ից այսպէս. վերցրել ենք 1-ը բաժանել ենք նորան 5 հաւասար մասը և այդպիսի մասեր վերցրել ենք 3 հատ: Ուրեմն պէտք է $^4/_7$-ը էլ բաժանենք 5 հաւասար մասը կամ որ նոյն է փոքրացնենք 5 անգամ, մենք գիտենք որ կոտորակը փոքրացնելու համար պէտք է նորա յայտարարը բազմապատկել, ուրեմն կ'ստանանք $^4/_{7\cdot5}$, յետոյ պէտք է դորան կրկնել 3 անգամ, որ կ'լինի $^{3\cdot4}/_{7\cdot5}=^{12}/_{35}$:

Ուրեմն՝ կոտորակը կոտորակի վերայ բազմապատկելու համար, պէտք է համարիչը բազմապատկել համարիչի վերայ, գրել համարիչ, իսկ յայտարարը բազմապատկել յայտարարի վերայ, գրել յայտարար:

Օրինակ՝ $^3/_{11}\times{}^4/_7=^{3\cdot4}/_{11\cdot7}=^{12}/_{77}$; $^5/_8\times{}^4/_{15}=^{5\cdot4}/_{8\cdot15}=$ $^{20}/_{120}=^2/_{12}=^1/_6$:

Եթէ կոտորակների բազմապատկութեան ժամանակ պատահի խառը թիւ՝ պէտք է նորան դարձնել անկանոն կոտորակ, յետոյ բազմապատկել մեր

յայտնի կանոններով: Օրինակ՝ $5^2/_7\times3=^{37}/_7\times3=^{37\cdot3}/_7=^{111}/_7=15^6/_7$; $4\times2^3/_5=4\times{}^{13}/_5=^{4\cdot13}/_5=^{52}/_5=10^2/_5$; $7^2/_5\times4^3/_8=^{37}/_5\times{}^{35}/_8=^{37\cdot35}/_{5\cdot8}=^{1295}/_{40}\overset{5}{=}^{259}/_8=32^3/_8$:

Եթէ տուած են բազմապատկելու միմեանց վերայ մի քանի թուեր, որոնց մէջը կան օրինակ ամբողջներ էլ, կոտորակներ էլ, խառը թուեր էլ. օրինակ՝ $6\times4^5/_7\times{}^4/_5\times1^3/_8\times3^2/_5\times{}^7/_{11}$: Դորա համար արժէ միայն խառը թուերն էլ դարձնել անկանոն կոտորակ, յետոյ ամբողջներն ու համարիչները միմեանց վերայ բազմապատկել գրել համարիչ, իսկ յայտարարները միմեանց վերայ բազմապատկել, գրել յայտարար: Բայց աւելի յարմար է նախ քան բազմապատկելը գրել համարիչն էլ յայտարարն էլ բազմապատկութեան նշանով, յետոյ համարիչի և յայտարարի միևնոյն արտադրիչների վերայ կրճատել, ապա մնացածը բազմապատկել: Վերոյիշեալ օրինակում այդպէս վարվելով այսինքն կրճատելով 11-ի, 4-ի, 7-ի, 2-ի վերայ կ'ստանանք՝ $^{6\cdot33\cdot4\cdot11\cdot17\cdot7}/_{7\cdot5\cdot8\cdot5\cdot11}=^{3\cdot33\cdot17}/_{5\cdot5}=^{1683}/_{25}=67^8/_{25}$:

Մենք տեսանք որ մի թիւ բազմապատկել միւսի վերայ նշանակում է բազմապատկելի թուից կազմել արտադրեալը ուղիղ այնպէս, ինչպէս որ բազմապատկիչը կազմված է 1-ից: Այդ հիման վերայ 7-ը բազմապատկել $^3/_4$ վերայ նշանակում է գտնել 7-ի $^3/_4$ մասը: Բազմապատկել $^2/_5$-ը $^4/_7$-ի վերայ նշանակում է գտնել $^2/_5$-ի $^4/_7$ մասը: Ուրեմն եթէ պահանջւում են գտնել օրինակ $^5/_8$-ի $^3/_7$ մասը, մենք պէտք է $^5/_8$-ը բազմապատկենք $^3/_7$-ի վերայ: Օրինակ՝ 14-ի $^3/_7$ մասը կ'լինի $^{14\cdot3}/_7=$ $2.3=6$: $5^2/_3$-ի $^6/_7$ մասը կ'լինի $^{17}/_3\cdot{}^6/_7=^{102}/_{21}=^{34}/_7=$ $4^6/_7$ և այլն:

Այդպէս ուրեմն այն բոլոր խնդիրները, ուր պահանջվում է գտնել որևիցէ թուի մի կամ մի քանի մասը՝ լուծվում են բազմապատկութեամբ: Օրինակ՝ դիցուք թէ 1 գրվանքայ իւղը արժէ $^{3}/_{9}$ մանէթ, իմանալու համար թէ ո՞րքան կ'արժենայ $^{4}/_{5}$ փութը, պէտք է $^{2}/_{9}$-ը բազմապատկել $^{4}/_{5}$-ի վերայ. այդ անելով կ'ստանանք $^{4\cdot2}/_{5\cdot9}={}^{8}/_{45}$ մանէթ։ Եթէ որ մի մարգ ունի $5^{1}/_{4}$ փուտ շաքար, իսկ միւսը ունի դորա ունեցածի $^{2}/_{3}$ մասը. իմանալու համար թէ երկրորդը որքան շաքար ունի՝ պէտք է $5^{1}/_{4}$-ը բազմապատկել $^{2}/_{3}$-ի վերայ, այդ անելով կ'ստանանք $^{21\cdot2}/_{4\cdot3}={}^{7}/_{2}=3^{1}/_{2}$ փութ։

Եթէ որեւիցէ ամբողջ թիւ օրինակ 8-ը բազմապատկենք ամբողջ թուի վերայ օրինակ 3-ի վերայ՝ կ'ստանանք $8\times3=8+8+8=24$։ Հասկանալի է որ արտադրեալը այսինքն 24-ը շատ է բազմապատկելի թուից այսինքն 8-ից, ըստորում գումարը միշտ շատ է մէկ գումարելի թուից։ Բազմապատկելով 8-ը $^{5}/_{4}$-ի վերայ՝ կստանանք $^{8\cdot5}/_{5}=10$։ Տեսնում ենք որ 8-ը բազմապատկելով անկանոն կոտորակի վերայ՝ շատանում է։ Իսկ եթէ 8-ը բազմապատկենք $^{3}/_{4}$-ի վերայ, կ'ստանանք $^{3\cdot8}/_{4}=6$։ Նշանակում է 8-ը բազմապատկելով կանոնաւոր կոտորակի վերայ՝ փոքրանում է։

Այդ բանը շատ հասկանալի է, ըստ որում մենք տեսանք որ 8-ը բազմապատկել $^{3}/_{4}$-ի վերայ. նշանակում է գտնել 8-ի $^{3}/_{4}$ մասը, բայց որովհետեւ ամենայն թիւ ունի $^{4}/_{4}$, ուստի և $^{3}/_{4}$-ը փոքր կ'լինի $^{4}/_{4}$-ից։

Ուրեմն. Ամբողջ թիւը բազմապատկելիս շատանում է միայն այն ժամանակը, երբ նորան բազմապատկում ենք ամբողջ թուի կամ անկանոն կոտորակի վերայ։ Իսկ երբ բազմապատկում ենք կանոնաւոր կոտորակի վերայ, այն ժամանակը նա փոքրանում է։

Այսպէս օրինակ $6\times3=18;$

$6\times{}^{3}/_{2}={}^{18}/_{2}=9;$

$6\times{}^{2}/_{3}={}^{12}/_{3}=4;$

ՀԱՐՑԵՐ

Բազմապատկութեան ժամանակ քանի՞ դիպուած է պատահում եւ ո՞րոնք են այդ դիպուածները:

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկումն կատարել այն դիպուածում, երբ արտադրիչներից մէկը կամ երկուսը եւս խառը թուեր են:

Ի՞նչ է նշանակում մի թիւ բազմապատկել կոտորակի վերայ:

Ի՞նչ խնդիրներ են վճռվում բազմապատկութեամբ,

Ե՞րբ է մի թիւ բազմապատկելուց շատանում եւ ե՞րբ է փոքրանում:

Կազմեցէ՛ք այնպիսի խնդիր, որ վճռվի բազմապատկութեամբ կոտորակը ամբողջի վերայ, ամբողջը կոտորակի վերայ եւ կոտորակը կոտորակի վերայ:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

43. Կոտորակների բաժանման ժամանակ պատահում են հետեւեալ երեք դիպուածը։

Առաջին դիպուած. կոտորակը բաժանել ամբողջ թուի վերայ։

Դիցուք տուած է $^{6}/_{7}$-ը բաժանել 3-ի վերայ. Այդ նշանակում է պէտք է $^{6}/_{7}$-ը փոքրացնել 3 անգամ, իսկ մենք գիտենք որ, կոտորակը փոքրացնելու համար պէտք է կամ համարիչը բաժանել կամ յայտարարը բազմապատկել։ Յայտարարը բազմապատկելով 3-ի վերայ՝ կստանանք $^{6}/_{7}:3={}^{6}/_{7\cdot3}={}^{2}/_{7}$։

Ուրեմն. կոտորակը ամբողջ թուի վերայ բազմապատկելու համար, պէտք է կամ յայտարարը բազմապատկել կամ համարիչը բաժանել ամբողջ թուի վերայ։ Օրինակ՝ $^{14}/_{15}:7={}^{2}/_{15}$; $^{3}/_{8}:5={}^{3}/_{40}$ և այլն։

Երկրորդ դիպուած. ամբողջ թիւը բաժանել կոտորակի վերայ։

Դիցուք թէ տուած է 3-ը բաժանել $^{2}/_{5}$-ի վերայ։ Բաժանել 3-ը $^{2}/_{5}$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որը եթէ բազմապատկենք բաժանարարի այսինքն $^{2}/_{5}$-ի վերայ ստանանք արտադրեալը 3։ Մենք գիտենք որ, քանորդը բազմապատկելով $^{2}/_{5}$-ի վերայ, կ'ստանանք նորա $^{2}/_{5}$ մասը։ Նշանակում է քանորդի $^{2}/_{5}$ մասը պէտք է հաւասար լինի 3-ին, ուրեմն քանորդի $^{1}/_{5}$ մասը 2 անգամ փոքր կ'լինի 3-ից այսինքն կ'լինի $^{3}/_{2}$, իսկ քանորդի $^{5}/_{5}$ մասը կամ բոլոր քանորդը աւելի կ'լինի $^{3}/_{2}$-ից 5 անգամ այսինքն կ'լինի $^{3\cdot5}/_{2}={}^{15}/_{2}=7^{1}/_{2}$ ։

Ուրեմն՝ ամբողջ թիւը կոտորակի վերայ բաժանելու համար, պէտք է ամբողջը բազմապատկել յայտարարի վերայ և ստացած արտադրեալը բաժանել համարիչի վերայ։ Օրինակ՝ $4:{}^{2}/_{3}={}^{4\cdot3}/_{2}={}^{12}/_{2}=6$։ $9:{}^{6}/_{7}={}^{9\cdot7}/_{6}={}^{3\cdot7}/_{2}={}^{21}/_{2}=10^{1}/_{2}$ ։

Երրորդ դիպուած՝ կոտորակը բաժանել կոտորակի վերայ։

Ասենք թէ տուած է $^{3}/_{8}$-ը բաժանել $^{4}/_{7}$-ի վերայ։ Մենք գիտենք որ, քանորդը բազմապատկած $^{4}/_{7}$-ի վերայ այսինքն քանորդի $^{4}/_{7}$ մասը հաւասար է $^{3}/_{8}$-ին, ուրեմն քանորդի $^{1}/_{7}$ մասը փոքր կ'լինի $^{3}/_{8}$-ից 4 անգամ այսինքն կ'լինի $^{3}/_{8\cdot4}$, իսկ բոլոր քանորդը որ է $^{7}/_{7}$ կ'լինի $^{3}/_{8\cdot4}$-ից 7 անգամ աւելի այսինքն կ'լինի $^{3\cdot7}/_{8\cdot4}={}^{21}/_{32}$ ։

Ուրեմն՝ կոտորակը կոտորակի վերայ բաժանելու համար, պէտք է բաժանելի կոտորակի համարիչը բազմապատկել բաժանարարի յայտարարի վերայ և գրել համարիչ, իսկ բաժանելու յայտարարը բազմապատկել բաժանարարի համարիչի վերայ և գրել յայտարար։

Օրինակ՝ $^{4}/_{7}:{}^{3}/_{5}={}^{4\cdot5}/_{7\cdot3}={}^{20}/_{21}$; $^{7}/_{8}:{}^{4}/_{5}={}^{7\cdot5}/_{8\cdot4}={}^{35}/_{32}=1^{3}/_{32}$ ։

Երբ կոտորակների բաժանման ժամանակ պատահի խառն թիւ, այն ժամանակը պէտք է առաջ խառն թիւը դարձնել անկանոն կոտորակ, ապա բազմապատկել ինչպէս կոտորակ։ Օրինակ՝ $7^{3}/_{5}:4={}^{38}/_{5}:4={}^{38}/_{5\cdot4}={}^{38}/_{20}=1^{18}/_{20}=1^{9}/_{10}$; $4:5^{2}/_{3}=4:{}^{17}/_{3}={}^{4\cdot3}/_{17}={}^{12}/_{17}$; $2^{3}/_{4}:5^{6}/_{7}={}^{11}/_{4}:{}^{41}/_{7}={}^{11\cdot7}/_{4\cdot41}={}^{77}/_{164}$;

Կոտորակների բաժանման ժամանակ աւելի լաւ է նախ նշանակել գործողութիւնը, յետոյ կրճատել, եթէ կարելի է։ Օրինակ՝ $1^{2}/_{15}:{}^{17}/_{30}={}^{17}/_{15}:{}^{17}/_{30}={}^{17\cdot30}/_{15\cdot17}=2$; $7^{3}/_{4}:23^{1}/_{4}={}^{31}/_{7}:{}^{93}/_{4}={}^{31\cdot4}/_{4\cdot93}={}^{1}/_{3}$ և այլն։

Անուանական կոտորակ թուերի բաժանման ժամանակ պատահում են երկու դիպուած։

Առաջին դիպուած։ Եթէ բաժանարարը վերացական թիւ է, այն ժամանակը պէտք է բաժանելին դարձնել մի չափի, յետոյ բաժանել։ Օրինակ դիցուք տուած է 20 սաժէնը և $2^{1}/_{2}$ արշինը բաժանել $1^{2}/_{5}$-ի վերայ։ Դորա համար 20 սաժէն և $2^{1}/_{2}$ արշինը դարձնելով արշին՝ կ'ստանանք $62^{1}/_{2}$ արշին. դորան բաժանելով $1^{2}/_{5}$-ի վերայ կ'ստանանք՝ $^{125}/_{2}:{}^{7}/_{5}={}^{625}/_{14}=44^{9}/_{14}$ արշին $=14$ սաժէն $2^{9}/_{14}$ արշին։ Այս դիպուածում քանորդը բաժանելու հետ նոյնատեսակ թիւ է։

Երկրորդ դիպուած։ Եթէ բաժանելին և բաժանարարը նոյնատեսակ թուեր են, այն ժամանակը պէտք է երկուսն էլ դարձնել նոյնատեսակ չափի, յետոյ բաժանել ինչպէս համարակ թուեր։ Այդ ժամանակը քանորդը կ'ստանանք վերացական թիւ, որ ցոյց կը տայ թէ քանի անգամ բաժանելին շատ է կամ փոքր է բաժանարարից։ Օրինակ դիցուք տուած է 13 սաժէնը $^{3}/_{4}$ արշինը 7 վերշոկը բաժանել $3^{1}/_{2}$ սաժէնի $2^{3}/_{4}$ արշինի և $2^{1}/_{3}$ վերշոկի վերայ։ Բաժանելին և բաժանարարը դարձնելով վերշոկներ կ'ստանանք 643 վերշ. : $214^{1}/_{3}$ վերշ. $=$ $643:{}^{643}/_{3}={}^{643\cdot3}/_{643}=3$

Մենք գիտենք որ 4-ը բաժանել $^{3}/_{5}$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որի $^{3}/_{5}$ մասը հաւասար լինի 4-ին։ Նոյնպէս բաժանել $^{4}/_{5}$-ը $^{3}/_{8}$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որի $^{3}/_{8}$ մասը հաւասար լինի $^{4}/_{5}$-ին և այլն։ Ուրեմն այն բոլոր խնդիրները, որոնց մէջ յայտնի է լինում թուի որևիցէ մասը և պահանջվում է գտնել բոլոր թիւը, վճռվում են բաժանումով։ Օրինակ եթէ հարկաւոր լինի գտնել մի թիւ, որի $^{4}/_{7}$ մասը հաւասար է 28-ին, պէտք է 28-ը բաժանել $^{4}/_{7}$-ի վերայ, կ'ստանանք՝ $28:{}^{4}/_{7}={}^{196}/_{4}=49$։ Նոյնպէս եթէ ճանապարհի $^{3}/_{5}$ մասը գնացել են 9 ժամումը, բոլոր ճանապարհը կերթան $9:{}^{3}/_{5}={}^{45}/_{3}=15$ ժամումը։ Եթէ $^{5}/_{8}$ փութ իւղը արժէ 6 մանէթ, ամբողջ փութը կ'արժենայ $6 : {}^{5}/_{8} = {}^{48}/_{5} = 9{}^{3}/_{5}$ մանէթ։

Դիցուք ունենք որևիցէ թիւ օրինակ 24։ Դորան հետևաբար բաժանենք ամբողջ թուի, անկանոն կոտորակի և կանոնաւոր կոտորակի վերայ կ'ստանանք։

$$24 : 3 = 8$$
$$24 : {}^{8}/_{5} = 15$$
$$24 : {}^{3}/_{7} = 56$$

Այս օրինակներից երևում է որ, թիւը բաժանելուց փոքրանում է միայն այն ժամանակը, երբ բաժանարարը 1-ից շատ է այսինքն ամբողջ թիւ է կամ անկանոն կոտորակ։ Իսկ երբ թիւը բաժանենք կանոնաւոր կոտորակի վերայ այն ժամանակը նա շատանում է։

Ուրեմն թիւը բաժանել միշտ չէ նշանակում փոքրացնել, ինչպէս և բազմապատկել միշտ չէ նշանակում շատացնել։

ՀԱՐՑԵՐ

Կոտորակների բաժանման ժամանակ ի՞նչ դիպուածներ են պատահում եւ ո՞րոնք են դոքա:

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանել կոտորա՞կը ամբողջ Թուի վերայ. ամբո՞ղջ Թիւը կոտորակի վերայ, կոտորակը կոտորակի վերայ:

Ի՞նչ է նշանակում Թիւը բաժանել կոտորակի վերայ:

Ի՞նչ խնդիրներ են վճռվում բաժանումով:

Թիւը բաժանելիս ե՞րբ է շատանում եւ ե՞րբ է փոքրանում:

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԹՈՒԱՐԿՈՒԹԻՒՆԸ

44. Տասնորդական կոտորակներ կոչվում են այն կոտորակները, որոնց յայտարարներն են 10, 100, 1000, և այլն առհասարակ 1-ը զէրոներով։ Օրինակ ${}^{3}/_{10}$, ${}^{7}/_{100}$, ${}^{11}/_{1000}$, ${}^{13}/_{10000}$ և այլն։

Եթէ մենք ամբողջը բաժանենք 10 հաւասար մասը,

կ'ստանանք տասներորդական մասներ։ Եթէ տասներորդական մասը դարձեալ 10 հաւասար բաժին անենք՝ կ'ստանանք հարիւրերորդական մասներ։ Եթէ հարիւրերորդական մասը դարձեալ 10 հաւասար բաժին անենք՝ կ'ստանանք հազարերորդական մասներ և այլն։

Այստեղից երևում է որ իւրաքանչիւր կարգի կտորները աւելի են իւրեանց յաջորդ կարգի կտորից 10 անգամ, այդ պատճառով էլ այդ տեսակ կտորները կոչվում են տասնորդական կոտորակներ։

Թէպէտ տասնորդական կոտորակները մտնում են հասարակ կոտորակների մէջ, բայց նոցա սովորում ենք և առանձին այն պատճառով, որ նոցա կարելի է գրել և առանց յայտարարի։ Այդ պատճառով էլ բոլոր գործողութիւնները տասնորդական կոտորակներով ներկայացնում են շատ պարզութիւններ։

Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը։ Տասնորդական կոտորակը գրելու համար ընդունել են հետևեալ պայմանը այն է՝ եթէ ամբողջ կայ առաջ գրում են ամբողջը, իսկ եթէ ամբողջ չ'կայ գրում են 0։ Յետոյ մի ստորակէտ են դնում, որից յետոյ գրում են կտորները հետևեալ կարգով՝ ստորակէտից յետոյ առաջին տեղումը գրում են տասներորդական կտորները, երկրորդ տեղումը՝ հարիւրերորդական կտորները, երրորդ տեղումը՝ հազարերորդական կտորները և այլն։ Եթէ որևիցէ կարգի կտոր չ'կայ՝ նորա տեղը գրում են 0։ Օրինակ դիցուք պէտք է գրել 7 ամբողջ, 4 տասներորդական, 5 հարիւրերորդական, 8 տասը հազարերորդական և 9 միլիոներորդական։ Դորա համար առաջ պէտք է գրել 7 ամբողջը և ստորակէտ դնել, յետոյ գրել 4-ը ապա գրել 5-ը. որովհետև հազարերորդական կտոր չ'կայ, ուստի երրորդ տեղումը պէտք է գրել 0. դորանից յետոյ պէտք է գրել 8 տասը հազարերորդականը և որովհետև հարիւրհազարերորդական կտոր չ'կայ, ուստի ստորակէտից յետոյ հինգերորդ տեղումը կ'գրենք զարձեւը 0. դորանից յետոյ վեցերորդ տեղումը կ'գրենք 9 միլիոներորդականը և կ'ստանանք՝ 7,450809:

Նոյնպէս կարող ենք գրել հետեւեալ թուերը՝

$3+{}^4/_{10}+{}^7/_{100}+{}^9/_{1000}=3,479;$

$1+{}^5/_{10}+{}^6/_{1000}=1,506$

${}^7/_{100}+{}^6/_{10000}=0,0706$

${}^5/_{10000}=0,0005$

${}^7/_{100}+{}^9/_{10000}+{}^3/_{100000}+{}^4/_{1000000}=0,070934$ և այլն:

Դիցուք ունենք 347,6358: Մենք տեսնում ենք որ ինչպէս հարիւրաւորը շատ է տասնաւորից և տասնաւորը միաւորից 10 անգամ, այնպէս էլ միաւորը շատ է տասներորդական կոտորից 10 անգամ, տասներորդական կոտորը շատ է հարիւրերորդական կոտորից 10 անգամ, հարիւրերորդական կոտորը շատ է հազարերորդական կոտորից 10 անգամ և այլն:

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԿԱՐԴԱԼԸ

45. Տասնորդական կոտորակների կարդալը շատ հեշտ է: Դիցուք թէ ունենք 4,507306: Մենք տեսնում ենք որ այդ թւումը կայ 4 ամբողջ, 5 տասներորդական կոտոր, 7 հազարերորդական կոտոր, 3 տասըհազարերորդական կոտոր, 6 միլիոներորդական կոտոր և չ'կան դորանում հարիւրերորդական և հարիւրհազարերորդական կոտորներ: Ուրեմն դորան կ'կարդանք այսպէս՝ 4 ամբողջ, 5 տասներորդական, 7 հազարերորդական, 3 տասըհազարերորդական, 6 միլիոներորդական: Նոյնպէս 0,7405-ը կ'կարդանք՝ 0 ամբողջ, 7 տասներորդական, 4 հարիւրերորդական, 5 տասըհազարերորդական: Դոցա նման էլ կ'կարդանք՝ $0,03406={}^3/_{100}+{}^4/_{1000}+{}^6/_{100000}$; $4,0007=4+{}^7/_{10000}$ և այլն:

Ուրեմն տասնորդական կոտորակը կարդալու համար, պէտք է առաջ կարդալ ամբողջ թիւը, ապա պէտք է հետեւաբար կարդալ թուա-

նշանները՝ տալով նոցա իւրաքանչիւրին այն նշանակութիւնը, որ նա ունի իւր բռնած տեղին համեմատ:

Տասնորդական կոտորակի այդ ձեւով կարդալը յարմարութիւն չունի, աւելի հեշտ է կարդալ հետեւեալ կերպով: Դիցուք ունենք $7,4385=7+{}^4/_{10}+{}^3/_{100}+{}^8/_{1000}+{}^5/_{10000}$ դոցա գումարելով կ'ստանանք $7^{4385}/_{10000}$, ուրեմն $7,4385=7^{4385}/_{10000}$: Նոյնպէս պէտք է կարդալ և հետեւեալ կոտորակը $0,7845={}^{7845}/_{10000}$: 0,04005-ը պէտք է կարդալ 0 ամբողջ 4005 հարիւրհազարերորդական; 3,2057-ը պէտք է կարդալ 3 ամբողջ 2057-ը տասըհազարերորդական; 0,00407-ը պէտք է կարդալ 407-ը հարիւրհազարերորդական և այլն:

