ՏԱՐԵՐՔ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԵԱՆ

ՏԱՐԵՐՔ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԵԱՆ

Ի ՓՐ. ՄՈՉՆԻՔԱՅ

ԹԱՐԳՄԱՆՈՒԹԻՒՆ

Ի ԳԵՐՄԱՆԱԿԱՆԷ

ՎԻԷՆՆԱ
ՄԽԻԹԱՐԵԱՆՑ ՏՊԱՐԱՆԷ
1864

ՊԱՏՐԱՍՏՈՒԹԻՒՆ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԵԱՆ ԳԼԽԱՒՈՐ ԱՌԱՐԿԱՆԵՐԸ

1. *Կէտեր։*

1. *Թղթի կամ տախտակի վրայ տեղ մը ցուցնելու համար՝ գրչով կամ կապարագրչով կամ կաւիճով նիշ մը կը դրուի, որն որ կէտ եւ ան ալ նիւթական կէտ կ'անուանուի։*

Որչափ որ նիշը նուրբ է, այնչափ ալ մտածուած տեղը ճշդագոյն կը ցուցնէ։ Թէ որ նիւթական կէտէն մտածութեամբ ամէն տեսակ տարածութիւն մէկդի առնունք՝ ուսումնական կամ մաթեմաթիքական կէտին գաղափարը կ'ունենանք։

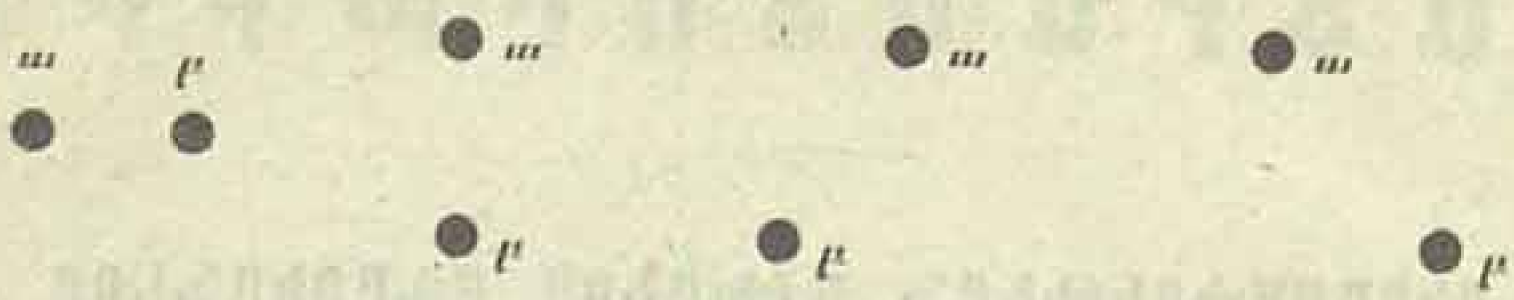
Ուսումնական կէտն ոչ երկայնութիւն, ոչ լայնութիւն եւ ոչ բարձրութիւն ունի. ամենեւին քանակութիւն կամ չափ չունի։ Նիւթական կէտը միշտ քիչ մը երկայնութիւն, լայնութիւն ու բարձրութիւն ունի, այսինքն այնչափ՝ որ աչքի երեւայ. նիւթական կէտն՝ ուսումնական կէտին, որն որ չ'երեւար, երեւելի նշանն է։

2. *Կէտ մը անուանելու համար քովը պզտիկ կամ մեծ նշանագիր մը կը դրուի ու կ'ըսուի. ասիկայ ա կէտն է, ասիկայ Մ կէտն է։*

3. *Որովհետեւ կէտն ոչ քանակութիւն եւ ոչ ձեւ ունի, անոր համար կէտերուն միայն փոխադարձ դիրքին վրայ կը խօսուի։*

Երկու կէտի իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը գննելով՝ երեք գլխաւոր դէպք կ'ելլէ.

Ձեւ 1. Ձեւ 2. Ձեւ 3. Ձեւ 4.



1. Երկու կէտեր կրնան իրարու քով կենալ, ինչպէս որ Ձեւ 1, բ կէտը՝ ա կէտին աջ կողմը կեցած է, ու ա կէտը՝ բ կէտին ձախ կողմը։
2. Երկու կէտեր կրնան շիտակ իրարու տակ կենալ, ինչպէս Ձեւ 2, ա կէտը՝ բ կէտին վրան, ու բ կէտը ա կէտին տակը կեցած է։
3. Երկու կէտեր կրնան նաեւ շեղ իրարու տակ ըլլալ, ինչպէս Ձեւ 3 եւ 4։

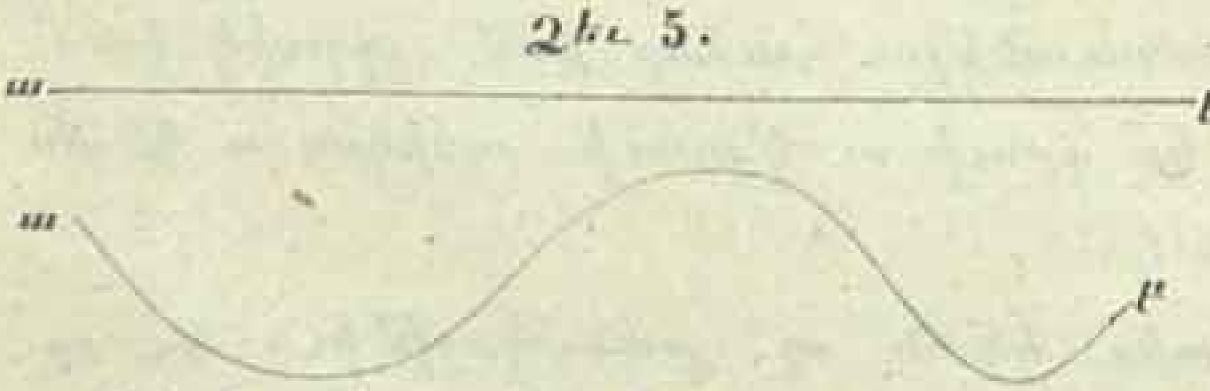
Ցուցուր դպրոցէն ներս ու դուրս զանազան բաներ՝ որոնք իրարու քով կեցած են. ցուցուր իրեր՝ որոնք իրարու տակ կեցած են, եւ անանկ բաներ ալ՝ որոնք շեղ իրարու տակ կը կենան։

Նշանէ երեք կէտ ամէն կարելի դիրքով ու խօսքով ամէն մէկ դիրքին անունը տուր։

2. Գծեր։

4. Թէ որ թղթի վրայ գրչին կամ կապարագրչին սուր ծայրը, կամ տախտակի վրայ կաւիճին սուր ծայրը ա կէտէն, Ձեւ 5, մինչեւ բ կէտը շարժենք, անանկ

Ձեւ 5.



որ ամէն տեղ շարժման հետքը մնայ, ան ատեն գիծ մը, եւ ան ալ նի-նիակած գիծ մը կ'ըլլէ։ Թել մը, դերձան մը, բարակ ձող մը նիւթական գծեր կ'երեւցնեն։ Երկու կէտերը ա եւ բ, որոնք գծով մը իրարու հետ միացած են, այս գծին ծայրերը կ'ըսուին։ Ի մանաւորի՝ ա կէտը, ուսկից որ գիծը քաշելու սկսանք, գծին Սկզբան կէտը կ'ըսուի. բ կէտն ալ՝ ուր որ քաշելէն դադրեցանք, գծին վերջի կէտը կ'ըսուի։

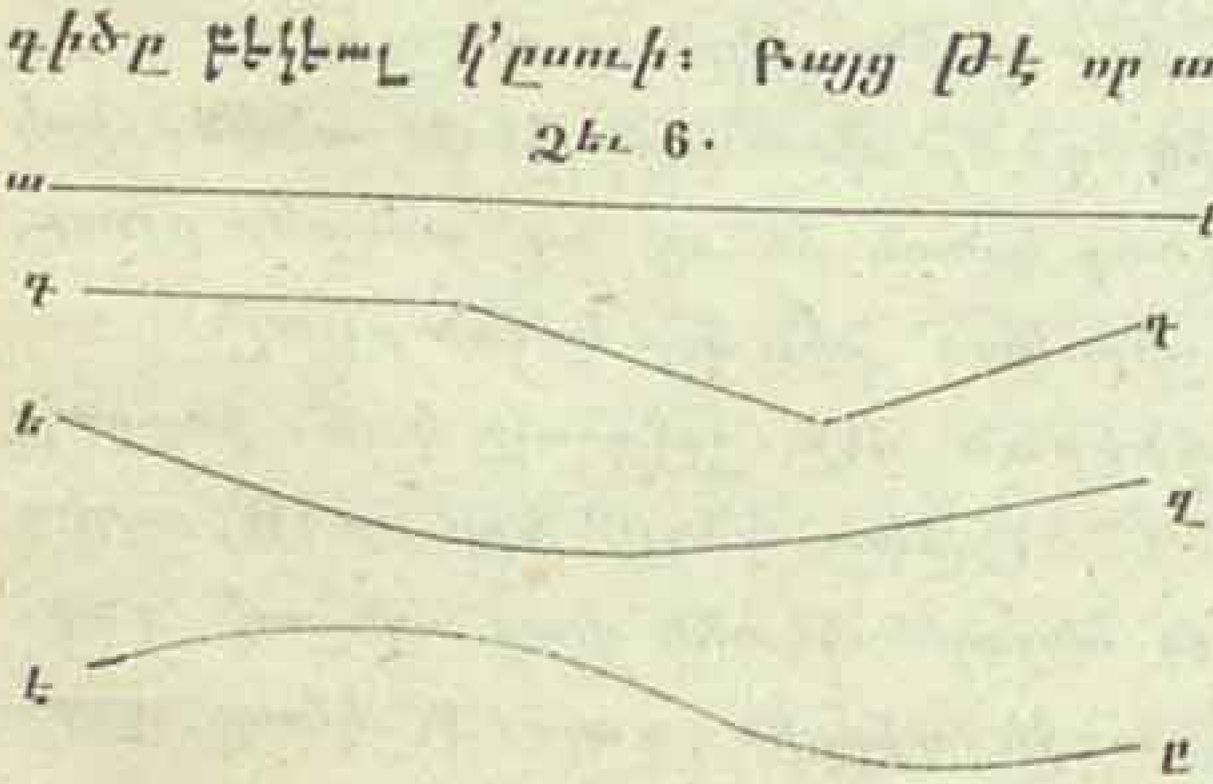
5. Նիւթական գիծ մը որչափ բարակ քաշուի, այնչափ աւելի ուսումնական գծին կը մօտենայ՝ զորն որ հաստութենէ բոլորովին զուրկ մտածելու է։ Ուսումնական գծին համար միայն աս կրնայ ըսուիլ՝ որ երկայն է, այսինքն երկայնութիւն ունի. իսկ նիւթական գիծը՝ որն որ ուսումնականին նշանն է, չէ թէ միայն երկայնութիւն, հապա նաեւ լայնութիւն ու բարձրութիւն ունի այնչափ՝ որչափ որ հարկաւոր է աչքի երեւալու համար։

6. Գծի մը անունը տրուած կ'ըլլայ՝ եթէ ծայրերուն նշանագիրներն իրարու ետեւ զուրցուի։ Այսպէս Ձեւ 5ին գծերուն ամէն մէկը ա բ կամ բ ա գիծ կ'ըսուի։

7. Գիծ մը կամ անսահման, այսինքն անվախճան յառաջ գացող կը մտածուի, եւ կամ սահմանաւոր։ Գծի մը սահմաններն են կէտերը։ Կրնանք նաեւ գծի մը մէջ, երկու ծայրերուն մէջ, ուզածներնուս չափ շատ գծեր մտածել։

8. Կրնանք գիծը՝ կէտի մը շարժելէն յառաջ եկած մտածել։ Թէ որ կէտ մը անընդհատ իր առջի ուղղութեան վրայ կը շարժի, հանած գիծն ուղիղ գիծ կ'ըսուի եւ կամ պարզապէս Ուղիղ։ Իսկ թէ որ կէտը շարժելու ատեն տեղ տեղ իր ուղղութիւնը կը փոխէ, եղած գիծը բեկեալ կ'ըսուի։ Բայց թէ որ ամէն մէկ շարժման վայրկենին իր ուղղութիւնը կը փոխէ, ան ատեն ըրած ճամբան կոր գիծ է։

Ձեւ 6.



Ձեւ 6ին ա բ գիծն ուղիղ է,

գդ՝ բեկեալ, եզ եւ եր՝ կոր գծեր են։ — Բեկեալ գիծը երկու կամ աւելի ուղիղ գծերէ շինուած է, անոր համար գծի մասնաւոր տեսակ մը չի կազմեր։

Պրկուած դերձան կամ թել մը ուղիղ գիծ կ՚երեւցընէ։ Թէ որ քար մը ազատ թողունք որ իյնայ՝ ուղիղ գծով երկիր կ՚իյնայ։ Թէ որ շեղ նետուի՝ կոր գիծ մը կը ձեւացընէ։

Ցուցուր խցին մէջ զանազան ուղիղ գծեր ու ետքը կոր գծեր ալ։

Ուղիղ գիծ քաշելու՝ կանոն կը գործածուի։

9. Ուղիղ ու կոր գծերուն հետեւեալ տարբերութիւնները պէտք է գծելով ցուցընել։

Ա. Ուղիղ գիծն իր ամէն մասանցը մէջ նոյն ուղղութիւնն ունի. իսկ կոր գիծն իր ամէն մէկ մասին մէջ այլեւայլ ուղղութիւն ունի։

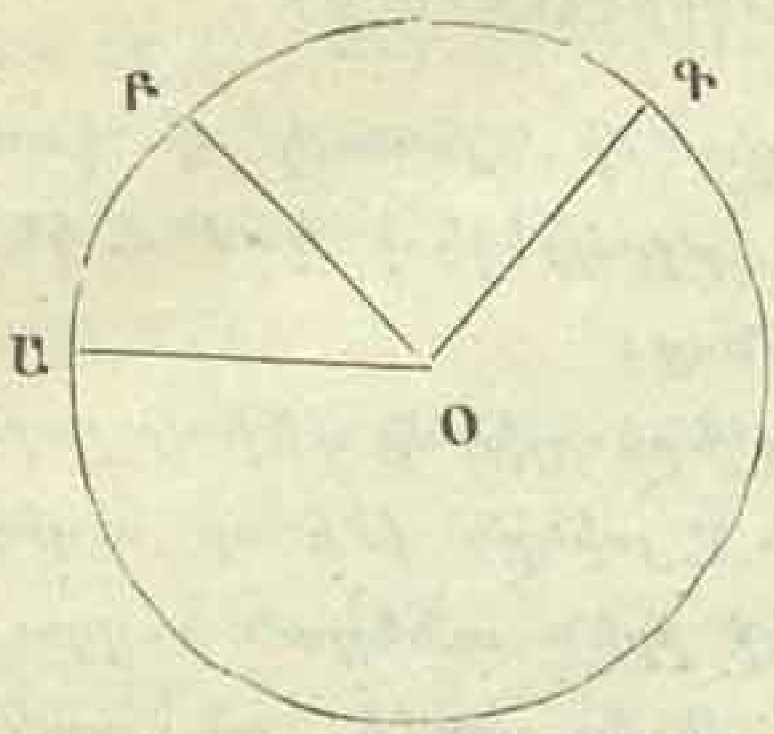
Բ. Ուղիղ գիծն երկու գծերուն մէջ ամենէն կարճ ճամբան է. իսկ կորը շրջան մը կ՚ընէ։ Անոր համար երկու կէտերուն իրարմէ հեռաւորութիւնն իմանալու՝ ուղիղ գիծը կը գործածուի։

Գ. Երկու կէտերուն մէջ՝ միայն մէկ ուղիղ գիծ մը կրնայ քաշուիլ. իսկ կոր գիծ անթիւ կրնայ քաշուիլ։ Ուրեմն երկու կէտով ուղիղ գծի մը ուղղութիւնն ու երկայնութիւնը կրնայ կատարելապէս որոշուիլ, բայց կոր գծինը չի կրնար որոշուիլ։

Դ. Երկու ուղիղ գծեր միշտ նոյն ձեւն ունին. իսկ երկու կոր գծեր կրնան ձեւով ալ տարբեր ըլլալ, ըստ որում շատ կամ քիչ կոր կրնան ըլլալ։

10. Կոր գծերուն մէջ շրջանակը կամ բոլորակը ամենէն երեւելին է։ Ասիկայ կ՚ելլէ՝ երբ որ ՕԱ ուղիղ գիծը (Ձեւ 7.) Օ անշարժ կէտին վրայ այնչափ դարձուի՝ մինչեւ որ առջի դիրքին գայ։ Ա կէտը պար-

Ձեւ 7.



տելու ատեն բոլորակը կը գծէ։

Բոլորակին ծագումէն կը հասկցուի՝ որ իր ամէն մէկ կէտերը մէջտեղը կեցած Օ կէտէն հաւասարապէս հեռու են։ Անոր համար աս մէջը կեցած կէտը Մէջնակէտ կամ Կենդրոն կ'ըսուի։

Բոլորակ գծելու համար կարկին կը գործածուի։

Բովանդակ բոլորակը՝ որն որ իր վրայ դառնալով կը գոցուի՝ Պարբերութիւն կամ շրջապատ ալ կ'ըսուի, ու ասոր ամէն մէկ մասը, ինչպէս ԱԲ, աղեղ կ'ըսուի։

Ուղիղ գիծ մը՝ որն որ կենդրոնէն պարբերութեան դէպ ի մէկ կէտը կը ձգուի, ինչպէս ՕԱ, ՕԲ, ՕԳ կէս-տրամագիծ կամ ճառագայթ կ'ըսուի։ Կէս տրամագիծ մը՝ շրջապատին մէկ կէտին, կենդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնը կը ցուցընէ. արդ որովհետեւ շրջապատին ամէն մէկ կէտը կենդրոնէն հաւասար հեռու են, անոր համար պէտք է որ մի եւ նոյն բոլորակին վերաբերող կէս տրամագիծները հաւասար երկայնութիւն ունենան։

Գծէ

Ա. ըստ կամի բոլորակ մը.

Բ. որոշ կէտէ մը ուզած մեծութեամբդ բոլորակ մը.

Գ. որոշ կէս տրամագծով մը բոլորակ մը ուզած դիրքովդ.

Դ. բոլորակ մը որոշ կէս տրամագծով ու որոշ կենդրոնով մը։

Ուրեմն ինչո՞վ կ'որոշուի բոլորակի մը դիրքն ու մեծութիւնը։

3. Երեսներ կամ մակերեւոյթներ:

11. Թէ որ մէկը դաշտ մը, յատակ մը կամ գնդի մը դրսի դին դիտելու ըլլայ՝ երեսի կամ մակերեւոյթի մը գաղափարը կ'ունենայ:

Կրնանք երես մը կամ մակերեւոյթ մը գծի մը շարժելէն յառաջ եկած մտածել: Այսինքն՝ թէ որ ուղիղ կամ կոր գիծ մը միջոցի մէջ իրեն ունեցած ուղղութենէն տարբեր ուղղութեամբ մը կը շարժի, ան ատեն գծին բռնած ճամբան երես կամ մակերեւոյթ մը կը կազմէ:

Ասիկայ զգալի կերպով կրնայ ցուցուիլ ուղիղ գաւազանով մը կամ կորացած մետաղեայ թելով մը:

Ի՞նչ կը ձեւացընէ ուղիղ գիծ մը՝ թէ որ իր սեպհական ուղղութեամբը յառաջ շարժի:

12. Թէ որ մակերեւոյթի մը, օրինակի աղագաւ յատակի մը, որչափ ըլլալուն վրայ չիտակ գաղափար կ'ուզուի ունենալ, բաւական չէ գիտնալ թէ որչափ երկայնութիւն ունի, պէտք է լայնութիւնն ալ գիտնալ: Ուստի ինչպէս որ գիծ մը մինակ մէկ տարածութիւն ունի, այսինքն երկայնութիւն, մակերեւոյթը երկու տարածութիւն ունի, այսինքն երկայնութիւն եւ լայնութիւն:

13. Երկու տեսակ մակերեւոյթ կայ. Հարթ եւ կոր մակերեւոյթ կամ երես:

Հարթ երես անանկ երես մըն է՝ որուն վրայ ամէն ուղղութեամբ կրնան ուղիղ գծեր քաշուիլ, օրինակի աղագաւ՝ խցի մը պատերը, սեղանի մը երեսը, շրջանակի մը երեսը կամ շրջանակ մը:

Ուրեմն ինչպէս պէտք է կանոնով մը փորձել իմանալ թէ արդեօք մակերեւոյթ մը հարթ է թէ չէ:

Կոր երես ան երեսն է՝ որուն վրայ ամէն կողմէն ուղիղ գծեր չեն քաշուիր, օրինակի աղագաւ՝ ծառի բունի մը արտաքին երեսը, որուն վրայ միայն դէպ ի մէկ կողմ կրնայ ուղիղ գիծ քաշուիլ. գնդակի մը երեսը՝ որուն վրայ ամենեւին մէկ կողմ մը ուղիղ գիծ չիկրնար քաշուիլ:

Փնտռէ զանազան հարթ երեսներ ու զանազան կոր երեսներ:

14. Մէկ կէտէն կրնան անսահման բազմութեամբ հարթ երեսներ վերաբերիլ, ամէն կարելի ուղղութեամբ: Նաեւ երկու կէտերով ալ հարթ երեսի մը ուղղութիւնը չիկրնար որոշուիլ. այսինքն թէ որ երկու կէտի վրայէն ուղիղ գիծ մը քաշուած մտածենք եւ այս ուղիղ գծին վրայ հարթ երես մը դրուած, որն որ ուղիղ գծին բոլորտիքը պտըտի, այս հարթ երեսը կրնայ անթիւ բազմութեամբ դիրքեր առնուլ ու միանգամայն ամէն մէկ դիրքին մէջ ան երկու կէտերէն անցնիլ: Բայց թէ որ ան երկու կէտերէն զատ երրորդ կէտ մ՚ալ առնուի ու հարթ երեսը բոլորակաձեւ դառնալու ատեն անոնցմէ անցնի, ան ատեն հարթ երեսին ամէն առջի դիրքերէն միայն մէկ դիրքը կրնայ ըլլալ՝ որուն մէջ հարթ երեսը թէ ուղիղ գծին երկու կէտերէնեւ թէ ան ուղիղ գծէն դուրս կեցող երրորդ կէտէն կ՚անցնի: Ուրեմն մէկ ուղիղ գծի վրայ չգտնուող երեք կէտի վրայ՝ միայն մէկ հարթ երես կրնայ մտածուիլ. կամ որն որ նոյն է՝ հարթ երեսի մը դիրքը, մէկ ուղիղ գծի վրայ չկեցող երեք կէտերով կատարելապէս կ՚որոշուի:

Ըսածնիս շատ դիւրաւ կրնայ զգալի ըլլալ փոքր դաւազանով ու թերթ մը թղթով:

Հարթ երեսի մը անունը տալու համար միայն երեք կէտերուն վրայ՝ որոնց վրայ հարթ երեսը դրուած է, նշանագիրներ կը գրուի եւ նոյները կը ժողվուի:

15. Երես մը կրնայ մտածուիլ կամ հաւասարաձեւ կերպով, այսինքն դէպ ի ամէն կողմ առանց փոխման ընդարձակուած, եւ կամ անհաւասարաձեւ: Երեսներուն կամ մակերեւոյթներուն եզրները միշտ գծեր են. ասանկ՝ պատ մը հասարակօրէն չորս գծերով եզերաւորուած է: Մակերեւոյթի ներսի դին ալ բաց կամի կրնան գծեր քաշուած մտածուիլ:

4. Մարմին:

16. Ինչ որ միջոց մը կը բռնէ, մարմին կ՚ըսուի. ինչպէս՝ գիրք մը, դարան մը, խուց մը, քուէ մը, գլան մը, գունդ մը:

Մարմինները զանազան յատկութիւններ ունին. նիւթէ մը կազմուած են, ծանրութիւն, կարծրութիւն, գոյն, տարածութիւն ունին: Թէ որ իրական մարմնէ մը ամէն միացած յատկութիւնները մտօք մէկդի կ՚առնուին, ու մինակ ան միջոցը կը դիտուի՝ որուն մէջ տարածուած է, ան ատեն երկրաչափական կամ մաթեմաթիքական մարմնոյ գաղափարը կ՚ունենանք:

Թէ որ մակերեւոյթ մը իր ունեցած ուղղութենէն տարբեր ուղղութեամբ միջոցի մը մէջ յառաջ կը շարժի, ան երեսին շարժմամբ առած միջոցը մարմին մըն է:

17. Ամէն մարմին երեք տարածութիւն ունի, երկայնութիւնը, լայնութիւնն ու խորութիւնը: Դարանի (դօլապ) մը համար կրնանք ըսել, որ տարածուած է, աջ կողմանէ ձախ կողմ, այսինքն ըստ երկայնութեանը, առջեւի կողմանէ դէպ ի ետեւի կողմը, այսինքն ըստ լայնութեանը, ու վարէն դէպ ի վեր, այսինքն ըստ խորութեանը. ասանկ ալ խուց մը երկայնութիւն, լայնութիւն ու բարձրութիւն ունի:

Այն մարմիններ՝ որոնց վրայ խորութեան տեղ խորութիւն կամ թանձրութիւն (հաստութիւն) կ'ըսուի: Փոս մը երկայնութիւն, լայնութիւն ու խորութիւն ունի, ասանկ ալ նկուղ մը: Գիրք մը երկայնութիւն, լայնութիւն ու թանձրութիւն (հաստութիւն) ունի. նոյնպէս կանոն մը:

Խողովակի մը վրայ խօսելու ատեն՝ երկայնութեան ու ընդարձակութեան (étendue) վրայ կը խօսուի. ասկայն հոս ալ երեք տարածութիւն կը մտածուի, միայն թէ լայնութիւնն ու բարձրութիւնը, որովհետեւ իրարու հաւասար են, հասարակաց անուամբ ընդարձակութիւն (étendue) կ'ըսուի:

Գնդի մը վրայ խօսելով՝ միայն թանձրութեան (հաստութեան) վրայ խօսք կ'ըլլայ, որովհետեւ երկայնութիւնը, լայնութիւնն ու թանձրութիւնը հաւասար են:

18. Մարմին մը ամէն ուղղութեամբը չկրնար անդադար տարածուիլ, ամէն կողմանէ տեղ մը կու գայ կը կենայ: Ուրեմն՝ մարմին մը ամէն կողմանէ սահմանաւորուած միջոց մըն է. օրինակի աղագաւ՝ խուց մը յատակէն, ձեղունէն ու չորս պատերէն սահմանաւորուած միջոց մըն է: Մարմնոյ մը սահմանները կամ եզրները միշտ երեսներ են:

19. Մարմինները ընդհանրապէս երկու տեսակ են. անկիւնաւոր ու կլոր մարմիններ:

Անկիւնաւոր մարմիններ կ'ըսուին՝ որոնց սահմանները մինակ հարթ երեսներ են. օրինակի աղագաւ՝ դարան մը, քուէ մը:

Կլոր մարմիններ են՝ որոնք մինակ հարթ երեսներով սահմանաւորուած չեն. օրինակի աղագաւ՝ գլան մը՝ որն որ երկու հարթ երեսներէ ու մէկ կոր երեսէ սահմանաւորուած է, գունդ մը՝ որն որ մինակ մէկ կոր երեսէ սահմանաւորուած է:

Ցուցուր զանազան անկիւնաւոր ու զանազան կլոր մարմիններ։

5. Մարմիններու, գծերու եւ կէտերու վրայ առ հասարակ։

20. Մարմինները, երեսներն ու գծերը՝ որովհետեւ միջոցի մէջ կը տարածուին եւ նոյնին մէջ որոշ քանակութիւն ու որոշ ձեւ ունին, միջոցի քանակութիւն կամ միջոցի ձեւ կ'ըսուին։

Մարմինը՝ միջոցի քանակութիւն մըն է երեք տարածութեամբ, երեսը՝ միջոցի քանակութիւն մըն է երկու տարածութեամբ, գիծը՝ միջոցի քանակութիւն մըն է մինակ մէկ տարածութեամբ։

Որովհետեւ կէտն ամենեւին տարածութիւն չունի, անոր համար միջոցի քանակութիւն մը չէ. կէտը միջոցի քանակութեան մը այսինքն գծին եզրը կամ սահմանն է։

21. Մինչեւ հոս տրուած գաղափարներն աւելի հաստատուն ընելու համար, աշակերտները՝ փայտէ կամ խաւաթղթէ շինուած գլխաւոր երկրաչափական մարմիններուն կաղապարներն առնելով պէտք են անոնց վրայ ցուցընել թէ որչափ կէտ, որչափ եւ ինչ տեսակ գիծ, որչափ եւ ինչ տեսակ երես վրանին կայ, ուստի եւ մարմինն անկիւնաւոր է թէ կլոր։

Հոս կ'օգնէ նաեւ հետեւեալ խնդիրներուն պատասխան տալը։

Ի՞նչ բանի մէջ գծերն ու երեսներն իրարու հետ կը միաբանին. ինչո՞վ իրարմէ կը տարբերին։

Որո՞նք են գծերուն ու մարմիններուն հասարակաց յատկութիւններն ու որո՞նք են զատող յատկութիւնները. դարձեալ երեսներուն ու մարմիններուն հասարակաց ու զատող յատկութիւնները։

Սենեկին ո՞ր միջոցի ձեւը գորգերով կը ծածկուի։

Ըսէ որ զուրցուելու ըլլայ՝ թէ Կոստանդնուպոլիսէն Ադրիանուպոլիս (Էտիրնէ) այսչափ հեռու է, ինչո՞վ կը նշանակուի հեռաւորութիւնը, եւ աս նշանակուած ատենը՝ Կոստանդնուպոլիս ու Ադրիանուպոլիս քաղաքներն ինչ բանի տեղ են։

Ի՞նչ միջոցի քանակութեան վրայ կը գրուի կամ կը գծագրուի։

Հոր մը քանի՞ տարածութիւն ունի ու նոյներն ինչպէս կ'անուանուին։

Խցի մը մէջ պատին քով անկողին ու նստարան մը պիտի դրուի. ո՞ր տարածութիւնները կը դիտուին։

Պատ մը պիտ'որ քաշուի, ի՞նչ միջոցի ձեւ է որ պիտ'որ հիւսուի, ի՞նչ միջոցի ձեւ է՝ որուն վրայ կը կենայ պատը։

Քանի՞ տարածութիւն ունի ճամբայ մը։ Քանի՞ տարածութեան վրայ խօսք կ'ըլլայ՝ երբ որ նոյն ճամբուն մէկ մասը քալելով առնելու ժամանակին վրայ է խնդիրը։

6. Երկրաչափութիւն։

22. Միջոցի քանակութիւններուն ձեւին, որքանութեան ու դիրքը վրայ եղած ուսումը **Երկրաչափութիւն** կ'ըսուի։

Երկու գլխաւոր մաս կը բաժնուի. **Հարթաչափութիւն** ու **Հաստատաչափութիւն** (Planimétrie, stéréométrie).

Հարթաչափութիւնը կամ **Հարթ երկրաչափութիւնն** ան միջոցի քանակութեանց յատկութիւններուն ուսումն է՝ որոնք միեւնոյն հարթ երեսի վրայ կեցած են. իսկ **Հաստատաչափութիւնն** ան միջոցի քանակութեանց վրայ կը խօսի, որոնք միայն մէկ հարթ երեսի վրայ կեցած չեն կրնար մտածուիլ, հապա անկից դուրս միջոցի մը մէջ կը տարածուին։

ՀԱՐԹԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

Ա. ՈՒՂԻՂ ԳԾԵՐ

1. Ուղիղ գծերուն ուղղութիւնը:

23. Ուղիղ գծի մը համար ըստ ինքեան ուղղութեան խօսք չ'ըլլար. իրեն համար մինակ կրնայ ըսուիլ թէ ինչ ուղղութիւն ունի ուրիշ ուղիղ գծի մը կամ ուրոշ իրի մը համեմատութեամբ: Ասանկ իր մը՝ որուն հետ ուղիղ գծերուն, ինչպէս նաեւ հարթ երեսներուն համեմատութիւնը սովորաբար կ'ընենք, գլխաւորաբար մեր երկիրն է:

24. Կապարէ գնդակ մը, կտոր մը կաւիճ կամ ուրիշ մարմին մը՝ զորն որ մատներնուս մէջ բռնած ենք, թող տալու ըլլանք, ուղիղ գծով գետին կ'իյնայ: Այն ուղղութիւնը՝ որով մարմինք ազատօրէն կ'իյնան եւ որն որ, եթէ երկընցուած մտածուի, երկրիս կեդրոնէն կ'անցնի, **գագաթնաձիգ** կամ **ուղղաձիգ ուղղութիւն** կ'ըսուի, եւ անոր համար նոյն ուղղութիւնն ունեցող գիծն **ուղղաձիգ** (verticale) կ'ըսուի: Այս ուղղութիւնը կը գտնուի **ծանրալարով**, այսինքն լարով մը՝ որուն մէկ ծայրը կապարի կտոր մը կախուած է:

Եթէ որ ուղղաձիգ գծով հարթ երես մը դրուի, **ուղղաձիգ հարթ երես** կ'ըսուի:

Ցուցուր ուղղաձիգ գծեր դպրոցէն ներս ու դուրս. նոյնպէս՝ ուղղաձիգ հարթ երեսներ:

Թղթի կամ տախտակի վրայ ուղղաձիգ ուղղութիւնը վերէն վար քաշուած ուղիղ գծով մը կ'երեւցուի:

25. Թէ որ կշռորդի մը երկու նժարներուն վրայ հաւասար ծանրութիւն դրուի, լեզուն ուղղաձիգ կը կենայ, իսկ բազուկն աս դրից մէջ ոչ մէկ կողմ եւ ոչ մէկալ կողմ կը հակի, անանկ ուղղութիւն մ'ունի, որն որ Հորիզոնական (horizontale) կ'ըսուի։ Ասանկ կը կոչուի նաեւ ամէն աս կերպ ուղղութիւն ունեցող ուղիղ գիծը։

Ան հարթ երեսը՝ որուն վրայ ամէն ուղղութեամբ հորիզոնական գծեր կրնան քաշուիլ, Հորիզոնական Հարթ Երես կ'ըսուի. օրինակի աղագաւ՝ լճակը, հանդարտ ջրին երեսը։

Ցուցուր զանազան հորիզոնական գծեր ու հարթ երեսներ։

Հորիզոնական գիծը թղթի կամ տախտակի վրայ ձախէն աջ քաշուած ուղիղ գծով մը կ'երեւցուի։

26. Ուղիղ գիծ մը՝ որն որ մէկ կողմանէ դէպ ի երկիր կը հակի, ուստի եւ ոչ ուղղաձիգ եւ ոչ հորիզոնական է, շեղ կը կոչուի։

Ցուցուր շատ մը շեղ գծեր։

Գծէ շատ մը գծեր ուղղաձիգ ուղղութեամբ, ետքէն հորիզոնական ու վերջապէս շեղ ուղղութեամբ։

27. Թէ որ երկու ուղիղ գծեր իրենց ուղղութեան նկատմամբ իրարու համեմատելու ըլլանք, կը գտնենք որ կամ երկուքն ալ նոյն եւ կամ իրարմէ տարբեր ուղղութիւններ ունին։

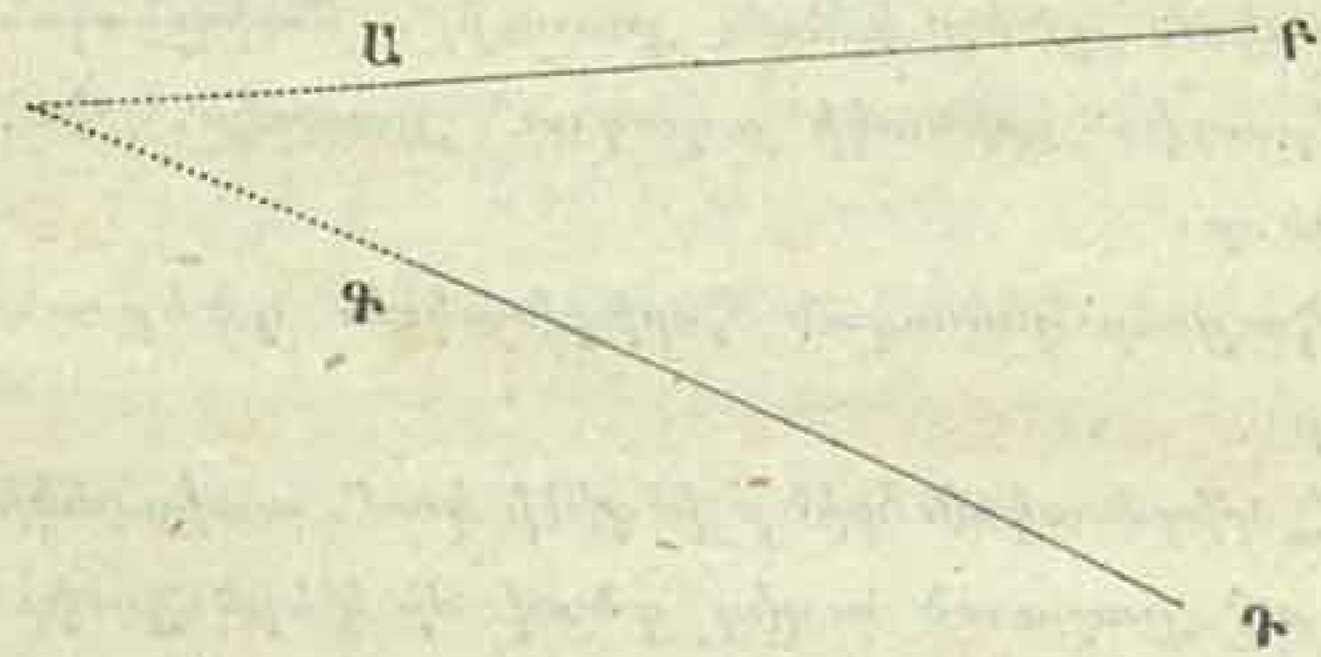
Երկու ուղիղ գծեր՝ որոնք նոյն ուղղութեամբ ի-

Ձեւ 8.

