1888

ՍԿԶԲՈՒՆՔ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԵԱՆ

ԱԴՕԼՖ ԴԻՍՏԵՐՎԷԳ

ՍԿԶԲՈՒՆՔ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԵԱՆ

ԱԶԳԱՅԻՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՐԱՆԱՑ ՀԱՄԱՐ

(77 երկրաչափական ձեւերով)

Թարգմանութիւն

ՄԱԿԱՐԱՅ ՏԷՐ ՍԱՐԳՍԵԱՆՑ.

ԱՂԵՔՍԱՆԴՐԱՊՕԼ

Ի ՏՊԱՐԱՆԻ ԳԷՈՐԳԱՅ ՍԱՆԹՈՍԵԱՆՑ

1876

Дозволено Цензурою. Тифлисъ, 14-го Іюля 1876 года.

Մեր ուսումնարանների այս և այն դասագրքի պակասութիւնը ոչ սակաւ դժուարութիւն է պատճառում թէ՛ ուսուցչաց և թէ՛ աշակերտաց։ Այս բանը մենք փորձով տեսած ենք՝ և գիտենք. ուստի և վստահութիւն ունեցանք թարգմանել Գերմանացի հռչակաւոր մանկավարժ Ադօլֆ Դիստերվէգի տարրական ուսումնարանների համար յօրինած „Սկզբունք երկրաչափութեան" վերտառութեամբ գրքոյկը և 'ի լոյս ընծայել նորան։ Յուսով ենք, որ նա սիրալիր ընդունելութիւն կգտնի մեր ազգային դպրոցներում։

Դասագրքուկի այս առաջին տպագրութիւնը պէտք է վաճառուի յօգուտ Աղէքսանդրապօլի ՍԱՀԱԿԱՆՈՒՇԵԱՆ ձրիավարժից օրիորդական դպրոցի, որի հաշուով էլ տպուեցաւ սա։

Գրքուկի վերջում դնում ենք գործ դրուած բառերի այբուբենական ցանկը, ռուսերէն թարգմանութեամբ հանդերձ՝ դասատուաց հեշտութեան համար։

Մ. Տ. Ս.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ.

I. ԽՈՐԱՆԱՐԴ.

(ԳԼԱՆ,— ՄԱՐՄԻՆ, ՄԱԿԵՐԵՒՈՅԹ, ԳԻԾ, ԿԷՏ։)

1) Այս խորանարդը (ինչպէս և ամեն մի խորանարդ) ունի 6 երես, 8 անկիւն և 12 կողեր (գծեր)։

2) Նորա բոլոր երեսներն էլ հաւասար են միմեանց. մէկը գանվում է տակը, մէկը վերևում, 4-ը կողքերին. նոցանից իւրաքանչիւրը շրջապատուած է 4 գծերով (կողմերով), այսինքն 4 կողմն ունի. բայց որովհետև այդ կողմերը միահաւասար մեծութիւն ունին, ուրեմն իւրաքանչիւր երեսը մի հաւասարակողմն քառակուսի ձև է։

3) Խորանարդի 12 կողերը, որք միևնոյն ժամանակ կազմում են և քառանկիւնիների կողմերը՝ միմեանց հաւասար ուղիղ գծեր են. իւրաքանչիւր մի կողը երկու երեսի է պատկանում. խորանարդի իւրաքանչիւր անկիւնում հանդիպում են իրար 3 կողեր և ամեն մի կողը վերջաւորվում է 2 անկիւններում։

4) Խորանարդը (ինչպէս և ամեն մի մարմին) բռնում է մի որև է տարածութիւն. որովհետև նա ունի մեծութիւն։ Նա ունի երկայնութիւն, լայնութիւն և բարձրութիւն, որ մէկ մէկի հաւասար են։ Խորանարդի երեսները միայն երկու ձգուածք կամ չափ ունին. — երկայնութիւն և լայնութիւն. իսկ կողերը — մի ձգուածք կամ չափ. այն է՝ երկայնութիւն։ Գծերը վերջաւորվում են կէտերով, որք չունին ոչ մի ձգուածք։

5) Կէտ կոչվում է մէկ տեղ. — մի դրութիւն տարածութեան վերայ, որ չունի ոչ մի չափ. մէկ ձգուածքից յառաջանում է գիծ, երկու ձգուածքից մակերևոյթ, երեքից — մարմին։

6) Գլանը երեք երես ունի. մէկը վերևում, մէկը ներքևում, մէկն էլ շրջապատում կողքերով, առաջին երկուսը հարթ կամ ուղիղ մակերևոյթներ են, իսկ վերջինը — կոր: Առաջին երկուսի վերայով կարելի է ուղիղ գծեր անցցնել ամեն մի ուղղութեամբ. իսկ վերջինի վերայ միայն մի որոշեալ ուղղութեամբ. այսինքն ներքևից վեր կամ վերից ներքև:

7) Եթէ որ կէտը շարժվում է, այսինքն փոխում է իւր տեղը, ապա այն ճանապարհը, որով նա գնում է (որը նա գծում է) կոչվում է գիծ. եթէ որ գիծը շարժվում է միշտ միևնոյն ուղղութեամբ, կազմում է ուղիղ գիծ. եթէ շարժվում է նա ոչ մի ուղղութեամբ, այլ զանազան՝ կազմում է կոր գիծ: Այս գիծը կարող է կազմուած լինել միանգամայն ուղիղ և կոր գծերից: Կոր գծի համար պէտք չէ կարծել, որ նա կազմուած է շատ բազմաթիւ ուղիղ գծերից. այդ սխալ է, որովհետև կոր գծի ամենափոքր մասն անգամ չէ կազմում ուղիղ գիծ:

8) Եթէ որ ուղիղ գիծը շարժվում է իւր իսկ ուղղութեամբ, — երկայնութեամբ, այն ժամանակ յառաջանում է մի առաւել երկայն ուղիղ գիծ. իսկ եթէ ուղիղ գիծը շարժուի դէպի կողքը, ապա նորա անցած (գծած) ճանապարհը կունենայ և՛ երկայնութիւն և՛ լայնութիւն. այսինքն — կդառնայ կամ հարթ կամ կոր մակերևոյթ: Կոր գիծը նոյնպէս իւր շարժողութեամբ կարող է կազմել կամ հարթ կամ կոր մակերևոյթ:

Մակերևութի վերայ կարելի է անցուցանել գծեր ամեն մի ուղղութեամբ. քանի մի կոր մակերևութների վերայ՝ ինչպէս օրինակ գլանի վերայ — միայն որոշեալ ուղղութեամբ. իսկ միւսերի, ինչպէս դիցուք գունդի մակերևութի վերայ, երբէք չէ կարելի ուղիղ գիծ գծել: Ամեն մի հարթ երես մակերևոյթ է, բայց ոչ ամեն մակերևոյթ հարթ երես է:

9) Եթէ որ մի որևէ հարթ երես շարժվում է մի ուղղութեամբ, երկայնութեամբ կամ լայնութեամբ, այն ժամանակ նա կազմում է շարունակուած հարթ երես, իսկ եթէ հարթ երեսը շարժվում է մի այլ ուղղութեամբ՝ դէպի կողմը, ապա անցնում է

նա մի տարածութիւն, որ ունենում է 3 չափ. այն է՝ երկայնութիւն, լայնութիւն, բարձրութիւն և ուրիշ ոչինչ: Այսպիսով կազմուած մարմինը կոչվում է մաթեմատիքական մարմին:

10) Այն գիտութիւնը, որ պարապում է թուերի և մարմինների քանակութեամբ, կոչվում է մաթեմատիքա (ուսողութիւն կամ մակայութիւն): Թուաբանութիւնը պարապում է թուերի քանակութեամբ, իսկ Երկրաչափութիւնը — մարմինների, նա գննում է կէտերը, գծերը, մակերևոյթները և մարմինները: Մարմինը ունի երեք չափ, մակերևոյթը երկու, գիծը մէկ, իսկ կէտը և ոչ մի. Մարմինների սահմանները մակերևոյթներն են, մակերևութներինը — գծերը, իսկ գծերինը՝ — կէտերը:

11) Ամեն մի մարմին, որ իրօք կայ՝ բաղկացած է նիւթից, և ունի որևէ տեսք կամ ձև: Բայց երկրաչափութեան մէջ մենք գննում ենք ոչ թէ մարմնի նիւթը, այլ միայն նորա արտաքին տեսքը ու մեծութիւնը: Մարմնոյ արտաքին տեսքը կախուած է նորա շրջապատող մակերևութներից. այսինքն դոցա (մակերևութների) կոր կամ տափարակ լինելուց և այլն:

Մաթեմատիքական կամ Երկրաչափական մարմին իսկութեամբ չկայ, բայց կարելի է մտքով երևակայել: Պէտք է երևակայել միայն մեծութիւնը և ձևը: Այսպէս էլ չկան իրօք մաթեմատիքական մակերևոյթներ, գծեր և կէտեր:

Մարմինների երկայնութիւնը, լայնութիւնը և բարձրութիւնը երբեմն գործածութեան մէջ ուրիշ անուններ են ընդունում. օրինակ ասում են՝ ջրհորի խորութիւնը, լայնութիւնը և երկայնութիւնը. տախտակի երկայնութիւնը, լայնութիւնը և հաստութիւնը:

Դաշտի կամ պարտիզի մեծութիւնը չափելու ժամանակ մենք չափում ենք միայն մակերևութի մեծութիւնը, այսինքն երկայնութիւնը և լայնութիւնը. իսկ երկու քաղաքների միջև տարածութիւնը իմանալու համար, չափում ենք միայն ճանապարհի երկայնութիւնը, իսկ նորա լայնութեան վերայ երբէք ուշադրութիւն չենք դարձնում: Չափելով մի որ և է պատի բարձրութիւնը մենք ուշադրութիւն չենք դարձնում նորա հաստութեան վերայ։

Սովորաբար կէտ ասելով հասկանում ենք մի որոշ տեղ առանց որև է ձգուածքի։

12) Կէտը մենք ձևակերպում ենք մէկ փոքր բիծ դնելով թղթի վերայ, գիծը — բարակ գիծ քաշելով։ Ամեն մարմնի վերայ էլ մակերևոյթ կայ. — թղթի, տախտակի, քանոնի ևայլն. եթէ շրջապատենք մակերևութի մի մասը բարակ գծերով, կստանանք ձև։ Ամեն մի մարմին կամ առարկայ կարող է մաթեմատիքական մարմին ձևացնել, եթէ միայն ուշադրութեան չառնուի նորա նիւթը և ուշք դարձուի նորա մեծութեան և ձևի վերայ։

Այն ամենափոքր կէտը և ամենաբարակ գիծը, որք գծվում են կաւիճով կամ մելանով, նոյնպէս մարմիններ են, որովհետև ունին բոլոր երեք ձգուածքը ևս. բայց մենք սորա վերայ ուշադրութիւն չենք դարձնում. այլ ամենափոքր կէտը ընդունում ենք իբրև մի որոշեալ տեղ, իսկ գիծը որպէս մի երկայնութիւն։

Քանի մի միմեանց վերայ տեղաւորուող կամ զետեղուող կէտերը կազմում են մի կէտ միայն. քանի մի միմեանց վերայ զետեղուող գծերը կազմում են միայն մի գիծ՝ և ոչ մակերևոյթ. միմեանց վերայ զետեղուող մակերևոյթները կազմում են մի մակերևոյթ, և ոչ մարմին։

II ԿԷՏ։

1) Մաթեմատիքական կամ երկրաչափական կէտը չունի ոչ մի ձգուածք. նա ցոյց է տալիս մեզ միայն տեղը։ Եթէ ցանկանում ենք տեսանելի առնել նորան, անշուշտ պէտքէ տանք նորան որև է ձգուածք, և մենք տալիս ենք նորան ամենափոքրը։

2) Ոչ միայն մի որև է մարմնի տարածութեան, այլ և մակերևութի և գծի վերայ մինչև անգամ կարելի է երևակայել անհամար կէտերի բազմութիւն։

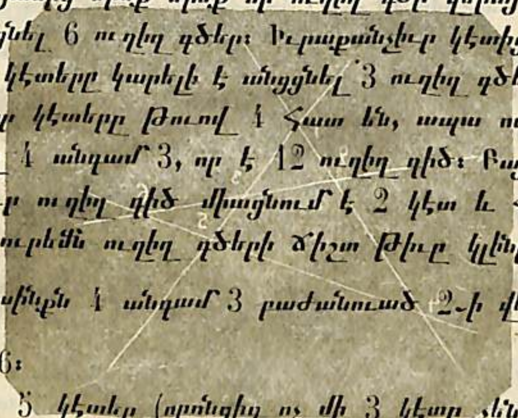
3) Եթէ ներկայացնենք մեզ երկու (առանձին) կէտեր, այն

ժամանակ նոցա մէջ ամենակարճ ճանապարհը կլինի ուղիղ գիծը. որևիցէ ուրիշ տեսակ գիծ այդ երկու կէտերի մէջտեղը կլինի առաւել երկայն։

Ուղիղ գծի երկայնութիւնը և ուղղութիւնը կամ դրութիւնը որոշվում է միշտ երկու կէտերով։ Երկու կէտերու մէջ տարածութիւն կոչում են այն ուղիղ գծին, որ անցրած է նոցա մէջ։

4) Երեք կէտերու մէջ (որք չեն գտնվում մի ուղղութեան վերայ) կարելի է անցցնել երեք ուղիղ գծեր, որք և կսահմանափակեն հարթ երեսի մի մասը և կկազմեն մի եռակողմն ձև կամ եռանկիւնի։

5) Մէկ հարթ երեսի վերայ գտնուող 4 կէտերի մէջ (այնպէս որ նոցանից երեք երեք մի ուղիղ գծի վերայ չլինին) կարելի է անցցնել 6 ուղիղ գծեր։ Իւրաքանչիւր կէտից դէպի մնացեալ երեք կէտերը կարելի է անցցնել 3 ուղիղ գծեր. իսկ որովհետև բոլոր կէտերը թւով 4 հատ են, ապա ուրեմն կարելի էր անցցնել 4 անգամ 3, որ է 12 ուղիղ գիծ։ Բայց որովհետև իւրաքանչիւր ուղիղ գիծ միացնում է 2 կէտ և համարվում է 2 անգամ, ուրեմն ուղիղ գծերի ճիշտ թիւը կլինի կիսով չափ պակաս. այսինքն 4 անգամ 3 բաժանուած 2-ի վերայ $=\frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 3 = 6$։



Եթէ որ 5 կէտեր (որոնցից ոչ մի 3 կէտը չեն գտնվում մի ուղիղ գծի վերայ) միացնելու լինինք ամենաշատ ուղիղ գծերով ապա կստանանք այսպիսի հետևանք. — իւրաքանչիւր կէտից դէպի միւս մնացեալ կէտերը կարելի է անցցնել 4 ուղիղ գծեր, իսկ 5 կէտերից 5 անգամ 4. ուղիղ գծերի ճիշտ թիւը վերը յիշած պատճառով կլինի երկու անգամ պակաս. այսինքն $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$։

Ուրեմն 6 կէտերու մէջ կարելի է անցցնել

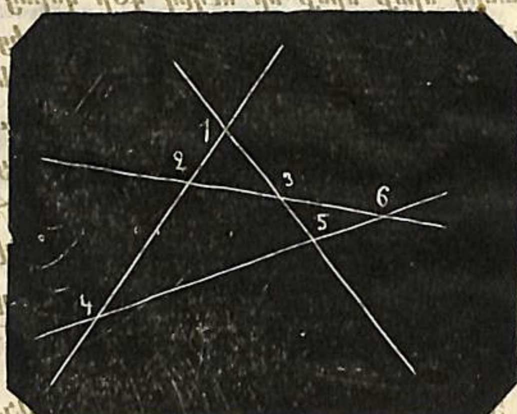
$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

7 » $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

10 » $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$

100 » $\frac{100 \cdot 99}{2} = 1950$ ուղիղ գծեր:

Այս ուրեմն ամենաշատ թուով ուղիղ գծեր գտնելու համար, որ կարելի է անցկացնել որքան կէտերի մէջ և կամեն՝ պէտք է բազմապատկենք առած կէտերի թիւը միևնոյն կէտերի թուով, առանց մէկի. և արտադրեալը բաժանենք 2-ի վերայ (այսինքն միոյնել նորա կէսը):



Ձև 1.

6) Խնդիր: Գտէք այն կէտերի ամենամեծ թիւը, որ կարող են հանդիպել 2, 3, 4 և այլն ուղիղ գծեր (գտնել ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը):

Լուծումն: Երկու ուղիղ գծերը կընդհատուեն մի կէտում միայն: Երրորդ ուղիղ գիծը կարող է ընդհատել առաջին երկու ուղիղ գծերին ևս. ուրեմն կունենանք 2 ընդհատման կէտեր. 1 + 2: Չորրորդ ուղիղ գիծը կարող է ընդհատել նախկին երեքին. 3 կէտ ևս. ուրեմն ընդհատման կէտերի թիւը ընդ ամէնը կլինի 1 + 2 + 3:

5 ուղիղ գծերի միմեանց կտրելուց կարող են առաջանալ 1 + 2 + 3 + 4
6 » 1 + 2 + 3 + 4 + 5 կէտեր և այլն.

Իւրաքանչիւր յետնեալ ուղիղ գիծը ընդհատելով նախնթաց գծերը կունենայ այնքան կէտեր, որքան և իրանից առաջ ուղիղ գծեր կային. օրինակ 10րդ ուղիղ գիծը կունենայ 9, 20րդը — 19, 100րդը 99 նոր ընդհատման կէտեր: Այս պատճառով էլ մի քանի ուղիղ գծերի ընդհատմանց ամենամեծ թիւը իմանալու համար պէտք է գումարենք բոլոր ամբողջ թուերը սկսեալ 1ից մինչև այն թիւը, որ ցոյց է տալիս առած ուղիղ գծերի թիւը մէկով պակսեցրած. այսպէս օրինակ, 12 գծերը կտան մեզ 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11 ընդհատման կէտեր:

Ծանօթութիւն. Այն որ կարող է գտնել թուաբանական թուերի շարքի գումարը առանց գումարելու նրանց, նա խոկոյն կարող է գտնել: Այսպէս առա, 12 գծի համար ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը հաւասար է

$$(1+11) \cdot \frac{11}{2} = 11 \cdot 6 = 66 \text{ կէտերի:}$$

(Նա հաւասար է թուերի շարքի առաջին և վերջին անդամների գումարին, բազմապատկած անդամոց թուի կէսի վերայ:)

Երկրորդ տեսակ լուծումն: Դիցուք տուած է մեզ 6 ուղիղ գծեր: Իւրաքանչիւր ուղիղ գիծը ընդհատելով մնացեալ 5 ուղիղներին, կտայ մեզ 5 կէտեր, իսկ 6 ուղիղը միասին — 6. 5 կէտեր. բայց իւրաքանչիւր կէտ պատկանում է 2 ուղիղին, ուրեմն կէտերի թիւը կլինի երկու անգամ պակաս առաջուանից. այսինքն՝

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15.$$

Այսպէս էլ, որքան և ուղիղ գիծ ունենայինք, իւրաքանչիւրը նոյնից ընդհատելով մնացեալներին, կտայ այնքան կէտեր, որքան և բոլոր ուղիղ գծերի թիւն է, բացի այդ մէկից: Եթէ որ բազմապատկենք ուղիղ գծերի թիւը մէկով պակաս բոլոր ուղիղ գծերի թուի հետ, այն ժամանակ կստանանք ընդհատման կէտերի կրկնապատիկը, որովհետև ամեն մի կէտ պատկանում է երկու ուղիղ գծերի. իսկ որպէս զի ստանանք կէտերի իսկական թիւը, պէտք է վերցնենք այդ արտադրեալի կէսը։

10 ուղիղ գծեր ընդհատուելով տալիս են. $\frac{10\cdot9}{2}=45$ կէտեր,

20 » » » » $\frac{20\cdot19}{2}=190$ »

100 » » » » $\left.\begin{matrix}\frac{100\cdot99}{2}\\ \text{այսինքն } \frac{100\,(100-1)}{2}\end{matrix}\right\}=4950$ »

ծ » « » » $\frac{ծ\,(ծ-1)}{2}$

Յաւելուած։ Հակադարձ խնդիր. տուած է կէտերի ամենամեծ թիւը. գտէք ուղիղ գծերի թիւը։

Ուղիղ գծերի թիւը գտնելու համար պէտք է ուշադրութիւն դարձնել, թէ ի՞նչ միջոցով գտնուեցաւ այստեղ կէտերի թիւը։ Հակադարձ խնդիրը լուծելու համար պէտք է ընտրել և հակադարձ ճանապարհ։ Աից ա, բ, գ, ի եւայլնօգնութեամբ մենք հասանք մինչև Դ։ Այժմ Դից՝ գ, բ, ա, ի օգնութեամբ պէտք է դառնանք դէպի Ա։

Ի՞նչ ամբողջ թիւ որ կամիս՝ կարող է արդեօք կէտերի ընդհատման ամենամեծ թիւը լինել։

7) Առանձին խնդիրներ։

1) Երկու զանազան կէտերից դուրս են գալիս վեց վեց ուղիղ գծեր։ Ո՞րքան կարող է լինել ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը այս ուղիղ գծերի մէջ։

2) Զանազան կէտերից դուրս են գալիս երեք խումբ ուղիղ գծեր. 6 հատը մի կէտից, 7 միւսից, 8 երրորդից — ո՞րքան կարող է լինել ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը։

3) Երկու խումբ ուղիղ գծեր կան. մի խումբը բաղկացած է

6 գծերից, միւսը նոյնպէս 6 գծերից. սոքա կտրում են միմեանց, և իւրաքանչիւր խմբի գծերը գնում են մի ուղղութեամբ (այսինքն զուգահեռական են միմեանց)։ Գտէք ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը։

4) Երեք խումբ զուգահեռական գծեր կան, որոնցից մինը բաղկացած է 6, միւսը 7, և երրորդը 8 գծերից. գտէք ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը։

5) Երեք խումբ զուգահեռական գծեր կան. իւրաքանչիւր խմբի գծերի թիւը նշանակվում է ա, բ, գ տառերով։ Նշանակեցէք տառերով ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը և ապա յայտնեցէք բառերով։

6) Գտէք ընդհատման կէտերի ամենամեծ թիւը 5, 6, 7, 8 գծերի, ենթադրելով որ ամեն մի անգամ 3 գծեր զուգահեռական չեն։

7) 12 ուղիղ գծերից 7 հատը զուգահեռական են, իսկ մնացեալ 5ը դուրս են գալի մէկ կէտից։ Գտէք ընդհատման կէտերի թիւը։

[Բացատրութիւն։ Զուգահեռական են (տես № 12 յետևեալ բաժնում) կոչվում այն ուղիղ գծերը, որք գտնվում են մէկ հարթ երեսի վերայ և միշտ հաւասարաչափ հեռացած են միմեանցից]։

III ՈՒՂԻՂ ԳԾԵՐ ԵՒ ԱՆԿԻՒՆՆԵՐ։

1) Ուղիղ գծի էական յատկութիւնն այն է, որ նա ձգվում է միայն մի ուղղութեամբ։ Նորա ծայրակէտերի միջի տարածութիւնը երկայնութիւն է միայն։

2) Ամեն մի ուղիղ գիծ կարելի է իւր ծայրակէտերից շարունակած երևակայել, իբր թէ նա մէկ կամ երկու կողմումն էլ ծայր չունի։

3) Ուղիղ գծի դրութիւնը կամ ուղղութիւնը լրվին որոշվում է 2 կէտերով, որոնց մէջ և անցնում է նա։ Այս պատճա-

ռով էլ երբ որ 2 ուղիղ գծեր ունին 2 ընդհանուր կէտեր, այդ ժամանակ այդպիսի գծերը ծածկում են միմեանց. այսինքն կազմում են մէկ ուղղութիւն։

[Նկատողութիւն։ Այս յատկութեան վերայ հիմնուելով՝ կարելի է ստուգել, թէ ուղիղ է շինուած արդեօք քանոնը։ Սորա համար դնում են քանոնի ծայրերը 2 կէտերի վերայ եւ ուղիղ գիծ են քաշում. յետոյ շուռ տալով (փոփոխելով) քանոնի ծայրերը, դնում են նորան միեւնոյն կէտերին նոյն կողմով եւ կրկին քաշում են մի գիծ. եթէ որ քաշած երկու ուղիղ գծերը եւս ծածկում են միմեանց՝ (միմեանց վերայ են գալիս), այն ժամանակ քանոնը լինում է ուղիղ։ Ատաղձագործները մակերեւոյթների հարթութիւնը ստուգում են ուղիղ քանոնով։]

4) Գծի երկայնութիւնը իմանալու՝ չափելու համար առնում են մի յայտնի երկայնաչափ. օրինակ սաժէն (ձողաչափ), ոտնաչափ, արշին եւայլն։ Իսկ սաժէնի և այլ չափերի երկայնութիւնը մենք իմանում ենք աչքերի և ձեռների օգնութեամբ։

Այս չափերը զանազան տէրութեանց մէջ զանազան կերպ են ընդունուած։ Մեզանում մեծ տարածութիւնները չափում են վերստերով (7 վերստը կազմում է 1 մղոն). մէկ վերստի մէջ կայ 500 սաժէն, 1 սաժէնի մէջ 7 ոտնաչափ։ Ոտնաչափն ունի 12 մատնաչափ, իսկ 1 մատնաչափը ունի 10 գիծ։ Բացի սորանից սաժէնը բաժանում են այլև 3 արշինի, իսկ արշինը 16 վէրշոկի։

Եթէ կամենում ենք չափել դաշտի վերայ ուղիղ գծի երկայնութիւնը, պէտքէ ցցենք գծի վերայ գետնի մէջ ուղղահայեաց դրութեամբ՝ երկու ցիցեր. յետոյ նայելով մէկից միւսի վերայ՝ ցցենք նոցա յետևից և միւս ցիցերը այնպէս, որ առաջինը ծածկէր մնացեալ միւս ցիցերին. այն ժամանակ բոլոր ցիցերը կգտնուեն ուղիղ գծի վերայ, որովհետև 2 ցիցերը (կէտերը) որոշում են ուղիղ գծի ուղղութիւնը։ Սորանից յետոյ չափում են գիծը սաժէնով, թելով և կամ շղթայով։ Չափիչ սաժէնը մէկ կամ քանի մի սաժէն երկայնութեամբ մի փայտեայ քանոն է, որ բաժանուած է առհասարակ ոտնաչափերի։ Չափելու համար գործ ածուող թելը ունենում է առհասարակ 3 կամ 6 սաժէն

երկայնութիւն, որ և բաժանուած է լինում հանգոյցներով մատնաչափերի։ Շղթան շինվում է երկաթից և բաղկացած է օղակներից, որք բաժանվում են միմեանցից փոքրիկ օղակներով. իւրաքանչիւր 2 օղակների միջի տարածութիւնը հաւասար է մի ոտնաչափի. իւրաքանչիւր 7 օղը առանձին, որք կազմում են մի սաժէն, բաժանուած են միմեանցից մի մեծ օղով, որոյ վերայ և կապած է մի թուատախտակ, որ ցոյց է տալիս սաժէնների թիւը։ Շղթայի ծայրերին կան օղակներ, որք չափելու ժամանակ հագցնվում են գետնի մէջ ցցուող ցիցերին. այսպիսի դէպքում շղթան պէտքէ լինի ձգուած։

Տարածութիւնը փոքր դիւքով թղթի վերայ գծագրելու համար՝ գործ են ածում գծաչափը, որը գտնվում է իւրաքանչիւր այն արկղներում, որք պարունակում են իրանց մէջ մաթեմատիքական գործիքներ։ Գծաչափը մի պղնձեայ քանոն է՝ քանի մի հաւասար մասերի բաժանուած, որոնց կարելի է ընդունել վերստերի, սաժէնների, արշինների կամ ոտնաչափերի փոխարէն եւայլն։ Այս մասերից մինը բաժանվում է էլի առհասարակ 10 հաւասար մասերի։

Եթէ մենք կամենում ենք չափել տուած ուղիղ գիծը գծաչափի վերայ, այն ժամանակ առնում ենք նորա երկայնութիւնը կարկինի բացուած սրունքների մէջ և նայում, թէ որքան մասն կբռնի այդ երկայնութիւնը գծաչափի վերայ։ Եթէ որ կամենում ենք ձևակերպել թղթի վերայ մի որևէ երկայնութեամբ ուղիղ գիծ, այն ժամանակ այդ երկայնութիւնը չափում ենք կարկինով ըստ գծաչափին և այդ չափով վերցնում ենք ուղիղ գիծը։

Իւրաքանչիւր առարկայի ձևակերպելու ժամանակ՝ (տան, պարտիզի կամ մի որոշեալ հողի եւայլն) պէտքէ յատակագիծը առնելիս նշանակել թէ ինչ գծաչափով է նա ձևակերպուած. այլապէս անկարելի է որոշել, չափել զանազան մասերի երկայնութիւնը (մեծութիւնը)։

[Խնդիրներ։

Այն ուղիղ գծերը, որոց երկայնութիւնները նշանակուած են թուերով, կարող են գումարուել եւ հանուել բոլորովին այնպէս, ինչպէս անուանական թուերը. իհարկէ նոքա պէտք է լինին արդէն մի անուանականի, կամ պէտք է դարձնուին մի անուանականի։

1. Ի՞նչքան է սենեակի շրջապատը, որի երկայնութիւնն է 21 ոտն. իսկ լայնութիւնը 18 ոտն.

2 .200 ոտն. երկայնութիւն ունեցող փողոցի երկու կողմերում եւս պէտք է որ մէկը միւսից 10 ոտն. հեռաւորութեամբ ծառեր տնկուին։ Քանի ծառ է հարկաւոր։— (42)։

3. Մի մարդ խճուղիով գնալիս 300 հեռագրական սիւն անցաւ, որոնք իրարից 20 սաժէնաչափ հեռու էին. քանի վերստ գնաց նա։

$$\left(\frac{20 \times 300}{500} = \frac{6000}{500} = 12 \right)$$

4. 160 սաժէն երկայնութիւն ունեցող փողոցի երկու կողմերում եւս պէտք է տաշած քարից սալահատակ շինել։ Իւրաքանչիւր քարը ունի 10 ոտնաչափ երկայնութիւն եւ 8 ոտնաչափ լայնութիւն։ Ո՞րքան քար է հարկաւոր, եթէ նոցա շարեն երկայնութեամբ, եւ որքան, եթէ — լայնութեամբ։

$$\left(\frac{2 \cdot 160 \cdot 7}{10} \text{ և } \frac{2 \cdot 160 \cdot 7}{8} = 224 \text{ և } 280 \right)$$

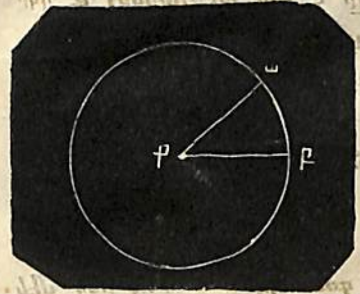
5. Մի այգի պէտք էր ցանկապատ անել. նորա կողմերը ունէին 30, 20, 15 եւ 10 սաժէն երկայնութիւն։ Ո՞րքան կարժենար ցանկապատը, եթէ որ իւրաքանչիւր 5 արշինը նստում է 1 մանէթ 25 կոպէկ — (56 մանէթ 25 կոպէկ)։

6. Լուսինը երկրից հեռու է 50,000 մղոն տարածութեամբ, արեգակը 20 միլիոն մղոն. որքան ժամանակում կարելի էր մի ճանապարհորդութիւն անել երկրից մինչեւ լուսինը եւ արեգակը մի այնպիսի շոգեկառքի վերայ, որ ամեն մի ժամում անցնում է 5 մղոն։— ($416^2/_3$ օր եւ 456 տարում $226\ ^2/_3$ օր)։

7. 12 ոտն. երկայնութիւն, 10 ոտն. լայնութիւն եւ 8 ոտն. բարձրութիւն ունեցող արկղը պէտք է պատել երկու երկաթեայ օղակներով խաչաձեւ։ Քանի ոտնաչափ երկաթեայ օղակ է հարկաւոր։ (2 . 12+2 . 8+2 . 10+2 . 8=76։]

5) Առնենք հարթ երեսի վերայ մի ուղիղ գիծ և դիցուք թէ նա պտտվում է իւր ծայրակէտերից մինի (անշարժ մնացողի) շուրջ, մինչև որ նա կրկին իւր առաջուայ դիրքին հասնի։ Այն ճանապարհը, որ անում է ուղիղ գիծը `լինում է մի կանոնաւոր կոր գիծ, որը և կոչվում է շրջապատ կամ բովանդակագիծ, դորա միջի տարածութիւնը շրջան, որ ունենում է կենդրոն. այսինքն այնպիսի մի կէտ, որ հեռացած է լինում շրջապատի ամեն մի կէտից միահաւասար հեռաւորութեամբ։ Շրջանի կենդրոնի շրջապատից ունեցած հեռաւորութիւնը (տարածութիւնը) կոչվում է շառաւիղ կամ ճառագայթ։

6) Եթէ առնենք երկու ուղիղ գծեր և դնենք միմեանց վերայ այնպէս, որ նոցա ծայրակէտերը ծածկեն միմեանց, այն ժամանակ գծերն էլ կծածկեն միմեանց։ Եթէ սոցանից մինը թողնենք անշարժ (Ձև 2), իսկ միւսը շրջենք հարթ երեսի վերայ իւր որև է ծայրակէտի շուրջ, այն ժամանակ այդ կէտում՝ երկու գծերի մէջտեղում անկիւն կստացուի. — այսինքն դ կամ ադբ կամ բդա անկիւն։ Այս անկիւնը գտնվում է դ գագաթի վերայ, ադ և դբ երկու կողմերի կամ սրունքների մէջ։



Ձև 2.

Անկեան մեծութիւնը կախուած չէ սրունքների երկայնութիւնից կամ կարճութիւնից, այլ նոցա մեծ կամ փոքր բացուածքից։

Մինչև որ սրունքների բացուածքը չմեծանայ կամ չփոքրանայ, անկիւնն անփոփոխ կմնայ։

7) ակ ուղիղ գիծը մի լիակատար պտոյտ անելով կ կէտի շուրջը կգծէ մի ամբողջ շրջան։ Այս շարժողութեան ժամանակ կլինի այնպիսի մի միջոց, երբ կբ և կդ երկու ուղիղ գծերն էլ կկազմեն մի ուղիղ գիծ և կպատահի ևս երկու դէպք, երբ

շարժուող կա ուղիղ գիծը միակերպ կլինի հակուած դէպի ինչպէս կբ էն՝ նոյնպէս և — կդ (Ձև 3). այսինքն կե և կգ դրութեանց մէջ։ Այս վերջին դէպքում անկիւնը կոչվում է ուղիղ, և նշանակվում է Ո (ուղիղ) տառով. ∠ եկբ = Ո, ∠ եկդ = Ո և այլն։

Ձև 3.

8) Այն անկիւնները, որք Ո ից փոքր են՝ կոչվում են սուր անկիւններ, ∠ ակբ, իսկ այն անկիւնները, որք մեծ են ուղիղից — բութ, ∠ բկէ։

Երկու ուղիղ անկիւններ, բկե և եկդ կարելի է միասին համարել որպէս մէկ ∠ բկդ = 2 Ո, և այսպիսի անկիւնը կոչվում է հարթ անկիւն։ Այս ∠ վերայ կարելի է էլի աւելացնել և դկը ∠, և այն ժամանակ մենք կունենանք բարձր անկիւն, որ նոյնպէս կարելի է մեծացնել մինչև 4 ուղիղ անկիւն։

Այսպէս ուրեմն՝

2 Ո ից փոքր են գոգաւոր անկիւնները,
2 Ո ին հաւասար են հարթ » ,
2 Ո ից մեծ են բարձր » ,

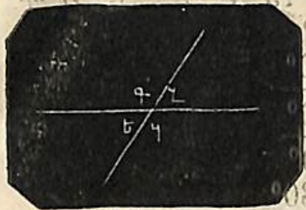
Մի կէտի շուրջը եղած անկեանց գումարը = 4 Ո, իսկ մէկ կէտի շուրջը և ուղիղ գծի մէկ կողմում գտնուող անկեանց գումարը = 2 Ո։ ա և բ անկիւնները կոչվում են կից կամ առընթերակաց անկիւններ. (Ձև 4), որքան ա անկիւնը մեծ է ուղիղից, այնքան բ անկիւնը փոքր է ուղիղից։ Սորանից հետևում է, որ մէկ կէտի շուրջը գտնուող տարածութիւնը ծածկելու համար հարկաւոր է 4 ուղիղ անկիւն, 3 բութ անկիւն և ոչ պակաս քան զ 5 սուր անկիւն. և յետոյ եթէ մեզ յայտնի է կից անկիւններից մինը, յայտնի է և միւսը։

Ձև 4.

Եթէ որ բ սուր է, ուրեմն ա բութ է, եթէ որ բ = Ո, ուրեմն և ա = Ո։

9) Երկու ուղիղ գծեր ընդհատուելով կազմում են 4 անկիւն. գ և դ, ե և զ անկիւնները կոչվում են՝ հակադիր կամ գագաթն անկիւններ. (Ձև 5)։

Այսպիսի անկիւնները հաւասար են միմեանց. որովհետև



Ձև 5.