Այստեղից հետեւում է որ տասնորդական կոտորակը կարդալու համար պէտք է առաջ կարդալ ամբողջ թիւը, յետոյ կարդալ բոլոր համարիչը այնպէս, ինչպէս կարդում ենք ամբողջը և տալ միայն վերջին թուանշանի անունը: Այսպէս օրինակ 0,04057-ը կ'կարդացվի 0 ամբողջ չորս հազար, յիսուն եօթը հարիւրհազարերորդական:

Մենք տեսանք թէ ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը այն ժամանակ, երբ իւրաքանչիւր կարգի կոտորի անունը տալիս են առանձին առանձին, օրինակ 5 ամբողջ, 7 տասներորդական, 8 հազարերորդական, գրում ենք այսպէս՝ 5,708: Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը այն ժամանակ, երբ բոլոր կարգի կոտորները տալիս են միասին: Օրինակ գրել 4027 հարիւրհազարերորդական: Դորա համար պէտք է նկատել, որ ստորակէտից յետոյ դէպի աջ որքան թուանշաններ կան, այնքան էլ յայտարարումը պէտք է զերօներ լինին: Օրինակ 18,934; ստորակէտից յետոյ երեք թուանշան կայ, դորա յայտարարն էլ երեք զէրօ ունի, որ է 1000; հետեւեալ կոտորակում 0,00764 ստորակէտից յետոյ հինգ թուանշան կայ, դորա յայտարարն էլ ունի հինգ 0, որ է 100000 և այլն: Դոցա հակառակ որքան զէրօ կայ այն կոտորակի յայտարարումը, որ մենք կամենում ենք գրել, այնքան էլ թուանշան պէտք է լինի ստորակէտից յետոյ։ Ասենք թէ տուած է գրելու 327 հարիւր-հազարերորդական, որովհետև այդ կոտորակի յայտարարը, որ է 100000, պարունակում է իւր մէջ հինգ 0, ուստի և ստորակէտիցը յետոյ պէտք է լինի հինգ թուանշան, բայց տուած թիւը ունի արդէն երեք թուանշան, ուստի պէտք է դորան գրել և դորանից առաջ դէպի ձախ գրել դարձեալ երկու 0, որ հինգ թուանշանը լրանայ և ստորակէտ դնել, ապա գրել մի զէրօ ևս ամբողջի տեղը, որովհետև ամբողջ չունենք։ Այդպէս վարվելով կ'ստանանք 0,00327։ Այդպէս էլ պէտք է գրել օրինակ 7 ամբողջ 2098 միլիօներորդական 7,002098 և այլն։

Ուրեմն՝ որևիցէ տասնորդական կոտորակ գրելու համար, պէտք է գրել նորա համարիչը և աջ կողմից դէպի ձախ ստորակէտով բաժանել այնքան թուանշան, որքան որ յայտարարումը զէրօ կայ։ Եթէ պատահի որ համարիչի թուանշանները պակաս լինեն, այն ժամանակը պէտք է նորա դէպը ձախ կողմից գրել զէրօներ, յետոյ դնել ստորակէտ և ապա գրել ամբողջը եթէ կայ, իսկ եթէ չ'կայ նորա տեղը ևս գրել զէրօ։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՄԵԾԱՑՆԵԼԸ ԵՒ ՓՈՔՐԱՑՆԵԼԸ 10;100; 1000 ԵՒ ԱՅԼՆ ԱՆԳԱՄ։

46. Դիցուք ունենք 8,6453։ Եթէ մենք ստորակէտը տանենք մի թուանշանից դէպի աջ, կ'ստանանք 86,458։ Համեմատելով առաջվայ կոտորակը նոր ստացածի հետ՝ տեսնում ենք որ 8-ը առաջ միաւոր էր, այժմ դարձաւ տասնաւոր. 6-ը առաջ տասներորդական կոտոր էր, այժմ դարձաւ 6 ամբողջ միաւոր. 4-ը առաջ հարիւրերորդական կոտոր էր, այժմ դարձաւ տասներորդական կոտոր. 5-ը առաջ հարիւրերորդական կոտոր էր, այժմ դարձաւ հազարերորդական կոտոր. 3-ը առաջ տասըհազարերորդական կոտոր էր, այժմ դարձաւ հարիւրհազարերորդական։

Ուրեմն իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը շատացաւ 10 անգամ։ Եթէ ստորակէտը տանենք դէպի աջ երկու, երեք, չորս թուանշանից, կ'ստանանք համապատասխան՝ 864,53 ; 8645,3 ; 86453 որոնք շատ են առաջվայ տուած թուից այն է 8,6453-ից 100, 1000, 10000 անգամ։ Հետևաբար կարող ենք ասել՝ տասնորդական կոտորակը 10, 100, 1000 և այլն անգամ շատացնելու համար պէտք է ստորակէտը տանել դէպի աջ մէկ, երկու, երեք և այլն թուանշանից։ Օրինակ 0,0075-ը 1000000 անգամ շատացնելու համար պէտք է ստորակէտը տանել դէպի աջ վեց թուանշան, բայց որովհետև տուած կոտորակումը կայ միայն չորս թուանշան, այդ պատճառով պէտք է աւելացնել երկու զէրօ, կ'ստանանք 007500 ամբողջ, բայց որովհետև ամբողջների մէջ ձախ կողմից զէրօները ոչինչ չեն նշանակում, ուստի նոցա պէտք է ջնջել, այն ժամանակը կ'ստանանք 7500 ամբողջ։ Այդ թիւը շատ է տուած 0,0075-ից 1000000 անգամ։

Դիցուք թէ ունենք 346,72։ Եթէ մենք ստորակէտը տանենք դէպի ձախ՝ մէկ, երկու, երեք, չորս և այլն թուանշան, կ'ստանանք համապատասխան՝ 34,672; 3,4672; 0,34672; 0,034672 և այլն։ Այդ ստացած թուերի թուանշանները համեմատելով տուած թուի թուանշանների հետ, կ'տեսնենք, որ 346,72-ը 10, 100, 1000, 10000 և այլն անգամ փոքրացաւ։

Ուրեմն՝ տասնորդական կոտորակը 10, 100, 1000 և այլն անգամ փոքրացնելու համար, պէտք է ստորակէտը տանել դէպի ձախ՝ մէկ, երկու, երեք և այլն թուանշանից։ Եթէ պատահի որ թուանշանները պակաս լինեն, այն ժամանակը պէտք է զէրօներ աւելցնել ձախ կողմից։ Այսպէս օրինակ եթէ կամենանք 4,76-ը փոքրացնել 1000 անգամ պէտք է ստորակէտը տանել դէպի ձախ երեք թուանշանից, աւելացնելով ձախ կողմից երկու զէրօ և կ'ստանանք 0,00476։ Եթէ ունենք միայն ամբողջ թիւ, նշանակում է ստորակէտը գտնվում է նորա վերջումը, ուրեմն նորան ևս կամենալով փոքրացնել 10, 100, 1000 և այլն անգամ պէտք է ստորակէտը տանել դէպի ձախ՝ մէկ, երկու, երեք և այլն թուանշանից. օրինակ 256-ը փոքրացնելով 10, 100, 1000, 10000 և այլն անգամ կ'ստանանք համապատասխան՝ 25,6; 2,56; 0,256; 0,0256 և այլն։

Եթէ օրինակ 0,376 տասնորդական կոտորակի ստորակէտը ջնջենք կ'ստանանք 376 ամբողջ, որ շատ է տուած կոտորակից 1000 անգամ։

Ուրեմն՝ երբ տասնորդական կոտորակի ստորակէտը ջնջում ենք, նա շատանում է այնքան անգամ, որքան յայտարարն է ցոյց տալիս։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ՄԻ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԲԵՐԵԼԸ

47. Դիցուք թէ ունենք որևիցէ կոտորակ օրինակ 0,36։ Եթէ մենք այդ կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք 1 զերօ կ'ստանանք՝ 0,360։ Համեմատենք առաջվայ կոտորակը նոր ստացած կոտորակի հետ և տեսնենք ի՞նչ փոփոխութիւն ստացաւ նա։ Մեզ տուած կոտորակի համարիչն էր 36 հարիւրերորդական, այժմ ստացանք 360 հազարերորդական, ուրեմն ինչպէս կոտորակի համարիչը 36-ից տասն անգամ շատացաւ և դարձաւ 360, այնպէս էլ յայտարարը 10 անգամ շատացաւ և 100-ից դարձաւ 1000, մենք էլ գիտենք որ կոտորակի համարիչը և յայտարարը շատացնելով միևնոյն անգամ, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ, այլ կ'փոխվի միայն նորա պատկերը։

Ուրեմն՝ եթէ տասնորդական կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք մի կամ մի քանի զերօներ, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ։

Հիմնվելով տասնորդական կոտորակների այդ յատկութեան վերայ, մենք կարող ենք նոցա շատ հեշտութեամբ բերել մի յայտարարի։

Դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ 0,5; 0,007; 4,96; 7,06458; Եթէ մենք առաջին կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք չորս զերօ, երկրորդից երկու զերօ, երրորդից երեք զերօ, իսկ չորրորդը թողնենք անփոփոխ կ'ստանանք հետևեալ

համապատասխան կոտորակները։ 0,50000; 0,00700; 4,96000; 7,06458; որոնց բոլորի նշանակութիւնը մնաց անփոփոխ, իսկ յայտարարները հաւասարվեցան եղան միևնոյն այն է 100000։

Ուրեմն՝ տասնորդական կոտորակները մի յայտարարի բերելու համար, պէտք է միայն նոցա աջ կողմից զերօներ աւելացնելով տասնորդական նշանների թիւը հաւասարեցնել։

Ինչպէս տասնորդական կոտորակների աջ կողմից զերօներ աւելացնելով, նոցա նշանակութիւնը չէ փոխվում, այնպէս էլ եթէ տասնորդական կոտորակների աջ կողմումը զերօներ լինեն և մենք ջնջենք, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ։ Օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ 0,380; 0,500; 7,200; 0,005200։ Ջնջելով զերօները դոցա աջ կողմից՝ կ'ստանանք հետևեալ կոտորակները, 0,38; 0,5; 7,2; 0,0052, որոնք բոլորովին հաւասար են առաջվայ տուածներին։ Այդպիսով մենք կրճատում ենք տասնորդական կոտորակները։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ կոտորակներ են կոչվում տասնորդական։

Տասնորդական կոտորակները ի՞նչ յարմարութիւններ ունին հասարակ կոտորակների վերաբերութեամբ։

Ի՞նչ պայմանի հիման վերայ տասնորդական կոտորակները գրվում են առանց յայտարարի։

Ի՞նչպէս է կարդացվում տասնորդական կոտորակը։

Ի՞նչպէս է գրվում տասնորդական կոտորակը։

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակը շատացնել 10, 100, 1000, և այլն անգամ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ ջնջենք նորա ստորակէտը։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ նորա աջ կողմից աւելացնենք մի կամ մի քանի զերօներ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ նորա աջ կողմիցը ջնջենք մի կամ մի քանի զերօներ։

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակները դարձնել մի յայտարարի։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ ԵՒ ՀԱՆՈՒՄՆ

48. Դիցուք տուած է գումարելու 0,789+29,04+5,9648 +0,0875։ Դորա համար առաջ մենք գումարելիքը կ'գրենք միմեանց տակ այնպէս, որ ամբողջները լինեն միմեանց տակը և համանուն կոտորները միմեանց տակը և գիծ կ'քաշենք հետևեալ կերպով։

```
      0,789
     29,04
      5,9648
      0,0875
    -------
     35,8813
```

Յետոյ կ'գումարենք առաջ ամենափոքր կոտորները՝ ասելով՝ 8 տասըհազարերորդական և 5 տասըհազարերորդական՝ կ'լինի 13 տասըհազարերորդական, որի մէջ կայ 3 տասըհազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում, և 1 հազարերորդական, որ կ'գումարենք հազարերորդականների հետ ասելով՝ 1 հազարերորդական և 9-ը կ'լինի 10-ը և 4 կ'լինի 14 և 7-ը կ'լինի 21 հազարերորդական, որի մէջ կայ 1 հազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում, և 2 հարիւրերորդական, որ կ'գումարենք հարիւրերորդականների հետ ասելով՝ 2 հարիւրերորդական և 8 կ'լինի 10 և 4 կ'լինի 14 և 6 կ'լինի 20 և 8 կ'լինի 28 հարիւրերորդական, որի մէջ կայ 8 հարիւրերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում և 2 տասներորդական, որ կ'գումարենք տասներորդականների հետ ասելով՝ 2 տասներորդական և 7-ը կ'լինի 9-ը և 9-ը կ'լինի 18 տասներորդական, որի մէջ կայ 8 տասներորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում և առարկէս կ'դնենք և 1 ամբողջ, որ կ'գումարենք ամբողջների հետ ասելով՝ 1 ամբողջ և 9-ը կ'լինի 10 և 5 կ'լինի 15, որի մէջ կայ 5 միաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում և 1 տասնաւոր, որ գումարելով 2

տասնաւորի հետ կ'լինի 3 տասնաւոր և գումարը կ'ստանանք ընդամենը 35,8813։

Այդպէս վարվելով և հետևեալ օրինակներում կ'ստանանք՝

```
      7,8645          9,06459
    +32,918          +0,782358
      0,08963         4,90678
    ---------         0,0894
     40,87213        ---------
                     14,843128
```

Կարելի էր գումարելուց առաջ կոտորակները մի յայտարարի բերել հարկաւոր զերօներ աւելացնելով կոտորակների աջ կողմից։

Այժմ դիցուք 31,82-ից պէտք է դուրս գալ 4,256-ը։ Դորա համար առաջ կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք և ապա միմեանց տակը կ'գրենք պատշաճաւոր կերպով, ամբողջները միմեանց տակ և համանուն կոտորները միմեանց տակ հետևեալ կերպով։

```
     31,8'2'0
    — 4,2 5 6
    ---------
     27,5 6 4
```

Եւ դուրս կ'գանք առաջ ամենափոքր կոտորը այն է 6 հազարերորդականը, բայց որովհետև հազարերորդական չ'կայ նուազելի թւում, ուստի 1 հարիւրերորդականը մանրացնելով կ'ստանանք 10 հազարերորդական, որից դուրս գալով 6 հազարերորդականը՝ կ'մնայ 4 հազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում։ Յետոյ դուրս կ'գանք 5 հարիւրերորդականը մնացած 1 հարիւրերորդականից, որ անկարելի է, ուստի 1 տասներորդականը կ'մանրացնենք կ'ստանանք 10-ը հարիւրերորդական, 1 էլ ունէինք՝ կ'լինի 11 հարիւրերորդական, որից դուրս գալով 5 հարիւրերորդականը՝ կ'մնայ 6 հարիւրերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում։ Յետոյ դուրս կ'գանք 2 տասներորդականը մնացած 7-ը տասներորդականից, կ'մնայ 5 տասնորդական, որ կ'գրենք իւր տեղում և ստորակէտ կ'դնենք։ Ապա դուրս կ'գանք ամբողջները իւրեանց կարգով և կ'ստանանք մնացորդը։ 27,564։ Այդպէս էլ կարող ենք դուրս գալ օրինակ 17-ից 8,964։ Դորա համար 17-ից յետոյ կ'դրենք ստորակէտ և յետոյ երեք զէրօ կ'աւելացնենք աջ կողմից, որ ոչինչ փոփոխութիւն չի յառաջացնիլ, ապա պատշաճաւոր կերպով միմեանց տակը գրելով դուրս կ'գանք այնպէս, ինչպէս առաջի օրինակումը դուրս եկանք և կ'ստանանք մնացորդը 8,036։

$$\begin{array}{r} 17,000 \\ -\ 8,964 \\ \hline 8,036 \end{array}$$

Ուրեմն տասնորդական կոտորակները միմեանց հետ գումարելու կամ միմեանցից հանելու համար, պէտք է նախ կոտորակները մի չափի բերել, յետոյ միմեանց տակը գրել այնպէս, որ նոյնատեսակ միաւորները և համանուն կոտորակները լինեն միմեանց տակ կարգով. ապա պէտք է գումարել կամ հանել ինչպէս ամբողջ թուեր և յետոյ ստորակէտը դնել իւր սովորական տեղում։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

49. Դիցուք թէ տուած է 3,068-ը բազմապատկել 0,27-ի վերայ։ Դորա համար մենք ինչպէս բազմապատկելու նոյնպէս և բազմապատկչի ստորակէտները կ'ջնջենք և կ'ստանանք 3068 և 27։ Յետոյ այդ թուերը միմեանց վերայ բազմապատկելով ինչպէս ամբողջներ՝ կ'ստանանք արտադրեալը 82836։ Բայց մենք բազմապատկելու ստորակէտը ջնջելով՝ նորան շատացրինք 1000 անգամ, նշանակում է 1000 անգամ էլ կ'շատանար արտադրեալը։ Նոյնպէս ջնջելով ստորակէտը բազմապատկչի մէջ՝ նորան շատացրինք 100 անգամ։ Նշանակում է 1000 անգամ շատացրած արտադրեալը դարձեալ շատացաւ 100 անգամ այսինքն ընդամենը շատացաւ իսկական արտադրեալից 100000 անգամ։ Ուստի իսկական արտադրեալը ստանալու համար պէտք է ստացած արտադրեալը, որ է 82836, փոքրացնել 100000 անգամ այսինքն աջ կողմից ստորակէտով բաժանել հինգ թուանշան։ Այդ անելով կ'ստանանք 0,82836։

Այդպէս էլ վարվելով հետևեալ օրինակներում կ'ստանանք։

$$0,576 \times 0,08 = 0,04608$$
$$4,368 \times 0,27 = 1,17936$$

Ուրեմն տասնորդական կոտորակները բազմապատկելու համար պէտք է ստորակէտները ջնջել և բազմապատկել ինչպէս ամբողջ թուեր, յետոյ ստացած արտադրեալի աջ կողմից ստորակէտով բաժանել այնքան թուանշան, որքան տասնորդական թուանշան կար բազմապատկելի և բազմապատկչի մէջ միասին։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

50. Տասնորդական կոտորակների բաժանման ժամանակ լինում են երկու դիպուած։

Առաջին դիպուածն այն է երբ բաժանարարը լինում է ամբողջ թիւ։ Դիցուք պէտք է 5,484-ը բաժանել 8-ի վերայ։ Այդ գործողութիւնը մենք կ'կատարենք այսպէս՝ եթէ 5 ամբողջը բաժանենք 8-ի վերայ, ամեն-մի բաժինը ամբողջ չի լինիլ, ուստի քանորդումը կ'գրենք 0 ամբողջ։ Յետոյ 5 ամբողջը կ'դարձնենք տասներորդական կտորներ. 1 ամբողջը ունի 10-ը տասներորդական. 5 ամբողջը կ'ունենայ 5 անգամ 10-ը այսինքն 50 տասներորդական. 4 տասներորդական էլ ուրիշ ունենք, ընդամենը կ'լինի 54 տասներորդական։ Դորան բաժանելով 8-ի վերայ՝ կ'ստանանք ամեն-մի բաժինը 6 տասներորդական և մնացորդ կ'մնայ 6։ Այդ մնացորդ 6 տասներորդականը դարձնելով հարիւրերորդական կտորներ՝ կ'ստանանք 60 հարիւրերորդական, 2 հարիւրերորդականն էլ վերան աւելացնելով, կ'ստանանք ընդամենը 62 հարիւրերորդական։ Դորան բաժանելով 8-ի վերայ կ'ստանանք քանորդը 7 հարիւրերորդական և էլի կ'մնայ 6 հարիւրերորդական: Այդ մնացորդ 6 հարիւրերորդականը դարձնելով հազարերորդական և վերան աւելացնելով ունեցած 4 հազարերորդականը՝ կ'ստանանք ընդամէնը 64 հազարերորդական, որ բաժանելով 8-ի վերայ կ'ստանանք քանորդը 8 հազարերորդական, որ կ'գրենք քանորդում և մնացորդ չի մնալ: Ուրեմն 5,424 : 8 = 0,678:

Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում է հետևեալ կերպով:

```
 5,424 | 8
−4 8   | 0,678
   62
  −56
    64
   −64
     0
```

Միւս օրինակներ՝

```
 74,185 | 5
−5      | 14,837
  24
 −20
   41
  −40
    18
   −15
     35
    −35
      0
```

0,7236 : 18 = 0,0402

0,0725 : 5 = 0,0145

Դիցուք տուած է նոյնպէս բաժանելու 5,24 : 16 բաժանելով ընդհանուր կանոնով՝ կ'ստանանք քանորդը 0,32 և մնացորդ կ'մնայ դարձեալ 12 հարիւրերորդական: Այդ մնացորդը դարձնելով հազարերորդական կոտորներ և բաժանելով 16-ի վերայ

կ'ստանանք քանորդը 7-ը, իսկ մնացորդը 8 հազարերորդական: Այդ մնացորդ 8 հազարերորդականն էլ դարձնելով տասըհազարերորդական կոտորներ և բաժանելով 16-ի վերայ կ'ստանանք քանորդը 5 տասըհազարերորդական. իսկ մնացորդ չի մնալ: Այդպէս ուրեմն 5,24 : 16 = ,03275: Այդ վերը բերած բոլոր օրինակներումը բաժանումն վերջացաւ: Բայց պատահում են և այնպիսի դիպուածներ, ուր բաժանումն չէ վերջանում, որքան էլ նորան շարունակում ենք:

Դիցուք տուած է օրինակ 0,22 : 7

```
 0,22 | 7
−21   | 0,0314285....
   10
   −7
    30
   −28
     20
    −14
      60
     −56
       40
      −35
        5...
```

Ուրեմն 0,22 : 7 = 0,0314285...

Երբ բաժանումն չէ վերջացած, այն ժամանակը քանորդումը գնումն կ'էտեր ինչպէս արածէ բերած օրինակում: Մեր բերած օրինակում մնացորդ մնացել է 5 տասըմիլիօներորդական, որ բաժանելով 7-ի վերայ կ'ստանանք $^5/_{70000000}$: Դորան պէտք է աւելացնել ստացած քանորդի վերայ, այնպէս որ կ'ստանանք իսկական քանորդը 0,22 : 7 = 0,0314285 + $^5/_{70000000}$: Բայց մնացորդը սովորաբար թողում են, 'ի նկատի առնելով որ 0,22 : 7 = 0,0314285, այս քանորդը ճիշտ չէ, այլ միայն մօտաւորական է և որքան աւելի շարունակենք բաժանումն, այնքան նա աւելի կ'մօտենայ իսկական քանորդին:

Այժմ տեսնենք թէ բաժանումն դադարացնելով զանազան տեղում, որքան սխալ գործած կ'լինենք կամ ինչպէս ասում են, գտնենք ճշտութեան սահմանը: Մեր բերած օրինակում եթէ մենք բաժանումն դադարեցնէինք երկրորդ թուանշանի վերայ կ'ստանայինք՝ 0,22 : 7 = 0,03 և մեր սխալը կ'լինէր 0,0014285...: Այդ ժամանակը մենք ասում ենք այդ մօտաւորական քանորդը իսկականից զանազանվում է $^{1}/_{100}$-ից պակասով, որովհետև 0,00142... < 0,01 կամ ինչպէս ասում են ճշտութեան սահմանն է 0,01: Եթէ մենք ընդունենք 0,22 : 7 = 0,031, այն ժամանակը քանորդը կ'զանազանվի իսկականից $^{1}/_{1000}$-ից պակասով, որովհետև 0,00042... < 0,001 կամ ճշտութեան սահմանը կ'լինի 0,001 և այլն:

Աւհասարակ եթէ բաժանումն չէ վերջանում և քանորդը դադարեցնում ենք որևիցէ թուանշանի վերայ, այն ժամանակը եթէ քանորդի վերջի թուանշանը 5-ից աւելի է, նորան ջնջումեն և նորա նախորդ թուանշանի վերայ աւելացնում են 1:

Երկրորդ դիպուածը այն է երբ բաժանարարը կոտորակ է:

Դիցուք թէ տուած է 4,25 : 0,0625: Դորա համար մենք կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք կ'ստանանք՝ 4,2500 : 0,0625: Յետոյ ջնջելով ինչպէս բաժանելու, նոյնպէս և բաժանարարի ստորակէտները, մենք կ'շատացնենք բաժանելին էլ, բաժանարարն էլ 10000 անգամ և կ'ստանանք 42500 : 625: Այդ թուերը միմեանց վերայ բաժանելով՝ կ'ստանանք իսկական քանորդը 42500 : 625 = 68. որովհետև բաժանելին և բաժանարարը հաւասար անգամ շատացնելով՝ քանորդը չէ փոխվում:

Ուրեմն տասնորդական կոտորակները բաժանելու համար պէտք է նախ մի յայտարարի բերել, յետոյ ստորակէտները ջնջել և բաժանել ինչպէս ամբողջ թուեր և ստացած քանորդը թողնել անփոփոխ: Օրինակներ.