րարու քով կ'երկննան, ինչպէս աբ եւ գդ (Ձեւ 8) Զուգահեռական կամ Հաւասար հեռաւոր (parallèle) կ'ըսուին. ասոնք՝ որովհետեւ ամէն տեղ իրարմէ հաւասարապէս հեռու կը մնան, երբեք իրար չեն կրնար գտնել որչափ կ'ուզես զիրենք երկընցուր։ Թէ աբ ու գդ զուգահեռական են՝ ասանկ կը նշանակուի, աբ || գդ։

Երկու ուղիղ գծեր՝ որոնք իրարմէ անանկ տարբեր ուղղութիւն ունին՝ որ մէկ կողմանէ իրարու կը մօտենան ու մէկալ կողմանէ իրարմէ կը հեռանան, ինչպէս ԱԲ ու ԳԴ (Ձեւ 9) **Անզուգահեռական** կ'ըսուին. թէ որ բաւ

Ձեւ 9.



բաւականին երկընցուին, կէտի մը վրայ իրարու կը հանդիպին. եւ թէ որ երկընցընելը յառաջ տարուի, ան ատեն նոյն կէտին վրայ իրար կը կտրեն։

Կրնա՞ն երկու անզուգահեռական ուղիղ գծեր երկու կէտի վրայ իրարու հանդիպիլ։ Ինչո՞ւ չեն կրնար։

Ուրեմն երկու ուղիղ գծեր միայն **մէկ հատման կէտ** կրնան ունենալ։

Ցուցուր զուգահեռական ու ետքը անզուգահեռական գծեր։

Երկու ուղղաձիգ գծեր զուգահեռակա՞ն են։ Ինչո՞ւ զուգահեռական չեն։

Որովհետեւ երկրիս երեսէն մինչեւ կեդրոնն եղած հեռաւորութիւնը շատ մեծ է, անոր համար երկրիս մէկ պզտիկ կտորին նայելով՝ երկու ուղղաձիգ գծերուն ուղղութեանց մէջ եղած տարբերութիւնն այնչափ փոքր է, որ զանոնք կրնանք պատշաճօրէն զուգահեռական սեպել։

Ցուցուր զուգահեռական գծեր, որոնք 1. ուղղաձիգ, 2. հորիզոնական, 3. շեղ ըլլան։

Հոս պէտք է վարժիլ զուգահեռական գծեր քաշելու եւ ան ալ աչքի որոշմամբ առանց գործիքի։ Թէ զուգահեռական գծեր երկրաչափօրէն, այսինքն կարկինով ու կանոնով, ինչպէս կը գծուին, ետքէն պիտ՚ որ սորվեցընենք։

Զուգահեռական գծեր քաշելու համար մասնաւոր Զուգահեռական կանոններ ալ կը գործածուին։

Ի՞նչպէս կրնան Անկիւնական տախտակ ըսուած գործիքներով զուգահեռականներ քաշուիլ։

Երկու որոշ կէտերէն երկու զուգահեռական գծեր քաշէ։

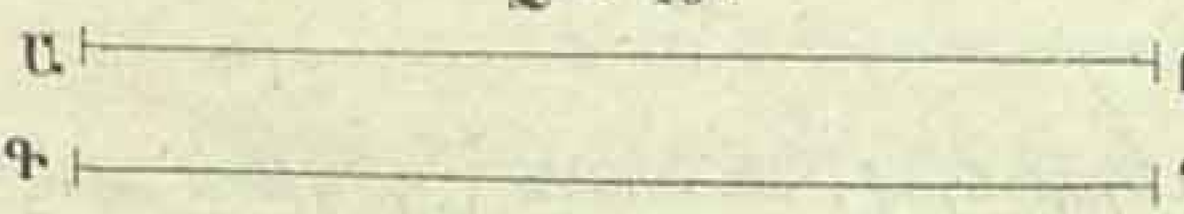
Գծէ ուղղաձիգ գիծ մը, 5 կէտեր նշանէ եւ անկից զուգահեռական գծեր քաշէ։

2. Ուղիղ գծերուն երկայնութիւնը։

28. Երկայնութեան կողմանէ երկու ուղիղ գծեր կրնան հաւասար կամ անհաւասար ըլլալ։

Երկու ուղիղ գծեր հաւասար են՝ թէ որ մէկուն ծայրերն այնչափ իրարմէ հեռու են, որչափ մէկալին ծայրերը։ Երկու հաւասար ԱԲ ու ԳԴ (Ձեւ 10) գծեր եղած ատեն՝ եթէ մէկ գծին Գ սկզբնակէտը մէկալ գծին Ա սկզբնակէտին վրայ դնենք ու երկու գծերն ըստ երկայնութեան իրարու վրայ դնենք, պէտք է՝ որ մէկալ երկու Դ ու Բ կէտերն իրարու վրայ իյնան ու գծերը կատարելապէս իրար գոցեն։

Ձեւ 10.



ԱԲ ու ԳԴ գծերուն հաւասարութիւնը ցուցընելու համար ասանկ կը գրուի. ԱԲ = ԳԴ։

Գծէ երեք զուգահեռական գծեր՝ որոնք իրարու հաւասար են։

Երկու ուղիղ գծեր՝ որոնց ծայրի կէտերն իրարմէ անհաւասար հեռաւորութիւն ունին, անհաւասար են, եւ այն գիծը մեծագոյն է՝ որուն ծայրի կէտերն իրարմէ աւելի հեռու կը կենան։ Երկու անհաւասար ուղիղ գծեր, ինչպէս ՄՆ ու ՓՔ (Ձեւ 11) չեն կրնար իրար գոցել։

Ձեւ 11.

Անհաւասարութեան նշանն է > կամ <.

ՄՆ > ՓՔ կը նշանակէ, ՄՆ ուղիղ գիծը՝ մեծագոյն է քան ՓՔ ուղիղ գիծը, ու ՓՔ < ՄՆ կը նշանակէ թէ ՓՔ գիծը փոքրագոյն է քան ՄՆ գիծը։

Ի՞նչպէս պէտք է կարկինով փորձել՝ որ երկու ուղիղ գծեր հաւասա՞ր են թէ չէ։

Գծէ երկու հաւասար գծեր, որոնք 1. զուգահեռական, 2. ուղղաձիգ, 3. հորիզոնական, 4. շեղ ըլլան։ Գծէ երեք, չորս տանիկ գծեր։

29. Ուղիղ գծերով կրնանք այն ամէն հաշիւները ընել, զորոնք թուերով կ'ընենք։

Թէ որ ԱԲ ուղիղ գիծն երկընցընենք (Ձեւ 12)

Ձեւ 12.

վրան ԲԳ կտորն աւելցընելով, այն ատեն ԱԳ գիծն այնչափ մեծութիւն ունի, որչափ որ ԱԲ ու ԲԳ մէկտեղ առնելով. կամ ԱԳը ԱԲին ու ԲԳին Գումարն է. ուրեմն ԱԳ = ԱԲ + ԲԳ.

Հակադարձ կերպով՝ ԱԲը ԱԳին ու ԲԳին մէջ եղած Տարբերութիւնը կամ Այլակերպութիւնն է. այսինքն ԱԲ = ԱԳ — ԲԳ։

Գծէ երկու անհաւասար զուգահեռական գծեր, ու որոշէ անոնց թէ գումարը եւ թէ տարբերութիւնը:

Ի՞նչ գրից մէջ պէտք է բերել երկու ուղիղ գծեր՝ որպէս զի գումար ըլլան, ու ինչ գրից մէջ պէտք է բերել՝ հանում ըլլալու համար:

30. Թէ որ ուղիղ գծի մը վրայ՝ կարկինի մի եւ նոյն բացուածք հաւասար մասեր բաժնենք ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, . . . ԺԻ (Ձեւ 13), ան ատեն ԱԳը 2 անգամ

Ձեւ 13.

այնչափ է որչափ է ԱԲը. ԱԴ՝ 3 անգամ. . ., ԱԻ 10 անգամ այնչափ է որչափ ԱԲը. ուրեմն առնելով ԱԲ գծին 2, 3, 4 . . ., 10 պատիկը ձեռք կը բերուի: Ուստի ԱԳ = 2 ԱԲ, ԱԴ = 3 ԱԲ, . . . ԱԻ = 10 ԱԲի. դարձեալ ԱԷ = 2 ԱԳ, ԱԻ = 5 ԱԳ, ԱԻ = 2 ԱԶի:

Հակադարձ կերպով՝ ԱԲը ԱԳին կէսն է, ԱԴին երրորդական մասն է, ԱԵին քառորդն է, ԱԻին 10երորդ մասն է. կամ՝ ԱԲ $= \frac{\text{ԱԳ}}{2}$, ԱԲ $= \frac{\text{ԱԴ}}{3}$, ԱԲ $= \frac{\text{ԱԵ}}{4}$, ԱԲ $= \frac{\text{ԱԻ}}{10}$. նաեւ՝ ԱԳ $= \frac{\text{ԱԷ}}{3}$ է, ԱԵ $= \frac{\text{ԱԹ}}{2}$:

Ձեւ 13ին մէջ ո՞ր ուղիղ գիծը հաւասար է.

Ա. ԲԳ + ԴԷ գումարին,

Բ. ԱԵ — ԱԴ տարբերութեան:

Գծէ ուղիղ գիծ մը՝ որն որ 2, 3, 4 անգամ մեծագոյն ըլլայ քան որոշ ուղիղ գիծ մը:

Գծէ ուղիղ գիծ մը՝ որն որ որոշ ուղիղ գծի մը $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ն ըլլայ:

Գծէ 10 զուգահեռական ուղիղ գծեր՝ որոնցմէ երկրորդը առաջինին կրկինը ըլլայ, երրորդը առաջինին 3 պատիկը . . ., տասներորդն ալ առաջինին 10պատիկն ըլլայ:

Գծէ ուղիղ գիծ մը ու երկու հաւասար մասանց բաժնէ։

Զորս հատ անանկ զուգահեռական գծեր պիտ'որ քաշուին՝ որ միշտ յաջորդը նախընթացին կէսն ըլլայ։

Շատ մը ուղիղ գծեր գծէ ու ջանա որ 2, 4, 8, 3, 6, 12, 5, 10, 7, 9 հաւասար մասանց բաժնես։

Թէ ինչպէս ուղիղ գծերն երկրաչափապէս պիտ'որ բաժնուին՝ ետքէն պիտ'որ սորվինք։

3. Ուղիղ գծերը չափել։

31. Իրի մը քանակութիւնն որոշելը՝ նոյնը չափել կ'ըսուի։

Միջոցի քանակութիւն մը չափելու համար նոյն տեսակ միջոցի քանակութիւն մը պէտք է իբրեւ միութիւն առնուլ, եւ փնտռել թէ այս իբրեւ միութիւն առնուած քանակութիւնը՝ մէկալ քանակութեան մէջ քանի անգամ պարունակուած է։ Ուրեմն ամէն քանակութիւն միայն նոյն տեսակ քանակութեամբ կրնայ չափուիլ. ուստի՝ գիծ մը կրնայ միայն գծով չափուիլ։

Ուրեմն ուղիղ գիծ մը չափելու համար՝ ծանօթ ուղիղ գիծ մը իբրեւ միութիւն կ'առնուի, ու կը փնտռուի՝ թէ այս իբրեւ չափ առնուած գիծը՝ չափուելու գծին մէջ քանի անգամ պարունակուած է։ Իբրեւ երկայնութիւն չափելու միութիւն կ'առնունք ոտք կամ ոտնաչափ մը։

Արդ՝ թէ որ կ'ուզենք ուղիղ գիծ մը՝ օրինակի աղագաւ՝ խցին երկայնութեանը քաշուած գիծ մը չափել, կը փնտռենք թէ ոտնաչափ մը քանի անգամ այս ուղիղ գծին վրայ կրնայ դրուիլ։ Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ ոտնաչափի մը երկայնութիւնը նոյն գծին վրայ 25 անգամ կը կրկնուի, ան ատեն այս գծին երկայնութիւնը 25 անգամ այնչափ է՝ որչափ է ոտնաչափի մը երկայնութիւնը. եւ ասանկ կ'ըսուի. Ան ուղիղ գիծը 25 ոտնաչափ է, կամ 25 ոտնաչափ երկայնութիւն ունի:

Որպէս զի կարող ըլլանք աւելի պզտիկ գծեր չափել, ոտնաչափը 12 հաւասար մասանց կը բաժնուի, ու ասանկ մաս մը մատնաչափ կ'ըսուի: Ամէն մէկ մատնաչափն ալ դարձեալ 12 գծաչափի, ու ամէն մէկ գծաչափ 12 կէտի կը բաժնուի: Աս բաժանումէն յառաջ եկած չափը Երկոտասնորդական չափ կ'ըսուի, որպէս զի տասնորդական չափէն (mesure décimaleէն) զատուի. տասնորդական չափին մէջ ոտնաչափը 10 մատնաչափի, մէկ մատնաչափը 10 գծաչափի ու գծաչափը 10 կէտի կը բաժնուի:

Աւելի մեծ երկայնութիւններ չափելու համար կը ծառայէ ձողաչափը (Քլաֆթեր) որն որ 6 ոտնաչափ ունի:

Որպէս զի սկսողները ձողաչափի, ոտնաչափի, մատնաչափի ու գծաչափի երկայնութեան վրայ ուղիղ գաղափար ունենան, պէտք է որ աս գլխաւոր չափերը ստէպ յեղյեղեն:

Ձողաչափ, ոտնաչափ, մատնաչափ, գծաչափ ու կէտ ասանկ կը նշանակուին ^{0}, $'$, $''$, $'''$, ^{IV}. ուստի՝ $7^0\ 5'\ 10''\ 8'''\ 3^{IV}$ ասանկ կը կարդացուի. 7 ձողաչափ, 5 ոտնաչափ, 10 մատնաչափ, 8 գծաչափ ու 3 կէտ:

Շատ երկայն գծեր, օրինակի աղագաւ՝ քաղաքներու իրարմէ հեռաւորութիւնը, մղոններով կը չափուին: Աւստրիական թղթատարի մղոն մը 4000 ձողաչափ է:

Երկու ուղիղ գծերէն մէկը $12^0\ 5'\ 6''$ երկայնութիւն ունի, մէկալը $7^0\ 3'\ 9''$. աս երկու ուղիղ գծերուն գումարն ո՞րչափ է:

Երկու տախտակէ շերտերէն երկայնը $1^0\ 1'$, երկայնութիւն ունի, կարճը $5'\ 10''$. ո՞րչափ է իրենց երկայնութեան տարբերութիւնը:

Թէ որ երկու տախտակէ շերտերէն փոքրագոյնը 1° 1′ 8″ է, ու երկուքին տարբերութիւնը 1′ 5″ է. որչափ երկայն է մեծագոյն տախտակէ շերտը ու երկուքին գումարն որչափ է:

Գիծ մը 7° 4′ 11″ երկայնութիւն ունի, ուրիշ գիծ մ'ալ 5 անգամ նոյնչափ երկայնութիւն ունի. որչափ է աս վերջին գիծը:

Գետին մը 2° 3′ 8″ երկայնութեամբ՝ չորս հաւասար մասանց պիտ'որ կտրուի. ամէն մէկ կտորը որչափ երկայնութիւն պիտ'որ ունենայ:

Թէ որ գծի մը երրորդ մասը 1° 4′ 7″ է, որչափ է աս գիծը:

Ճամբու մը՝ որն որ 9348° երկայնութիւն ունի, վեցերորդ մասը լմնցած է, դեռ որչափ չինելու ճամբայ կայ:

32. Երկրնկեկ գծեր իրօք չափելու համար ձողաչափի ձողեր կամ չափելու լարեր կամ չափելու շղթաներ կը գործածուին:

Երկրնկեկ երկայնութիւններ չափելու համար չափելու գաւազաններ կը գործածուին, որոնք փայտէ կամ մետաղէ գաւազաններ են, որոնց վրայ մէկ կամ շատ ոտնաչափ, մատնաչափ ու գծաչափներ նշանակուած են:

Արդ՝ իրօք խել մը գծեր պիտ'որ չափուին, օրինակի աղագաւ՝ գրելու տախտակին երկայնութիւնն ու լայնութիւնը, դռներուն ու պատուհաններուն լայնութիւնն ու բարձրութիւնը, դպրոցին երկայնութիւնը, լայնութիւնն ու բարձրութիւնն եւ այլն: Բայց դեռ իրօք չչափած՝ աչքով չափելու մէջ կրթուելու համար, պէտք է ամէն անգամ նախ չափուելու երկայնութիւնը համարմամբ գտնել:

Երբ որ շատ մեծ ճշդութիւն մը հարկաւոր չէ, կրնայ մարդ ուղիղ գծի մը մերձաւորական երկայնութիւ–

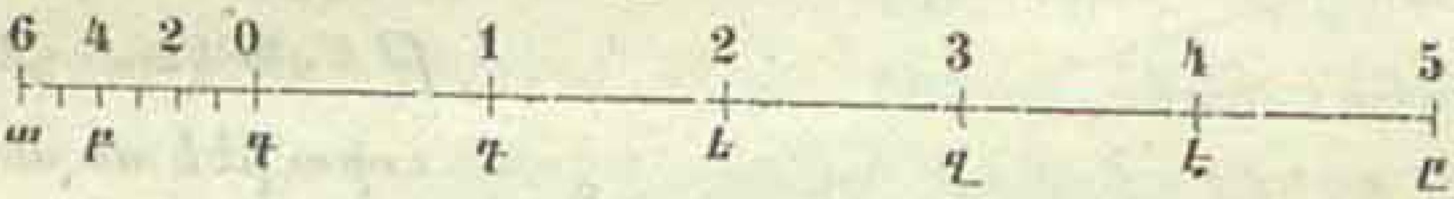
նը նաեւ յուշելով գտնել։ Այս վախճանաւ միօրինակ քայլեր առնելու վարժելու է, եւ քննելու է թէ որչափ քայլ մէկ կամ երկու ձողաչափ կ'ընէ։

33. Թէեւ որ կ'ուզուի խոշոր չափուած երկայնութիւնները թղթի վրայ առնուլ, ասիկայ հասարակօրէն ճշմարիտ մեծութեամբը թղթի վրայ չ'առնուիր, հապա փոքրագոյն պատկերացուած չափով։ Այսինքն՝ անանկ կ'ենթադրենք՝ որ թղթի վրայ առնուած որոշ երկայնութիւն մը, օրինակի աղագաւ մատնաչափ մը, խոշոր՝ ուրիշ որոշ երկայնութիւն մը, ինչպէս ձողաչափ մը կամ քանի ձողաչափ կը ցուցընէ։

Չափ մը՝ որուն վրայ իրական չափերն իրենց առաբաժանմամբը պատկերացուած կը ցուցուին, պատկերացուած չափ կ'ըսուի։

Ձողաչափի ու մատնաչափի համար առանձին պատկերացուած չափ մը շինել կ'ուզենք նէ, պէտք ենք ուղիղ գծի մը վրայ (Ձեւ 14) վեց հաւասար մասունք նշանա-

Ձեւ 14.



կել, որոնցմէ ամէն մէկը մէյմէկ մատնաչափ կը ցուցընէ. ետքը բոլոր այդ երկայնութիւնք 6 մատնաչափով՝ որն որ ձողաչափ մը կը ցուցընէ, շատ անգամ կը կրկնուի գէն մինչեւ ը։ Արդ՝ գդ = 1^{o}, գե = 2^{o}, գզ = 3^{o}, ազ = 4^{o}, բե = 2^{o} $4'$։

Գծէ հիմայ հինգ գիծ ու վրան նշանէ կարգաւ 3^{o}, 2^{o} $1'$, 3^{o} $3'$, 1^{o} $5'$, $4'$։

Գծէ շատ մը ուղիղ գծեր ու նայէ ամէն մէկը քանի ձողաչափ ու մատնաչափ է՝ վերոյիշեալ պատկերացուած չափով։

Գծէ պատկերացուած չափ մը մատնաչափի ու մատնաչափի համար, ու ետքը 6 զուգահեռական գծեր քաշէ ու առաջինին վրայ նշանէ 2′, երկրորդին վրայ 2′ 7″, երրորդին վրայ 3′ 11″, չորրորդին վրայ 1′ 4″, հինգերորդին վրայ 1′ 6″, վեցերորդին վրայ 9″։

Գծէ շատ մը ուղիղ գծեր ու չափէ զանոնք նոյն պզտիկցուած չափով։

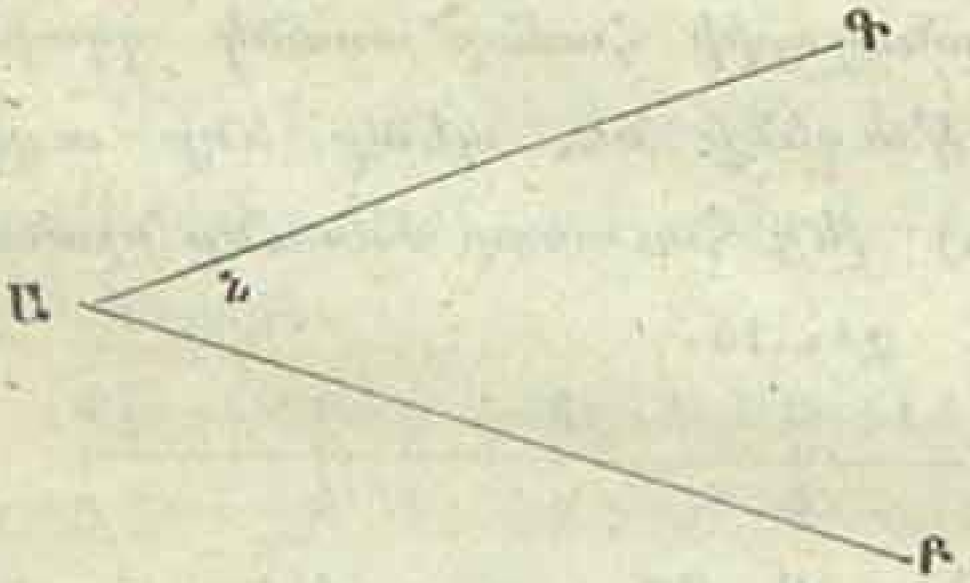
Աւելի դիւրին կերպով գործածուելու պզտիկցուած չափի տեսակ մը կայ՝ որուն վրայ ետքէն պիտ՚որ խօսինք։

Բ. ԱՆԿԻՒՆՆԵՐ

1. Անկիւններուն ծագումն ու անուանումը։

34. Թէ որ երկու ուղիղ գծեր ԱԲ ու ԱԳ (Ձեւ 15) Ա կէտէ մը քաշուին, ուղղութեամբ իրարմէ կը տարբերին։

Ձեւ 15.



Աս տարբերութեան կամ հեռաւորութեան մեծութիւնը կամ քանակութիւնը Անկիւն կ՚ըսուի։

Անկեան մը ծագումը կրնայ սանկ ալ մտածուիլ, այսինքն թէ ուղիղ գիծ մը ԱԲ՝ Ա կէտի մը վրայ այնչափ կը դառնայ մինչեւ որ ԱԳ դիրքը կու գայ, նոր դիրքը սկզբնական դիրքէն հետ մէկտեղ անկիւն մը կը կազմէ։ Աս ծագման կերպը զգալի ընելու համար կրնայ կարկին գործածուիլ։

Երկու ուղիղ գծերը՝ որոնք անկիւնը կը շինեն, Թեւեր կ՚ըսուին. իսկ Ա կէտը՝ որուն վրայ իրարու կը հանդիպին, անկեան Գագաթը կ՚ըսուի։

35. Անկիւն մը կը նշանակուի կամ կ՚անուանուի գագաթան մօտ գրուած նշանագրով, եւ կամ գագաթան մօտ երկու սրունքներուն մէջ գրուած փոքր նշանագրով մը, եւ կամ երեք նշանագրով, որոնցմէ յառաջ սրունքներէն մէկուն նշանագիրը կը կարդացուի, ետքը գագաթանը, անկէ ետքը մէկալ սրունքին նշանագիրը: Ուստի Ձեւ 15ին անկիւնը կը կարդացուի այսպէս. Ա անկիւն. կամ ն անկիւն. կամ ԲԱԳ կամ ԳԱԲ անկիւն:

2. *Անկիւններուն մեծութիւնը կամ որքանութիւնը:*

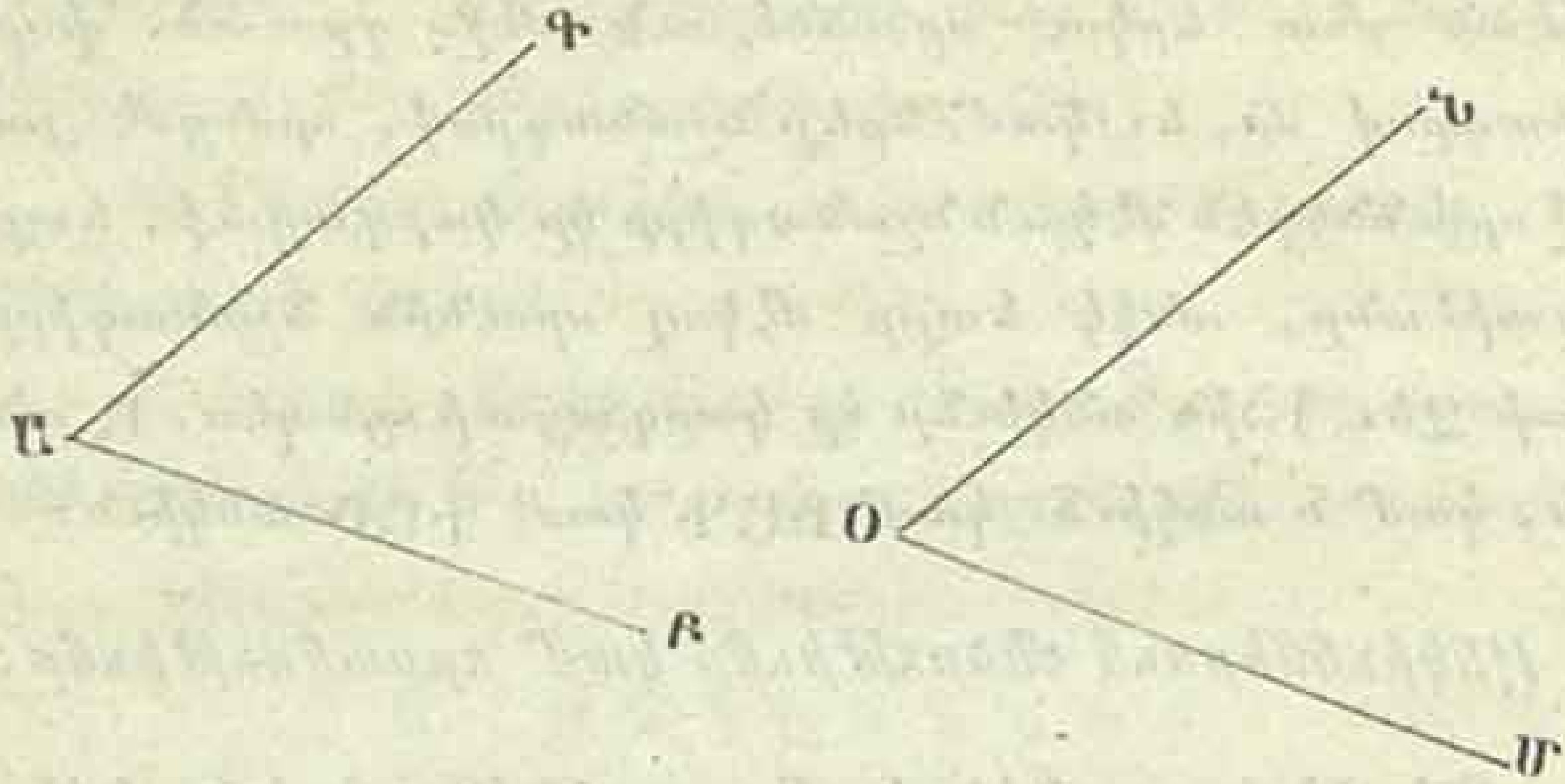
36. Թէ որ անկեան մը սրունքները երկընցընենք, անով իրենց ուղղութիւնը չփոխուիր, ուստի իրենց ուղղութեանց տարբերութիւնը, այսինքն անկիւնն անփոփոխ կը մնայ: Այսպէսով սրունքներուն երկայնութիւնը կամ կարճութիւնն անկեան մը չափը կամ որքանութիւնը չփոխեր:

Անկեան մը մեծութիւնը կամ փոքրկութիւնը սրունքներուն ուղղութեան մեծագոյն կամ փոքրագոյն տարբերութենէն կախում ունի: Թէ որ մարդ անկեան սրունքներն իրարմէ անջատէ, անով անկիւնը կը մեծնայ. իսկ թէ որ սրունքներուն իրարու ունեցած հակումը քիչցընէ, անկիւնը կը պզտիկնայ:

Ուստի երկու անկիւն իրարու հաւասար են՝ թէ որ իրենց սրունքներուն ուղղութիւնն իրարմէ հաւասարապէս կը հեռանան: Թէ որ երկու հաւասար անկիւններ անանկ իրարու վրայ կը դրուին՝ որ իրենց գագաթներն իրարու վրայ իյնան ու մէկուն սրունքը մէկալին սրունքին երկայնութեանը կենայ, հարկ է որ նաեւ երկրորդ սրունքներն իրարու վրայ իյնան. ուրեմն անկիւններն իրար կը գոցեն: Ի՞նչ դիրք ունին երկրորդ սրունքները՝ երբ որ անկիւններն անհաւասար են: Անոնցմէ ո՞րը մեծագոյն եւ ո՞րը փոքրագոյն է:

37. Թող (Ձեւ 16) ԲԱԳ ու ՄՕՆ անկիւններուն

Ձեւ 16.

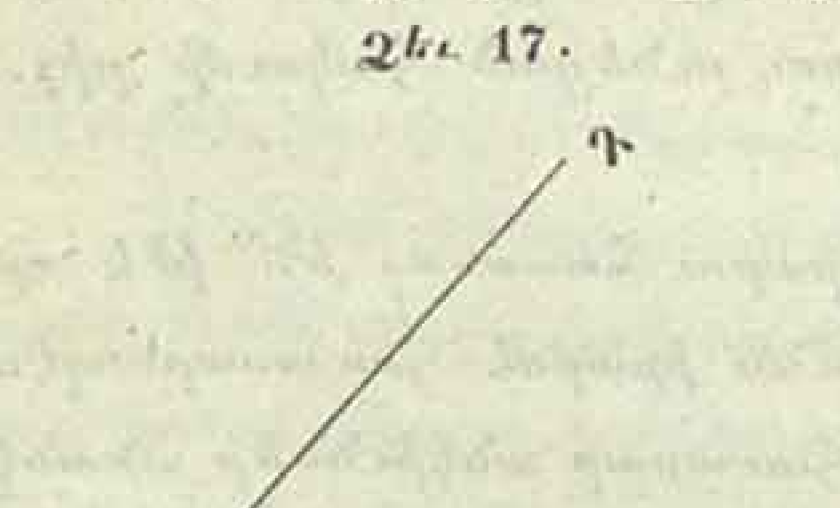


վրայ աս երկու սրունները ԱԲ ու ՕՄ զուգահեռական ըլլան, նոյնպէս ԱԳ ու ՕՆ սրունները ալ իրենց մէջ զուգահեռական ըլլան։ Որովհետեւ աս սրունները զոյգ զոյգ նոյն ուղղութիւնն ունին, անոր համար պէտք է՝ որ երկու անկիւններուն վրայ ալ ուղղութիւններուն հեռաւորութիւնը նոյն ըլլայ։ Ասկից կը հետեւի՝ որ

Երկու անկիւններ՝ որոնց սրունները դէպ ի մի եւ նոյն կողմը զուգահեռական կ'երկննան, իրարու հաւասար են։

Գծէ իրարու մէջ կեցած երկու անկիւններ՝ անանկ որ իրենց սրունները զուգահեռական երկննան։

Ձեւ 17.



38. Թէ որ մէկը (Ձեւ 17) ԲԱԳ անկեան վրայ՝ ԱԳ սրունը ԱԲէն ասդին դարձընէ՝ մինչեւ որ ԱԴ դիրքը գայ, ան ատեն ԲԱԴ անկիւնն երեւան կ'ելլէ, որուն մեծութիւնը կամ որքանութիւնն այնչափ է՝ որչափ են ԲԱԳ

եւ ԳԱԴ անկիւնները մէկտեղ առնուած. ուրեմն ԲԱԴ անկիւնը՝ ԲԱԳ եւ ԳԱԴ անկեանց գումարն է:

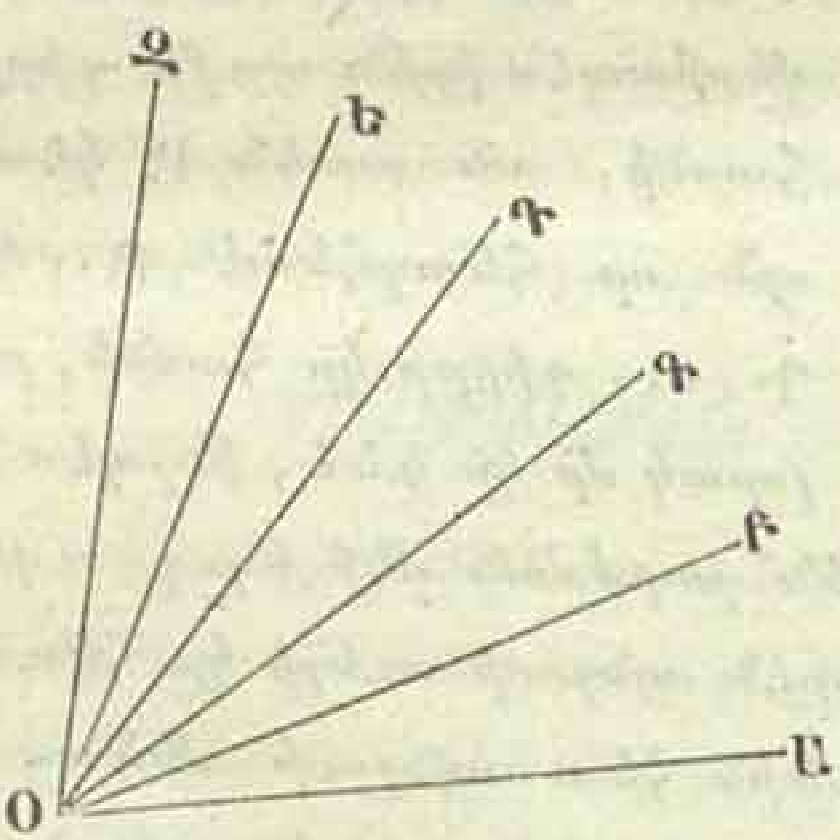
Թէ որ ԲԱԴ անկեան վրայ՝ ԱԴ սրունք ԳԱԴ անկեան բոլորակը դէպ ի ներս պտըտցուի՝ անանկ որ ԱԳ գծերը գայ, ան ատեն ԲԱԳ անկիւնը դեռ աւելորդ կը մնայ, ուստի եւ ԲԱԴ ու ԳԱԴ անկեանց մէջ եղած Տարբերութիւնը կամ Այլակերպութիւնն է:

Ուրեմն կրնայ մարդ անկիւնները, ուրիշ քանակութեանց կամ որքանութեանց պէս, գումար ու հանում ընել:

Ի՞նչ գծեր պէտք են ունենալ գծագրութեան մէջ՝ երկու անկեանց գագաթն ու սրունները, որպէս զի անոնց Գումարը գտնենք, եւ ի՛նչ գծեր՝ որպէս զի Տարբերութիւնը գտնենք:

39. Թէ որ ԱՕԲ, ԲՕԳ, ԳՕԴ, ԴՕԵ, ԵՕԶ անկիւններն (Ձեւ 18) իրարու հաւասար են, ան ատեն

Ձեւ 18.