գ + զ = 2 Ո
զ + ե = 2 Ո
գ + զ = զ + ե
զ = զ
գ = ե

Նոյնը կլինի և այն ժամանակ, երբ մի կէտում ընդհատվում են 3, 4 և այլն ուղիղ գծեր։

10) բկե անկիւնը (№ 7) բռնում է (ծածկում է) կ կէտի շուրջը գտնուող ամբողջ տարածութեան քառորդ մասը և բե աղեղը նոյնպէս հաւասար է ամբողջ շրջապատի քառորդ մասին։ Երկու ուղիղ անկեանը հաւասար բկդ հարթ անկիւնը փակվում է շրջապատի կէսով բկդ ով. կարճ ասել, մի անկիւն 4 Ո անկեան քանի երորդ մասը որ է, նորա դիմացի աղեղն էլ շրջապատի այնքան երորդ մասն է։

Եթէ որ բկա անկիւնը = ½ Ո, այն ժամանակ և բա աղեղը = ½ բե, եթէ բկէ անկիւնը = 1½ Ո, այն ժամանակ բեէ աղեղն էլ = 1½ բե աղեղին = 3/2 աե = 3/4 բեդ = բեդը աղեղի 3/4 ին։

Սորա համար և մէկ յարաբերութիւնը կարելի է փոխարինել միւսով. այսինքն անկիւնների յարաբերութեանց փոխանակ առնել աղեղների յարաբերութիւնքը։

Շրջապատը բաժանում են 360 միմեանց հաւասար մասերի, որք կոչվում են աստիճաններ. ուրեմն աստիճանը կազմում է շրջապատի մէկ 360 րդ մասը։

Ուղիղ անկեան հանդէպը ձգուած է լինում շրջապատի ¼ մասը. սորա համար էլ ասում են, որ նա հաւասար է 90 աստիճանի (=90°)։ Աստիճան բառը ինչպէս որ նշանակում է ¼ շրջջապատի 90րդ մասը, նոյնպէս և նշանակում է ուղիղ անկեան 90րդ մասը: Որքան աստիճան որ պարունակում է աղեղը, նոյնքան աստիճան և պարունակում է նորա համդէպը կենդրոնի վերայ գտնուող անկիւնը. աղեղի աստիճանների թիւը համապատասխանում է անկեան աստիճանների թւին: Սորանից հասկանալի է, որ

սուր անկիւնը		>0° <90°
ուղիղ	»	=90°
բութ	»	>90° <180°
բարձր	»	>180° <360°

Ուրեմն անկեանց մեծութիւնը որոշվում է աստիճաններով:

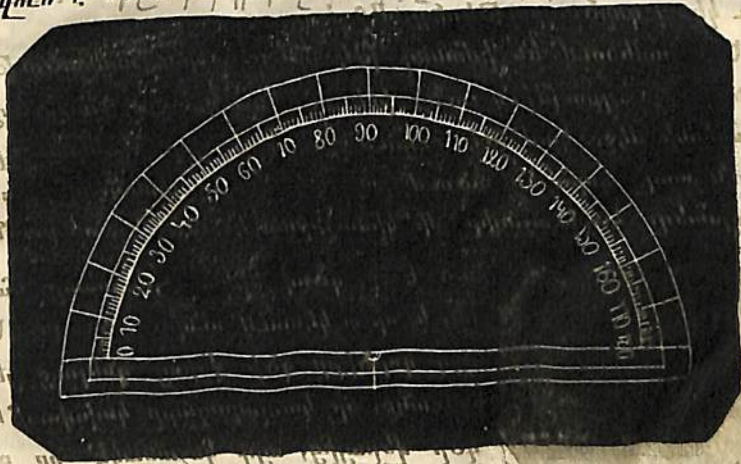
Աստիճանները ցոյց են տալիս մի որևէ անկեան յարաբերութիւնը ուղիղ անկեան հետ. որովհետև ուղիղ անկիւնը ունենում է միշտ միևնոյն մեծութիւնը, ուստի և նա ընդունվում է մնացեալ անկիւնների համար իբրև չափ (այսինքն միւս անկիւնների մեծութիւնը համեմատվում է ուղիղ անկեան հետ): Բոլոր ուղիղ անկիւնները հաւասար են միմեանց, նոյնպէս և հարթ անկիւնները, իսկ բարձր անկեանց համար այդ չի կարելի ասել:

Ինչպէս աղեղի, նոյնպէս և անկեան աստիճանը բաժանվում է 60 հաւասար մասերի, որք կոչվում են րոպէ. իսկ իւրաքանչիւր րոպէն բաժանվում է 60 վայրկեանի. նոքա նշանակվում են ահա այսպէս ° ′ ″: Ուրեմն 24° 36′ 48″ նշանակում են 24 աստիճան, 36 րոպէ, 48 վայրկեան: (Րոպէները և վայրկեանները սովորաբար ժամանակը որոշելու համար էլ են գործ ածվում. այս պատճառաւ և այն դէպքերում, երբ սորանից կարող է ծագել երկու տեսակ միտք՝ անպատճառ պէտքէ յիշել թէ արդեօք խօսքը ժամանակի՞ րոպէների և վայրկեանների վերայ է՝ թէ անկեան և աղեղի):

11) Հիւսները, քարտաշները, որմնադիրները և այլ արհեստաւորք գործնականապէս անկիւնները չափելու համար գործ են

ածում անկիւնադիր (НАУГОЛЬНИКЪ, գօնիա) կոչուած գործիքը: Նա բաղկացած է երկու միմեանց հետ միացած և իւրեանց մէջ ուղիղ անկիւն պարունակող երկաթեայ կամ փայտեայ քանոններից, որք հարկաւորվում է վերոյիշեալ արհեստաւորներին սովորաբար այն ժամանակ, երբ միացնում են միմեանց ուղիղ անկիւն կազմող երկու մակերևոյթներ: Կարկինի լաւ արկղում միշտ լինում է այդպիսի անկիւնադիր՝ միայն փոքր դիրքով. և բացի դորանից փոքրիկ փայտեայ ուղղանկիւն եռանկիւնի, որի սուր անկիւններից իւրաքանչիւրը հաւասար է ½ Ո կամ թէ մինը=⅓, իսկ միւսը=⅔ Ո:

Թղթի վերայի անկիւնները չափելու համար գործ է ածվում մի առանձին գործիք, որ կոչվում է անկիւնաչափ կամ փոխադրիչ: Հետևեալ ձևը (Ձև 6) ցոյց է տալիս այդ գործիքի կազմութիւնը. դա շինվում է առհասարակ արոյրից, որ սովորաբար գտնվում է միշտ կարկինի լաւ արկղում. ... քանոնի վերայ



Ձև 6

շինուած է մի կիսաօղ, իսկ նորա վերայ անցրած են քանի մի կիսաշրջապատներ, որոց համար քանոնի վերին եզրը ծառայում է իբրև տրամագիծ, իսկ նորա վերայի փոքրիկ քանդակը նշանակում է նոցա կենդրոնը: Կիսաշրջապատները բաժանուած են

180 հաւասար մասերի. (աստիճանների), որոց վերայ նշանակուած թուերը աւելի յարմարութեան համար գրվում են թէ աջ կողմից դէպի ձախ և թէ ձախից դէպի աջ իւրաքանչիւր 10°ից յետոյ։ Բաժանման բոլոր գծերը ուղղուած են դէպի մի ընդհանուր կէտ—դէպի կենդրոնը։

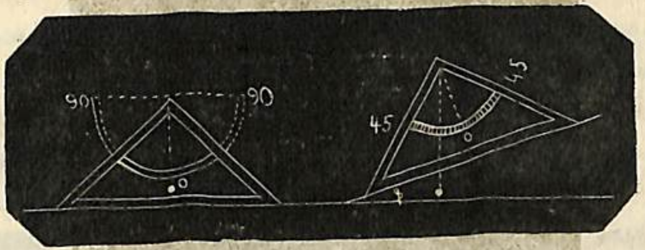
Եթէ հարկաւոր է փոխադրիչով չափել թղթի վերայ մի անկիւն, պէտքէ փոխադրիչը այնպէս դնել, որ քանոնի վերին եզրը ամբողջապէս լինի անկեան մի որևէ սրունքի վերայ, իսկ կենդրոնը անկեան գագաթի վերայ. այն ժամանակ միւս կողմը (հարկաւոր եղած ժամանակ բաւականաչափ շարունակուած) ցոյց կտայ շրջապատի վերայ անկեան մէջ պարունակուող աստիճանների թիւը։ Հասկանալի է, որ անկիւնաչափի օգնութեամբ մենք կարող ենք նոյնպէս գծել թղթի վերայ զանազան մեծութիւն ունեցող անկիւններ։ Լաւ կլինէր վարժուել փոխադրիչի երկու կերպ գործադրութեանց մէջ ևս։

Երբ կամենում են իմանալ թէ մի գիծ կամ տարածութիւն հորիզոնական դրութիւն ունի թէ ոչ՝ ինչպէս ջրի մակերևոյթն է ամանի մէջ, կամ թէ ուզում են գծին հորիզոնական դրութիւն տալ՝ գործ են ածում հարթաչափը՝ որոյ պատկերը դրուած է այստեղ։ Հարթաչափը մի կիսաշրջան է՝ (Ձև 7), որ բաժնուած է աբ գծով երկու հաւասար մասերի, և որ ա կէտում ունի կապարալար։ Եթէ այդ գործիքը գծի վերայ դնելուց յետոյ տեսանք, որ կապարալարը կախվում է աբ գծի վերայից, այդ նշանակէ՝ որ գիծը հորիզոնական է։ Եթէ կամենում ենք իմանալ թէ հորիզոնակա՞ն է արդեօք հարթ երեսը՝ պէտքէ դնենք նորա վերայ գործիքը զանազան ուղղութեամբ, որովհետև կարող է պատահել, որ մի գիծ տարածութեան վերայ կլինի հորիզոնական, իսկ ամբողջ երեսը թեք։

Ձև 7

Եթէ որ գիծը կամ տարածութիւնը հորիզոնական չէ, այն

ժամանակ նորա թեք դրութիւնից առաջացած (յառաջացած) անկիւնը հաւասար կլինի կապարալարից և աբ գծից կազմուած անկեանը, Փ=Փ։ Հետևեալ ձևը (Ձև 8) ցոյց է տալիս մի այլ տեսակ կազմուած հարթաչափ։ Եթէ կամենում են իմանալ թէ շէնութեան պատը, սիւնը կամ ցիցը ուղղահայեաց են՝ թէ ոչ՝ գործ են ածում արձակաձիգ կապարալար։ Նորա ուղղութիւնը ուղղահայեաց է անշարժ դրութեամբ եղած ջրի մակերևոյթին

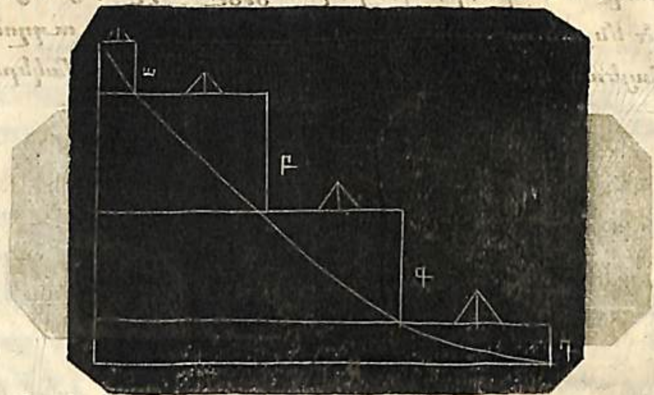


Ձև 8

կամ թէ առհասարակ հորիզոնական տարածութեանը և հայում է (եթէ շարունակենք նորան) դէպի ներքև — երկրի կենդրոնը, իսկ դէպի վեր՝ — գագաթնակէտը (զէնիտ)։

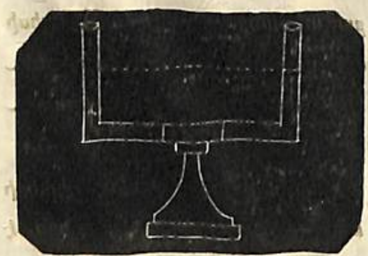
[Ծանօթութիւն։ Աշակերտները ինքեանք կարող են հաստ թղթից շրջաններ շինել և երկու կենդրոնի վերայից անցնող միմեանց ուղղահայեաց գծերով բաժանել նոցա չորս հաւասար մասերի. յետոյ սկսեալ ուղիղ գծի մի որևէ ծայրից նոքա կարող են շրջապատը աստիճանների բաժանել, նշանակելով նոցա իւրաքանչիւր 10°ից յետոյ, 0°ից սկսեալ մինչև 360°. վերջապէս շրջանի կենդրոնից կանցնեն մի երկաթեայ թել, որը կարող լինէր ազատօրէն պտտուել կենդրոնի շուրջը, իսկ նորա միւս ծայրը միևնոյն ժամանակ կարող լինէր շարժուել շրջանի բաժանմանց վերայով։ Այսպիսի գործիքի վերայ աշակերտները կարող են ցոյց տալ անկիւնների բոլոր տեսակները. մի որոշեալ մեծութեամբ անկիւն (իւր աստիճանների լրիւ պարունակութեամբ), ամենամեծ և ամենափոքր սուր և բութ անկիւնները եւայլն։

Յաւելուած 1. Շատ անգամ հարկաւոր է լինում իմանալ երկու կէտերի բարձրութեանց զանազանութիւնը (օրինակ թէ ինչ բարձրութիւնից գետն է թափվում ջուրը)։ Թէ ինչպէս է դա իմացվում, երեւում է ներքեւը դրած ձեւից (Ձև. 9)։ Ուղղահայեաց ցիցերի վերայ հարթաչափի օգնութեամբ ամբաղնում են հորիզոնական փայտեր. բոլոր ցիցերի երկայնութեանց գումարը ցոյց կտայ չափուող տարածութեան վերին եւ ներքին կէտերի բարձրութեանց զանազանութիւնը։ Այս կերպ չափելը կոչվում է որոշումն յարաբերական բարձրութեան, որը գործ է ածվում խճուղիների, երկաթուղիների,



Ձև 9

ջրանցքների եւ ճանապարհների ցամաքեցնելու համար։ Մեծ տարածութեանց վերայ յարաբերական բարձրութիւնը որոշելու համար գործ են ածում այսպէս անուանեալ Հարթաչափը, որ շինուած է մի թիթեղեայ խողովակից (Ձև 10) եւ երկու այլ ուղղահայեացք դրութեամբ կանգնած խողովակներից, որոց մէջ լցրած է ջուր։ Որովհետեւ ջրի մակերեւոյթը հաղորդակից անօթների մէջ հորիզոնական մակերեւոյթ է ունենում (հաւասար բարձրութեամբ) ուստի եթէ որ նայենք խողովակների մէկի միջից, այնպէս որ տեսութեան ճառագայթը անցնէր երկու մակերեւութների վերայից էլ՝ — կստանանք հորիզոնական ուղի։



Ձև 10

Եթէ որ այն տեղը, որի վերայ կատարւում է յարաբերական բարձրութեան որոշումը, հաւասար չէ՝ (մի տեղ բարձր է, իսկ միւս տեղ ցածր) այն ժամանակ ցիցերի չափած բարձրութիւնները ոչ ամեն դէպքում պէտք է գումարել, ընդհակառակն երբեմն կհարկաւորի եւ հանել. ինչպէս այդ տեսնվում է հետեւեալ ձեւից (Ձեւ 11), որի վերայ ձեւակերպած է այդպիսի

մի որոշումն յարաբերական բարձրութեան՝ օգնութեամբ քանոնի եւ դիտակի.

Ձև 11

Ծանօթութիւն։ Այս մի յարմար դէպք է աշակերտին զննել տալու, որ թէք տափարակութեան վերայ չեն կարող աճել աւելի շատ ծառեր, քան թէ նոյն չափ հորիզոնական տարածութեան վերայ. որովհետեւ թէեւ թէք տարածութիւնը երկայն էլ է, (Ձեւ 12), բայց ծառերը միշտ ուղղահայեաց են լինում հորիզոնականին։

Ձև 12

Յաւելուած 2. Ի՞նչպիսի անկիւններ են կազմում միմեանց հետ ժամացոյցի սլաքները 12, 1, 2, 3, 4... մինչեւ 12 ժամը։ Աղեղի քանի րոպէն է անցնում մեծ սլաքը հինգ եւ մէկ րոպէ միջոցում։

Ժամանակի հինգ րոպէում մեծ սլաքը 12-ից անցնում է դէպի 1-ը եւ այս ժամանակ աղեղի վերայ անցնում է $\frac{90^\circ}{3}=30^\circ$ կամ $30\cdot60=1800$ աղեղի րոպէի. ուրեմն ժամանակի մէկ րոպէում նա անցնում է $\frac{1800}{5}=360$ աղեղի րոպէ կամ թէ $\frac{360}{60}=6^\circ$ աղեղ։

Յաւելուած 3. Զննութիւններից յայտնի է, որ Պետերբուրգի մէջ մագնիսի սլաքը 6° թեքումն ունի դէպի արեւմուտք։ Այս ի՞նչ նշանակի. — նշանակի թէ մագնիսի սլաքի ուղղութիւնը Հորիզոնի Հիւսիսային եւ Հարաւային կէտերը միացնող ուղիղ գծից (միջօրէականից) 6° անկիւնով թեքուած է դէպի արեւմուտք։

Յաւելուած 4. Հորիզոնը (նորա տափարակութիւնը) սովորաբար մի քանի հաւասար մասերի են բաժանում. առաջ չորս մասերի երկու իրար ուղղահայեաց գծերի միջնորդութեամբ, որ անց են կացնվում զննողի կանգնած տեղից. այս գծերից մէկը հորիզոնի տափարակութեան վերայ միաւորում է հիւսիսային և հարաւային ծայրակէտերը, իսկ միւսը՝ արեւելեանը և արեւմտեանը։ Այդ կէտերից ամեն մինը դրկից կէտից 90° հեռաւորութիւն ունի, և այդ տարածութիւնը հորիզոնի չորրորդ մասն է։ Դորանից յետոյ լարերից և անկիւններից իւրաքանչիւրը կրկին երկու հաւասար մասերի է բաժանվում. որպիսով ստացվում են ուրիշ չորս երկրորդական կողմեր էլ — Արեւելահիւսիսային. Արլհր. Արմ Հս։ Արմ Հր։ Գտէք զանազան աղեղների մեծութիւնը։

Մարտի 9-ին և Սեպտեմբերի 11-ին գարնանային և աշնանային գիշերահաւասարի ժամանակ արեգակը ծագում է (եթէ լեռներ չկան արգելող) Արեւելեան կէտում և մայր մտնում Արեւմտեան կէտում. այդ ժամանակ նա ամբողջ ցերեկը երկնքի վերայ մի աղեղ է գծում 180° մեծութեամբ, կամ թէ երկնքի հասարակածի կէսը, որոյ բարձրագոյն կէտը Պետերբուրգի համար գտնվում է 30° բարձրութեան վերայ և այս բարձրութիւնը չափվում է միջօրէականի աղեղով և հարաւային կէտի ու հասարակածի և միջօրէական շրջանի ընդհատման կէտի մէջտեղը։

Մարտի 9-ից արեգակի ծագելու և մտնելու կէտերը արեւելքի և արեւմուտքի կէտից դէպի հիւսիս են շարժում. սեպտեմբերի 11-ից յետոյ դէպի հարաւ։ Յունիսի 9-ին այդ կէտերը Պետերբուրգի համար արեւելքի և արեւմուտքի կէտերից հեռու են լինում $56^1/_2°$։ Մարտի 9-ի և սեպտեմբերի 11-ի ժամանակամիջոցում արեգակի աղեղը հորիզոնի վերայ 180°-ից աւելի է, իսկ սեպտեմբերի 11-ից մինչև մարտի 9-ը — պակաս։ Հորիզոնի վերայ ամենամեծ բարձրութիւն, այնէ $53^1/_2°$ արեգակն ունենում է յունիսի 9-ին, իսկ ամենափոքր, $6^1/_2°$, դեկտեմբերի 9-ին։

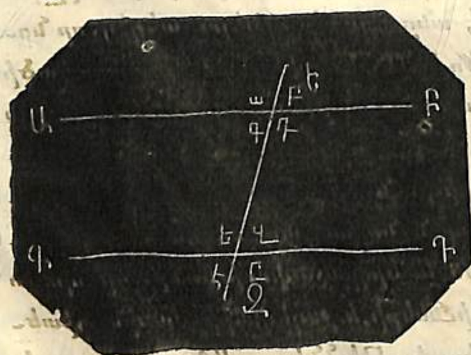
Զննողի գագաթնակէտը 90° աչափ հեռու է հորիզոնի բոլոր կէտերից։ Մի տեղի միջօրէականը՝ այն է հիւսիսի և հարաւի կէտերից ու գագաթնակէտից անցնող շրջանը, անց է կենում աշխարհի տեսանելի բեւեռից եւս և նորա աղեղը, որ գտնվում է

հիւսիսային բեւեռի և հիւսիսի կէտի մէջտեղը՝ չափում է բեւեռի բարձրութիւնը. Պետերբուրգի համար այդ բարձրութիւնը 60°։

Այսպիսի տեղեկութիւնները, որ կարեւոր են հորիզոնի վերայ երկրի կողմերը որոշելու և ամեն օր կատարուող երեւոյթները հասկանալու համար, եթէ կամենանք պարզ հասկացնել աշակերտներին, կարելի է զանազան հարցեր առաջարկել նորանց. օրինակի համար ինչքան հեռաւորութիւն ունի (հորիզոնի աստիճաններով հաշուելով) հիւսիսի կէտը հորիզոնի գլխաւոր և երկրորդական կողմերից։ Քանի՞ աստիճան է հիւսիսի կէտից մինչև միջօրէականի ու հասարակածի ընդհատման կէտը (90°+60°)։ Քանի՞ աստիճան է հիւսիսային բեւեռից մինչև գագաթնակէտը (30°)։ Ո՞րքան — հարաւի կէտից մինչև այծեղջեր արեւադարձը ($6^1/_2°$). մինչև հասարակածը՞ (30°), մինչև խեցգետնի արեւադարձը՞ ($30°+23^1/_2°$)։ Ո՞ր շրջանների աղեղներով են հաշվում այս հեռաւորութիւնները (այն միջօրէական շրջանով — և ոչ միջօրէական գծով — որ միացնում է հորիզոնի տափարակութեան վերայ հիւսիսի և հարաւի կէտերը)։ Ինչպիսի ուղիղ գծեր պէտք է անցուցանել զննելու տեղից, որ նոցա մէջ պարունակուին բեւեռի բարձրութիւնը, հասարակածի բարձրութիւնը, բեւեռի գագաթնակէտի հեռաւորութիւնը եայլն որոշող անկիւններ։

Ծանօթութիւն։ Այս ծանօթութիւնները պատահում են աշխարհագրութեան դասերի մէջ, որին նոքա յատկապէս և վերաբերում են, բայց վերաբերում են և երկրաչափութեանը, որ պարտ է շօշափելի կացուցանել անկիւնների և աղեղների մասին գիտելիքը։ Այսպիսի զննական վարժութիւնները միջոց են տալիս փորձելու աշակերտաց հասկացողութեան չափը։ Բթամիտ աշակերտները դժուարին հասկանում նորանց. առհասարակ պէտք է օգնել անոքին, զննելով իսկական բնութեան մէջ, և դորանից յետոյ միայն, եթէ կարեւոր կհամարուի, կարելի է գծել տախտակի վերայ և կամ գործածել կաղապարներ (մօդէլ)։ Լաւ հասկացող աշակերտները իւրեանք կարող են ձեւերը գծել, իսկ հաւասրին աշակերտները մինչև անգամ իրանք իրանց կարող են հասկանալ այն էլ, ինչոր ուսուցիչը ասած չի լինել նորանց (աշխարհագրական լայնութիւնը = 60°։ Համաշխարհային բևեռի բարձրութիւնը հաւասար է 60°։ Զննողի և երկրի հիւսիսային բևեռի միջնեղի տարածութիւնն է 30°. հասարակածի բարձրութիւնը = 30°, երկնային բևեռի գագաթնակէտի հեռաւորութիւնը = 30° ևայլն։]

12) Երկու ուղիղ գծեր կարող են այնպէս ձգուիլ մի տարածութեան վերայ, որ միշտ հաւասար հեռաւորութիւն կունենան. այսինքն ոչ կմերձենան և ոչ կհեռանան միմեանցից. այսինքն որքան էլ նրանց ձգելու լինինք՝ ոչ կմօտենան, ոչ կհեռանան. այլ կերպ եթէ ասելու լինինք՝ — նոքա գնում են միմեանց զուգահեռական դրութեամբ.— ուրեմն և զուգահեռական գծեր են։ Եթէ որ ԱԲ և ԳԴ երկու զուգահեռականները (Ձև 13) կտրենք ԵԶ թեք գծով, թեք գծի զուգահեռականներին վերևում և ներքևում կտրած երկու կէտերի շուրջ՝ կառաջանի ընդ ամենը ութն անկիւն. ա, բ, գ, դ, ե, զ, է, ը. սոքա ունին զանազան անուններ։



Ձև 13

Զուգահեռականաց մէջ գտնուող գ, դ, ե, զ չորս անկիւնները կոչվում են ներքին անկիւններ, իսկ մնացեալ ա, բ, է, ը չորս անկիւնները — արտաքին։

Մէկ ներքին և մէկ արտաքին անկիւն, որք այլ և այլ գագաթներ ունին և գտնվում են կտրող գծի միևնոյն կողմում, կոչվում են ընդդիմակաց կամ կցուեալ անկիւններ. ինչպէս օրինակ՝ ա և ե, բ և զ ևայլն։

Այն երկու արտաքին կամ ներքին անկիւնները, որք ունին այլ և այլ գագաթներ և գտնվում են կտրող գծի հակառակ կող-

մերում, կոչվում են փոփոխ կամ փոխադարձ անկիւններ։

Ներքին փոփոխ անկիւններ են՝ գ և զ, նոյնպէս դ և ե, իսկ արտաքին փոփոխները — ա և ը, նոյնպէս բ և է։

Երկու ներքին կամ երկու արտաքին անկիւններ, որք ունին այլ և այլ գագաթներ և գտնվում են կտրող գծի միևնոյն կողմում, կոչվում են յարակից անկիւններ։ Ուրեմն ա և է երկու անկիւնները արտաքին, իսկ դ և զ միւս երկուսը ներքին յարակից անկիւններ են։

Երկու գծերի զուգահեռականութիւնը նշանակելու համար գործ են ածում երբեմն այս նշանը ||։ Դիցուք ԱԲ || ԳԴ կնշանակէ, որ ԱԲ և ԳԴ երկու գծերը զուգահեռական են միմեանց։

Մենք արդէն գիտենք, որ (տես Ձև 13) ը = ե, է = զ, գ = բ. դ = ա, որպէս գագաթն անկիւններ։ Յայտնի է որ զուգահեռական գծերը մի ուղղութեամբ ձգուելով՝ միակերպ են թեքուած իրանց կտրող երրորդ ուղիղ գծի վերայ, այսինքն է = գ, ա = ե, ը = դ, բ = զ։ Կցուեալ կամ ընդդիմակաց անկիւնները հաւասար են միմեանց։

Նոյնպէս է + ա = 2 Ո, ե + գ = 2 Ո։

Որովհետև է + ե = 2 Ո, որպէս կից անկիւններ.

է = գ

ե + գ = 2 Ո ևայլն։

Կտրող գծի մի կողմում գտնուող ինչպէս ներքին՝ նոյնպէս և արտաքին երկու անկիւնները իմիասին կազմում են 2 Ո։ Ապացոյցս.

է = գ կցուեալ անկիւններ.

գ + ա = 2 Ո

է + ա = 2 Ո.

յետոյ զ = գ, ե = դ, ը = ա, է = բ.

որովհետև զ + ե = 2 Ո

գ + ե = 2 Ո

զ + ե = գ + ե

զ = գ. այսինքն՝

ներքին և արտաքին փոփոխ անկիւնները հաւասար են միմեանց. դ և գ կլինին՝ ինչպէս արդէն գիտենք՝ ներքին փոփոխները, իսկ ը և ա արտաքին փոփոխները։

[Ապացուցանելու համար, թէ ե = գ, ը = ա, պէտք է համեմատել միմեանց հետ նախընթաց եզրակացութիւնները]։

Ցուցում։ Զուգահեռական գծերը զննելով՝ կարող ենք մակաբերել վեց կանոն (տեօրեմա). է = գ, դ = գ. ը = ա. ե + գ = 2Ո, է + ա = 2Ո, է + դ = 2Ո։ Եթէ որ այս վեց կանոններից մինը ուղիղ է, այն ժամանակ մնացեալ հինգը ևս ուղիղ են։ Լաւ կլինէր այս կանոններից ամեն մինը առանձնապէս զննել և նոցանից մակաբերել մնացեալ կանոնները։ Այս դէպքում պէտք է ճանաչել (զանազանել) ներքին և արտաքին կցեալ անկիւնները. այլև ներքին և արտաքին փոփոխ անկիւնները։

13) Հակադարձ կանոնները նոյնպէս կլինին ուղիղ։ Մի որևիցէ կանոնի հակադարձ կանոնը առնելու համար պէտք է պայմանը դարձնել իբր հետևանք, իսկ հետևանքը — պայման։ Մեր առացած հակադարձ կանոնները կլինին սոքա.

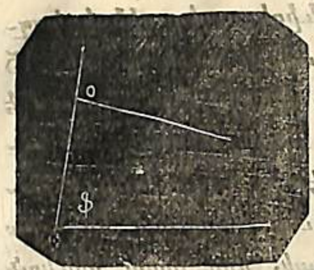
Եթէ երկու ուղիղ գծեր կտրվում են երրորդ ուղիղ գծով, և եթէ

ա) ներքին կցեալ անկիւնները հաւասար են արտաքին կցեալներին (դ և ը)՝ այն ժամանակ գծերը զուգահեռական են (‖), այլ և

բ) երբ արտաքին կամ ներքին երկու կցեալ անկեանց գումարը = 2Ո,

գ) երբ արտաքին կամ ներքին փոփոխ անկիւնները հաւասար են։ (Եթէ որ Ա ուղիղ է, այն ժամանակ Բ ևս ուղիղ է. Հակադարձօրէն՝ եթէ Բ ուղիղ է, այն ժամանակ Ա էլ ուղիղ է)։

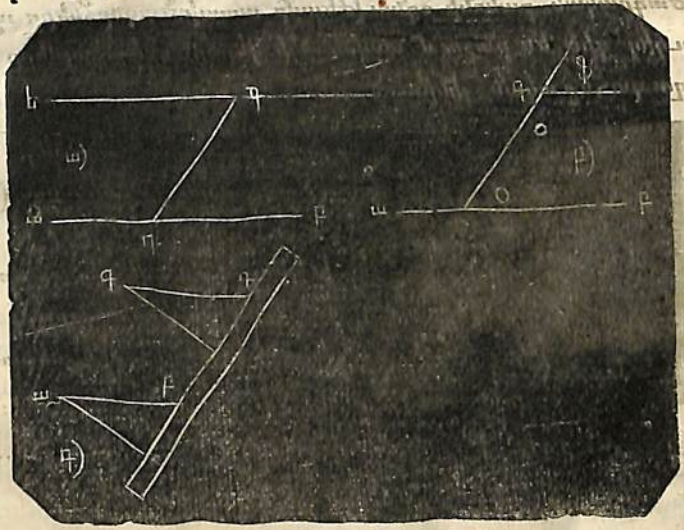
14) Եթէ այս պայմաններից մինը չէ կատարվում, այն ժամանակ գծերը զուգահեռական չեն (‖ չեն). օրինակի համար երբ օ > ֆ (Զև 14), այն ժամանակ գծերը կկտրուին աջ կողմից։ Այս նշաններով հեշտ է իմանալ՝ թէ կկտրուի՞ն արդեօք գծերը՝ թէ ոչ. և թէ՝ կտրող ուղիղ գծի որ կողմում կկտրուին նոքա և որ կողմում — կհեռանան։ Սորա մէջ վարժուելու համար կարելի է օգուտ քաղել վեց մակաբերած կանոններով. ենթադրելով որ նոցա մէջ մտնող անկիւնները անհաւասար են, նոյնպէս թէ՝ երկու անկեանց գումարը հաւասար չէ 2Ո։ Այն ժամանակ մենք կգտնենք, որ գծերը կտրվում են (հանդիպում են) այն կողմի վերայ, որ կողմում և գտնվում են երկու ներքին փոփոխ անկիւններից փոքրը և որտեղ ներքին կցեալ անկեանց գումարը փոքր է 2Ո ից։



Զև 14

15) Վերոյիշեալ կանոններից հեշտ է գտնել զուգահեռական գծեր քաշելու միջոցները։

Օրինակ, եթէ տուած գ կէտից (Զև 15 — ա) պէտք է քաշել աբ գծին մի զուգահեռական, այն ժամանակ սորա համար միացնում են գ կէտը աբ գծի վերայ գտնուած կէտերից մինի հետ դդ ուղիղ գծի միջնորդութեամբ և դդ գծի վերայ կազմում են դդբ անկեանը հաւասար դգե անկիւնը 1) կամ չէ կարելի է անց-


Զև 15.

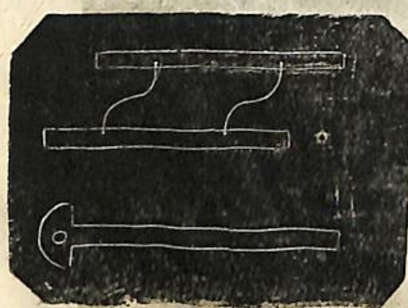
---

1) Նախ այդ անկիւնը կարելի է մեքենայաբար կազմել, իսկ ապա երկրաչափօրէն։

փացնել Գ կէտից աբ գծի վերայ մի որևիցէ ուղիղ գիծ և կաղմել գ կէտի վերայ o անկեանը հաւասար Փ անկիւնը (Ձև 15 — բ)։ Սովորաբար գործնականապէս այս միևնոյնը կատարվում է քանոնի օգնութեամբ, այնպէս դնելով՝ որ նորա մօտ դրած ուղիղ անկեան եռանկեան մի կողմը ձգուէր աբ ուղիղ գծի վերայով, յետոյ չփոխելով քանոնի դրութիւնը՝ շարժում են նորա վերայ եռանկիւնին մինչև այն ժամանակ, երբ նորա միևնոյն կողմը կ՚դիպչի գ կէտին. որից յետոյ անցցնում են գդ գիծը։ Այս միևնոյն կերպով էլ անցուցանում են զուգահեռականներ և փայտեայ կամ մետաղեայ անկիւնաչափի օգնութեամբ. (Ձև 15 — գ)։

Միևնոյն նպատակով գործ են ածում զուգահեռական կոչուած քանոններն էլ։ Իհարկէ կան և այլ միջոցներ զուգահեռականներ քաշելու համար, ինչպէս օրինակ՝ անկիւնաչափի օգնութեամբ։

Գծագրական քանոնի օգնութեամբ ատաղձագործները այնպիսի ուղիղ գիծ են քաշում տախտակի վերայ, որոց կողմերը պէտքէ զուգահեռական լինին։



Ձև 16.

Շատ ատաղձագործներ ունին գծագրական կրկնաքանոն (Ձև 16 — ա), որոնցից մէկը ինչ դրութեամբ և կամենաս՝ կարելի է ամրացնել միւսի վերայ. ապա ուրեմն և՝ գծել ամեն տեսակ անկիւններ։

ՑԱՒԵԼՈՒԱԾ.

[Գործիքների գործածութեան մէջ վարժուիլը օգուտ է թէ աչքը եւ թէ ձեռքը կրթելու համար։ Այս դէպքում նկարները պէտքէ շատ ճիշտ եւ մաքուր շինուած լինին։

1. Կաղմեցէք ուղիղ անկիւններ.
   ա) եռանկեան օգնութեամբ,
   բ) կիսաշրջանի օգնութեամբ,
   գ) ուղիղ գծի վերայ տուած կէտում, եւ նորանից դուրս գտնուած կէտից։
   դ) ուղիղ գծի ծայրակէտի վերայ։
2. Կաղմեցէք 30°, 45°, 60°, անկիւններ. օգնութեամբ
   ա) անկիւնաչափի (փոխադրիչի),
   բ) կարկինի։
3. Բաժանեցէք անկիւնները.
   ա) 2, 4, 8 հաւասար մասերի.
   բ) 3, 5, 6, 7 հաւասար մասերի, անկիւնաչափի եւ կարկինի օգնութեամբ։
4) Քաշէք զուգահեռական գծեր,
   ա) գծագրական քանոնի օգնութեամբ,
   բ) զուգահեռական քանոնների օգնութեամբ,
   գ) եռանկեան օգնութեամբ,
   դ) երկու ուղղահայեացներով,
   ե) դագաթն անկիւններով։
5. Բաժանեցէք որոշեալ երկայնութեամբ տուած գիծը.
   ա) 2, 4, 8 հաւասար մասերի,
   բ) 3, 5, 7, 10 հաւասար մասերի եւայլն]

IV ԵՌԱՆԿԻՒՆԻ.

Իւրաքանչիւր մակերևոյթ պատած է բոլոր կողմերից գծերով և կոչվում է ձև։ Եթէ մակերևոյթը կոր է կամ ուղիղ (հարթ), այն ժամանակ ձևերը կոչվում են կոր կամ հարթ ձևեր։ Մենք կզննենք միայն հարթ ձևերը, կամ հարթ մակերևութի վերայ գծուած ձևերը։ Նայելով թէ ինչպիսի գծերով է շրջապատուած հարթ ձևը. — ուղիղ, կոր կամ խառն գծերով. — այն ժամանակ և ձևերը կոչվում են ուղղագիծ, կորագիծ և զանազանագիծ կամ խառնագիծ։ Շրջանը կորագիծ հարթ ձև է։ Ձևը շրջապատող գծերը կոչվում են նոյն ձևի կողմեր։ Եթէ կողմերի թիւը 3 է, ձևը կոչվում է եռակողմն կամ եռանկիւնի, եթէ կողմերը չորս են, — քառակողմն կամ քառանկիւնի՝ ևայլն։ Ամեն մի ձև, որ չորսից աւելի կողմն ունի՝ կոչվում է առհասարակ բազմանկիւն։ Մենք կքննենք այժմ հարթ ուղղագիծ եռանկիւնները, կարճութեան համար անուանելով նոցա միայն եռանկիւնիք։

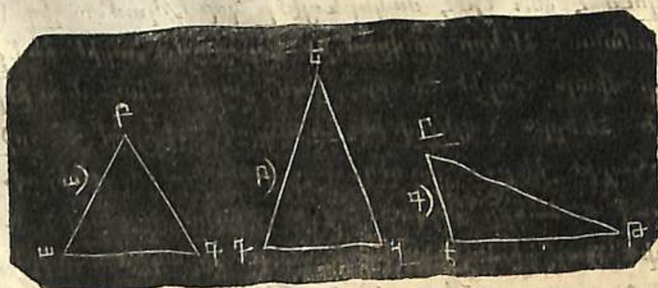
1) Եռանկիւնին (△) ունի երեք կողմն և երեք անկիւն. Նորա կողմերի մէջ գտնվում է եռանկեան մակերևոյթը։

2) Իւրաքանչիւր երկու կողմերը խիստին կազմում են մի անկիւն, իւրաքանչիւր կողմի դիմացը գտնվում է մի կողմն։

3) Կողմերը կարող են լինել բոլորը կամ միահաւասար երկայնութեամբ, կամ երկուսը միայն մի հաւասար երկայնութեամբ, կամ բոլոր երեքն էլ զանազան (անհաւասար) երկայնութեամբ. այսպիսով եռանկիւնիները կլինին. — հաւասարակողմն, հաւասարասրունք և անհաւասարակողմն։

Հաւասարասրունք եռանկեան մէջ այն կողմը՝ որ հաւասար չէ միւս երկուսին՝ կոչվում է այդ եռանկեան խարիսխը, առանց նորա դրութեանը նայելու։ Ուրիշ տեսակ եռանկեանց մէջ ամեն մի կողմն էլ կարելի է իբրև խարիսխ ընդունել։ Խարիսխի (կամ նորա շարունակութեան վերայ) դիմացը գտնուող անկեան գագաթից թողնուած ուղղահայեաց գիծը կոչվում է եռանկեան բարձրութիւնը։

4) Եթէ որ աբգ եռանկեան մէջ բոլոր երեք կողմերն էլ հաւ-



Ձև 17.

ասար են՝ (Ձև 17 — ա) այն ժամանակ բոլոր երեք անկիւնները՝

էլ հաւասար են միմեանց, և ոչ մի պատճառով չեն կարող հաւասար չլինել։ Այս բանը կարող ենք աչքով էլ տեսնել։ Հաւասարակողմն եռանկիւնին հաւասարանկիւն էլ է, և հակադարձօրէն. — երբ բոլոր անկիւնները հաւասար են, այն ժամանակ բոլոր երեք կողմերն էլ են հաւասար։

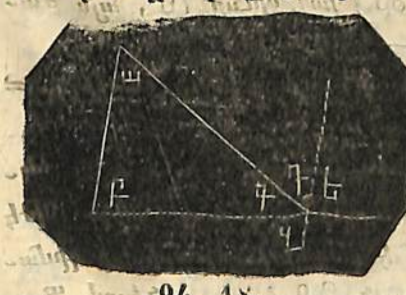
Եթէ որ դեզ եռանկեան մէջ դե = եզ կողմին (Ձև 17 — բ) ուրեմն և ∠դ = ∠զ. այսինքն հաւասարասրունք եռանկեան մէջ խարիսխի վերայ գտնուած անկիւնները հաւասար են միմեանց, և հակադարձօրէն։

Անհաւասարակողմն էըթ եռանկեան մէջ (Ձև 17 — գ) անկիւններն էլ են անհաւասար. բացի դորանից ինչպէս արդէն տեսանք, ըթ մեծ կողմի դիմացը գտնվում է և է մեծ անկիւնը, էթ միջակ (մեծութեամբ) կողմի դիմացը գտնվում է միջակ ը անկիւնը, և վերջապէս ըէ փոքր կողմի դիմացը — և փոքր թ անկիւնը, և հակադարձօրէն։

5) Իւրաքանչիւր (ուղղագիծ) եռանկեան երկու կողմերի գումարը մեծ է երրորդից. ըէ + էթ > ըթ։ (Եթէ ըից սկսեալ գնաուի մինչև թ ոչ ուղղապէս, այլ էից անցնելով, այն ժամանակ պէտք կլինի պտոյտ առնել)։

6) Տեսնենք այժմ թէ եռանկեան բոլոր երեք անկեանց գումարը ի՞նչին է հաւասար։

Սորա համար շարունակենք եռանկեան կողմերից մինը (Ձև 18) և նորա (կողմի) ծայրակէտում հանդիպակաց կողմին մի զուգահեռական գիծ քաշենք, այն ժամանակ՝—



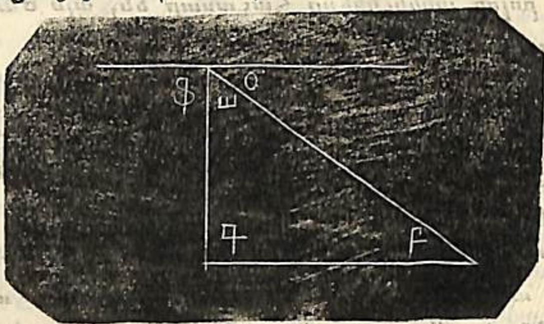
$$
\begin{array}{r}
ե = բ \\
զ = ա \\
գ = գ \\
\hline
ե + զ + գ = բ + ա + գ \quad ^{1)} \\
ե + զ + գ = 2Ո \\
\hline
ա + բ + գ = 2Ո.
\end{array}
$$

Ձև 18.

1) Գծի տակին գրվում է այն՝ ինչ որ մոտաբերվում է վերևը գրուա-

Ուստէս ուրեմն ուղղագիծ եռանկեան անկիւնների գումարը հաւասար է երկու ուղիղ անկեան։

Այլ ապացուցութիւն. (Ձև 19).



Ձև 19.

ե = բ

ֆ = գ

ա = ա

$$\left.\begin{array}{c} ե + ֆ + ա \\ = \end{array}\right\} = բ + գ + ա$$

[Երրորդ ապացուցութեան համար պէտք է շարունակել բոլոր երեք կողմերը և ստանալ ապացուցութիւնը №-8 կանոնից։]

7) Այս կանոնից շատ հետևանքներ են ծագում.