0,5 : 0,0125 = 0,5000 : 0,0125 = 5000 : 125 = 40
4,35 : 0,008 = 4350 : 8 = 543,75
2,863 : 1,4 = 2863 : 1400 = 2,045
5,7569 : 2,3 = 57569 : 23000 = 2,503

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել տասնորդական կոտորակները:

Ի՞նչպէս է կատարվում տասնորդական կոտորակների հանումն:

Ի՞նչպէս է կատարվում տասնորդական կոտորակների բազմապատկումն:

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակը բաժանել ամբողջ թուի վերայ:

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածումը, երբ բաժանումն չէ վերջանում:

Ի՞նչ է նշանակում գտնել քանորդը այնպէս, որ նորա ճշտութեան սահմանը լինի 0,01; 0,001; 0001 եւ այլն:

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածում, երբ բաժանումն դադարեցնում ենք քանորդի այն թուանշանի վերայ, որից յետոյ եկած թուանշանը 5-ից աւելի է:

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանարարը կոտորակ է:

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԴԱՐՁՆԵԼԸ

51. Շատ անգամ հարկաւոր է լինում հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական: Դիցուք թէ պէտք է $^{3}/_{8}$-ը դարձնել տասնորդական կոտորակ: Մենք գիտենք որ $^{3}/_{8}$-ը նշանակում է 3-ը բաժանած 8-ի վերայ: Այդ պատճառով մենք 3-ը կ'բաժանենք 8-ի վերայ, բայց որովհետև ամեն-մի բաժինը ամբողջ չի լինիլ, ըստ որում 3-ը 8-ից փոքր է, ուստի քանորդում կ'գրենք 0 ամբողջ: Յետոյ 3-ը դարձնելով տասնորդական կոտորակ կ'ստանանք 30 տասնորդական: Դորան բաժանելով 8-ի վերայ, կ'ստանանք ամեն-մի բաժինը 3 տասնորդական և էլի կ'մնայ 6 տասնորդական: Դորան էլ դարձնելով հարիւրերորդական կտորներ՝ կ'ստանանք 60 հարիւրերորդական, որ բաժանելով 8-ի վերայ՝ կ'ստանանք ամեն-մի բաժինը 7 հարիւրերորդական և էլի կ'մնայ մնացորդ 4 հարիւրերորդական: Դորան էլ դարձնելով հազարերորդականներ՝ կ'ստանանք ամեն-մի բաժինը ուղիղ 5 հազարերորդական և մնացորդ այլ ևս չի մնալ: Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում հետևեալ կերպով:

```
 3'0 | 8
—2 4 |0,375
  60
 —56
   40
  —40
    0
```

Ուրեմն $^3/_8=0,375$:

Այդպէս հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելու համար պէտք է համարիչը բաժանել յայտարարի վերայ, եթէ ամբողջ չլինի գրել քանորդում ամբողջի տեղը 0, յետոյ մնացած ամբողջը դարձնել տասնորդական կտորներ մի 0 աւելացնելով վերջից և դարձնել բաժանել՝ կ'ստանանք քանորդումը տասնորդական մասեր. մնացորդ կտորներին էլ կրկին աւելացնելով դարձնել 0, կ'ստանանք հարիւրերորդական մասեր, որ կրկին կ'բաժանենք և այլն:

Օրինակներ՝ $^7/_4=1,75$

$^{127}/_{25}=5,08$

$^3/_4=0,75$

$^9/_{16}=0,5625$ և այլն:

ՎԵՐՋԱՒՈՐՎԱԾ ԿԱՄ ՃԻՇՏ ԵՒ ԱՆՎԵՐՋ ԿԱՄ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

52. Վերը բերած օրինակներում մենք ստացանք վերջաւոր-

ված տասնորդական կոտորակներ: Բայց պատահում է և այնպէս, որ կոտորակը երբէք չէ վերջանում: Օրինակի համար դարձնենք $^5/_{11}$-ը տասնորդական կոտորակ կ'ստանանք՝

```
 5'0 | 11
—4 4 |0,454545....
  6'0
 —5 5
   5'0
  —4 4
    6'0
   —5 5
     5'0
    —4 4
      6'0
     —5 5
       5...
```

Տատ պարզ է որ ինչքան էլ բաժանումն շարունակենք, նա երբէք չի վերջանալ: Այդ երևում է նորանից որ մենք համարիչը բազմապատկում ենք 10-ի վերայ: Մնացորդը դարձեալ բազմապատկում ենք 10-ի վերայ և այլն և յետոյ բաժանում ենք յայտարարի վերայ: Այն ևս գիտենք որ 10-ի բազմապատկիչներն են 2-ը և 5-ը, ուրեմն բաժանումն միայն այն ժամանակը կ'վերջանայ, երբ յայտարարը բաղկացած լինի միայն 10-ի բազմապատկիչներից: Այդ դիպուածում ստացած տասնորդական կոտորակը բաղկացած կ'լինի այնքան թուանշանից, որքան անգամ սէպ կրկնված կ'լինի 2-ը կամ 5-ը: Բացատրենք աստծներս օրինակով: Դիցուք ունենք $^3/_{20}=^3/_{2\cdot2\cdot5}$: Բազմապատկելով համարիչը $10\times10=100$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{3\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5}/_{2\cdot2\cdot5}$: Կրճատելով այդ կոտորակը $2\cdot2\cdot5$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $3\cdot5=15$: Որովհետև կոտորակը մենք շատացրինք 100 անգամ և ստացանք 15 ամբողջ, ուստի դորան պէտք է 100 անգամ փոքրացնենք, որ ստանանք տուած թուին հաւասար, իսկ դորա համար պէտք է ստորակէտ դնել աջ ձեռքից սկսած երկու թուանշանից յետոյ, որ կ'լինի $^{3}/_{20}=0,15$:

Այդ օրինակում որովհետև յայտարարումը 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված էր իբրև բազմապատկիչ երկու անգամ, ուստի տասնորդական կոտորակը բաղկացած էր երկու թուանշանից:

Միւս օրինակ՝ $^{173}/_{800}={}^{173\cdot}/_{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5}$: Դորան բազմապատկելով $10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5=100000$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{173\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5}/_{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5}$: Դորան կրճատելով $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$-ի վերայ՝ կ'ստանանք՝ $173\cdot5\cdot5\cdot5=21625$: Որովհետև տուած կոտորակը շատացրինք 100000 անգամ, որ ստացանք 21625 ամբողջ, ուստի նորան հաւասարը ստանալու համար պէտք է դորան կրկին փոքրացնել 100000 անգամ այսինքն ստորակէտը կ'դնենք աջ ձեռքից հինգ թուանշանից յետոյ և կ'ստանանք՝ 0,21625: Այս օրինակումն էլ որովհետև 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված էր իբրև բազմապատկիչ հինգ անգամ, ուստի տասնորդական կոտորակը բաղկացած է հինգ թուանշանից:

Եթէ կոտորակի յայտարարը պարունակի իւր մէջ բացի 10-ի բազմապատկիչներից և ուրիշ պարզ թուեր կամ բոլորովին չպարունակի իւր մէջ 10-ի բազմապատկիչներ, օրինակ 3,7,11,13 և այլն, այն ժամանակը նա անպատճառ կ'դառնայ անվերջ կոտորակ: Այդ երևում է նորանից, որ ոչ 10-ը, ոչ 100-ը, ոչ 1000-ը և ոչ մի այդ տեսակ թիւ չէ կարող բաժանվել 3-ի, 7-ի, 11-ի վերայ և այլն առանց մնացորդի, հետևաբար կոտորակը չէ կարող վերջանալ: Այսպէս օրինակ վերը բերած $^{5}/_{11}$-ը չէ կարող վերջանալ, ուստի դա կոչվում է անվերջ կոտորակ և ցոյց տալու համար, որ անվերջ է, վերջումը կէտեր ենք դնում: $^{5}/_{11}=0,454545...$ Որովհետև այդ կոտորակի մէջ միևնոյն թուանշանները անվերջ կրկնվում են, ուստի և դա կոչվում է պարբերական կոտորակ, իսկ կրկնվող թուանշանները օրինակ 45-ը կոչվում է պարբերութիւն: Ամենայն անվերջ

կոտորակ, որ ստանում ենք հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելուց, անպատճառ պարբերական կ'լինի: Այդ բանը հասկանալի է նորանից, որ բաժանման ժամանակը ստացած մնացորդները միշտ բաժանարարից փոքր պէտք է լինեն, ուստի բաժանումն շարունակելու ժամանակ մենք անպատճառ կ'ստանանք առաջվայ մնացորդներից մինը, հետևաբար կ'ստանանք և քանորդում առաջվայ թուանշաններից մինը և որովհետև դորանից յետոյ մնացորդները կ'կրկնվին առաջվայ կարգով, ուստի և քանորդի թուանշանները կ'կրկնվին առաջվայ կարգով և կ'կազմեն պարբերութիւն:

Օրինակներ՝ $^{3}/_{11}=0,272727...$

$^{56}/_{111}=0,504504...$

$^{5}/_{7}=0,714285714285...$

ՊԱՐԶ ԵՒ ԽԱՌԸ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

53. Վերը բերած օրինակներում պարբերութիւնը սկսվում էր ստորակէտից յետոյ իսկոյն: Բայց պատահում են և այնպիսի կոտորակներ, ուր պարբերութիւնը չէ սկսվում իսկոյն ստորակէտից յետոյ, այլ մի կամ մի քանի թուանշանից յետոյ: Այդ բանը ցոյց տալու համար հետևեալ կոտորակները դարձնենք տասնորդական:

$^{13}/_{30}=0,4333...$

$^{11}/_{45}=0,2444....$

$^{7}/_{22}=0,3181818....$

$^{19}/_{75}=0,25333....$

$^{68}/_{275}=0,247272....$

Առաջին երեք կոտորակի պարբերութիւնը սկսվում է երկրորդ թուանշանից, իսկ վերջին երկու կոտորակի պարբերութիւնը սկսվում է երրորդ թուանշանից:

Այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը սկսվում է իսկոյն ստորակէտից յետոյ, կոչվում են պարզ պարբերական կոտորակ. իսկ այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը ստորակէտից յետոյ իսկոյն չէ սկսվում, կոչվում են խառը պարբերական կոտորակ:

Օրինակ 0,757575... պարզ պարբերական է, իսկ 0,35676767... խառը պարբերական է:

Պարբերական կոտորակները նշանակվում են նոյնպէս հետևեալ կերպով՝

$$0,4333.... = 0,4(3)$$
$$0,247272... = 0,24(72)$$
$$0,235235... = 0,(235)$$
$$4,0636363... = 4,0(63)$$

Եթէ մենք վերցնենք այնպիսի հասարակ կոտորակ, որի յայտարարը չունենայ 10-ի բազմապատկիչ և դարձնենք տասնորդական, կ'ստանանք պարզ պարբերական կոտորակ:

$$^{4}/_{11} = 0,363636....$$
$$^{2}/_{3} = 0,666....$$
$$^{6}/_{7} = 0,857142857142....$$

Իսկ եթէ վերցնենք այնպիսի հասարակ կոտորակ, որի յայտարարների մէջ լինեն 10-ի բազմապատկիչ էլ և ուրիշ պարզ թուեր էլ, և դարձնենք տասնորդական, կ'ստանանք խառը պարբերական: Եւ պարբերութիւնը կ'սկսվի ստորակէտից այնքան թուանշան յետոյ, որքան որ յայտարարումը ստէպ կրկնված կայ 2 կամ 5: Այդ կարող ենք ապացուցանել հետևեալ կերպով՝ դիցուք ունենք $^{11}/_{72}$: Լուծելով դորա յայտարարը պարզ բաժանարարների՝ կ'ստանանք $^{11}/_{72} = ^{11}/_{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$: Բազմապատկելով դորան $10.10.10 = 2.5.2.5.2.5 = 1000$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{11}/_{72} = ^{11}/_{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = ^{11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}/_{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}$: Կրճատելով դորան 2.2.2-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{11 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}/_{3 \cdot 3} = ^{1375}/_{9}$; Այս վերջին կոտորակի յայտարարը չէ պարունակում իր մէջ

10-ի բազմապատկիչ, ուրեմն դորան դարձնելով տասնորդական կոտորակ, կ'ստանանք պարզ պարբերական՝ $^{1375}/_{9} = 152,777...$: Բայց որովհետև մենք տուած կոտորակը բազմապատկելով 1000-ի վերայ՝ շատացրել էինք 1000 անգամ, ուստի այս ստացած կոտորակը շատ է իսկականից 1000 անգամ: Իսկական կոտորակը ստանալու համար պէտք է դորան փոքրացնել 1000 անգամ, իսկ դորա համար պէտք է ստորակէտը պարբերութիւնից հեռացնենք դէպի ձախ երեք թուանշան և կ'ստանանք խառը պարբերական $^{1375}/_{9} = 0,152777...$ Դորա պարբերութիւնը սկսվում է երեք թուանշանից յետոյ, որովհետև յայտարարումը կար 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված 3 անգամ 2.2.2, որին կրճատելու համար, կոտորակը պէտք է շատացնէինք 1000 անգամ, ապա դարձեալ փոքրացնելով 1000 անգամ, պէտք է ստորակէտը պարբերութիւնից հեռացնէինք երեք թուանշան:

Ուրեմն երբ մեզ տուած են հասարակ կոտորակներ մենք կարող ենք նոցա յայտարարները լուծելով բաժանարարների՝ առաջուց գուշակել թէ ինչ տասնորդական կոտորակ կ'ստանանք: Օրինակ, դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները. լուծենք դոցա յայտարարները կ'ստանանք՝

$^{3}/_{8}$	$8 = 2.2.2$
$^{4}/_{25}$	$25 = 5.5$
[illegible]$/_{20}$	$20 = 2.2.5$
$^{8}/_{11}$	$11 = 11$
$^{4}/_{33}$	$33 = 3.11$
$^{4}/_{15}$	$15 = 3.5$
$^{19}/_{75}$	$75 = 5.5.3$
$^{5}/_{12}$	$12 = 2.2.3$

Որովհետև առաջին երեք կոտորակների յայտարարները բաղկացած են միայն 10-ի բազմապատկիչներից, ուստի նոքա կ'դառնան վերջաւորված տասնորդական կոտորակ և բացի դորանից առաջին կոտորակը կ'ունենայ ստորակէտից յետոյ երեք թուանշան, իսկ երկրորդը և երրորդը կ'ունենան ստորակէտից յետոյ երկու թուանշան։

Չորրորդ և հինգերորդ կոտորակները կ'դառնան պարզ պարբերական, որովհետև իւրեանց մէջ չունեն 10-ի բազմապատկիչներ այն է 2 կամ 5։

Վեցերորդ, եօթերորդ և ութերորդ կոտորակները կ'դառնան խառը պարբերական, որովհետև բացի 10-ի բազմապատկիչներից, պարունակում են իւրեանց մէջ և ուրիշ պարզ թուեր։ Բացի դորանից վեցերորդ կոտորակի պարբերութիւնը կսկսվի ստորակէտից 1 թուանշան յետոյ, որովհետև 10-ի բազմապատկիչ 5-ը դորա յայտարարում մնում է միայն 1 անգամ։ Իսկ եօթերորդ և ութերորդ կոտորակների պարբերութիւնը կսկսվի ստորակէտից երկու թուանշան յետոյ, որովհետև 10-ի բազմապատկիչները դոցա յայտարարներումը կրկնվում են երկու անգամ։

Այժմ ցոյց տանք մեր ասածը գործով դարձնելով տուած հասարակ կոտորակները տասնորդական կոտորակներ։

$^3/_8=0,375$ $\quad$ $^8/_{11}=0,7272...$ $\quad$ $^4/_{15}=0,2666...$

$^4/_{25}=0,16$ $\quad$ $^4/_{33}=0,1212...$ $\quad$ $^{19}/_{75}=0,25333...$

$^7/_{20}=0,35$ $\quad$ $^5/_{12}=0,41666...$

Ուշադրութեան արժանի են այն պարբերական կոտորակները, որ ստացվում են հետևեալ հասարակ կոտորակներից՝ $^1/_9$, $^1/_{99}$, $^1/_{999}$, $^1/_{9999}$ և այլն այսինքն այնպիսի կոտորակներից, որոնց համարիչն է 1, իսկ յայտարարը 9 միմեանց կողքում գրած մի կամ միքանի անգամ։ Օրինակ՝

$^1/_9=0,111...$

$^1/_{99}=0,010101...$

$^1/_{999}=0,001001001...$

$^1/_{9909}=0,00010001...$

և այլն։

Այդ և դոցա նման բոլոր կոտորակների պարբերութիւնը կազմված է 1-ից, առաջևը գրած այնքան զերօ, որքան յայտարարումը թուանշան կայ առանց մէկի։ Այդպէս օրինակ՝ $^1/_{9999}$-ի յայտարարը բաղկացած է չորս թուանշանից. դորանից ստացած պարբերական կոտորակի պարբերութիւնն էլ բաղկացած է 1-ից առաջևը գրած այնքան զերօ, որքան յայտարարումը թուանշան կայ առանց մէկի։ Յայտարարումը կայ չորս թուանշան, իսկ պարբերութեան մէջ 1-ից առաջ գրած է երեք զերօ, այնպէս որ պարբերութիւնն է 0001։ Այդպէս ուրեմն առաջուց կարելի է ասել, որ $^1/_{99999}$-ի պարբերութիւնը կ'լինի 00001; $^1/_{9999999}$-ի պարբերութիւնը կ'լինի 0000001 և այլն։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ

54. Մենք տեսանք որ տասնորդական կոտորակները լինում են՝ 1. Ճիշտ կամ վերջաւորված։

2. Պարզ պարբերական։

3. Խառը պարբերական։

1. Ճիշտ կամ վերջաւորված տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է միայն գրել նորա յայտարարը, որ միշտ մեզ յայտնի է լինում և յետոյ եթէ կարելի է կրճատել։

Օրինակ՝ $0,72 = {}^{72}/_{100} \overset{2}{=} {}^{36}/_{50} \overset{2}{=} {}^{18}/_{25}$

$0,135 = {}^{135}/_{1000} \overset{5}{=} {}^{27}/_{200}$

$4,5648 = 4\,{}^{5648}/_{10000} \overset{4}{=} 4\,{}^{1412}/_{2500} \overset{4}{=} 4\,{}^{353}/_{625}$

և այլն։

2. Դիցուք թէ տուած է հետևեալ պարզ պարբերական կոտորակը 0,2727... դարձնել հասարակ կոտորակ։ Դորա համար մենք այդ կոտորակը կ'բաժանենք իւր պարբերութեան այն է 27-ի վերայ և կ'ստանանք քանորդը 0,010101....

Բայց մենք գիտենք որ, բաժանելին հաւասար է բաժանարարին բազմապատկած քանորդի վերայ, նշանակում է 0,2727...$=27\times0{,}010101...$: Այն ևս յայտնի է մեզ որ $0{,}010101...=\,^{1}/_{99}$, ուրեմն $0{,}272727...=27\times\,^{1}/_{99}=\,^{27}/_{99}=\,^{3}/_{11}$: Եթէ կամենանք մի այլ կոտորակ օրինակ 0,135135... դարձնել հասարակ, դորան կ'բաժանենք իւր պարբերութեան այն է 135-ի վերայ և վարվելով առաջվայ պէս՝ կ'ստանանք

$$0{,}135135...=\,^{135}/_{999}\overset{9}{=}\,^{15}/_{111}\overset{3}{=}\,^{5}/_{37}:$$

Գոցանից հետևում է, որ պարզ պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պետք է պարբերութիւնը գրել համարիչ, իսկ յայտարարումը գրել 9 թուանշանը միեւնոյն կրկնում այնքան անգամ, որքան պարբերութեան մէջ թուանշան կայ։

Օրինակ. $0{,}181818...=\,^{18}/_{99}\overset{9}{=}\,^{2}/_{11}$

$$0{,}126126...=\,^{126}/_{999}\overset{9}{=}\,^{14}/_{111}$$

$$0{,}027027...=\,^{27}/_{999}\overset{9}{=}\,^{3}/_{111}\overset{3}{=}\,^{1}/_{37}$$

$$7{,}454545...=7\,^{45}/_{99}\overset{9}{=}7\,^{5}/_{11}$$

և այլն։

3. Դիցուք տուած է հետևեալ խառը պարբերական կոտորակը 0,134545... դարձնել հասարակ կոտորակ: Դորա համար մենք ստորակէտը կ'տանենք դէպի աջ պարբերութեան մօտ և կ'ստանանք պարզ պարբերական այն է 13,4545...: Այս վերջին կոտորակը կ'դարձնենք հասարակ կոտորակ, կ'ստանանք $13\,^{45}/_{99}=13\,^{5}/_{11}$: Որովհետև ստորակէտը պարբերութեան մօտ տանելիս մենք կոտորակը շատացրեցինք 100 անգամ, ուստի ստացած կոտորակը պէտք է փոքրացնենք 100 անգամ, որ ստանանք խսկականը: Դորա համար $13\,^{5}/_{11}$-ը կ'դարձնենք անկանոն կոտորակ և յայտարարը կ'բազմապատկենք 100-ի վերայ կստանանք՝ $^{148}/_{1100}\overset{4}{=}\,^{37}/_{275}$:

Օրինակ՝ $0{,}01818...=\,^{1}/_{55}$
$0{,}21666...=\,^{13}/_{60}$ և այլն:

Ուրեմն խառը պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է ստորակէտը տանել պարբերութեան մօտ և յետոյ դարձնել նոյն պարզ պարբերական, այս ստացուած թիւը փոքրացնել այնքան անգամ, որքան անգամ շատացրել էինք ստորակէտը պարբերութեան մօտ տանելու ժամանակ։

Եթէ պատահի որ պէտք է որևիցէ գործողութիւն կատարել հասարակ և տասնորդական կոտորակների հետ՝ պէտք է նայելով յարմարութեանը, կամ հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական կամ տասնորդականը հասարակ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական:

Հասարակ կոտորակները տասնորդական դարձնելիս ի՞նչ տեսակ կոտորակներ ենք ստանում:

Ի՞նչի համար ենք ստանում անվերջ կոտորակներ։

Ի՞նչի համար հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելուց ստացած անվերջ կոտորակը անպատճառ պարբերական է լինում:

Ի՞նչպէս են բաժանվում պարբերական կոտորակները:

Ի՞նչ կոտորակի ենք ասում պարզ պարբերական և ի՞նչ կոտորակի խառը պարբերական։

Ի՞նչ հասարակ կոտորակներ են դառնում վերջաւորված տասնորդական, պա՛րզ պարբերական և խա՛ռը պարբերական:

Ի՞նչպէս պէտք է իմանալ թէ տուած հասարակ կոտորակը ի՞նչ պարբերական կոտորակ կ'դառնայ:

Ի՞նչպէս պէտք է վերջաւորված տասնորդական կոտորակը, պարզ պարբերական կոտորակը և խառը պարբերական կոտորակը դարձնել հասարակ կոտորակ:

Ի՞նչպէս պէտք է կատարել այնպիսի հաշիները, ուր կան հասարակ և տասնորդական կոտորակներ:

ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

55. Դիցուք ունենք երկու որևիցէ թիւ 12 և 3: Մենք կարող ենք այդ երկու թիւը միմեանց հետ համեմատել, որ իմանանք թէ դոցանից մէկը միւսից որչափով աւելի է կամ պակաս: Դորա համար պէտք է փոքր թիւը դուրս գալ մեծ թուից. այդ անելով կ'իմանանք, որ 12-ը աւելի է 3-ից 9-ով կամ $12-3=9$: Երբ մենք երկու թիւ միմեանց հետ համեմատում ենք, որ իմանանք թէ մէկը միւսից որքանով աւելի է, դա կոչվում է տարբերական համեմատութիւն, որովհետև գտնում ենք երկու թուի տարբերութիւնը:

Մենք կարող ենք նոյնպէս 12-ը և 3-ը միմեանց հետ համեմատել, որ իմանանք թէ մէկը միւսից քանի անգամ շատ է կամ փոքր է: Դորա համար պէտք է 12-ը բաժանել 3-ի վերայ. այդ անելով կ'իմանանք որ 12-ը շատ է 3-ից 4 անգամ կամ $12:3=4$:

Երբ մենք երկու թիւ միմեանց հետ համեմատում ենք, որ իմանանք թէ մէկ թիւ քանի անգամ մեծ է կամ փոքր է միւսից. այդ տեսակ համեմատութիւնը կոչվում է երկրաչափական համեմատութիւն:

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆ

56. Դիցուք ունենք որևիցէ տարբերական համեմատութիւն օրինակ $30-18=12$: Այն թուերը, որոնց միմեանց հետ համեմատում ենք, կոչվում են համեմատութեան անդամներ: Բացի դորանից 30-ը կոչվում է համեմատութեան նախորդ անդամ, 18-ը կոչվում է հետևորդ անդամ իսկ 12-ը կոչվում է տարբերութիւն:

Որովհետև տարբերական համեմատութիւնը կատարվում է հանման գործողութիւնով և նախորդ անդամն է նուազելին, հետևորդ անդամը հանելին, իսկ տարբերութիւնը՝ մնացորդը, ուստի ինչոր ասվել է հանման մասին, նա տեղի ունի նոյնպէս տարբերական համեմատութեան մէջ:

Այդպէս օրինակ.