ԱՕԳ 2 անգամ այնչափ է՝ որչափ ԱՕԲ, ԱՕԴ անկիւնն ալ 3 անգամ, ԱՕԵ 4 անգամ, ԱՕԶ 5 անգամ այնչափ է՝ որչափ ԱՕԲ. կամ ԱՕԳ = 2 ԱՕԲ, ԱՕԴ = 3 ԱՕԲ, ԱՕԵ = 4 ԱՕԲ, ԱՕԶ = 5 ԱՕԲ:

Ասոր հակառակ՝ ԱՕԲ՝ ԱՕԳ-ին կէսն է, ԱՕԴ-ին երրորդ մասը, ԱՕԵ-ին չորրորդ մասն ու, ԱՕԶ-ին հինգերորդ մասն է. կամ $\text{ԱՕԲ} = \frac{\text{ԱՕԳ}}{2} = \frac{\text{ԱՕԴ}}{3} = \frac{\text{ԱՕԵ}}{4} = \frac{\text{ԱՕԶ}}{5}$:

Ձեւ 18ին մէջ գտնուած ամէն պարզ ու բաղադրեալ անկեանց անունը տուր, ու անուանէ ան մասերը՝ որոնցմէ բաղադրեալ անկիւնները կազմուած են։

Ո՞ր անկիւնը հաւասար է՝

Ա. ԲՕԳ + ԳՕԵ գումարին,

Բ. ԱՕԶ — ԳՕԶ տարբերութեան։

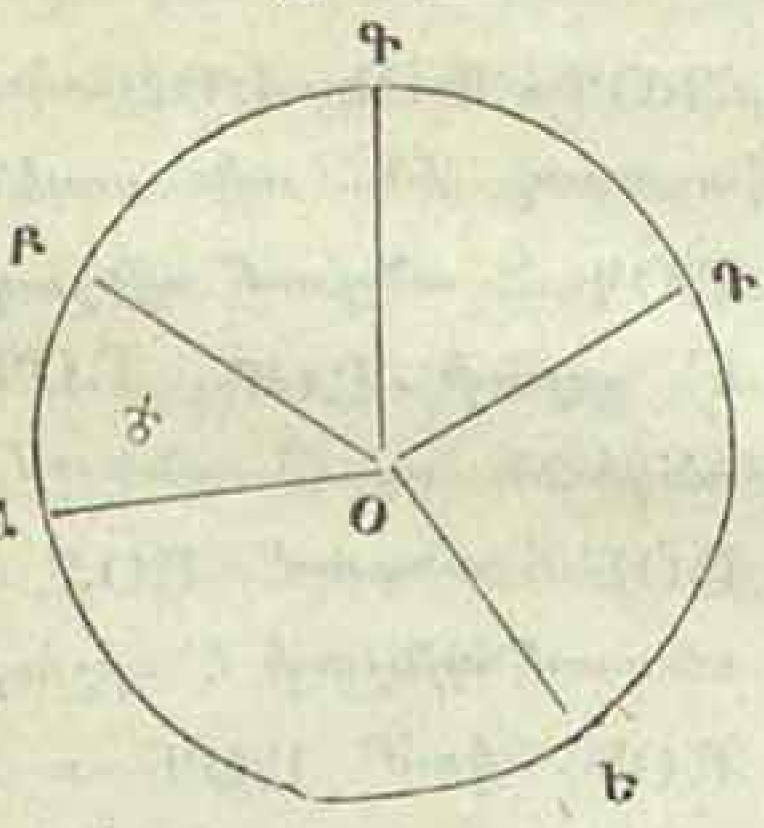
Աչքի կշռութեամբ երեք անկիւն գծէ՝ որոնցմէ երկրորդը 2 անգամ, երրորդը՝ 5 անգամ այնչափ ըլլայ՝ որչափ որ առաջինն է։

Նոյնպէս փորձէ աչքի կշռութեամբ անկիւն մը 2, 3, 4, 5, 6 հաւասար մասերու բաժնել։

3. Անկեանց ու բոլորակին մէջ եղած կապակցութիւնը։

40. Թող որ ուղիղ գիծ մը ԱՕ (Ձև. 19) Օ կէտին բոլորտիքը սլաքին ուղղութեամբը դառնայ, անանկ՝ որ կամաց կամաց ԲՕ, ԳՕ, ԴՕ եւ այլն դիրքերը գայ, եւ վերջապէս իրեն առջի դիրքը հասնի, ան ատեն Ա կէտն՝ որն որ հետզհետէ Բ, Գ, Դ, ... դիրքը կը հասնի, բոլորակ մը կը գծէ, ինչպէս 10 ըսուեցաւ։ Աս ըլլալու ատեն՝ շարժման մէջ եղող ուղիղ գիծն իրեն սկզբնական դիրքէն այնչափ աւելի կը հեռանայ եւ հետեւապէս ԱՕ գծին հետ այնչափ մեծագոյն անկիւն կը կազմէ՝ որչափ որ պտոյտը յառաջ գացած է։ Բովանդակ պտոյտը մէկ դարձման վրայ կարելի եղած ամենէն մեծ անկիւնը կու տայ։

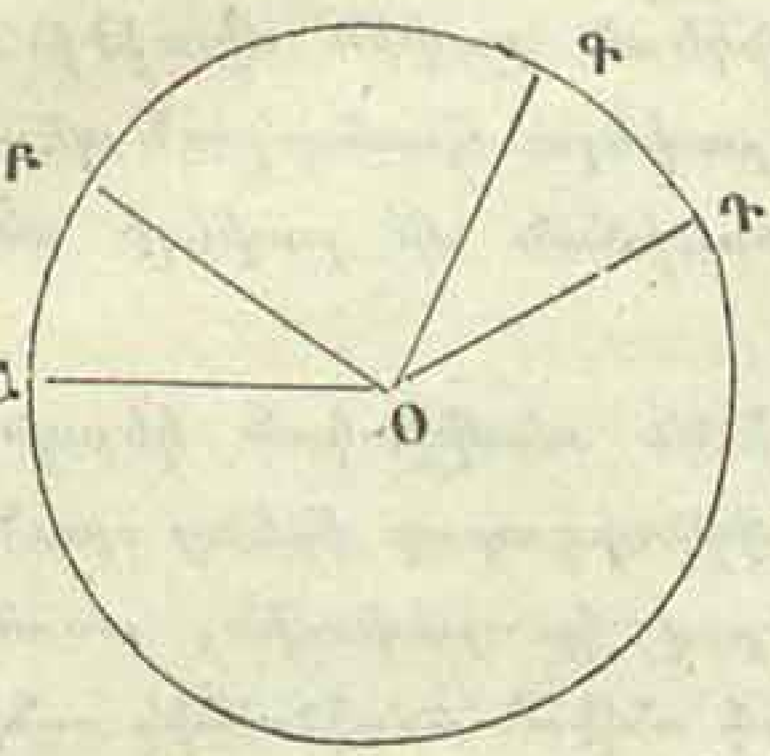
Ձև. 19.



41. Ամէն մէկ ԱՕԲ անկիւնը ԱԲ որոշ աղեղ մը կ'ունենայ, եւ ամէն մէկ աղեղը՝ որոշ անկիւն մը։

Աղեղներուն եւ անկիւններուն մէջ առհասարակ շատ սերտ կապակցութիւն կայ: Թէ որ ԱՕԲ ու ԳՕԴ անկիւնները (Ձեւ 20) իրարու հաւասար են, կրնայ ցուցուիլ՝ որ նաեւ անոնց վերաբերեալ ԱԲ ու ԳԴ աղեղները հաւասար պիտ՚որ ըլլան: Այսինքն՝ թէ որ ԳՕԴ անկիւնը (զորն որ կրնանք ալ վախճանու կարել հանել) անանկ ԱՕԲ անկեան վրայ դնենք՝ որ Օ գագաթը Օին վրայ գայ ու ԳՕ սրունք ԱՕին վրայ, պէտք է որ՝ անկեանց հաւասար ըլլալուն համար՝ նաեւ ԴՕ եւ ԲՕ սրունքներն իրարու վրայ իյնան. ան ատեն նաեւ ԳԴ եւ ԱԲ աղեղներն իրար կատարելապէս գոցեն, որովհետեւ մէկ աղեղան ամէն մէկ կէտերը Օէն մի եւ նոյն հեռաւորութիւնն ունին՝ զորն որ մէկալ աղեղան կէտերն ունին:

Ձեւ 20.



Նոյն կերպով կրնանք հակառակ նախադասութեան ուղիղ ըլլալուն վրայ համոզուիլ, այսինքն որ հաւասար աղեղները հաւասար ալ անկիւններ ունին:

4. Անկիւնները չափելու կերպը:

42. Նախընթաց համարին մէջ բռնած կապակցութիւնն անկեանց ու աղեղներուն մէջ, պարզ ճամբայ մը կը ցուցընէ՝ անկեանց չափը գտնելու:

Այսինքն՝ ամէն մէկ բոլորակին կամ շրջանակին շրջապատը 360 հաւասար աղեղներու կը բաժնուի, որոնք Աստիճան կ'ըսուին: Արդ՝ թէ որ շրջապատին դէպ ի ամէն մէկ բաժանման կէտը մէյմէկ կէս տրամագիծ քաշուած մտածենք, ան ատեն կեդրոնին բոլորտիքը 360 մանր անկիւններ երեւան կ'ելլեն, որոնք ամէնն ալ հաւասար են, որովհետեւ հաւասար աղեղներ ունին։ Աս անկիւններէն ամէն մէկը՝ որն որ մէյմէկ աղեղան աստիճանի կը վերաբերի, կ՚անուանուի Աստիճան, եւ ան ալ անկեան աստիճան։ Արդ՝ անկեան աստիճան մը անկեան չափին միութիւնը կը կայացանէ, եւ անկիւն մը չափելու համար բուն պէտք էինք գիտնալ՝ թէ անկեան աստիճան մը չափելի անկեան մէջ քանի անգամ կայ։

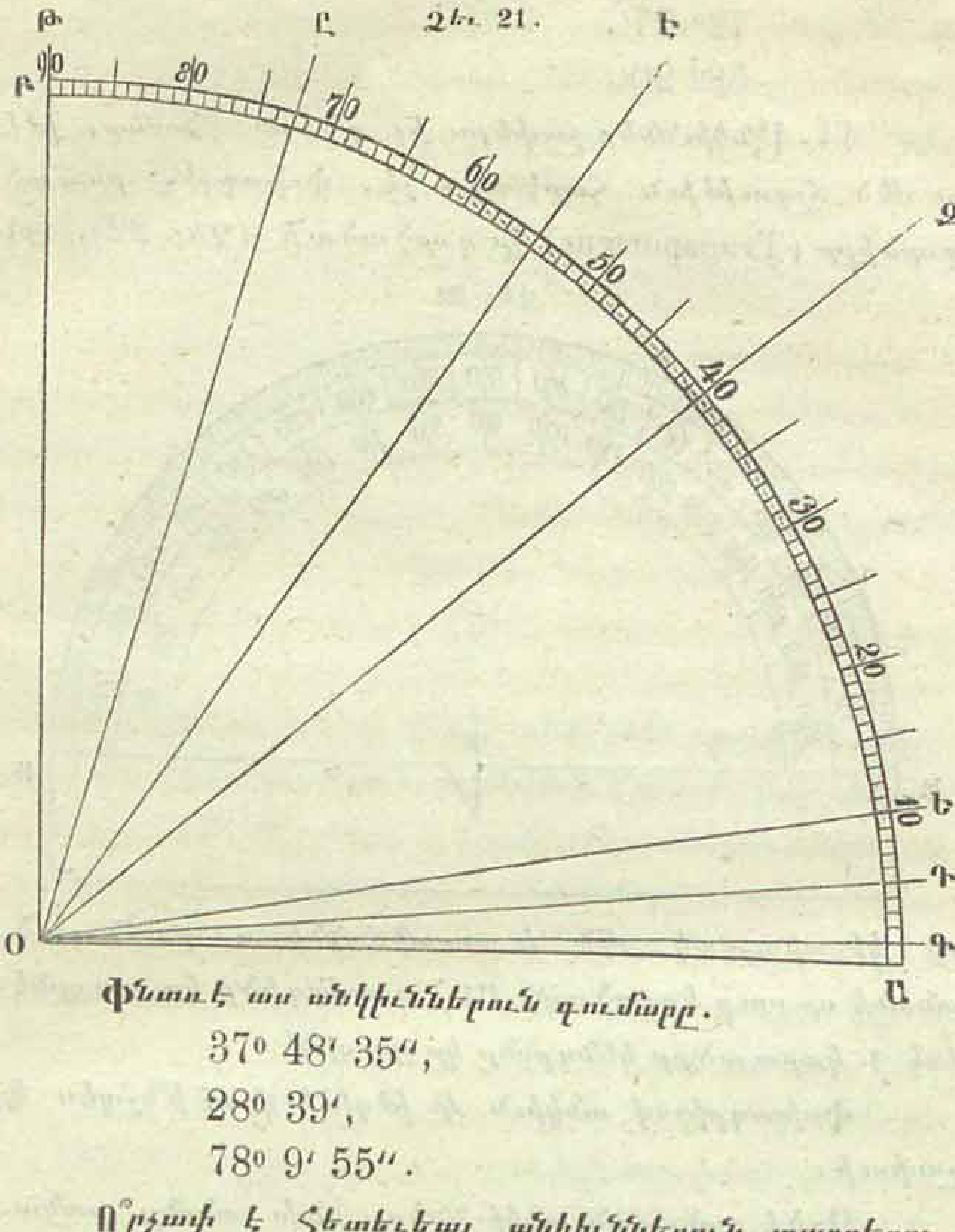
Բայց իրօք աս գիտութիւնն անմիջական կերպով չ՚ըլլար, հապա անկիւնները միջնորդաբար իրենց սրուն-ներուն մէջ գտնուած աղեղներով կը չափուին, ասանկ մտածելով. Ամէն անկիւն այնչափ անկեան աստիճաններ ունի, որչափ որ անոր սրուններուն մէջ գտնուած աղեղը՝ աղեղան աստիճաններ ունի։

43. Ամէն մէկ աստիճանը, թէ աղեղներու եւ թէ անկիւններու վրայ, 60 վայրկեան կը բաժնուի, ամէն մէկ վայրկեանը՝ 60 մանրերկրորդ։ Աստիճանները, վայրկեանները ու մանրերկրորդները. °, ′, ″ով կը նշանակուին ուստի 34° 27′ 50″ կը նշանակէ՝ 34 աստիճան, 27 վայրկեան, 50 մանրերկրորդ։

Թէ որ ԱԲ աղեղը (Ձեւ 21), որն որ բոլորակի շրջապատին չորրորդ մասը (քառորդը) կը ցուցնէ, 90 հաւասար մաս բաժնուած է ու ամէն մէկ բաժանման կէտը O կեդրոնին հետ կապուած մտածուի, ան ատեն ամէն մէկ աղեղան որչափ աստիճան ունենալը ցուցնող թիւը՝ միանգամայն նոյն աղեղան վերաբերող անկեան աստիճանին թիւն ալ կը ցուցնէ։

Ասանկով ԱOԳ անկիւնը մէկ աստիճանի անկիւն է, կամ ԱOԳ = 1°. ԱOԴ անկիւնը 5 աստիճանի անկիւն մըն է. ԱOԵ անկիւնը = 10°, ԱOԶ անկիւնը = 40°, ԱOԷ = 55°, ԱOԸ անկիւնը = 73°, ԱOԲ անկիւնը = 90°։

Ձև. 21.



Փնտռէ աս անկիւններուն գումարը.

37° 48′ 35″,

28° 39′,

78° 9′ 55″.

Ո՞րչափ է հետեւեալ անկիւններուն տարբերութիւնը.

128° 15′ 31″

69° 42′ 18″

Գտիր հետեւեալներուն 2, 3, 4, 5ապատիկը.

18° 35′

9° 12′ 48″

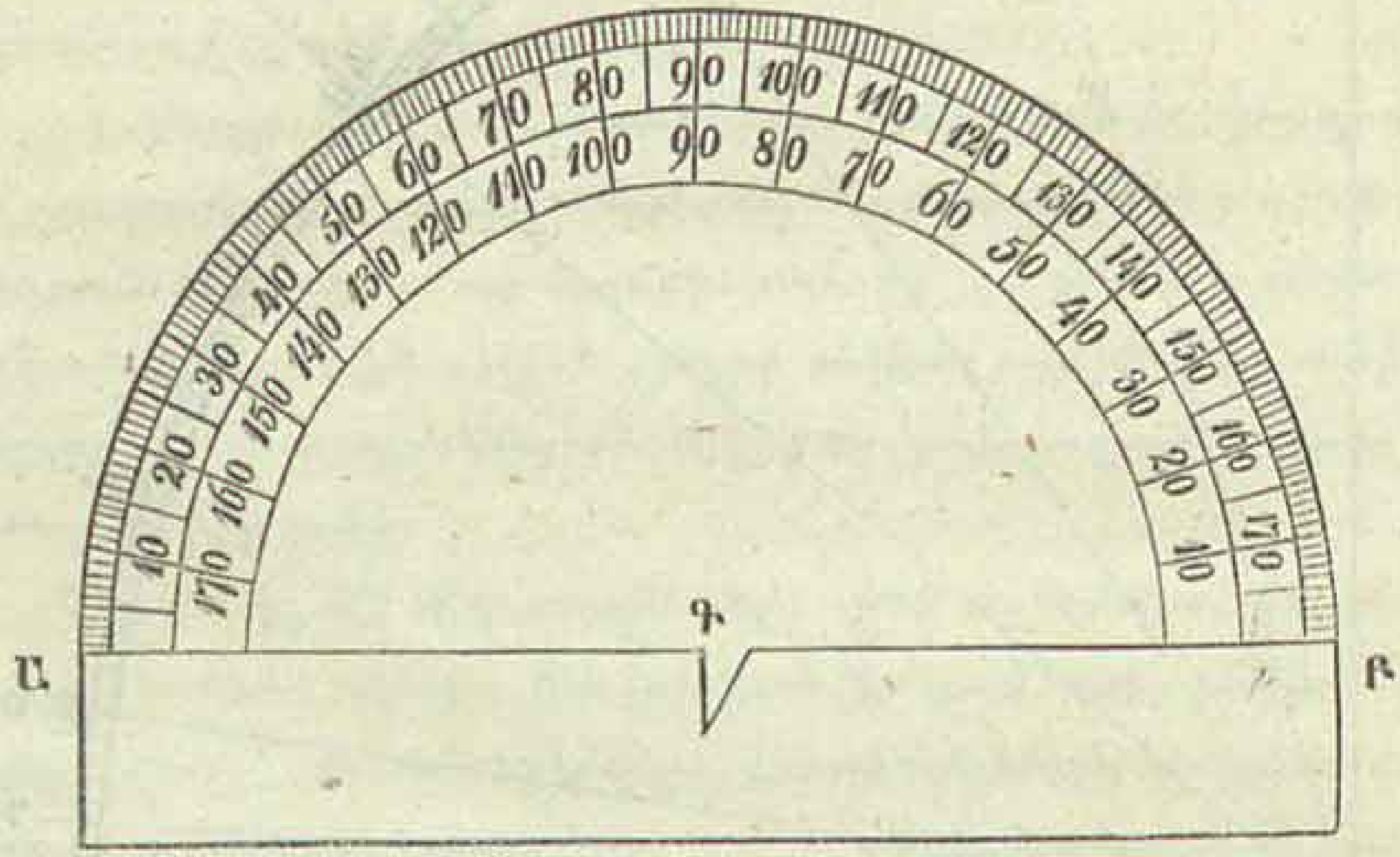
Գտիր հետեւեալներուն կէսը, երրորդ, չորրորդ ու հինգերորդ մասը.

72° 27′,

58° 20′.

44. Անկիւններ չափելու եւ գծելու համար, թէ որ մեծ ճշդութիւն հարկաւոր չէ, Փոխադրիչ ըսուած գործիքը (Transporteur) կը գործածուի (Ձեւ 22), որն

Ձեւ 22.



որ կիսաբոլորակ մըն է աստիճաններու բաժնուած, անանկ որ սուր եզրածայրը ԱԲ՝ տրամագիծը կը ցուցնէ, իսկ Գ. կտրուածքը կեդրոնը կը ցուցնէ։

Փոխադրիչով անկիւն մը թղթի վրայ ինչպէս կը չափուի։

Գծէ զանազան անկիւններ, նախ անոնց քանակութիւնն աչքի կշռութեամբ գտիր ու ետքը Փոխադրիչով չափէ։

Ուղիղ գծի մը մէկ կէտէն նոյն գծին դէպ ի մէկ կողմը շատ մը ուղիղ գծեր քաշէ, անանկով երեւան ելած իրարու քով կեցող անկիւնները չափէ եւ գումար ըրէ։ Ո՞րչափ է գումարը։ Ո՞րչափ պիտ՚ որ ըլլայ ուղիղ գումարը։

Ի՞նչպէս կրնանք Փոխադրիչով անկիւն մը գծել՝ որն որ որոշեալ աստիճաններու թիւն ունենայ։

Գծէ անկիւն մը 20°ով, դարձեալ անկիւն մը 30°ով, 50°ով, 90°ով, 15°ով, 65°ով, 34°ով, 79°ով, 81°ով, 100°ով, 150°ով, 142°ով, 180°ով, 209°ով, 270°ով, 326°ով։

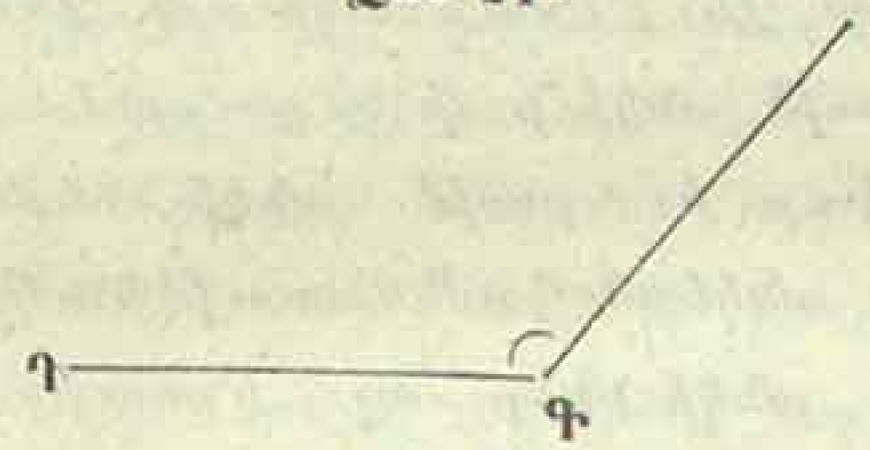
5. *Անկեանց տեսակներն ու անոնց յատկութիւնները։*

45. Անկիւն մը՝ որուն սրունքները գագաթէն սկսելով իրարու հակառակ կողմը կ'երկըննան եւ ասանկով ուղիղ գիծ մը կը շինեն, հարթ անկիւն կ'ըսուի։ Այս անկիւնը 180° ունի։ Ձեւ 23 ԱՕԲ հարթ անկիւնը կ'երեւցնէ։

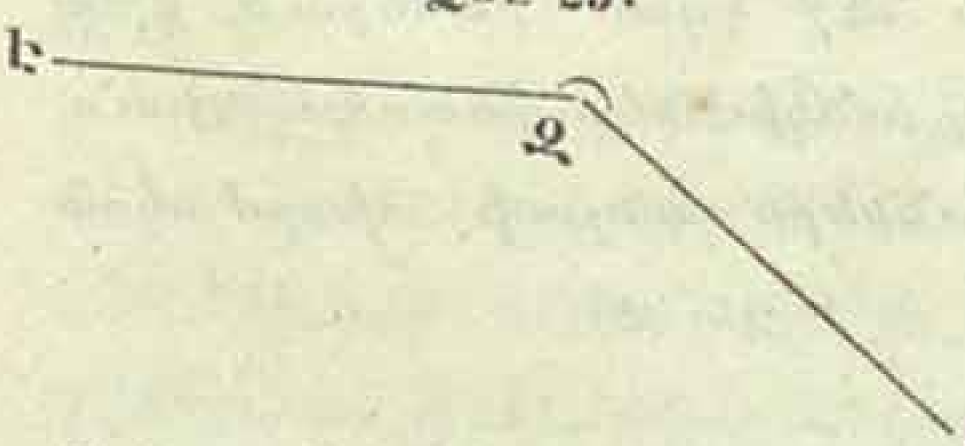
Ձեւ 23.

Անկիւն մը՝ որն որ հարթ անկիւնէն պզտիկ է, ինչպէս ԴԳԵ (Ձեւ 24) Գոգաւոր անկիւն կ'ըսուի, իսկ անկիւն մը՝ որն որ հարթ անկիւնէն մեծ է ինչպէս ԷԶԸ անկիւնը (Ձեւ 25) Բարձր անկիւն կ'ըսուի։ Գոգաւոր անկիւն մը 180°էն պակաս իսկ բարձր անկիւն մը 180°էն աւելի աստիճան ունի։

Ձեւ 24.



Ձեւ 25.



Երկու ուղիղ գծէ շինուած գոգաւոր անկեան քով միշտ բարձր անկիւն մը կը գտնուի. ասկից զատ՝ թէ որ երկու ուղիղ գծերու շինած անկեան վրայ խօսք ըլլայ՝ միշտ Գոգաւոր անկիւնը կ'իմացուի, թէ որ բացայայտ հակառակը զրուցուած չէ։

Անկիւններուն ծագումն ուղիղ գծի մը շարժումէն յառաջ բերելէն ետեւ, ինք իրեն յայտնի է՝ թէ հարթ անկիւն մը շինելու համար՝ կը պահանջուի որ շարժող ուղիղ գիծը ճիշդ կէս, գոգաւոր անկիւն շինելու համար կէտն պակաս, իսկ բարձր անկիւն շինելու համար կէտն աւելի պտոյտ ընէ։

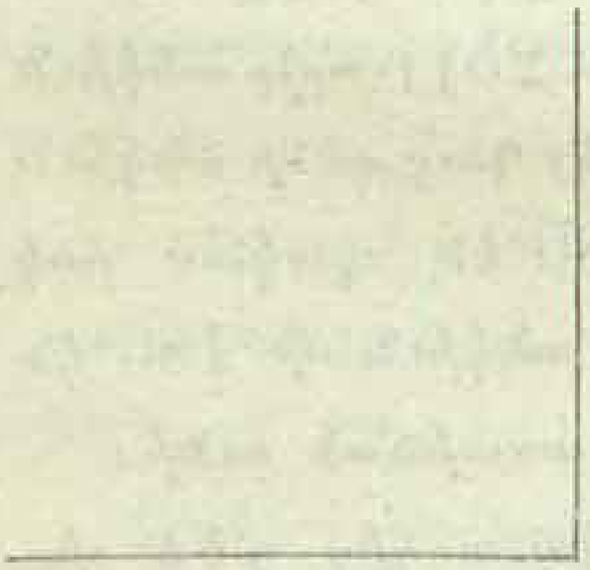
46. Գոգաւոր անկիւնները երկրորդական բաժանում մ'ունին, որ երեք է, այսինքն ուղիղ, սուր եւ բութ։

Ուղիղ անկիւն մը հարթ անկեան կէսն է ու շինուելու համար շարժման մէջ եղող գծի մը պտոյտին ճշդիւ չորրորդ մասը կը պահանջուի։ Ունի 90°, եւ հասարակօրէն Ո գրով կը նշանակուի։ Բոլոր ուղիղ անկիւնները հաւասար քանակութիւն ունին։

Անկիւն մը՝ որն որ ուղիղ անկիւնէն պզտիկ է, սուր կ'ըսուի, իսկ անկիւն մը՝ որն որ ուղիղ անկիւնէն մեծ է, բայց հարթ անկիւնէն պզտիկ, բութ կ'անուանուի։ Սուր անկիւն մը ունի 90°էն քիչ, բութ անկիւն մը 90°էն աւելի, բայց 180°էն քիչ։

Ձեւ 26 ուղիղ անկիւն մը, Ձեւ 27 սուր անկիւն մը, Ձեւ 28 բութ անկիւն մը կը ցուցնէ։

Ձեւ 26.



Սուր եւ բութ անկիւններն ուղիղ անկեան համեմատութեամբ՝ ծուռ անկիւններ ալ կ'ըսուին։ Խցին մէջ եղած բաներուն վրայ ուղիղ անկիւններ փնտռէ։ Ծուռ անկիւններն այնչափ ախորժական

Ձեւ 27.

Ձեւ 28.

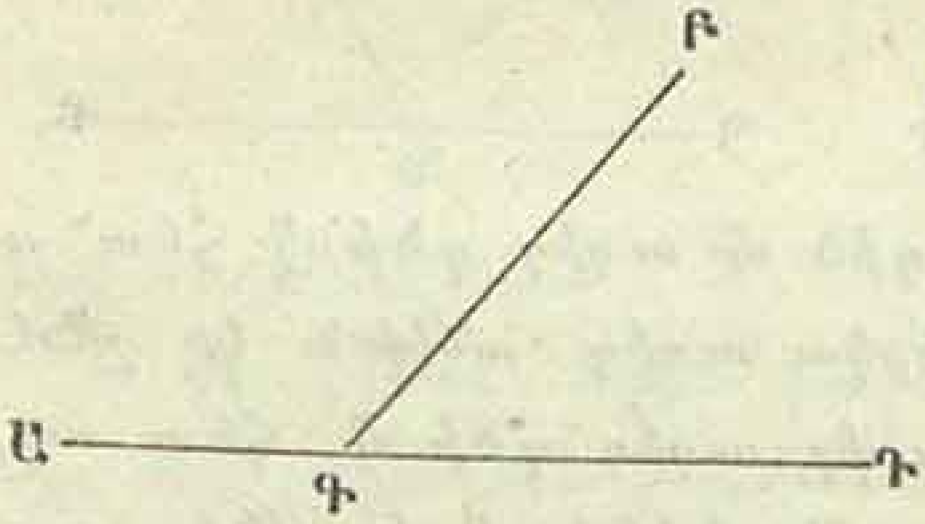
ձեւեր չեն տար, անոր համար քիչ կը գործածուին։

Գծէ ուղիղ անկիւն մը հաւասար սրունքներով։

Հարկ կայ՝ որ ուղիղ անկիւն մը գծուի՝ որուն մէկ սրունք մէկալին երեքպատիկն ըլլայ։

47. Երկու անկիւններ՝ որոնք նոյն գագաթն եւ մի եւ նոյն հասարակաց սրունքն ունին եւ անոնց մէկալ երկու սրունքներն ուղիղ գծի վրայ կը կենան, **առընթերակաց անկիւններ** կ'ըսուին։ Ասոնք երեւան կու գան՝ երբ որ անկեան մը մէկ սրունքը գագաթէն անդին կ'երկընցուի։ Ասանկ (Ձեւ 29) ԱԳԲը՝ ԲԳԴին առընթերակաց անկիւնն է։ Երկու առընթերակաց անկիւններ մէկտեղ առնելով միշտ մէկ հարթ անկիւն կամ երկու ուղիղ անկիւն կը շինեն։

Ձեւ 29.



Ուրեմն՝ **Երկու առընթերակաց անկիւններուն գումարը՝ երկու ուղիղ անկիւններու կամ 180°ի հաւասար է**։

Ուղիղ անկիւնը՝ ուղիղ առընթերակաց անկիւն մ'ունի, սուր անկիւնը՝ բութ առընթերակաց անկիւն մ'ունի, բութ անկիւնն ալ սուր առընթերակաց անկիւն մը։

Ո՞րչափ է 63°ին առընթերակաց անկիւնը.

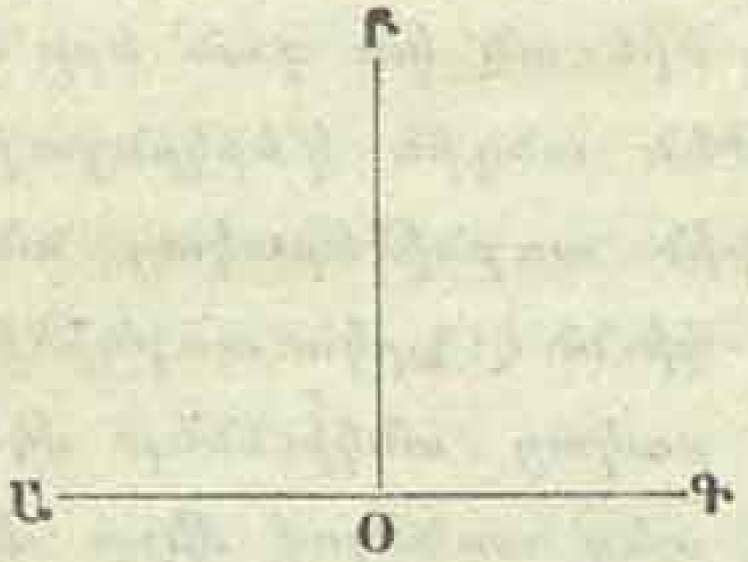
$$180^{\circ} - 63^{\circ} = 117^{\circ}:$$

Գտիր 10°ին, 39°ին, 60°ին, 85°ին, 100°ին, 134°ին առընթերակաց անկիւնը։

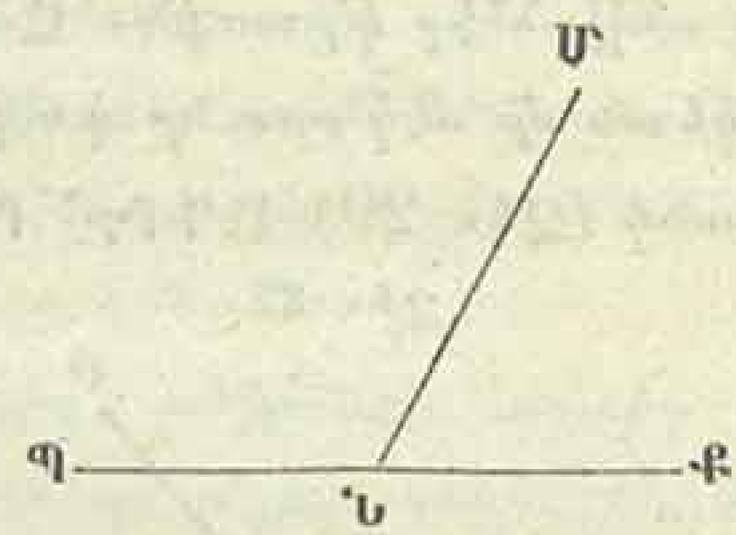
48. Թէ որ ուղիղ գիծ մը ուրիշ ուղիղ գծի մը վրայ անանկ կենայ՝ որ աս գծով մէկտեղ երկու հաւասար առընթերակաց անկիւններ շինէ, ան ատեն կ'ըսուի **թէ ուղիղ գիծը միւս ուղիղ գծին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ**։ Թէ որ ուղիղ գիծ մը ուրիշ ուղիղ գծի մը հետ երկու անհաւասար առընթերակաց անկիւններ կը շինէ, ան ա-

տեսն՝ կ'ըսուի թէ ուղիղ գիծ մը մէկալ ուղիղ գծին վրայ ծուռ կը կենայ: Թէ որ (Ձեւ 30) ԱՕԲ անկիւնը = ԲՕԳ է, ան ատեն ԲՕ՝ ԱԳին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, որն որ ասանկ կը նշանակուի՝ ԲՕ ⊥ ԱԳ. ատոր հակառակ՝ ՄՆ (Ձեւ 31) ԳՔին վրայ ծուռ կը կենայ:

Ձեւ 30.