ա Եթէ եռանկեան մէջ յայտնի են երկու անկիւնները, այն ժամանակ յայտնի կլինի և երրորդը. օրինակ՝ թող մի անկիւնը լինի $= {}^{3}/_{4}$ Ո, միւսը $= {}^{4}/_{5}$ Ո, այն ժամանակ երրորդը կլինի $= 2$Ո $- ({}^{3}/_{4} + {}^{4}/_{5})$ Ո։

Կամ, եթէ մի անկիւնը ունի 80°, իսկ միւսը 70°, այն ժամանակ երրորդը կունենայ $180° - 150° = 30°$։

բ Հաւասարակողմն եռանկեան մէջ իւրաքանչիւր անկիւնը $= {}^{2}/_{3}$ Ո $= 60°$։

գ Եթէ հաւասարասրունք եռանկեան մէջ յայտնի է մի անկիւնը, այն ժամանակ յայտնի են արդէն բոլոր անկիւնները։ Եթէ յայտնի եղած անկիւնը գտնվում է գագաթին (խարիսխի դիմացը), այն ժամանակ հանելով նորան 2 Ո ից և առնելով մնա-

ծեց. նա գործ է ածվում ապա ուրեմն բառի տեղը։

ցորդի կէսը — կստանանք խարիսխի վերայ գտնուած անկիւննե-րից իւրաքանչիւրի մեծութիւնը։ Իսկ եթէ յայտնի է խարիսխի վերայի մի անկիւնը, այն ժամանակ կհանենք նորա կրկնակի մեծութիւնը 2 Ո ից ու կստանանք գագաթի վերայ գտնուած անկեան մեծութիւնը։

դ) Եռանկեան մէջ կարող է լինել միայն մէկ ուղիղ անկիւն և այն ժամանակ միւս երկուսը պէտք է լինին սուր, այդպիսի եռանկիւնին կոչվում է ուղղանկիւն եռանկիւնի։

ե) Եռանկեան մէջ կարող է լինել միայն մէկ բութ անկիւն, և այն ժամանակ միւս երկուսը կլինին սուր. այդպիսի եռանկիւնին կոչվում է բութանկիւն եռանկիւնի։

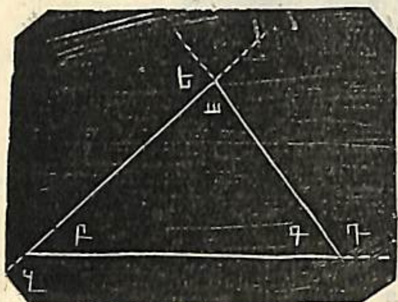
զ) Եռանկեան մէջ բոլոր երեք անկիւնները, որովհետև նոցա գումարը $= 2$ Ո, կարող են լինել սուր. այդպիսի եռանկիւնին կոչվում է սուրանկիւն։ Այսպէս ուրեմն իւրաքանչիւր եռանկեան մէջ լինում է ոչ պակաս երկու սուր անկիւնից։

է) Որովհետև ամէն մի եռանկեան մէջ անպատճառ պէտք է լինի երկու սուր անկիւն, ուրեմն ակնյայտ է, որ երրորդ անկիւնից է կախուած եռանկեան սուր անկիւն, ուղղանկիւն կամ բութանկիւն լինելը։

ը) Հաւասարակողմն եռանկիւնին միշտ լինում է սուրանկիւն։ Հաւասարասրունքը կարող է լինել բութանկիւն, ուղղանկիւն կամ սուրանկիւն։ Խարիսխի վերայ գտնուած անկիւնները (հաւասարասրունք եռանկեան մէջ) միշտ սուր են, սորա համար և եռանկեան ինչ տեսակ լինելը կախումն ունի գագաթի վերայ գտնուած անկիւնից. եթէ այդ անկիւնը բութ, ուղիղ կամ սուր է, այն ժամանակ և եռանկիւնին կլինի բութանկիւն, ուղղանկիւն կամ սուրանկիւն։

Անհաւասարակողմն եռանկիւնիները կարող են լինել երեք տեսակիցն էլ։ Ուղղանկիւն և բութանկիւն եռանկիւնիները կարող են լինել միայն հաւասարասրունք և անհաւասարակողմն, իսկ սուր անկիւն եռանկիւնին—հաւասարակողմն, հաւասարասրունք և անհաւասարակողմն։

8) Նախավերջին ձևով (№ 6) մենք ստացանք Ե = Բ, Դ = Ա, ուրեմն Ե + Դ = Բ + Ա։ Եթէ եռանկեան կողմերից մինը շարունակենք (Ձև 20), կստանանք արտաքին անկիւններ. ինչպէս օրինակ Ե, Դ, Զ, ... անկիւնները։



Ձև 20.

Այսպէս ուրեմն, եռանկեան արտաքին անկիւնը հաւասար է ներքին այն երկու անկեանց գումարին, որք նորա հետ կից չեն։ —Շարունակելով եռանկեան բոլոր երեք կողմերը, կստանանք.

Դ = Ա + Բ
Ե = Գ + Բ
Զ = Ա + Գ
Դ + Ե + Զ = Ա + Բ + Գ + Բ + Ա + Գ
= 2Ա + 2Բ + 2Գ
= 2. (Ա + Բ + Գ)
= 2. 2Ո = 4 Ո,

այսինքն եռանկեան արտաքին երեք անկիւնների գումարը = 4 Ո։

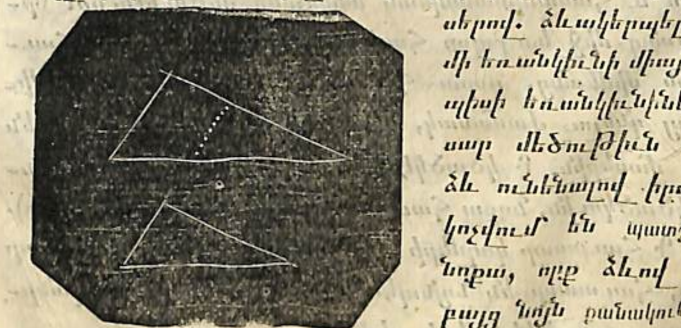
[Ծանօթութիւն։ Այս կանոններից շատերը կարելի է բացատրել ոչ միայն ձեւերով, այլեւ, աւելի շոշափելի առնելու համար, ծղնոտների կամ ծծմբարների օգնութեամբ, ինչպէս անկիւնների, նոյնպէս եւ գծերի ու ձեւերի վերաբերութեամբ։ Աշակերտները պէտք է պատրաստեն իրենց համար այդպիսի բարակ փայտեր զանազան երկայնութեամբ, բայց միեւնոյն հաստութեամբ, եւ նոցանից կազմեն ուսուցչի պատուիրած ձեւերը։ Ծծմբարները գործածելիս պէտք է ծծմբոտ ծայրերը կտրել։ Եթէ շրջուին այդ շիւղերը իրենց մի ծայրի շուրջը, այնպէս որ միւս ծայրը գծէր շրջապատ կամ կիսաշրջապատ, այն ժամանակ վերը ապացուցուած կանոնները աւելի հասկանալի կդառնան։]

V. ԵՐԿՈՒ ԵՌԱՆԿԻՒՆԻ.

1) Եթէ եռանկեան մէջ անցցնենք կողմերից մէկին զուգահեռական մի ուղիղ գիծ (Ձև 21), կստանանք փոքր եռանկիւնի, որի միջի անկիւնները կլինին միևնոյնները, ինչ որ մեծ եռանկեան մէջ։ Հետևաբար երկու եռանկիւնիներն էլ կունենան միակերպ ձև։ Ձևի միակերպութիւնը կոչվում է նմանութիւն. այդ պատճառաւ և ստացած երկու եռանկիւնիները նման կլինին։

2) Հասկանալի է, որ երկու աննման եռանկիւնիք էլ կարող են ունենալ հաւասար մակերևոյթ։ Այդ դէպքում նոքա կոչվում են հաւասարաչափ, այսինքն՝ նոցա մակերևոյթները հաւասար են։

3) Իհարկէ կարող է պատահել, որ երկու եռանկիւնիք ունենան միակերպ թէ մեծութիւն և թէ ձև. այնպէս որ մի եռանկիւնի իւր ամեն մասերով բոլորովին նման կլինի միւսին, և մէկը կարող է ծածկել միւսին իւր բոլոր համապատասխան մասերով. ձևակերպելով այդպիսով մի եռանկիւնի միայն։ Երկու այնպիսի եռանկիւնիներ, որ հաւասար մեծութիւն և հաւասար ձև ունենալով իրար կծածկեն՝ կոչվում են պատշաճական. իսկ նոքա, որք ձևով տարբեր են, բայց նոյն քանակութիւնը (մեծութիւնը) ունին՝ կոչվում են հաւասար։ Պատշաճական եռանկեանց մէջ մէկ եռանկեան երեք կողմերից մէկը հաւասար է միւսի երեք կողմերից մինին, մէկ եռանկեան երեք անկիւններից մինը հաւասար է միւսի երեք անկիւններից մինին. նոցա մակերևոյթները մէկը միւսի վերայ է գալիս (ծածկվում). եթէ նոցա հաւասար մասերը իրար վերայ դնենք,

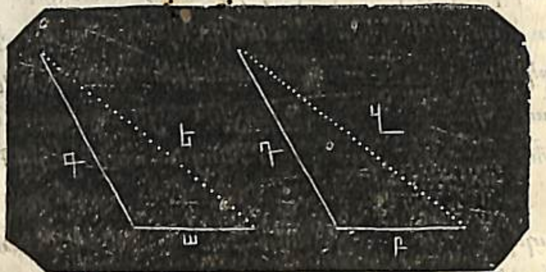


Ձև 21,

այն ժամանակ նոքա բոլորովին կծածկեն միմեանց։

Այժմ տեսնենք, թէ արդեօք յիշած նշանակութիւններից միքանիքը կախումն ունի՞ն միմեանցից՝ թէ ոչ. (երեք հաւասար կողմեր, երեք հաւասար անկիւններ և հաւասար մակերևոյթներ)։

4) Առնենք Ա և Բ երկու հաւասար երկայնութեամբ ուղիղ գծեր (Ձև 22). նոցա ծայրերում կազմենք միմեանց հաւասար անկիւններ և անկեանց Գ և Դ կողմերը նոյնպէս միմեանց հաւասար կազմենք. մենք սորանով անկեանց կողմերի ծայրակէտերին կտանք միևնոյն դրութիւն։ Դոյն իսկ ծայրակէտերը որո-



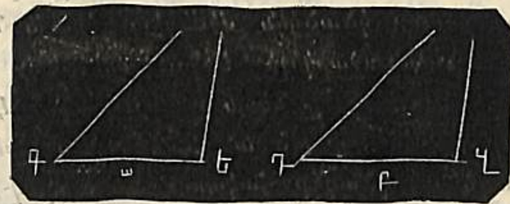
Ձև 22.

շում են և երրորդ զոյգ կողմերի դրութիւնը ու մեծութիւնը ապա ուրեմն և համապատասխան անկեանց մեծութիւնը։ Երկու եռանկեանց մէջ ևս բոլոր համապատասխան մասերը հաւասար կլինեն միմեանց. դորա համար և եռանկիւնների միմեանց վերայ դնելու ժամանակ, մէկի բոլոր մասերը կծածկեն միւսի բոլոր մասերին. Բ կծածկէ Ա.ին, Դ — Գ.ին ևայլն։ Եռանկիւնները կծածկուին. նոքա հաւասարաչափ և նման են, ($\cong$). Ա և Բ, Գ և Դ հաւասար կողմերի դիմացի անկիւնները հաւասար են միմեանց, հաւասար են նոյնպէս Ե և Զ կողմերը, որք գտնւում են հաւասար անկիւնների դիմաց։

Այսպէս ուրեմն, երկու եռանկիւններ պատշաճական են,եթէ նոքա ունին երկու հաւասար կողմեր, և եթէ այդ կողմերի մէջ գտնուող անկիւնները նոյնպէս հաւասար են (եռանկեանց հաւասարութեան առաջին կանոնը). կամ եռանկեան ձևը և մեծութիւնը որոշվում է երկու կողմերով և նոցա մէջ գտնուող

անկիւնով։

5) Թող Ա$=$Բ, $\angle$Գ$=\angle$Դ, $\angle$Ե$=\angle$Զ. այսինքն՝ թող կողմերը՝ իրանց վերայ գտնուող անկիւններով (Ձև 23) հաւասար լինին միմեանց. այն ժամանակ որոշուած կլինին և երկու եռանկեանց գագաթները (անշուշտ այն պայմանով, որ Գ$+$Ե<2Ո։)



Ձև 23.

Այս կերպ ստացուած եռանկիւնները եթէ միմեանց վերայ դնենք (Ա կողմը Բ կողմի վերայ ևայլն), կծածկեն միմեանց. համապատասխան կողմերը կծածկուին, և ուրեմն եռանկիւնները $\cong$. այս եռանկեանց մէջ ևս Ա և Բ հաւասար կողմերի դիմաց կգտնուին հաւասար անկիւններ, և Գ ու Դ, Ե և Զ հաւասար անկիւնների դիմաց կ՚գտնուին հաւասար կողմեր։

Այսպէս ուրեմն եռանկիւնները պատշաճական են, եթէ նոքա ունին մէկ հաւասար կողմն և երկու այդ կողմի վերայ գտնուող հաւասար անկիւններ (եռանկիւնների հաւասարութեան երկրորդ կանոնը). կամ եռանկեան ձևը ու մեծութիւնը որոշվում է մէկ կողմով և դորա վերայ գտնուող երկու անկիւններով։

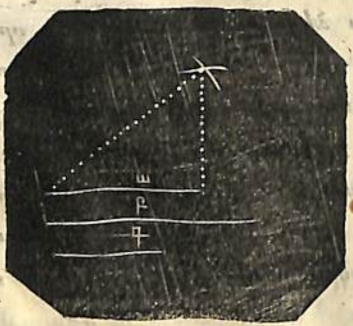
Հեշտ է նկատել, որ միևնոյնը ստոյգ է, եթէ յայտնի են մէկ կողմը, նորա վերայ գտնուող մէկ անկիւնը և նորա դիմացը եղող անկիւնը. որովհետև այն ժամանակ որոշուած կլինի կողմի վերայ գտնուող երկրորդ անկիւնն էլ։ Սորա համար էլ եռանկիւնների հաւասարութեան երկրորդ կանոնը կարելի է ամփոփել այսպէս։

Երկու եռանկիւններ պատշաճական են, եթէ նոքա ունին մի մի հաւասար կողմեր եւ երկու երկու նմանադիր անկիւններ։

Եռանկիւնների հաւասարութեան վերոյիշեալ երկու կանոնների հիման վերայ, այսինքն, եթէ տուած են կամ յայտնի են երկու կողմերը և նոցա մէջ գտնուող անկիւնը, կամ մի կողմը և երկու անկիւնները (վերջին դէպքում նշանակելով, թէ երկու անկիւններն էլ տուած կողմի վերայ են գտնվում, թէ միայն մէկ անկիւնը), այդ մասերով կարելի է կազմել միայն մի եռանկիւնի. իսկ եթէ կազմելու լինինք շատ եռանկիւնիներ, այն ժամանակ նոքա բոլորը կծածկեն միմեանց (կլինին նոյնական եռանկիւնիները): Առաջարկելի երկու անկեանց մեծութիւնը կամայական չի կարող լինել. նոցա գումարը պէտք է լինի < 2Ո, որովհետև եթէ երկու տուած անկիւնները ևս լինէին = կամ > 2Ո, այն ժամանակ կծագէր հակասութիւն, որովհետև եռանկեան միջի որևէ երկու անկիւնները միասին առած՝ < 2Ո:

[Այսպիսի սահմանները, որք դրվում են մասերի կամ մեծութեանց համար՝ (կողմերի, անկիւնների ևայլն), կոչվում են պայման:]

6) Թող տուած լինի մեզ Ա, Բ, Գ երեք ուղիղ գծերի երկայնութիւնները (Ձև 24). բայց միևնոյն ժամանակ այնպէս որ նոցանից երկուսը միասին մեծ լինին երրորդից (պայման): Եթէ մենք Ա գծի մի որևէ ծայրակէտից գծենք մի աղեղ կարկինով, որի սրունքների բացուածքի տարածութիւնը լինի = Գ, իսկ Ա գծի միւս ծայրակէտից — միւս աղեղը Բ գծի երկայնութեան բացուածքով, այն ժամանակ երկու աղեղները ևս կկտրուեն մի կէտում, որը կորոշի (ցոյց կտայ) Ա գծի վերայ քաշած եռանկեան գագաթը և նորա միւս երկու կողմերի երկայնութիւնը. ապա ուրեմն յայտնի կլինին և բոլոր մասերը — այդ եռանկեան ձևը և մեծութիւնը:



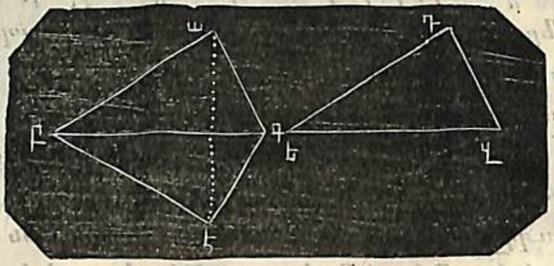
Ձև 24.

Այսպէս ուրեմն եռանկեան ձևը և մեծութիւնը որոշվում է նորա երեք կողմերի մեծութեամբ:

Եռանկիւնիների հաւասարութեան այս կերպ ստացուած եր-

րորդ կանոնի ստուգութիւնը կարելի է ապացուցանել յետևեալ կերպով ևս:

Թող երկու եռանկեանց մէջ էլ զոյգ զոյգ վերցրած առանձին (համաչափօրէն դրուած) կողմերը հաւասար լինին միմեանց ԲԳ = ԵԶ ևայլն). (Ձև 25): Եթէ մենք ունենայինք որևէ մի (զոյգ անկեանց հաւասարութիւնը, այն ժամանակ եռանկեանց հաւասարութեան առաջին կանոնը յարմար կլինէր այս դէպքում: Դնելով ԵԶ կողմը ԲԳ կողմի վերայ, Ե անկիւնը Բ անկեան



Ձև 25.

վերայ, Զ անկիւնը Գ անկեան վերայ, երևակայենք որ ԴԵԶ եռանկիւնին ստացել է ԷԲԳ դրութիւնը. և քաշենք ԱԷ ուղիղ գիծը. այն ժամանակ կստանանք ԱԲԷ և ԱԳԷ հաւասարասրունք եռանկիւնները, որք ունին միասին ԱԷ մի ընդհանուր խարիսխ. ապա ուրեմն ԱԷ խարիսխի վերայի անկիւնները իւրաքանչիւր եռանկեան մէջ պէտք է հաւասար լինին միմեանց, կնշանակէ թէ՝ և ամբողջ ∠Ա = ամբողջ ∠Է, որը = ∠Դ: Այսպէս ուրեմն՝

Եթէ մի որևէ եռանկեան երեք կողմերը ջոկ ջոկ հաւասար են միւս եռանկեան երեք կողմերին, այն ժամանակ եռանկիւնիները հաւասար են:

Այսպիսի եռանկեանց մէջ հաւասար են նոյնպէս և այն անկիւնները, որք գտնվում են հաւասար կողմերի դիմաց (կամ որք պարունակվում են հաւասար կողմերի մէջ):

Եւ այսպէս՝ եռանկեան ձևը և մեծութիւնը որոշվում է՝

2 կողմերով և նոցա մէջ պարունակող անկիւնով,

1 կողմով և 2 անկիւններով,

3 կողմերով:

Կամ թէ 2 եռանկիւնիներ պատշաճական են, երբ հաւասար են միմեանց նոցա՝

2 կողմերը և նոցա մէջ պարունակուող անկիւնը,

1 կողմը և երկու նմանաձիր անկիւնները,

3 կողմերը։

Այս բոլոր դէպքերումն էլ բոլոր համապատասխան մասերը հաւասար են միմեանց, հաւասար կողմերի դիմաց գտնվում են հաւասար անկիւններ, իսկ հաւասար անկիւնների դիմաց հաւասար կողմեր, այնպէս որ՝ իմանալով մէկ հաւասարութիւնը, գիտենք, որ կայ և միւսը։

7) Հաւասարասրունք եռանկեանց վերաբերութեամբ յետագայ կանոնների ստուգութեանը կարելի է հաւաստիանալ, զննելով յառաջացած եռանկիւնիքը։

1. Այն ուղղահայեացը, որ կանգնում է եռանկեան խարիսխի մէջտեղին, անցնում է դիմացի գագաթից և բաժանում է այդ գագաթի մօտ եղած անկիւնը երկու կէս։

2. Այն ուղղահայեացը, որ իջնում է գագաթից եռանկեան խարիսխի վերայ, կտրում է խարիսխը նորա մէջտեղում, ուղղահայեաց է լինում խարիսխին և բաժանում է գագաթի անկիւնը երկու կէս։

3. Այն ուղիղ գիծը, որ միացնում է գագաթը խարիսխի մէջտեղին, ուղղահայեաց է խարիսխին և կիսում է գագաթնանկիւնը։

4. Գագաթնանկիւնը կիսող ուղիղ գիծը խարիսխն էլ է կիսում և ուղղահայեաց է նորան։

8) Կանոնաւոր ձև կոչվում է այն ձևը, որի կողմերը և անկիւնները հաւասար են միմեանց։ Սորա համար և հաւասարակողմն եռանկիւնին կանոնաւոր եռանկիւնի է։

9) 1. Ուղղանկիւն եռանկեան մէջ ուղիղ անկեան դիմացի գիծը կոչվում է ներքնաձիգ. իսկ այն կողմերը՝ որք կազմում են իրանց մէջ ուղիղ անկիւն — էջեր։

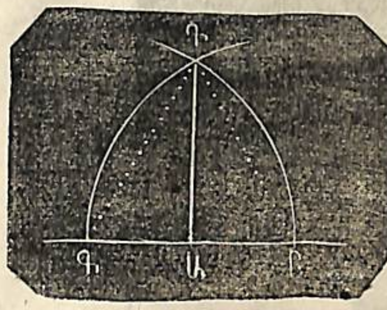
2. Եթէ երկու ուղղանկիւն եռանկեանց մէջ նմանաձիր որև է երկու զոյգ կողմերը հաւասար են, այն ժամանակ այդպիսի

եռանկիւնիները հաւասար են միմեանց։

10 Խնդիրներ։

1. Ուղիղ գծի վերայ տուած կէտից նորա վերայ ուղղահայեաց գիծ քաշեցէք։

Սորա համար տուած կէտից ԱԲ գծի վերայ երկու կողմերում որև է երկայնութեամբ նշանակում են երկու հաւասար մասեր (Ձև 26). Գ կէտից սկսեալ ԳԲ գծով, իսկ Բ կէտից սկսեալ ԲԳ գծով աղեղներ են քաշում, որք ընդհատվում են (ԱԲ գծի վերևում և ներքևում) մի կէտում, Դ կէտում. միացնելով Դ կէտը Ա կէտի հետ, ստանում են ԴԱ գիծը, որը և կլինի ԳԲ ին ուղղահայեաց. որովհետև.



Ձև 26.

ԳԱ = ԲԱ	կամ. ԳԴ = ԳԲ = ԴԲ
ԳԴ = ԳԲ = ԲԴ	∠Գ = ∠Բ
ԴԱ = ԴԱ	ԳԱ = ԲԱ
△ ԳԱԴ ≅ △ ԲԱԴ	△ ԴԳԱ ≅ △ ԴԲԱ
∠ԳԱԴ = ∠ԲԱԴ	∠ԴԱԳ = ∠ԴԱԲ
ԴԱ ուղղահայեաց է.	ԴԱ ուղղահայեաց է.

2. Բաժանեցէք տուած ուղիղ գիծը 2 հաւասար մասերի։

Ա և բ ծայրակէտերից աբ գծով աղեղներ ենք քաշում, որք կկտրուին գ և դ երկու կէտերում (Ձև 27), ուղիղ գծի երկու կողմերում. միացնելով գ կէտը դ կէտի հետ ուղիղ գծով, կբաժանենք նորանով աբ ը ե կէտում երկու հաւասար մասերի։

Եւ յիրաւի

գդ = գդ

գա = գբ } ≐ աբ

դա = դբ

△ գադ ≌ △ գբդ

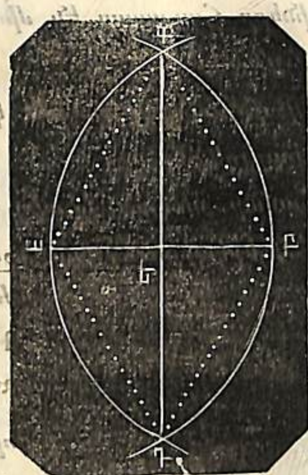
∠ ագդ = ∠ բգդ

∠ գաե = ∠ գբե

գա = գբ = աբ

△ գաե ≌ △ գբե

աե = բե



Ձև 27.

Ցանկուած։ Այս միևնոյն կերպ վարուելով աե և բե ուղիղ գծերի հետ, կարող ենք բաժանել աբ ուղիղ գիծը չորս հաւասար մասերի ևայլն։

3. Ուղիղ գծից դուրս՝ տուած կէտից թողէք ուղիղ գծի վերայ ուղղահայեաց։

Տուած կէտից (Ձև 28) մի աղեղ են քաշում, որ ընդհատում է տուած ուղիղ գիծը 2 կէտերում. բաժանում են այդ երկու կէտերի մէջ պարունակւող ուղիղ գիծը 2 հաւասար մաս, և միացնելով մէջտեղը տուած կէտի հետ, ստանում են ուղղահայեաց. որովհետև.—

աբ = ագ

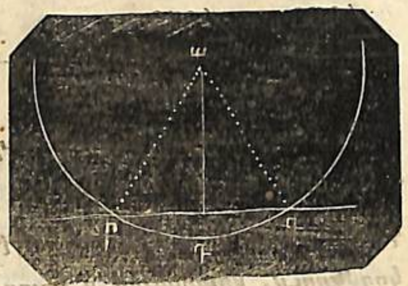
բդ = գդ

∠ աբդ = ∠ ագդ

△ աբդ ≌ △ ագդ

∠ ադբ = ∠ ադգ

ադ ուղղահայեաց է։



Ձև 28.

4. Տուած անկիւնը կիսեցէք։

Անկեան Ա գագաթից կամաւոր գծով կքաշենք աղեղ, կանցցնենք ԲԳ ուղիղ գիծը (Ձև 29), և բաժանելով նորան երկու հաւասար մաս, կքաշենք ԱԴ. այս

ուղիղ գիծը կբաժանէ Ա անկիւնը երկու հաւասար մասերի. որովհետև

ԲԴ = ԳԴ

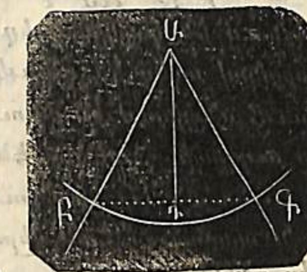
ԲԱ = ԳԱ

ԴԱ = ԴԱ

△ ԱԴԲ ≌ △ ԱԴԳ

∠ ԲԱԴ = ∠ ԳԱԴ

∠ա բաժանուած է երկու հաւասար մասերի։



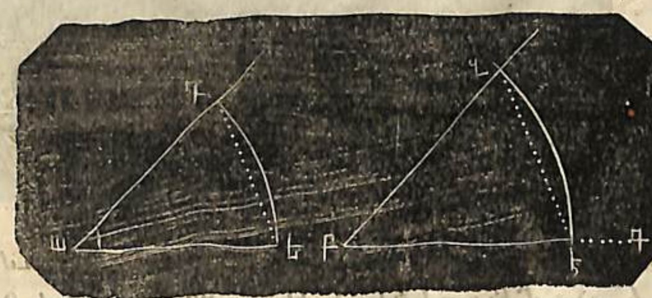
Ձև 29.

Ցանկուած։ Նոյն կերպ վարուելով Ա անկեան կէսերի հետ, կբաժանենք ամբողջ Ա անկիւնը չորս հաւասար մասերի ևայլն։

[Ծանօթութիւն։ Եռանկեան բարձրութիւն կոչվում է այն ուղղահայեացը, որ թողնվում է նորա միօրև է անկեան գագաթից՝ դիմացի կողմի վերայ։ Այդ բարձրութիւնը ստանալու համար շատ անգամ պէտքէ լինում կողմն շարունակել։

Այն կողմը, որի վերայ և թողուած է ուղղահայեացը՝—կոչվում է եռանկեան խարիսխը։ Եռանկեան կողմերից իւրաքանչիւրը կարելի է խարիսխ ընդունել]։

5. Կազմել (երկրաչափօրէն, և ոչ մեքենայօրէն) տուած անկեանը հաւասար մի այլ անկիւն։



Ձև 30.

Պահանջվում է բ կէտում բզ ուղիղ գծի վերայ կազմել ա անկեանը հաւասար բ անկիւնը։

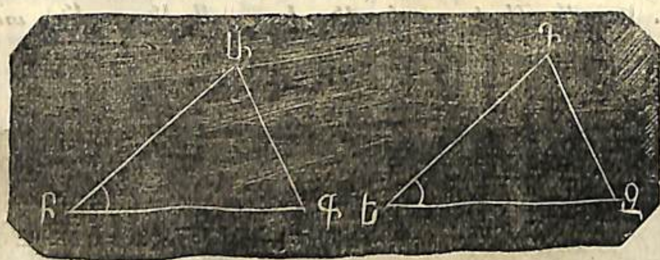
ա և բ կէտերից գծում են նոյն կամաւոր գծով աղեղներ. առնում են կարկինով եդ երկայնութիւնը (Ձև 30) և է կէտից նորանով աղեղ են գծում, որը կ'կտրի առաջին աղեղին զ կէտում. անցցնում են բզ ուղիղ գիծը. այն ժամանակ ∠բ = ∠ա, որ ուղղակի հետեւում է եռանկիւնների հաւասարութիւնից։

6. Տուած կէտից մի ուղիղ գիծ անցուցէք, որ շարունակուէր նոյն տարածութեան վերայ և լինէր զուգահեռական միւս ուղիղ գծին։

Տուած Ա կէտից անցցնում են առած գծին կամաւոր ԱԲ ուղիղ գիծը, ԱԲ գծի վերայ Ա կէտում կազմում են (նախկին կազմութեան համաձայն) ∠Ա = ∠ԱԲԴ. այն ժամանակ ԱԳ ∥ ԲԴ։

7. Կազմել տուած ԱԲԳ եռանկեանը մի այլ հաւասարաչափ և նման (≅) եռանկիւնի։

Սորա համար օգուտ են քաղում եռանկիւնների հաւասարութեան կանոնների մինից. կամ կազմում են ԵԶ = ԲԳ (Ձև 31), ∠Ե = ∠Բ, ԵԴ = ԲԱ, և անցցնում են ԴԶ. կամ կազմում են



Ձև 31.

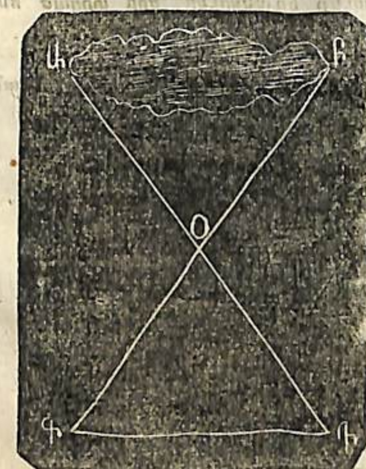
ԵԶ = ԲԳ, ∠Ե = ∠Բ և ∠Զ = ∠Գ, կամ թէ առնում են ԵԶ = ԲԳ և գծում են աղեղներ Ե կէտից ԲԱ գծով, իսկ Զ կէտից ԳԱ գծով

[Ծանօթութիւն 1. Սորանից երեւում է, որ խնդիրը լուծելու համար կարելի է բոլորովին օգուտ չքաղել եռանկեան անկիւններից, բայց չէ կարելի երբէք չօգտուել կողմերով, հարկաւոր է

օգտուել գոնէ մէկ կողմով։ Գործնականապէս առաւել լաւ է եռանկիւնի կազմել երեք կողմերով, որովհետեւ կարկինով գծերը առաւել ճիշտ կարելի է վերցնել, քան թէ անկիւնաչափով անկիւնները

Ծանօթութիւն 2. Եթէ ցանկանում են կազմել մի եռանկիւնի, որ նման լինի միայն տուած եռանկեանը՝ այն ժամանակ բաւական է միայն անցցնել նորա մէջ իւր կողմերից մէկին զուգահեռական գիծ։ Թէ ինչպէս պէտքէ մի եռանկիւնի կազմել, որ հաւասարաչափ լինի տուած եռանկեանը (այսինքն՝ որ ունենայ տուած եռանկեան մակերեւութի հետ միահաւասար մակերեւոյթ)՝ դա ցոյց կտրուի յետոյ]։

8. Գտնել ԱԲ ուղիղ գծի երկայնութիւնը, որին չի կարելի ուղիղ կերպով չափել (երբ օրինակ նորա ծայրակէտերի արանքում գտնվում է լիճ կամ ճահիճ)։



Սորա համար ընտրում ենք 0 կէտը (Ձև 32), այնպէս, որ կարելի լինէր չափել Ա0 և 0Բ. անցցնելով այդ երկու գծերը, շարունակելով նոցա և նշանակելով դոցա շարունակութեանց վերայ 0Դ = 0Ա, 0Գ = 0Բ, չափում ենք ԴԳ գիծը, որ հաւասար է ԱԲ ին։

Ձև 32.

[Նկատողութիւն։ Այս օրինակից երեւում է, որ կարելի է գիտենալ մեծութիւնները, չչափելով նոցա ուղղակի. այս կարող է մի կերպ բացատրել, թէ ինչպէս են չափում աստեղաբաշխութեան մէջ տարածութիւնները։]

ՑԱԻԵԼՈՒԱԾ։

[Գործիքների օգնութեամբ գծելը մի շատ օգտակար վարժութիւն է։

1. Կազմեցէք հաւասարակողմն եռանկիւնի, երբ տուած են.
ա) մէկ կողմը, բ) բարձրութիւնը։

2. Կազմեցէք հաւասարասրունք եռանկիւնի, երբ տուած են.
ա) խարիսխը եւ անկիւններից մէկը,
բ) հաւասար կողմերից մինը եւ մէկը անկիւններից,
գ) խարիսխը եւ բարձրութիւնը,
դ) խարիսխը եւ հաւասար կողմերից մէկը,
ե) հաւասար կողմերից մէկը եւ բարձրութիւնը։

3. Կազմել ուղղանկիւն հաւասարասրունք եռանկիւնի՝ երբ տրուած են.
ա) մէկը էջը, բ) ներքնաձիգը եւ գ) բարձրութիւնը։

4. Կազմեցէք բութանկիւն եւ սուրանկիւն — հաւասարասրունք եռանկիւններ պահանջուած բարձրութեամբ։

5. Կազմեցէք ուղղանկիւն եռանկիւնի, երբ տուած են.
ա) մէկ էջը եւ մէկ սուր անկիւնը,
բ) ներքնաձիգը եւ մէկ սուր անկիւնը,
գ) մէկ էջը եւ ներքնաձիգը,
դ) ներքնաձիգը եւ բարձրութիւնը։]

VI ՔԱՌԱՆԿԻՒՆԻ.

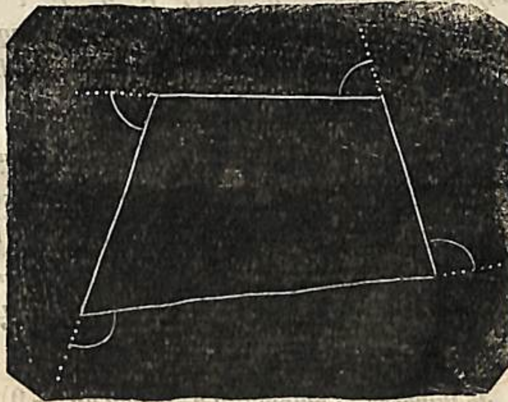
Չորս կողմերով սահմանափակուած ձևը կոչվում է քառանկիւնի։ Մենք այստեղ կքննենք հարթ ուղղագիծ քառանկիւնիները, որք ունին ուրեմն՝ 4 ուղղագիծ անկիւններ, հետևաբար և 9 մասեր. 4 կողմեր, 4 անկիւններ և մէկ մակերևոյթ։

1) Այդպիսի քառանկեան բոլոր անկիւնների գումարը = 4 Ո։

Այն գիծը, որ միացնում է 2 դէմառդէմ գտնուած անկիւնները՝ [illegible] անկիւնագիծը, բաժանում է քառանկիւնին երկու եռանկիւնների. իւրաքանչիւր եռանկեան միջի անկեանց գումարը = 2 Ո. ուրեմն քառանկեան միջի անկիւնների գումարը = 2. 2 Ո = 4 Ո։

2) Երբ քառանկեան իւրաքանչիւր անկեան մէկ կողմը շարունակենք (Ձև 33), կստանանք 4 արտաքին անկիւններ, որոց գումարը հաւասար է նոյնպէս 4 Ո։

Քառանկեան իւրաքանչիւր արտաքին անկիւնը իւր հետ կից ներքին անկեան հետ միասին՝ կազմում է 2 Ո, բայց որովհետև բոլոր անկիւնների թիւը 4 է, ուրեմն ներքին և արտաքին անկիւնների գումարը կլինի = 4 . 2 Ո = 8 Ո. ուրեմն միայն արտաքին անկիւնների գումարը = 4 Ո։



Ձև 33.

3) Ի՞նչ մեծութիւն կարող են ունենալ քառանկեան ներքին անկիւնները առանձին առանձին։

Առաջին կանոնին համաձայն, ներքին անկիւնների գումարը = 4 Ո, սորա համար էլ քառանկեան բոլոր 4 անկիւնները չեն կարող բութ կամ սուր լինել։ Ուշադրութեամբ քննելով կգտնենք, որ նորա մէջ միանգամայն և եթ կարող են լինել.—

Բարձր	Բութ	Ուղիղ	Սուր
1	1	—	2

Բարձր	Բութ	Ուղիղ	Սուր
1	—	1	2
1	—	—	3
—	3	—	1
—	2	1	1
—	1	2	1
—	1	1	2
—	1	—	3
—	—	4	—

Ընդամէնը 9 դէպք է, որ կարելի է պարզել ձեւերի միջնորդութեամբ։

Ուրեմն քառանկիւնները կարող են լինել ուղղանկիւնանիք, բայց ոչ բութանկիւնանիք և ոչ սուրանկիւնանիք. չ՝ ոչ այնպիսիք, որոց մէջ բոլոր չորս անկիւնները լինէին բութ կամ սուր։

4) Անհնայտնի է, որ քառանկեան կողմերը կարող են լինել՝ կամ բոլոր 4, կամ միայն 3, կամ 2, հաւասար մեծութեան, կամ թէ բոլորը ևս զանազան մեծութեան։

Քառանկեան մէջ մէկ կամ երկու զոյգ հանդիպակաց կողմերը կարող են զուգահեռական լինել միմեանց. վերջին դէպքում քառանկիւնին կոչվում է զուգահեռագիծ. իսկ եթէ միայն երկու հանդիպակաց կողմերն են զուգահեռական, իսկ միւս երկուսը զուգահեռական չեն, այդպիսի քառանկիւնին կոչվում է սեղան։

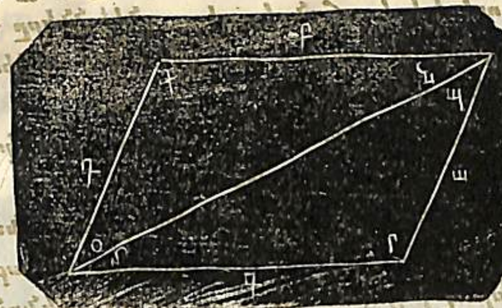
Այն քառանկիւնին, որի բոլոր 4 կողմերը և 4 անկիւնները հաւասար են միմեանց (իւրաքանչիւր անկիւնը $=$ Ո) կոչվում է քառակուսի։

Այն քառանկիւնին, որի միայն հանդիպակաց կողմերը հաւասար են, իսկ բոլոր անկիւնները ուղիղ, կոչվում է ուղղանկիւն քառանկիւնի։

Այն քառանկիւնին. որի բոլոր կողմերը հաւասար են միմեանց, բայց հանդիպակաց անկիւններից մի զոյգը սուր, իսկ միւսը բութ են՝ — կոչվում է շեղանկյուն։

Այն քառանկիւնին, որի հանդիպակաց կողմերը միայն հաւա-

սար են, իսկ անկիւնները սուր և բութ են՝ կոչվում է շեղանկյուն։



Ձև 31.