1. Տարբերական համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է հետևորդ անդամին հետ գումարած տարբերութիւնը: Օրինակ $30=18+12$:

2. Տարբերական համեմատութեան հետևորդ անդամը հաւասար է նախորդ անդամին, նորանից դուրս եկած տարբերութիւնը: Օրինակ $18=30-12$:

3. Եթէ տարբերական համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ հետևորդ անդամը փոքրացնենք որևիցէ թուով, տարբերութիւնն էլ կ'շատանայ նոյն թուով: Օրինակ եթէ 30-ի վերայ աւելացնենք 7-ը, այն ժամանակը կստանանք $37-18=12+7=19$, տարբերութիւնը շատացաւ 7-ով. իսկ եթէ հետևորդ անդամից դուրս գանք օրինակ 7-ը, այն ժամանակը կ'ստանանք $30-11=19$, տարբերութիւնը դարձեալ շատացաւ 7-ով:

4. Եթէ տարբերական համեմատութեան նախորդ անդամը փոքրացնենք կամ հետևորդ անդամը շատացնենք որևիցէ թուով, նոյն թուով էլ կ'փոքրանայ տարբերութիւնը: Օրինակ դուրս գալով 30-ից 7-ը կ'ստանանք $23-18=12-7=5$, տարբերութիւնը փոքրացաւ 7-ով, իսկ եթէ աւելացնենք 18-ի վերայ 7-ը՝ կստանանք $30-25=12-7=5$, դարձեալ տարբերութիւնը փոքրացաւ 7-ով:

5. Եթէ տարբերական համեմատութեան նախորդ և հետևորդ անդամը միասին շատացնենք կամ փոքրացնենք միևնոյն թուով, տարբերութիւնը կ'մնայ անփոփոխ: Այդպէս մեր օրինակում երկու անդամի վերայ էլ աւելացնելով 7-ը՝ կ'ստանանք $37-25=12$. տարբերութիւնը մնաց անփոփոխ: Այժմ երկու անդամից էլ դուրս գալով 7-ը՝ կ'ստանանք $23-11=12$. դարձեալ տարբերութիւնը մնաց անփոփոխ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ինչպէս կարող ենք մենք համեմատել միմեանց հետ երկու թիւ:

Ի՞նչին ենք կոչում համեմատութիւն:

Ի՞նչպէս են բաժանվում համեմատութիւնները:

Ի՞նչ է ցոյց տալի տարբերական համեմատութիւնը եւ ի՞նչ գործողութեամբ է գտնվում:

Ի՞նչպէս են կոչվում տարբերական համեմատութիւն կազմող թուերը:

Ի՞նչին է հաւասար տարբերական համեմատութեան նախորդ անդամը:

Ի՞նչին է հաւասար տարբերական համեմատութեան հետնորդ անդամը:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ տարբերութիւնը, եթէ որ համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք որեւիցէ թւով:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ տարբերութիւնը, եթէ որ համեմատութեան հետնորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք որեւիցէ թւով:

Ի՞նչ փոփոխութիւններ կարող ենք անել համեմատութեան անդամների մէջ, որ տարբերութիւնը մնայ անփոփոխ:

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆ

57. Դիցուք թէ ունենք հետեւեալ քանորդական համեմատութիւնները $120 : 8 = 15$ կամ որ նոյն է $^{120}/_{8} = 15$ և $7 : 14 = {}^{7}/_{14} = {}^{1}/_{2}$: Այս համեմատութեանց մէջ 120-ը և 7-ը կոչվում են քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամներ, 8-ը և 14-ը քանորդական համեմատութեան հետնորդ անդամներ, իսկ 15-ը և $^{1}/_{2}$-ը կոչվումեն քանորդ: Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը շատ է հետնորդ անդամից, այն ժամանակը քանորդը 1-ից շատ է, իսկ եթէ նախորդ անդամը փոքր է հետնորդ անդամից, այն ժամանակը քանորդը կանոնաւոր կոտորակ է: Մեր բերած առաջին օրինակում քանորդը 15 է, իսկ երկրորդ օրինակում քանորդը $^{1}/_{2}$ է: Դիցուք ունենք հետեւեալ համեմատութիւնները $6 : 2 = 2$; $3 : 6 = {}^{1}/_{2}$; $24 : 8 = 3$; $8 : 24 = {}^{1}/_{3}$ Այս համեմատութեանց մէջ մի համեմատութեան նախորդ անդամը միւս համեմատութեան հետնորդ անդամն է: Այդ տեսակ համեմատութիւնները կոչվում են հակադարձ համեմատութիւնք: Երկու հակադարձ համեմատութեանց քանորդների արտադրեալը միշտ հաւասար է 1-ին: Այսպէս օրինակ $10 : 5 = 2$; $5 : 10 = {}^{1}/_{2}$: Առաջին համեմատութեան քանորդը 2 է, իսկ երկրորդ համեմատու-

թեան քանորդը $^{1}/_{2}$ է, իսկ դոցա արտադրեալը կ՚լինի $2 . {}^{1}/_{2} = 1$:

Որովհետեւ քանորդական համեմատութիւնը կատարվում է բաժանումով, և քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամն է բաժանելին, հետնորդ անդամն է բաժանարարը, իսկ քանորդն է համեմատութեան քանորդը, այդ պատճառով՝

1. Քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է հետնորդ անդամին բազմապատկած քանորդի վերայ: Օրինակ $360 : 120 = 3$; $360 = 120 . 3$; $7 : 14 = {}^{1}/_{2}$; $7 = 14 . {}^{1}/_{2}$ և այլն:

2. Քանորդական համեմատութեան հետնորդ անդամը հաւասար է նախորդ անդամին բաժանած քանորդի վերայ: Օրինակ $24 : 6 = 4$; $6 = 24 : 4$; $9 : 18 = {}^{1}/_{2}$; $18 = 9 : {}^{1}/_{2}$:

3. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ հետնորդ անդամը փոքրացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ քանորդը կ՚շատանայ: Օրինակ դիցուք ունենք $360 : 120 = 3$: Եթէ նախորդ անդամը շատացնենք 2 անգամ կ՚ստանանք $720 : 120 = 6$; իսկ եթէ հետնորդ անդամը փոքրացնենք 2 անգամ կ՚ստանանք $360 : 60 = 6$. երկու դիպուածումն էլ քանորդը շատացաւ 2 անգամ:

4. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը փոքրացնենք կամ հետնորդ անդամը շատացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ քանորդը կ՚փոքրանայ: Օրինակ դիցուք ունենք $240 : 8 = 30$, եթէ նախորդ անդամը փոքրացնենք օրինակ 2 անգամ կ՚ստանանք $120 : 8 = 15$; իսկ եթէ հետնորդ անդամը շատացնենք 2 անգամ կ՚ստանանք $240 : 16 = 15$; երկու դիպուածումն էլ քանորդը փոքրացաւ 2 անգամ:

5. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ և հետնորդ անդամը միասին շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ, քանորդը կ՚մնայ անփոփոխ: Օրինակ դիցուք ունենք $180 : 60 = 3$; բազմապատկենք համեմատութեան երկու անդամն էլ 2-ի վերայ կ՚ստանանք. $360 : 120 = 3$, իսկ եթէ բաժանենք երկու անդամն էլ 2-ի վերայ կ՚ստանանք՝ $90 : 30 = 3$ երկու դիպուածումն էլ քանորդը մնաց անփոփոխ:

Որովհետև համեմատութեան քանորդը չի փոխվում, երբ մենք երկու անդամը ևս բազմապատկում ենք կամ բաժանում ենք միևնոյն թւի վերայ, այդ պատճառով կարելի է ինչպէս կրճատել համեմատութիւնները, նոյնպէս և կոտորակ թւերի համեմատութիւնները փոխարինել ամբողջ թւերի համեմատութիւններով: Այսպէս օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ համեմատութիւնը՝ $21:14=\frac{3}{2}$ մենք դորա առաջին և երկրորդ անդամները կրճատելով 7-ի վերայ կ'ստանանք՝ $3:2=\frac{3}{2}$: Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է կոտորակ թւերի համեմատութիւնը փոխարինել ամբողջ թւերի համեմատութիւնով: Դիցուք ունենք հետևեալ համեմատութիւնը $6\frac{3}{5}:2\frac{3}{4}$: Դարձնելով այդ թւերը անկանոն կոտորակներ կ'ստանանք՝ $\frac{33}{5}:\frac{11}{4}$ բերելով դոցա մի յայտարարի կ'ստանանք $\frac{132}{20}:\frac{55}{20}$: Այժմ համեմատութեան երկու անդամն էլ բազմապատկելով ընդհանուր յայտարարի այն է 20-ի վերայ կ'ստանանք $132:55$ որովհետև կոտորակը բազմապատկելով իւր յայտարարի վերայ կ'ստանանք համարիչը: Այսպէս ուրեմն կոտորակ թւերի համեմատութիւնը $6\frac{3}{5}:2\frac{3}{4}$ փոխարինեցինք հետևեալ ամբողջ թւերի համեմատութիւնով $132:55$: Այս վերջի համեմատութեան անդամները կարելի է կրճատել 11-ի վերայ կ'ստանանք վերջնական $12:5$:

Ուրեմն կոտորակ կամ խառը թւերի համեմատութիւնները ամբողջ թւերի համեմատութեան փոխարինելու համար, հարկաւոր է տուած թւերը դարձնել անկանոն կոտորակ, յետոյ բերել դոցա մի յայտարարի, ապա վերցնել նոցանից համարիչների համեմատութիւնը:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է ցոյց տալիս քանորդական համեմատութիւնը և ի՞նչ գործողութեամբ է գտնվում:

Ի՞նչպէս են կոչվում այն թւերը, որ կազմում են համեմատութիւն:

Ի՞նչին է հաւասար քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը և հետնորդ անդամը:

Ի՞նչ համեմատութիւններ են կոչվում հակադարձ համեմատութիւնք և ի՞նչ յատկութիւն ունեն նոցանից քանորդները:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ համեմատութեան հետնորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն պէտք է անել նախորդ և հետնորդ անդամների մէջ, որ քանորդը չփոխվի:

Ի՞նչպէս պէտք է կրճատել համեմատութիւնը:

Ի՞նչպէս պէտք է կոտորակ թւերի համեմատութիւնը փոխարինել ամբողջ թւերի համեմատութեամբ:

ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

58. Դիցուք ունենք երկու տարբերական համեմատութիւն, որոնց տարբերութիւնները միմեանց հաւասար են օրինակ՝ $10-6=4$ և $12-8=4$: Հասկանալի է որ $10-6=12-8$: Այսպիսի հաւասարութիւնը կոչվում է *տարբերական յարաբերութիւն*:

Այժմ դիցուք ունենք երկու քանորդական համեմատութիւն, որոնց քանորդները միմեանց հաւասար են օրինակ՝ $24:8=3$ և $15:5=3$: Հասկանալի է որ $24:8=15:5$: Այսպիսի հաւասարութիւնը կոչվում է *քանորդական յարաբերութիւն*:

Ուրեմն *յարաբերութիւն կոչվում է երկու համեմատութեանց հաւասարութիւնը*:

Այն թւերը, որ կազմում են յարաբերութիւն, կոչվում են *յարաբերութեան անդամներ*: Առաջին և չորրորդ անդամները կոչվում են *ծայրի անդամներ*, իսկ երկրորդը և երրորդը կոչվում են *միջին անդամներ*:

Տարբերական յարաբերութիւնը կարդացվում է այսպէս. 10-ը առանց 6-ի հաւասար է 12-ին առանց 8-ի: Իսկ քանորդական յարաբերութիւնը կարգացվում է այսպէս՝ 24-ը յարաբերում է 8-ին այնպէս, ինչպէս 15-ը յարաբերում է 5-ին։ Քանորդական յարաբերութիւնները գրվում են նոյնպէս հետեւեալ ձեւով $^{24}/_8={}^{15}/_5$; $^{20}/_4={}^{30}/_6$ և այլն։

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՆՈՐԱ ԳԼԽԱՒՈՐ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆԸ

59. Ասենք թէ ունենք հետեւեալ տարբերական յարաբերութիւնները՝ $10-6=12-8$

$30-18=22-10$

$17-12=8-3$

$7^5/_8-3^1/_2=10^{11}/_{20}-6^{17}/_{40}$

և այլն։

Այդ բոլոր յարաբերութեանց մէջ մենք նկատում ենք հետեւեալ ընդհանուր յատկութիւնը։

Առաջին յարաբերութեան մէջ՝ $10+8=18$ և $12+6=18$։

ուրեմն $10+8=12+6$։

Երկրորդ յարաբ. մէջ՝ $30+10=40$ և $18+22=40$։

ուրեմն $30+10=18+22$։

Չորրորդ յարաբ. մէջ՝ $7^5/_8+6^{17}/_{40}=14^1/_{20}$ և $3^1/_2+10^{11}/_{20}=14^1/_{20}$։

ուրեմն $7^5/_8+6^{17}/_{40}=3^1/_2+10^{11}/_{20}$։

Մենք տեսնում ենք ուրեմն որ ամենայն տարբերական յարաբերութեան մէջ դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին։ Անդամների այդ յատկութիւնը կոչվում է յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւն։

Ապացուցանենք յարաբերութեան այդ գլխաւոր յատկութիւնը ամենայն յարաբերութեանց համար ընդհանրապէս։ Դիցուք թէ ունենք հետեւեալ յարաբերութիւնը Ա—Բ=Գ—Դ։

Այստեղ Ա, Բ, Գ, Դ կարող են նշանակել ամենայն թիւ թէ ամբողջ և թէ կոտորակ։ Այդ տեսակ յարաբերութիւնը, ուր թուերի տեղը վերցնում ենք տառեր, կոչվում են ընդհանուր յարաբերութիւնք, որովհետև տառերի տեղը դնելով ինչ տեսակ թիւ կամենանք՝ կ'ստանանք ամենայն տեսակ տարբերական յարաբերութիւն։ Եթէ մենք ապացուցանենք որ այդ յարաբերութեան դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին, դորանով մենք ապացուցած կ'լինենք, որ ամենայն տարբերական յարաբերութիւն ունի այդ գլխաւոր յատկութիւնը։

Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր տարբերական համեմատութեան առաջին անդամը հաւասար է իւր երկրորդ անդամին, հետը գումարած տարբերութիւնը, այդ պատճառով՝

Ա=Բ+ տարբերութիւնը

Գ=Դ+տարբերութիւնը։

Առաջին հաւասարութեան երկու մասի վերայ էլ աւելացնենք Դ, իսկ երկրորդի վերայ Բ, կ'ստանանք՝

Ա+Դ=Բ+ տարբերութիւն +Դ.

Գ+Բ=Դ+ տարբերութիւն +Բ։

Համեմատելով միմեանց հետ այս վերջի երկու հաւասարութիւնը, տեսնում ենք որ ինչպէս Ա+Դ, նոյնպէս և Գ+Բ հաւասար են միևնոյն գումարին այն է՝ Բ+ տարբերութիւնը +Դ-ին։ Դորանից հետեւում է, որ Ա+Դ=Գ+Բ կամ դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին։

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆՅԱՅՏ ԱՆԴԱՄԻ ԳՏՆԵԼԸ

60. Եթէ յարաբերութեան որևիցէ անդամը յայտնի չ'լինի, մենք կարող ենք նորան գտնել միւս յայտնի անդամների օգնութեամբ։ Դիցուք ունենք օրինակ հետեւեալ յարաբերութիւնը $X-19=40-7$: Մենք գիտենք որ յարաբերութեան դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին այսինքն $X+7=59$: Եթէ X-ի հետ գումարած 7-ը հաւասար է 59-ին, նշանակում է միայն X-ը հաւասար կ'լինի 59-ին դուրս եկած նորանից 7-ը. ուրեմն $X=59-7=52$: Այս օրինակի մէջ անյայտը դրսի անդամներից մինն էր, այժմ վերցնենք մի ուրիշ օրինակ, ուր անյայտը լինի ներսի անդամներից մինը օրինակ՝ $24-X=32-18$: Մենք գիտենք որ ներսի անդամների գումարը հաւասար է դրսի անդամների գումարին այսինքն $X+32=42$, իսկ $X=42-32=10$:

Ուրեմն տարբերական յարաբերութեան դրսի անդամը հաւասար է ներսի անդամների գումարին, դուրս հանած նորանից մէկ դրսի անդամը, իսկ ներսի անդամը հաւասար է դրսի անդամների գումարին, դուրս հանած նորանից մէկ ներսի անդամը:

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՄԻՔԱՆԻ ԹՈՒԵՐԻ ՄԻՋԻՆ ԹԻՒԸ

61. Եթէ տարբերական յարաբերութեան ներսի անդամները հաւասար են միմեանց. այդ տեսակ յարաբերութիւնը կոչվում է անընդմիջվող յարաբերութիւն օրինակ՝ $40-28=28-16$: $28-20=20-12$:

Դիցուք ունենք անընդմիջվող տարբերական յարաբերութիւն, ուր ներսի անդամը յայտնի չէ օրինակ $18-X=X-12$: Որովհետև ներսի անդամների գումարը հաւասար է դրսի անդամների գումարին ուրեմն $2X=30$, իսկ $X={}^{30}/_{2}=15$:

Ուրեմն անընդմիջվող տարբերական յարաբերութեան ներսի անյայտ անդամը գտնելու համար պէտք է դրսի անդամները գումարել և բաժանել 2-ի վերայ:

Գտնել երկու կամ մի քանի թուերի միջին թիւը նշանակում է բոլոր առած թուերը գումարել և այդ գումարը բաժանել նոցա թուի վերայ: Օրինակ դիցուք պահանջում են

գտնել հետևեալ թուերի միջին թիւը. 24, 16, 40, 20, 15, 25, 70: Դորա համար պէտք է այդ թուերը գումարել և բաժանել իւրեանց թուի այսինքն 7-ի վերայ: Այդ անելով կ'ստանանք

$$\frac{24+16+40+20+15+25+70}{7}=\frac{210}{7}=30$$

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչին ենք կոչում տարբերական յարաբերութիւն:

Յարաբերութեան ո՞ր անդամներին ենք կոչում դրսի անդամներ և որո՞նց ներսի անդամներ:

Ո՞րն է տարբերական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը:

Ինչպէ՞ս պէտք է գտնել տարբերական յարաբերութեան անյայտ անդամը:

Ի՞նչ յարաբերութեան ենք կոչվում անընդմիջվող:

Ինչպէ՞ս պէտք է գտնել անընդմիջվող յարաբերութեան ներսի անդամը:

Ի՞նչ է նշանակում գտնել մի քանի թուերի միջին թիւը:

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՆՈՐԱ ԳԼԽԱՒՈՐ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆԸ

62. Մենք արդէն գիտենք որ քանորդական յարաբերութիւն կոչում ենք երկու համեմատութեան հաւասարութեանը: Այդպէս օրինակ $20:4=30:6$, որովհետև $20:4=5$ և $30:6=5$. Յարաբերութիւն կազմելու համար հարկաւոր է չորս թիւ և այդ յարաբերութիւն կազմող թուերը կոչվում են յարաբերական թուեր:

Քանորդական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը այն է, որ դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին: Ապացուցանենք այդ բանը: Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է հետնորդ անդամին բազմապատկած քանորդի վերայ, ուրեմն մեր բերած օրինակում $20=4.5$

$$30=6.5$$

բազմապատկելով առաջին հաւասարութեան երկու կողմն էլ 6-ի վերայ, իսկ երկրորդինը 4-ի վերայ կ'ստանանք՝

$$20 \cdot 6 = 4 \cdot 5 \cdot 6$$
$$30 \cdot 4 = 6 \cdot 5 \cdot 4։$$

Այստեղ տեսնում ենք որ ինչպէս 20·6-ը, նոյնպէս և 30·4-ը հաւասար են միևնոյն թուերի արտադրեալին այն է 4·5·6-ին ուրեմն դոքա հաւասար են միմեանց այսինքն $20 \cdot 6 = 30 \cdot 4$

ցոյց տաք այդ բանը ընդհանրապէս։

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը Ա : Բ = Գ : Դ պէտք է ցոյց տանք, որ դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին։ Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է իւր հետնորդ անդամին բազմապատկած քանորդի վերայ։ Ուրեմն եթէ քանորդը նշանակենք օրինակ Ժ-ով, կարող ենք գրել

Ա = Բ.Ժ

Գ = Դ.Ժ

Առաջին հաւասարութեան երկու կողմն էլ բազմապատկելով Դ-ի վերայ, իսկ երկրորդինը Բ-ի վերայ կ'ստանանք՝

Ա.Դ = Բ.Ժ.Դ

Գ.Բ = Դ.Ժ.Բ

Համեմատելով այս նոր ստացած երկու հաւասարութիւնը՝ տեսնում ենք որ Ա.Դ = Բ.Ժ.Դ-ին և Գ.Բ = Բ.Ժ.Դ-ին, ուրեմն Ա.Դ = Գ.Բ այսինքն դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին ամենայն յարաբերութեան մէջ։

ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

63. Մենք կարող ենք քանորդական յարաբերութեան անդամները տեղափոխել, միայն այնպէս, որ դրսի և ներսի անդամների արտադրեալները միմեանց հաւասար մնան։ Այդ ժամանակը յարաբերութիւնը չի խանգարվիլ։ Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $8 : 4 = 6 : 3$; մենք կարող ենք

այդ յարաբերութեան մէջ իւրաքանչիւր անդամը երկու անգամ առաջին անդամ շինել և դորան համապատասխան տեղափոխել միւս անդամները այսպէս։

$$8 : 4 = 6 : 3$$
$$8 : 6 = 4 : 3$$
$$4 : 8 = 3 ; 6$$
$$4 : 3 = 8 : 6$$
$$6 : 8 = 3 : 4$$
$$6 : 3 = 8 : 4$$
$$3 : 4 = 6 : 8$$
$$3 : 6 = 4 : 8$$

Այսպիսով մենք կարող ենք իւրաքանչիւր յարաբերութիւն ներկայացնել 8 ձևով։

ՅԱՐԱԲԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ԿՐՃԱՏՈՒՄՆ

64. Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $40 : 10 = 8 : 2$;

Եթէ այդ յարաբերութեան առաջին և երրորդ անդամը բազմապատկենք որևիցէ թուի օրինակ 3-ի վերայ կ'ստանանք $120 : 10 = 24 : 2$

Եթէ նոյն յարաբերութեան երկրորդ և չորրորդ անդամը բազմապատկենք որևիցէ թուի օրինակի 2-ի վերայ կ'ստանանք՝ $40 : 20 = 8 : 4$

Եթէ առաջին և երրորդ անդամը բազմապատկենք օրինակ 3-ի վերայ և երկրորդը ու չորրորդը բաժանենք օրինակ 2-ի վերայ կ'ստանանք՝ $120 : 5 = 24 : 1$

Եթէ առաջին և երկրորդ անդամը բաժանենք օրինակ 5-ի վերայ, իսկ երրորդը և չորրորդը բազմապատկենք օրինակ 4-ի վերայ կ'ստանանք՝ $8 : 2 = 32 : 8$։

Մեր բոլոր ստացած յարաբերութեանց մէջ դրսի և ներսի անդամների արտադրեալները միմեանց հաւասար են, ուրեմն յարաբերութիւնները ուղիղ են։

Դորանից հետևում է որ կարելի է յարաբերութեան երկու նախորդ կամ երկու հետորդ անդամները բազմապատկել կամ բաժանել որևիցէ թուի վերայ, կամ կարելի է երկու նախորդ անդամը բազմապատկել որևիցէ թուի վերայ, իսկ երկու հետորդը բաժանել որևիցէ թուի վերայ. նոյնպէս կարելի է առաջին համեմատութեան երկու անդամն էլ բազմապատկել կամ բաժանել որևիցէ թուի վերայ, նոյնպէս երկրորդ համեմատութեան երկու անդամն էլ կարելի է բազմապատկել կամ բաժանել որևիցէ թուի վերայ։

Այդ հիման վերայ կարելի է յարաբերութեան խաչաձևաբար ներսի անդամը կրճատել խաչաձևաբար դրսի անդամի հետ։ Օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $120 : 60 = 180 : 90$ մենք կարող ենք դորան կրճատել բաժանելով նախորդ անդամները 60-ի վերայ, իսկ հետորդները 30-ի վերայ՝ կ'ստանանք $2 : 1 = 6 : 3$ կամ կարելի է առաջի համեմատութիւնը կրճատել 60-ի վերայ, իսկ երկրորդը 90-ի վերայ՝ կ'ստանանք $2 : 1 = 2 : 1$ և այլն։