Ձեւ 31.



Ուրեմն՝ ուղղաձիգ գիծ մը ուղիղ գծի մը հետ՝ որուն վրայ որ կը կենայ, երկու ուղիղ անկիւն կը շինէ. ծուռ կամ շեղ գիծ մը ուրիշ ուղիղ գծի մը հետ սուր անկիւն մը եւ մէյ մ'ալ բութ անկիւն մը կը շինէ, ուստի երկու ծուռ կամ շեղ անկիւն:

Ցուցուր իրեր՝ որոնց վրայ ուղղաձիգ գծեր ըլլան, դարձեալ անանկ իրեր՝ որոնց վրայ ծուռ կամ շեղ գծեր ըլլան:

Գծէ ուղիղ գիծ մը ու քաշէ անոր վրայ զանազան դրքի կէտերէն ուղղաձիգ գծեր:

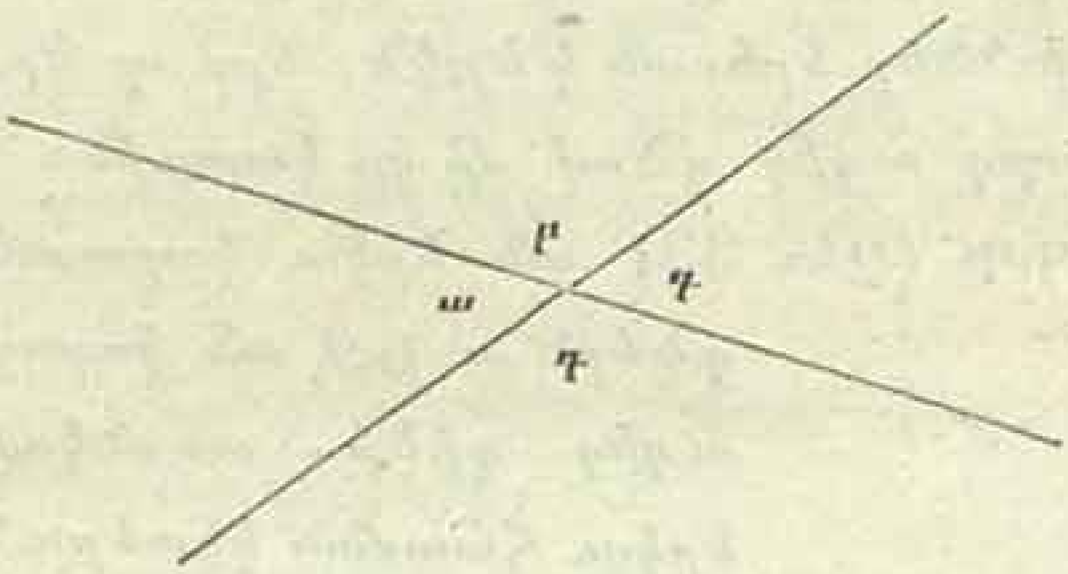
Թէ որ հորիզոնական գիծ մը եւ գագաթնաձիգ գիծ մը մէկտեղ պատահին՝ միշտ իրարու վրայ ուղղաձիգ կը կենան. բայց երկու ուղղաձիգ ուղիղ գծերէն միշտ մէկը գագաթնաձիգ ու մէկալը հորիզոնական չէ: Ասիկայ կը տեսնուի, օրինակի աղագաւ, կշեռքի մը գաւազանին ու լեզուին վրայ:

Յառաջ բեր անանկ ուղղաձիգ գծեր՝ որոնցմէ մէկը հորիզոնական ու մէկալը գագաթնաձիգ ըլլայ:

49. Երկու անկիւններ՝ որոնք երկու ուղիղ գծերէ

անանկ շինուած են, որ աս երկու գծերուն համման կէտին դիմացէ դիմաց եղած կողմերը կ'իյնան, **Գագաթան անկիւններ** կ'ըսուին: Աս անկիւններն երեւան կ'ելլեն՝ երբ որ մէկ անկեան երկու սրուններն ալ գագաթան կողմանէ դուրս կ'երկընցուին: Ձեւ. 32ին մէջ աը գին գագաթան անկիւնն է, բն ալ դին գագաթան անկիւնն է:

Ձեւ. 32.



Ի՞նչ բաներով կը զանազանին գագաթան անկիւններն՝ աւընթերակաց անկիւններէն:

Որովհետեւ երկու գագաթան անկիւնները մի եւ նոյն ուղիղ գծերէն կազմուած են եւ որովհետեւ նոյն գծերն իրենց համման կէտին մէկ կողմն այնչափ իրարմէ կը հեռանան, որչափ մէկալ կողմը, անոր համար կ'ըսենք՝ որ **Գագաթան անկիւնները երկու երկու իրարու հաւասար են**:

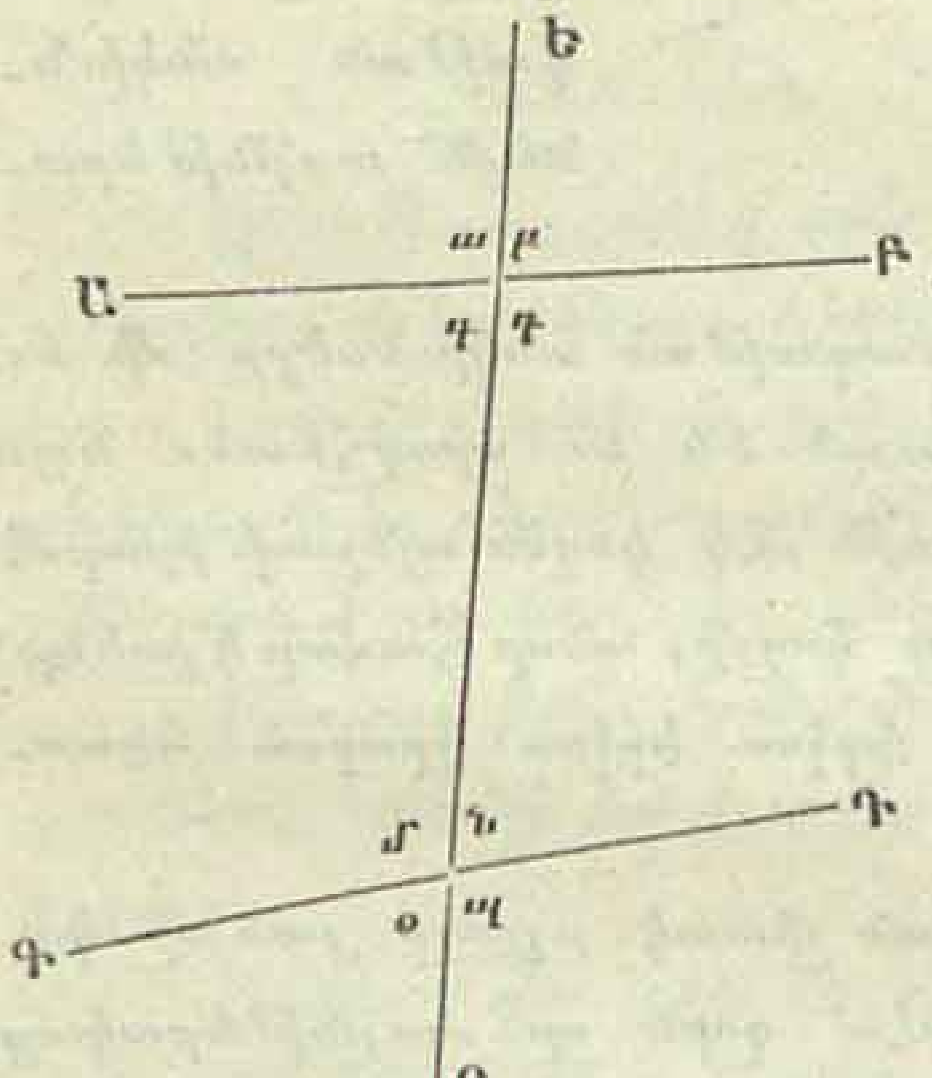
Աս նախադասութեան շիտակ ըլլալը յառաջ կու գայ նաեւ ան յատկութենէն՝ զորն որ աւընթերակաց անկիւններուն վրայ տեսանք: Այս ինքն՝ որովհետեւ ա եւ բ աւընթերակաց անկիւններ են, անոր համար անոնց գումարը 180° է, բայց նաեւ ա եւ դ աւընթերակաց անկիւններ են, ուստի եւ երկուքը մէկտեղ առնելով՝ 180°ի հաւասար են. ուրեմն աս գումարը կ'ունենանք աին վրայ կամ բ կամ դ անկիւնն աւելցընելով. ուստի բ ու դ անկիւնները հարկաւ իրարու հաւասար եղած պիտ'որ ըլլան: Աս կերպով ցուցուր՝ որ նաեւ ա = գ է:

Թէ որ չորս ա, բ, գ, դ անկիւններէն մէկը կը ճանչնանք, կրնանք անով մէկալ երեքն ալ գտնել: Օրինակի աղագաւ ա = 50°ի ըլլայ. որչափ է գ, որչափ է բ ու դ:

50. Մինչեւ հիմա անանկ անկիւններուն վրայ խօսեցանք՝ որոնք հասարակաց գագաթան մը վրայ երեւան կու գային. հիմա նաեւ անանկ անկիւնները պիտ'որ դիտենք՝ որոնք երկու զանազան գագաթներու վրայ են: Անանկ անկիւններ երեւան կ'ելլեն, երբ որ երկու ուղիղ գծեր՝ երրորդ ուղիղ գծով մը կը կտրուին:

Ըլլան ԱԲ ու ԳԴ (Ձեւ 33) ան երկու կտրուած գծերն ու ԵԶ ան կտրող ուղիղ գիծը. ասանկով երկու հատման կէտերուն բոլորտիքը ութ անկիւն երեւան կ'ելլէ, որոնք՝ իրենց ունեցած կարեւոր յարաբերութեանցը համար՝ մասնաւոր անուններ ունին:

Ձեւ 33.



Չորս անկիւնները գ, դ, մ, ն, որոնք երկու կտրուած ուղիղ գծերուն մէջը կեցած են, ներքին անկիւններ, իսկ մէկալ չորսը՝ ա, բ, օ, պ, արտաքին անկիւններ կ'ըսուին:

Մէկ արտաքին ու մէկ ներքին անկիւն, որոնք այլ եւ այլ գագաթ ունին ու կտրող ուղիղ գծին մի եւ նոյն կողմը կեցած են, ընդդիմակաց կամ կշռեալ (opposé) անկիւններ կ'ըսուին, օրինակի աղագաւ՝ ա եւ մ:

Ո՞րն է բին, գին, դին ընդդիմակաց անկիւնը:

Երկու արտաքին անկիւններ կամ երկու ներքին անկիւններ, որոնք այլ եւ այլ գագաթ ունին ու կտրող ուղիղ գծին իրարու հակառակ կողմերը կեցած են, փոխ կամ փոխադարձ անկի–ններ կ'ըսուին:

Ներքին փոխ անկիւններ են ջ եւ ն, նոյնպէս դ եւ ճ: Ցուցուր արտաքին անկիւններուն երկու զոյգը:

Երկու ներքին կամ երկու արտաքին անկիւնները՝ որոնք այլ եւ այլ զուգաւթներ ունին ու հատման գծին մի եւ նոյն կողմը կեցած են յարակից անկի–ն կ'ըսուին: Ուստի ա եւ օ երկու արտաքին, դ եւ ն երկու ներքին յարակից անկիւններ են: Ո՞րն է ճին, բին յարակից անկիւնը:

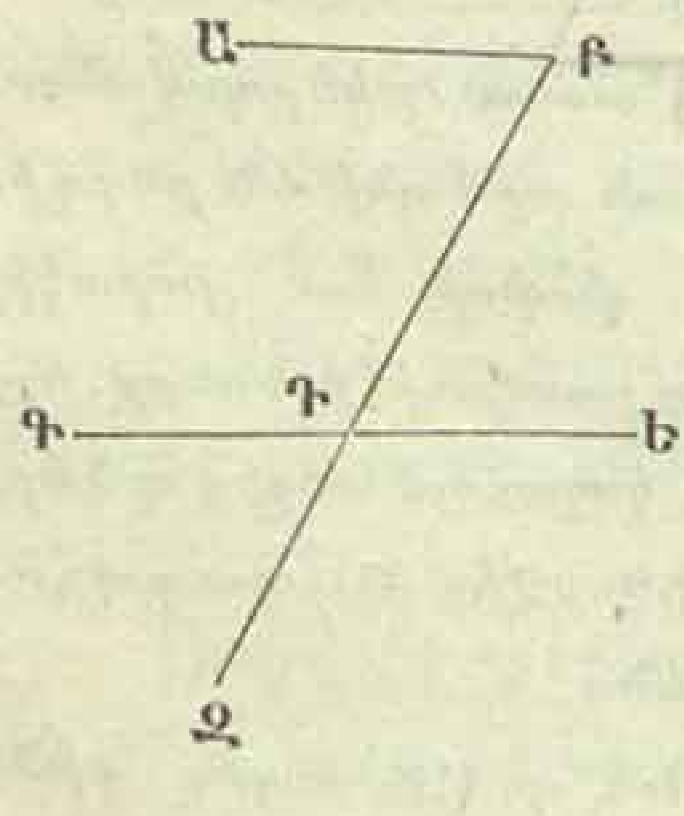
Ցուցուր բոլոր ընդդիմակաց, փոխ ու յարակից անկեանց զոյգերը:

Փնտռէ ա անկեան համար՝ զուգաւթան անկիւնը, երկու առընթերակաց անկիւնները, ընդդիմակաց անկիւնը, փոխ անկիւնը, յարակից անկիւնը. տանկ ալ բ, ջ, դ, ճ, ն, օ, պ անկիւններուն համար:

Գտնենք՝ որ ա անկիւնը է = 98°ի ու ճ = 110°ի. ո՞րչափ են մնացած անկիւնները:

51. Աւելի դժուար կ'ըլլայ աս անկիւնները գտնել անանկ դիպուածներու մէջ՝ ուր որ քանի մը ուղիղ գծեր մինակ մէկ հատման կէտէն մէկալ հատման կէտը քաշուած են, եւ կամ շատ կտրող գծեր կամ կտրուած գծերու զոյգեր կան:

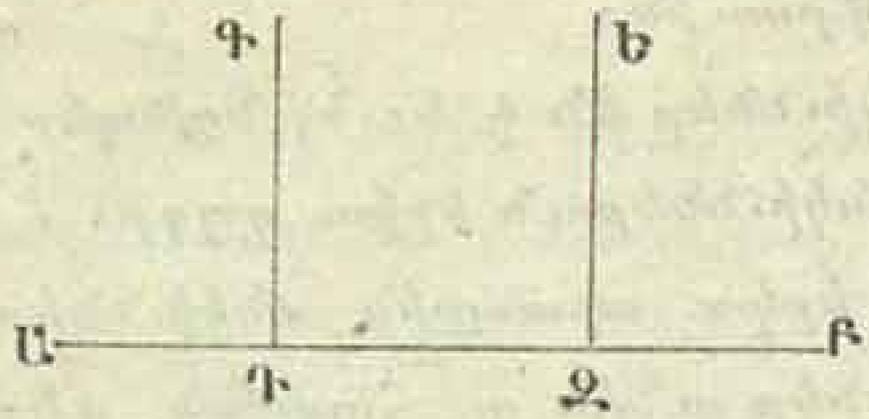
Ձեւ 34.



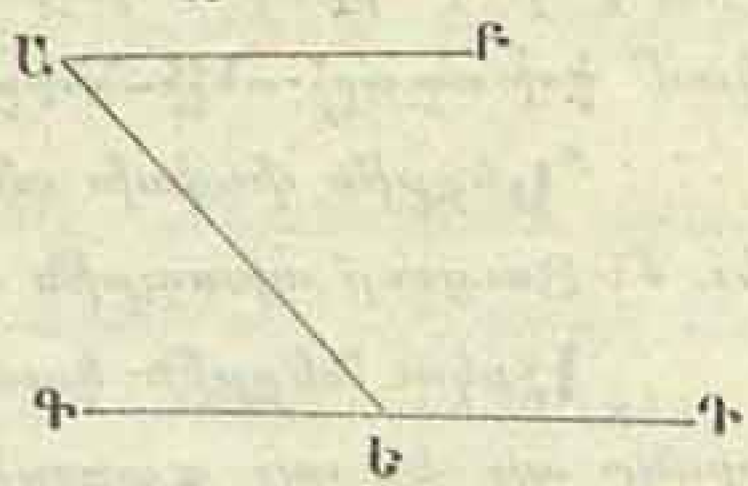
Փնտռէ հետեւեալ 34—36 Ձեւերուն մէջ ընդդիմակաց, փոխ ու յարակից անկիւնները:

Դարձեալ Ձեւ 37 մինչեւ 39 ալ ընդդիմակաց, փոխ ու յարակից անկիւններ կան. Ձեւ 37ին մէջ մէյ մը ԱԲ ու ԳԴ, եւ ետքը՝ ԵԶ ու ԳԴ իրրեւ կտրուած ու-

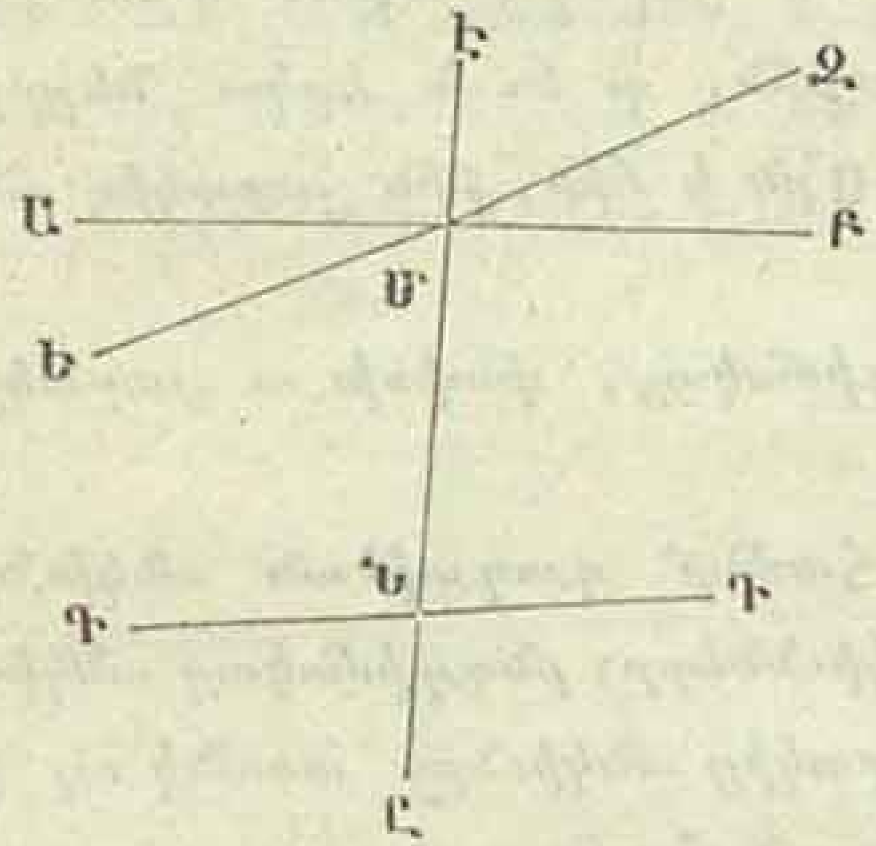
Ձեւ 35.



Ձեւ 36.

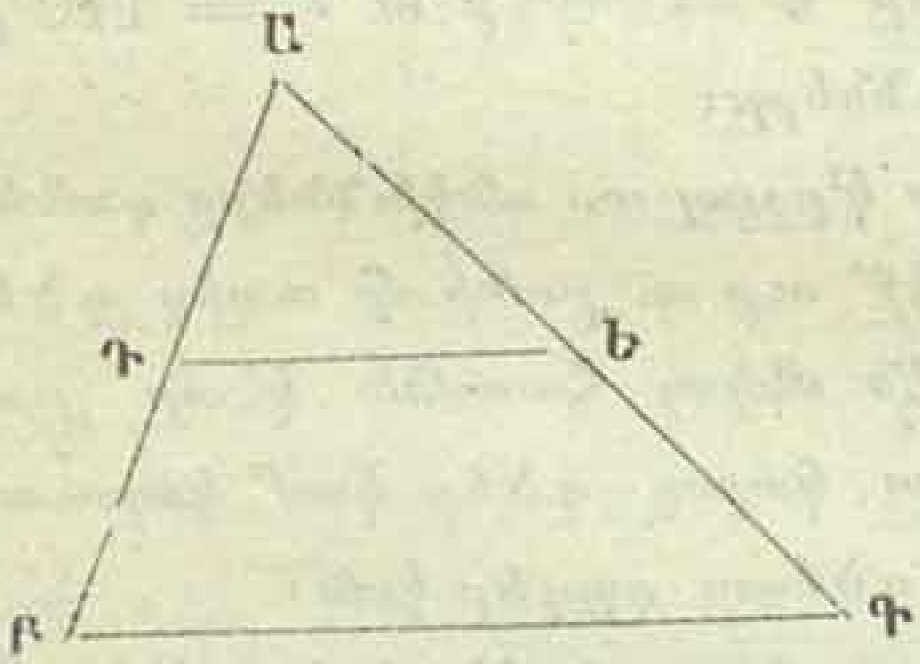


Ձեւ 37.

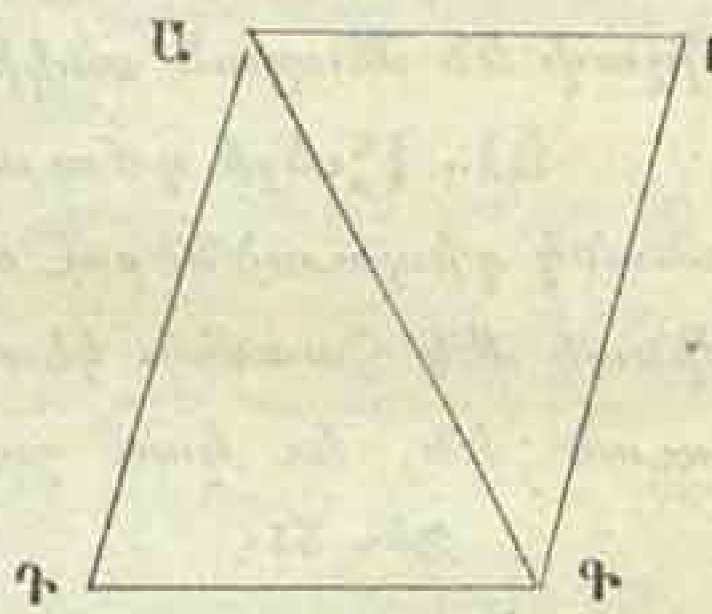


ղիղ գծերէ կ՚առնուին. Ձեւ 38ին մէջ անկիւններ կան նախ նկատմամբ ԱԲ հատանող գծին, ու ետքը՝ նկատմամբ ԱԳ հատանող գծին. Ձեւ 39ին մէջ ալ նոյնպէս այլ եւ այլ անկիւններ կան հոն դրուած այլ եւ այլ դէպքերու համեմատ:

Ձեւ 38.



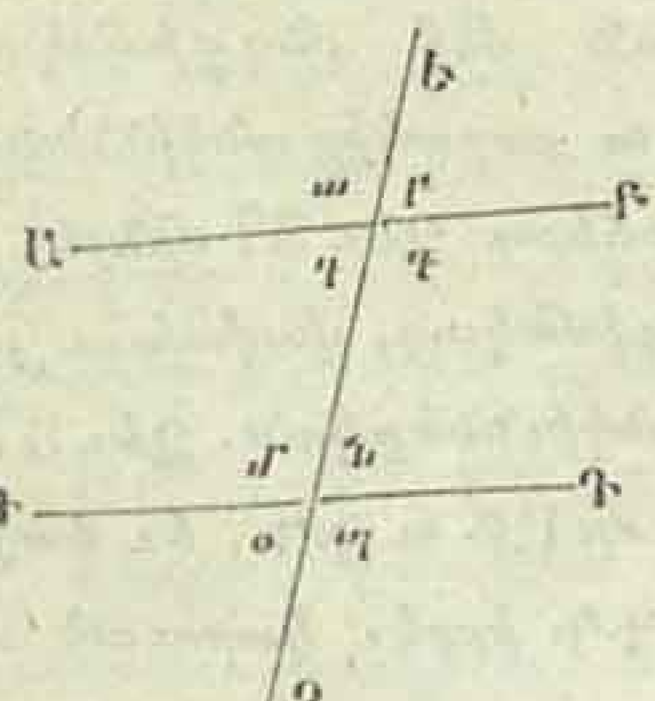
Ձեւ 39.



52. Մ՚ասնաւոր կերպով մտադրութեան արժանի են ընդդիմակաց, փոփոխ ու յարակից անկեանց յատկութիւնները, երբ որ երկու կտրուած ուղիղ գծերը ԱԲ ու ԳԴ (Ձեւ 40) զուգահեռական են:

Ա. Թէ որ ԱԲ ուղիղ գիծն

Ձեւ 40.



անանկ դէպ ի վար քշենք՝ որ միշտ իր սկզբնական դիրքին հետ զուգահեռական մնայ, ան ատեն աս գիծը, որովհետեւ սրուններուն ուղղութիւնը չփոխուիր, որ եւ իցէ նոր դրից մէջ՝ ԵԶ ուղիղ գծին հետ նոյն չորս ա, բ, գ, դ անկիւնները պէտք է որ շինէ. նոյնը նաեւ ան ատեն կ'ըլլայ՝ թէ որ ան գիծը վար շարժելով ԳԴ դիրքը գայ. ուրեմն պէտք է որ ըլլայ ա = մ, բ = ն, գ = օ, դ = պ: Բայց աս անկիւններն ընդդիմակայ անկիւններ են. ուստի աս նախադասութիւնը կ'ունենանք.

Թէ որ երկու զուգահեռական գծեր երրորդ գծով մը կտրուած են, ան ատեն ընդդիմակայ անկիւնները՝ երկու երկու հաւասար են:

Ուղիղ գիծ մը ուրիշ զինք կտրող գծի մը քով անանկ յառաջ շարժելը՝ որ նախ ցուցուի թէ միեւնոյն անկիւնն ինք իրեն հաւասար կը մնայ, կանոնով մը եւ կարկնաձեւ տախտակով մը կրնանք գծալի ընել:

Բ. Թէ որ ա = մ է. Հարկ է՝ որ որ նաեւ մ գագաթնակեան՝ այսինքն պ անկեան հաւասար ըլլայ: — Նոյն կերպով ցուցուր՝ որ բ = օ է, գ = ն եւ դ = մ:

Ուստի թէ որ երկու զուգահեռական ուղիղ գծեր երրորդ գծով մը կտրուած են, ան ատեն փոխ փոխ անկիւնները երկու երկու իրարու հաւասար են:

Գ. Աս ա եւ գ անկիւններն իբրեւ առընթերակայ անկիւններ = 180° են. արդ որովհետեւ գ եւ օ իբրեւ ընդդիմակայ (կամ կշռեալ) անկիւններ իրարու հաւասար են, անոր համար՝ նաեւ ա եւ օ միանգամայն = 180° են. ուրեմն ա + օ = 180°: — Նոյն կերպով յառաջ բեր՝ որ բ + պ = 180°, գ + մ = 180°, ու դ + ն = 180° է:

Ուստի թէ որ երկու զուգահեռական գծեր երրորդ ուղիղ գծով կտրուած են, ան ատեն յարակից անկիւնները եր-

կու երկու միանգամայն = 180° կամ երկու շիտակ անկիւններ կ'ըլլեն :

Այս երեք նախադասութիւնները զորոնք Ա, Բ, Գ ով նշանակեցինք, մէկ նախադասութեան մը ամփոփէ :

Աս ցուցուած նախադասութիւններէն աս ալ կը հետեւի՝ որ եթէ ընդդիմակաց կամ կշռեալ անկիւններու զոյգ մը եւ կամ փոխ անկիւններու զոյգ մը իրարու անհաւասար են, եւ կամ յարակից անկեանց մէկ զոյգը 180°էն աւելի կամ քիչ ունենայ, ան երկու կտրուած ուղիղ գծերը չեն կրնար զուգահեռական ըլլալ. աս երկու գծերը թէ որ ան կողմանէ բաւ բաւականին երկընցուին՝ որ կողմը որ ներքին յարակից անկիւններուն գումարը 180°էն քիչ է, պէտք է որ վերջապէս կէտի մը վրայ իրարու հանդիպին :

53. Ասոր հակառակն՝ թէ որ ընդդիմակաց կամ կշռեալ անկիւններու զոյգ մը հաւասար է, օրինակի աղագաւ ա = ծ է, ան ատեն կտրուած ուղիղ գծերը ԱԲ ու ԳԴ, պէտք է՝ որ զուգահեռական ըլլան : Վասն զի՝ թէ որ ԱԲը դէպ ի ԳԴ վար քշենք, ա անկիւնը միշտ ան ատեն կրնայ հաւասար մնալ՝ երբոր ԱԲը աս շարժման մէջ ուղղութիւնը չփոխեր, այսինքն թէ որ ԱԲը սկզբնական դիրքին հետ զուգահեռական կը մնայ. ուստի եւ վերջին ԳԴ դիրքը, որպէս զի ծ = ա ըլլայ՝ պէտք է սկզբնական դիրքին հետ զուգահեռական ըլլայ :

Որովհետեւ երկու ուղիղ գծեր երրորդ ուղիղ գծով մը կտրուած ատեն՝ չիկրնար ըլլալ որ աս երեք յատկութիւնները՝ այսինքն թէ ընդդիմակաց կամ կշռեալ անկիւնները հաւասար են, փոխ անկիւնները հաւասար են, յարակից անկիւնները երկու երկու 180° են, ամէնը մէկէն մէկտեղ չգտնուին, հապա աս յատկութիւններէն մէկն եղած ատեն՝ պէտք է որ մէկալ երկուքն ալ ըլլայ, ուստի վերջին նախադասութենէն աս երկու նախադասութիւններն ալ կը հետեւին.

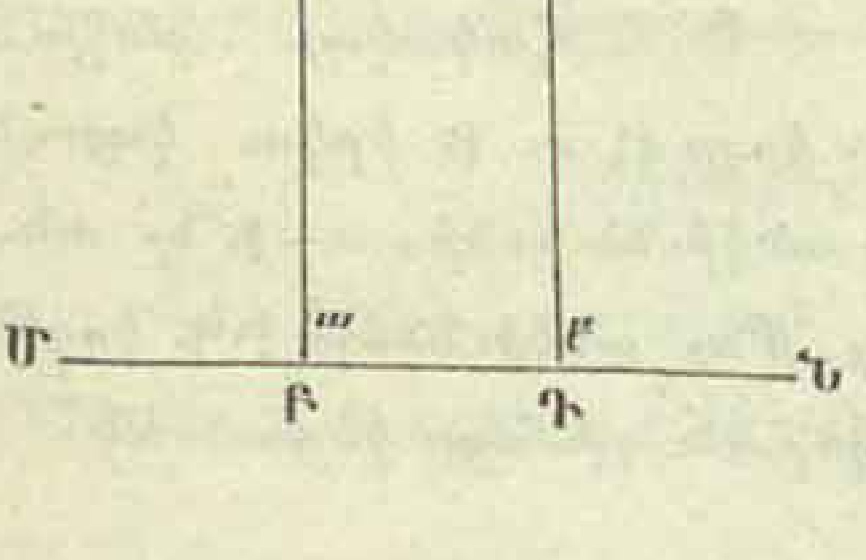
Թէ որ երկու ուղիղ գծեր երրորդ գծով մը կտրուած են հաւասար փոխ անկիւններով, նոյն երկու գծերը հարկաւ իրարու զուգահեռական պիտ'որ ըլլան:

Թէ որ երկու ուղիղ գծեր երրորդ ուղիղ գծով մը անանկ կը կտրուին՝ որ յարակից անկիւններուն մէկ զոյգը միանգամայն 180° է, կտրուած ուղիղ գծերը հարկաւ զուգահեռական պիտ'որ ըլլան:

Ուստի թէ որ ծանօթ է՝ որ ընդդիմակաց կամ կշուեալ անկիւններու զոյգ մը կամ փոխ անկիւններու զոյգ մը հաւասար է կամ յարակից անկիւններու զոյգ մը միանգամայն 180° է, կրնանք հետեւցընել՝ որ ան երկու ուղիղ գծերը զուգահեռական են:

Ասկից կը հասկցուի թէ որչափ կարեւորութիւն ունին ընդդիմակաց, փոխ ու յարակից անկիւնները: Ապահովութեամբ ըսելու համար՝ որ երկու գիծ իրարու զուգահեռական են, պէտք էր որ մարդ ցուցընէր թէ աս երկու գծերը հետզհետէ երկընցընելով՝ երբեք իրարու չեն պատահիր: Բայց որովհետեւ իրօք ասանկ երկընցընել կարելի չէ, անոր համար երկու ուղիղ գծերուն զուգահեռականութիւնը պարզ կերպով կը գտնուի ան անկիւններու ձեռօք՝ որոնք երեւան կու գան, երբ որ աս երկու գծերն երրորդ գծով մը կը կտրուին:

Ձեւ 41.



54. Դնենք՝ որ (Ձեւ 41) ԱԲ ⊥ ՄՆ ու ԳԴ ⊥ ՄՆ է: Արդ՝ որովհետեւ ա = 90°. բ = 90° է, ուստի նաեւ ա = բ

է, ան ատեն երկու ուղիղ գծերը ԱԲ ու ԳԴ՝ որոնք երրորդ ՄՆ գծով կտրուած են ու ատր հետ մէկտեղ հաւասար ընդդիմակաց անկիւններ կը շինեն, պէտք է՝ որ զուգահեռական ըլլան։

Ուստի՝ ըսէ որ երկու ուղիղ գծեր երրորդ ուղիղ գծի մը վրայ ուղղաձիգ կը կենան, զուգահեռական են։

Թէ որ երկու զուգահեռական գծերուն մէջ ուղիղ գիծ մը քաշենք՝ որն որ անոնց վրայ ուղղաձիգ ըլլայ, աս գիծը երկու զուգահեռականներուն հեռաւորութիւնը կը ցուցնէ։ Ուստի վերի Ձեւին մէջ ԲԴ, երկու ԱԲ ու ԳԴ զուգահեռական գծերուն հեռաւորութիւնն է։

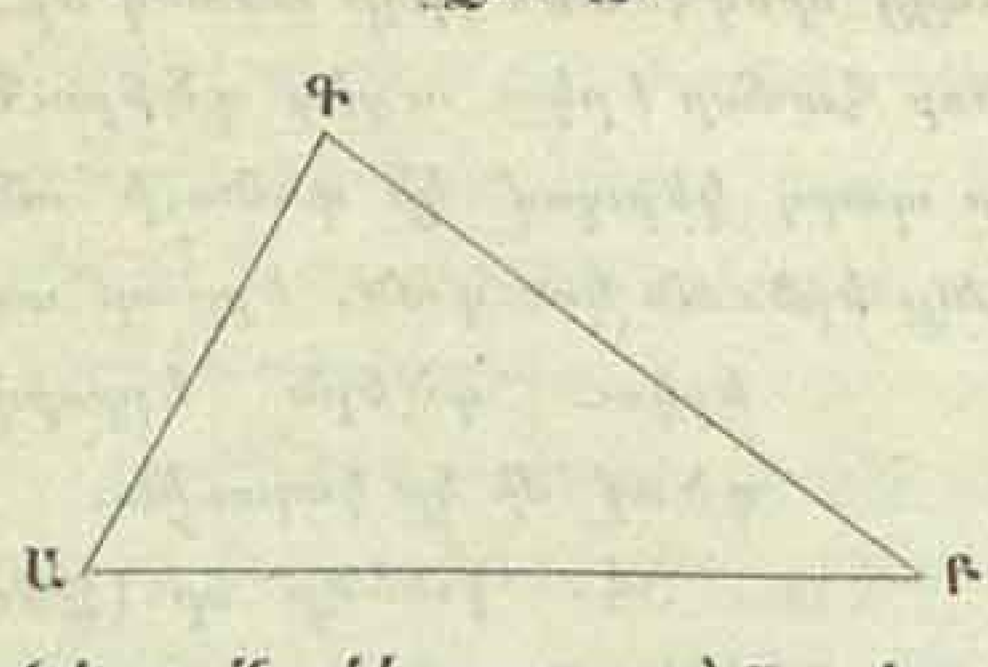
Գ. ԵՌԱՆԿԻՒՆՆԵՐ

1. Մեկնութիւններ։

55. Ամէն ձեւ՝ որ երեք գծով գոցուած է, եռանկիւն կամ երեքանկիւնի կ՚ըսուի. իսկ երեք ուղիղ գծերը կողեր կ՚ըսուին եւ անոնց գումարն եռանկեան շրջապատը։

Եռանկիւն մը վեց կարեւոր մաս ունի, երեք կող եւ երեք անկիւն։ Ձեւ 42 ԱԲԳ եռանկեան մէջ ԱԲ, ԱԳ ու ԲԳ կողերն են, Ա, Բ, Գ անկիւններն են։

Ձեւ 42.