5) Իւրաքանչիւր զուգահեռագծի մէջ հանդիպակաց կողմերը և անկիւնները հաւասար են միմեանց (Ձև 31)։ Եթէ միջանկիւնագիծ քաշենք՝ նա կդառնայ ընդհանուր կողմն, իսկ ներքին փոխոխ անկիւնները.

$$\angle մ = \angle ն$$
$$\angle օ = \angle պ$$

երկու եռանկիւնները ևս հաւասար են միմեանց.

$$բ = գ,\ դ = ա,\ \angle ք = \angle ր$$

$$\angle օ + \angle մ = \angle պ + \angle ն$$

6) Անցցնելով զուգահեռագծի մէջ երկու անկիւնագծեր, կըստանանք 4 եռանկիւնիք, որոնցից հանդիպակացները հաւասար կլինին միմեանց, որովհետև նոքա ունին մի մի հաւասար կողմն և նոցա վերայ երկու երկու հաւասար անկիւններ։

Ցուցում ։ Անկիւնագծերը բաժանում են միմեանց երկու հաւասար մասերի։

7) Եթէ քառանկեան մէջ հանդիպակաց կողմերը զոյգ ընդ զոյգ հաւասար են միմեանց, այն ժամանակ նա կլինի զուգահեռագիծ։ Որովհետև եթէ անցցնենք մի անկիւնագիծ, այն ժամանակ կստանանք երկու միմեանց հաւասար եռանկիւնիք, որոնցից և հետևում է անկիւնների հաւասարութիւնը, բայց որովհետև այդ անկիւնները կլինին փոխոխներ, ուրեմն կողմերը $\parallel$ են։

Ցանկութ. Իւրաքանչիւր քառանկիւնի կլինի զուգահեռագիծ.

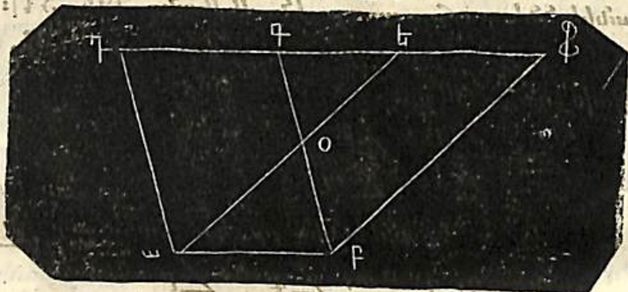
ա) եթէ որև է երկու հանդիպակաց անկիւնները հաւասար են,

բ) եթէ միորևիցէ անկիւն իւր դրակից 2 անկիւններից մինի հետ՝ տալիս է գումար = 2 Ո,

գ) եթէ որ քառանկեան երկու հանդիպակաց կողմերը հաւասար և զուգահեռական են միմեանց.

դ) Եթէ որ անկիւնագծերը միմեանց կիսում են.

8) Երկու զուգահեռագծեր, որք գտնվում են աբ մի ընդհանուր խարիսխի վերայ (Ձև 35) և աբ ու դֆ միևնոյն երկու զուգահեռական գծերի մէջ, միահաւասար մակերևոյթ են բռնում (տարածութիւն ունեն) կամ հաւասարաչափ են.

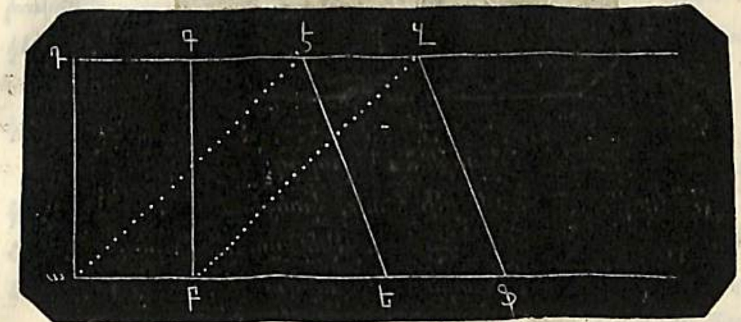


Ձև 35.

$\underline{\triangle}$ ադե $\cong$ $\underline{\triangle}$ բգֆ, իսկ զանելով երկու եռանկիւններից էլ իւրեանց համար գօե ընդհանուր մասը (մակերևոյթը և աւելացնելով երկուսի վերայ էլ օաբ մակերևոյթը, կստանանք աբգդ = աբֆե. (Եթէ հաւասար քանակութիւններից 'ի բաց առնենք հաւասար քանակութիւններ, այն ժամանակ նոքա կմնան կրկին հաւասար, և եթէ հաւասար քանակութեանց վերայ աւելցնենք հաւասար քանակութիւններ, այն ժամանակ էլ կստացուին միմեանց հաւասար քանակութիւնք).

[Ծանօթութիւն. Ե կէտը ձևի վերայ ընկած է գ կէտի աջ կողմում, բայց նա կարող է ծածկել գ ին կամ ընկնել գ կէտի ձախ կողմում, և կէտի այդպիսի դրութեանց համար, որք կհարկաւորին կազմել, ապացուցութիւնքը այնքան հեշտ են, որքան և նախընթացները.]

9) Նախընթաց կանոնը ստոյգ է և այն ժամանակ, երբ երկու զուգահեռագծերը էլ կունենան հաւասար խարիսխներ և կգտնուին միևնոյն զուգահեռական գծերի մէջ. օրինակ, աբ = եֆ և աֆ ‖ դղ (Ձև 36).



Ձև 36.

Եթէ քաշենք աէ և բղ ուղիղ գծերը, այն ժամանակ կկազմուի աբղէ ձևը, որ կունենայ առաջին զուգահեռագծի հետ աբ ընդհանուր խարիսխը, իսկ երկրորդի հետ էղ ընդհանուր կողմը. աբ = ու ‖ էղ, աէ կլինի ‖ բղ. որովհետև

$\underline{\triangle}$ ադէ $\cong$ $\underline{\triangle}$ բգղ

∠ աէդ = ∠ բղգ

աէ ‖ բղ

աբղէ զուգահեռագիծ է,

որ հաւասար է աբգդ և եֆղէ երկու զուգահեռագծերին. ուրեմն և վերջինները հաւասար են միմեանց. (Եթէ երկու քանակութիւնք առանձին առանձին հաւասար են երրորդին, այն ժամանակ նոքա հաւասար են միմեանց.)

10) Եթէ եռանկիւնին ունի զուգահեռագծի հետ ընդհանուր կամ հաւասար խարիսխ, և եթէ երկուսը էլ գտնվում են միևնոյն զուգահեռական ուղիղ գծերի մէջ, այն ժամանակ եռանկեան մակերևոյթը կլինի = զուգահեռագծի մակերևութի կէսին (Ձև 37).

Ձև 37.

$\triangle$ աբե $= {}^1/_2$ աբգդ

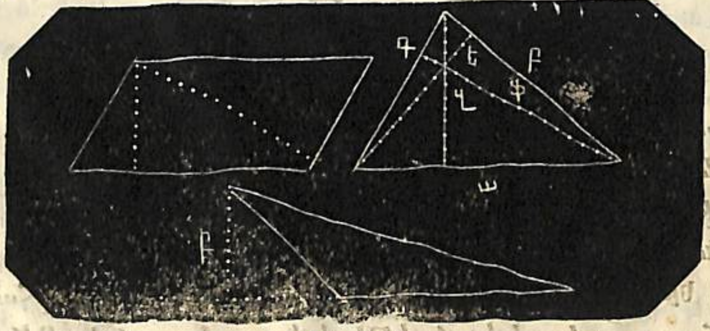
Անցընելով բփ $\parallel$ աե, կստանանք

աբգդ զուգահեռագիծը $=$ աբփե զուգահեռագծին

$\triangle$ աբե $= {}^1/_2$ աբփե

$\triangle$ աբե $= {}^1/_2$ աբգդ։

Ծանօթութիւն։ Զուգահեռագծի բարձրութիւնը համարվում է այն ուղղահայեացի երկայնութիւնը, որ թողնվում է նորա մի կողմից մինչև իւրեան հանդիպակաց կողմի վերայ, իսկ եռանկեան բարձրութիւնն է, ինչպէս արդէն վերը յիշեցինք՝ այն ուղղահայեացի երկայնութիւնը, որ թողնվում է մի որև է անկեան գագաթից հանդիպակաց կողմի կամ նորա շարունակութեան վերայ։



Ձև 38.

Իւրաքանչիւր զուգահեռագծի մէջ կարելի է ամեն մի կողմը իբր խարիսխ ընդունել. այն ուղղահայեացը, որ թողնվում է նորա (խարիսխի) վերայ հանդիպակաց կողմի վերայի մի որև է

կէտից, կլինի զուգահեռագծի բարձրութիւնը։

Եթէ ա կողմը ընդունենք իբր եռանկեան խարիսխ (Ձև 38), այն ժամանակ գ կլինի նորա բարձրութիւնը. եթէ բ է նորա խարիսխը, այն ժամանակ ե կլինի բարձրութիւնը, եթէ գ — խարիսխը, բարձրութիւնը կլինի փ։ Եթէ բութանկիւն եռանկեան մէջ իբր խարիսխ ընդունուած է ա կողմը, այն ժամանակ նորա բարձրութիւնը կլինի բ ուղիղ գիծը, որ գտնվում է եռանկիւնուց դուրս։

Որովհետև զուգահեռական գծերը իւրեանց բոլոր շարունակութեամբ միաչափ հեռաւորութիւն ունեն միմեանցից, ուստի և զուգահեռական գծերի մէջ գտնուող զուգահեռագծերը և եռանկիւնները ունին հաւասար բարձրութիւնք։ Այդ պատճառաւ և նախընթաց կանոնները կարելի է ձևակերպել այսպէս.

Հաւասար խարիսխներ և բարձրութիւններ ունեցող զուգահեռագծերը հաւասարաչափ են, իսկ եռանկեանց մակերևոյթները հաւասար են այն զուգահեռագծերի մակերևոյթների կէսին, որք ունին նոցա հետ հաւասար խարիսխք ու բարձրութիւնք։

11) Ի՞նչին է հաւասար ուղղագիծ բազմանկեան բոլոր ներքին անկիւնների գումարը. (քանի՞ ուղիղ անկեան են հաւասար նոքա բոլորը միասին առած)։

Եթէ առնենք բազմանկեան մէջ մէկ որև է կէտ և միացնենք նորան ուղիղ գծերով բոլոր անկիւնների գագաթներին (Ձև 39) այն ժամանակ բազմանկիւնն կբաժանուի այնքան եռանկիւնների, որքան և նա կողմն ունի. օրինակ վեցանկիւնն կբաժանուի 6 եռանկիւնների։

Ձև 39.

Իւրաքանչիւր եռանկեան՝ մէջ անկիւնների գումարը $=$ 2Ո, ուսրա համար և 6 եռանկեանց մէջ բոլոր անկիւնների գումարը կլինի = 6 . 2 Ո = 12 Ո։ Բայց ներքին կէտի շուրջ գտնուող 6 անկիւնները չեն պատկանում վեցանկիւնու անկիւններին, դորա համար և այդ անկիւնները պէտքէ հանել 12 Ո-ից. իսկ մէկ կէտի շուրջ գտնուող անկիւնների գումարը = 4 Ո։ Ուրեմն վեցանկիւն բազմանկեան ներքին անկիւնների գումարը հաւասար կլինի (12 — 4) Ո = 8 Ո։

Միևնոյն կերպով ներքին անկիւնների գումարը

Եօթնանկիւն բազմանկեան	=	7 . 2 Ո — 4 Ո = 10 Ո։
Ութնանկիւն —	=	8 . 2 Ո — 4 Ո = 12 Ո։
Իննանկիւն —	=	9 . 2 Ո — 4 Ո = 14 Ո։
Տասնանկիւն —	=	10 . 2 Ո — 4 Ո = 16 Ո։
Քսանանկիւն —	=	20 . 2 Ո — 4 Ո = 36 Ո։
Հարիւրանկիւն —	=	100 . 2 Ո — 4 Ո = 196 Ո։
Փ — անկիւն —	=	(Փ . 2 — 4) Ո,

ա՛յ՝ բազմանկեան ներքին անկիւնների գումարը քանի՛ ուղիղ անկեան հաւասար լինելը գտնելու համար, պէտքէ կողմերի (կամ անկիւնների) թիւը բազմապատկել 2 ով և հանել 4։

Այս միևնոյն խնդիրը կարելի է և վճռել, անցնելով մի անկեան գագաթից անկիւնագծեր և այսպիսով բաժանել բազմանկիւնին եռանկիւնիների։ Այն ժամանակ մենք կստանանք այնքան եռանկիւնիներ, որքան և կողմեր ունի բազմանկիւնին, միայն առանց երկուսի։ Քառանկիւնին կբաժանուի ուրեմն երկու, հնգանկիւնին երեք, տասնանկիւնին ութը, Փ — անկիւնին Փ — 2 եռանկիւնիների։ Որովհետև եռանկեան անկիւնների գումարը = 2 Ո, ուստի և անկիւնների թիւը

քառանկեան մէջ	=	2 . 2 Ո = 4 Ո,
հնգանկիւնու »	=	3 . 2 Ո = 6 Ո,
վեցանկիւնու »	=	4 . 2 Ո = 8 Ո,
տասնանկիւնու »	=	8 . 2 Ո = 16 Ո,
Փ — անկիւնու »	=	(Փ — 2) . 2 Ո = (2Փ — 4) Ո։

Կանոն. կողմերի թուից պէտքէ հանել 2, և մնացորդը

բազմապատկել 2 ով։

Եթէ որ բազմանկիւնին կանոնաւոր է. այ՝ եթէ նորա մէջ բոլոր կողմերը և անկիւնները հաւասար են միմեանց, այն ժամանակ իւրաքանչիւր անկիւնը կունենայ հետևեալ մեծութիւնները. որովհետև բոլոր անկիւնների գումարը

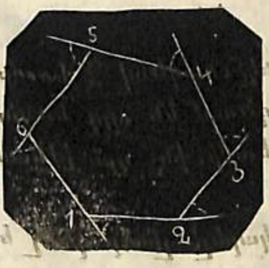
եռանկեան	մէջ = 2 Ո,	ուրեմն՝ իւրաք.	$= \frac{2}{3}$ Ո	= 60°։
քառանկեան	» = 4 Ո,	» »	$= \frac{4}{4}$ Ո	= 90°։
հնգանկիւնու	» = 6 Ո,	» »	$= \frac{6}{5}$ Ո	= 180°։
վեցանկիւնու	» = 8 Ո,	» »	$= \frac{8}{6}$ Ո	= 120°։
տասնանկիւնու	» = 16 Ո,	» »	$= \frac{16}{10}$ Ո	= 144°։

Այս կերպով ահա, աւելացնելով կանոնաւոր ձևի կողմերի թիւը, աւելանում է և նորա անկիւնների մեծութիւնը։

Կանոնաւոր բազմանկեան իւրաքանչիւր անկեան մեծութիւնը գտնելու համար, նախ պէտքէ գտնել նորա բոլոր ներքին անկիւնների գումարը և բաժանել նորան կողմերի թուի վերայ։

Օրինակ՝ կանոնաւոր քսանանկիւնու մէջ բոլոր անկիւնների գումարը հաւասար է 20 . 2 Ո — 4 Ո = 36 Ո. ուրեմն իւրաքանչիւր անկիւնը հաւասար է $\frac{20 \cdot 2\,\text{Ո} - 4\,\text{Ո}}{20} = \frac{36}{20}$ Ո. Փ — անկիւնու մէջ իւրաքանչիւր անկիւնը հաւասար է $\left(\frac{\text{Փ} \cdot 2 - 4}{\text{Փ}}\right)$ Ո։

Ցանելուած 1. Եթէ անցցնելու լինինք կանոնաւոր բազմանկեան միջնակէտից բոլոր անկիւնների գագաթներին ուղիղ գծեր, այն ժամանակ մենք կբաժանենք բազմանկիւնին այնքան հաւասար եռանկիւնիների, որքան և կողմեր ունի նա։ Այս դէպքում հեշտ է որոշել այն անկիւնների մեծութիւնը, որք գտնվում են միջնակէտում (միջին կէտում) (կենդրոնական անկիւնների)։



Ձև 40.

Ցանելուած 2. Նոյնպէս հեշտ է որոշել այն անկիւնների թիւը, որք կստացուին 4, 5, 10, Փ — անկիւնիներում, եթէ շարունակենք բազմանկեան կողմերը մէկ ուղղութեամբ (Ձև 40)։

Այդ արտաքին անկիւնների գումարը բոլոր ուղղագիծ ձևերի համար (սկսած նոյնպէս և եռանկիւնուց) հաւասար է 4 Ո։

Եթէ ձևը ունի Ֆ կողմեր, այն ժամանակ բազմանկեան ներքին անկիւնների գումարը կլինի (Ֆ . 2 — 4) Ո. այդ բազմանկեան ներքին և արտաքին անկիւնների գումարը = Ֆ. 2 Ո, ուրեմն միայն նորա արտաքին անկիւնների գումարը հաւասար կլինի 4 Ո։

[Ցուցում՝։ Իւրաքանչիւր ուղղագիծ ձևի արտաքին անկիւնների գումարը չորս ուղիղին հաւասար լինելը կարելի է շօշափելի անել, բարակ փայտի շրջելով։

Ծանօթութիւն։ Օգտակար կլինի կազմել միքանի կանոնաւոր ձևեր. օրինակ՝ քառանկիւնիք, հնգանկիւնիք, տասնանկիւնիք,— որոշել նոցա միջնակէտը և նորանից անցնել ուղիղ գծեր անկիւնների գագաթներին, կազմել արտաքին անկիւններ և յօրինել այդ ձևերի ընդհանուր աղիւսակը քառանկիւնուց սկսեալ մինչև տասնանկիւնին. այնէ՝

ա) ներքին անկիւնների,

բ) արտաքին անկիւնների,

գ) կենդրոնական անկիւններին։

Այսպիսով հեշտութեամբ կարելի է մակաբերել քանի մի նոր կանոններ։]

12) Խնդիրներ։

[1. Քաշեցէք տուած քառանկիւնին։

Սորա համար բաժանում են նորան անկիւնագծով 2 եռանկիւնների, և արդէն յայտնի եղանակով՝ գծում են այդ եռանկիւններից իւրաքանչիւրը նոյն խսկ դրութեամբ, ինչ դրութեամբ որ նա գտնվում էր քառանկեան մէջ։

2. Ո՞ր մասերը պէտքէ տուած լինին, որ կարելի լինէր գծել եռանկեան չորս տեսակներից իւրաքանչիւրը։

Քառակուսի գծելու համար պէտքէ յայտնի լինի մէկ կողմը։

Ուղղանկիւն քառանկիւնի գծելու համար — երկու կողմերը։

Շեղանկիւնի համար մէկ կողմը և մէկ անկիւնը։

Շեղակերպի համար — երկու կողմեր և մէկ անկիւն։

Թէ ի՛նչպէս պէտքէ այս պայմաններով քաշել յիշեալ ձևերը, բացատրութեան կարևորութիւն չկայ։

3. Գծել տուած բազմանկիւնին։

Բաժանելով բազմանկիւնին եռանկեանց իւր որև է անկեան գագաթից անցրած անկիւնագծերով, գծում են իւրաքանչիւր եռանկիւնին առանձին, նոյն դրութեամբ, ինչ դրութիւն և ունի նա բազմանկեան մէջ։

Ցուցուած։ Կարելի է այլ կերպ վարուել. ա՛ բաժանել բազմանկիւնին նորա մէջ առած մի կէտից եռանկիւնների, և ապա գծել իւրաքանչիւր եռանկիւնին եւյլն։

4. Թէ ի՛նչպէս պէտքէ փոխարկել զուգահեռագիծը մի ուրիշ իւրեան հաւասար և տուած անկիւնը ունեցող քառանկեան,— դարձնել շեղանկիւն զուգահեռագիծը իւրեան հաւասարաչափ ուղղանկիւն քառանկեան,— այդ ինքն ըստ ինքեան պարզ է։

5. Նոյն ձևով փոխարկել եռանկիւնին իւրեան հաւասար և տուած անկիւնն ունեցող մի այլ եռանկեան — սուրանկիւն եռանկիւնին փոխարկել իւրեան հաւասարաչափ եռանկեան՝ եւյլն։

6. Փոխարկել զուգահեռագիծը իւրեան հաւասարաչափ եռանկեան։

7. Փոխարկել եռանկիւնին իւրեան հաւասարաչափ զուգահեռագծի։

8. Գծել այնպիսի մի եռանկիւնի, որ մեծ լինէր տուած եռանկիւնուց 2, 3, 4,.... Ֆ անգամ։

9. Գծել մի զուգահեռագիծ տուածից՝ 2, 3, 4,... Ֆ անգամ մեծ։

10. Բաժանել եռանկիւնին 2, 3, 4,.... հաւասար մասերի։

11. Բաժանել զուգահեռագիծը 2, 3, 4,.... Ֆ հաւասար մասերի։

12. Գծել մի քառակուսի, եթէ տուած է նորա անկիւնագիծը,

13. Գծել ուղղանկիւն քառանկիւնի, եթէ տուած են՝ ա) կող-

մը և անկիւնագիծը, բ) կողմը և անկիւնը անկիւնագծերի ընդ-հատման ժամանակ, գ) կողմը և անկիւնը, որ կազմվում է նո-րանով անկիւնագծի հետ։

14. Գծել շեղանկիւն, եթէ տուած են.

ա) կողմը և անկիւնագիծը,

բ) երկու անկիւնագծերը,

գ) մէկ կողմը և համապատասխան բարձրութիւնը,

դ) անկիւնագիծը և բարձրութիւնը,

ե) անկիւնագիծը և նորանով բաժանուող անկիւնը։

15) Գծել շեղակերպ, եթէ տուած են.

ա) երկու կողմեր և մէկ անկիւն,

բ) երկու կողմեր և բարձրութիւն,

գ) մէկ կողմը, մէկ անկիւն և բարձրութիւն։

16. Գծել 5,6, 7, 8, 9, 10 կողմանի կանոնաւոր ձևեր։

17. Ո՞րքան անկիւնագծեր կարելի է անցնել այն ուղղագիծ ձևի մէջ, որ ունի 3, 4, 5, 6, 7, 8, ֆ կողմեր։

18. Կազմել հակադարձ խնդիրը և վճռել։]

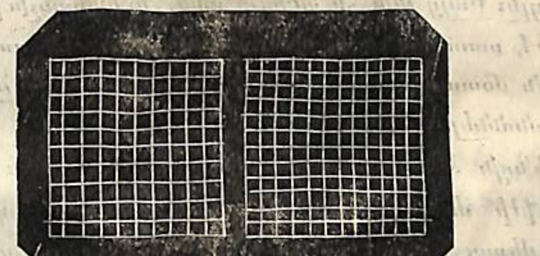
VII ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄՆ։

Ինչպէս որ երկայնութիւնները կամ գծերը չափվում են գծե-րով, այնպէս էլ մակերևութները չափվում են մակերևութներով, որովհետև մի որևէ առարկայ չափել կարելի է միայն նորա նը-ման առարկաներով։ Այն բանը, ինչով որ չափում են, ֆ չափը, պէտք է յայտնի լինի չափողին իւր անձնական զննութեամբ։ Թէ ի՞նչ բան ի՞նչ բանէ փուտը, այդ մենք իմանումենք ձեռքով, ի՞նչ բան է սաժէնը, ոտնաչափը ևայլն, իմանում ենք կամ պարզելով (ձգելով) մեր ձեռքերը, կամ ուղղակի ձեռքով և աչքերով։

Ռուսաստանում իբրև միութիւն չափի ընդունուած է անգ-լիական ոտնաչափը, որ բաժանվում է 12 մատնաչափի, իւրա-քանչիւր մատնաչափը բաժանվում 10 գծերի. 7 ոտնաչափը=1 սաժէնի=3 արշինի, արշինը բաժանվում է 16 վերշոկի։

Մակերևութների չափի միութիւնը կազմում է հաւասարա-կողմն ուղղանկիւն մակերևոյթը—քառակուսի մակերևոյթը—քառակուսի վերստը, քառակուսի սաժէնը, քառակուսի մատնա-չափը, քառակուսի գիծը ևայլն։

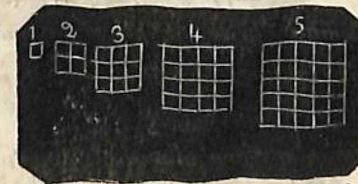
Մակերևոյթները չափելիս միութեան չափ ընդունվում է քա-ռակուսի ոտնաչափը (Ձև 41)։ Քառակուսի ոտնաչափը$=12\times12=144$ քառակուսի մատնաչափի, քառակուսի մատնաչափը $=10\times10=100$ քառակուսի գծերի։ Քառակուսի ոտնաչափը $=144\times100=14,400$ քառակուսի գծերի։ Քառակուսի սա-ժէնը $=(7\times7)=49$ քառ". ոտնաչափի. մէկ արտավարը (դեսեատինան) = 2400 (արքունի) կամ 3200 (տնտեսական) քա-ռակ". սաժէնին։



Ձև 41.

1) Քառակուսի մակերևոյթը գտնելու համար պէտք է նորա կողմերի երկայնութիւնը ցոյց տուող թիւը բազմապատկել ինքն իրանով։

Եթէ կողմը$=4$ ոտն". — ուրեմն քառակուսի մակերևոյթը $=4\cdot4=16$ քառ". ոտն"։ Եթէ կողմը$=4$ ոտն". և 6 մատ".— ուրեմն քառակուսի մակերևոյթը$=54\times54$ քառ". մատ".



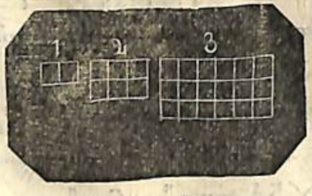
Ձև 42.

Յաւելուած 1. Եթէ քանի մի եռանկիւնների կողմերը յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս, 1: 2: 3: 4 (Ձև 42), այն ժամանակ նոցա մակերևոյթները կյարաբերին միմեանց ինչպէս 1: 4: 9: 16, ֆ մակերևոյթները աւելանում են այնպէս ինչպէս նորա կողմերի քառակուսիները։

[Ծանօթութիւն։ Նախընթացից հասկացվում է, թէ ինչու երկու հաւասար բազմապատկիչների արտադրեալը անուանվում է թուի քառակուսին]։

Յաւելուած 2. Եթէ տրվում է քառակուսու մակերևոյթը և պահանջվում է գտնել նորա կողմերի երկայնութիւնը, այն ժամանակ պէտք է այդ թիւը բաժանել երկու հաւասար բազմապատկիչների, օրինակ 100 ը 10×10 վերայ, 144 ը 12×12 վերայ և այլն։ Բայց այս չի կարելի անել իւրաքանչիւր թուի հետ. որ կարելի է ստուգել փորձով։ Վերջին դէպքում գտանելի թիւը գտնում են մօտաւորապէս, քառակուսի արմատ հանելով թուաբանական կանոնների օգնութեամբ։

2) Միևնոյն ձևով գտնում են ուղղանկիւն քառանկեան մակերևութի մեծութիւնը (Ձև 43). այն է՝ բազմապատկելով միմեանց վերայ երկու կից կողմերի երկայնութիւնը ցոյց տուող թուերը, օրինակ. 1×2=2, 2×3=6, 3×6=18 քառակուսի մատնաչափ։ Ինքն ըստ ինքեան հասկանալի է, որ ուղղանկիւն քառանկեան երկու կողմերը ևս պէտք է որ որոշուած (չափուած) լինին միևնոյն չափով։ Եթէ մի կողմը հաւասար է 6 մատնաչափի, իսկ միւսը 6 ոտն". և 4 մատն". այն ժամանակ երկու կողմերը ևս պէտք է փոխարկել նախ մատնաչափերի և ապա գտած թուերը բազմապատկել միմեանց վերայ։ Նոյն կերպով և պէտք է վարուել բոլոր այս օրինակ դէպքերում։

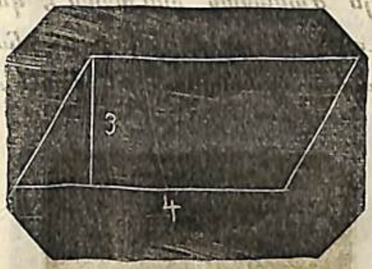


Ձև 43.

[Ծանօթութիւն։ Այստեղից հասկանալի է դառնում, թէ ինչպէս են որոշվում ուղղանկիւն քառանկեան ձև ունեցող յատակների,

առաստաղի և սենեակների պատերի մակերևութները և այլն։]

3) Որովհետև շեղ զուգահեռագիծը հաւասարաչափ է այն ուղղանկիւն քառանկեան, որ ունի նորա հետ միևնոյն խարիսխը և բարձրութիւնը, ուրեմն առաջինի մակերևոյթը կստացուի այն ժամանակ. երբ կբազմապատկենք միմեանց հետ (Ձև 44) այն թուերը, որք ցոյց են տալիս խարիսխի և բարձրութեան երկայնութիւնը։

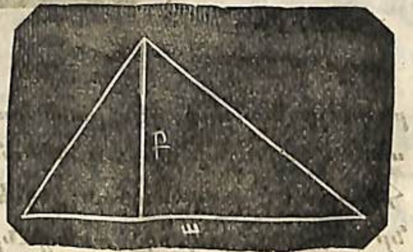


Ձև 44,

4×3=12 քառ". ոտն".

4) Եռանկիւնին կազմում է այն զուգահեռագծի կէսը, որ ունի նորա հետ հաւասար խարիսխ և բարձրութիւն (Ձև 45).

$\frac{ա \cdot բ}{2} = \frac{ա}{2} \times բ = ա \times \frac{բ}{2}$, ֆ եռանկեան մակերևոյթը գտնելու համար կարելի է նոյնպէս կամ բազմապատկել խարիսխի կէսը ամբողջ բարձրութեամբ, կամ ամբողջ խարիսխը բարձրութեան կէսով։

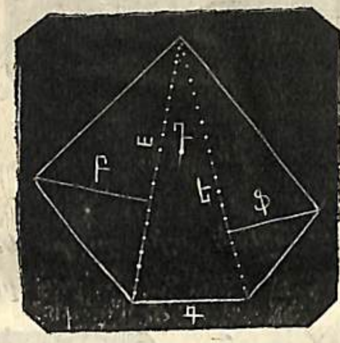


Ձև 45.

5) Եթէ տուած է բազմակողմանի մի ձև, այն ժամանակ պէտք է նորան անկիւնագծերով բաժանել եռանկիւնների և որոշել առանձին առանձին նոցանից իւրաքանչիւրի մակերևոյթը իւր խարիսխով և բարձրութեամբ, (Ձև 46). այն ժամանակ ձևի մակերևոյթը կլինի

$$= \frac{ա \cdot բ + գ \cdot դ + ե \cdot ֆ}{2}$$

Եռանկեան համար իբրև խարիսխ կարելի է ընդունել մի որև
է կողմը և նորանով արդէն կ՚որոշուի եռանկեան բարձրութիւնը։
Բազմանկիւնին եռանկիւնների բաժանել կարելի է նոյնպէս և
միջնակէտից։ Եթէ բազմանկիւնին կանոնաւոր է, այնպէս որ եթէ
նորա կենդրոնից ուղիղ գծեր քաշենք դէպի նորա բոլոր գագաթ-
ները կբաժանուի նա այնքան հաւասար եռանկիւնների, որքան
և կողմն ունի.—այն ժամանակ բաւական է գտնել մի որև է
եռանկեան մակերևոյթը և գտած թիւը բազմապատկել կողմե-
րի թուով, որ ստացուի կանոնաւոր բազմանկեան բոլոր մակե-



Ձև 46.

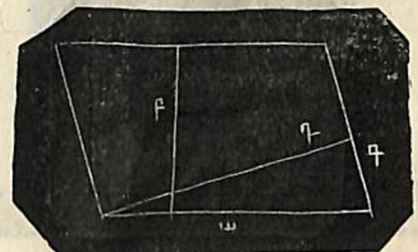
րևոյթը։ Այսպիսի դէպքում բազմանկեան մակերևոյթը հաւա-
սար է այնպիսի մի եռանկեան մակերևութի, որի խարիսխը
հաւասար է բազմանկեան կողմերի գումարին, իսկ բարձրութիւ-
նը — նորան կազմող եռանկիւններից մինի բարձրութեանը։

Յաւելուածներ.

1. Ուղղանկիւն քառանկիւնին կարելի է բաժանել քառակու-
սիների, եթէ որ նորա երկու կողմերը կիսող գծերի կազմած
կէտերից քաշենք զուգահեռական ուղիղ գծեր։ Բայց այս չի կա-
րելի անել շեղ զուգահեռագծի հետ, որովհետև սորանից թէև
կարելի է քառակուսիներ հատանել, բայց մնացորդներ էլ կը-
տացուին, որք չեն ունենայ քառակուսիների ձևեր։ Սորա հա-

մար և զուգահեռագիծը չէ կարելի ուղղակի չափել, այլ պէտ-
քէ նախ դարձնել նորան ուղղանկիւն քառանկեան։

2. Այս ժամանակ բոլորը մին է. որ կողմը և ցանկաք, այն
կողմը եա կարող էք ընդունել, իսկ բարձրութիւնը կլինի այն
ուղղահայեացը, որ կ՚թողնուի այդ կողմի վերայ հանդիպակաց
կողմի մի որև իցէ կէտից։ Երկու արտադրեալները եա, որք կըս-
տացուին կողմերի համապատասխան բարձրութեանց վերայ
բազմապատկելուց, հաւասար կլինին միմեանց, ա.բ = գ.դ։ Եթէ
որ ա = 2գ, այն ժամանակ պէտքէ որ դ = 2բ (Ձև 47)։



Ձև 47.

[Ծանօթութիւն։ Ով ծանօթ է համեմատութեանց հետ՝ նախըն-
թացի հիման վերայ դուրս կբերէ, որ զուգահեռագծի մէջ
(այնպէս՝ ինչպէս և եռանկեան մէջ) կողմերը հակադարձ համե-
մատութիւն ունին բարձրութեանց հետ։]

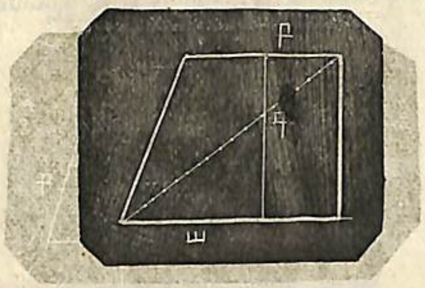
3. Որովհետև շեղանկիւնի բոլոր կողմերը հաւասար են միմեանց
և որովհետև որ կողմն էլ որ խարիսխ ընդունենս կարելի է, ու-
րեմն նորա բարձրութիւններն էլ պէտքէ հաւասար լինին մի-
մեանց։

4. Եռանկեան մէջ իւրաքանչիւր կողմը կարելի է իբրև խարիսխ
ընդունել և բազմապատկել նորան այդ կողմին համապատաս-
խան բարձրութեամբ։

5. Եթէ մի քառանկիւնի, որի մակերևոյթը պէտքէ գտնել՝
անկիւնագծերով բաժանենք երկու եռանկեանց, այն ժամանակ
կարելի է իւրաքանչիւր կողմը իբրև խարիսխ ընդունել, միայն
առաւել օգտակար և առաւել պարզ կլինի, եթէ երկու եռան-

կիւնիների համար ընդունենք իբրեւ մի ընդհանուր խարիսխ նոյն իսկ անկիւնագիծը։ Այս դէպքում, փոխանակ 4ի, բաւական է չափել 3 գիծ։

6. Միեւնոյն կերպով էլ առաւել օգտակար է սեղանի մէջ (Ձև 48) իբրեւ խարիսխ ընդունել նորա զուգահեռական կողմերը. $\frac{ա \cdot դ + բ \cdot դ}{2} = \frac{(ա+բ)}{2} \cdot դ$. ֆ՝ սեղանի մակերեւութի մեծութիւնը կգտնուի այն ժամանակ, եթէ զուգահեռական կողմերի



Ձև 48.

գումարը (թուերը) բազմապատկենք նոցա մէջ գտնուող տարածութեամբ եւ վերառնենք ստացած արտադրեալի կէսը։

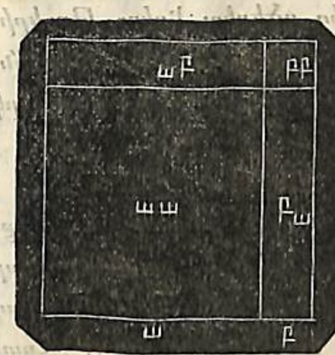
7. Որովհետեւ ուղղանկիւն քառանկեան մակերեւոյթը հաւասար է այն արտադրեալին, որ ստացւում է խարիսխը բարձրութեան վերայ բազմապատկելուց, ուրեմն երկու ուղղանկիւն քառանկեանց մակերեւոյթները յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս այդ արտադրեալները։

Իսկ եթէ խարիսխները հաւասար կլինին միմեանց, այն ժամանակ մակերեւոյթները կյարաբերին միմեանց այնպէս, ինչպէս բարձրութիւնները. իսկ եթէ հաւասար բարձրութիւն ունին.— այնպէս, ինչպէս եւ խարիսխները։

8. Այս իսկ կանոնները ստոյգ են նաեւ զուգահեռագծերի եւ եռանկիւնների համար։

9. Եթէ հարկաւոր է գտնել այնպիսի քառակուսու կողմն, որի մակերեւոյթը իւր մեծութեամբ հաւասար է զուգահեռագծի կամ եռանկեան մակերեւութին, այն ժամանակ պէտք է

միայն քառակուսի արմատ հանել այն թուերից, որք եւ ցոյց են տալիս այդ զուգահեռագծի կամ եռանկեան մակերեւութի մեծութիւնը։



Ձև 49.

Թող եռանկեան խարիսխը լինի=20 ոտնաչափին, նորա բարձրութիւնը 10 ոտնաչափ, այն ժամանակ նորա մակերեւոյթը կլինի=20×5=100 քառ". ոտնաչափի. գտանելի քառակուսու կողմը կլինի=10 ոտնաչափի։

10. Եթէ գծենք միմեանց մօտ ա եւ բ երկու ուղիղ գծերը, գծենք նոցա գումարով մի քառակուսի եւ բաժանենք նորան այնպէս (Ձև 49), ինչպէս եւ ցոյց է տուած ձեւի վերայ, քառակուսին կբաժանուի 4 մասերի՝ եւ կստացուի մի քառակուսի՝ կազմուած ա ուղիղ գծի վերայ, մի քառակուսի՝ կազմուած բ ուղիղ գծի վերայ, եւ երկու հաւասար ուղղանկիւն քառանկիւնիք,— ասել է թէ քառակուսու մակերեւոյթը բաժանվում է ա . ա+բ . բ+2 . ա . բ մասերի։

[Թող ա=6, բ=4, կգտնենք

$$\left.\begin{array}{r}(6+4)^2 \\ \text{կամ } 10^2\end{array}\right\} = 6^2+4^2+2\cdot 6\cdot 4$$

$$100 = 36+16+48.$$

Երկու գծերի գումարի վերայ կազմած երկրաչափական քառակուսին բաղկանում է այն քառակուսիների գումարից, որ կազմուած են լինում իւրաքանչիւր գծի վերայ և այն ուղղանկիւն քառանկիւնու կրկնապատկած մակերևութից, որ կազմուած է լինում երկուքին ուղիղ գծերից։ Երկու թուերի գումարի թուաբանական քառակուսին բաղկանում է երկուքին թուերի քառակուսիների գումարից և երկուքին թուերի կրկնապատկած արտադրեալից։

11. Խնդիրներ։

[1. Եռան". մակերևոյթը հաւասար է 20 քառ". սաժ". բարձրութիւնը 10 սաժ". Ինչի՞ն է հաւասար խարիսխը։

Որովհետև մակերևոյթը ստացուեցաւ բարձրութեան կէսը ամբողջ խարիսխով բազմապատկելուց, ուստի խարիսխը կըստացուի, եթէ մակերևոյթը բաժանենք բարձրութեան կէսով

($\frac{20}{5} = 4$ սաժ.)

2. Եռանկեան մակերևոյթը հաւասար է 10 քառ". սաժ". 40 քառ". ոտնաչափի, խարիսխը $=30$ ոտնաչափի, գտէ՛ք բարձրութիւնը։

($\frac{10 \cdot 49+40}{15} = 35^1/_2$ ոտն". $=5$ սաժ". $^1/_3$ ոտն.)