Միւս օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $10^{7}/_{15} : 6^{44}/_{45} = 3 : 2$։ Մենք կարող ենք այդ յարաբերութեան կոտորակներից ազատվել. դորա համար կոտորակները կ'դարձնենք անկանոն կոտորակ, կ'ստանանք $^{157}/_{15} : ^{314}/_{45} = 3 : 2$, յետոյ կ'դարձնենք մի յայտարարի կ'ստանանք՝ $^{471}/_{45} : ^{314}/_{45} = 3 : 2$, ապա բազմապատկելով առաջին համեմատութեան անդամները 45-ի վերայ՝ կ'ստանանք $471 : 314 = 3 : 2$, ուր այլ ևս չկան կոտորակներ։

ԲԱՐԴ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

65. Բարդ յարաբերութիւններ կոչվում են այն յարաբերութիւնները, որոնք ստացվում են երկու կամ շատ յարաբերութիւններից որևիցէ գործողութեան միջնորդութեամբ։

Դիցուք ունենք հետևեալ միմեանց հաւասար յարաբերութիւնները՝ $18 : 6 = 12 : 4$

$21 : 7 = 6 : 2$

Եթէ դոցա համապատասխան անդամները գումարենք՝ կ'ստանանք դարձեալ ուղիղ յարաբերութիւն օրինակ $39 : 13 = 18 : 6$, որովհետև 6-ը 18-ումը պարունակվում է 3 անգամ և 7-ը 21 պարունակվում է նոյնպէս 3 անգամ, ուրեմն $6 + 7$ կ'պարունակվի $18 + 21$-ի մէջ դարձեալ 3 անգամ այսինքն $39 : 13 = 3$։ Նոյնպէս 4-ը պարունակվում է 12-ումը 3 անգամ և 2-ը պարունակվում է 6-ումը 3 անգամ. նշանակում է $4 + 2$ կ'պարունակվի $12 + 6$-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ այսինքն $18 : 6 = 3$։ Մեր ստացած երկու համեմատութեանց քանորդները միմեանց հաւասար են, ուրեմն կարող ենք դոցանից կազմել յարաբերութիւն $39 : 13 = 18 : 6$։

Ուրեմն եթէ մենք գումարենք երկու միմեանց հաւասար յարաբերութեանց համապատասխան անդամները, կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար կ'լինի առաջվայ յարաբերութեանց քանորդին։

Այժմ դիցուք ունենք մի քանի հաւասար յարաբերութիւններ օրինակ $14 : 7 = 4 : 2$

$12 : 6 = 10 : 5$

$18 : 9 = 16 : 8$

Գումարելով դոցա համապատասխան անդամները կ'ստանանք նոյնպէս յարաբերութիւն այսինքն՝ $14 + 12 + 18 : 7 + 6 + 9 = 4 + 10 + 16 : 2 + 5 + 8$։ Եթէ այդ ստացած յարաբերութեան ներսի անդամները տեղափոխենք՝ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը $14 + 12 + 18 : 4 + 10 + 16 = 7 + 6 + 9 : 2 + 5 + 8$։ Նախորդ անդամներին աւելացնելով իրեանց հետորդ անդամները՝ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը $14 + 12 + 18 + 4 + 10 + 16 : 4 + 10 + 16 = 7 + 6 + 9 + 2 + 5 + 8 : 2 + 5 + 8$։ Այդ յարաբերութեան մէջ կրկին տեղափոխելով ներսի անդամները կ'ստանանք $14 + 12 + 18 + 4 + 10 + 16 : 7 + 6 + 9 + 2 + 5 + 8 = 4 + 10 + 16 : 2 + 5 + 8$։ Բայց այս հա-

11

մեմատութեան $4+10+16:2+5+8$ քանորդը հաւասար է հետևեալ համեմատութեանց քանորդին այն է

$$4+10+16:2+5+8=\left\{\begin{array}{r}14:7\\4:2\\12:6\\10:5\\18:9\\16:8\end{array}\right.$$

Ուրեմն առաջին համեմատութեան փոխանակ կարող ենք գրել ամեն-մինը վերջին համեմատութիւններից և կ'ստանանք որ

$$14+12+18+4+10+16:7+6+9+2+5+8=\left\{\begin{array}{r}14:7\\4:2\\12:6\\10:5\\18:9\\16:8\end{array}\right.$$

Ուրեմն մի քանի հաւասար յարաբերութեանց բոլոր համեմատութեանց նախորդ անդամների գումարը կ'յարաբերի նոյնպէս բոլոր հետևորդ անդամների գումարին այնպէս, ինչպէս որևիցէ համեմատութեան նախորդ անդամներից մէկը իւր հետևորդ անդամին։

Դիցուք ունենք հետևեալ երկու հաւասար յարաբերութիւնները $60:20=18:6$
$30:10=6:2$

Եթէ այդ յարաբերութեանց համապատասխան անդամները դուրս գանք միմեանցից՝ կ'ստանանք հետևեալ համեմատութիւնները $30:10$ և $12:4$։

Առաջին համեմատութեան քանորդը միևնոյնն է, ինչ որ առաջ էր, որովհետև 20-ը պարունակվում է 60-ումը 3 անգամ, նոյնպէս 10-ը պարունակվում է 30-ումը 3 անգամ, նշանակում է 20—10 կ'պարունակվի 60—30-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ։ Այդպէս էլ կարելի է ցոյց տալ որ 6—2-ի կ'պարունակվի 18—6-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ, նշանակում է ստացած համեմատութիւնները կ'լինին միմեանց հաւասար և կ'կազմեն յարաբերութիւն՝ $30:10=12:4$։

Ուրեմն եթէ երկու հաւասար յարաբերութեանց համապատասխան անդամները միմեանցից հանենք կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար կ'լինի տուած յարաբերութեանց քանորդին։

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնները
$18:3=24:4$
$12:4=15:5$
բազմապատկելով դոցա համապատասխան անդամները կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը $18\times12:3\times4=24\times15:4\times5$։

Առաջին յարաբերութեան առաջին համեմատութեան նախորդ անդամը բազմապատկելով 12-ի վերայ՝ մենք քանորդը, որ է 6-ը, շատացրինք 12 անգամ, իսկ նոյն համեմատութեան երկրորդ անդամը բազմապատկելով 4-ի վերայ, մենք քանորդը 6-ը փոքրացրինք 4 անգամ։ Քանորդը առաջ շատացրինք 12 անգամ և ապա փոքրացրինք 4 անգամ, նշանակում է մենք նորան վերջնական կերպով շատացրինք 3 անգամ այսինքն քանորդը դարձաւ 6×3։ Բոլորովին այդպէս էլ կ'ապացուցանենք որ առաջին յարաբերութեան երկրորդ համեմատութեան նախորդ անդամը բազմապատկելով 15-ի վերայ, իսկ հետևորդը 5-ի վերայ, մենք քանորդը շատացնում ենք դարձեալ 3 անգամ այսինքն քանորդը դառնում է 6×3։

Այդպէս ուրեմն երկու համեմատութեանց քանորդները ևս հաւասար են տուած յարաբերութեանց քանորդների արտադրեալին, ուրեմն նոքա կ'կազմեն յարաբերութիւն՝ $18\times12:3\times4=24\times15:4\times5$ կամ $216:12=360:20$։

Ասածներից հետևում է որ երկու որևիցէ յարաբերութեանց համապատասխան անդամների բազմապատկելուց առաջանում է նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար է տուած յարաբերութեանց քանորդների արտադրեալին։

Դիցուք ունինք հետևեալ յարաբերութիւնները։

$$24 : 6 = 8 : 2$$
$$12 : 4 = 9 : 3$$
$$6 : 3 = 4 : 2$$

Բազմապատկելով առաջին երկու յարաբերութեանց համապատասխան անդամները՝ կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն $24 \times 12 : 6 \times 4 = 8 \times 9 : 2 \times 3$ որի քանորդը կ'լինի երկու յարաբերութեանց քանորդների արտադրեալը այսինքն 4×3-ը։ Այս նոր ստացած յարաբերութեան համապատասխան անդամները բազմապատկելով տուած երրորդ յարաբերութեան համապատասխան անդամների վերայ՝ կ'ստանանք դարձեալ նոր յարաբերութիւն $24 \times 12 \times 6 : 6 \times 4 \times 3 = 8 \times 9 \times 4 : 2 \times 3 \times 2$, որի քանորդը կ'լինի առաջվայ ստացած և երրորդ յարաբերութեան քանորդների արտադրեալը այն է 4×3-ը բազմապատկած 2-ի վերայ այսինքն $4 \times 3 \times 2$-ը։

Ուրեմն եթէ մի քանի յարաբերութեանց համապատասխան անդամները բազմապատկենք միմեանց վերայ, կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը կ'լինի բոլոր քանորդների արտադրեալը։

Դիցուք ունինք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$72 : 6 = 96 : 8$$
$$24 : 3 = 32 : 4$$

Բաժանելով դոցա համապատասխան անդամները միմեանց վերայ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը $^{72}/_{24} : {}^{6}/_{3} = {}^{96}/_{32} : {}^{8}/_{4}$ Առաջին յարաբերութեան առաջին համեմատութեան նախորդ անդամը 96-ը բաժանելով 24-ի վերայ՝ մենք դորա քանորդը փոքրացրինք 24 անգամ, իսկ նոյն համեմատութեան հետնորդ անդամը բաժանելով 3-ի վերայ՝ մենք քանորդը շատացրինք 3 անգամ։ Քանորդը փոքրացրինք 24 անգամ և դարձեալ շատացրինք 3 անգամ, նշանակում է վերջնական կերպով քանորդը փոքրացրինք 8 անգամ։ Նոյնպէս կարող ենք ցոյց տալ որ երկրորդ համեմատութեան նախորդ անդամը բաժանելով 32-ի վերայ՝ մենք քանորդը փոքրացնում

ենք 32 անգամ, իսկ հետնորդ անդամը բաժանելով 4-ի վերայ՝ մենք քանորդը շատացնում ենք 4 անգամ, ուրեմն վերջնական կերպով դորա քանորդը ևս շատանում է 8 անգամ։ Ուրեմն համեմատութեանց քանորդները հաւասար մնալով՝ կ'կազմեն յարաբերութիւն $^{72}/_{24} : {}^{6}/_{3} = {}^{96}/_{32} : {}^{8}/_{4}$ կամ $3 : 2 = 3 : 2$

Ուրեմն եթէ երկու յարաբերութեանց համապատասխան անդամները բաժանենք միմեանց վերայ՝ կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար կ'լինի նոցանց քանորդները միմեանց վերայ բաժանած։

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆՑ ՊԱՏԿԵՐԱՓՈԽՈՒԹԻՒՆԸ

66. Դիցուք ունինք հետևեալ յարաբերութիւնը $15 : 5 = 24 : 8$ Այդ յարաբերութիւնը կարող ենք գրել այսպէս $^{15}/_{5} = {}^{24}/_{8}$, եթէ այդ հաւասար կոտորակներից իւրաքանչիւրի վերայ աւելացնենք 1 կ'ստանանք հաւասար թուեր $^{15}/_{5} + 1 = {}^{24}/_{8} + 1$, մի յայտարարի բերելով կ'ստանանք դարձեալ հաւասար թուեր $\frac{15+5}{5} = \frac{24+8}{8}$, որ կարելի է գրել նոյնպէս հետևեալ կերպով $15+5 : 5 = 24+8 : 8$։

Դորանից հետևում է որ ամեն մի քանորդական յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան անդամների գումարը կ'յարաբերի իւր հետնորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարը կ'յարաբերի իւր հետնորդ անդամին։

Եթէ մենք առաջվայ ունեցած հաւասար կոտորակների իւրաքանչիւրից այն է $^{15}/_{5} = {}^{24}/_{8}$ դուրս գանք 1 դարձեալ կ'ստանանք հաւասար այսինքն $^{15}/_{5} - 1 = {}^{24}/_{8} - 1$, մի յայտարարի բերելով կ'ստանանք $\frac{15-5}{5} = \frac{24-8}{8}$, կարող ենք գրել և այսպէս $15-5 : 5 = 24-8 : 8$։

Ուրեմն կարող ենք ասել՝ ամեն մի քանորդական յարաբերութեան առաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը կ'յարաբերի իւր հետևորդ անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը իւր հետևորդ անդամին:

Մենք ստացանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$15 + 5 : 5 = 24 + 8 : 8$$

$$15 - 5 : 5 = 24 - 8 : 8$$

Եթէ դոցա ներսի անդամները տեղափոխենք՝ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝ $15+5 : 24+8 = 5 : 8$:

$$15-5 : 24-8 = 5 : 8$$

Այդ յարաբերութիւններից առաջինը ցոյց է տալիս որ իւրաքանչիւր յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան անդամների գումարը կ'յարաբերի երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարին այնպէս, ինչպէս նորանց հետևորդ անդամները միմեանց:

Երկրորդ յարաբերութիւնն էլ ցոյց է տալիս որ իւրաքանչիւր յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը յարաբերում է երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութեանը այնպէս, ինչպէս նորանց հետևորդ անդամները միմեանց:

Համեմատելով միմեանց հետ վերջի երկու յարաբերութիւնները տեսնում ենք, որ հետևեալ երկու համեմատութիւնները $15+5 : 24+8$ և $15-5 : 24-8$ հաւասար են միմեանց, հետևաբար նոցանից կարող ենք կազմել հետևեալ յարաբերութիւնը $15+5 : 24+8 = 15-5 : 24-8$:

Դորանից հետևում է որ յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան անդամների գումարը կ'յարաբերի երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարին այնպէս, ինչպէս առաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը՝ երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութեանը:

Եթէ վերջին յարաբերութեան ներսի անդամները տեղափոխենք՝ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը $15+5 : 15-5 = 24+8 : 24-8$: Ուրեմն յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան անդամների գումարը յարաբերում է իւրեանց տարբերութեանը այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարը իւրեանց տարբերութեանը:

Մենք ցոյց տուեցինք որ քանորդական յարաբերութեան դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին: Դորա հակառակ եթէ ունենք երկու միմեանց հաւասար արտադրեալ, կարելի է նոցանից կազմել յարաբերութիւն, մի արտադրեալը ընդունելով դրսի անդամների արտադրեալ, իսկ միւսը ներսի անդամների արտադրեալ:

Օրինակ դիցուք ունենք $18\cdot3 = 9\cdot6$, եթէ երկու միմեանց հաւասար թուերը $18\cdot3$-ը և $9\cdot6$-ը բաժանենք միևնոյն թուի օրինակ $6\cdot3$-ի վերայ՝ դարձեալ միմեանց հաւասար թուեր կ'ստանանք այսինքն ${}^{18\cdot3}/_{6\cdot3} = {}^{9\cdot6}/_{6\cdot3}$: Այդ միմեանց հաւասար կոտորակներից առաջինը կրճատելով 3-ի վերայ, իսկ երկրորդը 6-ի վերայ՝ կ'ստանանք ${}^{18}/_{6} = {}^{9}/_{3}$, որ կարող ենք գրել և այսպէս $18 : 6 = 9 : 3$:

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆՅԱՅՏ ԱՆԴԱՄԻ ԳՏՆԵԼԸ

67. Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $12 : 3 = 36 : X$, ուր դրսի անդամներից մինը անյայտ է: Դորան գտնելու համար մենք կ'ասենք դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին այսինքն $12\cdot X = 3\cdot36$: Եթէ որ 12 անգամ անյայտը հաւասար է $3\cdot36$-ին մի անյայտը հաւասար կ'լինի $3\cdot36$-ին բաժանած 12-ի վերայ այսինքն $X = {}^{3\cdot36}/_{12} = 9$: Դորանից հետևում է որ ամենայն քանորդական յարաբերութեան մէջ դրսի անդամներից մէկը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին՝ բաժանած միւս դրսի անդամի վերայ:

Այժմ դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը $21 : X = 18 : 6$, ուր ներսի անդամներից մինը անյայտ է, դորան գտնելու համար կ'ասենք. ներսի անդամների արտադրեալը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին այսինքն $18\cdot X = 21\cdot6$: Եթէ որ 18 անգամ անյայտը հաւասար է $21\cdot6$-ին, մի անյայտը հաւասար կ'լինի 216-ին, բաժանած 18-ի վերայ այսինքն $X = {}^{21\cdot16}/_{18} = 7$:

Ուրեմն համեմատական յարաբերութեան ներսի անդամներից մէկը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին՝ բաժանած միւս ներսի անդամի վերայ:

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ

68. Եթէ քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամները միմեանց հաւասար են, այն ժամանակը նա կոչվում է անընդմիջվող քանորդական յարաբերութիւն: Օրինակ 24 : 12 = 12 : 6:

Դիցուք թէ անընդմիջվող քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամը անյայտ է. օրինակ 18 : X = X : 2: Դորան գտանելու համար մենք կասենք՝ ներսի անդամների արտադրեալը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին այսինքն X.X = 18.2: Եթէ անյայտը իւր վերայ բազմապատկած հաւասար է 18.2 = 36, ուրեմն անյայտը գտնելու համար պէտք է գտնենք այնպիսի թիւ, որ իւր վերայ բազմապատկած հաւասար լինի 18.2 = 36-ին: Այդ թիւը կ'լինի 6-ը, որովհետև 6×6 = 36-ին: Ուրեմն անընդմիջվող քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամը գտնելու համար, պէտք է գտնել այնպիսի թիւ, որ իւր վերայ բազմապատկած հաւասար լինի դրսի անդամների արտադրեալին:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչին ենք ասում քանորդական յարաբերութիւն:

Ի՞նչ թուեր են կոչվում յարաբերական թուեր:

Ի՞նչ է քանորդական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը, ապացուցանել դորան:

Ի՞նչ տեղափոխութիւն կարելի է անել քանորդական յարաբերութեան անդամների մէջ:

Քանի՞ պատկեր կարող է ունենալ յարաբերութիւնը:

Ի՞նչպէս կարելի է կրճատել յարաբերութեան անդամները:

Ի՞նչպէս կարելի է ջնջել կոտորակները յարաբերութեան մէջ:

Ի՞նչ յարաբերութիւն է կոչվում բարդ յարաբերութիւն:

Ե՞րբ կարելի է յարաբերութիւնները գումարել միմեանց հետ կամ հանել միմեանցից:

Ի՞նչ յարաբերութեան համապատասխան անդամները կարող ենք միմեանց վերայ բազմապատկել կամ բաժանել:

Ի՞նչին է հաւասար բարդ յարաբերութեան քանորդը, որ ստանում ենք միքանի յարաբերութիւնների գումարելուց կամ հանելուց, բազմապատկելուց կամ բաժանելուց:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել քանորդական յարաբերութեան անյայտ անդամը:

ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆՆԵՐԸ

ԳԱՐԶ ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆ

69. Դիցուք տուած է վճռելու հետևեալ խնդիրը՝ 20 մշակը ամէնը ստանում են 180 մանէթ, քանի՞ մանէթ կ'ստանան 38 մշակը: Այս խնդրի մէջ անյայտ է 38 մշակի ստանալու փողը. դորան նշանակենք X-ով և խնդիրը գրենք հետևեալ կերպով 20 մշակը — 180 ման.

38 — — X —

Այդ խնդրի մէջ յայտնի են երեք թիւ՝ 20, 38 և 180, որոնցից երկուսը այն է՝ 20 և 38 նոյնտեսակ են, որովհետև երկուսն էլ ցոյց են տալի մարդկերանց թիւը, իսկ երրորդը այն է 180 մանէթը նոյնտեսակ է անյայտի հետ, որովհետև անյայտն էլ մանէթ է նշանակում: Բացի դորանից որքան մշակների թիւը շատ լինի, այնքան էլ նոցա ստացած վարձը շատ կ'լինի և դորա հակառակ, որքան մշակների ստանալի փողը շատ լինի, այնքան էլ նոցա թիւը պէտք է շատ լինի: Նշանակում է մշակների թիւը որքան անգամ շատանում է, այնքան անգամ էլ կամ համեմատաբար էլ շատանում է նոցա ստանալի փողը և ընդհակառակն: Ուրեմն եթէ 20 մշակը ստանում են 180 մանէթ, 38 մշակը այնքան անգամ աւելի կ'ստանան 180 մանէթից, որքան անգամ որ 38-ը շատ է 20-ից: Նշանակում է X-ը այնքան անգամ շատ պէտք է լինի 180-ից, որքան անգամ 38-ը շատ է 20-ից կամ X : 180=38 : 20։ Այդ տեղից $X={}^{180.38}/_{20}=342$ մանէթ։

Այդ խնդիրը մենք վճռեցինք յարաբերութեան միջնորդութեամբ. դորան կարելի է վճռել և առանց յարաբերութեան։ Դորա համար մենք կ'ասենք՝ եթէ 20 մշակը ստանում են 180 մանէթ. 1 մշակը կ'ստանայ դորանից 20 անգամ պակաս այսինքն ${}^{180}/_{20}$, իսկ 38 մշակը կ'ստանայ 1 մշակի ստացածից 38 անգամ աւելի այսինքն ${}^{180.38}/_{20}=342$ մանէթ։ Խնդրի այս վերջին տեսակ վճռելը կոչվում է միութեան վերածելու եղանակ։

Վերցնենք մի այլ օրինակ՝ 9 փութ իւղը արժէ 72 մանէթ, որքան կ'արժենայ 15 փութը։

9 փ. — 72 մ.

15 — X

Այս խնդրի մէջ ևս մեզ յայտնի են երեք թիւ, որոնցից երկուսը այն է 9 փութը և 15 փութը նոյնատեսակ են, իսկ երրորդը այն է 72-ը նոյնատեսակ է անյայտի հետ։ Բացի դորանից որքան աւելի իւղ առնենք, այնքան էլ աւելի պէտք է փող վճարել և ընդհակառակը։ Ուրեմն X-ը քանի անգամ շատ լինի 72 մանէթից, այնքան անգամ էլ 15-ը շատ պէտք է լինի 9-ից այսինքն X : 72=15 : 9

$X={}^{72.15}/_{9}=120$ մանէթ։

Մեր առաջվայ օրինակում մշակների թիւը աւելանալով այնքան անգամ էլ կամ դորան յարաբերական էլ աւելանում էր և նոցա վարձը։ Երկրորդ օրինակում փութերի թուի շատանալով, այնքան անգամ էլ կամ նորան յարաբերական էլ շատանում էր և նոցա գինը։ Այդ տեսակ յարաբերութիւնը կոչվում է ուղիղ յարաբերութիւն և մենք ասում ենք մշակների թիւը ուղիղ յարաբերական է նորանց ստացած վարձին և փութերի թիւը ուղիղ յարաբերական է նորանց գնին։

Բայց կան և այնպիսի խնդիրներ, որոնց մէջ մի թուի շատանալով, միւս թիւը այնքան անգամ փոքրանում է։ Այդպիսի յարաբերութիւնը կոչվում է հակադարձ յարաբերութիւն։

Օրինակ որքան լայն լինի մահուդը, այնքան փոքր արշին կերթայ շորի համար։ Որքան շատ լինի մշակների թիւը, այնքան քիչ ժամանակ է պէտք որոշեալ գործը աւարտելու համար։ Որքան շատ հաց տան զինուորներին, այնքան քիչ ժամանակ բաւական կ'լինի միևնոյն պաշարը և այլն։ Ուրեմն մահուդի լայնութիւնը հակադարձ յարաբերական է շորի համար գործ դնելի արշինների թուին. մշակների թիւը հակադարձ յարաբերական է գործը աւարտելու ժամանակին. զինուորներին տուած հացի քանակութիւնը հակադարձ յարաբերական է պաշարը վերջացնելու ժամանակին և այլն։ Լուծենք հետևեալ խնդիրը, որի միջի թուերը հակադարձ յարաբերական են միմեանց։

Պատրաստած պաշարը բաւական եղաւ 15 զինուորին 120 օր, քանի՞ օր բաւական կ'լինէր նոյն պաշարը 24 զինուորին։ 15 զին. — 120 օր.

24 — X

Եթէ պատրաստած պաշարը բաւական է 15 զինուորին 120 օր, նոյն պաշարը բաւական կ'լինի 24 զինուորին աւելի փոքր օր, այսինքն X-ը այնքան անգամ փոքր կ'լինի 120 օրից, որքան անգամ 15 զինուորը փոքր է 24 զինուորից կամ X : 120=15 : 24 Այդ տեղից $X={}^{120.15}/_{24}=75$ օր։ Այդ միևնոյն խնդիրը լուծենք միութեան վերածելու եղանակով։ Եթէ պատրաստած պաշարը բաւական է 15 զինուորին 120 օր, նոյն պաշարը բաւական կ'լինէր 1 զինուորին 15 անգամ աւելի օր այսինքն 120. 15 օր, իսկ 24 զինուորին բաւական կ'լինէր 24 անգամ պակաս օր, քան թէ մի զինուորին այսինքն ${}^{120.15}/_{24}=75$ օր.