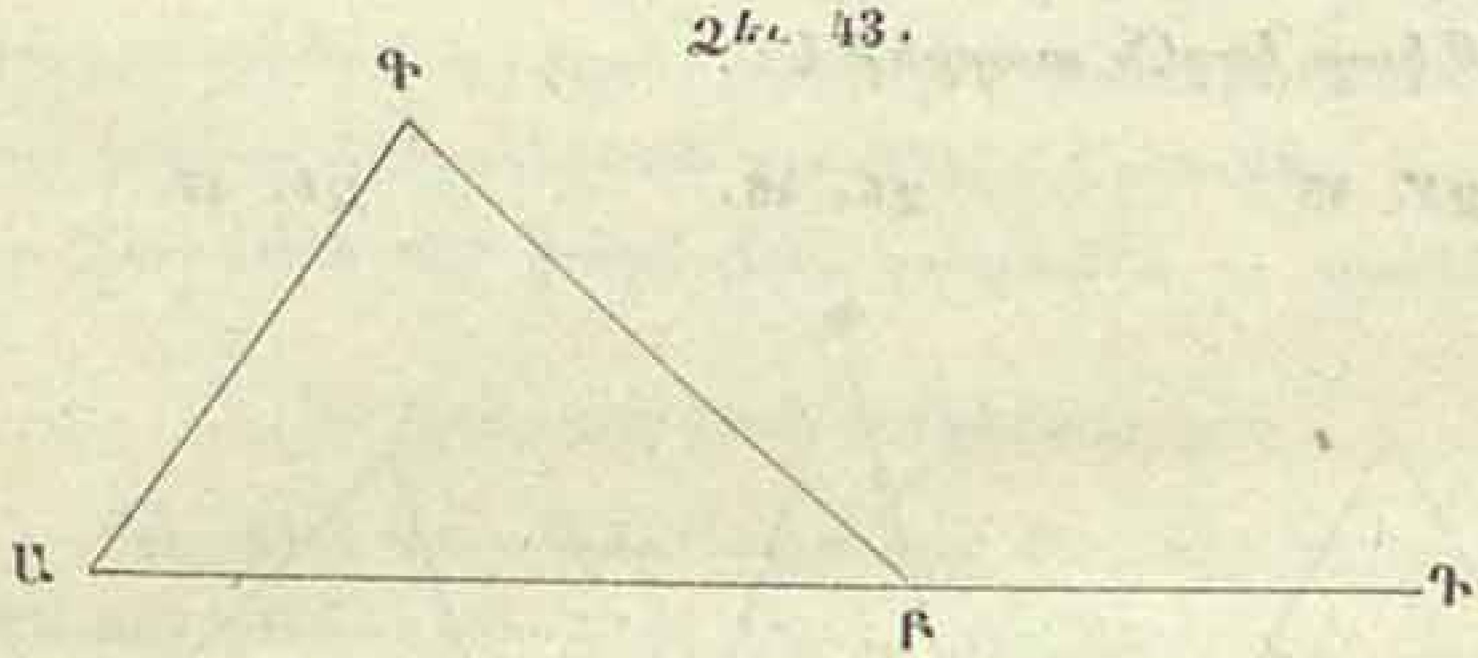
Ամէն մէկ կողն երկու կցուն անկիւն ու մէյ մ՚ալ հակակայ անկիւն ունի. օրինակի աղագաւ՝ ԱԲ կողը Ա ու Բ երկու կցուն անկիւններն ու Գ հակակայ անկիւնն ունի։ — Ի՞նչ անկիւններ կան ԱԳ կողին վրայ, ի՞նչ անկիւններ՝ ԲԳ կողին վրայ. ո՞ր անկիւններն աս կողերուն դիմացը կեցած են։

Ամէն մէկ անկիւն, օրինակի աղագաւ՝ Ա անկիւնը՝ ԱԲ ու ԱԳ երկու կողերով գոցուած է, ու երրորդը ԲԳ անոր դիմացը կեցած է: — Ո՞ր կողերով գոցուած է Բ անկիւնը, ո՞ր կողերով Գ անկիւնը: Ո՞ր կողերն աս անկիւններուն դիմացը կեցած են:

56. Թէ որ եռանկեան մը մէկ կողը երկընցուի, նոր անկիւն մը երեւան կ'ելլէ՝ որն որ եռանկեան մէջ անկեան մը առընթերակաց անկիւնն է. ասիկայ եռանկեան մէկ արտաքին անկիւնը կ'ըսուի: Եռանկեան մէկալ երկու անկիւնները՝ որոնք անոր դիմացը կեցած են, ներքին հակակայ անկիւնները կ'ըսուին:

Ձեւ 43ին մէջ ԳԲԴն՝ ԱԲԳ երեքանկեան մէկ

Ձեւ 43.



արտաքին անկիւնն է. ԱԲԳ առընթերակաց կամ կից անկիւնը կայուն անկիւնն է, իսկ ԲԱԳ ու ԱԳԲ անկիւններն անոր ներքին հակակայ անկիւններն են:

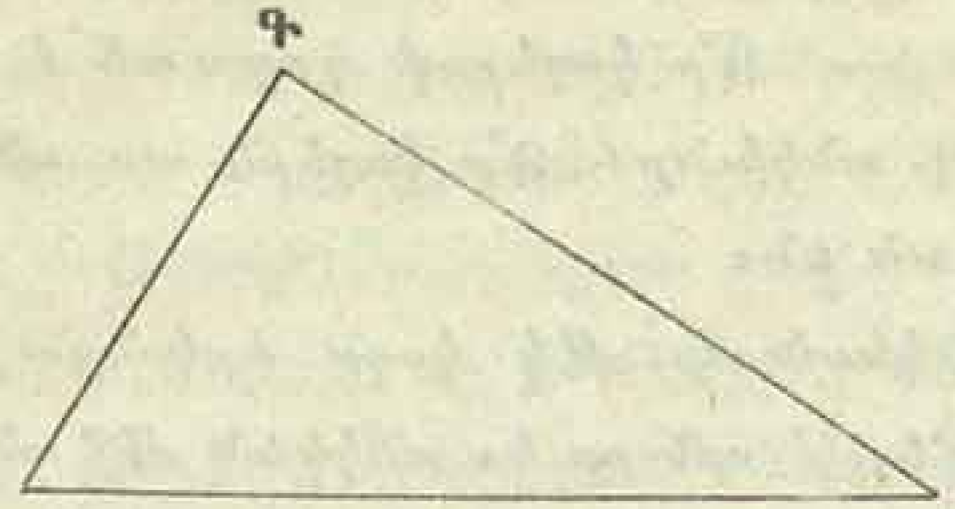
Երեքանկեան ամէն մէկ կողն երկընցուր դէպ ի երկու կողմ. ասով քանի՞ արտաքին անկիւններ կազմուած կ'ըլլան: Ի՞նչ յատկութիւն ունին աս անկիւնները երկու երկու: Ցուցուր ամէն մէկ արտաքին անկեան վերաբերող ներքին կայուն ու երկու հակակայ անկիւնները:

2. Երեքանկեան կողերը:

57. Ամէն երեքանկեան մէջ երկու կողերը միատեղ առնելով՝ մէկալ երրորդ կողէն մեծ է:

Աս նախադասութիւնն ինք իրեն յայտնի է. վասն զի

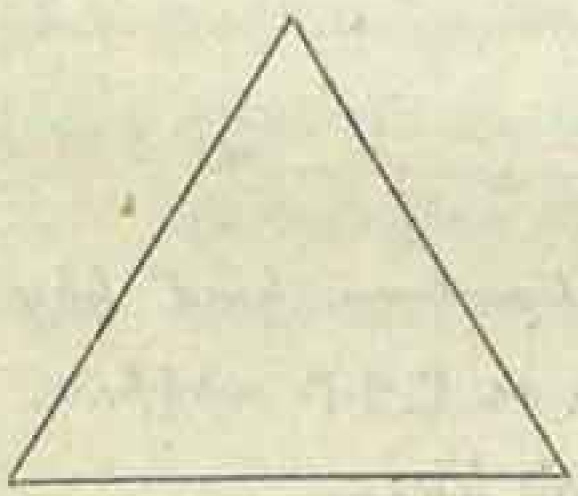
Ձեւ 44.



ԱԳին եւ ԳԲին վրայէն (Ձեւ 44) պտըտելով Աէն մինչեւ Բ գալը՝ տուղին աւելի երկայն է քան թէ դէպ ի ԱԲ տանող շիտակ ճամբան։

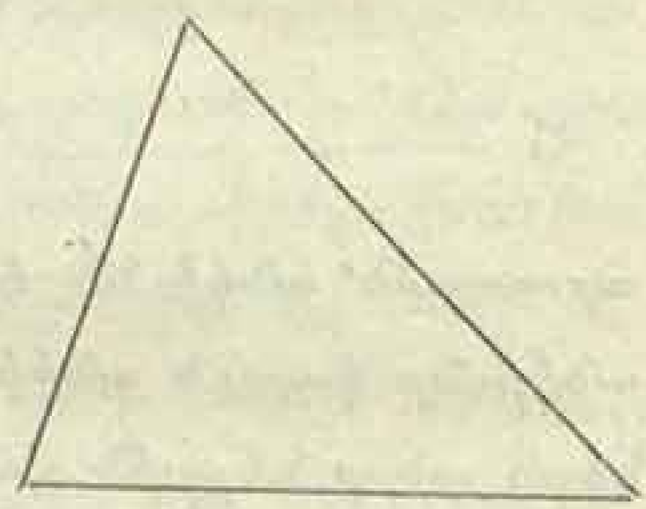
58. Կողերուն նայելով՝ երեք տեսակ երեքանկիւն կայ. հաւասարակող (Ձեւ 45) ուր որ երեք կողերն ալ հաւասար են. հաւասարասրուն (Ձեւ 46) ուր որ միայն երկու կողերը հաւասար են, եւ անհաւասարակող (Ձեւ 47) ուր որ ամէն մէկ կողը մէկալ կողէն տարբեր է։

Ձեւ 45



Ձեւ 46.

Ձեւ 47.



Կարկինով ու կանոնով հաւասարակող եռանկիւն մը գծէ։

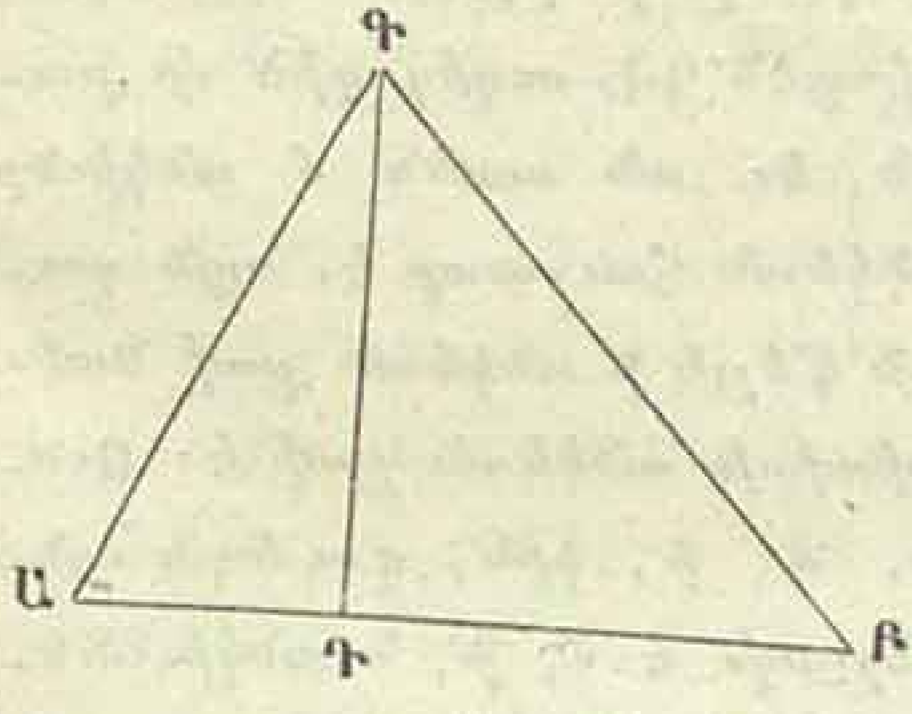
Հաւասարասրուն եռանկիւն մը գծէ։ Կրնա՞յ մարդ կարկինը, աղեղները գծելու ատեն, ըստ կամի քիչ կամ շատ բանալ։

Անհաւասարակող եռանկիւն մը գծէ։

59. Ամէն մէկ կողին վրայ կրնանք եռանկիւն մը ձեւացած մտածել, աս կողը խարիսխ կ՚ըսուի։ Անկեան

գագաթը՝ որն որ խարսխին դիմացն է, ծայր կամ գագաթն կ՚ըսուի, եւ ան ուղղաձիգ գիծը՝ որն որ ծայրէն դէպ ի խարիսխ կը քաշուի, երեքանկեան բարձրութիւնը կ՚ըսուի: Թէ որ երեւակայելու ըլլանք՝ որ ԱԲԳ (Ձեւ 48)

Ձեւ 48.



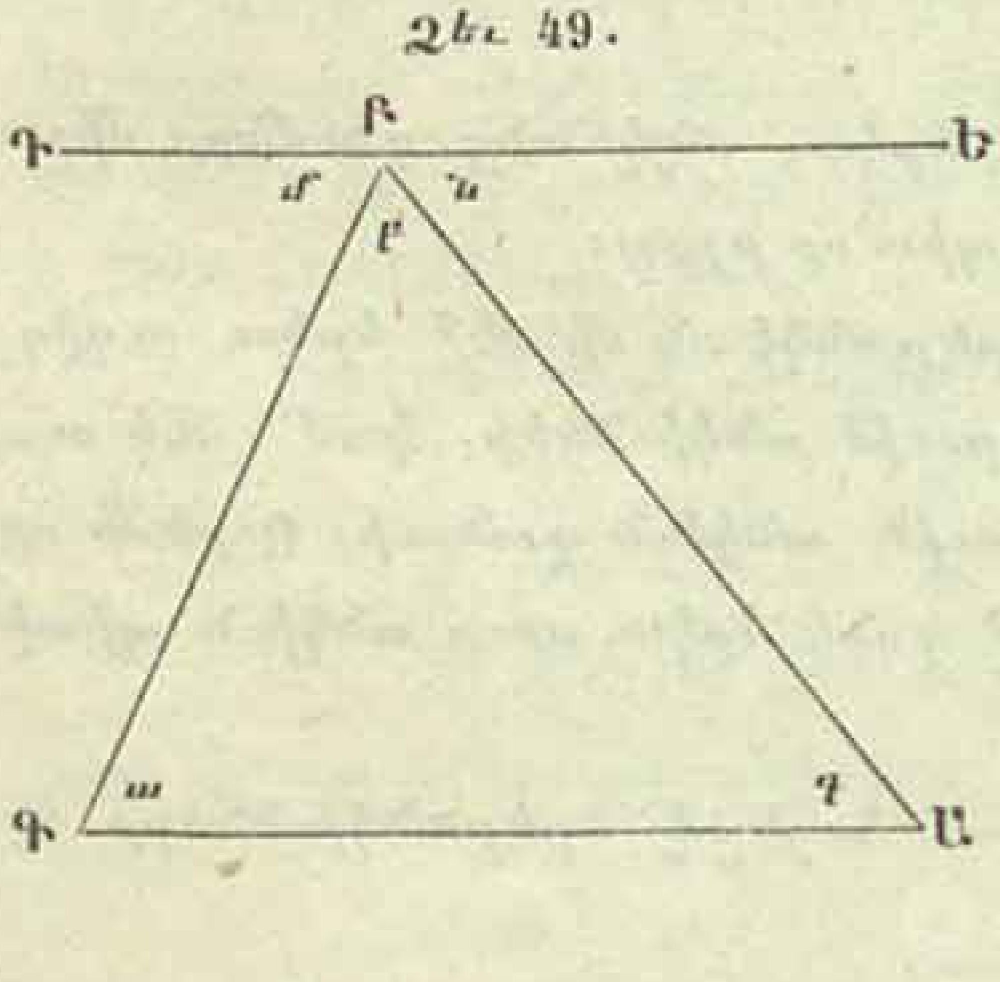
երեքանկիւնը ԱԲ կողմին վրայ կանգնուած կեցած ըլլայ, ան ատեն ԱԲը՝ խարիսխը, Գը՝ գագաթն ու ԳԴ՝ բարձրութիւնն է:

Հաւասարասրուն երեքանկեան մէջ միշտ երրորդ տարբեր կողը իբրեւ խարիսխ կ՚առնուի. երկու հաւասար կողերը երեքանկեան սրունները կ՚ըսուին: — Ցուցուր Ձեւ 46ին մէջ խարիսխը, գագաթն ու սրունները:

3. Երեքանկեան անկիւնները:

60. Թէ որ մարդ այլեւայլ եռանկիւններ գծէ, ամէն մէկուն ներքին անկիւնները փոխադրելով չափէ ու նոյները գումար ընէ, ան ատեն ամէն երեքանկեան վրայ 180° կ՚ելլէ գումարը, գուցէ աստիճան մ՚աւելի կամ պակաս, որն որ չափելու ատեն պատահած անճշդութենէն եղած է: Բայց

Ձեւ 49.



կրնանք պարզ կերպով մ՚ալ ընդհանրապէս ցուցընել՝ որ ԱԲԳ եռանկեան երեքներքին անկեանց գումարը (Ձեւ 49) պէտք է, որ ճշդիւ 180° ըլլայ:

ա, բ, գ անկիւններուն գումարը գծագրութեամբ գտնելու համար՝ պէտք է զամէնքըն ալ իրարու քով նոյն գագաթան բոլորտիքը բերել: Գնենք՝ որ աս հասարակաց գագաթը Բն ըլլայ: Բ անկիւնն արդէն անոր մէջն է. որպէս զի բին քովը անկիւն մ'ունենանք՝ որն որ ային չափ ըլլայ, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ Բին վրայէն ԴԵ ուղիղ գիծ մը քաշել ԱԳին զուգահեռական, եւ ան ատեն դ անկիւնը իբրեւ փոխ անկիւն ա անկեան հաւասար է. Նոյն զուգահեռական գծով երեւան կ'ելլէ բ անկեան քով նաեւ ե անկիւնը՝ որն որ իրեն գ փոխ անկեան չափ է: Ուստի ան երեք անկիւններուն, ա, բ, գին, գումարն այնչափ պէտք է՝ որ ըլլայ, ինչչափ է դ, բ, ե անկիւններուն գումարը: Բայց կրնանք աս վերջի գումարն որոշ գիտնալ՝ առանց անկիւններն իրօք չափելու. դ, բ, ե անկիւնները, որովհետեւ ուղիղ գծի մը մէկ կողմը կը գտնուին՝ միեւնոյն գագաթան բոլորտիքը իրարու քով, ամէնքը մէկէն առնելով՝ ճիշդ երկու ուղիղ անկիւն կամ 180° կը պարունակեն: Ուստի նոյնչափ պիտ'որ ըլլայ նաեւ ա, բ, գ անկեանց գումարը:

Ուրեմն ամէն երեքանկեան մէջ երեք ներքին անկեանց գումարն երկու ուղիղ անկիւն կամ 180° կ'ընէ:

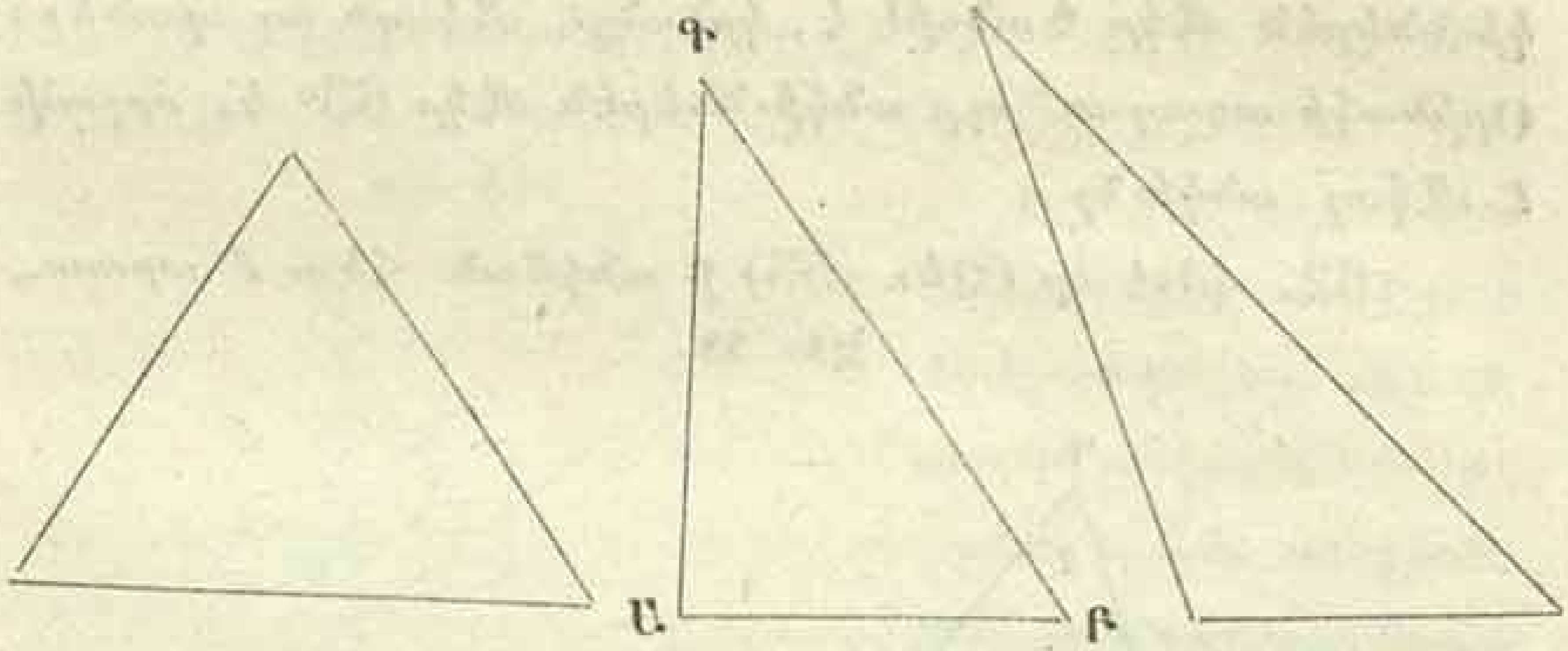
61. Աս կարեւոր նախադասութենէն յառաջ կու գայ.

Ա. Երեքանկեան երկու անկեանց գումարը միշտ հարկաւ 180°էն պզտիկ պիտ'որ ըլլայ:

Կրնա՞յ ըլլալ՝ որ երեքանկեան մը մէջ երկու ուղիղ անկիւններ, կամ երկու բութ անկիւններ, կամ մէկ ուղիղ անկիւն եւ մէկ բութ անկիւն գտնուի: Ուրեմն որ եւ իցէ երեքանկեան մէջ գոնէ երկու սուր անկիւն պիտի գտնուի:

Ուստի **անկիւններուն նայելով՝** երեքանկիւնները կը զանազանին Սրանկիւն երեքանկիւն (Ձեւ 50), ուր որ երեք անկիւններն ալ սուր են. Ուղղանկիւն երեքանկիւն (Ձեւ 51), ուր որ մէկ ուղիղ անկիւն ու երկու սուր անկիւններ կան, եւ վերջապէս՝ Բթանկիւն երեքանկիւն (Ձեւ 52), ուր որ մէկ բութ եւ երկու սուր անկիւններ կան:

Ձեւ 50. Ձեւ 51. Ձեւ 52.



Ուղղանկիւն երեքանկեան մը մէջ ԲԳ կողը՝ որն որ ուղիղ անկեան դիմացը կը կենայ՝ Ներքնաձիգ (hypoténuse) կ'ըսուի. մէկալ երկու կողերը ԱԲ եւ ԱԳ, որոնք ուղիղ անկիւնը կը գոյեն, Էջք (Cathète) կ'ըսուին:

Բ. Թէ որ երեքանկեան մը երկու անկիւնները՝ 180°էն հանուած ըլլուին, միշտ երրորդ անկիւնը կ'աւելնայ: Ուստի թէ որ երեքանկեան մը երկու անկիւնները ծանօթ են, անկէ կրնանք դիւրաւ երրորդ անկիւնը գտնել: Օրինակի աղագաւ՝ անկիւններուն մէկը 54° է, երկրորդը՝ 68°, ան ատեն իրենց գումարը 122° է, ուստի երրորդ անկիւնն է 180° — 122° = 58°:

Երեքանկեան մը երկու անկիւններն են.

1. 37° ու 71°
2. 50° 48′ ու 17° 39′,
3. 45° 32′ 18″ ու 62° 8′ 53″,

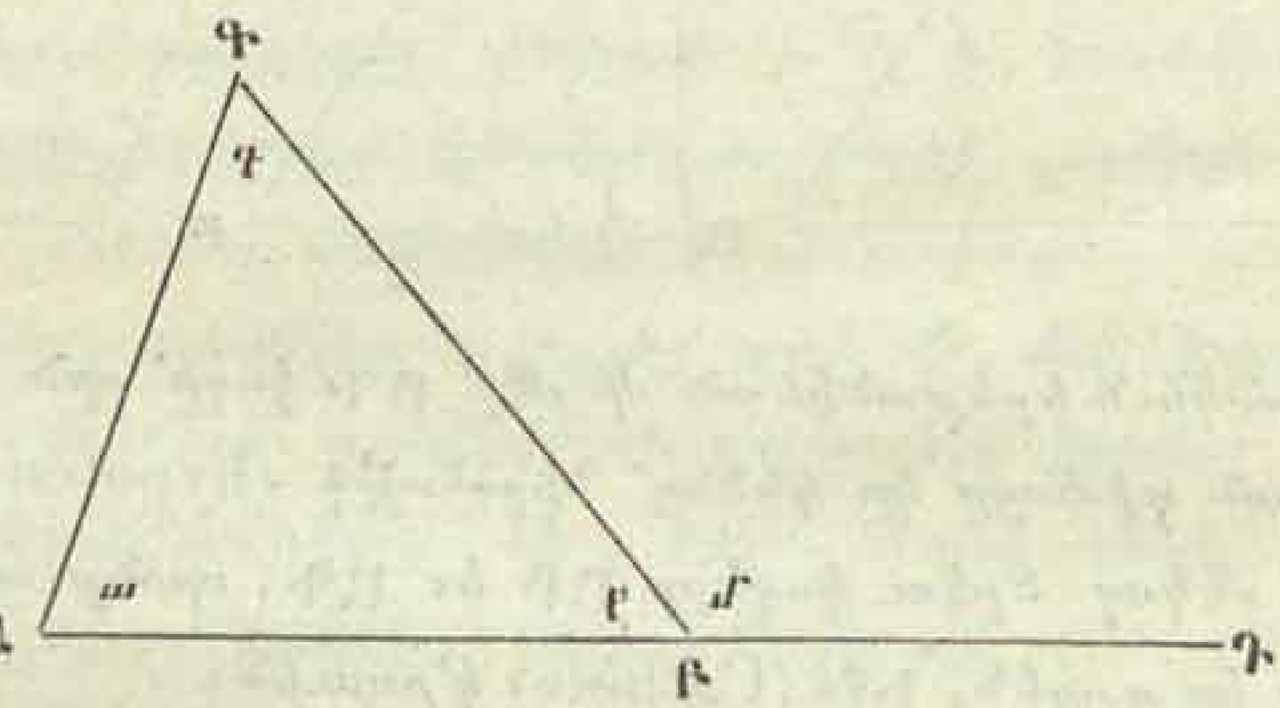
արդ ո՞րչափ է երրորդ անկիւնը:

Գ. Թէ որ եռանկեան մը երկու անկիւնները ուրիշ եռանկեան մը երկու անկիւններուն հաւասար են, ան ատեն նաեւ ան առջի եռանկեան երրորդ անկիւնը՝ երկրորդ եռանկեան երրորդ անկեան հաւասար է:

Դ. Ուղղանկիւն եռանկեան մը մէջ երկու սուր անկեանց գումարը հաւասար է 90° ի: Ուստի թէ որ սա անկիւններէն մէկը ծանօթ է, կրնանք մէկալն ալ գտնել: Օրինակի աղագաւ՝ սուր անկիւններէն մէկը 63° է, ո՞րչափ է մէկալ անկիւնը:

62. Թէ որ (Ձեւ 53) բ անկեան հետ մ արտա-

Ձեւ 53.



քին անկիւնը իբրեւ առընթերակայ անկեան գումարի, ան ատեն 180° կ'ունենանք. բայց նոյն գումարը այսինքն 180° կ'ունենանք, թէ որ բ ին հետ երկու անկիւնները ա եւ գ գումարենք: Անոր համար՝ պէտք է որ արտաքին անկիւնը մ այնչափ ըլլայ՝ որչափ է ա եւ գ մէկտեղ առնելով:

Ուրեմն եռանկեան մէկ արտաքին անկիւնը՝ երկու ներքին հակակայ անկիւններուն գումարին հաւասար է:

Ասկից կը հետեւի միանգամայն, որ արտաքին անկիւն մը միշտ ներքին հակակայ անկիւնէն մեծագոյն է:

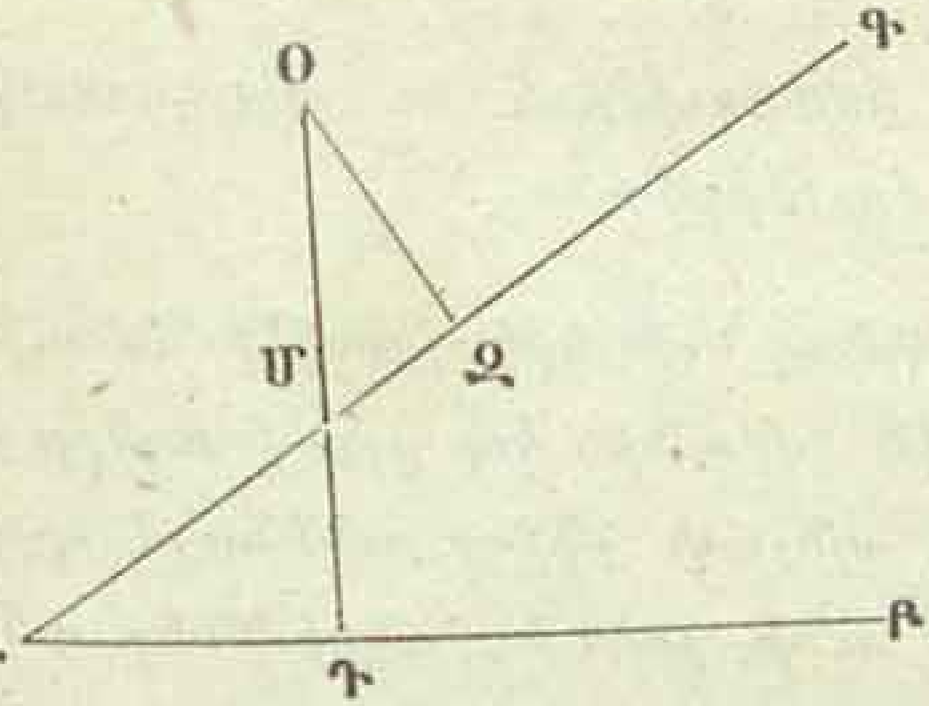
Ո՞րչափ է եռանկեան մը արտաքին անկիւնը, երբ որ երկու ներքին հակակայ անկիւնները 38° 35′ 28″ ու 69° 18′ 46″ են:

Երեքանկեան մը արտաքին անկիւնը 86° է, ու ներ-քին հակակայ անկեան մէկը 57° 48′ է. որչափ է նոյն երեքանկեան մէկալ երկու անկիւններէն ամէն մէկը։

Թէ որ երեքանկեան ամէն մէկ ծայրը մէյ մէկ ար-տաքին անկիւն աւելցուի, աս արտաքին անկեանց գու-մարն որչափ կ'ըլլայ։

63. Ենթադրենք որ առջևնիս ունինք ԲԱԳ ան-կիւնը (Ձեւ 54) ու O կէտէն քաշենք OԴ ⊥ ԱԲ եւ OԶ ⊥ ԱԳ գծերը. ան ա-տեն OՄԶ ու ԱՄԴ երեքանկեանց մէջ Զ ու Դ անկիւններն ի-բրեւ ուղիղ անկիւն-ներ ու Մին վրայ եղած անկիւններն իբրեւ գագաթման անկիւն-ներ իրարու հաւասար են. անոր համար 61, գ.ին համեմատ՝ նաեւ O ու Ա երրորդ անկիւնները պէտք է որ իրարու հաւասար ըլլան։

Ձեւ 54.



Ուրեմն ըսէ որ անկեան մը սրունքներուն վրայ անկեց դուրս եղող կէտէ մը ուղղա-հայեաց գծեր քաշենք, ան ատեն ուղղահայեաց գծերէն շինուած անկիւնը՝ յառաջուընէ առ-ջինիս ունեցած անկեան հաւասար է։

Ձեւ 55.