3. Ուղղանկիւն քառանկեան մակերևոյթը $=360$ քառ". սաժ.։ Ի՞նչ մեծութիւն կունենան կից կողմերը, եթէ նոքա պէտքէ յայտնի լինին միայն ամբողջ թուերով (1. 360, 2. 180, 3. 120, 4. 90, 5. 72, 6. 60, 8. 45, 9. 40, 10. 36, 12. 30, 15. 24, 18. 20)։

4 Շեղանկանի մակերևոյթը հաւասար է 120 քառ". մատնաչափի. նորա կողմը 10 մատնաչափի. գտնել բարձրութիւնը։ (12 մատնաչափ)։

5. Երկու այգի ունին միաչափ մակերևոյթ. 625 քառ". սաժէն. նոցանից մէկի ձևը քառակուսի է, իսկ միւսինը այնպիսի ուղղանկիւն քառանկիւնի, որի լայնութիւնը $=12$ սաժէնի. Ի՞նչքան տարբերութիւն կայ նորա շրջագծի մէջ. ($28^1/_6$ սաժ.)։

6. Անկանոն ութնանկիւնին բաժանվում է մի որևէ անկեան

գագաթից անցցրած անկիւնագծերով 6 եռանկիւններ։ Անկիւնագծերի երկայնութիւնն է 16, 20, 36, 40 և 50 ոտնաչափ, իսկ եռանկեանց անկիւնագծերին համապատասխան բարձրութիւնները 6, 9, 10, 12, 16 և 20 ոտնաչափ։ Ի՞նչքա՞ն է հաւասար ութնանկիւնու մակերևոյթը և այն քառակուսու կողմը, որ հաւասարաչափ է այս ութնանկիւնուն։ (Ութնանկիւնու մակերևոյթը $=1458$ քառ". ոտն". $=29$ սաժ." 37 քառ". ոտն". իսկ նորան հաւասարաչափ քառակուսու կողմը $=38$ ոտն". $+ \ldots$)։

Ծանօթութիւն։ Տուածից կարելի է 'ի բաց առնել երկու անկիւնագծերի մեծութիւնը։ Ի՞նչու՝ և իսկապէս ո՞ր անկիւնագծերի]։

Յաւելուած։ Այստեղ յարմար էր համեմատել զանազան երկայնութեան և քառակուսի չափերը։

I ԵՐԿԱՅՆՈՒԹԵԱՆ ՉԱՓԵՐԸ.

1 ոտնաչափը $=12$ մատնաչափի $=120$ գծերի։
1 մատնաչափը $=10$ գծերի։
1 սաժէնը $=$ 7 ոտնաչափի $=48$ մատնաչափի։
$=$ 3 արշինի $=48$ վերշոկի։
1 արշինը $=2^1/_3$ ոտնաչափի $=28$ մատն.։
$=16$ վերշոկի։
1 վերստը $=$ 500 սաժէնի $=3500$ ոտն". $=1500$ արշինի։
1 միղոնը $=$ 7 վերստի $=24500$ ոտնաչափի։
$=3500$ սաժէնի։

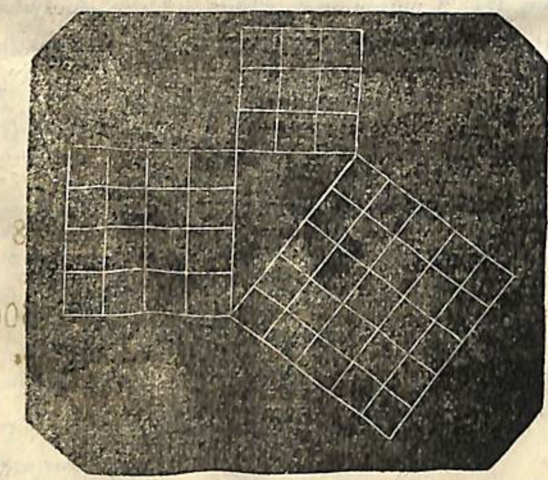
II ՔԱՌԱԿՈՒՍԻ ՉԱՓԵՐԸ.

1 քառ. ոտն. $=144$ քառ. մատնաչափի $=14400$ քառ. գծերի
$=$ 1 քառ. մատնաչափը $=$ 100 քառ. գծերի
1 քառ. սաժ. $=49$ քառ. ոտնաչափի.

= 9 քառ. արշին =2294 քառ. վերշոկ։
1 քառ. արշինը=$5^4/_9$ քառ. ոտն.=784 քառ. մաս. =256 քառ. վերշոկ։
1 քառ. վերստը=250,000 քառ. սաժ.
1 արտավարը (երեսնեայ արքունական)=2400 քառ. սաժ.
քառասնեայ տնտեսական=3200 քառ. սաժ։

VIII ՊԻՒԹԱԳՈՐԵԱՆ ԿԱՆՈՆ։

Ուղղանկիւն եռանկիւնին առանձին ուշադրութեան արժանի է։ Ուղիղ անկիւն կազմող կողմերը, կոչվում են ինչպէս և վերը ասուածէ՝ էջեր, իսկ ուղիղ անկեան դիմացի կողմը (ամենաերկարը)՝ կոչվում է ներքնաձիգ։



Ձև 50.

Նշանակելով մէկ էջի վերայ 3, իսկ միւսի վերայ 4 միմեանց հաւասար մասեր և քաշելով ներքնաձիգը (Ձև 50), որի երկայնութիւնը որոշվում է էջերի երկայնութեամբ, կգտնենք որ նա հաւասար է հինգ այդպիսի մասերի։

Գծելով ուղղանկիւն եռանկեան 3 կողմերի վերայ ևս քառակուսիներ, կգտնենք, (որովհետև 5.5=3.3+4.4) որ ներքնաձգի քառակուսին հաւասար է էջերի քառակուսիների գումարին։

Այս կանոնը ստոյգ է և ամէն ուղղանկիւն եռանկեանց համար և կոչվում է Պիւթագորեան կանոն, որովհետև Պիւթագորըն է գտել նորան։

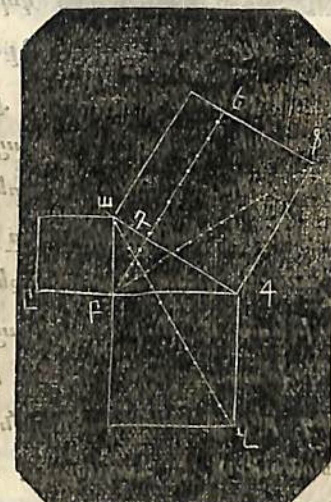
Առհասարակ դժուար չէ ապացուցանել այդ կանոնի ստուգութիւնը։

Քառակուսիները կազմելուց յետոյ թողնենք բ կէտից (Ձև 51) ագ ի վերայ մի ուղղահայեաց և շարունակենք նորան մինչև ե կէտը. սորանից ներքնաձիգի վերայ շինուած քառակուսին կբաժանուի աե և դֆ երկու ուղղանկիւն քառանկեանց։ Անցուցանենք բֆ և ադ օժանդակ ուղիղ գծերը։

ագ=գֆ
գէ=բգ
∠ագէ=∠բգֆ

△ագէ ≅ △բգֆ
△ագէ=$^1/_2$գը քառակուսուն
△բգֆ=$^1/_2$գե

գը=գե

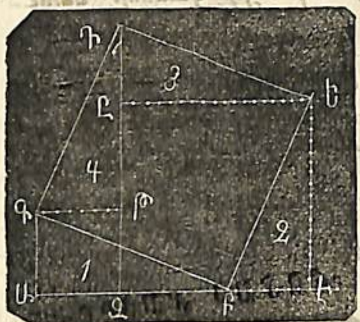


Նոյն կերպով ապացուցվում է, որ աե=բա. ուրեմն կանոնը ճիշտ է։

Պիւթագորեան կանոնի իսկութիւնը առաւել հեշտ բացատրվում է հետևեալ ձևով (Ձև 52)։

Ձև 51.

Առնենք ԲԱԳ ուղղանկիւն եռանկիւնին, ԲԳ ներքնաձիգի վերայ գծենք ԲԳԴԵ քառակուսին. ԱԲ ի և նորա շարունակութեան վերայ՝ Դ և Ե կէտերից քաշենք ԴԶ և ԵԷ ուղղահայեացները, իսկ ԴԶ գծի վերայ Գ և Ե կէտերից ԳԹ և ԵԸ ուղղահայեացները։ Այս կազմութիւնից յառաջ կգայ, որ ԲԱԳ, ԵԷԲ, ԵԸԴ ու ԴԹԳ ուղղանկիւն եռանկիւնները (որոնք նշանակուած են 1, 2, 3 և 4 ով) պատշաճական են. դարձեալ կյառաջանայ՝ որ ԱԶԹԳ ը՝ ԱԳ էջքի վրայի քառակուսին, և ԶԷԵԸ ըն էլ ԱԲ էջքի վրայի քառակուսին կերեցնի։ Ցայտնի է որ ԲԳԴԵ ներքնաձիգի վրայի քառակուսին բաղադրուած է ԲԳԹԸԵ ձևից և 3 ու 4 եռանկիւններից. ուստի՝ եթէ որ ԲԳԴԵ քառակուսույ վերջին եռանկիւնները հանենք և դնենք ներքևում 1 և 2 եռանկեանց տեղը, այն ժամանակ առաջուան քառակուսու երեսը կփոխուի ԱԳԹԸԵԷ ձևին, որ և կպարունակէ իւր մէջ ԶԷԵԸ ու ԱԶԹԳ էջքերի վրայ եղած քառակուսինները։



Ձև 52.

Ուրեմն ներքնաձիգի վրայի քառակուսին ունի իրօք այնչափ երես, որչափ որ էջքերի վրայ եղած քառակուսիներն ունին։

[Ծանօթութիւն 1. Պիւթագորեան կանոնը գործ են ածում ոչ միայն ձևերի մակերևոյթները գտնելու համար, այլ և — այնքան շատ և զանազան դէպքերում, որ նա կոչվում է երկրաչափութեան և մաթեմատիքայի գլխաւոր կանոնը։ Ասում են, թէ Պիւթագորը այս կանոնը գտնելու ուրախութիւնից 100եզը մատաղ բերեց աստուածներին։

Ծանօթութիւն 2. Հակադարձ կանոնը նոյնպէս ուղիղ է. եթէ եռանկեան մի կողմի քառակուսին հաւասար է միւս երկու կողմերի քառակուսիների թւին, այն ժամանակ առաջին կողմի հանդիպակաց անկիւնը կլինի ուղիղ։

Թող $ա^2=բ^2+գ^2$. գ կողմի վերայ ուղղահայեաց քաշենք (Ձև 53), որ $դ=բ$ և անցուցանենք ե։

Այս ժամանակ $ե^2=դ^2+գ^2$

$$=բ^2+գ^2$$

$$=ա^2$$

$$ե=ա$$

$$\Delta աբգ=\Delta դգե$$


Ձև 53.

Δաբգ, ինչպէս և դգե Δ, ուղղանկիւն են եայլն։

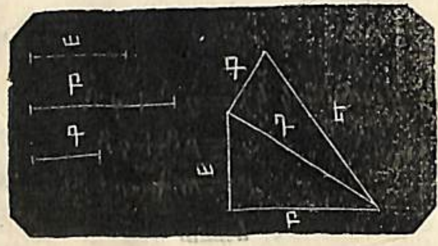
[Այս կանոնի հիման վերայ արհեստաւորները կազմում են մեքենայօրէն ուղիղ անկիւն, որի համար նոքա բաժանում են լարը հանգոյցներով այնպիսի մասերի, որ մեծը պարունակէր 5, երկրորդը 4, երրորդը 3 հաւասար մասեր, և կապում են նորա ծայրերը. ամրացնելով բաժանման կէտերը և ձգելով թելի մասերը, նոքա ստանում են ուղղանկիւն եռանկիւնի]։

Խնդիրներ։

1. Երկու քառակուսի դարձնել մէկի. կամ այնպիսի մի քառակուսի կազմել, որ հաւասար լինէր այդ երկու քառակուսիների գումարին (Ձև 54).

Սորա համար տուած քառակուսիների կողմերով կազմում են մի ուղիղ անկիւն, անցցնում են ներքնաձիգ և նորա վերայ քաշում են իւր քառակուսին։ Եթէ տուած լինէր և 3րդ քառակուսին, այն ժամանակ գտած ներքնաձիգի ծայրին պէտքէ երրորդ քառակուսու կողմին հաւասար երկայնութեամբ մի ուղղահայեաց իջեցնել և անցցնել նոր ուղղանկիւն եռանկեան ներքնաձիգը։

$$ե^{2} = գ^{2} + \left\{ \begin{array}{l} գ^{2} \\ ա^{2} + բ^{2} \end{array} \right.$$



Զև .54.

Այս կերպ շարունակելով կարելի է ինչքան քառակուսիների մակերևոյթներ էլ պահանջուի, դարձնել մէկ քառակուսու մակերևոյթ։

2. Եթէ պէտքէ գծագրել մի քառակուսի, որ երկու ծանօթ քառակուսիների տարբերութեանը հաւասար լինի, այն ժամանակ պէտքէ կազմել մի ուղիղ անկիւն (Զև 55), նորա մի կողմի վերայ նշանակել տուած փոքր քառանկեան ա կողմը և նորա ծայրակէտը կենդրոն առնելով՝ մեծ քառակուսու բ կողմին հաւասար շառաւիղով գծել մի աղեղ, որը կկտրի ուղիղ անկեան միւս կողմին. այդ կողմի կտրուածը իսկ կլինի գտանելի քառակուսու մի կողմը. որովհետև $ֆ^{2} = բ^{2} - ա^{2}$։

Զև 55.

3. Պահանջվում է մի զուգահեռագիծ կամ մի եռանկիւնի երկպատկել, եռապատկել. բաժանել 2, 3 հաւասար մասերի և այլն։

Որովհետև հաւասար խարիսխք և բարձրութիւնք ունեցող զուգահեռագիծք և եռանկիւնիները հաւասարաչափ են, և նոցա մակերևոյթները հաւասար բարձրութեանց ժամանակ յարա-

բերում են միմեանց այնպէս՝ ինչպէս խարիսխները, ուրեմն զուգահեռագծի կամ եռանկեան մակերևոյթը երկպատկելու, եռապատկելու համար պէտքէ միայն խարիսխը երկպատկել կամ եռապատկել. իսկ զուգահեռագիծը կամ եռանկիւնին 2, 3 հաւասար մասեր բաժանելու համար՝ պէտքէ միայն խարիսխը բաժանել նոյնչափ մասերի, պահպանելով նոյն բարձրութիւնը։

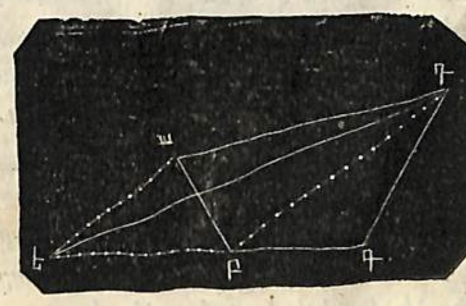
4. Զուգահեռագծի մակերևոյթը վերածել եռանկեան։

Սորա համար պէտքէ թողնել նոյն բարձրութիւնը և տալ եռանկեանը երկու անգամ մեծ խարիսխ։

Կամ թողնել միևնոյն խարիսխը, և երկպատկել բարձրութիւնը։

5. Դարձնել քառանկիւնին եռանկեան։

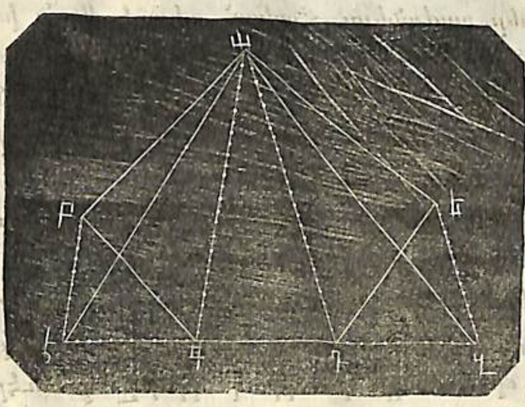
Բաժանելով արդ քառանկիւնին բդ անկիւնագծով 2 եռանկիւնների, բաւական է միայն կազմել արդ եռանկեանը հաւասարաչափ մի եռանկիւնի, որի խարիսխը գտնուէր (Զև 56) գբ էի շարունակութեան վերայ։ Շարունակենք գբ էն՝ ա կէտից անցընենք դբ ին զուգահեռական աե ուղիղ գիծը և քաշելով դե գիծը՝ կստանանք դբա և դբե եռանկիւնները. այս եռանկիւնները նոյնպէս ունին դբ խարիսխը և գտնվում են դբ և աե երկու զուգահեռականների մէջ, որոյ համար և ունին հաւասար բարձրութիւնք. ապա ուրեմն նոքա հաւասարաչափ են, որից հետևում է, թէ գդե եռանկիւնին=գդաբ քառանկեանը։



Զև 56.

6. Հնգանկիւնին փոխել եռանկեան։

Անցընելով արդէն հինգ անկիւն բազմանկեան մէջ (Ձև 57) ագ և ադ երկու անկիւնագծերը, պէտքէ միայն աբգ, ադե երկու եռանկիւնիներս գծագրել այնպէս, որ նոցա խարիսխները



Ձև 57.

գտնուէին գդ գծի շարունակութեան վերայ։ Այդ անում են վերոյիշեալ եղանակաւ. նոյն ձևից պարզ երևում է, որ աէզ եռանկիւնին հաւասարաչափ է հինգ անկիւն բազմանկեանը։

7. Եռանկիւնին զուգահեռագծի փոխել։

Սորա համար պահպանելով եռանկեան բարձրութիւնը նորա խարիսխի կէսը զուգահեռագծի համար խարիսխ են դարձնում. կամ թէ չէ պահպանելով եռանկեան խարիսխը իբրև զուգահեռագծի բարձրութիւն՝ ընդունում են եռանկեան բարձրութեան կէսը։ Որովհետև իւրաքանչիւր ուղղագիծ ձև կարելի է փոխարկել իրան հաւասարաչափ եռանկեան, հետևաբար և իւրաքանչիւր ուղղագիծ ձև կարելի է փոխարկել և զուգահեռագծի։

IX ՇՐՋԱՆ.

Շրջան կասենանք, եթէ շրջենք մակերևութի վերայ իւր ծայրակէտերից մէկի շուրջը մի ուղիղ գիծ, մինչև որ ուղիղ

գիծը ընդունի իւր նախկին դրութիւնը։ Ուղիղ գծի անշարժ կէտը կազմում է շրջանի միջնակէտը (կենդրոնը), իսկ միւս ծայրակէտը կգծէ շրջապատ կամ բոլորագիծ, իսկ՝ ինքը ուղիղ գիծ կգծէ շրջանի մակերևոյթը կամ նոյն իսկ շրջան. ուղիղ գիծը կոչվում է շրջանի կէս երկակտուրը (շառաւիղ կամ ճառագայթ), նորա երկայնութիւնից է կախուած շրջանի մեծութիւնը։

Շրջանի ներսի միւս գծերի անունները սոքա են. երկակտուր (տրամագիծ կամ առանցք). սա մի ուղիղ գիծ է, որ անցնում է կենդրոնի վերայից և որի երկու ծայրակէտերը գտնվում են շրջապատի վերայ. լար — իւրաքանչիւր մի ուղիղ գիծ, որի ծայրակէտերը գտնվում են շրջապատի վերայ. աղեղ — շրջապատի իւրաքանչիւր մի մասը. շրջանի հատուած — շրջանի մակերևութի մի մասը, որ գտնվում է լարի և նորան հանդիպակաց աղեղի մէջ։

Շրջանի հատած կամ շրջանի հատիչ կոչվում է շրջանի մակերևութի այն մասը, որ ամփոփվում է աղեղի և երկու շառաւիղների մէջ։

Կենդրոնական անկիւն կամ կենդրոնի վերայի անկիւն կոչվում է այն ուղղագիծ անկիւնը, որ գտնվում է երկու շառաւիղների մէջ։

Շրջապատի կամ ներքին անկիւն կոչվում է այն անկիւնը, որի գագաթը գտնվում է շրջապատի վերայ, իսկ կողմերը կազմում են լարեր։

Շրջանին շօշափող կամ քսուող մի ուղիղ գիծ է, որ իւր բոլոր շարունակ երկարաձգութեամբ ունի շրջապատի հետ միայն մի ընդհանուր կէտ. ապա ուրեմն և քսվում է միայն շրջապատին։

Հատանող կամ կտրող — մի շարունակուած լար է։

Համակենդրոն կամ նոյնակենդրոն շրջանները նոքա են, որք գծուած են միևնոյն մակերևութի վերայ մէկ կենդրոնով, բայց այլ և այլ շառաւիղներով։ Որովհետև իւրաքանչիւր ուղիղ գծի վերայ գտնվում է անհամար կէտերի բազմութիւն, ուրեմն իւրաքանչիւր ուղիղ գիծ, որ իւր շարժողութեամբ գծում է մէկ շրջան, գծում է միևնոյն ժամանակ և համակենդրոն շրջանների անհամար բազմութիւն։

Շրջանի նոյն իսկ կազմութիւնից և զննելուց պարզ երևում են ուղղակի հետևեալ կանոնները:

1) Երկակտուրը կամ տրամագիծը հաւասար է երկու կէս երկակտուրին կամ շառաւիղին:

2) Երկու լարերից փոքրը նա է, որ կենտրոնից հեռու է գտնվում. նա է մեծը, որը մօտ է կենտրոնին:

3) Տրամագիծը բոլոր լարերից ամենամեծն է. հաւասար լարերը հաւասար հեռաւորութիւն ունին կենտրոնից:

4) Այն շառաւիղը, որ միանում է շօշափող գծի հպման կէտին կազմում է շօշափող գծի հետ ուղիղ անկիւն. կամ այլապէս ուղղահայեաց է նորա վերայ:

Հեշտ է ապացուցանել հետևեալ կանոնը.

5) Շրջապատի անկիւնը երկու անգամ փոքր է այն կենտրոնական անկիւնից, որ գտնվում է նորա հետ միևնոյն աղեղի դիմացը:

Այս տեղ կարող են պատահել երեք դէպք՝ նայելով թէ որտեղ է գտնվում արդեօք կենտրոնը. շրջապատին կպած անկեան կողմերից մինի վերայ, կամ նորա կողմերի մէջ, կամ թէ այդ անկիւնից դուրս (Ձև 58):

Ձև 58.

Նկ'. 1. ադբ Δ հաւասարասրունք է. ուրեմն $\angle\text{բ}=\text{դ}$: $\angle\text{գադ}=\angle\text{բ}+\angle\text{դ}$, դորա համար և $=2\angle\text{բ}$, $\therefore \angle\text{բ}=\frac{1}{2}\angle\text{գադ}$:

Նկ". 2. Անցցնենք բաե գիծը:

$\angle\text{գաե}=2\angle\text{գբե}$ (նախընթաց կանոնը)

$\angle\text{դաե}=2\angle\text{դբե}$ (— —)

$\angle\text{գադ}=2\angle\text{գբդ}$, կամ

$\angle\text{գբդ}=\frac{1}{2}\angle\text{գադ}$:

Նկ". 3. Անցցնենք բաե գիծը:

$\angle\text{եադ}=2\angle\text{եբդ}$

$\angle\text{եագ}=2\angle\text{եբգ}$

$$\left.\begin{array}{l}\angle\text{եադ}-\angle\text{եագ}\\ \angle\text{գադ}\end{array}\right\}=\begin{array}{l}2\angle\text{եբդ}-2\angle\text{եբգ}\\ 2\angle\text{գբդ}\end{array}$$

Այս կանոնից հետևում է, թէ շրջապատի այն անկիւնը, որ գտնվում է կիսաշրջապատից կարճ աղեղի դիմաց, սուր է, այն անկիւնը, որ ունի իւր դիմաց կիսաշրջապատին հաւասար աղեղ՝—ուղիղ է:

Կիսաշրջապատից մեծ աղեղի դիմաց գտնուող անկիւնը կլինի բութ, որովհետև առաջին դիպուածում կենտրոնի անկիւնը, որ կգտնուի նոյն աղեղի դիմաց, կլինի <2Ո,

երկրորդ դիպուածում=2Ո,

երրորդ դիպուածում >2Ո,

Բոլոր այս դիպուածները պէտք է շօշափելի առնել նկարների օգնութեամբ:

Յաւելուած 1. Միևնոյն աղեղի վերայ կարող են պատահել անթիւ և անհամար շրջապատի անկիւններ, և նոքա բոլորը հաւասար լինելով կենտրոնական անկեան կէսին՝ հաւասար կլինին և միմեանց:

Յաւելուած 2. Մենք առաջ տեսանք, որ կենտրոնի անկիւնը չափվում է այն աղեղով, որ գտնվում է նորա կողմերի մէջ և պարունակում է այնքան աստիճան, որքան աղեղը. դորա համար և շրջապատի անկիւնը կպարունակէ իւր մէջ աղեղի աստիճանների կէսը, հետևաբար և կչափուի իւր կողմերի մէջ պարունակուող աղեղի կէսով:

Յաւելուած 3. Շրջանի մէջ գծուած եռանկեան երեք անկիւնները յենում են այն աղեղներին, որք խմիասին կազմում են ամբողջ շրջապատը. ուրեմն բոլորը խմիասին չափվում են շրջապատի կէսով, 180°: Եթէ շրջանի մէջ քաշուած է մի քառանկիւնի, այն ժամանակ իւրաքանչիւր երկու հանդիպակաց անկիւնները խմիասին կձգեն դէպի իրանց ամբողջ շրջապատը, դորա համար և խմիասին առած կլինին=180°:

6) Կենտրոնից լարի վերայ թողած ուղղահայեացը անցնում է նորա մէջտեղից (Ձև 59):

$$\angle գդա = \angle գդբ$$
$$\angle գաբ = \angle գբա$$
$$գա = գբ$$
$$\Delta գդա \cong \Delta գդբ$$
$$ադ = բդ։$$

Հակադարձօրէն՝ Այն ուղղահայեացը, որ թողած է լարի մէջտեղից, անցնում է շրջանի կենդրոնից։

Ձև 59.

Այս դէպքում մանաւանդ պետք են V գլխի, №7, կանոնները, որովհետև լարի ծայրակէտերը ուղիղ գծերով կենդրոնի հետ միացնելուց յետոյ կազմվում են հաւասարասրունք եռանկիւնիներ։

7) Եթէ որ շառաւիղի շրջապատին կպած ծայրակէտից շառաւիղին ուղղահայեաց քաշենք, այդ ուղղահայեացը կլինի շրջանին շօշափող գիծ։

Որովհետև, եթէ որ այդ ուղղահայեացի մի որևէ կէտին կենդրոնից մի ուղիղ գիծ տանենք, այդ գիծը շառաւիղից երկայն կլինի, պատճառ որ կգտնուի ուղիղ անկեան՝ ցի եռանկեան միջի ամենամեծ անկեան դիմացը. հետևաբար և մեր վերցրած ուղղահայեացի կէտը գտնվում է շրջանից դուրս, (Ձև 60)։ Նոյնը ստոյդ է և իւրաքանչիւր կէտի համար, որ վերցրած է ուղղահայեացի վերայ բացի մէկից. ուրեմն այդ ուղղահայեացը շօշափող գիծ է։

Ձև 60.

Հակառակը, եթէ շօշափման կէտից ուղղահայեաց անցցնենք շօշափող գծին, այն ժամանակ նա կանցնի կէնդրոնի վերայից, և եթե շարունակենք նորան, կլինի տրամագիծ։

Եթէ որ շրջանի կենդրոնից ուղղահայեաց թողնենք շօշափող գծի վերայ, այն ժամանակ ուղղահայեացը կհանդիպի նորան շօշափման կէտում։

Ծանօթութ. Որովհետև հաւասար շրջանների մէջ հաւասար լարերին համապատասխանում են կենդրոնական հաւասար անկիւններ, ուստի այս կանոնի հիման վերայ կարելի է առաջուան ցոյց տուածից առաւել ճիշտ կերպով չափել և անկիւններ գծել անկիւնաչափի օգնութեամբ։

Թղթի վերայ անկիւնը փոխադրիչով չափելու համար, անկեան գագաթից փոխադրիչի շառաւիղին հաւասար շառաւիղով գծում են նորա կողմերի մէջ մի աղեղ, այդ աղեղի լարը վեր են առնում կարկինի սրունքների մէջ. յետոյ մէկ սրունքը դնում են փոխադրիչի զրօ բաժանման վերայ, իսկ միւսը ցոյց է տալիս կիսաշրջանի վերայ այն թիւը, որը և կազմում է չափուող անկեան մեծութիւնը։

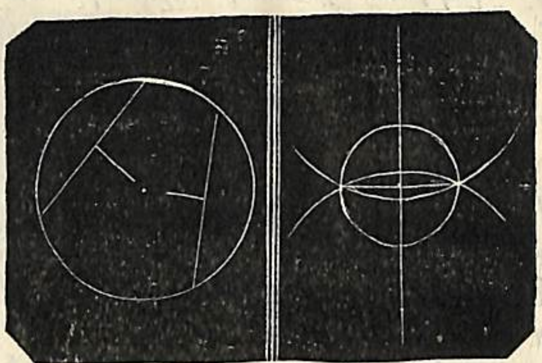
Եթէ կամենում են փոխադրիչի օգնութեամբ որոշ մեծութեամբ անկիւն քաշել՝ մի ուղիղ գիծ են առնում. նորա որևէ կէտից փոխադրիչի շառաւիղով գծում են աղեղ, առնում են կարկինի սրունքների մէջ այն լարը, որ գտնվում է որոշեալ մեծութեամբ անկեան դիմաց, և նշանակում են նորան աղեղի վերայ, սկսեալ աղեղի ուղիղ գծի հետ կտրուած կէտից. յետոյ ուղիղ գծով միացնում են լարի միւս ծայրակէտը վերառած կէտի հետ և այս կերպով ստանում են պահանջուած անկիւնը։

8) Խնդիրներ։

1) Գտէ՛ք շրջանի կենդրոնը։

Նորա համար անցցնում են մի կամաւոր լար, երկու հաւասար մասն են անում նորան, և մէջտեղից նորա վերայ մի ուղղահայեաց են կայնեցնում, որը և շարունակում են երկու կողմերում մինչև շրջապատին կտրելը։ Այս կերպով ստացվում է մի տրամագիծ, որի մէջտեղը լինում է շրջանի կենդրոնը։

Եւ կամ անցցնում են երկու կամաւոր երկայնութեամբ լարեր և նոցա մէջտեղից կայնեցնում են ուղղահայեացներ. այն ուղղահայեացներից ամեն մինը կանցնի կենդրոնից, ուրեմն կենդրոնը կլինի այնտեղ, ուրտեղ և կկտրուեն ուղղահայեացները (Ձև 61)։



Ձև 61. Ձև 62.

2. Գծել այնպիսի մի շրջապատ, որ անցնէր տուած ուղիղ գծի ծայրերից։

Սորա համար կարելի է բաժանել ուղիղ գիծը երկու՝ հաւասար մասերի (Ձև 62), և նորա մէջտեղից ուղիղ գծին հաւասար շառաւիղով գծել շրջան. այդ շրջանը կլինի մօտիկ ստուգութիւն ունեցող ամենափոքր շրջանը։ Միւս շրջանները գտնելու համար ուղիղ գծի մէջտեղից կանգնեցնում են մի ուղղահայեաց և շարունակում են երկու կողմերումն էլ։ Այն ժամանակ ուղղահայեացի վերայ վերցրած իւրաքանչիւր կէտից կարելի է մինչև տուած ուղիղ գծի ծայրերից մինը շառաւիղ առնելով շրջան քաշել. այդպիսի շրջաններից ամեն մինը կլուծի խնդիրը։

[Ծանօթութիւն։ Այսպէս ուրեմն խնդիրը բաւարարիչ կերպով լուծվում է այն շրջանների անթիւ բազմութեամբ, որոց կենդրոնները գտնվում են այն ուղղահայեացի վերայ, որ թողուած է տուած ուղիղ գծի մէջտեղից։

Այդ տեսակ խնդիրները կոչվում են անորոշ։ Այս անորոշութիւնը կախուած է ոչ թէ լուծելու եղանակների շատութիւնից, այլ մեծութիւնների շատութիւնից, որք և բաւարարիչ են խնդրի համար։ Միայն այս խնդրի մէջ գտանելի շրջանների կենդրոնների դրութիւնը ոչ բոլորովին կամաւոր է.— կամաւոր լինելը սահմանափակվում է այն պայմանով, թէ բոլոր կենդրոնները պէտ-

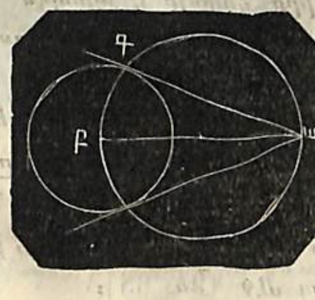
քէ գտնուին ուղղահայեացի վերայ]։

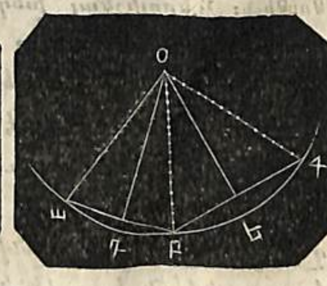
3. Գծել այնպիսի մի շրջապատ, որ շօշափէր ուղիղ գծին տուած կէտում։

Ուղիղ գծի վերայի տուած կէտից կանգնեցնում են մի ուղղահայեաց և դորա վերայի մի որևէ կամաւոր կէտից մինչև տուած կէտը շառաւիղ առնելով՝ գծում են մի շրջապատ, ինչպէս և ցոյց է տուած Ձև 60երորդում, որը կշօշափի ուղիղ գծին տուած կէտում։

4. Շրջանից դուրս գտնուող տուած կէտից շրջանին շօշափող գիծ գծել։

Յայտնի է որ շօշափող գիծը ուղղահայեաց է շառաւիղին, սորա համար և կհարկաւորի տուած կէտից այնպիսի մի ուղիղ գիծ քաշել, որ կազմէր շառաւիղի հետ ուղիղ անկիւն։ աբ գիծը կլինի այդ եռանկիւնուց յառաջացած ներքնաձիգը։ Ուրեմն պէտքէ աբ գիծը երկու հաւասար բաժին անել և նորա կէսին հաւասար շառաւիղով (Ձև 63) նորա մէջտեղից մի շրջապատ գծել, որը կկտրի տուած շրջանը գ կէտում. անցցնելով այժմ ագ ուղիղը՝ կստանանք պահանջուած շօշափող գիծը։





Ձև 63. Ձև 64.

Որովհետև ∠բդա գտնվում է կիսաշրջապատի վերայ կամ կիսաշրջապատի ներսը գծուած մի անկիւն է, ուրեմն =Ո, հետևաբար և ագ ուղղահայեաց է բգ ին և է շօշափող։

Որովհետև երկու շրջանների շրջապատները կտրվում են երկու կէտերում, ուրեմն մենք կստանանք միմեանց հաւասար շօշափողներ (սա հեշտ է ապացուցանել)։ Իւրաքանչիւր շրջանի դուրս գտնուող կէտից կարելի է քաշել նորան երկու (հաւասար) շօշափողներ։ Նոցանից կազմուած անկիւնը բաժանվում է երկու հաւասար մասն այն ուղիղ գծով, որ անցնում է շրջանի կենդրոնից, որին և նոքա շօշափում են։

5. Ուղիղ գծի վերայ չգտնուող տուած երեք կէտերից անցուցանել շրջապատ։

Եթէ միացնենք ա, բ, գ կէտերը երկու ուղիղ գծերով, այն ժամանակ այս ուղիղ գծերը պէտքէ լինին ապագայ շրջապատի լարերը (Ձև 64)։ Սորա համար և եթէ նոցա երկու հաւասար մասն անենք և նոցա մէջտեղից ուղղահայեացներ կանգնեցնենք, այն ժամանակ գտանելի շրջապատի կենդրոնը պէտք է գտնուի այդ երկու ուղղահայեացների վերայ, ապա ուրեմն՝ այնտեղ՝ ուր նոքա կտրվում են. (օ կէտում) օա (օբ կամ օգ) կլինի այն ժամանակ գտանելի շրջանի շառաւիղը, որի շրջապատը կանցնի ոչ միայն ա կէտից, այլև բ և գ կէտերից, որովհետև օա, օբ, օգ ուղիղ գծերը հաւասար են միմեանց օդա և օդբ, օեբ և օեգ եռանկեանց հաւասարութեան հիման վերայ։

[Ծանօթութիւն։ Վերոյիշեալ խնդիրը կարելի է այսպէս առաջարկել. հարկաւոր է մի դպրոց շինել այնպէս, որ նա գտնուէր երեք գիւղերից եւս հաւասար հեռաւորութեամբ։]

Ցուցմունք։ Որովհետև երեք կէտերը որոշում են արդ եռանկիւնին, ուրեմն վերոյիշեալը վճռում է հետևեալ խնդիրը, գծել եռանկեան շուրջը շրջան։

Ո՞րտեղ է գտնվում այդ շրջանի կենդրոնը ուղղանկիւն, բութանկիւն և սուրանկիւն եռանկեանց մէջ (Ձև 65)։

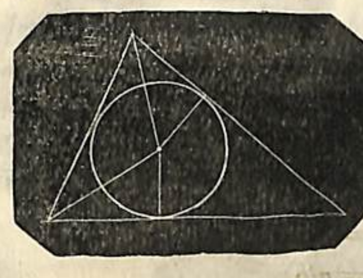
Ձև 65.

Որովհետև ուղիղ անկիւնը գտնվում է կիսաշրջանի մէջ (կամ դրուած է կիսաշրջապատի վերայ) ուրեմն նորա ներքնաձիգը կլինի շրջանի տրամագիծը. գտանելի շրջանի կենդրոնը կգտնուի ներքնաձիգի մէջտեղում. այդ իսկ պատճառաւ կենդրոնը գտնելու համար պէտքէ միայն բաժանել ներքնաձիգը երկու հաւասար մասերի։

Բութ անկիւնը գտնվում է կիսաշրջապատից մեծ աղեղի վերայ. ուրեմն գտանելի շրջանի կենդրոնը կգտնուի եռանկեան մակերևութից դուրս։

Սուր անկիւն եռանկեան իւրաքանչիւր անկիւնը գտնվում է կիսաշրջապատից փոքր աղեղի վերայ, եռանկեան իւրաքանչիւր կողմը կլինի այդպիսի աղեղի լարը. այդ իսկ պատճառաւ և գտանելի շրջանի կենդրոնը կգտնուի եռանկեան ներսում։

6. Գծել եռանկեան մէջ շրջան. (եռանկեան կողմերը պէտքէ շօշափեն շրջանին. (Ձև 66)։



Ձև 66.

Որովհետև (Սրդ խնդրին համաձայն) երկու շօշափողներից կազմուած անկիւնը շրջանի կենդրոնից անցնող ուղիղ գծի օգնութեամբ բաժանվում է երկու հաւասար մասերի, ուրեմն պէտքէ միայն երկու հաւասար մասն անել եռանկեան երկու անկիւնները. անկիւնները բաժանող երկու գծերի միմեանց կտրած տեղում կգտնուի գտանելի շրջանի կենդրոնը. իսկ այն ուղղահայեացը, որ կթողնուի կենդրոնից եռանկեան կողմերից մինի վերայ, կլինի նորա շառաւիղը։

Կենդրոնից եռանկեան կողմերի վերայ թողուած երեք ուղղահայեացների հաւասարութիւնը հետևում է երկզոյգ եռանկեանց հաւասարութիւնից. իսկ եռանկեան բոլոր երեք կողմերի շօշափողներ լինելը շրջանին՝ հետևում է նորանից, որ նոքա ուղղահայեաց են շառաւիղներին։

7. Ի՞նչպիսի քառանկեանց շուրջը և ինչպիսիների ներսը կարելի է շրջաններ քաշել։

ա) Քառակուսիների և ուղղանկիւն քառանկեանց շուրջը. մի խօսքով՝ ուղղանկիւն քառանկեանց շուրջը և քառակուսու մէջ։

Թէ ի՞նչից է կախուած սա՛—ինքն ըստ ինքեան հասկանալի է։

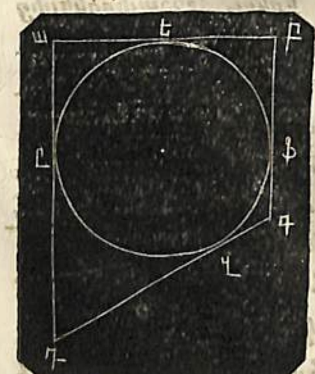
բ) Առ հասարակ այն բոլոր քառանկեանց դուրսը, որոց հանդիպակաց անկիւնների գումարը հաւասար են միմեանց և = 2Ո։

Որովհետև իւրաքանչիւր շրջանի մէջ գծուած քառանկեան հանդիպակաց անկիւնների գումարը = 2Ո։

Քառանկեան կողմերը դառնալի շրջանի համար կլինին լարեր, իսկ սորանից յառաջանում է այն կանոնը, որով պէտքէ գտնել պահանջուած շրջանը։

գ) Իւրաքանչիւր այնպիսի քառանկեան մէջ, որի հանդիպակաց կողմերի գումարները հաւասար են միմեանց։

Որովհետև այս ստոյգ է շրջանից դուրս գծուած բոլոր քառանկեանց համար։



աե = աը
բե = բփ

աե + բե = աը + բփ
= աբ

դղ = դը
գղ = գփ

դղ + գղ = դը + գփ
= դգ

աբ + դգ = աը + բփ + դը + եփ
= ադ + բգ։

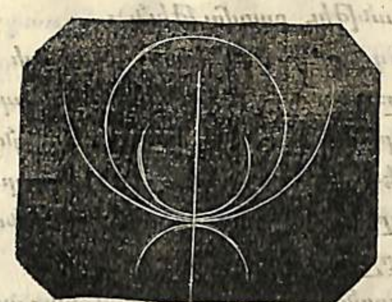
Ձև 67.