15 զին. — 120 օր

1 — 120. 15 օր

24 զին. — ${}^{120.15}/_{24}=75$ օր։

Մեր բերած բոլոր օրինակներում մեզ յայտնի էր լինում երեք թիւ և մենք գտնում էինք նորանց յարաբերական չորրորդ թիւը. Այդ տեսակ խնդիրները պատկանում են պարզ երրորդական կանոնին, ուրեմն կարող ենք ասել, որ երրորդական կանոնը այնպիսի խնդիր է, որի միջնորդաբերական երեք յայտնի թուերով գտնում ենք նորանց չորրորդ յարաբերական թիւը: Ինչպէս վերը բերած օրինակներից տեսանք երրորդական կանոնի խնդիրները կարող ենք վճռել յարաբերութեան միջնորդութեամբ և միութեան վերածելու եղանակով:

Երրորդական կանոնի տուած խնդրից յարաբերութիւն կազմելու համար, պէտք է առաջ գրել այն համեմատութիւնը, որի առաջին անդամն է X-ը, իսկ երկրորդ անդամն է նոյնատեսակ թիւը, որ գրած է իւր գլխին: Երկրորդ համեմատութիւնը կազմելու համար, պէտք է տեսնել X-ը շատ է թէ փոքր է նոյնատեսակ թուից. եթէ X-ը շատ է նոյնատեսակ թուից, այն ժամանակը երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ պէտք է գրել մեծ թիւը և ընդհակառակն: Այսպէս օրինակ առաջին խնդրի մէջ մենք առաջ գրեցինք X-ը, յետոյ 180-ը, որ նոյնատեսակ է X-ի հետ՝ գործից յետոյ, որովհետև X-ը պէտք է շատ լինէր 180-ից, ուստի երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ գրեցինք մեծ թիւը, յետոյ փոքրը այսպէս 38 : 20;

Երրորդ խնդրի մէջ որովհետև X-ը փոքր պէտք է լինէր 120 օրից, այդ պատճառով էլ երկրորդ համեմատութեան մէջ մենք գրեցինք առաջ փոքր թիւը, յետոյ մեծը այսինքն 15 : 24;

Լուծենք հետևեալ խնդիրը՝ 240 ձիուն բաւական է պատրաստած խոտը 20 օր, քանի՞ ձի պէտք է լինի, որ նոյն խոտը բաւական լինի 32 օր:

240 ձի. — 20 օր.
X — 32

Այդ խնդիրը լուծելու համար առաջ կ'գրենք X-ը, յետոյ նորա գլխի թիւը այսպէս X : 240: Յետոյ կ'տեսնենք թէ արդեօք X-ը 240-ից շատ է թէ փոքր, որովհետև 32-օրը շատ է 20 օրից, նշանակում է այն խոտը 32 օր բաւական կ'լինի աւելի փոքր ձիաների համար, ուրեմն X-ը փոքր է 240-ից, ուստի պէտք է երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ գրել

փոքր թիւը, յետոյ մեծը այսինքն $X : 240 = 20 : 32$ կամ $X = {}^{240 \cdot 20}/_{32} = 150$ ձի:

Միևնոյն խնդիրը առանց յարաբերութեան վճռելու համար պէտք է վերածել նորան այն միութեանը, ուր անյայտ չ'կայ այսինքն պէտք է վերածել օրերի միութեանը: Եթէ պատրաստած խոտը բաւական է լինում 240 ձիուն 20 օր, նոյն խոտը 1 օրում կարող է բաւական լինել 20 անգամ աւելի ձիուն այսինքն 240.20 ձիուն, իսկ 32 օրում կարող է բաւական լինել 32 անգամ պակաս ձիուն, այսինքն ${}^{240 \cdot 20}/_{32} = 150$ ձ.

20 օր — 240 ձի
1 օր — 240.20 ձի
32 օր — ${}^{240 \cdot 20}/_{32} = 150$ ձի

Եթէ երրորդական կանոնի խնդիրների մէջ լինեն բարդ անուանական թուեր, պէտք է նախ քան խնդիրների վճռելը, նոցա դարձնել միատեսակ չափերի և յետոյ վճռել թէ յարաբերութեան միջնորդութեամբ և թէ միութեան վերածելով: Օրինակ մի խումբ մշակների համար պատրաստել էին 90 օրվայ պաշար, իւրաքանչիւրի համար օրէնը 1 գրվանքայ և 18 լոտ: Քանի՞ օր բաւական կ'լինի նոյն պաշարը, եթէ որ օրէնը ամենմէկին տան 1 գրվ. 28 լոտ: Այստեղ գրվանքաներն էլ դարձնելով լոտ՝ կ'ստանանք 50 լոտ: Յետոյ կ'գրենք՝

50 լոտ — 90 օր
60 լոտ — X
$X : 90 = 50 : 60$
$X = {}^{90 \cdot 50}/_{60} = 75$ օր:

Նոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան, այլ վերածելով լոտերի միութեանը: 50 լոտ — 90 օր
60 լոտ — X

Եթէ օրէնը ամեն-մի մարդին տալով 50 լոտ՝ պատրաստած պաշարը բաւական է լինում 90 օր, եթէ օրէնը ամեն-մի մարդին 1 լոտ տային, նոյն պաշարը բաւական կ'լինէր 50 անգամ աւելի օր այսինքն 90.50 օր, իսկ եթէ օրէնը ամեն-մի մարդին տային ոչ 1 լոտ, այլ 60 լոտ, այն ժամանակը նոյն պաշարը բաւական կ՚լինէր 60 անգամ պակաս օր այսինքն $^{90.50}/_{60}$=75 օր։

ԲԱՐԴ ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆ

70. Բարդ երրորդական կանոնին վերաբերում են այնպիսի խնդիրներ, որոնց վճռելու համար հարկաւոր է լինում մի-քանի յարաբերութիւն կազմել։ Օրինակ՝ 24 մշակ օրէնը բանելով 9 ժամ, 16 օրումը քարեցին մի քուչայ, որի երկարութիւնն էր 136 սաժէն և լայնութիւնը 18 արշին։ Ի՞նչ երկարութեան քուչայ կարող են քարել 30 մշակը 10 օրումը, օրէնը բանելով 10 ժամ, եթէ որ նորա լայնութիւնը լինի 25 արշին։ Նշանակելով քուչայի անյայտ երկարութիւնը X-ով, խնդիրը կ՚դասաւորենք այնպէս, որ նոյնատեսակ թուերը լինեն միմեանց տակ հետևեալ կերպով։

մշակ.		օր. ժամ.		օր		եր. սաժ.		լայ. արշ.
24	—	9	—	16	—	136	—	18
30	—	10	—	10	—	X	—	25

70. Այս խնդիրը վճռելու համար մենք դորան կ՚վերածենք մի-քանի պարզ երրորդական կանոնի խնդիրների. իսկ դորա համար պէտք է առժամանակ մի-քանի պայմաններ խնդրի մէջ ընդունել միմեանց հաւասար։ Օրինակ մեր բերած խնդրի մէջ կարող ենք ընդունել, որ ժամերի թիւը ինչպէս առաջին, նոյնպէս և երկրորդ դիպուածում 9 է, օրերի թիւը երկու դիպուածումն էլ 16 է, իսկ լայնութիւնը երկու դիպուածումն էլ 18 արշին է։ Այդ ժամանակ մեր խնդիրը կ՚ունենայ հետևեալ պարունակութիւնը՝ 24 մշակը միևնոյն ժամանակումը քարում են 136 սաժէն երկարութեան քուչայ, ի՞նչ երկարութեան քուչայ կարող են քարել 30 մշակը։ Այդ նոր պայմանում անյայտը նշանակելով Y-ով կ՚գրենք՝

24 մշակ — 136 սաժ.
30 — Y

Որովհետև 30 մշակը աւելի սաժէն կ՚քարեն քան թէ 24 մշակը, ուստի Y շատ կ՚լինի 136-ից այնքան անգամ, որքան անգամ, 30-ը շատ է 20-ից այսինքն Y : 136=30 : 24։

Այժմ մի այլ պայման մտցնենք խնդրի մէջ. մշակները Y սաժէն կ՚քարէին, եթէ որ օրէնը բանէին 9 ժամ, քանի՞ սաժէն կ՚քարէին նոքա, եթէ որ օրէնը բանէին 10 ժամ։ Նշանակելով անյայտը Z-ով՝ կ՚ստանանք՝ Y սաժ. — 9 ժամ.
Z — 10

Եթէ նոքա օրէնը աւելի ժամ բանեն, այն ժամանակը աւելի սաժէն կ՚քարեն, նշանակում է Z-ը շատ է Y-ից այնքան անգամ, որքան անգամ 10-ը շատ է 9-ից, այսինքն Z : Y=10 : 9։

Այժմ դարձեալ մի նոր պայման մտցնենք խնդրի մէջ այն է օրերի թիւը։ Z սաժէն քարում են 16 օրումը, քանի՞ սաժէն կ՚քարեն 10 օրումը։

Նշանակելով անյայտ սաժէնների թիւը T-ով՝ կ՚ստանանք

Z սաժ — 16 օր
T — 10

Քուչան 10 օրումը քարելով աւելի պակաս սաժէն կ՚շինեն, քան թէ 16 օրումը, ուստի T : Z=10 : 16։

Այժմ մտցնենք խնդրի մէջ վերջին պայմանը այն է քուչայի լայնութիւնը։ Եթէ քարում են T սաժէն քուչայ 18 արշին լայնութեան, քանի՞ սաժէն կ՚քարեն, եթէ քուչայի լայնութիւնը լինի 25 արշին։ Նշանակելով վերջնական անյայտը X-ով, կ՚ունենանք T սաժ. — 18 ար. լայ.

X — 25

Քանի որ քուչան լայն լինի, այնքան պակաս երկարութեան քուչայ կ՚քարեն, նշանակում է X-ը այնքան անգամ փոքր է T-ից, որքան անգամ 18-ը փոքր է 25-ից այսինքն X : T=18 : 25։

Այդպէս վարվելով մենք ստացանք հետևեալ յարաբերութիւնները $Y : 136 = 30 : 24$

$Z : Y = 10 : 9$

$T : Z = 10 : 16$

$X : T = 18 : 25$

Այդ յարաբերութիւնները միմեանց վերայ բազմապատկելով կստանանք՝

$Y.Z.T.X : 136.Y.Z.T = 30.10.10.18 : 24.9.16.25$։ Առաջին համեմատութիւնը կրճատելով $Y.Z.T$-ի վերայ՝ կստանանք՝ $X : 136 = 30.10.10.18 : 24.9.16.25$, իսկ այդ տեղից $X = {}^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16.25} = 85$ սաժէն։

Խնդրի վճիռը պէտք է գրաւորել հետևեալ կերպով։

մշակ	ժամ օրում	եր. սաժ.	լայ. արշ.
24 —	9 —	16 —	136 — 18
30 —	10 —	10 —	X — 25

24 մշակ — 136 սաժէն 30 — Y	$Y : 136 = 30 : 24$
Y սաժ. — 9 ժամ. Z — 10	$Z : Y = 10 : 9$
Z սաժ. — 16 օր T — 10	$T : Z = 10 : 16$
T սաժ. — 18 արշ. X — 25	$X : T = 18 : 25$

Նոյն խնդիրը վճռենք միութեան վերածելու եղանակով։

մշակ	օր. ժամ	օրում	եր. սաժ	լայ. սաժ
24 --	9 —	16 —	136 —	18
30 —	10 --	10 —	X —	25

Մենք կվճռենք այսպէս ասելով՝ եթէ 20 մշակը քաշում են 136 սաժէն. 1 մշակը կքաշի 24 անգամ պակաս այսինքն $^{136}/_{24}$ սաժէն, իսկ 30 մշակը կքաշի 1 մշակի քաշածից 30 անգամ աւելի այսինքն $^{136.30}/_{24}$ սաժէն։ Այդքան սաժէն կքաշէին, եթէ որ օրէնը բանէին 9 ժամ, իսկ եթէ օրէնը բանէին 1 ժամ, դորանից 9 անգամ պակաս կքաշէին այսինքն պէտք է $^{136.30}/_{24}$ սաժէնը փոքրացնել 9 անգամ և կլինի $^{136.30}/_{24.9}$ սաժ., իսկ եթէ օրէնը 10 ժամ բանէին, 10 անգամ դորանից աւելի կքաշէին այսինքն կքաշէին $^{136.30.10}/_{24.9}$ սաժէն։ Այդքան սաժէն կքաշէին, եթէ որ բանէին 16 օր, իսկ եթէ բանէին 1 օր, 16 անգամ դորանից պակաս կքաշէին այսինքն կքաշէին $^{136.30.10}/_{24.9.16}$ սաժէն, իսկ եթէ բանէին 10 օր. 10 անգամ դորանից աւելի կքաշէին այսինքն կքաշէին $^{136.30.10.10}/_{24.9.16}$ սաժէն։ Այդքան սաժէն կքաշէին, եթէ որ քուչայի լայնութիւնը լինէր 18 արշին, իսկ եթէ լինէր 1 արշին, այն ժամանակը 18 անգամ աւելի կքաշէին այսինքն կքաշէին $^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16}$ սաժէն, իսկ եթէ լայնութիւնը լինէր 25 արշին, այն ժամանակը 25 անգամ դորանից պակաս կքաշէին այսինքն կքաշէին $^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16.25}$ սաժէն։

Ուրեմն $X = {}^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16.25} = 85$ ս.

Մենք ստացանք նոյն թիւը, ինչ որ ստացանք յարաբերութեամբ վճռելու ժամանակ։ Բացի դորանից համեմատելով այդ երկու տեսակ վճիռները, տեսնում ենք որ բարդ երրորդական կանոնի խնդիրները աւելի հեշտութեամբ վճռվում են միութեան վերածելու եղանակով, քան թէ յարաբերութեան միջնորդութեամբ։

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ՝ 24 գրագիր, օրէնը պարապելով $5^1/_4$ ժամ, 8 օրումը գրեցին $25^2/_3$ դաստայ թուղթ՝ ամէն-մի երեսումը մոցնելով 32 տող։ Քանի՞ օրումը 18 գրագիրը, օրէնը պարապելով 8 ժամ, կարող են գրել 14 դաստայ թուղթ, եթէ որ ամէն-մի երեսումը մոցնեն 24 տող։

Նախ քան խնդրի վճռելը աւելի յարմար է նորա մէջ եղած խառը թուերը դարձնել անկանոն կոտորակ, ուրեմն կունենանք՝

գրագ. ժամ օր գաս. տող

$$24 - {}^{21}/_{4} - 8 - {}^{77}/_{3} - 32$$
$$18 - 8 - X - 44 - 24$$

Վճռենք խնդիրն առաջ յարաբերութեան միջնորդութեամբ:

8 օր — 24 գրագ. Y — 18	$Y : 8 = 24 : 18$
Y օր — $^{21}/_{4}$ ժամ Z — 8	$Z : Y = {}^{21}/_{4} : 8$
Z օր — $^{77}/_{3}$ գաս. T — 44	$T : Z = 44 : {}^{77}/_{3}$
T օր — 32 տող X — 24	$X : T = 24 : 32$

Բազմապատկենք միմեանց վերայ ստացած յարաբերութիւնները կ'ստանանք՝
$Y.Z.T.X : 8.Y.Z.T = 24.{}^{21}/_{4}.44.24 : 18.8.{}^{77}/_{3}.32$; կրճատենք առաջին համեմատութիւնը Y.Z.T-ի վերայ կ'ստանանք՝ $X : 8 = {}^{24.21.44.24}/_{4} : {}^{18.8.77.32}/_{3}$, իսկ $X = {}^{8.24.21.44.24.3}/_{4.18.8.77.32} = 9$ օր:

Այժմ խնդիրը վճռենք միութեան վերածելու եղանակով: Դորա համար կասենք՝ եթէ որ 24 գրագիրը գրել աւարտում են 8 օրում, 1 գրագիրը կ'աւարտի 24 անգամ աւելի օրում այսինքն 8.24 օրում, իսկ 18 գրագիրը կ'աւարտեն 18 անգամ պակաս օրում այսինքն $^{8.24}/_{18}$ օրում: Այդքան օրում կ'աւարտէին, եթէ որ օրէնը պարապէին $^{21}/_{4}$ ժամ, իսկ եթէ որ օրէնը պարապէին 1 ժամ, կ'աւարտէին $^{21}/_{4}$ անգամ աւելի օրում այսինքն $^{8.24.21}/_{18.4}$ օրում, իսկ եթէ օրէնը պարապէին 8 ժամ, կ'աւարտէին 8 անգամ պակաս օրում այսինքն $^{8.24.21}/_{18.4.8}$ օրում: Այդքան օրում կ'աւարտէին, եթէ որ լինէր $^{77}/_{3}$ գաստայ թուղթ, իսկ եթէ լինէր 1 գաստայ, կ'աւարտէին $^{77}/_{3}$ անգամ պակաս օրում այսինքն $^{8.24.21.3}/_{18.4.8.77}$ օր, իսկ եթէ լինէր 44 գաստայ, կ'աւարտէին 44 անգամ աւելի օրում այսինքն $^{8.24.21.3.44}/_{18.4.8.77}$ օրում:

Այդքան օրում կ'աւարտէին եթէ ամէն-մի երեսում

մտցնէին 32 տող, իսկ եթէ մտցնէին 1 տող, կ'աւարտէին 32 անգամ պակաս օրում այսինքն $^{8.24.21.3.44}/_{18.4.8.77.32}$ օրում, իսկ եթէ ամէն-մի երեսում մտցնէին 24 տող, կ'աւարտէին 24 անգամ աւելի օրում այսինքն $^{8.24.21.3.44.24}/_{18.4.8.77.32} =$ 9 օրում:

ՏՈԿՈՍՆԵՐԻ ԿԱՆՈՆ:

71. Այն փողը, որ շահով տալիս են կամ գործ են դնում առուտուրի և այլ ձեռնարկութեանց մէջ, կոչվում է դրամագլուխ. 100 մանէթի 1 տարվայ շահը կամ օգուտը, կոչվում է տոկոս և գրվում է այսպէս %: Բոլոր ժամանակվայ ստացած բոլոր օգուտը կոչվում է շահ: Այն մարդը, որ փող է պարտք տալի, կոչվում է պարտատէր: Այն մարդը, որ պարտք է վերցնում, կոչվում է պարտապան: Եթէ ումեիցէ դրամագլուխ տուած է շահով դիցուք 5%-ով (տոկոսով), նշանակում է այդ դրամագլխի իւրաքանչիւր 100 մանէթը տարէնը բերում է 5 մանէթ շահ: Եթէ դրամագլուխը տուած է 5%-ով 2 տարի ժամանակով և 100 մանէթը երկու տարում բերում է 10 մանէթ շահ, երեք տարում բերում է 15 մանէթ շահ և այլն, այդ ժամանակը ասում են փողը տուած է պարզ տոկոսով: Իսկ եթէ 100 մանէթը առաջին տարին բերում է 5 մանէթ շահ և շահը մնում է պարտապանի մօտ և նա հետեւեալ տարին պէտք է տայ 105 մանէթի շահը և այլն, այսինքն նա իւրաքանչիւր հետեւեալ տարին պարտական է լինում վճարելու նոյնպէս և շահի շահը, այդ ժամանակը ասում են փողը տուած է բարդ տոկոսով:

Այդպէս ուրեմն երբ ստացվում է միայն դրամագլխի շահը, դա կոչվում է պարզ տոկոս, իսկ երբ ստացվում է դրամագլուխ և նորա շահի շահը, դա կոչվում է բարդ տոկոս:

ՊԱՐԶ ՏՈԿՈՍԻՔԸ

72. Տոկոսների խնդիրների մէջ մտնում են դրամագլուխը, տոկոսիքը, շահը և ժամանակը, երբ դոցանից որևիցէ երեքը մեզ յայտնի է լինում, մենք գտնում ենք չորրորդ անյայտը:

Պարզ տոկոսների խնդիրները շատ հեշտութեամբ վճռւում են պարզ և բարդ երրորդական կանոնով: Օրինակ՝ վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է շահը: Վաճառականը 7500 մանէթ առեց 5%-ով: Նա որքան շահ կ'ստանայ մի տարումը: Այդ հարցը վճռելու համար կ'ասենք՝ եթէ

100 մանէթը բերում է 5 մանէթ
7500 մանէթը — X

X : 5=7500 : 100, այդտեղից $X=\frac{5\cdot7500}{100}=375$ մանէթ:

Նոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան:

100 մանէթից ստացւում է — 5 մանէթ
1 մանէթից կ'ստացվի — $\frac{5}{100}$ մանէթ
7500 մանէթից կ'ստացվի — $\frac{5\cdot7500}{100}=375$ մանէթ:

Այդ օրինակից երևում է որ, եթէ կամենում ենք իմանալ թէ որևիցէ դրամագլուխ տարէնը որքան շահ է բերում, պէտք է դրամագլուխը բազմապատկել տոկոսիքի վերայ և ստացած արտադրեալը բաժանել 100-ի վերայ:

Այսպէս օրինակ 8400 մանէթը 6%-ով տարէնը կ'բերի $\frac{8400.6}{100}=504$ մանէթ:

Պարզ հասկանալի է որ եթէ խնդրում են գտնել ոչ 1 տարւայ, այլ մի քանի տարւայ շահը, պէտք է 1 տարւայ շահը բազմապատկել տարիների թուի վերայ:

Օրինակ 18600 մանէթի 8 տարւայ շահը 5%-ով կ'լինի $\frac{18600.5\cdot8}{100}=7440$ մանէթ:

Վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է դրամագլուխը: Որքան դրամագլուխ պէտք է լինի, որ 6%-ով տարէնը բերի 240 մանէթ շահ: Մենք դորան կ'գրենք այսպէս

եթէ 100 մանէթը բերում է 6 մանէթ
X — 240

Այդտեղից X : 100=240 : 6, իսկ $X=\frac{100\cdot240}{6}=4000$ մանէթ: Այդ խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան: Դորա համար կասենք՝

եթէ 6 մանէթը ստացւում է 100 մանէթից
1 մանէթը կ'ստացվի — $\frac{100}{6}$ մանէթից
իսկ 240 մանէթը կ'ստացվի — $\frac{100.240}{6}$ մանէթից:

Վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է տոկոսիքը: 8600 մանէթը քանի %-ով պէտք է տալ, որ տարէնը ստանանք 344 մանէթ շահ: Դորան վճռելու համար կասենք

եթէ 8600 մանէթից ստացվում է 344 մանէթ
100 մանէթից — X

Կստանանք X : 344=100 : 8600, այդտեղից
$X=\frac{344\cdot100}{8600}=4\%$

Այժմ վերցնենք այնպիսի խնդիր, որ վճռվում է բարդ երրորդական կանոնով և դիցուք դորա մէջը անյայտ է ժամանակը: Քանի՞ տարումը 56000 մանէթը 5%-ով կ'բերի 8400 մանէթ շահ:

Եթէ 100 մանէթը — 1 տար. — 5 մանէթ շահ.
56000 մանէթը — X — 8400 մանէթ

100 մանէթը — 1 տար. 56000 — y	y : 1=100 : 56000
y տար. — 5 մանէթ. X — 8400	X : y=8400 : 5

y.X : 1.y=8400·100 : 56000·5; կրճատելով առաջին համեմատութիւնը y-ի վերայ՝ կ'ստանանք՝ $X=\frac{8400.100}{56000\cdot5}=3$ տարի:

Միևնոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան: Դորա համար կասենք՝ եթէ 100 մանէթը 5 մանէթ շահը բերում է 1 տարումը, 1 մանէթը նոյն շահը կ'բերի 100 անգամ աւելի տարումը այսինքն 1.100 տարումը, իսկ 56000 մանէթը նոյն շահը կ'բերի 56000 անգամ պակաս տարումը այսինքն $^{1\cdot100}/_{56000}$ տարումը։ Այդքան տարումը կ'բերի 5 մանէթ շահ, 1 մանէթ շահ կ'բերի 5 անգամ պակաս տարումը այսինքն $^{1\cdot100}/_{5600\cdot5}$ տարումը, իսկ 8400 մանէթ շահ կ'բերի 8400 անգամ աւելի տարումը այսինքն $^{1\cdot100\cdot8400}/_{5600\cdot5}=3$ տարի։

ԲԱՐԴ ՏՈԿՈՍՆԵՐԸ

73. Ինչպէս մեզ յայտնի է բարդ տոկոսներ կոչվում են այն տոկոսները, ուր բացի դրամագլխի շահը, ստանում են նոյնպէս և շահի շահը։ Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է հաշուել բարդ տոկոսները։ Դիցուք պահանջվում են իմանալ թէ 4800 մանէթը 5%-ով 3 տարումը որքան կ'դառնայ իւր շահովը միասին։ Մենք առաջ կ'իմանանք թէ նա որքան կ'դառնայ 1 տարուց յետոյ։