64. Եթէ ԲԱԳ բթան-կեան երեքանկեան մէջ (Ձեւ 55) կողերէն մէկը, որոնք բութ անկիւնը կը շինեն, իբրեւ խարիսխ առնունք, օ-րինակի աղագաւ՝ ԱԲ կողը, ան ատեն ծայրէն դէպ ի

խարիսխին քաշուած ուղղաձիգը չիկրնար երեքանկեան մէջն իյնալ, վասն զի այլապէս բութ եւ ուղիղ անկիւնով երեքանկիւն մը կ'ունենայինք, որն որ անկարելի է. ուրեմն ԳԴ բարձրութիւնն երեքանկիւնէն դուրս պիտ'որ իյնայ ու ԱԲ խարիսխը ԱԷն դուրս պէտք է երկընցուիլ:

Գծէ սրանկիւն, բթանկիւն եւ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը ու անոնց կարելի բարձրութիւնները. եւ ետքը ցուցուր ամէն դէպքերը զորոնք կրնան ունենալ նկատմամբ բարձրութեան դիրքը:

4. Հաւասարութիւն, նմանութիւն եւ պատշաճականութիւն:

65. Կոր գիծ մը կրնայ նոյն երկայնութիւնն ունենալ՝ զոր որ ուղիղ գիծ մ'ունի. կոր գծով եզերք ունեցող արոտ մը կրնայ այնչափ միջոց ունենալ՝ որչափ որ քառակուսի արօտ մ'ունի. չորս եզրանկիւններ ունեցող աման մը կրնայ այնչափ ջուր մէջն առնուլ՝ որչափ կլոր աման մը կ'առնու: Բոլոր աս դէպքերուն մէջ մեծութիւնը կամ չափը (քանակութիւնը) նոյն է, բայց ձեւը տարբեր է: Ասոր երկու միջոցի չափեր կրնան քանակութեամբ իրարու համաձայն, բայց ձեւով տարբեր ըլլալ: Արդ երկու միջոցի չափեր, որոնք նոյն քանակութիւն ունին, ձեւով համաձայն ըլլան կամ չըլլան, հաւասար կ'ըսուին:

Երկու հաւասար քանակութեանց կամ չափուց մէջ աս = հաւասարութեան նշանը կը դրուի:

66. Երկու ուղիղ գծեր միշտ նոյն ձեւն ունին՝ նաեւ երբ որ այլ եւ այլ երկայնութիւն ունենան. նոյնպէս երկու բոլորակ երկու քուէ նոյն ձեւն ունին, թէպէտ եւ քանակութեամբ տարբեր ըլլան: Ասոր միջոցի քանակութիւնները կամ չափերը կրնան՝ ձեւով միաբանիլ

թէպէտ եւ հաւասար մեծութիւն չունենան։ Երկու միջոցի քանակութիւններ՝ որոնք մի եւ նոյն ձեւն ունին, քանակութեամբ կամ մեծութեամբ իրարու հետ միաբանին կամ չմիաբանին, նման կ՚ըսուին։

Երկու նման միջոցի քանակութեանց մէջ աս ∼ նշանը կը դրուի։

67. Թէ որ երկու միջոցի քանակութիւններ թէ՛ չափով կամ մեծութեամբ եւ թէ՛ ձեւով միաբանելու ըլլան, ուստի եւ չէ թէ միայն հաւասար, հապա նաեւ նման ըլլալու ըլլան, ան ատեն պատշաճական կ՚ըսուին։ Երկու պատշաճական միջոցի քանակութիւններ միայն իրենց դիրքը կրնան իրարմէ զանազանուիլ, եւ պէտք է որ մէկը մէկալին տեղ դրուած ատեն՝ բոլոր իրենց տարածութեամբն իրարու վրայ իյնան, այսինքն իրար կատարելապէս ծածկեն։

Երկու պատշաճական միջոցի քանակութեանց մէջ թէ հաւասար եւ թէ նման ըլլալնուն համար աս ≅ նշանը կը դրուի։

Ինչ որ հոս հաւասարութեան, նմանութեան ու պատշաճականութեան վրայ ըսուեցաւ, նաեւ երեքանկիւններու համար, կ՚արժէ։

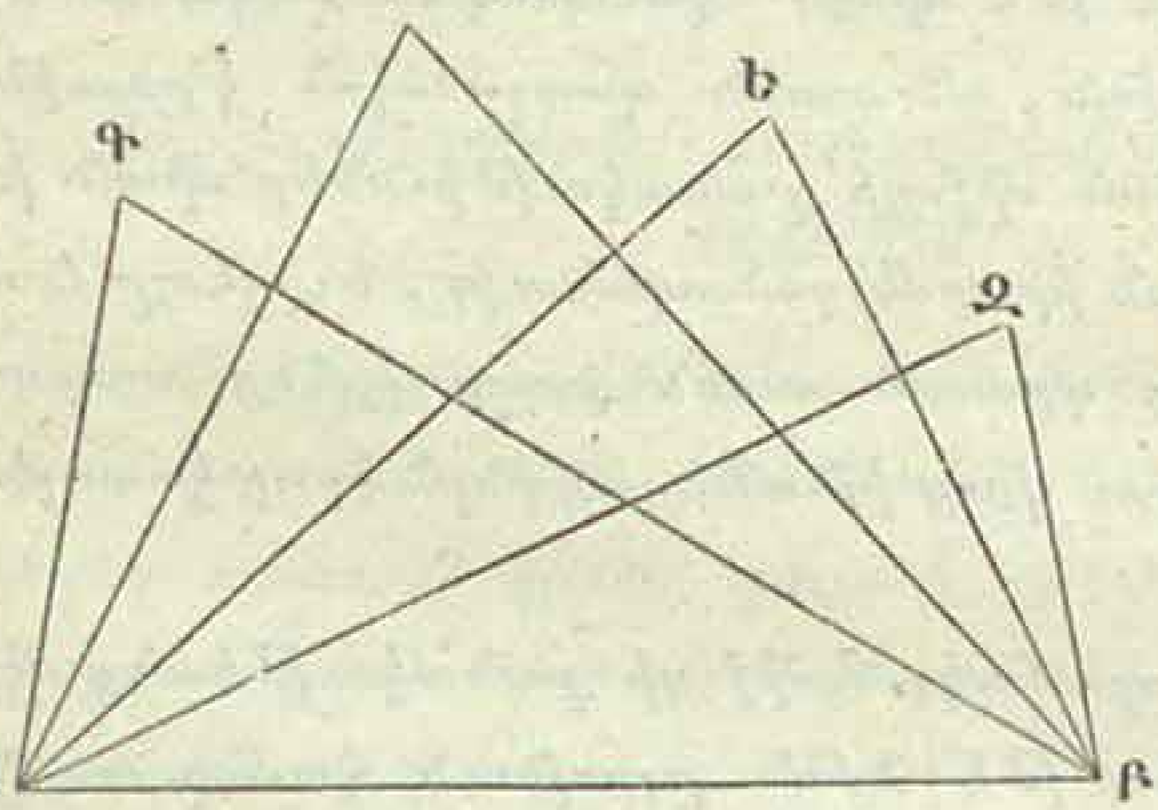
3. Երեքանկիւններ կազմելու կերպը։

68. Որպէս զի երեքանկիւնի մը թէ քանակութեամբը եւ թէ ձեւովը որոշ գծուի, հարկաւոր չէ՝ որ անոր վեց կազմիչ մասունքն ալ, այսինքն երեք կողերն ու երեքանկիւնները մէկէն գիտցուած ըլլայ։ Արդէն ան նախադասութենէն, որ երեքանկեան մը երկու անկիւնները ծանօթ եղած ատեն՝ երրորդ անկիւնն ալ որոշ կ՚ըլլայ, կրնայ հասկցուիլ՝ որ երեքանկեան մը կազմիչ մասերը գուցելու ատենին՝ կրնանք երրորդ անկիւնը

գանց ըլլալ, եւ ասանկով բաւական է միայն հինգ կազմիչ մասերը գուրցել: Բայց եւ ոչ ալ հինգ կազմիչ մասունքը մէկէն հարկաւոր են երեքանկիւն մը որոշ գտնելու համար. կրնանք՝ ինչպէս առջէն պիտ'որ ցուցուի, հասարակօրէն երեք ծանօթ կազմիչ մասերով ալ ամբողջ որոշ երեքանկիւն մը գծել:

Մինակ մէկ կող մը բաւական չէ երեքանկիւն մը որոշ գտնելու համար, ինչպէս Ձեւ 56էն կրնանք իմանալ որովհետեւ ԱԲ կողը կրնայ թէ ԱԲԳ, թէ ԱԲԴ, թէ ԱԲԵ, թէ ԱԲԶ երեքանկեան կող ըլլալ եւ միանգամայն նոյն երեքանկիւնները թէ ձեւով եւ թէ քանակութեամբ իրարմէ եապէս տարբեր ըլլալ:

Ձեւ 56.



Դարձեալ երեքանկիւն մը որոշ չիգտնուիր՝

Ա. թէ որ միայն մէկ անկիւն մը ծանօթ է,

Բ. թէ որ կող մը եւ անկիւն մը ծանօթ է,

Գ. թէ որ երկու կող ծանօթ են,

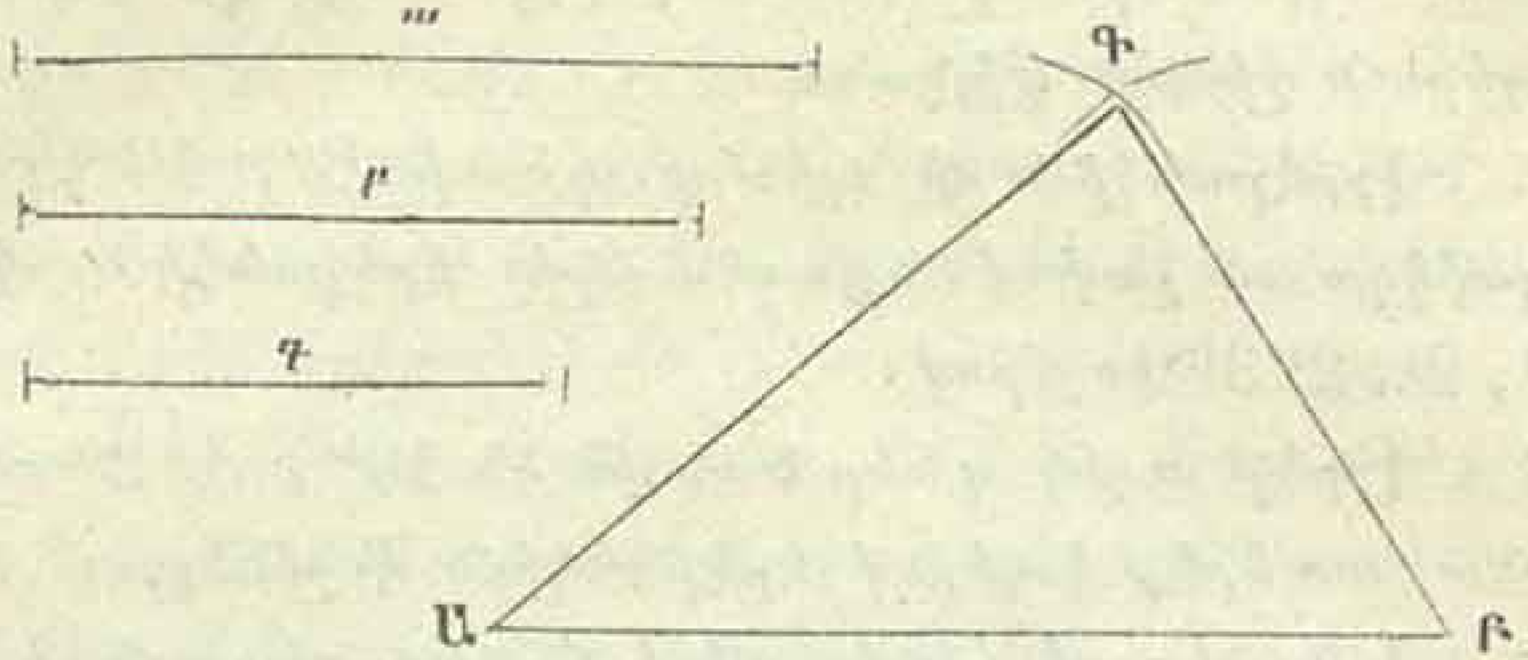
Դ. թէ որ երկու անկիւն ծանօթ են, որով երրորդն ալ ծանօթ կ'ըլլայ:

Աս բաւածներուն ուղղութիւնը յարմար գծագրութիւններով պէտք է տեսանելի ըլլալ:

69. Երեք որոշ կողերով՝ որոնցմէ երկուքն երրորդէն մեծագոյն է, կրնանք բոլորովին որոշ երեքանկիւն մը կազմել:

Դնենք՝ թէ (Ձեւ 57) ա, բ, գ երեք կողերու երկայնութիւններն ըլլան: Աս երեք կողերով երեքանկիւն մը շինելու համար՝ կը քաշենք ԱԲ = ա, Աին վրայէն բ

Ձեւ 57.



կէս տրամագծով ու, Բէն ալ նոյնպէս գ կէս տրամագծով աղեղներ կը գծենք, որոնք Գին վրայ իրար կը կտրեն։ Արդ՝ ԱԳը եւ ԲԳը գծելով՝ կ'ըլլէ ուզուած երեքանկիւնը ԱԲԳ։

Թէ որ հոս աղեղները Աէն ու Բէն դէպ ի վար կազմելու ըլլայինք, կամ բ կէս տրամագծով աղեղը Բէն, ու գ տրամագծով աղեղը Աէն գծելու ըլլայինք, անանկ երեքանկիւններ կ'ունենայինք՝ որոնք թէպէտ դրիւք վերը քաշուած երեքանկիւնէն տարբեր են, բայց ձեւով եւ քանակութեամբ (մեծութեամբ) անոր հետ բոլորովին համաձայն են եւ ասանկով երկրաչափական նկատմամբ մի եւ նոյն երեքանկիւնն են։

Ուրեմն երեք կողով մինակ մէկ երեքանկիւն կրնայ շինուիլ որոշ ձեւով ու քանակութեամբ։ Թէ որ ա, բ, գ կտորներով երկրորդ երեքանկիւն մ'ալ գծելու ըլլանք, սա երեքանկիւնն առջի ԱԲԳ երեքանկիւնէն միայն դիրքով կը զանազանի. քանակութիւնն ու ձեւը երկուքինն ալ նոյն է, անանկ՝ որ եթէ զատենք հաւասար կողերով վրայէ վրայ դնենք, կատարելապէս իրար կը գոցեն. ուստի երկու երեքանկիւնն ալ պատշաճական կամ համեմատ է։

Ասոր նէ որ երեքանկեան մը երեք կողերը ուրիշ երեքանկեան մը երեք կողերուն հաւասար են, ան ատեն սա երչու երեքանկիւնները պատշաճական կամ համեմատ են, ու պէտք է՝ որ անկիւններն ալ հաւասար ըլլան՝ որոնք հաւասար կողերուն դիմացը կ՚կենան։

Երեքանկիւն մը պիտ՚որ գծուի 8'', 10'', 11'', պզտիկցուած չափով. նոյնպէս ուրիշ երեքանկիւն մը 1' 2'', 2', 2' 3'' կողերով։

Երեք ուղիղ գծեր ծանօթ են 10'', 1' 2'' ու 2'. ջանա աս երեք կողերով երեքանկիւն մը շինելու։

Ի՞նչպէս պիտ՚որ կազմուի հաւասարասրուն երեքանկիւն մը՝ որուն խարիսխն ու մէկ սրունք ծանօթ է։ Ի՞նչպէս պիտ՚որ կազմուի հաւասարակող երեքանկիւն մը՝ որուն մէկ կողը ծանօթ է։

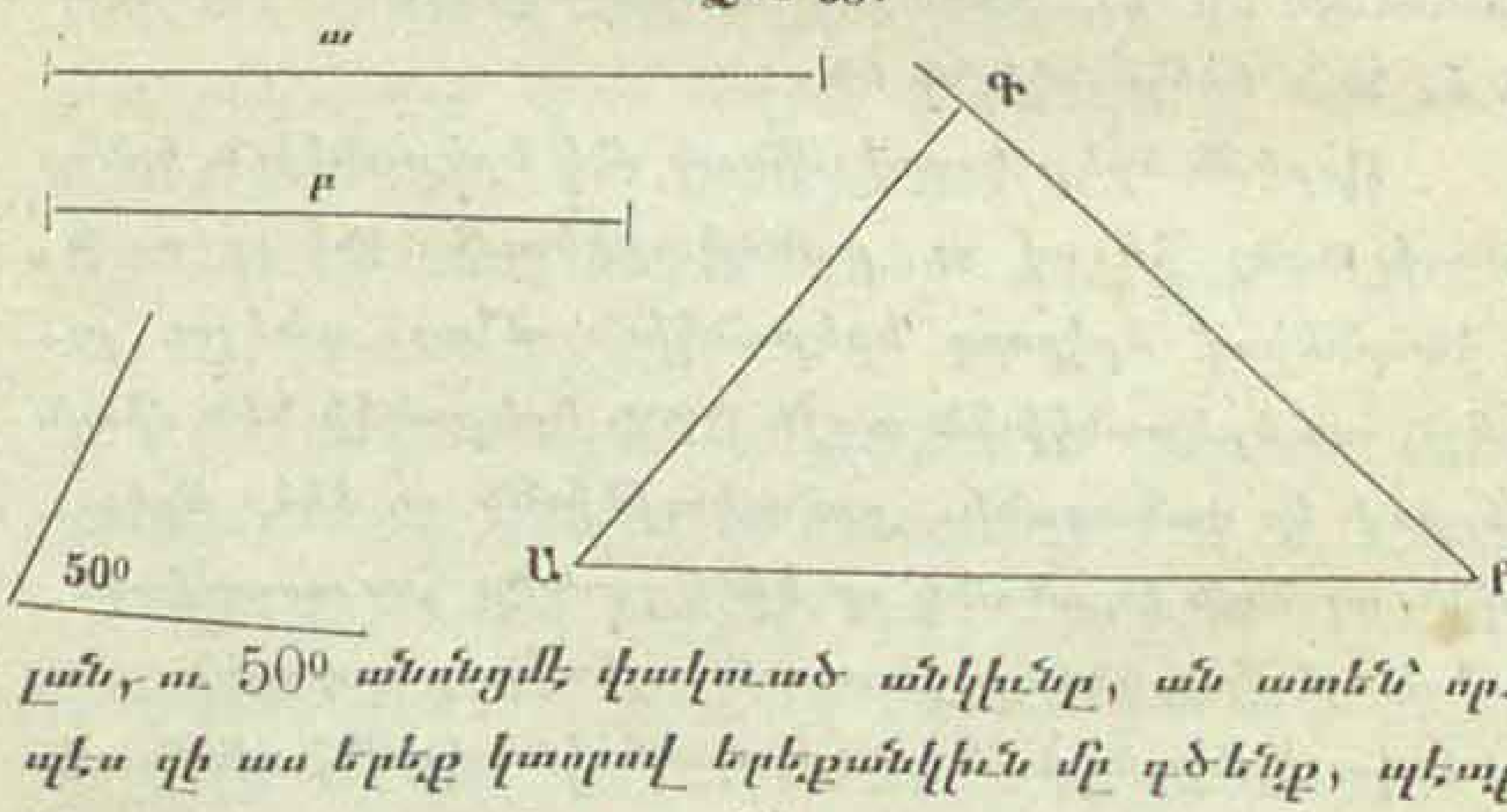
Գծէ հաւասարասրուն երեքանկիւն մը՝ որուն խարիսխը 2' 4'' ու սրունք 1' 10'' է։

Շինէ հաւասարակող երեքանկիւն մը՝ որուն կողը 1' 5'' է։

70. Երկու կողեր եւ անոնցմէ փակուած անկիւնն երեքանկիւն մը կատարելապէս կ՚որոշեն։

Գտնենք՝ որ ա եւ բ (Ձեւ 58) ծանօթ կողերն ըլ-

Ձեւ 58.



լան, ու 50⁰ անոնցմէ փակուած անկիւնը, ան ատեն՝ որպէս զի աս երեք կտորով երեքանկիւն մը գծենք, պէտք ենք նախ անկիւն մը Ա = 50⁰ գծել, ետքը անոր սրունքներուն վրայ անծանօթ ա եւ բ կողերը մինչեւ Բ ու Գ.

երկրնցընել եւ անկէ ետքն ալ ԲԳը քաշել. արդ՝ ԱԲԳն ան երեքանկիւնն է՝ որն որ ծանօթ երեք կտորն իր մէջը կը բովանդակէ։ Ուրիշ որ եւ իցէ երեքանկիւն՝ որն որ նոյն երկու կողերով եւ նոյնչափ փակուած անկիւնով մը կը կազմուի, պէտք է որ թէ ձեւով եւ թէ քանակութեամբ ԱԲԳ երեքանկեան հետ համաձայն ըլլայ, ու հաւասար կտորները վրայէ վրայ ԱԲԳին վրայ դնելով, պէտք է որ ԱԲԳ երեքանկիւնը կատարելապէս գոցէ։

Ուստի թէ որ երկու երեքանկեան մէջ երկու կողեր ու անոնցմէ փակուած անկիւնը թէ մէկուն եւ թէ մէկալին մէջ հաւասար են, ան ատեն երկու երեքանկիւններն ալ պատշաճական են, եւ պէտք է՝ որ մնացած մասունքն ալ թէ հոն եւ թէ հոս իրարու հաւասար ըլլան։

Գծէ երեքանկիւն մը 7″ եւ 11″ կողերով՝ որոնք 62° փակեն։

Երկու ուղիղ գծեր կան, 1′ 7″ ու 1′ 2″. ասոնցմով երեքանկիւն մը գծէ՝ որուն մէջ ան երկու, ծանօթ կողերով փակուած անկիւնն 1) 45°, 2) 82° ունենայ։

Ինչպէս պիտ՚որ շինուի ուղղանկիւն երեքանկիւն մը՝ որուն երկու էջերը ծանօթ են։

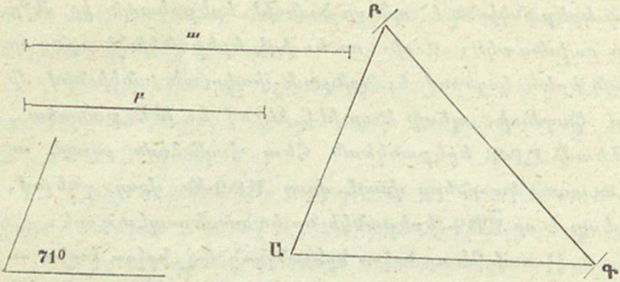
Ուղղանկիւն երեքանկիւն մը պիտ՚որ շինուի՝ որուն էջերն 2′ 2″ ու 2′ 6″ են։

Գծէ հաւասարասրուն եւ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը՝ որուն մէջ մէկ էջն 2′ ունենայ։

71. Երկու կողեր ու հակակայ անկիւն մը կատարելապէս երեքանկիւն մը կ՚որոշեն՝ թէ որ աս անկիւնն երկու կողերէն մեծագոյնին դիմացը կը կենայ։

Դնենք՝ որ (Ձեւ 59) ա ու բ երկու ծանօթ կողերն ըլլան, անանկ՝ որ ա > բ ըլլայ. մեծագոյն կողին դիմացը կեցող անկիւնը 71° ըլլայ։ Աս կտորներով երեքանկիւն մը շինելու համար պէտք է Աին քովը 71°ի անկիւն

Ձեւ 59.



մը գծել, պէտք է ԱԲ սրունը փոքրագոյն ծանօթ քի կողին հաւասար ընել, ու ԲԷն առնելով ու մեծագոյն կողով իբրեւ կէս տրամագծով աղեղ մը քաշել՝ որն որ Ա անկեան երկրորդ սրունը՝ Գ կէտին վրայ կտրէ: Ասանկով երեք ծանօթ կտորներէն ԱԲԳ եռանկիւնը կ'ունենանք՝ որն որ բոլորովին որոշ ձեւ ու քանակութիւն ունի, այնպէս որ նոյն կտորներով շինուած որ եւ իցէ երկրորդ եռանկիւն անոր հետ պէտք է որ պատշաճական ըլլայ:

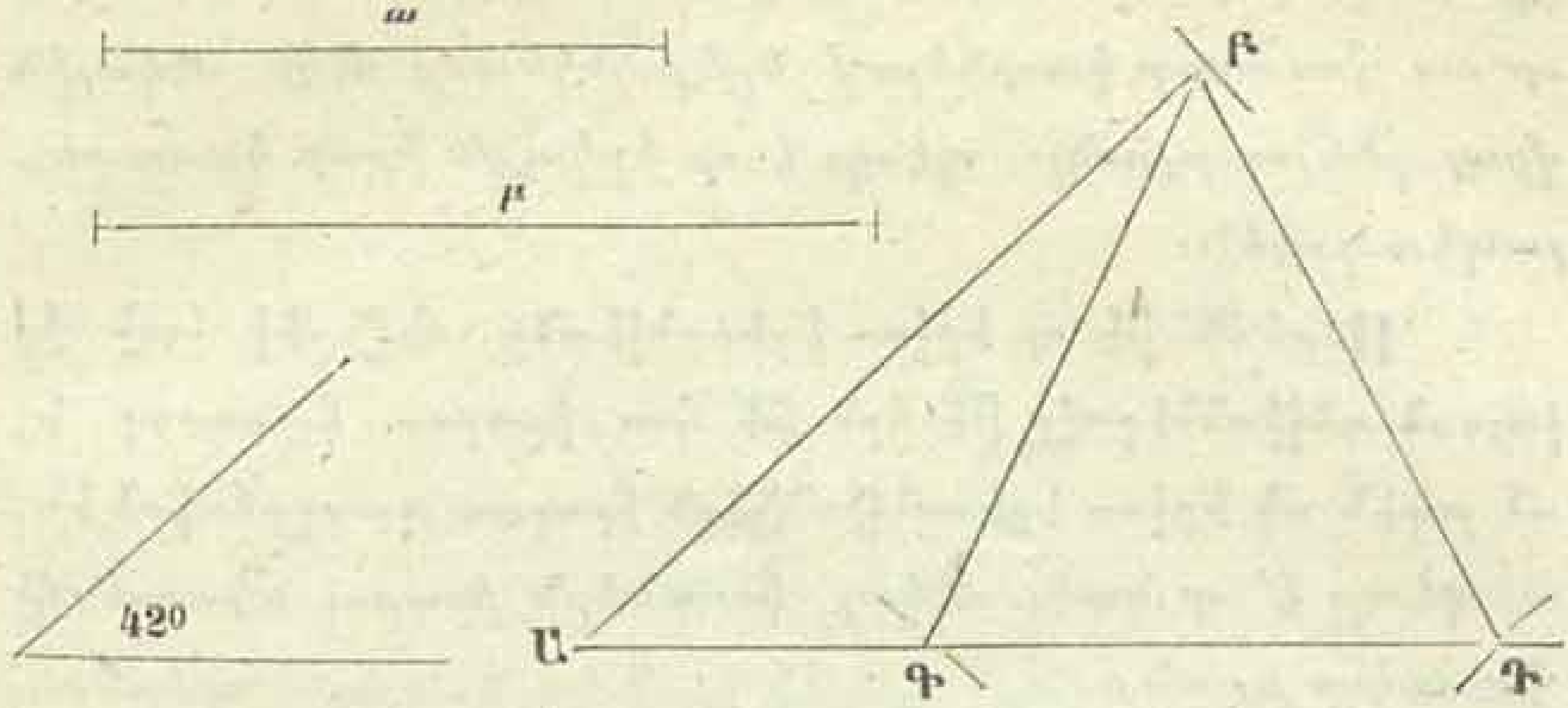
Ուստի երկու եռանկիւն պատշաճական են՝ երբ որ անոնց երկու կողերն ու մեծագոյն կողին դիմացը կեցող անկիւնը հաւասար են:

Գծէ եռանկիւն մը՝ որուն մէջ 1° ու 1′ 5″ կողեր ըլլան ու երկրորդ կողին դիմացը 76°ի անկիւն մ'ըլլայ:

Գծէ ուղղանկիւն եռանկիւն մը՝ որուն ներքնաձիգը 8″ ու մէկ էջը 6″ ըլլայ:

Երկու կողերով ու փոքրագոյն կողին դիմացը կեցող անկեամբ մը որոշ եռանկիւն մը չ'ելլեր. ինչպէս Ձեւ 60էն կ'երեւայ, ա եւ բ երկու կողերով, ուր որ ա < բ է, ու ա փոքրագոյն կողին դիմացը կեցող 42°ի անկեամբ՝ ԱԲԳ ու ԱԲԴ երկու եռանկիւն կրնանք կազ-

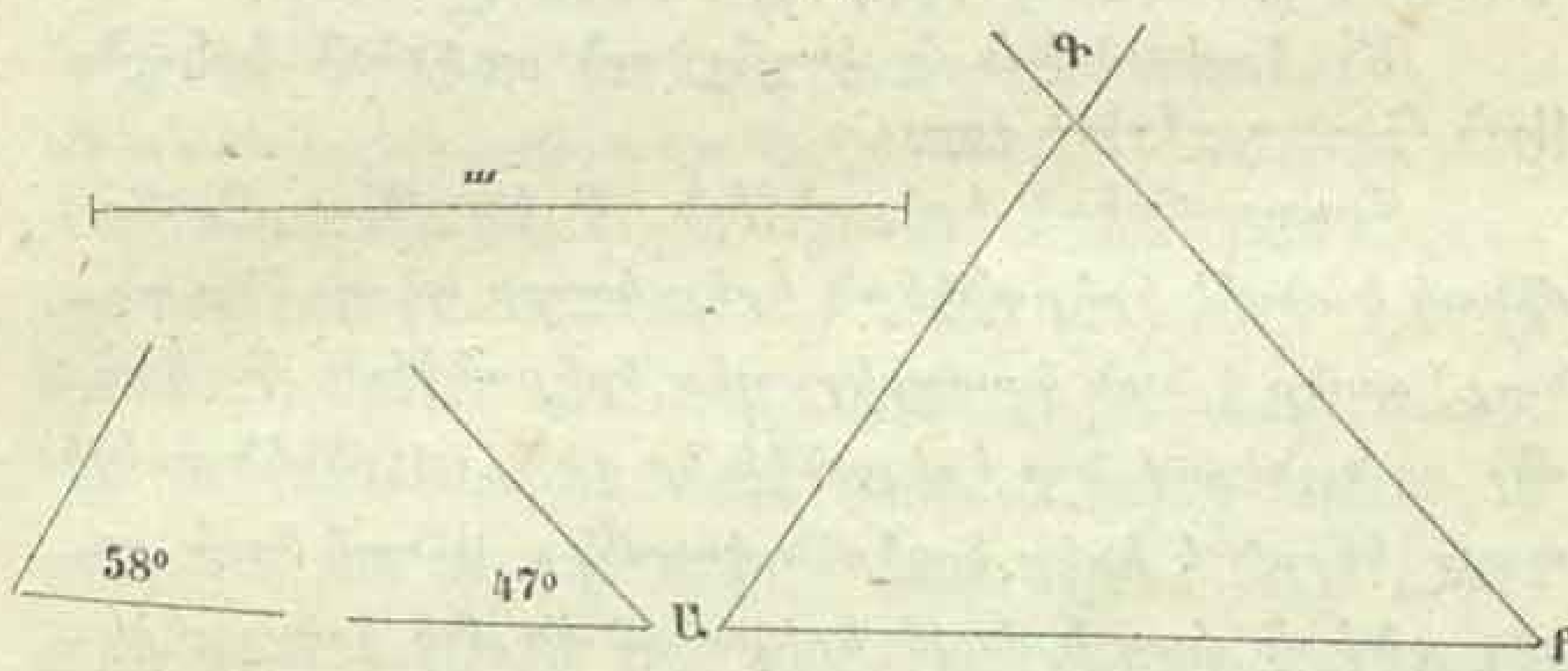
Ձեւ 60.



մել, որոնց տարբերութիւնն աչքի կը զարնէ, թէպէտ եւ երկուքն ալ ան երեք ծանօթ կտորները կը բովանդակեն։

72. Մէկ կողմ եւ անոր կայուն անկիւններովը երեքանկիւն մը կատարելապէս կ'որոշուի։

Ձեւ 61.



Թէ որ (Ձեւ 61) աը ծանօթ անկիւնն է, եւ անոր կայուն անկիւնները 58° եւ 47° են, ան ատեն քաշէ ԱԲ = ա, գծէ Աին տեղը 58°ի ու Բին տեղը 47°ի անկիւն մը. աս անկիւններուն սրունքներն իրար կը կտրեն Գին տեղը, եւ ասանկով կը ձեւանայ ԱԲԳ երեքանկիւնը՝ որն որ ան ծանօթ երեք կտորներն իրեն մէջ կը բովանդակէ։ Թէ որ նոյն կտորներով երկրորդ երեքանկիւն մը շինենք, աս երկրորդը ԱԲԳին հետ հաւասար մեծութիւն կամ (քանակութիւն) եւ հաւասար ձեւ ունենալու է. եւ թէ որ սա հաւասար կողմերով երեքանկեանց մէկը մէկալին վրայ դնելու ըլլանք, պէտք է որ երկուքն իրար կատարելապէս գային:

Ուրեմն՝ թէ որ երկու երեքանկեանց մէջ մէկ կողմն իր կայուն անկիւններովը թէ հոն թէ հոս իրարու հաւասար է, ան ատեն ան երկու երեքանկիւնները իրարու պատշաճական են, ու պէտք է՝ որ նաեւ մէկալ կողմերն իրարու նկատմամբ հաւասար ըլլան:

Գծէ երեքանկիւն մը 1′ 9″ կողով ու 69° ու 41° կայուն անկիւններով:

Գծէ 2′ կողով ու 105° եւ 75° անկիւններով երեքանկիւն մը:

Ի՞նչպէս պէտք են ըլլալ կայուն անկիւնները՝ որպէս զի կարելի ըլլայ երեքանկիւն մը կազմուիլ:

73. **Երեքանկիւն մը կազմել՝ որն որ ծանօթ երեքանկեան մը պատշաճական ըլլայ:**

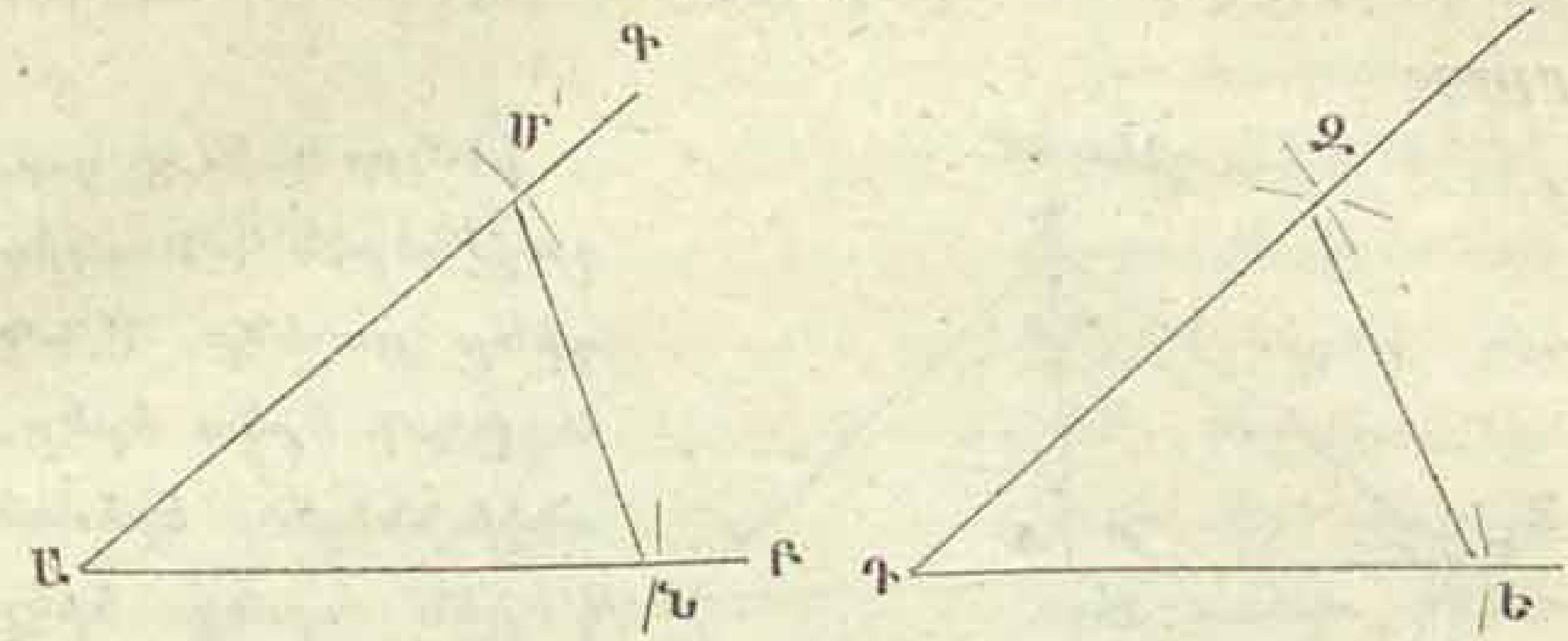
Պատշաճական երեքանկիւն մը կազմելու համար, միայն ծանօթ երեքանկեան երեք կողը պէտք ենք առնուլ՝ որոնք կրնան կատարելապէս երեքանկիւն մը կազմել ու նոյներով նոր երեքանկիւնը գծել: Ամենէն աւելի պարզ կերպն է երեք կողերէն կազմել: Ուստի նախ ուղիղ գծի մը վրայ ծանօթ երեքանկեան մէկ կողը բերելու է եւ անոր երկու ծայրէն մէկալ երկու կողերով աղեղներ գծելու է՝ որոնք իրար կտրեն. իրար կտրած տեղը՝ փնտռուած երեքանկեան երրորդ անկիւնակէտն է:

Գծէ զանազան երեքանկիւններ եւ ամէն մէկուն մէյ մէկ պատշաճական երեքանկիւն շինէ:

74. **Անկիւն մը գծել՝ որն որ ԲԱԳ ծանօթ անկեան** (Ձեւ 62) **հաւասար ըլլայ:**

Գիտենք՝ որ պատշաճական երեքանկեանց մէջ

Ձեւ 62.