Դառնալի շրջանի կազմութիւնը հետևում է 6րդ խնդրից։

8. Գծել մի շրջապատ, որ շօշափէր տուած շրջապատին որոշեալ կէտում։

Անցցնելով տուած կէտին շառաւիղ և շարունակելով նորան դէպի վեր (Ձև 68), կարելի է այդ գծի իւրաքանչիւր կէտից մին-

չև շօշափման կէտը շառաւիղ առնելով խնդիրը լուծող շրջապատներ գծել։ Բոլոր այդ շրջապատները տուած կէտի վերայ կունենան մի ընդհանուր շօշափման կէտ. ուրեմն շօշափում են միմեանց։

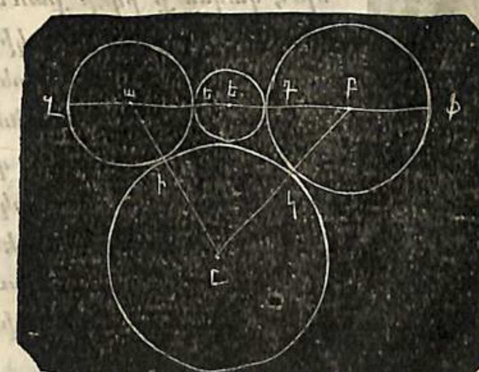


Ձև 68.

Այդ շրջապատները գտնվում են տուած շրջապատի դուրսը կամ ներսը, կամ շրջապատում են նորան այնպէս, որ նա գլորվում է նորա մէջում։ Այս երեք դէպքերը կախուած են կենդրոնի դրութիւնից և իւրաքանչիւր շառաւիղի մեծութիւնից, որ պարզ կարելի է տեսնել Ձևը զննելով։

9. Գծել մի շրջան, որ շօշափէր տուած երկու շրջաններին։

Եթէ միացնենք ուղիղ գծով երկու տուած շրջանների ա և բ



Ձև. 69.

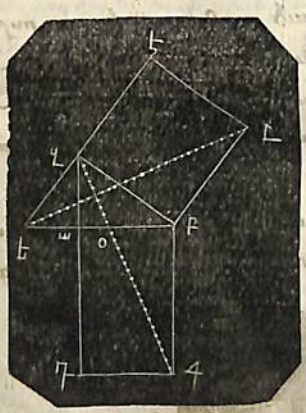
կենդրոնները (ձև 69), այն ժամանակ նոյն իսկ նկարից երևում է, որ եդ, զդ, եֆ, զֆ գծերի մէջտեղից՝ նոցա կէսով գծուած շրջանները լուծում են խնդիրը։

Շրջանները թուով 4 են։

Իսկ բացի նոցանից միեւնոյն խնդիրը լուծում են էլի շատ ուրիշ շրջաններ (անթիւ բազմութիւն)։

Երեւակայենք մեզ այդ շրջաններից մէկը, որի կենդրոնն է ը. այն ժամանակ իը=կը։ Այդ պատճառաւ էլ պէտք է աի և բկ երկու շառաւիղներին հաւասար մասեր աւելցնել, և ստացած գծերով ա և բ կէտերից գծել մէկ կէտում կտրուող (ը) շրջանների աղեղները, այդ կէտը պէտք է ընդունուի իբրև կենդրոն գտնելի շրջանի համար եայլն։

10. Տուած ուղղանկիւն քառանկիւնին քառակուսու փոխարկել (Ձև 70)։



Ձև 70.

աբ և ադ կողմերը շարունակենք ու կազմենք բե=ադ. բե ուղիղ գծի օ միջնակէտից օբ շառաւիղով մի աղեղ գծենք՝ որ կտրի ադ երկայնցրած գծին զ կէտում. այն ժամանակ բզէ եռանկիւնին զ կէտում կունենայ ուղիղ անկիւն։ Դորանից յետոյ բզ գծի վերայ եթէ կազմենք բզէր քառակուսին, նա կունենայ աբգդ ուղղանկիւն քառանկեան հետ հաւասար երես։

Սորան վերահասու լինելու համար քաշենք եր և զգ ուղիղ գծերը, որից յետոյ կտեսնենք որ երզ եռանկիւնին բզէր քառակուսու կէսն է, իսկ գբզ՝ աբգդ ուղղանկիւն քառանկեան կէսն է։ Բայց երզ ու գբզ պատշաճական են, և դորա համար էլ հաւասար երես ունին. ուստի բզէր քառակուսին և աբգդ ուղղանկիւն քառանկիւնին իրարու հաւասար են։

Ցաւելուած։ Մենք տեսանք, որ իւրաքանչիւր բազմանկիւնի կարելի է դարձնել իւրեան հաւասարաչափ եռանկեան, իւրա-

քանչիւր եռանկիւնի զուգահեռագծի, ուրեմն և ուղղանկիւն քառանկեան։ Իսկ վերոյիշեալ կազմութեամբ ուղղանկիւն քառանկիւնին դառնում է քառակուսի։

Ուրեմն, իւրաքանչիւր ուղղագիծ ձևի մակերևոյթը կարելի է ընդունել իբրև քառակուսի ձև։

11. Գտնել շրջանի մակերևութի մեծութիւնը։

Եթէ որ շրջանի մէջ անցուցանենք երկու միմեանց փոխադարձաբար ուղղահայեաց տրամագծեր և միացնենք նոցա ծայրերը միմեանց ուղիղ գծերով՝ կստանանք շրջանի մէջ գծուած քառակուսի։ Նորա մակերևոյթը փոքր կլինի շրջանի մակերևութից։

Երևակայենք թէ՝ շրջանի մէջ գծուած է կանոնաւոր վեցանկիւնի։ Եթէ նորա անկիւնների գագաթները միացնենք կենդրոնի հետ, այն ժամանակ վեց կենդրոնական անկիւններից իւրաքանչիւրը կլինի=$^4/_6$Ո=$^2/_3$Ո, և այս վեց եռանկեանց իւրաքանչիւր անկիւնը կլինի նոյնպէս=$^2/_3$Ո։ Այս եռանկեանց անկիւնները հաւասար են միմեանց, ուրեմն և հաւասարակողմն են. այդ պատճառաւ իւրաքանչիւր շրջանի շառաւիղը կպարունակուի շրջապատի վերայ 6 անգամ։— Այդ վեցանկիւն բազմանկեան մակերևոյթը շրջանի մակերևութին աւելի կմօտենայ՝ քան թէ քառանկեան մակերևոյթը։

Իսկ եթէ գծենք շրջանի մէջ տասներկուանկիւն կանոնաւոր բազմանկիւնի, որի համար վեցանկիւն բազմանկեան կենդրոնական անկիւններից իւրաքանչիւրը պէտք է երկու հաւասար մասն անել, լարեր անցցնել եայլն, այն ժամանակ նորա մակերևոյթը առաւել կմերձենայ շրջանի մակերևութին։ Որքան շատ կողմեր ունի շրջանի մէջ գծուած կանոնաւոր ձևը, այնքան նա աւելի մերձ է շրջանի կենդրոնին։

Ձևի գագաթները կենդրոնի հետ միացնելուց կազմվում են հաւասար խարիսխ և հաւասար բարձրութիւն ունեցող հաւասար եռանկիւնիներ։ Իսկ այն եռանկիւնիները, որք ունին հաւասար բարձրութիւն՝ դրուած լինելով միմեանց վերայ, հաւասահմանափակ են մէկ այնպիսի եռանկեան, որ ունի նոյն բարձրութիւնը և որի խարիսխը հաւասար է միևնոյն վերայ դրուած եռանկեանց խարիսխի գումարին։ Համարենք թէ շրջանի մէջ գծուած է մի այնպիսի կանոնաւոր բազմանկիւն, որ ունի թուով չափազանց շատ կողմեր (100,1000 և այլն), այնպէս, որ նորա մակերևոյթը (համարեայ) կծածկէ շրջանի մակերևութին։ Եթէ երևակայենք, որ այդ եռանկեանց գումարը հաւասար է այնպիսի մի եռանկեան, որի բարձրութիւնը կարելի է վերցնել շառաւիղին հաւասար, իսկ խարիսխը հաւասար է բոլոր խարիսխների գումարին. որ հաւասար է շրջագծին, այն ժամանակ հեշտ է հասկանալ, որ շրջանի մակերևոյթը հաւասար է այն եռանկեան մակերևութին, որի խարիսխը հաւասար է շրջագծին, իսկ բարձրութիւնը—շառաւիղին։ Այդ մակերևոյթը կգտնուի, եթէ բազմապատկենք միևնոյն հետ այն թուերը, որք ցոյց են տալիս շրջագծի և շառաւիղի մեծութիւնը և բաժանել արտադրեալը 2ի վերայ։ Եթէ Բ ցոյց է տալիս շրջագիծը (բովանդակագիծը), Շ շառաւիղը, այն ժամանակ շրջանի մակերևոյթը

$$= \frac{Բ.Շ}{2} = \frac{Բ}{2}.Շ = Բ.\frac{Շ}{2}$$

Այսպէս ուրեմն խնդիրը պահանջում է որոշել շառաւիղի կամ տրամագծի յարաբերութիւնը շրջագծի հետ. որ շառաւիղով կամ տրամագծով որոշել համապատասխան շրջագիծը. Բայց որովհետև շառաւիղը և տրամագիծը ուղիղ գծեր են, իսկ շրջագիծը — կոր, ուրեմն այդ յարաբերութիւնը կարելի է մերձաւորապէս միայն գտնել 1)։ Նա գտնուած է արդէն գիտնականաց ձեռքով հին ժամանակներում և ձևակերպվում է այսպէս.

1) Կլոր փայտի շուրջը պէտք է թել փաթաթել և համեմատել նորա երկայնութիւնը տրամագծի հետ։

Իմանալով մի որև է ճանապարհի երկայնութիւնը և այն անիւի տրամագիծը, որը և պէտք է գլորուի այդ ճանապարհով, հեշտ է համարել այն դարձուածքների թիւը, որ անիւը այդ ճանապարհի վերայ կանէ։ Եթէ յայտնի է տրամագիծը և դարձուածքների թիւը, հեշտ է գտնել ճանապարհի երկայնութիւնը։

7 : 22, կամ 100 : 314, որ եթէ տրամագիծը բաժանենք 7 կամ 100 մասերի, այն ժամանակ շրջագիծը կունենայ 22 կամ 314 այդպիսի մասեր։ Եթէ Տ տառով նշանակենք տրամագիծը Շ տառով շրջագիծը, այն ժամանակ

$$Շ = \frac{22}{7}.Տ \text{ կամ } \frac{314}{100}Տ,\ Տ = \frac{7}{22}.Շ \text{ կամ } = \frac{100}{314}Շ։$$

Օրինակ։ Ասենք թէ Տ=10 ոտն. Որոշեցէք շրջագծի և շրջանի մակերևութի մեծութիւնը։

Պատասխան։ $\frac{22}{7}\cdot 10$ ոտ.$=31^3/_7$ ոտ. շրջանի մակերևոյթը$=31^3/_7 \cdot 5=157^1/_7$ քառ. ոտն։

[Ծանօթութիւն։ Եթէ կարելի լինէր գտնել տրամագծի շրջագծի հետ ունեցած ոչ միայն մօտաւորապէս, այլ բոլորովին ճիշտ և խիստ յարաբերութիւնը, հետևաբար և գտնել մի այնպիսի եռանկիւնի, որի մակերևոյթը բոլորովին հաւասար լինէր շրջանի մակերևութին և այդ եռանկիւնին դարձնել իւրեան բոլորովին հաւասարաչափ քառակուսու, այն ժամանակ հների խնդիրը, որ շրջանին հաւասար քառակուսու չափը որոշելը վճռուած կլինէր։ Սակայն մինչև այսօր նորան վճռել չեն կարողանում և ոչինչ յոյս չի կարելի ունենալ, որ երբ և իցէ լուծեն նորան։ Այս պատճառաւ ներկայումս անգործ մարդիք միայն պարապում են այդ անլուծանելի խնդրով. այն հիման վերայ անլուծելի, որ կոր գիծը չէ կարելի ճշտօրէն ուղիղ գծով չափել։

12. Լիւդոլ՛ֆեան թիւը և այլն։

1. Շրջանի մակերևութի չափելուն և գտնելուն վերաբերեալ խնդիրը մենք վճռել ենք շատ կարճ կերպով։ Բայց անօգուտ չէ լինիլ այս առարկան արծարծել մի փոքր ընդարձակ և ճշտօրէն։

Գծելով շրջանի մէջ մի կանոնաւոր բազմանկիւնի և աստիճան առ աստիճան կրկնապատկելով նորա կողմերը մինչև բազմանկիւնին ստանար չափազանց շատ կողմեր՝ կարելի է (առանց նշանաւոր սխալի) ընդունել, որ շրջապատը հաւասար է բազմանկեան կողմերի թուին, իսկ շրջանի մակերեւոյթը հաւասար է բազմանկեան մակերեւոյթին։

Որովհետեւ կանոնաւոր բազմանկեան մակերեւոյթը հաւասար է այնպիսի եռանկեան մակերեւոյթի, որի խարիսխը հաւասար է բազմանկեան կողմերի գումարին, իսկ բարձրութիւնը բազմանկեան բարձրութեանը (մի կողմի կենդրոնից ունեցած տարածութեանը), ուրեմն շրջանի մակերեւոյթը հաւասար կլինի այնպիսի եռանկեան մակերեւոյթի, որի խարիսխը հաւասար է շրջապատին, իսկ բարձրութիւնը շրջանի շառաւիղին։ Այս պատճառաւ շրջանի մակերեւոյթի մեծութիւնը կգտնուի, երբ շրջապատը և տրամագիծը նշանակ'ենք նոյն մեծութեան չափով, բազմապատկենք միմեանց հետ այդ թուերը և բաժանենք արտադրեալը 2 ի վերայ։ Ստացած թիւը կորոշէ շրջանի մակերեւոյթը այն գծական չափի քառակուսով, որով որոշուած էին շրջապատը և տրամագիծը։ Եթէ վերջինները առնուած էին իբրեւ ոտնաչափեր, այն ժամանակ շրջանի մեծութիւնը կորոշուի քառակուսի ոտնաչափերով եւայլն։

2. Ուղիղ գիծը իւր մի որեւէ ծայրի շուրջը պտտեցնելով շրջան կազմելիս՝ հեշտ է նկատել, որ շրջապատի երկայնութիւնը կախուած է շառաւիղի երկայնութիւնից և նորանով որոշվում է, միևնոյն ժամանակ նորա հետ էլ մեծանում ու փոքրանում է, որ երկու անգամ երկայն շառաւիղին համապատասխանում է և երկու անգամ երկայն շրջապատ. կարճ ասել, որ երկու շրջանների շրջապատները յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս նոցա շառաւիղները կամ տրամագծերը, և որ շրջապատի տրամագծի հետ ունեցած յարաբերութիւնը բոլոր շրջանների մէջ էլ միևնոյնը կլինի։

Ըստ այսմ առաջ առաջ պէտքէ որոշել այդ յարաբերութիւնը, որ յետոյ կարելի լինի իւրաքանչիւր տրամագծի համար հաշուել նորա շրջապատի երկայնութիւնը։

Բայց որովհետեւ տրամագիծը ուղիղ գիծ է, իսկ շրջապատը կոր, ուրեմն այս վերջինը չէ կարող չափուել տրամագծի միջոցով լիակատար (մաթեմատիքական) ճշտութեամբ։ Հին ժամանակներից արդէն, ինչպէս և վերը ասուած է՝ թուաբանները գտնում էին գտանելի յարաբերութիւնը. այսպէս Արքիմէդէսը, որ ապրում էր Գ․րդ դարում Քրիստոսից առաջ, որոշեց տրամագծի շրջապատի հետ ունեցած մօտաւոր յարաբերութիւնը$=7:22=1:3\frac{1}{7}$. ուրեմն տրամագիծը կպարունակուի շրջապատի մէջ $3\frac{1}{7}$ անգամ։

Վերոյիշեալ 7 : 22 յարաբերութիւնը բաւականին ճիշտ է համարեա գործնականութեան մէջ, որտեղ մեծ ճշտութիւն չէ պահանջվում։ Միայն եթէ այս յարաբերութիւնը ընդունենք իբրեւ հիմք, այն ժամանակ գտած շրջապատը նոյնպէս և շրջանի մակերեւոյթը կլինեն իսկականներից մի քիչ մեծ։

Աւելի ճիշտ գտաւ այս յարաբերութիւնը Մեկիոս անուամբ հոլլանդացի թուաբանը=133 : 355, բայց այս թուերը անյարմար են հաշուհանութեան ժամանակ. այս պատճառաւ և գործածութեան համար նախադասում են Նիդերլանդացի թուաբան Լիւդոլֆի գտած յարաբերութիւնը 100 : 314 (ճիշտը 1000: 3142, առաւել ճիշտ 10000:31416 եւայլն) որովհետեւ նորա մէջ տրամագիծը նշանակվում է 10, կամ 100, կամ 1000 կամ 10000, մի խօսքով՝ տասնորդականի միութիւններով, այնպէս որ տասնորդական կոտորակներում նոցա հետ հեշտ է կատարվում հաշուհանութիւն։ Ենթադրելով տրամագիծը = 1, շրջապատը կորոշուի 3, 14 ով, 3,142, 3,1416 եւայլն։ Այս թուերը այն աստիճան ճիշտ են, որ առաջինի գործածութեան ժամանակ $\frac{1}{100}$-ի կէսից պակաս սխալ ենք անում, երկրորդի ժամանակ $\frac{1}{1000}$դ-ի կէսից պակաս եւայլն 1)։

1) Եթէ տրամագիծը=1, այն ժամանակ 3, 1 տալիս է չափազանց փոքր շրջապատ, իսկ 3, 2 չափազանց մեծ. 3, 14 չափազանց փոքր, 3, 15 չափազանց մեծ, 3, 141 չափազանց փոքր, 3, 142 չափազանց մեծ.

Այսպիսի փոքր թուերի բոլոր յարաբերութիւններից ամենաճիշտ յարաբե-

Իհարկէ կարելի է շրջապատի երկայնութիւնն էլ նշանակել տրամագծի մասերով։ Այդ ցոյց տուող թիւը կոչվում է նորան գտնող գիտնական Լիւդոլֆի անուամբ՝ Լիւդոլֆեան թիւ։ Հաշուելու մէջ կարճութեան համար, նա նշանակվում է յունական π տառով (տում են՝ պի)․ շառաւիղը նշանակում են r տառով, իսկ մակերեւոյթը F տառով (Fläche) [կամ S (Surface եւյլն)]։

3․ Այս տառերի օգնութեամբ հեշտ է ձեւակերպել հետեւեալ խնդիրները, որոց հարկաւոր է լուծել։

ա) Եթէ շառաւիղը լինի r այն ժամանակ շրջապատը=2rπ։

բ) Շրջանի մակերեւոյթը հաւասար է այն արտադրեալին, որ ստացվում է շրջապատը շառաւիղի կէսի վրայ բազմապատկելուց, կամ այն արտադրեալին, որ ստացվում է շրջապատի կէսը ամբողջ շառաւիղի վրայ բազմապատկելուց։

$$2\ r\pi\cdot\frac{r}{2}=\frac{2r\pi}{2}\cdot r = r^2\pi.$$

փ՝ շրջանի մակերեւոյթը կգտնուի, երբ շառաւիղի քառակուսին բազմապատկենք π թուի վրայ։

գ) Եթէ տուած է շրջապատը՝ շառաւիղը գտնելու համար պէտք է շրջապատի կէսը բաժանենք π թուի վրայ։

դ) Եթէ տուած է շրջանի մակերեւոյթը՝ շառաւիղը գտնելու համար պէտք է մակերեւոյթը բաժանենք π թուի վրայ, եւ քանորդից քառակուսի արմատ հանենք։

[Ծանօթութիւն։ Այստեղ անտեղի կլինէր ցոյց տալ՝ թէ ինչպէս է հանվում քառակուսի արմատը եւ թէ՝ ինչպէս թուերի մեծ մասերի համար այդ միայն մօտաւորապէս կարելի է հանել։

թութիւնն է 113 : 355 (նորան ճիշտ է մոտաւորել 11[33]55)։ Նշանակելով նորան տասնորդական կոտորակով, կգտնենք մի թիւ, որը միայն, 8րդ թուանշանից սկսեալ կզանազանուի ճիշտ (եւս առաւել ճիշտ) մեծութիւնից։

սակայն երկրաչափական ձեւերով էլ կարելի է քառակուսի արմատ գտնել։ Օրինակի համար ընդունենք թէ՝ շառաւիղի քառակուսին = 400 □ սմ". վերլուծելով 400 թիւը 2 կամաւոր բազմապատկիչների վրայ, 100 և 4, 50 և 8, 25 և 16, 20 և 20, գծում են մի ուղղանկիւն քառանկիւնի, որի կողմերը համապատասխանում են այս բազմապատկիչներին, օրինակ 25 և 16։ Այս ուղղանկիւն քառանկիւնին կարելի է այնպիսի քառակուսու փոխարկել, որի կողմը և կկազմէ գտնելի քառակուսի արմատը։ Իհարկէ գործնականութեան մէջ սորանից այնքան օգուտ չեն քաղում, որովհետեւ այդ կերպ գծելը և կարկինով չափելը մեծ ճշտութիւն չէ տալիս։]

4․ Հաշուահանենք շրջանի եւս քանի մի մասերը։

ա) Շառաւիղով և կենտրոնական անկիւնով որոշել նորան համապատասխան աղեղը։

Սորա համար հաշվում են շրջապատը շառաւիղով և առնում են նորա այնպիսի մասը, որպիսին կազմում է 360 աստիճանից տուած անկիւնը։

Օրինակ։ r = 12 սմ". կենտրոնական անկիւնը=36°։

Շրջապատը= 2 . 12 . 3, 14.

Աղեղը....= 2 . 12 . 3, 14. $^{36}/_{360}$

բ) Շառաւիղի և կենտրոնական անկեան օգնութեամբ գտնել հատածը։

Գտնում են մակերեւոյթը և առնում են նորա այնպիսի մասը, ինչպիսի անկիւն և կազմում է 360 աստիճաններից։

Օրին․։ r = 8 սմ" կենտրոնական անկիւնը = 45°։

Շրջանի մակերեւոյթը=8 . 8 . 3, 14.

Հատածը. . . . .=8 . 8 . 3, 14 . $^{45}/_{360}$

գ) Ըստ շառաւիղի, կենտրոնական անկեան և լարի՝ գտնել հատուածը։

Հատուածը կազմում է հատածի և համապատասխան եռանկեան մէջ եղած տարբերութիւնը։ Հատածը հաշվվում է այնպէս, ինչպէս վերը ցոյց տուեցաւ՝ շառաւիղով և կենտրոնական անկեամբ. իսկ եռանկիւնին իւր խարսխով ու բարձրութեամբ։ խարիսխը (լարը) տուած է. իսկ բարձրութիւնը գտնվում է Պիւթագորեան կանոնով, և խարիսխով ու բարձութեամբ — եռանկեան գտանելի մակերևոյթը։ Եռանկեան մակերևոյթը հանելով հատածի մակերևութից, կստանանք հատուածի մակերևոյթը։

ՅԱՒԵԼՈՒԱԾ։

[Մի քանի խնդիրներ էլ գործիքների օգնութեամբ լուծելու։

1. Տրուած երկայնութեամբ լարը (բոլորովին կամաւոր) անցնել շրջանի մէջ։

2. Անցցնել շրջանից դուրս գտնուող ուղիղ գծին զուգահեռական մի լար։

3. Գծել ուղղանկիւն, սուրանկիւն և բութանկիւն եռանկեանց մէջ, այլև քառակուսու, շեղանկանի և կանոնաւոր բազմանկեան ներսը և դուրսը շրջաններ։

4. Գծել շրջանի ներսը և շուրջը ուղղանկիւն, սուրանկիւն և բութանկիւն եռանկիւններ. քառակուսիք, կանոնաւոր բազմանկիւնիք (եռանկիւնիք, քառանկիւնիք և վեցանկիւնիք)։

5. Գծել զանազան մեծութեամբ շրջաններ, որք շօշափեն տուած անկեան կողմերը։

6. Գծել մի շրջապատ, որ քսուէր որոշեալ ուղիղ գծին որոշ կէտում և անցնէր միւս որոշեալ կէտից։

7. Գծել մի շրջապատ, որ քսուէր միւս շրջապատին տուած կէտում և անցնէր այն տրուած կէտից, որ գտնվում է տրուած շրջապատի կամ ներսը և կամ դուրսը։

8. Գծել մի շրջան, որ քսուէր միւս շրջանին որոշեալ կէտում և — մի ուղիղ գծի, որ ունի որոշեալ դրութիւն՝ գտանելի կէտում։]

13. Թուաբանական խնդիրներ։

[1. Ի՞նչքան է հաւասար այն շրջանի բովանդակագիծը (շըր-

ջապատ), որի տրամագիծը հաւասար է 6 մատնաչափի և 8 գծի (21 մատնաչափի 3, 52 գծին)։

2. Ի՞նչքան է հաւասար այն շրջանի տրամագիծը, որի շրջապատը=50 ոտնաչափի, ընդունելով $\pi=22:7$. ($15^{10}/_{11}$ ոտն".)։

3. Ո՞րքան տրամագիծ պէտքէ ունենայ այն կլօր սեղանը, որի շուրջը կարող են նստել 12 մարդիք, իւրաքանչիւր մարդու համար 2 ոտն". հաշուելով. ($7^{7}/_{11}$ ոտն". 22:7 և 7, 64 ոտն". 314: 100 յարաբերութեան ժամանակ)։

Կառքի առաջի անւոյ տրամագիծը հաւասար է 3 ոտն". իսկ յետինի տրամագիծը — $4^{1}/_{2}$ ոտնաչափի։ Ո՞րքան անգամ կպտըտուին յետին անիւները այն տարածութեան վերայ, որ տարածութեան վերայ առջևինները պտտվում են 1000 անգամ։ (1000, 3 : $4^{1}/_{2}=666^{2}/_{3}$ անգամ)։

5. Որոշեցէք այն սեղանի մակերևոյթը, որի տրամագիծը հաւասար է 5 ոտնաչափի։ ($19^{9}/_{14}$ քառ". ոտնաչափի)։

6. Սպիտակ շրջանի վերայ նորա ներսից շինած է մի սև շրջան, որի տրամագիծը հաւասար է 6 մատնաչափի, իսկ բոլոր շրջանի տրամագիծը 3 ոտնաչափի։— Ո՞րքան է սպիտակ շրջանի մակերևութի մեծութիւնը։ ($707^{1}/_{7}-28^{2}/_{7}=678^{6}/_{7}$ քառակուսի մատնաչափի=1 քառ". ոտն". 102 $^{6}/_{7}$ քառ". մատ".)։

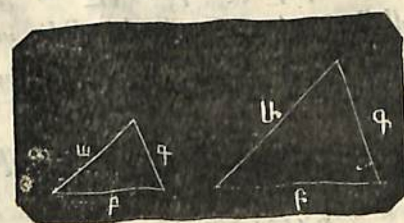
7. Շրջանի տրամագիծը=15 ոտն". քառակուսու մի կողմը ևս միևնոյն երկայնութիւնն ունի. գտէ՛ք երկուքին մակերևոյթների յարաբերութիւնը և շրջապատի քառակուսու կողմերի գումարի հետ ունեցած յարաբերութիւնը։ (471: 600 և 176,$_{625}$: 225)։ (երբև π առնվում է 314 : 100)։

8. Քառակուսու կողմերի գումարը և շրջանի շրջապատը հաւասար են միմեանց և պարունակում են առանձին առանձին 26 ոտն". և 2 մատ". ի՞նչպէս են յարաբերում միմեանց նոցա մակերևոյթները։

9. Մէկ շրջանի տրամագիծը=5 մատ". միւսինը=20 մատ". ի՞նչպէս են յարաբերում միմեանց՝ ա) նոցա տրամագծերը, բ) շրջապատները, գ) մակերևոյթները։ (ինչպէս 1:4,1:4,1:16)։

X ՁԵՒԵՐԻ ՆՄԱՆՈՒԹԻՒՆԸ.

1) Երկու ձեւեր նման են, եթէ ունին նոյն ձեւը կամ տեսքը։ Մարդու երեսի գծագրութիւնն էլ փոքրացրած չափով նման է, երբ փոքրացրած կերպարանքի ձեւը եւ տեսքը միեւնոյնն է, ինչ որ նոյն իսկ երեսինը։ Եթէ երեսի ձեւը բոլորակ է, երկայնաւուն կամ սրածայր, այն ժամանակ պատկերն էլ պէտք է միեւնոյն ձեւը ունենայ։ Նկարի գծերը պէտք է համեմատին միմեանց նոյն անկիւններով, ինչպէս եւ երեսի վերայ։ — Երկու եռանկիւններ նման են, երբ մէկի անկիւնները փոխադարձաբար հաւասար են միւսի անկիւններին։ Որովհետեւ երկու զոյգ անկիւնների հաւասարութիւնից հետեւում է եւ երրորդ զոյգ անկեանց հաւասարութիւնը, ուրեմն բաւական է երկու զոյգ անկիւնների հաւասարութիւնը, որ երկու եռանկիւններ նման լինին միմեանց։ Երկու նման եռանկիւններից փոքրը կարելի է այնպէս դնել (երեւակայէք՝ թէ դրուած են) մեծի վերայ, որ առաջինի անկիւներից մէկը ծածկէ երկրորդի անկիւններից մինին։ Այն ժամանակ այս անկիւնների դիմացը գտնուող կողմերը կձգուին միմեանց զուգահեռաբար։ Եւ եթէ ա կողմը (Ձե. 71) կկազմէ Ա կողմի կէսը կամ երրորդ մասը, այն ժամանակ եւ բ կողմը կկազմէ Բ կողմի կէսը կամ երրորդ մասը։ Նման եռանկեանց մէջ նմանաւոր կողմերը (հաւասար անկեանց դիմացը գտնուողները) գտնւում են միեւնոյն յարաբերութեան մէջ։



Ձե. 71.

ա : Ա = բ : Բ = գ : Գ · նոյնպէս ուրեմն՝

ա : բ = Ա : Բ ; ա : գ = Ա : Գ · բ : գ = Բ : Գ։

Մի եռանկեան մէկ կողմը մի ուրիշ եռանկեան նմանաւոր կողմի որ մասն որ կազմում է, նոյնպիսի մասն էլ կազմում են եռանկեան երկրորդ եւ երրորդ կողմերը միւս եռանկեան նմանաւոր կողմերի։ Հետեւաբար երկու նման եռանկեանց կողմերի շրջապատները կյարաբերեն միմեանց այնպէս, ինչպէս իւրաքանչիւր երկու համապատասխան կողմեր, եւ երկու եռանկիւնների անկեանց հաւասարութիւնից հետեւում է նմանաւոր կողմերի համեմատականութիւնը։

Այս ստոյգ է միայն եռանկեանց համար եւ ոչ քառանկեանց ու բազմանկեանց։ Երկու քառանկեանց կամ ուրիշ բազմանկեանց մէջ անկիւնները կարող են զոյգ զոյգ հաւասար լինել, իսկ նմանաւոր կողմերը կարող են միակերպ յարաբերութիւն չունենալ։ Այս բանը կարելի է պարզ տեսնել՝ քաշելով զանազան ուղղանկիւն քառանկիւններ։ Նոցա մէջի անկիւնները զոյգ զոյգ հաւասար են. մինչդեռ կողմերը կարող են ունենալ բազմապիսի յարաբերութիւն։ Քառակուսին՝ ուղղանկիւն քառանկեան հետ ունի միակերպ անկիւններ. բայց ուղղանկիւն քառանկեան մէջ կողմերը յարաբերում չեն միմեանց այնպէս, ինչպէս քառակուսու մէջ. այ ինչպէս 1 : 1։

Այս պատճառաւ երկու քառանկեանց կամ բազմանկեանց նմանութեան համար պէտք է որ անկիւնները հաւասար լինելով նմանաւոր կողմերն՝ համեմատականութիւն ունենային։

2) Թող Ա եւ Բ լինին երկու եռանկիւններ՝ միմեանց հաւասար անկիւններով, ուրեմն եւ նման. եւ դիցուք թէ Ա եռանկեան կողմերը կազմում են Բ եռանկեան համապատասխան կողմերի $^{1}/_{3}$ մասը. այն ժամանակ Բ եռանկիւնին, եթէ որ բաժանենք նորա բոլոր երեք կողմերը 3 մասերի եւ անցցնենք հարկաւոր եղած զուգահեռականները, կբաժանուի քանի մի եռանկիւնիների, որոնցից իւրաքանչիւրը հաւասար կլինի Ա եռանկեանը։

Այդպիսի եռանկիւնիներ կստացուին թուով 9 հատ: Սորանից հետևում է, որ եթէ երկու նման եռանկեանց կողմերը յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս 1:3, այն ժամանակ նոցա մակերևոյթների յարաբերութիւնը հաւասար է 1:9=1:3.3:

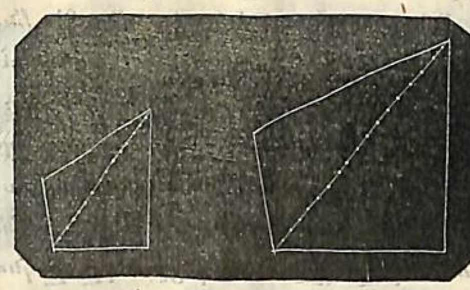
Միևնոյն կերպով կգտնենք, որ եթէ երկու նման եռանկեանց կողմերը յարաբերում են միմեանց ինչպէս 1:4, այն ժամանակ նոցա մակերևոյթները կյարաբերին ինչպէս 1:16: Եթէ կողմերի յարաբերութիւնը=2:3, այն ժամանակ մակերևոյթների յարաբերութիւնը=2·2:3·3, ուրեմն երկու նման եռանկեանց մակերևոյթները յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս նոցա կողմերի քառակուսիները. ուրեմն և կողմերը յարաբերում են միմեանց՝ — ինչպէս մակերևութների քառակուսի արմատները:

Յաւելուած: Եթէ մեր ասածները ձևակերպենք նկարի մէջ, այն ժամանակ նկարը կ'օգնէ մեզ խնդիրը լուծելում. բաժանել ուղիղ գիծը քանի մի հաւասար մասերի. օրինակ 3, 5, 7 մասերի:

Սորա համար բաժանելի ուղիղ գծի մի որևէ ծայրից անցըցնում են նորա վերայ կամաւոր անկիւն կազմելով մի անորոշ երկայնութեամբ ուղիղ գիծ, որի վերայ անկեան գագաթից նըշանակում են որևէ քանակութեամբ հաւասար մասեր, որից յետոյ անցցնում են համապատասխան զուգահեռականներ:

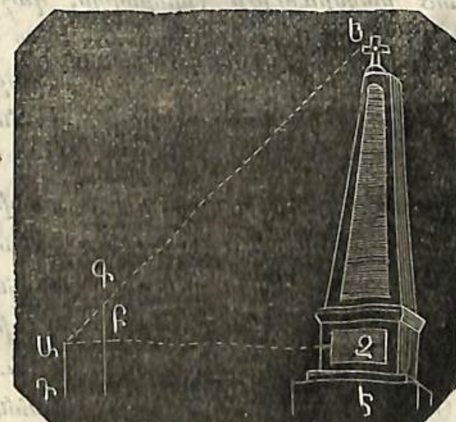
3) Երկու նման ձևեր նմանաւոր անկիւնագծերի օգնութեամբ բաժանվում են միանման եռանկեանց: Իւրաքանչիւր երկու նըման եռանկեանց մակերևոյթները յարաբերում են միմեանց այնպէս, ինչպէս անկիւնագծերի քառակուսիները, իսկ այդ անկիւնագծերի քառակուսիները յարաբերում են այնպէս, ինչպէս իւրաքանչիւր երկու նմանաւոր կողմերի քառակուսիները. ուրեմն իւրաքանչիւր երկու նման ձևերի մակերևոյթները յարաբերում են միմեանց այնպէս՝ ինչպէս համապատասխան կողմերի քառակուսիները: Դիցուք թէ երկու համապատասխան կողմերը յարաբերում են միմեանց ինչպէս 2 : 5, այն ժամանակ մակերևոյթները կյարաբերին ինչպէս 2 . 2 : 5 . 5 = 4 : 25 (Ձև 72),

մեծ ձևի կողմը $^5/_2$ կամ $2^1/_2$ անգամ մեծ էր փոքր ձևի համապատասխան կողմից. իսկ մեծ ձևի մակերևոյթը կլինի $6^1/_4$ անգամ աւելի մեծ փոքրի մակերևութից: Մակերևոյթները մեծանում են աւելի արագ՝ քան կողմերը, իսկապէս քառակուսական յարաբերութեան մէջ. այն ինչ կողմերը աւելանում են հասարակ յարաբերութեան մէջ:



Ձև 72.

4) Նման ձևերի օգնութեամբ կարելի է լուծել զանազան խնդիրներ, օրինակ՝ գտնել սեան, ամրոցի և այլ բաների բարձրութիւնները: Դիցուք թէ, ԵԷ սիւնը կանգնած է ԴԷ հաւասար տարածութեան վերայ (Ձև 73): Մէկ յարմարաւոր տեղ են ընտրում զննութեան համար. օրինակ Դ կէտում. յետոյ



Ձև 73.

հարթաչափի օգնութեամբ կամ մի այլ միջոցով որոշում են ԱԶ զուգահեռական ուղիղ գծի դրութիւնը. Ա կէտից նայում են Ե կէտի վերայ և Բ կէտում կանգնեցնում են ԲԳ ուղղահայեացը. յետոյ չափում են ԱԲ, ԲԳ և ԱՋ գծերը:— Մենք ունինք այժմ ԱԲԳ և ԱՋԵ երկու նման եռանկիւնները. ուրեմն՝

ԱԲ : ԲԳ = ԱՋ : բարձրութիւնը կազմող ՋԵ ին, որին գըտնում են համեմատութեան երեք յայտնի անդամներով: ՋԵ + ՋԷ=ՋԵ + ԱԴ՝ կլինի ամբողջ սեան բարձրութիւնը:

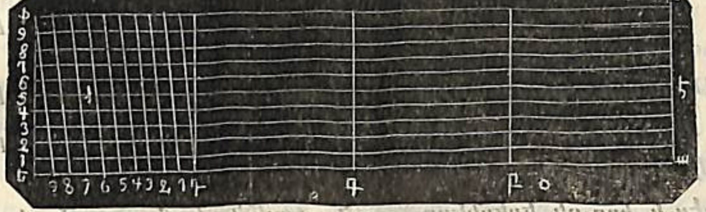
[Ծանօթութիւն: Եթէ ուղղահայեաց դրութեամբ ցցենք գետնի մէջ մի ձող և միևնոյն ժամանակ գննենք չափելի սեան և ձողի ստուերները, այն ժամանակ մենք կստանանք 2 նման եռանկիւնները, որովհետև արեգակի ճառագայթները ընկնում են զուգահեռական կերպով, և ձողի ստուերի երկայնութիւնը յարաբերում է նոյն իսկ ձողի երկայնութեանը այնպէս, ինչպէս սեան ստուերի երկայնութիւնը յարաբերում է նոյն իսկ սեան գտանելի երկայնութեանը:

Օրինակ: Ձողի ստուերը = $6\ ^2/_3$ ոտնաչափի, կողմը = $3^3/_4$ ոտնաչափի, սեան ստուերը = 240 ոտն", սեան հաստութեան կէսը = 10 ոտն".— Որոշեցէ՛ք սեան բարձրութիւնը ($140^5/_8$ ոտնաչափ)]:

5) Եթէ կամենում են թղթի վերայ անցցնել մի որևէ չափուած և գտնուած մակերևոյթի (պարտիզի, դաշտի) նկարը, փոքրացնելու համար հարկաւոր է գծաչափ: Սորա համար առհասարակ գործ են ածում համեմատական գծաչափը: Մենք կասենք այստեղ քանի մի խօսք նորա կազմութեան և գործածութեան մասին:

Ուղիղ գծի վերայ (Ձև 74) նշանակում են քանի մի հաւասար մասեր. գբ, բա և այլն. իւրաքանչիւրը օրինակ՝ մի մատնաչափ երկայնութեամբ. Ե կէտից աե գծին անցցնում են եփ կամաւոր երկայնութեամբ ուղղահայեաց ուղիղ գիծը, և քաշում են աեփգ ուղղանկիւն քառանկիւնին. եդ և եփ գծերը բաժանում են 10 հաւասար մասերի և բաժանման կէտերում նշանակում են թուանշաններ այն կարգով, ինչ կարգով որ ցոյց

է տրուած ձևի վերայ: եփ գծի բաժանման կէտերից անցուցանում են աե գծին զուգահեռականներ, իսկ Փ կէտը միացնում են ուղիղ գծով 9-րդ կէտի հետ և այլն, ինչպէս ցոյց է տրուած ձևի վերայ:



Ձև 74.