Եթէ 100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը կ'դառնայ $^{105}/_{100}$ մանէթ

4800 մանէթը — $^{105\cdot4800}/_{100}=5040$ մանէթ։

Ուրեմն 4800 մանէթը 1 տարուց յետոյ դառնում է 5040 մանէթ։ Իմանալու համար թէ որքան կ'դառնայ 4800 մանէթը 2 տարուց յետոյ, պէտք է իմանանք թէ որքան կ'դառնայ 5040 մանէթը 1 տարուցը յետոյ։ Այդ իմանալու համար կ'ասենք՝

100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը $^{105}/_{100}$ մանէթ

5040 մանէթը — $^{105\cdot5040}/_{100}=5292$ մանէթ։

Այժմ տեսնենք որքան կ'դառնայ 5292 մանէթը 1 տարուց յետոյ. Դորա համար կ'ասենք՝

100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը — $^{105}/_{100}$ մանէթ

5292 մանէթը — $^{105\cdot5292}/_{100}=5556$ ման. 60 կոպ։

Այսպէս ուրեմն 4800 մանէթը 3 տարումը իւր շահովը և շահի շահովը միասին կ'դառնայ 5556 մանէթ 60 կոպէկ։

Եթէ կամենանք իմանալ թէ որևիցէ դրամագլուխ որքան կ'դառնայ իւր շահով միասին աւելի շատ տարիների ընթացքում, պէտք է վարվել դարձեալ այդպէս, միայն որովհետև կարող ենք ստանալ բացի ամբողջ մանէթից և կոպէկը նոյնպէս և կոպէկի մասներ, այդ պատճառով աւելի յարմար է բաւականանալ կոպէկների միայն տասնորդական կամ հարիւրերորդական կոտորներով, իսկ աւելի փոքր կոտորները թողել առանց ուշադրութեան, որ հաշուարարութիւնը շատ չ'բարդվի 'ի զուր տեղը։

Պէտք է նկատել, որ բարդ տոկոսների այդ տեսակ հաշուելը ներկայացնում է բաւականին անյարմարութիւն իւր երկար հաշուարարութեան պատճառով, դա աւելի յարմարութեամբ վճռվում է ալջեբրայով։

ՄՈՒՐՀԱԿՆԵՐԻ ՋԵՂՋՄԱՆ ԿԱՆՈՆԸ

74. Եթէ պարտապանը փող է պարտք վերցնում պարտատիրոջից որոշեալ տոկոսիքով, նա քանի ժամանակով որ փողը վերցնում է այդ բոլոր ժամանակի շահն էլ գալիս է փողի վերան և թուղթ է տալի, որ պարտական է որոշեալ ժամանակից յետոյ վճարել իւր պարտատիրոջը այդ գումարը այսինքն առացած փողը իւր այդքան ժամանակվայ շահովը միասին։ Այդ տեսակ թուղթը կոչվում է մուրհակ։ Այսպէս օրինակ դիցուք պարտապանը 4000 մանէթի մուրհակ է տուել իւր պարտատիրոջը, որ վճարի նորան 8 ամսից յետոյ։ Նշանակում է պարտատէրը տուել է պարտապանին 4000 մանէթից պակաս և նա 8 ամսվայ շահովը միասին դարձել է 4000 մանէթ. ուրեմն պարտատէրը իրաւունք ունի այդ 4000 մանէթը ստանալու միայն 8 ամսից յետոյ, իսկ եթէ պատահի որ պարտապանը կամենայ վճարել իւր ժամանակից օրինակ 3 ամիս առաջ, այն ժամանակը նա պէտք է մուրհակի գնիցը դուրս գայ 3 ամսեայ շահը և մնացածը վճարի: Այդ նշանակում է հաշւել զեղչով:

Այսպէս ուրեմն մուրհակի հաշվելու կանոնը բոլորովին հակառակ է տոկոսների կանոնին: Տոկոսների մէջ 100 մանէթը օրինակ $5^0/_0$-ով 1 տարումը դառնում է 105 մանէթ, իսկ մուրհակների մէջ ընդհակառակը, եթէ մուրհակի փողը 1 տարի ժամանակից առաջ են վճարում, պէտք է 105 մանէթիցը դուրս գալ 1 տարվայ 5 մանէթ շահը և տանել միայն 100 մանէթ: Այսպէս օրինակ գիցուք պէտք է հաշուել հետևեալ մուրհակը: Վաճառականը մուրհակով պարտ էր մէկին 7200 մանէթ $6^0/_0$-ով: Նա այդ փողը կամենում է վճարել ժամանակից 4 ամիս առաջ: Նա որքան պէտք է վճարի:

Այդ հարցը վճռելու համար առաջ կ'գտնենք 4 ամսեայ տոկոսիքը: Դորա համար կ'ասենք 12 ամս — $6^0/_0$

1 ամս — $^6/_{12}$

4 ամս — $^{6.4}/_{12}=2^0/_0$

Նշանակում է իւրաքանչիւր

102 մանէթից պէտք է դուրս գալ 2 մանէթ

1 մանէթից — $^2/_{102}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթից — $^{2.7200}/_{102}$=համարեա 141 մ. 17 կ:

Ուրեմն պարտապանը պէտք է վճարի ոչ 7200 մանէթ, այլ դորանից դուրս եկած 141 մանէթ 17 կոպ. այսինքն $7200-141{,}17=7058$ մանէթ 83 կոպ: Մենք հաշուեցինք և գտանք թէ որքան պէտք է դուրս գալ մուրհակի փողից: Բայց կարելի է և ուղիղ հաշվել, թէ որքան պէտք է վճարել մուրհակով: Դորա համար կասենք՝

եթէ 102 մանէթը դառնում է 100 մանէթ

1 մանէթը — $^{100}/_{102}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթը — $^{100.7200}/_{102}$=համարեա 7058 մ. 83 կ:

Մուրհակները այդ եղանակով հաշուելը թէպէտ աւելի

ճիշդ է, այդ պատճառով էլ կոչւում է մաթեմատիկական զեղչում, բայց չէ գործ դրվում կեանքի մէջ. այլ գործ է դրվում այլ եղանակը, որ կոչվում է առեւտրական զեղչում:

Մաթեմատիքական զեղչման եղանակով մենք 102 մանէթից դուրս էինք գալի 2 մանէթ, իսկ առեւտրական զեղչումով 100 մանէթիցն են դուրս գալի 2 մանէթ, այնպէս որ դուրս եկածը աւելի շատ է լինում և մուրհակով ստացած փողը աւելի պակաս է լինում: Այսպէս օրինակ

100 մանէթիցը դուրս են գալի 2 մանէթ

1 մանէթիցը — $^2/_{100}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթիցը — $^{2.7200}/_{100}=144$ մանէթ:

Ուրեմն մուրհակով չեն վճարում 7058 մանէթ 83 կոպէկ, այլ վճարում են $7200-144=7056$ մանէթ:

Մուրհակների հաշուելուն վերաբերեալ խնդիրները վճռվում են նոյնպէս յարաբերութեան միջնորդութեամբ: Օրինակներ՝ Վաճառականը մուրհակով փող էր պարտ. Նա այդ պարտքումը ժամանակից 8 ամիս առաջ վճարեց ընդամենը 6293 մանէթ հաշուելով $5^0/_0$-ով: Որքան էր մուրհակի փողը:

Այդ հարցը վճռելու համար կ'գտնենք 8 ամսեայ տոկոսիքը, որ կ'անի $^{5.8}/_{12}=3^1/_3{}^0/_0$: Յետոյ կ'ասենք եթէ 100 մանէթի փոխանակ ստացվում է $96^2/_3$ մանէթ, որքան փողի տեղն է ստացվել 6293 մանէթը: Խաչ թիւը գործածելով կարճ կ'ստանանք՝

100 մանէթը — $^{290}/_3$ մանէթ | $X : 100=6293 : {}^{290}/_3$

X — 6293 մանէթ | $X=^{6293.100.3}/_{290}=6510$ մանէթ:

Վճռենք մի այլ օրինակ ուր անյայտ է ժամանակը: Որքան ժամանակ առաջ է վճարած 7434 մանէթի մուրհակի փողը, եթէ որ $7^0/_0$ զեղչելով վճարեցին ընդամենը 7231,63 մանէթ: Նշանակում է մուրհակի գումարից դուրս է եկած $7434-7231{,}63=202{,}37$ մանէթ:

Ուրեմն 100 մանէթից դուրս են գալի 7 մանէթ — 12 ամսումը

7434 մանէթից — 202,37 մանէթ — X

100 — 12 ամս. | $Y : 12 = 100 : 7434$
7434 — Y
Y ամս. — 7 մանէթ | $X : Y = 202,37 : 7$
X — $202,37$ մանէթ

$$Y.X : 12.Y = 202,37.100 : 7434.7$$

Կրճատելով առաջին համեմատութիւնը Y-ի վերայ՝ կ'ստանանք

$$X = \frac{12 \cdot 202 \cdot 37 \cdot 100}{7434 \cdot 7} = 4 \text{ ամիս } 20 \text{ օր։}$$

Այժմ վճռենք մի ուրիշ օրինակ, ուր անյայտը լինի տոկոսիքը։ Մի մարդ տուն առաւ և 56000 մանէթի մուրհակ տուեց, այն պայմանով որ 1 տարուց յետոյ փողը վճարի, բայց նա փողը վճարեց ժամանակիցը $5^1/_2$ ամիս առաջ՝ դուրս գալով 1540 մանէթ։ Նա քանի՞ $^0/_0$ էր զեղչել։

Այդ խնդիրը վճռելու համար կասենք՝

56000 մանէթը — $5^1/_2$ ամս. բերում է 1540 մանէթ
100 մանէթը — 12 — Y

56000 — 1540 | $Y : 1540 = 100 : 56000$
100 — Y
Y — $^{11}/_2$ ամս. | $X : Y = 12 : {}^{11}/_2$
X — 12 ամս.

$$Y.X : 1540.Y = 100.12 : 56000.{}^{11}/_2$$

կրճատելով Y-ի վերայ կստանանք՝ $X = \frac{1540.100.12.2}{56000 \cdot 11} = 6^0/_0$

Մուրհակների մասին պէտք է նկատել, որ օրէնքով պարտապանին 10 օր էլ ժամանակիցը աւելորդ միջոց է գրվում փողը վճարելու համար։ Բացի դորանից մուրհակները հաշուելիս ամիսը համարում են 30 օր, իսկ տարին 360 օր։

ՕՂԱԿԱՁ ԿԱՆՈՆ

75. Շատ անգամ հարկաւոր է լինում մի տէրութեան մէջ գործածելի չափերը դարձնել միւս տէրութեան մէջ գործածելի չափերի։ Այդ բանը շատ հեշտութեամբ կատարվում է մի ա-

ռանձին նշանակով, որ կոչվում է շղթայի կանոն։ Բացատրենք դորան օրինակով։

Քանի՞ մանէթ պէտք է վճարել 2250 ֆրանկի փոխանակ, եթէ որ 96 ֆրանկը հաւասար է 78 շիլինգին, 52 շիլինգը հաւասար է 32 ֆլորինին, 150 ֆլորինը հաւասար է 27 դուկատին, իսկ 105 դուկատը հաւասար է 301 մանէթին։

Այս խնդրի մէջ անյայտ մանէթների թիւը նշանակենք X-ով և տուած թուերը դասաւորենք հետևեալ կերպով.

X մանէթը — 2250 ֆրանկին
96 ֆրան. 78 շիլինգին
52 շիլինգ 32 ֆլորինին
150 ֆլորինը $= 27$ դուկատին
105 դուկատը $= 301$ մանէթին

Այս կ'ասենք եթէ 105 դուկատը $= 301$ մանէթին.
1 դուկատը $\frac{301}{205}$ մանէթին.
իսկ 27 դուկատը $= \frac{301 \cdot 27}{105}$ մանէթին։
Բայց մենք գիտենք որ 27 դուկատը $= 150$ ֆլորինին, ուրեմն
150 ֆլորինը $= \frac{301.27}{105}$ մանէթին.
1 ֆլորինը $= \frac{301.27}{105 \cdot 150}$ մանէթին.
իսկ 32 ֆլորինը $= \frac{301.27.32}{105 \cdot 150}$ մանէթին։
Բայց մենք գիտենք որ 32 ֆլորինը $= 52$ շիլինգին, ուրեմն
52 շիլինգը $= \frac{301.27.32}{105 \cdot 150}$ մանէթին.
1 շիլինգը $= \frac{301 \cdot 27 \cdot 32}{105 \cdot 150 \cdot 52}$ մանէթին.
իսկ 78 շիլինգը $= \frac{301 \cdot 27 \cdot 32 \cdot 78}{105 \cdot 150 \cdot 52}$ մանէթին։
Մենք գիտենք որ 78 շիլինգը $= 96$ ֆրանկին, ուրեմն
96 ֆրանկը $= \frac{301 \cdot 27 \cdot 32 \cdot 78}{105 \cdot 150 \cdot 52}$ մանէթին.
1 ֆրանկը $\frac{301 \cdot 27 \cdot 32 \; 78}{105 \cdot 150 \cdot 52 \cdot 96}$ մանէթին.
իսկ 2250 ֆրանկը $\frac{301 \cdot 27 \cdot 32 \cdot 78 \cdot 2250}{105 \cdot 150 \cdot 52 \cdot 96}$ մանէթին.
Ուրեմն $X = \frac{301 \cdot 27 \cdot 32 \cdot 78 \cdot 2250}{105 \cdot 150 \cdot 52 \cdot 96} = 580.5$ մանէթ.

Մենք տեսնում ենք որ X-ը հաւասար է մեր վերը դասաւորած աջակողմեան թուերի արտադրեալին՝ բաժանած ձախակողմեան թուերի արտադրեալի վերայ։

Ուրեմն օղակապ կանոնին վերաբերեալ խնդիրները լուծելու համար պէտք է առաջ տուած թուերը դասաւորել հետեւեալ կերպով, այն է պէտք է նշանակել անյայտը որեւիցէ տառով օրինակ X-ով. յետոյ նորա աջ կողմը գրել այն թիւը, որին նա պէտք է հաւասար լինի տուած խնդրի մտքին համեմատ. այդ հաւասարութեան տակը պէտք է գրել միւս հաւասարութիւն, այնպէս որ դա սկսվի այն համանուն թւով, որով առաջի հաւասարութիւնը վերջանում էր. յետոյ պէտք է դորա տակը գրել երրորդ հաւասարութիւն, այնպէս որ դա սկսվի այն համանուն թւով, որով վերջանում էր երկրորդը եւ այլն: Դորանից յետոյ պէտք է բոլոր աջակողմեան թուերը բազմապատկել եւ ստացած արտադրեալը բաժանել ձախակողմեան թուերի արտադրեալի վերայ:

Այդ կանոնով վճռենք հետեւեալ խնդիրը: Քանի՞ ռուսական գրվանքայ է անում 48,5 կիլոգրամմը, եթէ որ անգլիական 1,2 տոննը հաւասար է 21,78 ցենտներին; 4755,9 տաճկական օկան հաւասար է 6 անգլիական տոննին; 4,5 ցենտները հաւասար է 615,33 ռուսական գրվանքին, իսկ 3,612 կիլոգրամմը հաւասար է 2,8 տաճկական օկային: Մենք տուած թուերը կ'դասաւորենք այնպէս, ինչպէս ասացինք եւ կ'ստանանք՝

X գրվ.	=	48,5 կիլոգրամ.
3,612 կիլոգ.	=	2,8 օկային
4755,9 օկան	=	6 տոննին
1,2 տոննը	=	21,78 ցենտներին
4,5 ցենտները	=	615,33 գրվանքին

$$X = \frac{48,5 \times 2,8 \times 6 \times 21,78 \times 615,33}{3,612 \times 4755,9 \times 1,2 \times 4,5} = 1177,17\ldots$$ գր. մօտաւ:

ԸՆԿԵՐՈՒԹԵԱՆ ԿԱՆՈՆ

76. Ընկերութեան կանոնին վերաբերում են այնպիսի խնդիրներ, ուր պէտք է լինում տուած թիւը բաժանել համեմատ

միւս տուած թուերին: Օրինակ երեք վաճառական միասին փող վեր եկան եւ առեւտուր արին. Նոցանից առաջինը վեր եկաւ 3520 մանէթ, երկրորդը վեր եկաւ 5670 մանէթ, երրորդը վեր եկաւ 4960 մանէթ: Առեւտուրի մէջ նոքա աշխատեցին 8490 մանէթ: Ամեն-մի վաճառականին որքան ընկաւ այդ աշխատանքից:

Ի հարկէ այդ աշխատանքը պէտք է բաժանել վեր եկած փողերին համեմատ, ով շատ փող է վեր եկել, նա աշխատանք շատ կ'ստանայ. ով փոքր է վեր եկել, փոքր կ'ստանայ: Այդ հարցը վճռելու համար բոլոր վեր եկած փողերը կ'գումարենք, կ'ստանանք $3520+5670+4960 = 14150$ մանէթ: Յետոյ կ'ասենք իւրաքանչիւրի ստացած աշխատանքը այնքան անգամ փոքր կ'լինի բոլոր աշխատանքից, որքան անգամ իւրաքանչիւրի փողը փոքր է բոլոր փողից: Առաջինի աշխատանքը նշանակենք — X, երկրորդինը — Y, երրորդինը — Z կ'ստանանք հետեւեալ յարաբերութիւնները:

$X : 8490 = 3520 : 14150 \quad X = 8490 \cdot 3520 / 14150 = 2112$ մանէթ.
$Y : 8490 = 5670 : 14150 \quad Y = 8490 \cdot 5670 / 14150 = 3402$ մանէթ.
$Z : 8490 = 4960 : 14150 \quad Z = 8490 \cdot 4960 / 14150 = 2976$ մանէթ.

Այս միեւնոյն խնդիրը կարելի է վճռել եւ միութեան վերածելու եղանակով: Դորա համար կ'ասենք՝

Եթէ 14150 մանէթը բերում է 8490 մանէթ աշխատանք
1 մանէթը — $8490/14150 = 3/5$ մանէթ
իսկ 3520 մանէթը — $3 \cdot 3520/5 = 2112$ մանէթ
5670 մանէթը — $3 \cdot 5670/5 = 3402$ մանէթ
4960 մանէթը — $3 \cdot 4960/5 = 2976$ մանէթ

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ. դիցուք պէտք է 6900-ը երեք բաժին անել, որ այդ բաժինները յարաբերեն միմեանց այնպէս, ինչպէս $2/3 : 1/2 : 3/4$; Դորա համար առաջ տուած կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք եւ յայտարարները կ'ջնջենք. դորանով կոտորակների յարաբերութիւնները կ'փոխարինենք ամբողջների յարաբերութեամբ եւ կ'ստանանք՝ $8 : 6 : 9$; $8+6+9 = 23$

Ուստի նշանակելով յարաբերական կտորները X.Y, Z կստանանք՝

$$X : 6900 = 8 : 23 \quad | \quad X = {}^{6900\cdot 8}/_{23} = 2400$$
$$Y : 6900 = 6 : 23 \quad | \quad Y = {}^{6900\cdot 6}/_{23} = 1800$$
$$Z : 6900 = 9 : 23 \quad | \quad Z = {}^{6900\cdot 9}/_{23} = 2700$$

Միևնոյն խնդիրը վճռենք միութեան վերածելու եղանակով։ Որովհետև տուած թուերի մասները պէտք է յարաբերեն միմեանց այնպէս, ինչպէս 8 : 6 : 9, ուստի եթէ առաջի մասը հաշուենք 8 հաւասար բաժին, երկրորդ մասը կլինի 6 այդպիսի բաժին, իսկ երրորդ մասը կլինի 9 բաժին։ Նշանակում է տուած թիւը 6900-ը պարունակում է իւր մէջ այդպիսի 8+6+9=23 բաժին։ Այդ պատճառով մի բաժինը գտնելու համար պէտք է 6900-ը բաժանել 23-ի վերայ. այդպէս վարվելով՝ կգտնենք որ մի բաժինը 300 է։ Առաջի մասը պէտք է լինի 8 այդպիսի բաժին այսինքն 300.8=2400; երկրորդ մասը պէտք է լինի 6 այդպիսի բաժին այսինքն 300.6=1800; իսկ երրորդ մասը պէտք է լինի 9 այդպիսի բաժին այսինքն 300.9=2700։

Վճռենք միքանի աւելի բարդ խնդիրներ։

Երեք վաճառական միասին առուտուր արին և աշխատեցին ընդ ամենը 4600 մանէթ։ Առաջինի փողն էր 6400 մանէթ, որ առուտուրումը մնաց 10 ամիս. երկրորդի փողն էր 9600 մանէթ, որ առուտուրումը մնաց 8 ամիս, իսկ երրորդի փողն էր 7200 մանէթ, որ առուտուրումը մնաց 6 ամիս։ Ամեն-մի վաճառականը ո՞րքան պէտք է վերցնի այդ աշխատանքից։

Պարզ հասկանալի է որ աշխատանքը պէտք է բաժանել նորանց վէր եկած փողերին և այդ փողերի առուտուրի մէջ մնացած ժամանակներին համեմատ։

Այդ հարցը վճռելու համար առաջ ժամանակները կվերածենք միութեան։ Դորա համար կասենք առաջին վաճառականը պէտք է ստանայ իւր վէր եկած 6400 մանէթի 10 ամսվայ աշխատանքը, այդ միևնոյն է թէ նա ստանար 10 անգամ 6400 մանէթի այսինքն 6400×10=64000 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Երկրորդ վաճառականը պէտք է ստանայ իւր

վէր եկած 9600 մանէթի 8 ամսվայ աշխատանքը, այդ միևնոյն է թէ նա ստանայ 8 անգամ 9600 մանէթի այսինքն 9600.8=76800 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Նոյնպէս երրորդ վաճառականը պէտք է ստանայ իւր վէր եկած 7200 մանէթի 6 ամսվայ աշխատանքը. այդ միևնոյն է թէ նա ստանայ 6 անգամ 7200 մանէթի այսինքն 7200.6=43200 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Ուրեմն մնում է միայն 4600 մանէթ աշխատանքը բաժանել համեմատ․ հետևեալ թուերին. 64000; 76800; 43200։ Դորա համար կգումարենք այդ թուերը և կստանանք 64000+76800+43200=184000։ Յետոյ կասենք՝

184000 մանէթից ստացվում է 4600 մանէթ աշխատանք

1 մանէթից — ${}^{4600}/_{184000} = {}^{1}/_{40}$ մանէթ.

իսկ 64000 մանէթից — ${}^{1\cdot 64000}/_{40} = 1600$ մանէթ.

76800 մանէթից — ${}^{1\cdot 76800}/_{40} = 1920$ մանէթ.