հաւասար կողերուն դիմացը կեցող անկիւնները հաւասար են։ Ուստի՝ ԲԱԳ անկեան հաւասար անկիւն մ՚ունենալու համար՝ ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ սա երեքանկեան սրունները ՄՆ ուղիղ գծով կարել, անանկ՝ որ ԱՄՆ երեքանկիւն մը ելլէ, ու ետքը անոր պատշաճական երեքանկիւն մը ԴԶԵ կազմել. Դ անկիւնը պէտք է՝ որ Ա անկեան հաւասար ըլլայ։ Պարզ ընելու համար՝ առաջին երեքանկեան երկու կողերը հաւասար կ՚ենթադրենք ու ան ատեն բովանդակ լուծումը հետեւեալ կերպով կ՚ըլլայ։

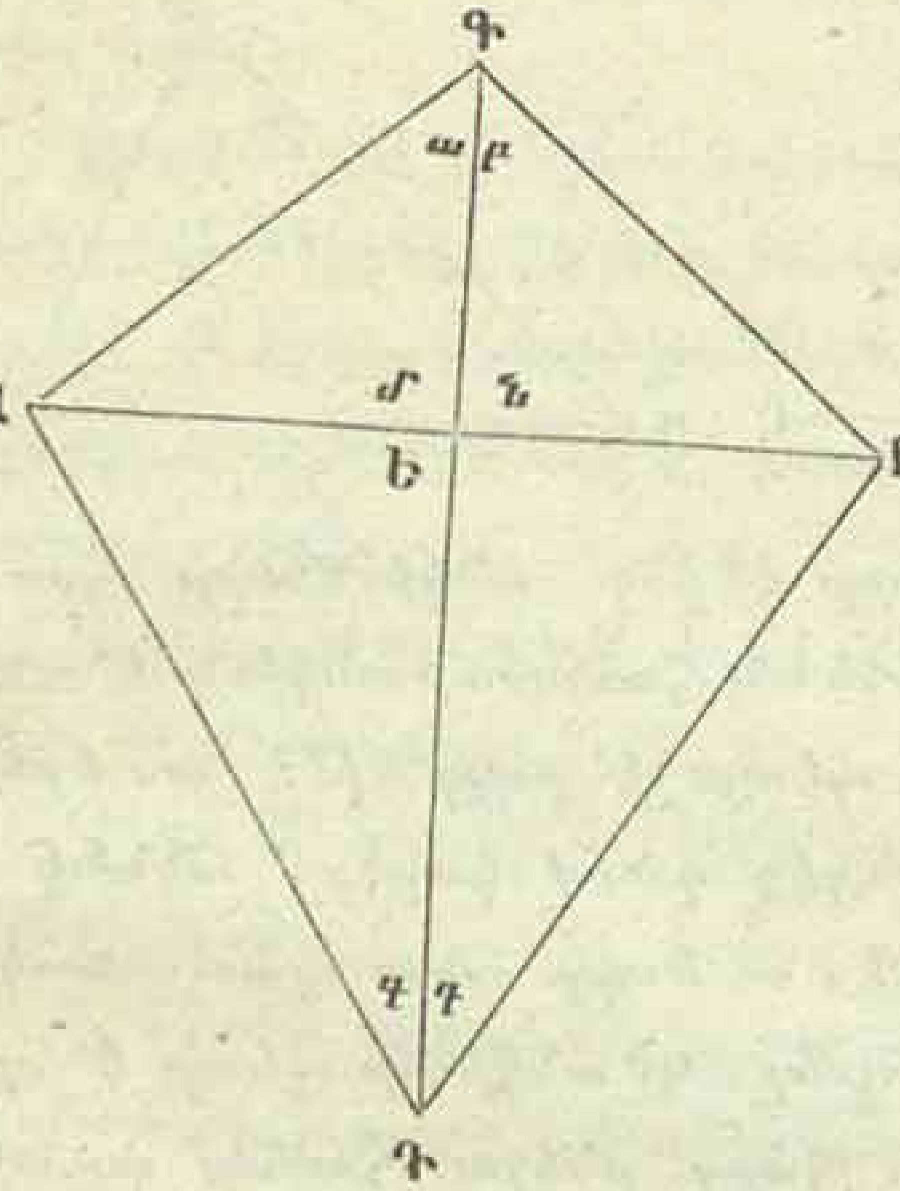
Քաշենք ԴԵ ուղիղ գիծ մը. ետքը Աէն առնելով ուզուած կէս տրամագծով աղեղ մը գծենք՝ որն որ ծանօթ անկեան սրունները Մին ու Նին տեղը կարէ. նոյն կէս տրամագծով նաեւ Դէն առնելով աղեղ մը գծելու է՝ որն որ ԴԵ ուղիղ գիծն Եին տեղը կարէ. վերջապէս՝ կարկինով ՄՆ հեռաւորութիւնն առնելու է ու Եէն ելլելով Զին տեղն ան աղեղը կարելու է, որն որ Դէն առնելով գծուեցաւ. անկէ ետքը ԴԶ գիծը կը քաշուի եւ ասանկով ԵԴԶ = ԲԱԳ անկիւնն երեւան կ՚ելլէ։

6. *Երեքանկեանց քանի մը գլխաւոր յատկութեանցը վրայ։*

75. Գտնենք որ ԱԲ խարսխին վրայ (Ձեւ 63) երկու հաւասարասրուն երեքանկիւններ ԱԲԳ ու ԱԲԴ չե-

նուած ըլլան, անանկ որ ԱԳ = ԲԳ ու ԱԴ = ԲԴ ըլլայ:

Ձեւ 63.



Թէ որ Գ եւ Դ գագաթներէն՝ ԳԴ ուղիղ գիծը քաշենք, ԱԳԴ եւ ԲԳԴ երկու եռանկիւններն երեւան կ'ելլեն՝ որոնց երեք կողերն ալ փոխփոխ իրարու հաւասար են եւ անոր համար ալ պատշաճական են: Արդ թէ որ մտածելու ըլլանք՝ որ ԱԳԴ եռանկիւնը՝ ԳԴ ուղիղ գծին բոլորտիքն այնչափ դարձած ըլլայ՝ մինչեւ ԲԳԴ եռանկեան վրայ գայ, ան ատեն թէ աս երկու եռանկիւնները եւ թէ ԱԵ ու ԲԵ գծերը կատարելապէս իրարու վրայ կ'իյնան ու պէտք է որ անկիւններն եւ գծերը, որ իրար կը ծածկեն, իրարու հաւասար ըլլան: Ուրեմն պիտ'որ ըլլայ՝

նախ՝ ա = բ ու գ = դ,

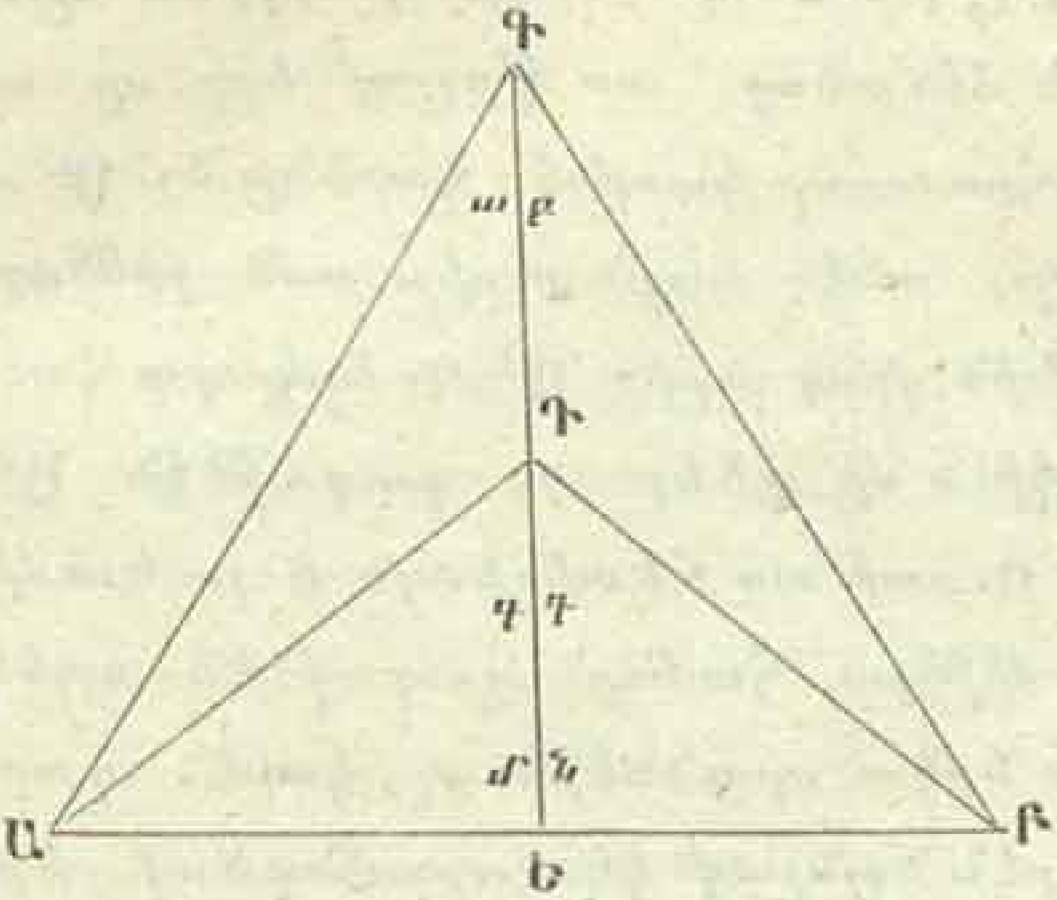
երկրորդ՝ ԱԵ = ԲԵ,

երրորդ՝ մ = ն կամ ԳԴ ⊥ ԱԲ:

Ուստի՝ Եթէ որ մէկ ուղիղ գծի վրայ երկու հաւասարասրուն եռանկիւն գծելու ըլլանք ու գագաթներէն ուղիղ գիծ մը քաշելու ըլլանք, այս գիծը կ'ընդմիջէ նախ գագաթներուն վրայ եղած անկիւնները, երկրորդ կ'ընդմիջէ հասարակաց խարիսխը, ու վերջապէս այս խարիսխին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ:

Նախընթաց Ձեւին մէջ երկու հաւասարասրուն եռանկիւնները հասարակաց խարիսխին հակառակ կողմերը կեցած են: Նոյն հետեւութիւնները կրնանք հանել

Ձեւ 64.

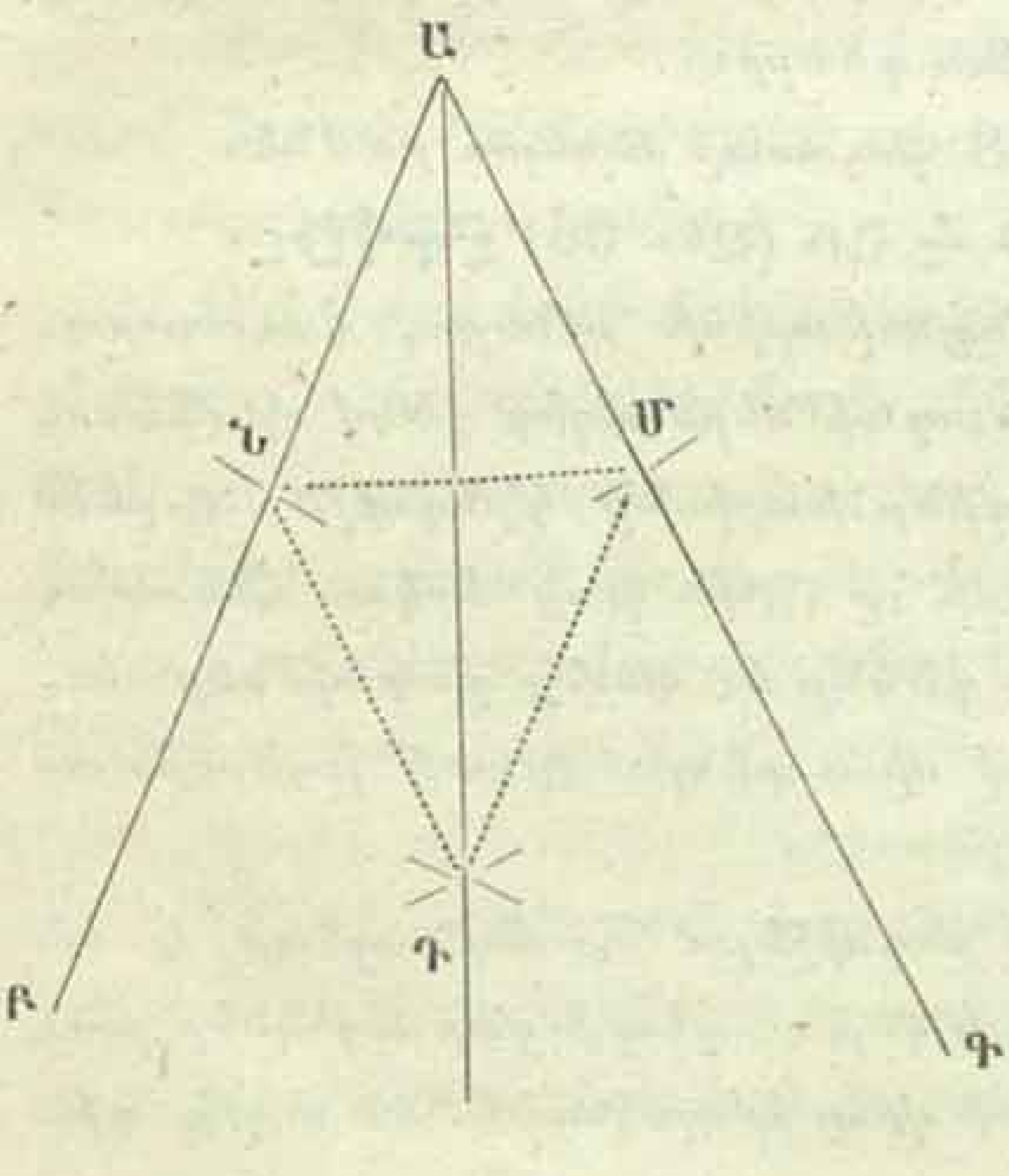


նաեւ՝ թէ որ երկու հաւասարասրուն երեքանկիւնները խարսխին մի եւ նոյն կողմը կեցած ըլլան, ինչպէս Ձեւ 64ին մէջ: Ուրեմն նոր յառաջ բերած նախադասութիւնը նաեւ ան ատեն ուղիղ է՝ երբ որ երկու հաւասարասրուն երեքանկիւնները խարսխին թէ նոյն եւ թէ իրարու հակառակ կողմերը կեցած ըլլան:

76. Վերը աւանդուած նախադասութիւնը շատ կարեւոր խնդիրներուն լուծումը կու տայ:

Տրուած ԲԱԳ անկիւնը (Ձեւ 65) ընդմիջել:

Ձեւ 65.



Թէ որ մէկը շիտակ գծի մը վրայ երկու հաւասարասրուն երեքանկիւններ գծէ ու անոնց գագաթներէն ուղիղ գիծ մը ձգէ, ան ատեն աս ուղիղ գիծը գագաթներուն քով գտնուած անկիւնները կ՚ընդմիջէ: Ուստի առաջիկայ խնդրոյն լուծմանը համար, նախ

եւ յառաջ պէտք կ'ըլլայ հաւասարասրուն երեքանկիւն
մը գծել՝ որուն մէջ ԲԱԳ ծանօթ անկիւնը իբրեւ գա-
գաթան քով անկիւն ձեւանայ. աս կ'ըլլայ՝ երբ որ ան
անկեան սրունքներէն հաւասար կտորներ կտրենք եւ Մ ու
Ն ծայրերը միացընենք. անկէ ետքն ուրիշ բան չմնար,
բայց եթէ ՄՆ խարսխին վրայ ուրիշ ՄՆԴ երկրորդ հաւ-
ասարասրուն երեքանկիւն մը գծել ու գագաթէն ԱԴ
ուղիղ գիծը քաշել: Ուստի աս հետեւեալն է լուծումը:

Անկիւն մը ընդմիջելու համար՝ գագաթէն աղեղ
մը քաշելու է՝ որն որ երկու սրունքներն ալ կտրէ. դար-
ձեալ հատման կէտերէն նոյնչափ կէս տրամագծով եր-
կու աղեղ գծելու է՝ որոնք կէտի մը վրայ իրար կտրեն.
թէ որ աս վերջին կէտէն մինչեւ անկեան գագաթն ու-
ղիղ գիծ մը քաշուի, ատով անկիւնն ընդմիջած (կէս
բաժնուած) կ'ըլլայ:

Զանազան անկիւններ գծէ եւ ընդմիջէ զանոնք:

Գծագրէ երեքանկիւն մը եւ անոր երեք անկիւն-
ներն ալ ընդմիջէ: Քանի՞ կէտերու վրայ իրար պիտ'որ
կտրեն երեք ընդմիջման գծերը:

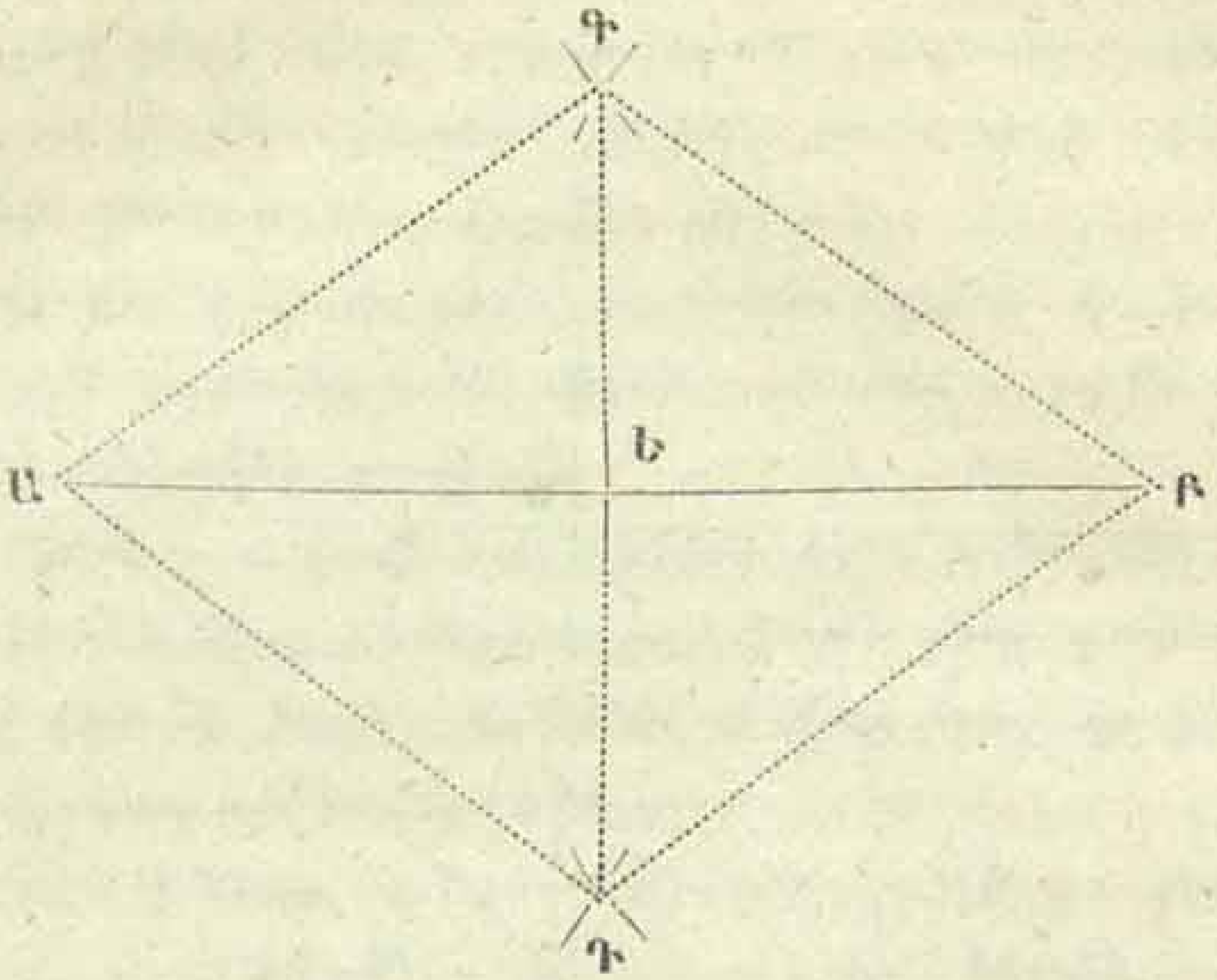
Անկիւն մը 4, 8 հաւասար մասերու բաժնէ:

77. Ուղիղ գիծ մը ԱԲ (Ձեւ 66) ընդմիջել:

Թէ որ երկու նոյն խարիսխ ունեցող հաւասարա-
սրուն երեքանկեանց գագաթներն ուղիղ գծով մը միաւո-
րենք, ան ատեն աս գիծը խարիսխը կ'ընդմիջէ: Ուրեմն
միայն աս պէտք է մեզի՝ որ ԱԲին վրայ երկու հաւասա-
րասրուն երեքանկիւն գծենք եւ անոնց գագաթներն ու-
ղիղ գծով մը ԳԴով միաւորենք: Ուստի՝ լուծումն աս
հետեւեալն է:

Ուղիղ գիծ մը ընդմիջելու համար՝ պէտք է ան
գծին ծայրերէն դէպ ի վեր ու դէպ ի վար աղեղներ քա-
շել, որոնք երկու կէտի վրայ իրար կտրեն. ան ուղիղ գի-

Ձեւ 66.



ծը՝ որն որ ան երկու հատման կէտերէն կը ձգուի, կ'ընդմիջէ վերյիշեալ ծանօթ ուղիղ գիծը։

Ի՞նչպէս պէտք է ուղիղ գիծ մը ընդմիջել՝ թէ որ կամ դէպ ի վեր եւ կամ դէպ ի վար չենք կրնար աղեղ գծել։

Քաշէ շատ մը ուղիղ գծեր եւ ամէն մէկը՝ նախ աչքի կշռութեամբ, ետքէն ալ երկրաչափապէս երկու հաւասար մասերու բաժնէ։

Գծէ բութ կամի երեքանկիւն մը, ընդմիջէ երեք կողերն ալ, ու իւրաքանչիւր կողէն մէջը դիմացը կեցող գագաթան հետ միաւորէ ուղիղ գծով մը։ Քանի՞ կէտերու վրայ իրար կը կտրեն աս միաւորութեան գծերը։

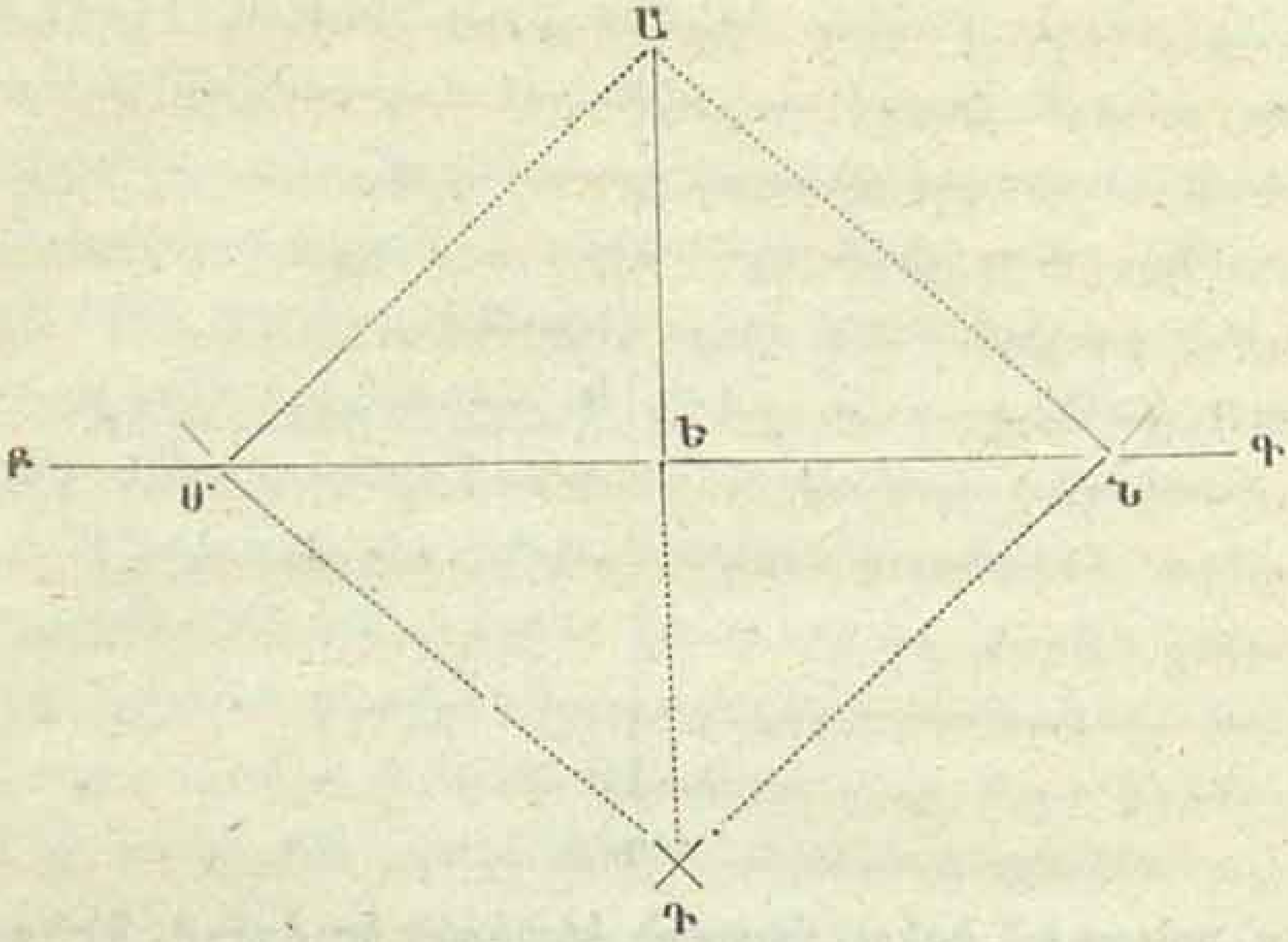
Հասարակաց հատման կէտը երեքանկեան ծանրութեան կէտը կամ ծանրակէտը կ'ըսուի։

Ուղիղ գիծ մը 4, 8 հաւասար մասանց բաժնէ։

78. ԲԳ ուղիղ գծին վրայ (Ձեւ 67) անկէ դուրս կեցող Ա կէտէ մը ուղղահայեաց գիծ մը քաշել։

Որովհետեւ մի եւ նոյն խարսխի վրայ շինուած եր-

Ձեւ 67.



կու հաւասարասրուն երեքանկեանց գագաթներուն մէջը գտնուած միաւորութեան ուղիղ գիծը՝ խարսխին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, անոր համար նախ պէտք է որ հաւասարասրուն երեքանկիւն մը կազմենք, որուն գագաթը՝ ծանօթ Ա կէտն ըլլայ, ու խարիսխը՝ ծանօթ ԲԳ ուղիղ գծին վրայ իյնայ. ասանկ երեքանկիւն մը կ՚ունենանք՝ թէ որ Աէն բռնելով բաւական մեծ կէս տրամագծով մը աղեղներ գծենք, որոնք ծանօթ ուղիղ գիծը՝ Մ Ն երկու կէտերու վրայ կտրեն, որով ՄՆ խարիսխն որոշ կը գտնուի: Արդ աս խարսխին վրայ ուրիշ երկրորդ ՄՆԴ հաւասարասրուն երեքանկիւն մը գծելով եւ ԱԴ գիծը քաշելով՝ պէտք է որ ԱԴ եւ անոր համար ալ նաեւ ԱԵը ԲԳին վրայ ուղղաձիգ իյնայ:

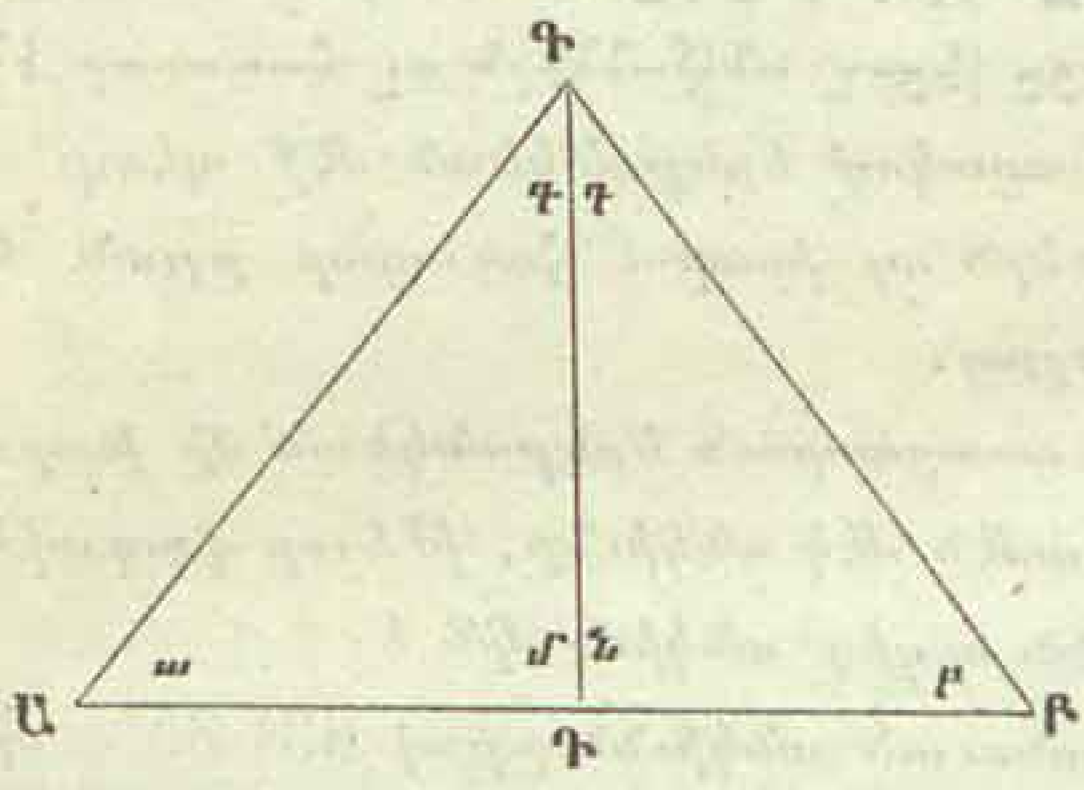
Ուստի՝ կէտէ մը ուղիղ գծի մը վրայ ուղղաձիգ գիծ մը ձգելու համար՝ պէտք է ան կէտէն մի եւ նոյն կէս տրամագծով երկու աղեղ գծել՝ որոնք նոյն ուղիղ գիծն երկու կէտի վրայ կտրեն. աս կէտերէն դարձեալ նոյն կէտ տրամագծով ուրիշ երկու տեղ պէտք է գծել՝ որոնք մէկ կէտի վրայ իրար կտրեն: Այն ուղիղ գիծը, որն որ աս վերջին հատման կէտէն ու ծանօթ կէտէն կ'անցնի, փնտռուած ուղղաձիգ գիծն է:

Ուղիղ գծի մը վերի կողմանէն քանի մը կէտեր ենթադրէ ու անոնց ամէն մէկէն, ան ուղիղ գծին վրայ մէյ մէկ ուղղաձիգ քաշէ:

Գծէ բութ կամ երեքանկիւն մը ու ամէն մէկ անկեան կէտէն անոր դիմացը կեցող կողին վրայ գագաթնաձիգ գիծ մը քաշէ: Քանի՞ կէտի վրայ իրար կը կտրեն աս երեք գագաթնաձիգ գծերը:

79. Դնենք՝ որ (Ձեւ 68) ԳԴ ⊥ ԱԲ է: Թէ որ

Ձեւ 68.



Գ կէտին վրայ ԳԴէն ելլելով ուղիղ գիծ մը անանկ շարժելու ըլլանք՝ որ մինչեւ ԴԲ դիրքը գայ, եւ ուրիշ երկրորդ ուղիղ գիծ մը՝ նոյնչափ շարժմամբ մէկալ կողմը տանելու ըլլանք, մինչեւ ԴԱ դիրքը, ան ատեն աս շարժումներով յառաջ եկած ուղղանկիւն երեքանկիւնները ԳԴԲ ու ԳԴԱ, միմիակ իրենց դիրքըն իրարմէ տարբեր կ'ըլլան, բայց ձեւով ու քանակութեամբ (մեծութեամբ) բոլորովին իրարու համաձայն են, անանկ որ վրայէ վրայ դրուելով՝ իրենց բոլոր կազմիչ մասերովը իրարու կը համընկնին. ուստի պէտք է որ աս համեմատ գծերն, ու անկիւններն իրարու հաւասար ըլլան:

1. ԱԳ = ԲԳ: Ուրեմն ԱԲԳ երեքանկիւնը հաւասարասրուն է. հոս ԱԲ խարիսխն ու Գ գագաթն է:

2. ԱԴ = ԲԴ: Ուստի՝ ԱԲԴ հաւասարասրուն երեքանկեան ԱԲ խարիսխը ԳԴ ուղիղ գծով ընդմիջեալ է:

3. ա = բ: Աս երկու անկիւնները ԱԲԳ հաւասարասրուն երեքանկեան խարսխին վրայ կեցած են:

4. գ = դ: Ուրեմն ԳԴ ուղիղ գիծը՝ ԱԳԲ անկիւնը՝ հաւասարասրուն երեքանկեան գագաթան քով կ'ընդմիջէ:

5. մ = ն: Ուրեմն ԳԴ ⊥ ԱԲ, որն որ արդէն ենթադրութեան մէջ դրած էինք:

Աս գիտողութիւններէն հետեւեալ նախադասութիւնները յառաջ կու գան:

Ա. Որ եւ իցէ հաւասարասրուն երեքանկեան մէջ խարսխին վրայ եղած անկիւններն իրարու հաւասար են. կամ թէ որ երեքանկեան մը մէջ երկու կողերը հաւասար են, ան ատեն նոյն անոնց դիմացը կեցող անկիւններն ալ հաւասար են:

Ուստի հաւասարակող երեքանկեան մէջ պէտք է՝ որ երեք անկիւններն ալ իրարու հաւասար ըլլան եւ ամէն մէկը 60° ըլլայ:

Ո՞րչափ է հաւասարասրուն երեքանկեան մը խարսխին վրայ եղած ամէն մէկ անկիւնը, թէ որ գագաթը գտնուած անկիւնն ուղիղ անկիւն մըն է:

Գագաթը գտնուած անկիւնն ըլլայ 63° 35′. ո՞րչափ է խարսխին վրայ անկիւններէն մէկը:

Ո՞րչափ է գագաթը գտնուած անկիւն մը, թէ որ խարսխին վրայ եղած անկիւն մը 55° 12′ 38″ է:

Բ. Թէ որ երեքանկեան մը մէջ երկու անկիւնները հաւասար են, պէտք է՝ որ դիմացը կեցող կողերն ալ հաւասար ըլլան:

Գ. Ուղղահայեաց գիծ մը՝ որն որ հաւասարասրուն երեքանկեան գագաթէն խարսխին վրայ կը իջնայ, կ'ընդմիջէ խարիսխը եւ միանգամայն գագաթան քովն եղած անկիւնը:

Դ. Ան ուղիղ գիծը՝ որն որ հաւասարասրուն երեքանկեան մը գագաթը խարսխին մէջտեղէն հետ կը կապէ, խարսխին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ ու գագաթին քով եղած անկիւնը կ՚ընդմիջէ:

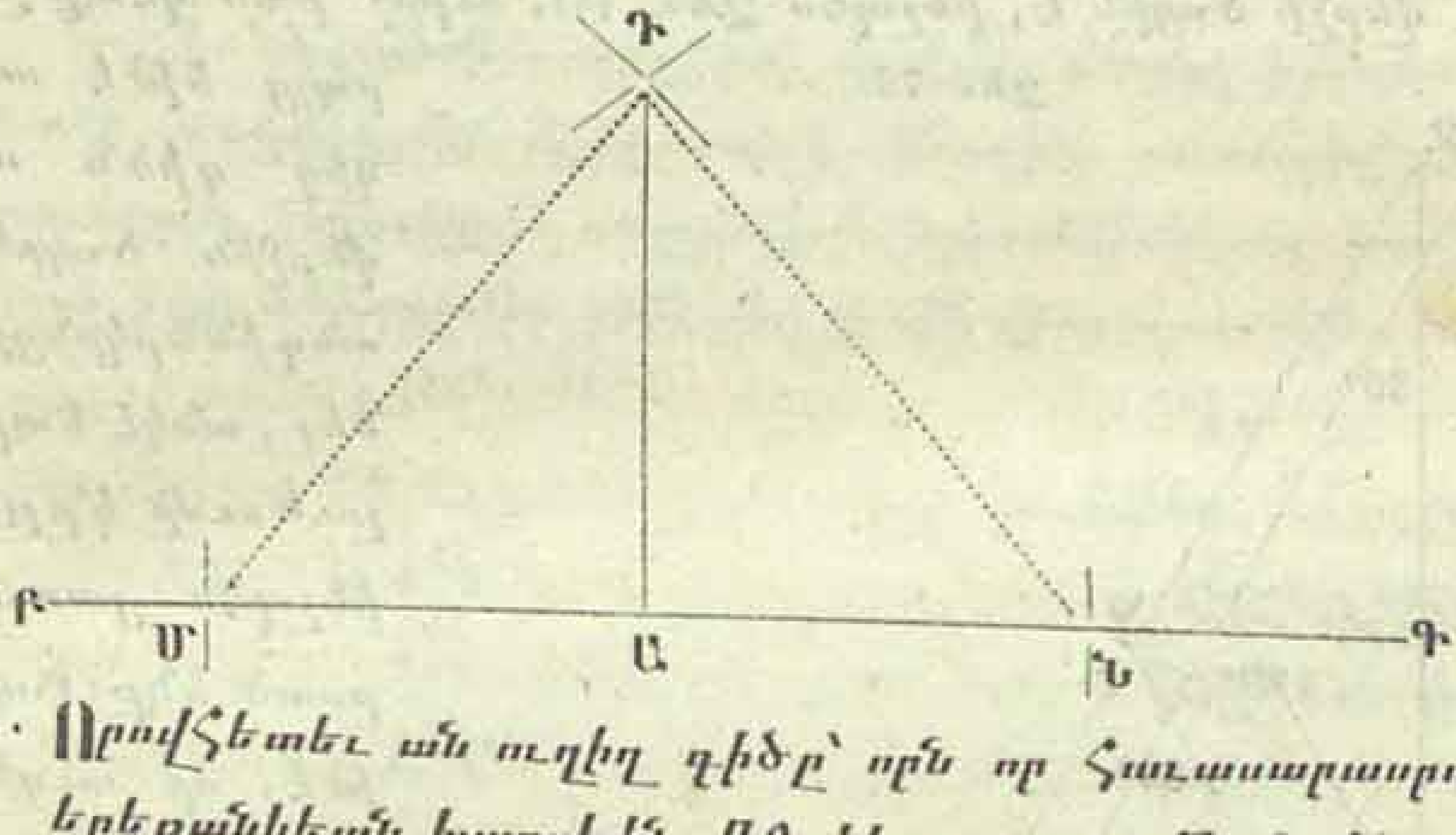
Ե. Այն ուղիղ գիծը՝ որն որ հաւասարասրուն եռեքանկեան մը գագաթին քով եղած անկիւնը կ՚ընդմիջէ, խարսխին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ եւ խարիսխը կ՚ընդմիջէ:

Զ. Այն ուղղահայեաց գիծը՝ որն որ հաւասարասրուն եռեքանկեան մը խարսխին միջակէտէն վեր կը քաշուի, գագաթէն կ՚անցնի ու գագաթին քով եղած անկիւնը կ՚ընդմիջէ:

80. *Հիմայ՝ հետեւեալ խնդիրներն առանց դժուարութեան կրնան լուծուիլ:*

Ուղիղ ԲԳ գծին ծանօթ Ա կէտի մը վրայ (Ձեւ 69) ուղղահայեաց գիծ մը ձգել:

Ձեւ 69.