Եթէ աբ, բգ, գդ, դե գծերը կազմում են ամբողջ միութիւններ (սաժէններ, ոտնաչափեր և այլն), այն ժամանակ դե-ի մասերը, օրինակ՝ ե9, կկազմեն տասներորդ մասերը, իսկ այն մասերը, որք հետևաբար գտնվում են ե 9-ից բարձր՝ Փե 9 եռանկեան մէջ՝ կկազմեն $^9/_{10}$, $^8/_{10}$ և այլն ե9 մասերի մինչև $^1/_{10}$, որք գտնվում են Փ գագաթի մօտ: Այսպէս ե9 գիծը կլինի միկի $^1/_{10}$ ը, այն ժամանակ այս մասի $^1/_{10}$ ը կլինի միութեան $^1/_{100}$-ը, այս մասի $^2/_{10}$ ը կլինի միութեան $^2/_{100}$ ը, նորա $^3/_{10}$ ը կլինի միութեան $^3/_{100}$ ը և այլն, այնպէս որ այսպիսի կազմութեան ժամանակ կարելի է չափել և անցցնել թղթի վերայ միութեան հարիւրերորդ մասերը: Օրինակ, եթէ կամենում են այս գծաչափով անցցնել 3 ամբողջ, 6 տասներորդ մասեր և 5 հարիւրերորդ, այն ժամանակ կարկինի մի սրունքը դնում են է կէտի, իսկ միւսը ք կէտի վերայ: (Համեմատական գծաչափի գործածութիւնը հեշտանում է փորձով:

XI ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԸ ԵՒ ՆՈՑԱ ՉԱՓՈՒՄՆ.

Հաստուածակողմն կամ ադոցած կոչվում է այն մարմինը, որ շրջապատուած է իւր խարիսխների վերայ երկու միմեանց զուգահեռական և հաւասար ձևերով, իսկ կողքերից շրջապատուած է այնքան ուղղանկիւն քառանկիւններով, որքան կողմն և ունի իւրաքանչիւր խարիսխը։ Եթէ որ կողքի երեսները խարիսխների վերայ ուղղահայեաց են, հատուածակողմը կոչվում է ուղիղ. իսկ եթէ ոչ՝— շեղ։

Եթէ ուղիղ հատուածակողմի խարիսխները և կողքի երեսները վեց հաւասար քառակուսիներ են, նա կոչվում է խորանարդ։

Եթէ որ խարիսխների երեսները նոյնպէս զուգահեռագծեր են (ինչպէս և կողքի երեսները), այն ժամանակ հատուածակողմը կոչվում է զուգահեռանիստ։

Գլան կոչվում է այն մարմինը, որ շրջապատուած է երկու միմեանց հաւասար շրջաններով և մէկ կորընթարթ կողմնական մակերևութով, որի վերայով կարելի է ուղիղ գծեր անցցնել մի ուղղութեամբ։ Գլանները լինում են կամ ուղիղ՝ կամ շեղ։

Բուրգ կամ յուրան կոչվում է այն մարմինը, որ շրջապատուած է ուղղագիծ ձևով և այնքան մի գագաթում հաւաքուող եռանկիւններով, որքան և կողմեր ունի ձևը։

Կոն կոչվում է այն մարմինը, որի խարիսխը մի շրջան է՝ իսկ կողքը կորնթարթ մակերևոյթ, որ վերջանում է կազմելով վերևում մի սուր ծայր և որի վերայ կարելի է անցցնել ուղիղ գծեր գագաթից խարսխի վերայ։ Կոները կարող են լինել ուղիղ և շեղ։

Գունտը մի մարմին է, որ շրջապատուած է այնպիսի մէկ կորընթարթ մակերևութով, որի բոլոր կէտերը միահաւասար հեռաւորութիւն ունին մի միջնակէտից, որ կոչվում է կենդրոն։

Թէ ինչպէս յիշեալ երեք երկրաչափական մարմինները՝ գլանը, կոնը և գունտը կարող են կազմուել հարթ ձևերի պտտուելուց, հեշտ է հասկանալ.—

Եթէ ուղղանկիւն քառանկիւնին պտոյտ տրուի իւր կողմերից մինի շուրջ, այն ժամանակ կստացուի ուղիղ գլան։

Եթէ ուղղանկիւն եռանկիւնին պտոյտ տրուի իւր էջի շուրջը,

կստացուի կոն։

Եթէ կիսաշրջանը պտոյտ տանք իւր տրամագծի շուրջը, կըստացուի գունտ։

Ուղղանկիւն քառանկեան շրջելու ժամանակ հանգիստ մնացած կողմը կազմում է գլանի առանցքը, նորա վերայ գտնուող կողմերը գծում են խարսխի կլոր մակերևոյթները, հանդիպակաց կողմը — գլանի կողքի մակերևոյթը։ Այս վերջին կողմի իւրաքանչիւր կէտը գծում է խարսխի շրջապատին հաւասար և զուգահեռական մի շրջապատ, այդ պատճառով էլ, եթէ գլանը կտրելու լինինք խարսխի մակերևութին զուգահեռական մակերևութով, այն ժամանակ կտրած տեղում կստացուի խարսխին հաւասար և զուգահեռական մի շրջան. այսպիսով գլանը կբաժանուի երկու մասերի։

Ուղղանկիւն եռանկեան պտտուելու ժամանակ նորա անշարժ մնացած էջը կկազմէ կոնի առանցքը, միւս էջը կգծէ խարսխի մակերևոյթը, իսկ ներքնաձիգը կողքի մակերևոյթը։ Եռանկեան մէջ պտտուող էջին զուգահեռաբար անցուցած ամեն մի ուղիղ գիծը կգծէ խարսխին զուգահեռական մի շրջան, որը որքան մօտենայ կոնի գագաթին, առաւել և առաւել կփոքրանայ։ Ըստ այսմ, եթէ կտրելու լինինք կոնին իւր խարսխին զուգահեռական մակերևութով, կստանանք մի շրջան. և կոնը կբաժանուի երկու մասերի. ստորին (գլխատ, ծայրատեալ կամ հատեալ կոն) և վերին (նախական, փոքր կոն)։

Եթէ բութանկիւն եռանկիւնին պտտենք բութ անկիւն կազմող կողմերից մինի շուրջը, այն ժամանակ կստացուի մի մարմին, որը կոն կդառնար, եթէ աւելացնէինք նորա վերայ միւս կոնը, որի կողքի մակերևոյթը կազմուած է լինում բութ անկեան երկրորդ կողմով։ Եթէ բութանկիւն եռանկիւնին պտըտենք բութանկեան դիմացը գտնուող կողմի շուրջը, այն ժամանակ կստացուի կրկնակի կոն, կամ երկու խարիսխները միմեանց հանդիպող կոն։ Նոյնը կստացուի, եթէ պտտելու լինինք սուրանկիւն եռանկիւնին իւր կողմերից մինի շուրջը։

Կիսաշրջանը պտտելիս անշարժ մնացած տրամագիծը կազմում է այս պտոյտքից յառաջացած գնտի տրամագիծը, որ ստացվում է այդ կերպ շրջելուց. կիսաշրջանի մակերևոյթը գծում է գնտի տարածութիւնը, իսկ կիսաշրջանի աղեղը — գնտի մակերևոյթը: Իւրաքանչիւր մի ուղիղ գիծ, որ թողնըվում է տրամագծի վերայ մինչև շրջապատը ընդհատելը՝ շրջան է կազմում, և այս շրջաններից ամենամեծը այն կլինի, որ կունենայ գնտի հետ մի ընդհանուր կենդրոն. մնացեալները այնքան աւելի փոքր կլինին, որքան հեռու լինին այս միջին շրջանից: Եթէ անշարժ թողած տրամագիծը երկրի առանցքը ընդունենք, այն ժամանակ տրամագծի ծայրակէտերը կկազմեն բևեռները, ամենամեծ շրջանը — հասարակածը, իսկ նորան զուգահեռական փոքր շրջանները — զուգահեռական գծերը, որոնցից նոքա՝ որք հեռացած են հասարակածից $23^1/_2°$, կոչվում են արևադարձեան գծեր, իսկ $66^1/_2°$ հասարակածից կամ $23^1/_2°$ բևեռից հեռացածները — բևեռային շրջաններ:

Վերոյիշեալ մարմինների բռնած տարածոցը կոչվում է նոցա խորանարդ պարունակութիւնը, ծաւալը: Նոցա մեծութիւնը չափում են խորանարդների օգնութեամբ, ու որոշում են թէ որքան քառակուսի ոտնաչափ, քառակուսի վերշոկ, քառակուսի մղոն և այլն է պարունակում ծաւալը: Խորանարդ ոտնաչափը մի այնպիսի խորանարդ է, որի կողմերը (եզրները, գծերը) ունին մէկ ոտնաչափ երկայնութիւն և այլն: Իհարկէ խորանարդի ձև չունեցող մարմինները այնու ամենայնիւ կարող են բռնել այնպիսի մի տարածոց, ինչպիսին բռնում է իսկական խորանարդ ոտնաչափը և այլն:

1. ԽՈՐԱՆԱՐԴԻ ԾԱՒԱԼԻ ԵՒ ՄԱԿԵՐԵՒՈՅԹԻ ՉԱՓՈՒՄՆ:

Ասենք թէ մենք ունինք մի քառակուսի, որի կողմերից իւրաքանչիւրը ունի 2 մատնաչափ երկայնութիւն. այն ժամանակ նորա

մակերևութի վերայ կտեղաւորուի ընդամէնը 4 քառակուսի մատնաչափ: Այս մակերևութի վերայ խորանարդ կազմելու համար պէտք է դնել նորա վերայ 2 շերտեր, որոնցից իւրաքանչիւրի երկայնութիւնը լինի 4 խորանարդ մատնաչափ: Ուրեմն ամբողջ խորանարդը կպարունակէ 8 խորանարդ մատնաչափ. խարիսխը ունի 2 · 2 քառ". մատնաչափ, խորանարդը կունենայ 2 · 2 · 2 խորան". մատնաչափ:

Եթէ խորանարդի եզրի երկայնութիւնը 3 մատնաչափ լինէր, այն ժամանակ խարսխի մակերևոյթը կպարունակէր 3 · 3 քառակ". մատնաչափ, իսկ խորանարդը — 3 · 3 · 3 խորանարդ մատնաչափ:

Կանոն: Խորանարդի ծաւալը գտնելու համար՝ պէտք է 3 անգամ բազմապատկել առնել այն թիւը, որ ցոյց է տալիս եզրի երկայնութիւնը. ուրիշ կերպ՝ առնել այն թուի խորանարդը, որ ցոյց է տալիս եզրի երկայնութիւնը: Եթէ երկայնութիւնը տրվում է մատնաչափերով, ոտնաչափերով, արշիններով, այն ժամանակ ծաւալը ստացվում է խորանարդ մատնաչափերով, խորանարդ ոտնաչափերով, խորանարդ արշիններով:

Յաւելուած 1. Խորանարդ չափերը կամ ծաւալի չափերը.

1 խոր. սաժէնը = 7 · 7 · 7 = 343 խոր. ոտն".:
1 խոր. ոտնաչափը = 12 · 12 · 12 = 1728 խոր. մատ".:
1 խոր. մատնաչափը = 10 · 10 · 10 = 1000 խոր. գծերի:
1 խոր. սաժէնը = 3 · 3 · 3 = 27 խոր. արշին:
1 խոր. արշինը = 16 · 16 · 16 = 4096 խոր. վերշոկի:

Յաւելուած 2. Խորանարդի ամբողջ մակերևոյթը 6 անգամ մեծ է իւր մէկ կողմի մակերևութից:

Յաւելուած 3. Երբ տրուած է մեզ խորանարդի ծաւալը և պահանջվում է նորա եզրի երկայնութիւնը գտնել, այն ժամանակ պէտք է ծաւալը ցոյց տուող թիւը վերածել 3 հաւասար բազմապատկիչների, և այդ բազմապատկիչն է՝ որ ցոյց կտայ եզրի երկայնութիւնը: Օրինակ՝ 1000-ը վերածել 10 · 10 · 10-ի վերայ. 1728՝ 12 · 12 · 12-ի վերայ։ Այս չի կարելի անել բոլոր թուերի հետ, որ հեշտ կարելի է տեսնել փորձով։ Իսկ մօտաւորապէս գտնելը կատարվում է խորանարդ արմատներ հանելով։

2. ՀԱՏՈՒԱԾԱԿՈՂՄԻ ԾԱՒԱԼԻ ԵՒ ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹԻ ՉԱՓՈՒՄՆ

ԸՆԴՀԱՆՐԱՊԷՍ։

Եթէ երեւակայենք, որ խորանարդի խարսխի վերայ կազմուած է խորանարդի հետ հաւասար բարձրութիւն ունեցող շեղ զուգահեռամն, այն ժամանակ այդ շեղ զուգահեռամնը կբռնէ, նոյնքան տարածութիւն՝ որքան և խորանարդը։ Այստեղ կլինի նոյնպէս այն յարաբերութիւնը, որ կար միանման խարսխներ և բարձրութիւն ունեցող ուղղանկիւն քառանկեան և շեղանկիւն զուգահեռագծի մէջ։ Առհասարակ խարսխի հաւասար երես և հաւասար բարձրութիւն ունեցող բոլոր զուգահեռամները և հատուածակողմները միակերպ տարածութիւն են բռնում.— Հաւասար ծաւալ ունին։ Սորա համար հարկաւորութիւն չկայ, որ այդպիսի հատուածակողմերի խարսխների տարածութիւնները ունենային հաւասար թուով կողմեր. միայն թէ նոցա մակերեւոյթները հաւասար լինէին միմեանց։ Սորա համար և մի որեւէ հատուածակողմի ծաւալը կգտնուի այն ժամանակ, եթէ գտնենք խարսխի մակերեւոյթը և գտած թիւը բազմապատկենք բարձրութիւնը ցոյց տուող թուի վերայ։ Այս կանոնը ձեւակերպում են և այսպէս.— Հատուածակողմի ծաւալը հաւասար է խարսխի մակերեւոյթը բարձրութեան վերայ բազմապատկելուց ստացած արտադրեալին.— նախընթաց բացատրութիւնից յետոյ տուած բացատրութեան մէջ պէտք չէ երկբայիլ։

Օրինակ։ Հատուածակողմի խարսխի մակերեւութի (զուգահեռամն) երկայնութիւնն է 6 ոտնաչափ, լայնութիւնը 4 ոտն". Հատուածակողմի բարձրութիւնը = 10 ոտն", նորա ծաւալը 6 · 4 · 10 = 240 խորանարդ ոտնաչափի։

Ցանկուած 1. Եթէ պէտք է գտնել ուղիղ զուգահեռամնի մակերեւութի մեծութիւնը, բաւական է միայն (որովհետեւ հանդիպակաց կողմերը հաւասար են միմեանց) գտնել խարսխի և 2 հանդիպակաց կողմերի մակերեւոյթները և նոցա գումարը կիսել։

Եթէ օրինակ, հատուածակողմի երեք ծայրակցող կողմերի երկայնութիւնն է 5 ոտնաչափ, 6 ոտնաչափ և 8 ոտնաչափ, այն ժամանակ հատուածակողմի մակերեւոյթը հաւասար է՝
$2 \cdot (5 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 8) = 2 \cdot 118 = 236$ քառակ". ոտնաչափի։

Ցանկուած 2. Մի սաժէն փայտը ունի 3 արշին երկայնութիւնը, 3 արշին բարձրութիւն և $^3/_4$ արշին հաստութիւն։ Գտնել նորա խորանարդ պարունակութիւնը։
$3 \cdot 3 \cdot {}^3/_4 = {}^1/_4$ խոր". սաժէնին $= 6^3/_4$ խոր". արշինի։

Այդքան տեղ բռնում է մի սաժէն փայտը, բայց նորա մէջ բուն փայտը բռնում է պակաս տարածութիւն. լաւ դարսուած սաժէնի մէջ նա բռնում է տեղ ոչ աւելի՝ քան 5 խորանարդ արշին։

3. ԳԼԱՆԻ ԾԱՒԱԼԻ ԵՒ ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹԻ ՉԱՓՈՒՄՆ։

Շրջանը կարելի է ընդունել որպէս մի անթիւ կողմեր ունեցող բազմանկիւնի, իսկ գլանը— անթիւ կողմեր ունեցող մի հատուածակողմն. այս պատճառաւ նորա խորանարդ ծաւալը կգտնուի նոյնպէս այն ժամանակ, երբ նորա խարսխի մակերեւոյթը բազմապատկենք բարձրութեան վերայ։ Ուղիղ գլանի բարձրութիւնը կլինի իւր առանցքը, իսկ շեղ գլանի բարձրութիւնը փոքր կլինի առանցքից։

Օրինակ։ Կլոր սեան խարսխի տրամագիծը = 3 ոտն". սեան բարձրութիւնը = 20 ոտն". գտնել նորա ծաւալը։

Ծաւալը ստանալու համար որոշում են խարսխի մակերեւութի մեծութիւնը քառակուսի ոտնաչափերով և գտած թիւը բազմապատկում են բարձրութիւնը ցոյց տուող թուի վերայ. այն ժամանակ ստացվում է ծաւալը՝ խորանարդ ոտնաչափերով։

Տրամագիծը$=3$ ոտն". շրջապատը$=3,14 . 3=9, 42$ ոտն". խարսխի մակերեւոյթը$=9, 42 \cdot {}^3/_4=7, 065$ քառակ". ոտնաչափի։ Ծաւալը$=7,065 \cdot 20=141,3$ խորանարդ ոտնաչափի։

Կարճ ասել, պէտք է շառաւիղի քառակուսին բազմապատկել π վերայ. ու՝ խարսխի մակերեւոյթը բազմապատկել բարձրութեամբ։

$^3/_2 \cdot {}^3/_2 \cdot 3,14 \cdot 20=141,3$ ոտնաչափի։

Յաւելուած 1. Մի ծառի գլանաձեւ բունի շառաւիղը$=2$ ոտնաչափի. նորա երկայնութիւնն է 6 ոտն". գտնել ծաւալը։

$r^2\pi \cdot$ ը$=2^2 \cdot 314 \cdot 6=75,36$ խոր". ոտնաչափի։

Յաւելուած 2. Ջաղացաքարի տրամագիծը ունի 4 ոտն". երկայնութիւն եւ 10 մատնաչափ բարձրութիւն. առանցքի համար շինուած դատարկ տարածութիւնը այնպիսի զուգահեռանիստի ձեւ ունի, որի խարիսխը ունի 9 մատնաչափ երկայնութիւն ու լայնութիւն, եւ 8 ոտնաչափ բարձրութիւն. գտնել քարի ծաւալը։

Ջաղացաքարը ընդունում են իբրեւ լիակատար մի շրջան, գտնում են նորա ծաւալը, եւ նորանից հանում են զուգահեռանիստի ծաւալը։ 2 ոտն".$=24$ մատնաչափի.

$24 \cdot 24 \cdot 3,14 \cdot 10=18086,4$ խոր". մատնաչափի

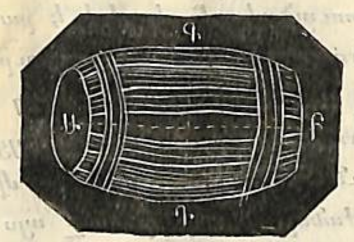
$9 \cdot 9 \cdot 8=648$ — —

Քարի ծաւալը$=17438,4$խոր".մատ."$=10$խոր."ոտն"$158,4$խոր"մատ"

Յաւելուած 3. Եթէ կամենում ենք գտնել ուղիղ գլանի կողքի կորընթարթ մակերեւոյթը, այն ժամանակ պէտք է երեւակայենք, որ այդ մակերեւոյթը բացուել եւ դառել է հարթ մակերեւոյթ։ Նա հաւասար կլինի այնպիսի ուղղանկիւն քառանկեան, որի կողմերը կլինին գլանի բարձրութիւնը եւ նորա խարսխի բոլորագիծը (շրջապատը). ուրեմն՝ մակերեւութի մեծութիւնը կը գտնուի, երբ բազմապատկենք բարձրութիւնը խարսխի շրջապատի վերայ։ Նախընթաց գլանի շրջապատը $= 9,42$ ոտն". նորա բարձրութիւնը $= 20$ ոտն". ուրեմն կողքի մակերեւոյթը $= 9,42 \times 20=184,4$ քառակուսի ոտնաչափի։

Յաւելուած 4. Որոշել տակառի ծաւալը։

Չափում են տակառի խարսխների տրամագիծը եւ տակառինը (Ձեւ 75) այնտեղ՝ ուր գտնվում է նորա մէջտեղի բացուածքը (ԳԴ), առնում են նորա թուաբանական միջնաթիւը եւ



Ձեւ 75.

ընդունում են տակառը որպէս այնպիսի մի գլան, որի խարսխի մակերեւութի տրամագիծը հաւասար է թուաբանական միջնաթուին, իսկ բարձրութիւնը՝ հաւասար տակառի երկայնութեանը։

Օրինակ։

Խարսխի տրամագիծը $= 3$ ոտն".

Մէջտեղի բացուածքի տրամագիծը (ԳԴ)$=3$ ոտն". 4 մատ".

Թուաբանական միջնաթիւը$=3$ ոտն". 2 մատ".

Տակառի երկայնութիւնը$=6$ ոտն".

Խարսխի մակերեւութի շառաւիղը$=\frac{3 \text{ ոտն". } 2 \text{ մատ".}}{2}= 19$ մատ".

Տակառի ծաւալը $=19 . 19 . 3, 14 . 6 . 12$

$=81614,88$ խորանարդ մատ".

$=\frac{81614,88}{1728}$ խորանարդ ոտն".

$=47$խոր".ոտն".$398,88$խոր"մատ"

Եթէ տակառի մէջտեղի բացուածքի տեղում գտնուող ուռոյցը մեծ է, այն ժամանակ (փորձի հիման վերայ) թուաբանական միջնաթիւը ստանում են տակառի մէջտեղի բացուածքի մօտից եւ յատակի տրամագծից սկսեալ երկու անգամ վերցրած խորութիւնից։

4. ԲՈՒՐԳԻ ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹԻ ԵՒ ԾԱՒԱԼԻ ՉԱՓՈՒՄՆ։

Եռանկիւնի հատուածակողմը կարելի է բաժանել երեք միմեանց հաւասար ծաւալներ պարունակող բուրգերի (որ կարելի է զննելով իմանալ)։ Ուրեմն այդ բուրգերից իւրաքանչիւրը է այդպիսի հատուածակողմի երրորդ մասը։ Բայց որովհետև չորս, հինգ և բազմանկիւն հատուածակողմներին միշտ կարելի է եռանկիւնիների բաժանել, ուստի կանոնը այս կերպ կարելի է ձևակերպել. բուրգը (նորա ծաւալը) երրորդ մասն է այն հատուածակողմի, որ ունի նորա հետ միևնոյն խարսխի բարձրութիւնը և խարսխի մակերևոյթը. ապա ուրեմն և՝ նորա խորանարդ պարունակութիւնը կգտնուի այն ժամանակ, երբ կստացուի խարսխի մակերևոյթը բարձրութեան վերայ բազմապատկելուց ստացուած արտադրեալը՝ և կառնուի նորա երրորդ մասը։

Օրինակ։ Թող խարսխի մակերևոյթը լինի ուղղանկիւն քառանկիւնի, որի կողմերը ունին 10 ոտն". և 6 ոտն". երկայնութիւն. բուրգի բարձրութիւնը (նորա գագաթից խարսխի վերայ թողնուած ուղղահայեացը) $=18$ ոտնաչափի։ Գտնել այդ բուրգի ծաւալը։

Պատասխան։ $\frac{10 \cdot 6 \cdot 18}{3} = 360$ խոր". ոտնաչափի։

[Ծանօթութիւն։ Թէ հատուածակողմը երեք միահաւասար ծաւալներ պարունակող բուրգերի է բաժանվում՝ ու թէ բուրգը հատուածակողմի $^1/_3$ մասն է կազմում՝ կարելի է պարզ նկատել և չափերի օգնութեամբ։ Իհարկէ այս դէպքում հատուածակողմը պէտքէ կազմուած լինի լոկ մի նիւթից։— Նոյնը ստոյգ է և գլանի ու կոնի վերաբերութեամբ։]

5. ԿՈՆԻ ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹԻ ԵՒ ԾԱՒԱԼԻ ՉԱՓՈՒՄՆ։

Կոնը կարելի է ընդունել իբրև մի բուրգ, որի խարիսխը ունի անթիւ բազմութեամբ կողմեր, այդ պատճառաւ և կոնի ծաւալը հաւասար է այն արտադրեալի երրորդ մասին, որ ստացվում է խարսխի մակերևոյթը բարձրութեան վերայ բազմապատկելուց։

Օրինակ։ Կոնի ձև ունեցող ծառի բունի ստորին տրամագիծը հաւասար է 8 ոտն". ծառի երկայնութիւնը 100 ոտն".

Խարսխի մակերևութի շրջապատը պարունակում է $8 \cdot 3{,}14 = 25{,}12$ ոտն". խարսխի մակերևոյթը$=25{,}12 \cdot 2 = 50{,}24$ քառ". ոտն". ծառի բունի ծաւալը

$$= \frac{50{,}24 \cdot 100}{3} = 1674\,^2/_3 \text{ խոր". ոտնաչափի}$$

$$\text{կարճ. } \frac{r^2 \pi \cdot ը}{3} = \frac{4 . 4 . 3{,}14 . 10}{3} = 1674\,^2/_3 ։$$

Ցաւելուած։ Ուղիղ կոնի կողքի կորընթարթ մակերևոյթը կարելի է երևակայել իբր բացուած հարթ մակերևոյթ։ Այն ժամանակ ստացվում է հատած, որի աղեղը հաւասար է լինում խարսխի շրջապատին, իսկ շառաւիղը կոնի կողքի գծին։ Ուրեմն բազմապատկելով այդ քանակութիւնները և առնելով նոցա արտադրեալի կէսը, կգտնենք կոնի կողքի մակերևութի մեծութիւնը։

6. ԳՆՏԻ ԾԱՒԱԼԻ ԵՒ ՄԱԿԵՐԵՒՈՒԹԻ ՉԱՓՈՒՄՆ։

Կարելի է երևակայել, ինչպէս արդէն ցոյց տուեցաւ, որ գնտի ծաւալը ծագում է կիսաշրջանի իւր տրամագծի շուրջը պտտելուց։ Գնտի մեծ շրջաններ կոչվում են այնպիսի շրջանները, որոնց կենդրոնը ծածկւում է (վերայ է գալիս) գնտի կենդրոնին, մնացեալ բոլորը կոչվում են փոքր շրջաններ։ Երկրի հասարակածը և միջօրէականները (որք ընդունուած են խսկական գունտ) մեծ շրջաններ են. արևադարձները և բևեռային շրջանները փոքր շրջաններ են։ Որքան փոքր շրջանը հեռացած է կենդրոնից, այնքան նա աւելի փոքր է։

Երևակայենք, որ գնտի մակերևոյթը բաժանուած է չափազանց շատ այնպիսի փոքրիկ ձևերի, որ նոցա կարելի է ընդունել (առանց նշանաւոր սխալի) իբրև հարթ ձևեր. եթէ այդ ձևերի անկեանց գագաթներից ուղիղ գծեր անցցնենք դէպի գնտի կենդրոնը, այն ժամանակ կստանանք բուրգերի մի գումար, որոց ծաւալը կազմում է գնտի ծաւալը։ Բայց միահաւասար բարձրութիւնք ունեցող քանի մի բուրգերի գումարը հաւասար է ծաւալով՝ միևնոյն բարձրութիւնը ունեցող մի բուրգի, և որի մէջ խարսխի մակերևոյթը հաւասար է բոլոր բուրգերի խարսխների մակերևութների գումարին. ուրեմն գնտի ծաւալը կստացուի այն ժամանակ, երբ նորա մակերևոյթը բազմապատկենք նորա շառաւիղի մի երրորդ մասով։

Գիտնականները ապացուցել են, որ գնտի մակերևոյթը չորեքպատիկ աւելի է մեծ շրջանի մակերևութից։

Եթէ առնենք գնտի շառաւիղը հաւասար 10 ոտնաչափի, այն ժամանակ մեծ շրջանի շրջապատը կլինի $= 20 \cdot 3,14 = 62,8$ ոտնաչափի, մեծ շրջանի մակերևոյթը $= \frac{62,8 \cdot 10}{3} = 314$ քառ". ոտն". գնտի մակերևոյթը $= 4 \cdot 314 = 1256$ քառ". ոտն".

գնտի ծաւալը $= \frac{1256 \cdot 10}{3} = 4186\,^2/_3$ խոր". ոտն".

կամ. $\frac{r^2\pi \cdot 4 \cdot 10}{3} = \frac{100 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10}{3} = 4186\,^2/_3$

Յաւելուած։ Գնտի մեծ շրջանի մակերևոյթը $= r^2\pi$։ Առնելով նորան 4 անգամ, գնտի մակերևութի համար կստանանք $4r^2\pi$։ Բայց 4 անգամ վերցրած շառաւիղի քառակուսին հաւասար է տրամագծի քառակուսուն։ Այդ պատճառաւ մակերևոյթը կարճ

գտնելու համար պէտք է տրամագծի քառակուսին բազմապատկել π վերայ. իսկ այս արտադրեալը բազմապատկելով շառաւիղի $^1/_3$ մասով, կգտնենք գնտի ծաւալը։ Վերոյիշեալ օրինակի մէջ մակերևոյթը $= 20 \cdot 20 \cdot 3,14 = 1256$ քառակուսի ոտնաչափի, ծաւալը $= \frac{1256 \cdot 10}{3} = 4186\,^2/_3$ խորանարդ ոտնաչափի։

Խնդիրներ.

[1. Չափել սենեակի ծաւալը։

Ենթադրելով, որ սենեակը ունի զուգահեռանիստի ձև, պէտք է չափել նորա երկայնութիւնը, լայնութիւնը և բարձրութիւնը ու բազմապատկել միմեանց վերայ գտած թուերը։ (Իհարկէ բոլոր թուերը պէտքէ միահաւասար չափեր ցոյց տան. կամ բոլորը ոտնաչափեր, կամ բոլորը մատնաչափեր ևայլն։

2. Պէտք է լցնել մի քանդակ, որ ունի 80 ոտնաչափ երկայնութիւն, 10 ոտնաչափ լայնութիւն և 6 ոտն". խորութիւն։ Իւրաքանչիւր սայլի վերայ տեղաւորվում է 5 խոր". ոտն". և արժէ նա 75 կոպէկ։ Ո՞րքան կնստի քանդակի լցնելը։

Քանդակի խորանարդ պարունակութիւնը $= 90 \cdot 10 \cdot 6 = 4800$ խորանարդ ոտնաչափի, պահանջուած սայլերի թիւը $= \frac{4800}{5} = 960$.

Ծախքը կազմում է $960 \cdot 75 = 720$ մանէթ։

3. Ո՞րքան տասն վերշոկանի գերաններ կարող են տեղաւորուիլ փետանոցի մէջ, որ ունի 20 արշին երկայնութիւն, 10 արշին լայնութիւն և 12 արշին բարձրութիւն։

(Փետանոցի ծաւալը $= 20 \cdot 10 \cdot 12 = 240$ խոր". արշին։

Տասն վերշոկանի փայտերի մի սաժէնը բռնում է տեղ $= 3 \cdot 3 \; \frac{10}{16} = \frac{90}{16} = \frac{45}{8}$ խոր". արշին։

Սաժէն կտեղաւորուի $\frac{2400}{45}\cdot 8=427$, կլոր թուով)։

4. Քանի՞ աղիւս է պէտք մի պատ շինելու համար, որի երկայնութիւնը պէտք է լինի 60 ոտնաչափ, բարձրութիւնը 10 ոտնաչափ, հաստութիւնը 3 ոտնաչափ, եթէ իւրաքանչիւր աղիւսի երկայնութիւնն է 6, լայնութիւնը 3 և հաստութիւնը 2 մատ"։

$$\left(\frac{60\cdot 10\cdot 3\cdot 1728}{6\cdot 3\cdot 2}=86400\right)$$

5. Պահանջվում է 70 ոտնաչափ խորութեամբ մի ջրհոր փորել, վերին մակերեւոյթը ուղղանկիւն քառանկեան ձև պէտքէ ունենայ. 5 ոտն". երկայնութեամբ և 4 ոտն". լայնութեամբ։ Քանի՞ խոր". սաժէն հող պէտք է դուրս փորել։

$$\left(\frac{70\cdot 5\cdot 4}{343}=4\,{}^{4}/_{49}\right)$$

6. Ի՞նչ արժէ զուգահեռոտնաձև փայտի դէզը, որ ունի 35 ոտն". երկայնութիւն, 21 ոտն". լայնութիւն և 15 ոտնաչափ բարձրութիւն՝ եթէ որ 2 ոտն". երկայնութիւն ունեցող փայտի սաժէնը արժէ 5 մանէթ։

$$\left(\frac{35\cdot 21\cdot 15}{7\cdot 7\cdot 2}\cdot 5=562\,{}^{1}/_{2}\ \text{մանէթ.}\right)$$

7. Որոշել գլանի ամբողջ մակերեւոյթը, եթէ նորա խարսխի տրամագիծը հաւասար է 4 ոտնաչափի, իսկ երկայնութիւնը= 12 ոտնաչափի։ (Երկու խարսխների մակերեւոյթները են — $2\cdot 2^2\cdot 3{,}14$, կողքի մակերեւոյթը—$12\cdot 4\cdot 3{,}14$, բոլոր մակերեւոյթը=175,84 քառ". ոտնաչափերի)։

8. Տակառի երկայնութիւնը հաւասար է 6 ոտն". յատակի տրամագիծը 18 մատն". տակառի միջին մասի տրամագիծը 22 մատն". քանի՞ աման ջուր կպարունակէ նա, եթէ մի ամանը հաւասար է մի խորանարդի. եզրի երկայնութիւնն է 4 մատն".։

(Թուաբանական միջնաթիւը=$\frac{18+22}{2}$=20 մատնաչափի։

$$\left(\frac{10^2\cdot 3{,}14\cdot 6\cdot 12}{4\cdot 4\cdot 4}=353\,{}^{1}/_{4}\ \text{աման։}\right)$$

9. Քանի՞ խուրձ խոտ է գտնվում դէզի մէջ, որ 20 ոտնաչափ բարձրութիւն և 16 ոտն". տրամագիծ ունեցող գլանի ձև ունի՝ եթէ որ մի խուրձը 300 խորանարդ ոտնաչափ է։

$$\left(\frac{8^2\cdot 3{,}14\cdot 20}{300}=13\,{}^{1}/_{3}\ \text{կլոր թուով}\right)։$$

10. Պահանջվում է գլուցարանի վերայ մի չինական յարկ շինել (կոնի ձևով), յարկի շառաւիղը=30 ոտն". բարձրութիւնը 40 ոտնաչափի։ Ո՞րքան քառակուսի ոտնաչափ երկաթեայ թիթեղ կհարկաւորուի յարկը ծածկելու համար։

(Կոնի կողքի երկայնութիւնը=30^2+40^2=50 ոտնաչափից հանած քառակուսի արմատին։ Խարսխի շրջապատը=$30\cdot 3{,}14$, կողքի մակերեւոյթը=$\frac{50\cdot 30\cdot 3{,}14}{2}$=2355 քառ". ոտնաչափի։)

11. Որոշել երկրագնտի մակերեւոյթը և ծաւալը։

Ամենից առաջ երկրագնտի մէջ մենք իմացանք մէկ մեծ շրջանի (միջօրականի) շրջապատը, և նորանով արդէն որոշեցինք տրամագծի երկայնութիւնը (առանցքի), յայտնի յարաբերութեան հիման վերայ.— 314:100։

Երկրի շրջապատը = 5400 աշխարհագրական մղոնի, ուրեմն տրամագիծը=1719, կամ կլոր թուով 1720 մղոնի։ Մեծ շրջանի մակերեւոյթը=$\frac{5400\cdot 1720}{4}$, իսկ մակերեւոյթը 4 անգամ մեծ է=9 288 000 քառակ". մղոնի։

Ծաւալը=$\frac{9288000\cdot 860}{3}$ = 3 662 560 000 խոր". մղոնի,

12. Որոշել մթնոլորդի ծաւալը, ընդունելով նորա բարձրութիւնը = 10 մղոնի։

Այս ծաւալը կազմում է երկու գնտերի տարբերութիւնը, որոնցից մեծի տրամագիծն է 870 մղոն, իսկ փոքրինը 860 մղոն։ Փոքր գնտի (երկրի) ծաւալը դուրս է բերուած նախընթաց խնդրի մէջ, ուրեմն հարկաւոր է գտնել մեծ գնտի ծաւալն էլ։

Մեծ գնտի (երկրագնտի մթնոլորդի հետ միասին) մեծ շրջանի շրջապատը կլինի 1740 · 3,14=5463,6 մղոնի, գնտի մա-կերևոյթը = 5463,6 · 1740 = 9 506 664 մղոնի, ծաւալը

$$=\frac{9506664 \cdot 870}{3}= 2\,756\,932\,560$$ խորան". մղոնի. ուրեմն

մթնոլորդի ծաւալը=2 756 932 560—2 662 560 000=94 372 560 խոր". մղոնի։

13. Ցանկացողները կարող են փորձել լուծելու հետևեալ խնդիրը. որոշել երկրագնտի ծանրութիւնը, եթէ նորա միջին հարթութիւնը (տեսակարար կշիռը) $5^1/_2$ (5,5) անգամ մեծ է զտած ջրի ծանրութիւնից։

Ընդունեցէք, թէ 1 խոր". ոտն". զուտ ջուրը կշռում է 69 գրվ".—եթէ երկրի ծաւալը=890 475 513 119 խոր". վերստին, և նայեցէք թէ մեր ստացած թիւը շատ կզանազանուի 65924 000000 000000 000000 փութից։]

XII ԽՆԴԻՐՆԵՐ ՎԱՐԺՈՒԹԵԱՆ ՀԱՄԱՐ։

1. Խնդիրներ կազմութեան համար։

1. Քանի՞ ուղիղ գծերով կարելի է միացնել մէկ հարթ երեսի վերայ գտնուած 6,10,20, (ն) կէտերին։

2. Չորս ուղիղ գիծ քաշեցէք, որ կտրուելիս լինին՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6 կէտերում։

3. Տրուած է երկու կէտերի դրութիւնը. գտնել երկուսից հաւասար հեռաւորութեամբ գտնուող կէտեր։

4. Գտէ՛ք շրջանի կենդրոնը յայտնի շառաւիղով։

5. Քանի՞ աստիճան է անցնում հողմացոյցը, պտտուելով հիւսիսից դէպի հիւսիս արևել.ք, արևել.ք, հարաւարևել.ք, հարաւ, հիւսիս, հիւսիսարևել.ք, հարաւ և հարաւ արևմուտք։

6. Ի՞նչպիսի անկիւններ է գծում մեծ (րոպէացոյց) սլաքը $1, {}^1/_2, {}^1/_3, {}^1/_4$ ժամերում · 1,10,25,36 րոպէում։

7. Ի՞նչպիսի անկիւններ է գծում փոքր (ժամացոյց) սլաքը նոյն ժամանակամիջոցներում։

8. Ի՞նչպիսի անկիւններ են կազմում սլաքները միմեանց հետ 12, 6, 3, 9, $4^1/_2$, $8^1/_3$ ժամերին։

9. Անկեան մեծութիւնը=10°, 60°, $30^1/_2$°, 15° 16′, 36°50′ 12″. ի՞նչ.քան է նորա կից անկիւնը։

10. Ի՞նչին է հաւասար 3, 4, 5, 6, 10, ն— անկիւնանիի արտաքին անկիւնների գումարը, որք ստացւում են ձևի իւրաքանչիւր կողմի մի ուղղութեամբ շարունակելուց։

11. Ի՞նչին է հաւասար 3, 4, 5, 6, 10, ն— կանոնաւոր անկիւնանիի արտաքին անկիւններից իւրաքանչիւրը։

12. Հաւասարասրունք եռանկեան գագաթի վերայ գտնուած անկիւնը=17° 12'։ Ի՞նչին է հաւասար խարսխի վերայի անկիւններից իւրաքանչիւրը։

13. Հաւասարասրունք եռանկեան մէջ խարսխի վերայի անկիւններից մինը=$40^1/_{20}$։ Ի՞նչին է հաւասար գագաթի վերայի անկիւնը։

14. Հաւասարասրունք եռանկեան մէջ խարսխի մօտ եղած արտաքին անկիւնը=120°։ Ի՞նչին է հաւասար գագաթի վերայ գտնուած անկեան մօտի արտաքին անկիւնը։

15. Զուգահեռագծի մի անկիւնը=89°, ո՞րքան են մնացեալ անկիւնները։

16. Բաժանել ուղիղ անկիւնը երեք հաւասար մասերի։

17. Գծել անկիւն 60°, 30°, 45°, 15°, 75°։

18. Ի՞նչին է հաւասար Պ-ով արտայայտուած անկիւնների գումարը 16, 48, 90, 100 անկիւնինների մէջ։

19. Ո՞ր բազմանկեանց անկիւնների գումարը հաւասար է 20, 60, 90 Ո։

20. Ի՞նչպիսի անկիւններ կազմելով կկտրեն միմեանց անկիւնագծերը քառակուսու, ուղղանկիւն քառանկեան, շեղանկանի և զուգահեռագծի մէջ։

21. Ի՞նչին է հաւասար կանոնաւոր 3, 4, 5, 6,-ն — անկիւնանիի մէջ կենդրոնական անկիւնը։

22. Քանի՞ զանազան կարգերով կարելի է տեղաւորել 2, 3, 4, 10, 100,-ն կէտերը կամ տառերը։ Հակառակ խնդիրը։

23. Քանի՞ կէտերում կարող են կտրուել 2, 3, 4, 20,-ն ուղիղ գծերը։ Հակառակ խնդիրը։

24. Քանի՞ անկիւնագիծ կարելի է անցնել 4, 5, 6, 10,-ն

անկիւնանիի մէջ։ Հակառակ խնդիրը։

25. Ո՞րքան բարձր և գոգաւոր անկիւններ կարող են լինել 4, 5, 6, 10, ն անկիւնանիի մէջ, և գոգաւոր անկիւններից ո՞րքան բութ, ուղիղ և սուր անկիւններ։

26. Եթէ շրջանի մէջ քաշենք կանոնաւոր 3, 4, 5, 6,-ն անկիւնանի և շառաւիղների օգնութեամբ միացնենք նորա գագաթները կենդրոնի հետ և յետոյ կողմերը շարունակենք, այն ժամանակ ի՞նչին հաւասար կլինին ձևի ներքին, արտաքին և կենդրոնական անկիւնները։—

27. Կազմել Δ, երբ տուած են.