43200 մանէթից — ${}^{1\cdot 43200}/_{40} = 1080$ մանէթ։

Միւս խնդիր. Երեք ընտանիք միասին 390 մանէթի 40 կոպէկի կար արին։ Մի ընտանիքումը կար — անողներն էին 2 հոգի, որ բանեցին 4 օր, օրէնը 10 ժամ, միւս ընտանիքումն կար — անողներն էին 3 հոգի, որ բանեցին 5 օր, օրէնը 8 ժամ, երրորդ ընտանիքում կարողներն էին 4 հոգի, որ բանեցին 8 օր, օրէնը 9 ժամ։ Իւրաքանչիւր ընտանիքը ո՞րքան պէտք է ստանայ։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է իմանանք թէ, իւրաքանչիւր ընտանիքի կարողները քանի՞ ժամ են պարապել. դորա համար պէտք է օրերի թիւը բազմապատկել ժամերի թուի վերայ. կիմանանք որ առաջի ընտանիքի կարողները բանել են 40 ժամ, երկրորդինը—40 ժամ, երրորդինը 72 ժամ։ Այժմ պէտք է 390 մանէթ 40 կոպէկը բաժանել կարողների թուին և ժամերի թուին համեմատ։ Եթէ որ առաջին ընտանիքի մէջ լինէր ոչ 2 այլ 1 կար անող, այն ժամանակը նա միևնոյն կարը կ՚աւարտէր ոչ 40 ժամումը, այլ 2 անգամ աւելի ժամումը այսինքն 80 ժամումը։ Այդպէս էլ եթէ երկրորդ և երրորդ ընտանիքումը լինէին մի-մի կար անողներ, այն ժամանակը նոքա կ՚աւարտէին նոյն կարը 40.3=120 ժամումը և 72.4=288 ժամումը։ Այդպէս ուրեմն բոլոր բանեցած ժամերի թիւը կ՚լինէր 80+120+288=488 ժամ։ Նշանակում է 488 ժամի աշխատանքի համար ստացան 390 մանէթ 40 կոպէկ, մի ժամի համար կ՚ստանային 488 անգամ պակաս այսինքն $^{39040}/_{488}$=80 կոպէկ։ Ուրեմն առաջին ընտանիքի կարողները պէտք է ստանան 80 անգամ 80 կոպէկ այսինքն 64 մանէթ, երկրորդինը 120 անգամ 80 կոպէկ այսինքն 96 մանէթ, իսկ երրորդինը 288 անգամ 80 կոպէկ այսինքն 230 մանէթ 40 կոպէկ։

Վճռենք այժմ հետևեալ խնդիրը։ Պէտք է 17163-ը այնպիսի չորս մասն անել, որ առաջին մասը այնպէս յարաբերի երկրորդին, ինչպէս 4 : 6-ին, երկրորդը այնպէս յարաբերի երրորդին, ինչպէս $^2/_9 : ^1/_4$-ին և երրորդը այնպէս յարաբերի չորրորդին, ինչպէս $1^2/_3 : 1^3/_4$-ին։ Որքան կ՚լինի ամեն-մի մասը։

Նախ քան այդ խնդրի վճռելը կոտորակների յարաբերութիւնները փոխարինենք ամբողջների յարաբերութեամբ. դորա համար կոտորակները մի յայտարարի կբերենք և յայտարարները ջնջելով կ՚ստանանք՝ 4 : 6; 8 : 9; 20 : 21։ Յետոյ կ՚ասենք՝ եթէ առաջին մասը 4 հաւասար բաժին անենք, երկրորդ մասումը կ՚լինի 6 այդպիսի բաժին։ Որովհետև երկրորդ մասը յարաբերում է երրորդին այնպէս, ինչպէս 8 : 9, ուստի ենթադրելով թէ երրորդ մասումը կ՚լինի այնպիսի X բաժին՝ կ՚ստանանք 6 : X=8 : 9; այդ տեղից $X=^{27}/_4=6^3/_4$ բաժին։ Իվերջոյ եթէ չորրորդ մասի բաժինների թիւը նշանակենք Y՝ կ՚ստանանք $^{27}/_4$: Y=20 : 21, այդտեղից $Y=^{567}/_{80}=7^7/_{80}$ բաժին։

Այդպէս ուրեմն առաջին մասումը կայ 4 բաժին, երկրորդումը կայ այդպիսի 6 բաժին, երրորդումը կայ $6^3/_4$ բաժին և չորրորդումը կայ $7^7/_{80}$ բաժին։ Այդ բոլոր բաժինների

գումարը կ՚լինի $4+6+6^3/_4+7^7/_{80}=23^{67}/_{80}=^{1907}/_{80}$ բաժին; Ուրեմն 17163-ը բաժանելով $^{1907}/_{80}$-ի վերայ կ՚ստանանք 1 բաժինը $^{17163 \cdot 80}/_{1907}$։ Դորան բազմապատկելով հետևաբար 4-ի, 6-ի, $6^3/_4$-ի և $7^7/_{80}$-ի վերայ կ՚ստանանք համապատասխան մասները՝ 2880; 4320; 4860; 5103

ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԿԱՆՈՆ

77. Խառնուրդի կանոնին վերաբերում են երկու տեսակ խնդիրներ։ Առաջին տեսակ խնդիրների մէջ մեզ յայտնի է լինում միմեանց հետ խառնելի իրերի քանակութիւնը և նոցա գինը կամ արժանաւորութիւնը։ Մենք պէտք է գտնենք խառնուրդի գինը։ Օրինակ՝ միմեանց հետ խառնեցին երեք տեսակ ալիւր. մի տեսակից 5 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 12 կոպէկ, միւս տեսակից 3 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 8 կոպէկ և երրորդ տեսակից 4 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 9 կոպէկ։ Ո՞րքան կ՚արժենայ խառնուրդի գրվանքան։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է առանձին առանձին իմանալ ամեն-մի տեսակի գինը, ապա դոցա գումարելով՝ իմանալ բոլոր խառնուրդի գինը և դորան բաժանելով գրվանքաների թուի վերայ՝ գտնել մի գրվանքայ խառնուրդի գինը։ Դորա համար կ՚ասենք 5 գրվանքան կ՚արժենայ 12×5=60 կոպ.
3 գրվանքան կ՚արժենայ 8×3=24 կոպ.
4 գրվանքան կ՚արժենայ 9×4=36 կոպ.
բոլոր խառնած ալիւրը կարժենայ 120 կոպէկ։ Դորան բաժանելով գրվանքաների թուի այն է 5+3+4=12-ի վերայ՝ կ՚ստանանք որ խառնուրդի 1 գրվանքան կ՚արժենայ 10 կոպէկ։ Միւս օրինակ՝ միասին հալեցին $12^1/_2$ գրվանքայ արծաթ 82 պրոբանի, $3^1/_2$ գրվանքայ 90 պրոբանի և $^1/_2$ գրվանքայ 92 պրոբանի։ Քանի՞ պրոբանի դուրս եկաւ հալվածքը։ Պրոբ [illegible]

մի գրվանքայ հալուածքի մէջ։ Ուստի $12^1/_2$ գրվանքայ 82 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $12^1/_2 \cdot 82 = 1025$ մսխալ զուտ արծաթ, $3^1/_2$ գրվանքայ 90 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $3^1/_2 \cdot 90 = 315$ մսխալ զուտ արծաթ. $^1/_2$ գրվանքայ 92 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $^1/_2 \cdot 92 = 46$ մսխալ զուտ արծաթ. ուրեմն բոլոր $12^1/_2 + 3^1/_2 + ^1/_2 = 16^1/_2$ գրվանքայ արծաթում կ՚լինի $1025 + 315 + 46 = 1386$ մսխալ զուտ արծաթ, իսկ 1 գրվանքայումը կ՚լինի $16^1/_2$ անգամ պակաս այսինքն $1386 : ^{33}/_2 = ^{2772}/_{33} = 84$ մսխալ զուտ արծաթ։ Այդ նշանակում է հալուածքը դուրս եկաւ 84 պրոբանի։

Խառնուրդի երկրորդ տեսակ խնդիրների մէջ մեզ յայտնի է լինում խառնելի իրերի գինը կամ արժանաւորութիւնը և պահանջվում է իմանալ թէ ամեն-մի տեսակից ո՛րքան պէտք է վերցնել, որ խառնուրդը դուրս գայ որոշեալ գնանի կամ արժանաւորութեան։

Օրինակ՝ վաճառականը ունէր երկու տեսակ սուրճ։ մի տեսակի գրվանքան արժէր 45 կոպէկ, միւս տեսակինը 30 կոպէկ։ Նա ամեն-մի տեսակից քանի՞ գրվանքայ պէտք է վերցնի և միմեանց հետ խառնի, որ խառնուրդի գրվանքան դուրս գայ 35 կոպէկանոց և բոլոր խառնուրդը լինի 30 գրվանքայ։

Այդ հարցը վճռելու համար կ՚ասենք՝ եթէ առաջին տեսակից վերցնենք խառնելու համար 1 գրվանքայ, այն ժամանակը նորա մէջը վնաս կ՚ունենանք 10 կոպէկ, որովհետև գրվանքան արժէ 45 կոպէկ, իսկ մենք շինում ենք նորան 35 կոպէկանոց, իսկ եթէ վերցնենք $^1/_{10}$ գրվանքայ, այն ժամանակը նորա մէջ վնաս կ՚անենք 1 կոպէկ։ Նոյնպէս եթէ երկրորդ տեսակից վերցնենք խառնուրդի համար 1 գրվանքայ, այն ժամանակը դորա մէջը օգուտ կ՚ունենանք 5 կոպէկ, իսկ $^1/_5$ գրվանքայումը օգուտ կ՚ունենանք 1 կոպէկ։ Մենք պէտք է այդ երկու տեսակից այնպէս վերցնենք որ ոչ օգուտ ունենանք ոչ էլ վնաս. դորա համար պէտք է առաջին տեսակից վերցնենք $^1/_{10}$ գրվանքայ, իսկ երկրորդ տեսակից $^1/_5$ գրվանքայ, այն ժամանակը 1 կոպէկ օգուտը կ՚ջնջի 1 կոպէկ վնասին և մենք կ՚ստանանք խառնուրդը $^1/_{10} + ^1/_5 = ^3/_{10}$ գրվանքայ։ Ուրեմն $^3/_{10}$ գրվանքայ խառնուրդ ստանալու համար՝ առաջին տեսակից պէտք է վերցնել $^1/_{10}$ գրվանքայ, իսկ 30 գրվանքայ խառնուրդ ստանալու համար, պէտք է առաջին տեսակից այնքան անգամ աւելի վերցնել $^1/_{10}$ գրվանքայից, որքան անգամ 30 գրվանքան աւելի է $^3/_{10}$ գրվանքայից այսինք $X : ^1/_{10} = 30 : ^3/_{10}$, այտտեղից $X = 10$ գրվանքայ։ Բոլորովին այդպէս դատելով՝ երկրորդ տեսակի քանակութիւնը կ՚որոշենք հետևեալ յարաբերութիւնից $X : ^1/_5 = 30 : ^3/_{10}$, այդտեղից $X = 20$ գրվանքայ։ Երկրորդ տեսակի քանակութիւնը որոշելու համար աւելի հեշտ էր առաջին տեսակի 10 գրվանքան դուրս գալ բոլոր խառնուրդից, որ է 30 գրվանքայ, այն ժամանակը կ՚ստանայինք 20 գրվանքայ։

Եթէ կամենանք ստուգել թէ ուղիղ է շինած խնդիրը, պէտք է հաշուել թէ ո՛րքան արժէ առաջին տեսակի 10 գրվանքան և երկրորդ տեսակի 20 գրվանքան և ապա որոշել թէ ո՛րքան արժէ խառնուրդի գրվանքան, եթէ այդպէս վարվելով խառնուրդի գրվանքան դուրս գայ 35 կոպէկանոց, նշանակում է խնդիրը ուղիղ է շինած։ Այդպէս առաջին տեսակի 10 գրվանքան արժէ $10 . 45 = 450$ կոպէկ. երկրորդ տեսակի 20 գրվանքան արժէ $20 . 30 = 600$ կոպէկ։ Բոլոր 30 գրվանքան արժէ $450 + 600 = 1050$ կոպէկ, իսկ 1 գրվանքան արժէ $^{1050}/_{30} = 35$ կոպէկ։

Խառնուրդի կանոնին վերաբերեալ երկրորդ տեսակ խնդիրների մէջ պէտք է որ անպատճառ խառնուրդի գինը աւելի լինի մի տեսակից և պակաս լինի միւս տեսակից, այլապէս խնդիրը անկարելի է։ Այդպէս օրինակ եթէ ալիւրի առաջին տեսակի գրվանքան արժէ 3 կոպէկ, իսկ երկրորդինը 5 կոպէկ և պահանջում են կազմել այնպիսի խառնուրդ, որի գրվանքան արժենայ 2 կամ 6 կոպէկ, այդ տեսակ պահանջը անկարելի պահանջ է:

Առհասարակ խառնուրդին վերաբերեալ խնդիրները աւելի հեշտութեամբ վճռվում են ալջեբրայի միջնորդութեամբ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչին ենք կոչում պարզ երրորդական կանոն:

Քանի՞ կերպով կարելի է վճռել երրորդական կանոնին վերաբերեալ խնդիրները: Ինչպէս պէտք է տուած խնդրից յարաբերութիւն կազմել:

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում բարդ երրորդական կանոնին:

Ի՞նչին ենք կոչում տոկոսիք: Ի՞նչ զանազանութիւն կայ պարզ եւ բարդ տոկոսիների մէջ:

Ի՞նչին ենք կոչում մուրհակ: Ի՞նչ է նշանակում հաշուել մուրհակը:

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում օղակապ կանոնին:

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում ընկերութեան կանոնին:

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում խառնուրդի կանոնին:

ՅԱՒԵԼՈՒԱԾ

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

Անընդմիջվող կոտորակ կոչվում է այն կոտորակը, որի համարիչը 1 է, իսկ յայտարարը ամբողջ և կոտորակ, որի համարիչը դարձեալ 1 է, իսկ յայտարարը դարձեալ ամբողջ և կոտորակ և այլն: Այդպէս օրինակ հետեւեալ կոտորակները:

$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}$ $\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{2}}}}$ $\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}}$:

Իւրաքանչիւր հասարակ կոտորակը, որից կազմված է անընդմիջվող կոտորակը, կոչվում է բաղկացուցիչ կոտորակ: Այդպէս օրինակ երկրորդ կոտորակի մէջ $^1/_3$-ը, $^1/_5$-ը, $^1/_7$-ը, $^1/_2$-ը բաղկացուցիչ կոտորակներ են:

Անընդմիջվող կոտորակների մեծութեան մասին հասկացողութիւն կազմելու համար պէտք է նորանց դարձնել հասարակ կոտորակ:

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ:

Դիցուք թէ պէտք է դարձնել հասարակ կոտորակ հետեւեալ անընդմիջվող կոտորակը՝ $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}}$

Դորա համար պէտք է միայն կատարել այն գործողութիւնները, որ ցոյց է տուած անընդմիջվող կոտորակի մէջ, գործողութիւնը սկսելով կոտորակի վերջից։ Այդպէս վերջին յայտարարի $^1/_4$-ը աւելացնելով 1-ի վերայ և դարձնելով անկանոն կոտորակ՝ կ'ստանանք $^5/_4$, յետոյ 1-ը բաժանելով $^5/_4$-ի վերայ, կ'ստանանք $^4/_5$։ Աւելացնելով $^4/_5$-ը 3-ի վերայ և մի յայտարարի դարձնելով՝ կ'ստանանք $^{19}/_5$, յետոյ 1-ը բաժանելով դորա վերայ՝ կստանանք $^5/_{19}$։ Դորանից յետոյ $^5/_{19}$-ը աւելացնելով 2-ի վերայ՝ և անկանոն կոտորակ դարձնելով՝ կ'ստանանք $^{43}/_{19}$, ապա բաժանելով 1-ը $^{43}/_{19}$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{19}/_{43}$։ Այդպէս ուրեմն $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}} = {}^{19}/_{43}$

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿ։

Դիցուք ունենք որևիցէ չկրճատվող կոտորակ օրինակ $^{115}/_{392}$։ Դորան անընդմիջվող կոտորակ դարձնելու համար, համարիչը և յայտարարը կ'բաժանենք իւր համարիչի վերայ, դորանից կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ և մենք կ'ստանանք $^{115}/_{392} = \frac{1}{3+{}^{47}/_{115}}$, այդպէս էլ $^{47}/_{115}$-ի համարիչը և յայտարարը կ'բաժանենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստ. $^{47}/_{115} = \frac{1}{2+{}^{21}/_{47}}$ Ուրեմն $^{115}/_{392} = \cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+{}^{21}/_{47}}}$; Յետոյ $^{21}/_{47}$-ը կ'կրճատենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստանանք $^{21}/_{47} = \frac{1}{2+{}^5/_{21}}$, ուրեմն $^{115}/_{392} = \cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+{}^5/_{21}}}}$: Յետոյ

$^5/_{21}$-ը կ'կրճատենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստանանք $^5/_{21} = \frac{1}{4+{}^1/_5}$; Ուրեմն $^{115}/_{392} = \cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}}$

Այդպէս ուրեմն հասարակ կոտորակը անընդմիջվող կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է նորա համարիչը և յայտարարը բաժանել համարիչի վերայ. յետոյ յայտարարը համարիչի վերայ բաժանելուց ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը նորից բաժանել իւր համարիչի վերայ. եթէ դորանից յետոյ քանորդը դարձեալ դուրս գայ կոտորակ, պէտք է այդ կոտորակի համարիչն ու յայտարարը դարձեալ բաժանել համարիչի վերայ և այլն։ Այդպէս պէտք է շարունակել մինչև այն ժամանակ, որ յայտարարը համարիչի վերայ բաժանելուց ստանանք մնացորդը 0։ Եթէ պատահի անկանոն կոտորակը դարձնել անընդմիջվող, պէտք է առաջ գտնել ամբողջ թիւը, յետոյ մնացած կոտորակի հետ վարվել այնպէս, ինչպէս ցոյց է տուած։ Օրինակ $^{149}/_{45}$-ը դարձնելով անընդմիջվող կ'ստանանք $^{149}/_{45} = 3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$

ՄՕՏԱՒՈՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ԵՒ ՄՕՏԱՒՈՐՈՒԹԵԱՆ ԱՍՏԻՃԱՆԸ։

Դիցուք ունենք $2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4}}}$

Առաջին բաղկացուցիչ կոտորակը ամբողջի հետ միասին, եթէ միայն կայ, կոչվում է առաջին մօտաւորական կոտորակ։ Առաջին երկու բաղկացուցիչ կոտորակները միասին կոչվում են երկրորդ մօտաւորական կոտորակ։ Առաջին երեք բաղկացուցիչ կոտորակները միասին կոչվում են երրորդ մօտաւորական կոտորակ։ և այլն։

Այսպես օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ անընդմիջվող կոտորակը. $\frac{3015}{6961}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}}}$

Առաջին մօտաւորական կոտորակը կ'լինի — $\frac{1}{2}$

Երկրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}=\frac{3}{7}$

Երրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}=\frac{13}{30}$

Չորրորդ մօտաւորական կոտ. կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}=\frac{68}{157}$

Հինգերորդ մօտաւորական կոտորակը
կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}}}=\frac{421}{972}$

Բոլոր կոտորակը կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}}}=\frac{3015}{6961}$

Այդ կոտորակներից իւրաքանչիւրը մօտաւորական կոտորակ է. բացի վերջինը: Շատ հետաքրքրելի է իմանալ թէ իւրաքանչիւր մօտաւորական կոտորակը ո՞րքանով է զանազանվում իսկական կոտորակից կամ գտնել մօտաւորութեան աստիճանը:

Դորա վերաբերութեամբ մենք ցոյց կ'տանք որ բոլոր կենտ կարգի մօտաւորական կոտորակները այսինքն առաջինը, երրորդը, հինգերորդը և այլն միշտ շատ են իսկական կոտորակից (մեր օրինակում $\frac{1}{2}$-ը, $\frac{13}{30}$-ը, $\frac{421}{972}$-ը) իսկ զոյգ կարգի մօտաւորական կոտորակները այն է երկրորդ, չորրորդ և այլն կարգի կոտորակները փոքր են իսկականից:

Մեր օրինակում $\frac{3015}{6961}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}}}$

Առաջին մօտաւորական կոտորակ $\frac{1}{2}$-ը ստացանք այն ժամանակը, երբ յայտարար 2-ից դէն ձգեցինք $\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}}$, նշանակում է մենք յայտարարը փոքրացրինք, ուրեմն առաջին մօտաւորական կոտորակը շատացաւ բոլոր իսկական կոտորակից: Երկրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}$. դա ստացվեցաւ այն ժամանակ, երբ մենք երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարար 3-ից դէն ձգեցինք $\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}}$

Նշանակում է երկրորդ մօտաւորական կոտորակի յայտարարը մենք փոքրացրինք և դորանով երկրորդ մօտաւորական կոտորակը շատացաւ: Այդ շատացրած կոտորակը աւելացնում ենք առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, նշանակում է առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը շատանում է, իսկ դորանից ինքը երկրորդ մօտաւորական կոտորակը փոքրանում է իսկական կոտորակից:

Երրորդ մօտաւորական կոտորակը $\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}$ ստացվում է այն ժամանակը, երբ մենք երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարից դէն ենք ձգում $\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{7}}}$, ուրեմն երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը փոքրացաւ, իսկ ինքը երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակը շատացաւ: Այդ շատացած կոտորակը աւելացնում ենք երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, ուստի երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը շատացաւ, իսկ ինքը երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակը փոքրացաւ: Այդ փոքրացրած կոտորակը աւելացնում ենք առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, նշանակում է յայտարարը փոքրանում է, իսկ ինքը կոտորակը շատանում է, ուրեմն երրորդ մօտաւորական կոտորակը շատ է լինում բոլոր իսկական կոտորակից և այլն:

Այժմ գտնենք մօտաւորութեան աստիճանը: Դորա համար հետևաբար գտնենք վերը բերած օրինակի երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը:

Առաջին և երկրորդ մօտաւ. կոտ. տարբ. կ'լինի $^1/_2 — ^3/_7 = ^1/_{14}$

Երկրորդինը և երկրորդինը կ'լինի . . . $^{13}/_{30} — ^3/_7 = ^1/_{210}$

Երրորդինը և չորրորդինը կլինի . . . $^{13}/_{30} — ^{68}/_{157} = ^1/_{4710}$

Հինգերորդինը և վեցերորդինը կ'լինի $^{421}/_{972} — ^{68}/_{157} = ^1/_{152604}$

Դրանից երևում է որ միմեանց կից գտնուող մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը հաւասար է այնպիսի կոտորակի, որի համարիչը է 1, իսկ յայտարարը է երկու մօտաւորական կոտորակների յայտարարների արտադրեալը:

Որովհետև երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակներից զոյգ մօտաւորականը փոքր է, իսկ կենտ մօտաւորականը շատ է տուած անընդմիջվող կոտորակից, ուստի անընդմիջվող կոտորակի նշանակութիւնը գտնվում է այդ երկուսի մէջ: Մենք էլ տեսանք որ երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը հաւասար է այնպիսի կոտորակի, որի համարիչն է 1, իսկ յայտարարն է այդ երկու մօտաւորական կոտորակների յայտարարների արտադրեալը, նշանակում է բոլոր անընդմիջվող կոտորակի և մօտաւորական կոտորակներից մէկի տարբերութիւնը աւելի պակաս կ'լինի դորանից: Այդպէս մեր օրինակում երրորդ մօտաւորական կոտորակը $^{13}/_{30}$-ը շատ է $^{3015}/_{6961}$-ից, իսկ չորրորդ մօտաւորականը $^{68}/_{157}$-ը փոքր է $^{3015}/_{6961}$-ից: Երրորդ և չորրորդ մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնն է $^1/_{4710}$, նշանակում է անընդմիջվող կոտորակի և այդ մօտաւորականներից մէկի տարբերութիւնը փոքր կ'լինի $^1/_{4710}$-ից:

Երկու միմեանց կից կոտորակների տարբերութիւնը այնքան փոքր կ'լինի, որքան նոցա յայտարարները շատ լինին: Մենք էլ տեսանք որ մօտաւորական կոտորակների յայտարարները այնքան շատ են լինում, որքան նոքա հեռաւոր կարգի մօտաւորական են: Դորանից հետևում է որ որքան մօտաւորական

կոտորակը հեռաւոր կարգի է, այնքան նորա և անընդմիջվող կոտորակի տարբերութիւնը փոքր է կամ թէ մօտաւորական կոտորակը աւելի է մօտենում անընդմիջվող կոտորակին: Այդպէս օրինակ երրորդ մօտաւորական կոտորակը, որ է $^{13}/_{30}$, զանազանվում է տուած անընդմիջվող կոտորակից $^1/_{4710}$-ից պակաւով, իսկ չորրորդ մօտաւորական կոտորակը զանազանվում է տուած անընդմիջվող կոտորակից $^1/_{152604}$-ից պակասով:

Եթէ ունենք մեծ թուերով գրած չ'կրճատվող կոտորակ մենք կարող ենք անընդմիջվող կոտորակների միջնորդութեամբ գտնել այնպիսի կոտորակ, որ գրած լինի փոքր թուերով և շատ մօտ լինի տուած կոտորակին:

Այդպէս մեր բերած օրինակում $^{3015}/_{6961}$-ի տեղ կարող ենք վերցնել դորա երրորդ մօտաւորական կոտորակը որ է $^{13}/_{30}$ և մեր սխալը կ'լինի $^1/_{4710}$-ից պակաս: Անընդմիջվող կոտորակները մեծ դեր են խաղում բարձր ալջեբրայի մէջ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ կոտորակներ են կոչվում անընդմիջվող կոտորակ:

Ի՞նչպէս պէտք է իմանալ անընդմիջվող կոտորակների մեծութիւնը:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել տուած անընդմիջվող կոտորակի մօտաւորական նշանակութիւնները:

Ի՞նչ մօտաւորական կոտորակներ շատ են և ի՞նչ մօտաւորականներ փոքր են անընդմիջվող կոտորակից:

Ի՞նչին է հաւասար միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը:

Ի՞նչպէս պէտք է որոշել որևիցէ մօտաւորական կոտորակի մօտաւորութեան աստիճանը:

Միևնոյն հեղինակի պ. Մ. ՍԻՄԷՕՆԵԱՆՑԻ հետևեալ աշխատասիրութիւնները վաճառվում են միմիայն Զ. ԳՐԻԳՈՐԵԱՆՑԻ գրախանութում՝

1. Եւտուշեվսկի—Ժողովածու Թուաբանական Խնդիրների. I մաս, ամբողջ թուեր. գինն է 40 կ. (առաջին տպագրութեան գինն էր 60 կ.)։

2. Եւտուշեվսկի—Ժողովածու Թուաբանական Խնդիրների. II մաս—կոտորակները. գինն է 50 կ. (առաջին տպագրութեան գինն էր 60 կ.)։

Գինն է 65 կոպէկ.

Տասնից աւելի առնողներին զեղչում կը լինի։