1) մէկ կողմն, նորա վերայ մի անկիւն՝ և նորան հանդէպ գտնուած մի անկիւնը,

2) երկու կողմեր և մեծ կողմի դիմացը գտնուող անկիւնը,

3) երկու կողմեր և փոքր կողմի դիմացը գտնուող անկիւնը,

28. Կազմել հաւասարասրունք Δ, երբ տուած են՝

1) խարիսխը և բարձրութիւնը,

2) խարիսխը և իւր վերայ գտնուող անկիւնը,

3) հաւասար կողմերից մինը և խարսխի վերայի անկիւնը,

4) հաւասար կողմերից մինը և խարիսխը։

29. Կազմել ուղղանկիւն Δ, երբ տուած են՝

1) մի էջը և նորա վերայի սուր անկիւնը,

2) մի էջը և իւրեան հանդիպակաց անկիւնը,

3) ներքնաձիգը և սուր անկիւնը,

4) ներքնաձիգը և մէկ էջը։

30. Կազմել Δ, երբ տուած են՝

1) մէկ կողմը, նորա վերայի անկիւնը և ուրիշ երկու կողմերի տարբերութիւնը,

2) մէկ կողմը, նորա վերայի անկիւնը և ուրիշ երկու կողմերի գումարը։

31. Սուրանկիւն Δ-ին փոխարկել.

ա) ուղղանկիւն եռանկեան,

բ) բութանկիւն եռանկեան։

32. Քառակուսին փոխարկել.

ա) եռանկեան,

բ) ուղղանկիւն քառանկեան,

գ) շեղանկիւն զուգահեռագծի:

33. Փոխարկել Δ,

ա) ուղղանկիւն քառանկեան,

բ) քառակուսու:

34. Գծել քառակուսի տրուած քառակուսուց 4, 9, 16, 25, 100 անգամ մեծ:

35. Գծել քառակուսի 2, 3, 5, 20, 40, 99 անգամ մեծ տրուած քառակուսուց:

36. Գծել մի քառակուսի, որ ունենայ տրուած շրջագիծը:

37. Գծել տրուած անկիւնագծի օգնութեամբ քառակուսի:

38. Կազմել ուղղանկիւն քառանկիւնի՝ երբ տրուած են.

ա) կողմը և անկիւնագիծը,

բ) կողմը և անկիւնագծերի կտրելուց առացուած անկիւններից մէկը:

գ) կողմը և անկիւնագծի կողմերից մէնի հետ կազմած անկիւնը:

39. Ի՞նչպէս քաշել շեղական, երբ տրուած են.

ա) կողմը և մէկ անկիւնագիծը,

բ) երկու անկիւնագծերը,

գ) անկիւնագիծը և բարձրութիւնը,

դ) կողմը և բարձրութիւնը,

ե) անկիւնագիծը և նորա վերայի անկիւնները,

զ) անկիւնագիծը և նորա դիմացի անկիւնը:

40. 6, 7, 8 անկիւնանին փոխարկել Δ:

41. Անկանոն 7 անկիւնին 1, 2, 3 բարձր անկիւններով փոխարկել Δ:

42. Կազմել զուգահեռագիծ, երբ տրուած են.

ա) 3 անկիւնները (նոցա գագաթների դրութիւնը),

բ) 2 անկիւնների գագաթները և անկիւնագծերի միմեանց կտրած կէտը,

գ) կողմերը և մէկ անկիւնագիծը,

դ) կողմերը և մէկ անկիւնը,

ե) մէկ կողմը և երկու անկիւնագծերը,

զ) մէկ կողմը, մէկ անկիւնը և մէկ անկիւնագիծը,

է) երկու անկիւնագծերը և նոցա միջի անկիւնը:

43. Գծել շրջանի մէջ լար տրուած երկայնութեամբ:

44. Անցկացնել շրջանի մէջ տուած լարին զուգահեռական մի ուրիշ լար:

45. Գծել շրջան,

ա) հաւասարակողմն եռանկեան մէջ,

բ) հաւասարասրունք Δ մէջ,

գ) անհաւասարակողմն Δ մէջ,

դ) քառակուսու մէջ,

ե) շեղականի մէջ,

զ) կանոնաւոր բազմանկեան մէջ:

46. Գծել շրջան,

ա) եռանկեան շուրջը,

բ) քառանկեան շուրջը,

գ) ուղղանկիւն քառանկեան շուրջը,

դ) կանոնաւոր բազմանկեան շուրջը:

47. Գծել շրջանի շուրջը,

ա) հաւասարակողմն Δ,

բ) անհաւասարակողմն Δ,

գ) քառակուսի,

դ) կանոնաւոր 5, 6, 7, -ն — անկիւնանի:

48. Գծել շրջանի մէջ,

ա) կանոնաւոր Δ,

բ) » քառանկիւնի,

գ) » 5, 6, 7, -ն — անկիւնանի:

49. Գծել շրջապատ,

ա) երկու տուած կէտից անցնող,

բ) տուած ուղիղ գծին՝ տրուած կէտում շօշափող, գ) ուրիշ շրջանի տուած կէտում շօշափող,

դ) տուած կէտից անցնող և տուած ուղիղ գծին շօշափող,

ե) տուած կէտից անցնող և ուրիշ տուած շրջանի շօշափող,

զ) երեք կէտերից անցնող:

50. Գծել շրջան տուած շրջանից 4, 8, 16, 25, 100 անգամ մեծ:

51. Գծել շրջան միւս տուած շրջանից 2, 3, 5, 20 անգամ մեծ:

52. Գծել մի շրջան, որ հաւասար լինի միւս երկու շրջաններին միասին առած:

53. Գծել մի շրջան, որ հաւասար լինի միւս երկու շրջանների տարբերութեանը:

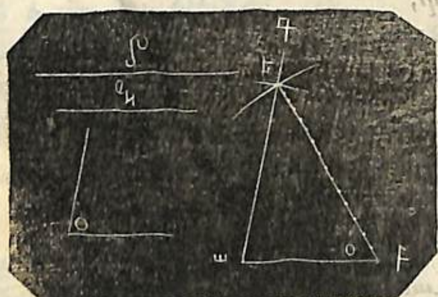
54. Գծել շրջան, որի շրջապատը երկու անգամ մեծ լինէր տուած շրջանի շրջապատից:

55. Գծել մի շրջան, որի մակերևոյթը հաւասար լինէր միւս տուած երեք շրջանների մակերևութների գումարին:

56. Տուած են եռանկեան երկու կողմերը և նոցանից մինի դիմացի անկիւնը. կազմել եռանկիւնի:

Առաջին դիպուած: Տուած անկիւնը գտնւում է տրուած կողմերից մեծի դիմաց:

Կազմութիւն: Որովհետև o անկիւնը պէտք է մ գծի դիմացը գտնուի, ուրեմն նա գտնւում է ն- վերայ: Սորա համար առնենք աբ գիծը = ն, ա կէտում գծենք ∠ = ∠o, իսկ բ կէտից



Ձև 76.

մ միւս տուած կողմին հաւասար շառաւիղով քաշենք աղեղ:

Որովհետև (Ձև 76) մ > բա, ուրեմն այդ աղեղը կկտրէ ագ կողմին մի կէտում, որը և կլինի երրորդ անկեան գագաթը: Այս կերպով եռանկիւնին լիակատար կերպով որոշվում է երկու կողմերով և մեծ կողմի դիմացի անկիւնով:

Երկրորդ դիպուած: Տուած անկիւնը գտնւում է փոքր կողմի դիմացը:

Կազմութիւն: Նշանակելով աբ = մ, ա կէտում գծենք անկիւն = ∠o, և բ կէտից ն գծին հաւասար շառաւիղով քաշենք աղեղ: Նայելով ն գծի մեծութեանը, աղեղը կարող է պատահել կամ չպատահել ագ կողմին: Այս վերջին դիպուածում խնդիրը անհնարին է: Պայման. ն պէտք է լինի այնուամենայնիւ ոչ պակաս այն ուղղահայեացից, որ թողնուած է բ-ից ագ կողմի վերայ: Եթէ ն հաւասար է ուղղահայեացին, այն ժամանակ ուղղահայեացի խարիսխը կլինի եռանկեան երրորդ գագաթը, և եռանկեան մեծութիւնն ու ձևը որոշուած կլինին: Եթէ ն մեծ է այդ ուղղահայեացից, այն ժամանակ նորանով գծուած աղեղը կկտրէ ագ կողմին երկու կէտում, և մենք եռանկեան երրորդ գագաթի համար կունենանք երկու կէտեր. ժ և ը (Ձև 77): աբժ և աբը երկու եռանկիւնիները լրացնում են խնդրոյ պայմանը, որովհետև իւրաքանչիւր երկու կողմերը և անկիւնը ունին պահանջուած մեծութիւնները: Ապա ուրեմն՝ այս վերջին դիպուածում խակական մեծութիւնն ու ձևը անորոշ են:

Ձև 77.

Նշանակէ որ նախընթաց պայմանները բաւական չեն: Պէտք է մէկ պայման ևս: Ի՞նչ պայման:

աժբ եռանկիւնին ժ կէտում բութ անկիւն ունի, իսկ աըբ եռանկիւնին ը կէտում ունի սուր անկիւն։ Այս պատճառով, եթէ նախընթաց պայմանների վերայ աւելացրած լինէր մեծ կողմի դիմացը գտնուող որն է անկիւնը. — սուրը կամ բութը՝ այն ժամանակ խնդիրը լրիւին որոշուած կլինէր։ Ուրեմն, ուղղագիծ եռանկեան մեծութիւնը և ձևը որոշվում են երկու կողմերով, դոցանից որ եւէ մէկի դիմացը գտնուող մէկ անկիւնով եւ միւս կողմին հանդիպակաց անկեան ձեւով։ Այս վերջին անկեան մեծութիւնը իմանալ պէտք չէ, պէտք է միայն իմանալ, թէ ուղի՞ղ անկիւն է նա, բութ՝ թէ սուր։ Այս պատճառով երկու եռանկիւնիք հաւասար են, երբ նոցա մէջ համապատասխանօրէն հաւասար են բոլոր վերյիշեալ մասերը։ Նախընթաց դէպքերից առաջինը մտնում է վերջին ընդհանուր նախադասութեան մէջ։

Բնագրի մէջ գտնուած եռանկեանց հաւասարութեան երեք կանոնների վերայ պէտք է աւելացնել և այս չորրորդը։ Այս կերպով ուղղագիծ եռանկեան ձևը և մեծութիւնը որոշուած են, երբ յայտնի են՝

1) 2 կողմերը և նոցա մէջ պարունակուող անկիւնը,
2) 1 կողմը և 2 նմանադիր անկիւնները,
3) 3 կողմերը,
4) 2 կողմերը, սոցանից մէկին հանդիպակաց անկիւնը և երկրորդ կողմին հանդիպակաց անկեան տեսակը։

Մէկ կողմը միշտ հարկաւոր է լինում իմանալ, որովհետև անկիւնները միայն որոշում են եռանկեան ձևը։ Այս պատճառաւ.—

1) 1 կողմը և 2 (իհարկէ նոյնպէս և 3) անկիւնները,
2) 2 կողմերը և 1 անկիւն (ի՞նչպէս գրուած և ո՞րպիսի),
3) 3 կողմերը։

57. Տուած է եռանկեան կողմերի գումարը և 2 անկիւնը։ Պահանջվում է կազմել Δ։

ա) ԵՐԿԱՑՆՈՒԹԵԱՆՑ ՀԱՇՈՒԵՀԱՆՈՒԹԻՒՆԸ։

2. Խնդիրներ հաշուեհանութեան համար.

1. Քանի՞ մատնաչափ ունի 4 սաժէնը, 3 ոտնաչափը և 7 մատնաչափը։

2. Քանի՞ սաժէն և ոտնաչափ կայ 6438 մատնաչափի մէջ։

3, Քառակուսի այգին ունի 3 սաժէն 4 ոտն". երկայնութիւն. ի՞նչէն է հաւասար նորա ցանկապատը։

4. Ուղղանկիւն քառանկեան ձև ունեցող դաշտի երկայնութիւնն է 12 սաժէն, լայնութիւնը 4 սաժէն $5^1/_2$ ոտն". քանի՞ ոտն". մեծութիւն ունի նորա շրջագիծը։

5. Պատուհանի լայնութիւնը=6 ոտն". 6 մատն"., շրջագիծը =31 ոտն"., 8 մատն". ի՞նչէն է հաւասար պատուհանի բարձրութիւնը։

6. Ի՞նչքան է հաւասարակողմն եռանկեան շրջագիծը, երբ մի կողմը = 3 ոտն". 4 մատ".

7, Հաւասարակողմն եռանկեան շրջագիծը=4 ոտն". 8 մատն". մէկ կողմը=1 ոտն"., 4 մատն". միւսը 2 ոտն"., 1 մատն". ի՞նչէն է հաւասար երրորդ կողմը։

8. Հաւասարասրունք եռանկեան հաւասար կողմերից իւրաքանչիւրը = 4 ոտն"., 5". մատն". խարիսխը = 6 ոտն"., 3 մատ". ի՞նչէն է հաւասար շրջագիծը։

9. Ի՞նչէն է հաւասար ուղղանկիւն եռանկեան ներքնաձիգը, երբ էջերը ունին 3 և 4 ոտն". 6 և 8 ոտն". և 15 ու 20 ոտն". երկայնութիւն։

10. Ներքնաձիգը = 40 ոտն". էջերից մինը = 24 ոտն",
„ = 70 „ „ „ = 42 „
Ի՞նչէն է հաւասար երկու դէպքերում էլ միւս էջը։

11. Կանոնաւոր հինգանկեան շրջագիծը=7 ոտն". 6 մատ". ի՞նչն է հաւասար իւրաքանչիւր կողմը։

12. Կանոնաւոր վեցանկեան շրջագիծը=25 ոտն". 6 մատ". ի՞նչքան մեծութիւն ունին նորա կողմերը։

13. Շրջանի տրամագիծը հաւասար է 3 ոտն". 4 մատ". ի՞նչն է=շրջապատը (π ամենայն տեղ ընդունվում է հաւասար 3,14)։

14. Ի՞նչքան մեծութիւն ունին այն շրջանի տրամագիծը և շառաւիղը, որի շրջապատը=17,27 մատն".

15. Երբ երկու շրջանների տրամագծերը համապատասխանօրէն հաւասար են 1 և 3 (ոտն" մատ". սաժ". և այլն) ի՞նչքան մեծութիւն ունին նոցա շրջապատները և ինչպէս են յարաբերում նոքա։

16. Գերանի խարսխի տրամագիծը=1 ոտն". 2 մատն".— գագաթինը 10 մատն". ի՞նչն է հաւասար միջին տրամագիծը և ի՞նչքան է միջին կտրուածքի շրջապատը։

17. Երկու համակենդրոն շրջաններից մէկի շառաւիղը=5 մատն". միւսինը=7 մատ". ի՞նչն է հաւասար նոցա շրջապատների տարբերութիւնը։

18. Ո՞րքան են հեռացած՝ երկու համակենդրոն շրջանների շրջապատները, եթէ նոցա շրջապատներից մէկը հաւասար է 50 մատն". միւսը 30 մատն".

19. Ի՞նչն է հաւասար 40° ունեցող աղեղը՝ այն շրջանի մէջ, որի շրջապատը 90 մատնաչափ է։

20. Շրջանի շառաւիղը=5 մատն". ի՞նչն է հաւասար 30° ունեցող աղեղը։

բ) Մակերևոյթների չափումն.

21. Քանի՞ □ մատն". կայ 2 □ սաժէնի, 4 □ ոտն"., 28 □ մատնաչափի մէջ։

22. Քանի՞ □ սաժ", ոտն", և մատն". կայ 45782 □ մատնաչափի մէջ։

23. Ի՞նչն է հաւասար այն քառակուսիների մակերևոյթները, որոց կողմերը հաւասար են 8 մատն"., $10\frac{1}{2}$ մատ"., 1 ոտ" 2 մատն"., 3 ոտն"., 4 մատն"., 2 սաժ". 4 ոտն"., 5 սաժ". 4 ոտն". 6 մատնաչափ։

24. Քառակուսու շրջագիծը=7 ոտն., 8 մատ. ի՞նչքան է նորա մակերևոյթը։

25. Ուղղանկիւն քառանկեան ձև ունեցող այգին ունի 12 սաժ., 6 ոտն. երկայնութիւն և 3 սաժ. 4 ոտն. լայնութիւն. ի՞նչքան է նորա մակերևոյթը։

26. Ուղղանկիւն քառանկիւնին ունի $17\frac{1}{2}$ ոտն". երկայնութիւն և $11\frac{1}{4}$ ոտն". լայնութիւն։ Ո՞րքան պէտք է կարճանալ նորա երկայնութիւնը, եթէ լայնութիւնը կմեծանայ $1\frac{1}{4}$ ոտնաչափով՝ իսկ մակերևոյթը կմնայ նոյնը։

27. Սենեակը ունի 20 ոտն. երկայնութիւն և 18 ոտն. լայնութիւն. քանի՞ տախտակ է պէտք այդ սենեակի յատակի համար, եթէ որ տախտակները ունին 12 ոտն. երկայնութիւն և $\frac{3}{4}$ ոտն". լայնութիւն։

28. Սենեակը ունի 18 ոտն". երկայնութիւն, 15 ոտն". լայնութիւն և 12 ոտն". բարձրութիւն։ Նորան պէտք է ներկել ձիթեայ ներկով։ Սենեակի մէջ կայ երկու պատուհան՝ 10 ոտն". բարձրութեամբ և 6 ոտն. լայնութեամբ, և մէկ դուռն՝ 9 ոտն. բարձրութեամբ և 5 ոտն. լայնութեամբ. ո՞րքան կարժենայ ներկելը, եթէ որ իւրաքանչիւր □ ոտնաչափը նստում է 3 կոպէկ։

29 Շեղանկանի խարիսխը=$5\frac{1}{2}$ մատ. բարձրութիւնը 3 մատ. ի՞նչքան է մակերևոյթը։

30. Շեղանկանի ծաւալը=10 մատ. նորա բարձրութիւնը կամ զուգահեռական գծերի մէջ եղած տարածութիւնը = $1\frac{1}{2}$ մատ. ի՞նչքան է նորա մակերևոյթը։

31. Ի՞նչն է հաւասար շեղակնդրալի մակերևոյթը, որի խարիսխը 10 ոտն". 4 մատ". և բարձրութիւնը 5 ոտ". 8 մատ". է։

32. Քառակուսին և շեղանկանը ունին հաւասար շրջագծեր հաւասար ե՞ն արդեօք նոցա մակերևոյթները։

33. Սեղանի բարձութիւնը=4 ոտն". 8 մատ". զուգահեռական կողմերից մինը=8 մատ". 4 մատ", միւսը 10 ոտն". 6 մատ".— ի՞նչքան է սեղանի մակերևոյթը։

34. Սեղանի մակերևոյթը=198 քառ". մատ".— զուգահեռական կողմերը համապատասխանօրէն հաւասար են 10 մատ". և 12 մատ".— ի՞նչին է հաւասար նորա բարձրութիւնը։

35. Մէկ մարդ երկու կտոր հող ունի, որք ունին հաւասար մակերևոյթներ։ Ա. կտորը ունի ուղղանկիւն քառանկեան ձև՝ 16 սաժ". երկայնութեամբ և 9 սաժ". լայնութեամբ. Բ կտորը — քառակուսի ձև ունի։ Այդ երկու հողի կտորներից ո՞ր շրջագիծն է մեծ։

36. Եթէ մի քառակուսու կողմը հաւասար է 9 մատ". ուրեմն ի՞նչին է հաւասար միւս քառակուսու կողմը, որ ունի 4, 9, 16, 25, $^1/_4$, $^1/_9$, անգամ մեծ մակերևոյթ։

37. Գտնել հետևեալ եռանկեանց մակերևոյթները.

խարիսխը=7 ոտն". 3 մատ"., բարձրութիւնը 4 ոտն". 6 մատ".
» =8 ոտն". 4 մատ"., » 5 ոտն". 9 մատ".

38. Եռանկեան մակերևոյթը=324 □ մատն". ի՞նչին է հաւասար նորա բարձրութիւնը, եթէ խարիսխը=30 մատ".

39. Եռանկեան մէջ ուղիղ անկիւն կազմող կողմերը հաւասար են 4 ոտն". 4 մատ". և 8 ոտն". 9 մատ". ի՞նչքան է մակերևոյթը։

40. Ուղղանկիւն եռանկեան մակերևոյթը հաւասար է 48 □ ոտն". ի՞նչին է հաւասար փոքր էջը, եթէ մեծը հաւասար է 10 ոտն".

41. Երկու եռանկեանց բարձրութիւնը=8 մատ". մէկի խարիսխը=6 մատ". միւսինը 8 մատն. ի՞նչին են հաւասար նոցա մակերևոյթները և ի՞նչպէս են յարաբերւում նոքա միմեանց։

42. Երկու եռանկեանց խարիսխը = 18 մատն". բարձրութիւնները համապատասխանօրէն հաւասար են 7 և 9 մատ". ի՞նչպէս են յարաբերւում մակերևոյթները։

43. Եռանկեան խարիսխը=10 սաժ". 8 ոտն". ի՞նչին է հաւասար նորա բարձրութիւնը, եթէ այդ եռանկեան մակերևոյթը

հաւասար է ուղղանկիւն քառանկեան մակերևութին, որ ունի 19 սաժ". 7 ոտն". երկայնութիւն և 6 սաժ". 4 ոտն". լայնութիւն։

44. Ուղղանկիւն քառանկեան անկիւնագիծը=19 մատ". մէկ կողմը 12 մատ". ի՞նչին է հաւասար մակերևոյթը։

45. Ուղղանկիւն եռանկեան ներքնաձիգը=25 մատ". էջը=20 մատ". ի՞նչին է հաւասար մակերևոյթը։

46. Հաւասարասրունք եռանկեան մակերևոյթը=300 քառ". մատ". բարձրութիւնը=15 մատ". ի՞նչքան են նորա սրունքները։

47. Մի տան պատեր 40 ոտն". երկայնութիւն, 35 ոտն". լայնութիւն, 30 ոտն". բարձրութիւն ունին, իսկ սագաձև յարկի բարձրութիւնն է 50 ոտնաչափ. Նորան պէտք է ներկել ձիթեայ ներկով։ Ի՞նչ կարժենայ ներկելը (դռները և պատուհանների փեղկերը նոյն գնով հաշուելով). եթէ որ □ ոտն". արժէ 3 կոպէկ։

48. Սեղանի մէջ անկիւնագիծը=40 մատ". իսկ նորա վերայ եռանկիւնիների գագաթներից թողած ուղղահայեացները=30 և 36 մատ". ի՞նչքան է սեղանի մակերևոյթը։

49. Կանոնաւոր հինգանկիւն բազմանկեան կողմը=$40^1/_2$ մատ". կենդրոնից նորա կողմերից մինի մէջտեղում թողնուած ուղղահայեացը=$24^3/_4$ մատ". ի՞նչին է հաւասար նորա մակերևոյթը։ Ի՞նչքան երկայնութիւն պէտք է ունենայ եռանկեան խարիսխը, որ նա ունենար հինգանկիւն բազմանկեան մակերևութին հաւասար մակերևոյթ և $24^3/_4$ մատն". բարձրութիւն։

50. Կանոնաւոր վեցանկիւնին բաժանուած է 6 հաւասար եռանկիւնիների, որոց գագաթները հաւաքվում են կենդրոնում։ Խարիսխը (վեցանկիւնանիի կողմը)=$10^1/_4$ մատ". բարձրութիւնը $7^1/_2$ մատն". ի՞նչին է հաւասար մակերևոյթը։

51. Շրջանի տրամագիծը հաւասար է 5 մատ". ի՞նչին է հաւասար նորա մակերևոյթը։

52. Շրջանի շրջապատը = 25 մատ". ի՞նչին է հաւասար մակերևոյթը։

53. Կլոր սեղանի շուրջը կարող են նստել 10 մարդ, բռնելով

իւրաքանչիւրը $2^1/_4$ ոտն". տեղ։ Ի՞նչքան է հաւասար սեղանի մակերևոյթը։

54. Շրջանի շառաւիղը=10 մատ". ի՞նչքան է հաւասար կիսաշրջանի և քառորդ շրջանի մակերևոյթը։

55. Գտէք օղակի մակերևոյթը, որի ներքին շրջապատը հաւասար է 20 մատ", իսկ արտաքինը 25 մատնաչափի։

56. Օղակի լայնութիւնը=3 մատ". իսկ նորա ներքին շրջանի շրջապատը=10 մատ". ի՞նչքան է հաւասար մակերևոյթը։

57. Երկու համակենդրոն շրջանների շառաւիղները հաւասար են 4 և 6 մատ". ի՞նչքան է հաւասար շրջանների մակերևութների տարբերութիւնը։

58. Հատածի աղեղը=50°, շառաւիղը 10 մատ". ի՞նչքան է հատածի մակերևոյթը։

59. Հատածի կենդրոնական անկիւնը=60°, շառաւիղը 10 մատ". ի՞նչքան է հաւասար մակերևոյթը։

60. Ի՞նչպէս պէտք է զուգահեռագիծը իւրեան հաւասար և իւրան բարձրութեան չափ բարձրութիւն ունեցող եռանկեան փոխարկել։ Երկուսի բարձրութիւնները=10 ոտն". խարիսխը 12 ոտն".

61 Ի՞նչքան բարձրութիւն պէտք է ունենայ եռանկեան հետ հաւասար խարիսխ ունեցող զուգահեռագիծը, եթէ մենք կամենում ենք, որ նորա մակերևոյթը հաւասար լինէր այդ եռանկեան մակերևութին։ Խարիսխը=12 ոտն". եռանկեան բարձրութիւնը 10 ոտն".

62. Շրջանի տրամագիծը հաւասար է 10 մատ". եռանկեան բարձրութիւնը նոյնպէս =10 մատ". ի՞նչքան պէտքէ հաւասար լինի եռանկեան խարիսխը, որ նորա մակերևոյթը հաւասար լինէր շրջանի մակերևութին։

63. Շրջանի և ուղղանկիւն քառանկեան մակերևոյթները հաւասար են։ Ի՞նչքան է հաւասար վերջինի բարձրութիւնը, եթէ նորա խարիսխը հաւասար է կիսաշրջապատին։

64. Երկու նման եռանկեանց մէջ կողմերը յարաբերում են

միմեանց այնպէս, ինչպէս 4-ը 7-ին. փոքր եռանկեան մէջ մի կողմը=12 ոտն". Այսպիսի դէպքում ի՞նչքան է հաւասար միւս եռանկեան մէջ համապատասխան կողմը։

65. Թող մի եռանկեան մէջ կողմը=8 մատ". բարձրութիւնը 5 մատ". ի՞նչքան է հաւասար միւս նորան նման եռանկեան բարձրութիւնը, եթէ որ համապատասխան կողմը ունի 12 մատն". երկայնութիւն։

66. Ծառի ստուերի երկայնութիւնը=40 ոտն". մի 3 ոտն". երկայնութիւն ունեցող փայտ միևնոյն միջոցում 5 ոտն" ստուեր է ձգում. ի՞նչքան բարձրութիւն ունի ծառը (ուշադրութիւն չդարձնելով նորա հաստութեան վերայ)։

67. Երկու նման եռանկիւններից փոքրի մէկ կողմը=10 մատ". իսկ մակերևոյթը 115 քառ". մատ". ի՞նչքան է հաւասար միւսի մակերևոյթը, եթէ որ համապատասխան կողմը=15 մատ".։

68. Երկու շրջանների շառաւիղները 4 մատ". և 7 մատ". են. ի՞նչպէս են յարաբերում նոցա շրջապատները։

69. Մէկ շրջանի շրջապատը=40 մատ". միւսինը=59 մատ". ի՞նչպէս են յարաբերում նոցա տրամագծերը։

70. Երկու շրջանների տրամագծերը յարաբերում են միմեանց՝ ինչպէս 3-ը 4-ին։ Ի՞նչպէս են յարաբերում նոցա մակերևոյթները։

71. Ի՞նչպէս է յարաբերում շրջանի մակերևոյթը իւր տրամագծի քառակուսուն։

72. Ի՞նչպէս են յարաբերում շրջանի ներսը և դուրսը գծուած քառակուսիների մակերևոյթները, եթէ որ շրջանի շառաւիղը=50 մատ".

դ) Ծաւալների չափումը.

73. Քանի՞ խոր". ոտն". կայ 7 խոր". սաժ". 3 խոր". ոտն". 4 խոր". մատ". մէջ։

74. Քանի խոր". ոտն". կայ 12456 խոր". մատնաչափի մէջ։

75. Խորանարդի կողմը=3 մատ". ի՞նչին է հաւասար նորա խորանարդ բովանդակութիւնը։

76. Տախտակը ունի 14 ոտն". երկայնութիւն, $3/_4$ ոտն". լայնութիւն $1^1/_4$ մատն". հաստութիւն։ Ի՞նչքան է նորա ծաւալը։

77. Ի՞նչքան խոր". ոտն". օդ կայ այն սենեակի մէջ, որ ունի 20 ոտն". երկայնութիւն, 15 ոտն". լայնութիւն և 12 ոտն". բարձրութիւն։

78. Մի գերան ունի $7^1/_2$ մատն". քառակուսի շրջագիծ և 25 ոտն". երկայնութիւն։ Ի՞նչքան կլինի նորա խորանարդ պարունակութիւնը։

79. Ո՞րքան խոր". սաժ". հող պէտք է դուրս տրուի, եթէ մենք կամենում ենք մի փոս փորել, որ ունենայ 45 ոտն". երկայնութիւն և 35 ոտն". լայնութիւն՝ 12 ոտն". խորութեան հետ։

80. Պարսպի երկայնութիւնն է 20 ոտն". հաստութիւնը 3 ոտն". բարձրութիւնը 8 ոտն". պարսպի տէրը կամենում է $2^1/_2$ ոտնաչափով աւելացնել նորա բարձրութիւնը։ Ո՞րքան աղիւս կհարկաւորի դորա համար, եթէ որ մի աղիւսը ունի 1 ոտն". երկայնութիւն, $2/_3$ ոտն". լայնութիւն և $1/_4$ ոտն". հաստութիւն։

81. Գտէ՛ք գրքի մակերևոյթը, որ ունի $6^1/_2$ մատն". երկ". $3^1/_2$ մատ". լայն". կազմի վերայ, կազմիքամակը $1^1/_2$ մատն". լայնութիւն, թերթերի եզերքը $1^1/_4$ մատն". հաստութիւն ունին. $6^1/_6$ մատն". երկայնութիւն և $3^1/_6$ լայնութիւն։

82. Մի գլանաձև աման ունի $1^1/_2$ ոտն". բարձրութիւն և 10 մատն". լայնութիւն։ Քանի՞ խոր". մատն". կայ նորա մէջ։

83. Գտէ՛ք այն գլանի երկայնութիւնը, որի խարսխի մակերևոյթն է $11^1/_4$ □ մատ". և ծաւալը 108 □ մատն".։

84. Գերանի շրջապատը հաւասար է $2^1/_2$ ոտն". իսկ երկայնութիւնը 18 ոտն". գտէ՛ք նորա ծաւալը։

85. Երկաթեայ $1^1/_2$ ոտն". տրամագիծ ունեցող գլանի ծանրութիւնն է 8 փութ".։ Իմացէ՛ք այն գլանի ծանրութիւնը կամ չափը, որ ունի նոյն բարձրութիւնը, և որի խարսխի տրամագիծը

հաւասար է $2^1/_2$ ոտն".

86. Դատարկ գլանը ունի 15 մատն". երկայնութիւն. նորա արտաքին տրամագիծը 7 մատն". ի՞նչքան է նորա ծաւալը, եթէ որ դատարկ տարածութեան տրամագիծը հաւասար է 3 մատն".։

87. Քառակողմն բուրգի խարսխի մակերևոյթը ձևացնում է մի քառակուսի 4 մատն". երկայնութիւն ունեցող կողմերով. բուրգի երկայնութիւնը 18 մատն". է։ Գտէ՛ք նորա ծաւալը։

88. Եռակողմն բուրգի խարսխի մակերևոյթը կազմում է մի եռանկիւնի իւր 4 մատն". երկայնութիւն ունեցող խարսխով և 3 մատն". բարձրութեամբ։ Բուրգի բարձրութիւնը=24 մատն". գտէ՛ք նորա ծաւալը։

89. Կոնի շրջանաձև խարիսխը ունի 4 մատն". տրամագիծ. կոնի բարձրութիւնը 12 մատն". է. գտէ՛ք նորա ծաւալը։

90. Խարսխի շրջապատը 18 մատն". է։ Ի՞նչքան է կոնի ծաւալը, եթէ բարձրութիւնը = 30 մատն".

91. Կոնի խարսխի տրամագիծը=4 մատն". բարձրութիւնը նոյնպէս 4 մատն". է։ Ի՞նչին է հաւասար կոնի ծաւալը։

92. Գնդի տրամագիծը=10 մատն". ի՞նչին է հաւասար նորա մակերևոյթը։

93. Գնդի տրամագիծը = $2^1/_2$ մատն". ի՞նչքան է նորա ծաւալը։

94. Աշխարհագրական գնդի շրջապատը = $31^4/_{10}$ մատն". ի՞նչին է հաւասար նորա ծաւալը և մակերևոյթը։

95. Ի՞նչպէս են յարաբերում միմեանց երկու գնդերի ծաւալները, որոնցից մէկի տրամագիծը 5 մատն". է, իսկ միւսինը — 10 մատնաչափ։

96. Ի՞նչպէս են յարաբերում միմեանց այդ գնդերի մակերևոյթները։

97. Ի՞նչպէս է յարաբերում գնդի ծաւալը իւր տրամագծի խոր". չափի հետ, որ ունի 10 մատն". երկայնութիւն։

98. Գնդի ծաւալը=$65^5/_{12}$ խոր". մատն". ի՞նչքան է նորա տրամագիծը։

99. Եթէ գնտի ծաւալը $= 523^1/_3$ խոր". մատն". ուրեմն ի՞նչին է հաւասար նորա շրջապատը։

100. ա գնտի տրամագիծը և բ կոնի ու գ գլանի խարսխների մակերևոյթները հաւասար են բոլորը 1-ին. վերջին երկուսի բարձրութիւնները նոյնպէս 1-ին են հաւասար։ Ի՞նչպէս են յարաբերում այդ մարմինների ծաւալները ամբողջ թուերով։

ԳՈՐԾ ԳՐՈՒԱԾ ԲԱՌԵՐԻ ՌՈՒՍԵՐԷՆ ԹԱՐԳՄԱՆՈՒԹԻՒՆՔԸ, ԱՅԲՈՒԲԵՆԱԿԱՆ ԿԱՐԳԱՒ։

Անկիւնաչափ.	Угломѣръ транспортиръ,
Անկիւնագիծ.	Діогональ.
Աղեղ	Дуга.
Անկիւնադիր.	Наугольникъ.
Աստիճան.	Градусъ.
Արտաքին յարակից անկիւններ	Внѣшные углы наклоненія.
Արտաքին անկիւն.	Внѣшный уголъ.
Անհաւասարակողմն.	Неравносторонній.
Բարձրութիւն	Высота.
Բազմանկիւնի	Многоугольникъ.
Բարձր անկիւն.	Вогнутый или входящій уголъ.
Բուրգ.	Пирамида.
Գլան.	Цилиндръ.
Գծաչափ.	Масштабъ.
Գունդ.	Шаръ.
Եզր կամ կող	Край или ребро.
Եռանկիւնի	Треугольникъ
Զուգահեռանիստ.	Параллелепипедъ.
Զուգահեռագիծ	Параллелограмъ.
Զուգահեռական գիծ	Равноотстоящая линія.
Էջ	Катетъ.
Ընդդիմակաց կամ կշռեալ անկիւններ	Угли сходственные.
Լար.	Хорда.
Խորանարդ	Кубъ.
Խարիսխ	Основаніе.
Ծաւալ.	Объемъ.
Կոն.	Конусъ.
Կենդրոնական անկիւն	Центральный уголъ.
Կապարալար	Отвѣсъ.
Կողմն կամ սրունք	Бокъ или сторона.
Կենդրոն	Центръ.
Կոր գիծ.	Кривая линія.
Կոր մակերևոյթ	Кривая поверхность.

Կից կամ առընթերակաց	Смежный.
Հակադիր կամ գագաթնանկիւն,	Противоположный уголъ.
Հարթ անկիւն	Выпрямленный уголъ.
Հատուած	Сегментъ или отрѣзокъ.
Հատած	Секторъ или вырѣзокъ.
Հարթ մակերևոյթ կամ երես	Плоскость.
Հարթաչափ	Ватерпасъ.
Հաւասարակողմն	Равносторонній.
Հաւասարասրունք	Равнобедренный.
Հաւասարաչափ	Равномѣрный.
Հատանող կամ կտրող գիծ	Сѣкущая линія.
Համակենդրոն կամ նոյնակենդրոն շրջաններ	Одноцентренные круги, (концентрическіе).
Հատուածակողմն կամ սղոցած	Призма.
Հորիզոնական գիծ	Прямолежащая линія.
Ներքին յարակից անկիւններ	Внутренные углы наклоненія.
Ներքնաձիգ	Гипотенуза.
Նմանութիւն	Подобіе.
Շօշափող կամ քսուող գիծ	Касательная линія.
Շրջապատի անկիւն	Уголъ при окружности или вписанный (периферическій).
Շեղական	Ромбъ.
Շառաւիղ, ճառագայթ կամ կէս երկակտուր	Радіусъ или полупоперечникъ.
Շրջան	Кругъ.
Շրջապատ	Окружность.
Շրջագիծ	Обводъ.
Ուղղանկիւն քառանկիւնի	Прямоугольникъ.
Ուղղահայեաց կամ ուղղաձիգ գիծ	Прямостоящая, отвѣсная или перпендикулярная линія.
Պատշաճականութիւն	Равенство.
Սեղան	Трапеція.
Տրամագիծ, առանցք կամ երկակտուր	Діаметръ или поперечникъ.
Քառակուսի	Квадратъ.
Քառանկիւնի	Четыреугольникъ.

1888

2013

Sn