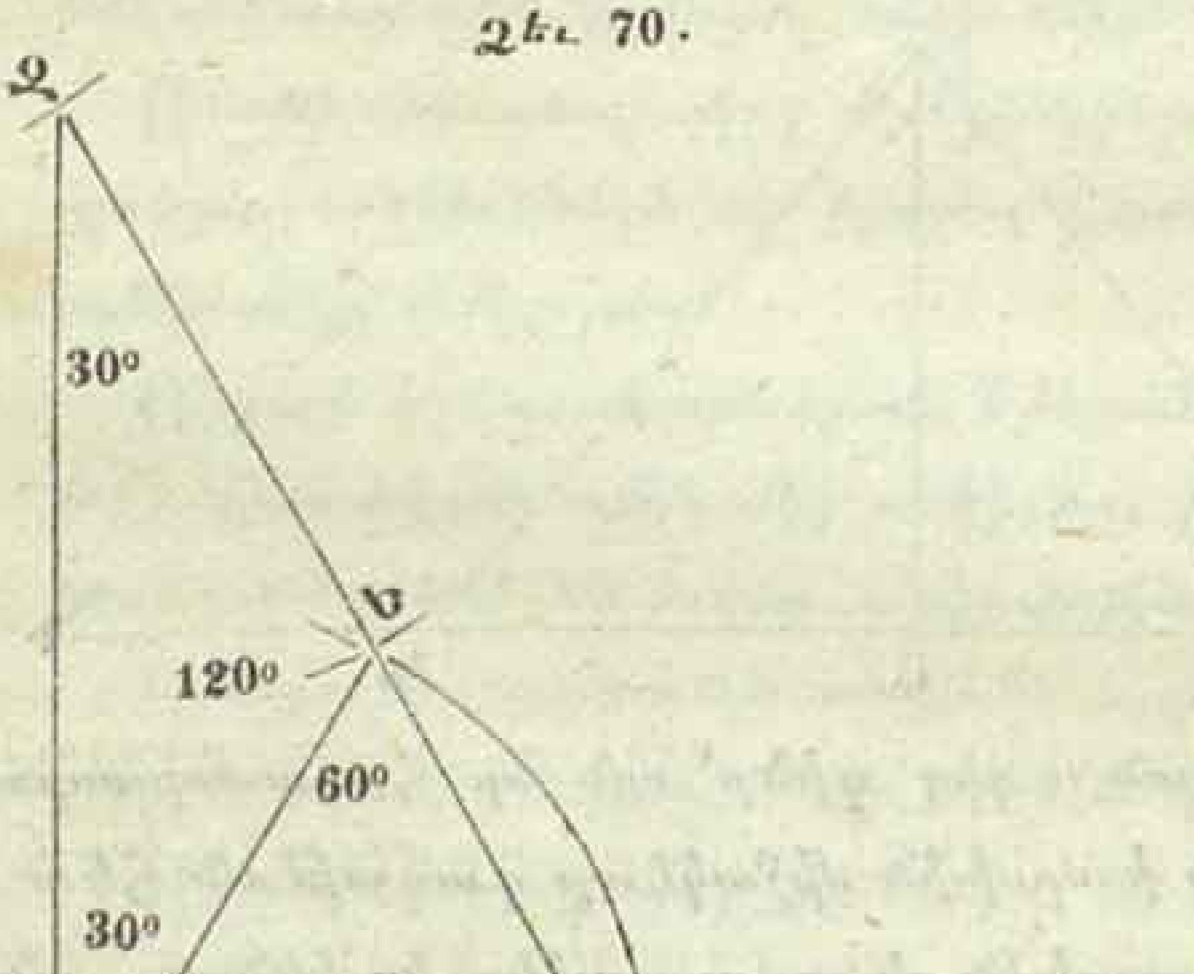
Ա. *Որովհետեւ այն ուղիղ գիծը՝ որն որ հաւասարասրուն եռեքանկեան խարսխին միջակէտը գագաթան հետ կը միաւորէ, խարսխին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, անոր համար՝ առաջիկայ խնդիրը լուծելու համար ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ ՄՆԴ հաւասարասրուն եռեքանկիւն մը կազմել՝ որուն խարիսխը ծանօթ ԲԳ ուղիղ գծին մէջն անանկ կենայ՝ որ Ա ծանօթ կէտը խարսխին միջին կէտը ձեւանայ, ու ետքը Դ ծայրն ուղիղ գծով մը Ա կէտին հետ կապել:*

Ուստի՝ ուղիղ գծի մը մէկ կէտին վրայ ուղղաձիգ գիծ մը ձգելու համար՝ պէտք է ան կէտէն ելլելով ուղիղ գծին վրայ աջ ու ձախ կողմանէ մէյմէկ հաւասար կտորներ կտրել, հատման կէտերէն հաւասար կէս տրամագծով երկու աղեղ գծել՝ որոնք կէտի մը վրայ իրար կտրեն եւ աս հատման կէտը ծանօթ կէտին հետ ուղիղ գծով մը միաւորել. աս ուղիղ գիծը փնտռուած ուղղաձիգ գիծն է:

Գծէ երեքանկիւն մը, ընդմիջէ հոն գտնուած ամէն կողերն ու ամէն մէկուն ընդմիջման կէտերուն վրայ ուղղաձիգ գիծ ձգէ: Քանի՞ կէտերու վրայ իրար կը կտրեն երեք ուղղաձիգ գծերը:

բ. Թէ որ ծանօթ Ա կէտը՝ ԱԲ ծանօթ ուղիղ գծին վերջի ծայրն է, ինչպէս Ձեւ 70, ուրիշ բան պէտք չէ,

Ձեւ 70.

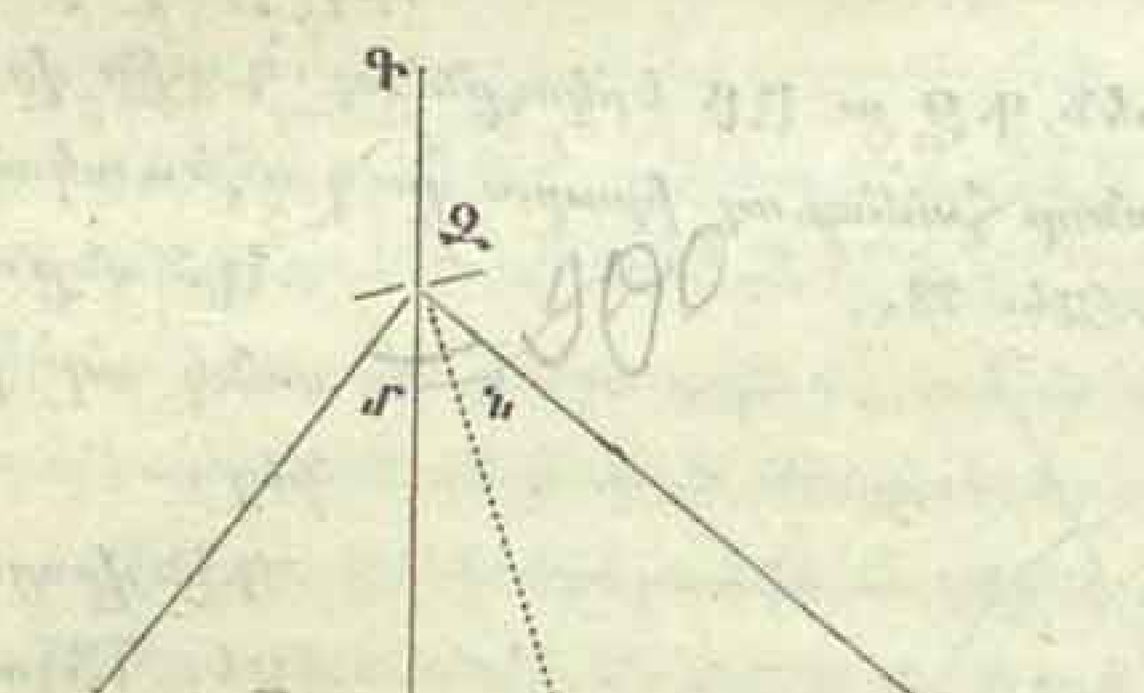


բայց եթէ ուղիղ գիծն աս վերջին ծայրէն անդին երկընցընել, անկէ ետքը լուծումը կ՚ըլլայ ինչպէս յառաջ ըսած ենք: Բայց թէ որ ուղիղ գիծը վերջին ծայրէն անդին չերկընար երկընցուիլ, ան ատեն ուղուած ուղղաձիգ գիծը հետեւեալ կերպով կրնանք ձեռք բերել: Այսինքն՝ պէտք է Ա կէտէն ըստ կամի կէս տրամագծով աղեղ մը գծել՝ որն որ ԱԲ ուղիղ գիծը Գի վրայ կտրէ. նոյն կէս տրամագծով Գէն առնելով Եի վրայ առաջին աղեղը կտրելու է, ու Եէն առնելով նոր աղեղ մը գծելու է՝ որն որ Դին եւ Եին մէջ քաշուած ուղիղ գծէն Զին վրայ կը կտրուի։ Անկէ ետքը ԱԶ գիծը կը քաշուի՝ որն որ ԱԲին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ։

Աս գործողութեան ուղղութիւնը դիւրաւ կը տեսնուի։ ԱԴԵ երեքանկիւնը հաւասարակող է, ուստի ամէն մէկ անկիւնը 60°ի հաւասար է։ ԱԵԶ անկիւնը հաւասարասրուն է, ուստի Զ ու ԵԱԶ անկիւնները խարսխին վրայ իրարու հաւասար են. արդ՝ որովհետեւ ԱԵԶ = 120° է, անոր համար՝ խարսխին վրայի երկու անկիւնները 60° են, ուստի՝ ԵԱԶ անկեան 30° կ'ըլլայ։ Ասանկով՝ ԴԱԶ անկիւնը = ԵԱԴ + ԵԱԶ = 60° + 30° = 90°, եւ անոր համար ԱԶ ⊥ ԱԲ է։

81. Տրուած ուղիղ գծի մը վրայ անորոշ երկայնութեամբ ուղղահայեաց գիծ մը յղուած է. կ'ուզենք աս ուղիղ գծին վրայ իբրեւ ներքնաձիգին ուղղանկիւն երեքանկիւն մը կազմել՝ որուն եզերը ուղղահայեաց գծին մէկ կէտին վրայ պատահին։

Ձեւ 71.



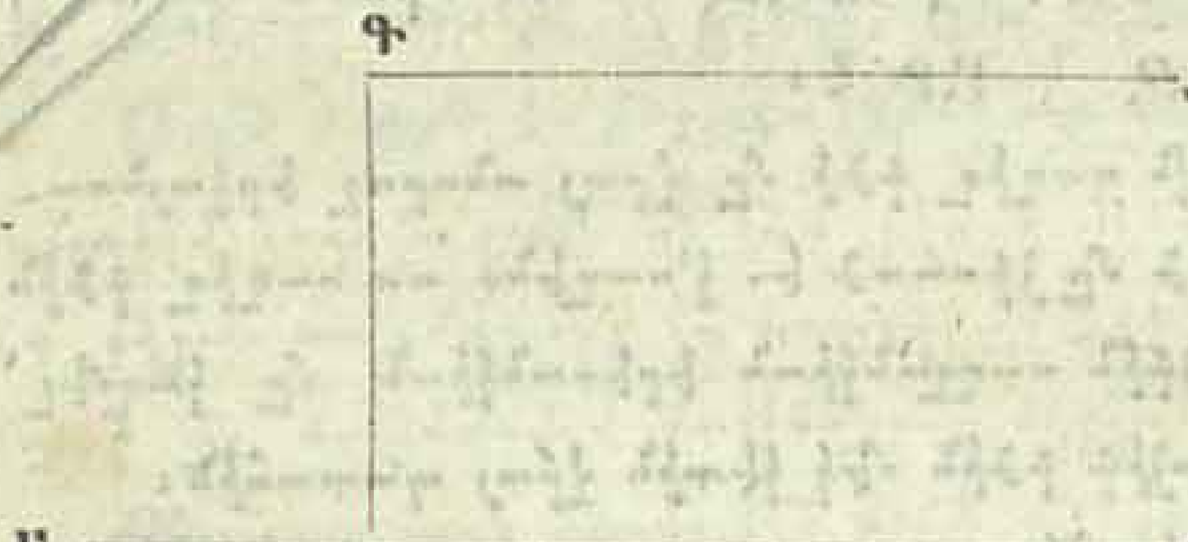
Դնենք՝ որ (Ձեւ 71) ԳԴ ⊥ ԱԲ է։ Պէտք է ԱԲը Օի վրայ ընդմիջել, եւ Օէն՝ ԱՕ կէս տրամագծով աղեղ մը քաշել՝ որն որ ԳԴ գիծը Զին վրայ կտրէ. արդ ԱԶԲ անկիւնն ուղիղ անկիւն մըն է եւ անոր համար ԱԶԲը փնտռուած ուղղանկիւն երեքանկիւնն է։

Թէ ԱԶԲ ուղիղ անկիւն մըն է՝ հետեւեալ կերպով կրնայ ցուցուիլ։ ԱՕԶ հաւասարասրուն երեքանկեան մէջ մ = ա է, նոյնպէս ԲՕՋ հաւասարասրուն երեքանկեան մէջ ն = բ է, ուստի եւ մ + ն գումարը ա + բ գումարին հաւասար է. արդ՝ մ, ն, բ, ա անկիւններն երեքանկեան մը անկիւնները կը ձեւացընեն, ուստի անոնց գումարն երկու ուղիղ անկեանց հաւասար է, եւ՝ ասանկով մ + ն կամ ԱՋԲ անկիւնը, որովհետեւ ան գումարին կէսն է, ուղիղ անկեան մը հաւասար է:

82. Հիմայ կրնանք հետեւեալ խնդիրն ալ լուծել՝ այսինքն.

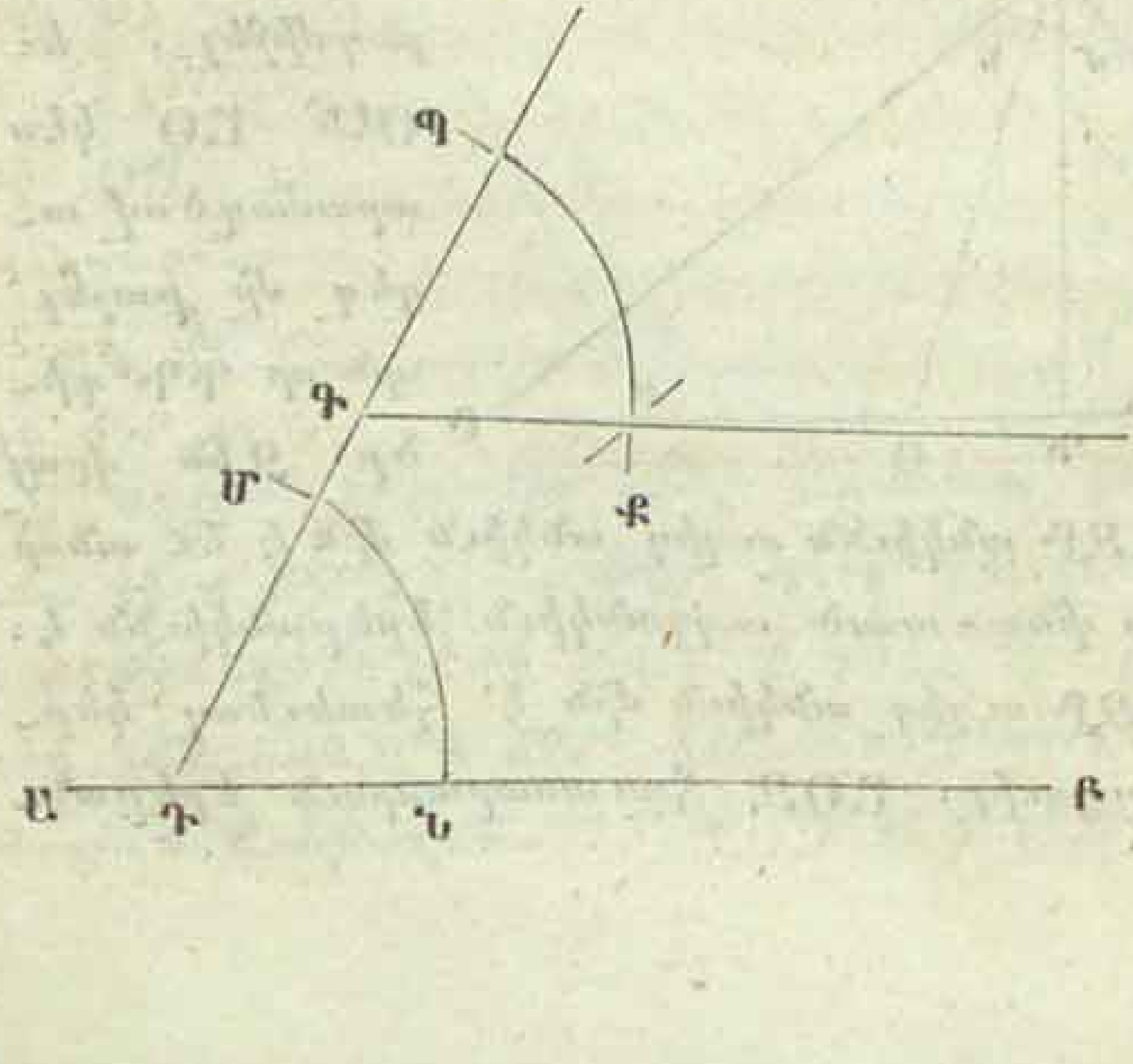
ԱԲ ուղիղ գծին դուրս՝ Գ կէտին վրայէն (Ձեւ 72) ուղիղ գծին զուգահեռական գիծ մը քաշել:

Ձեւ 72.



Գ.էն ԱԲին վրայ ԳԴ ուղղաձիգ գիծ մը քաշելու է ու Գին տեղը ԳԴին վրայ ԳԶ ուղղաձիգ գիծը կանգնելու է. ան ատեն ԳԶ ու ԱԲ երկուքն ալ ԳԴին վրայ ուղղաձիգ են եւ անոր համար ալ իրարու զուգահեռական:

Ձեւ 73.

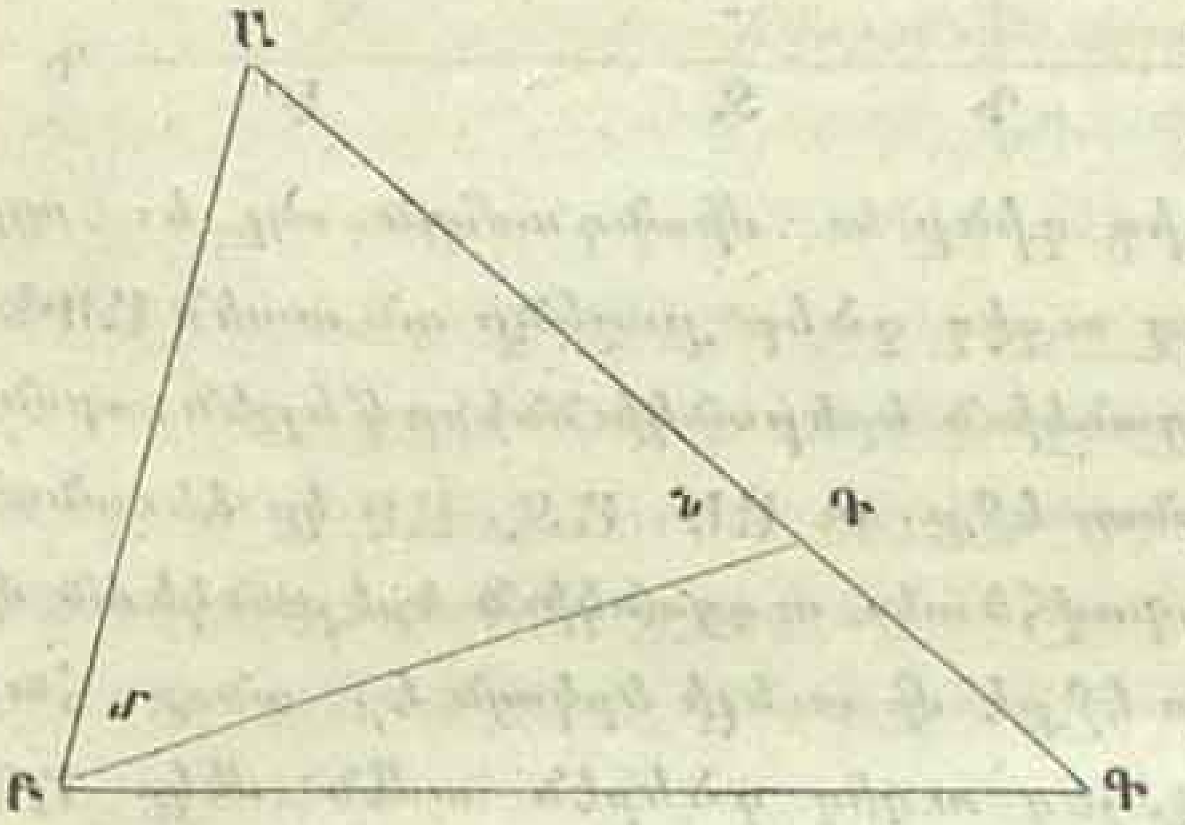


Կրնանք ասանկ ալ ընել:

Գին վրայէն (Ձեւ 73) ուղիղ գիծ մը քաշելու է՝ որն որ ԱԲ ուղիղ գիծը Դի վրայ կտրէ. անկէ ետքը բանն անոր վրայ կը մնայ՝ որ ԲԴԳ անկեան դէմ Գ կէտին վրայ հաւասար ընդդիմակաց անկիւն մը շինուի։ Աս ընելու համար Գէն առնելով ՄՆ աղեղը պէտք է գծել, եւ նոյն կարկնի բացմամբ նաեւ Գէն առնելով ՊՔ աղեղը գծել, կարկնիւ Մին ու Նին մէջ եղած հեռաւորութիւնն առնուլ եւ անով Պէն ՊՔ աղեղը կտրել։ Թէ որ Գին ու Քին վրայէն ուղիղ գիծ մը քաշենք, անկիւնն ՊԳՔ = ԴԳԲ կ՚ըլլայ, ուստի եւ ԳՔ=ԱԲ։

83. Թէ որ (Ձեւ 74) ԱԲ=ԱԳ է, եւ անոր համար

Ձեւ 74.



ալ ԱԲԳ երեքանկիւնը հաւասարասրուն է, անտեն Մ եւ Ն խարսխին վրայ եղող անկիւնները, հաւասար են։ Թէ որ ԱԳ գիծը ըստ կամի մինչեւ Գ երկընցընելու ըլլանք ու ԲԳը քաշելու ըլլանք, յայտնի է՝ որ ԱԲԳ անկիւնը Մէն մեծագոյն է, եւ ասոր հակառակ ԱԳԲ անկիւնը Նին չափ փոքրագոյն է, ուր որ երեքանկեան երբորդ Ա անկիւնն անփոփոխ մնացած է։

Ուստի՝ ԱԲԳ երեքանկեան մէջ է կողն ԱԳ > ԱԲ, եւ միանգամայն անկիւնն ԱԲԳ > ԱԳԲ։ Ասկից կը հետեւի որ.

Ամեն երեքանկեան մէջ մեծագոյն կողին դէմացը մեծագոյն անկիւն մը կը կենայ.

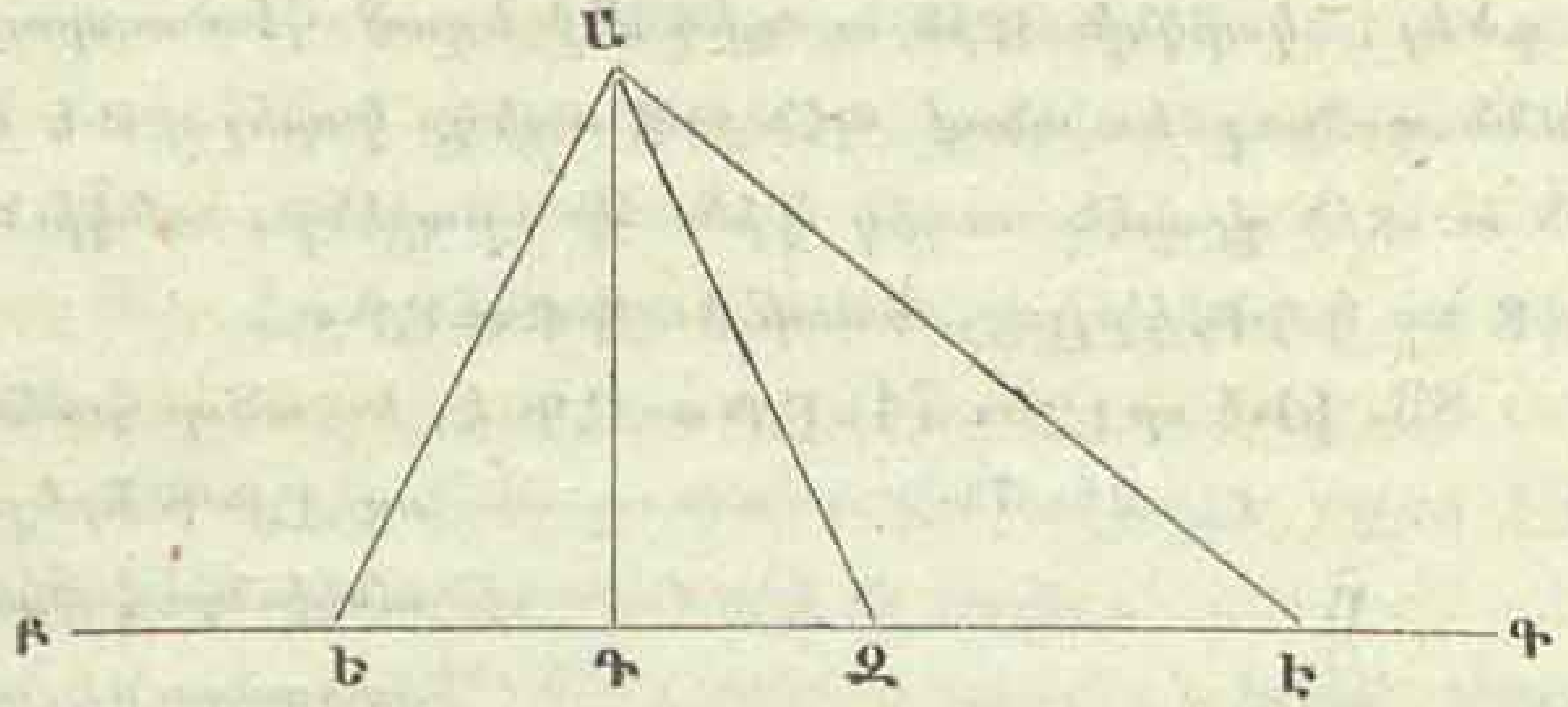
եւ հակադարձ կերպով.

Ամեն երեքանկեան մէջ մեծագոյն անկեան դէմացը մեծագոյն կող մը կը կենայ։

Ուղղանկիւն երեքանկեան մէջ ամենէն երկայն կողը ո՛րն է. բթանկիւն երեքանկեան մը մէջ ո՛րն է:

84. Թէ որ Ա կէտէ մը (Ձեւ 75) ԲԳ ուղիղ գծին

Ձեւ 75.



վրայ ԱԴ ուղղաձիգ գիծը եւ միանգամայն այլ եւ այլ ԱԵ, ԱԶ, ԱԷ շեղ ուղիղ գծեր քաշենք՝ ան ատեն ԱԴԵ, ԱԴԶ, ԱԴԷ ուղղանկիւն երեքանկիւնները կ'ելլեն, որոնց մէջ ԱԴ կը ձեւանայ էջք, ու ԱԵ, ԱԶ, ԱԷ կը ձեւանան ներքնաձիգ: Եւ որովհետեւ ուղղանկիւն երեքանկեան մը ներքնաձիգը միշտ էջքէ մը աւելի երկայն է, անոր համար ԱԵ, ԱԶ, ԱԷ շեղ ուղիղ գծերէն ամէն մէկը ԱԴ ուղղաձիգ գծէն մեծ է:

Ուրեմն ուղղաձիգ գիծն ամենէն կարճ ուղիղ գիծն է՝ զոր որ կէտէ մը դէպ ի ուղիղ գիծ մը կրնանք քաշել:

Ուստի ուղղաձիգ գիծ մը կը ծառայէ նաեւ կէտի մը ուղիղ գծէ մը ունեցած հեռաւորութիւնը չափելու:

Թէ որ նախընթաց Ձեւին մէջ ԴԵ = ԴԶ է, ան ատեն պէտք է՝ որ ԱԴԵ ու ԱԴԶ երեքանկիւնները վրայէ վրայ դրուելով կատարելապէս իրար գոյեն, եւ անոր համար նաեւ ԱԵ = ԱԶ է, այսինքն.

Երկու շեղ ուղիղ գծեր՝ որոնք ուղղաձիգ գծին ոտքէն կէտէն հաւասարապէս հեռու են, իրարու հաւասար են:

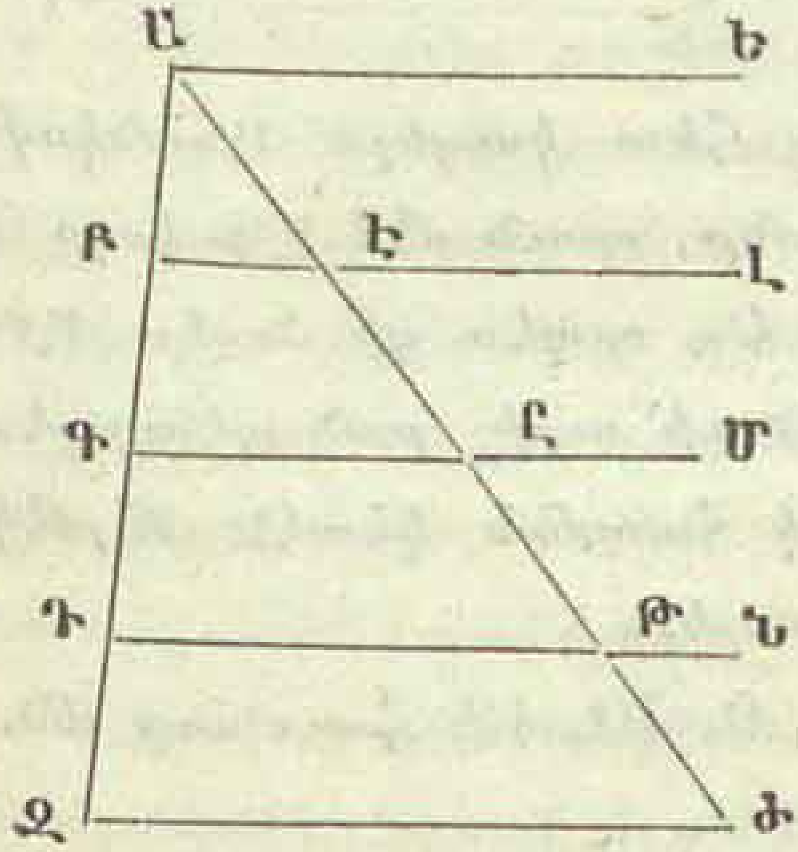
Թէ որ ԱԴԶ ուղղանկիւն երեքանկեան մէջ ԱԶԴ

անկիւնը սուր է, ասոր համար ալ ԱԶԷ առընթերակաց անկիւնը բութ է, եւ ասանկով ԱԶԷ երեքանկեան մէջ կողն ԱԷ > ԱԶ է, այսինքն.

Երկու շեղ ուղիղ գծերէն ան է երկայնագոյնն՝ որն որ ուղղահայեաց գծին ոտքէն աւելի հեռագոյն կը կենայ։

85. Թէ որ ԱԵ ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 76) կամայական երկայնութեամբ ԶԱԺ անկեան ԱԶ սրունքին վրայ զուգահեռական կերպով անանկ յառաջ քալէ՝ որ նոյն սրունքին վրայ հաւասար ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, ԴԶ հատուածներ ձեւանան, եւ յառաջ քալող ուղիղ գիծը հետզհետէ ԲԷԼ, ԳԸՄ, ԴԹՆ, ԶԺ դիրքերը գայ, ատով նաեւ երկրորդ ԱԺ սրունքին վրայ իրարու ետեւ հաւասար ԱԷ, ԷԸ, ԸԹ, ԹԺ հատուածներ կը ձեւանան։

Ձեւ 76.



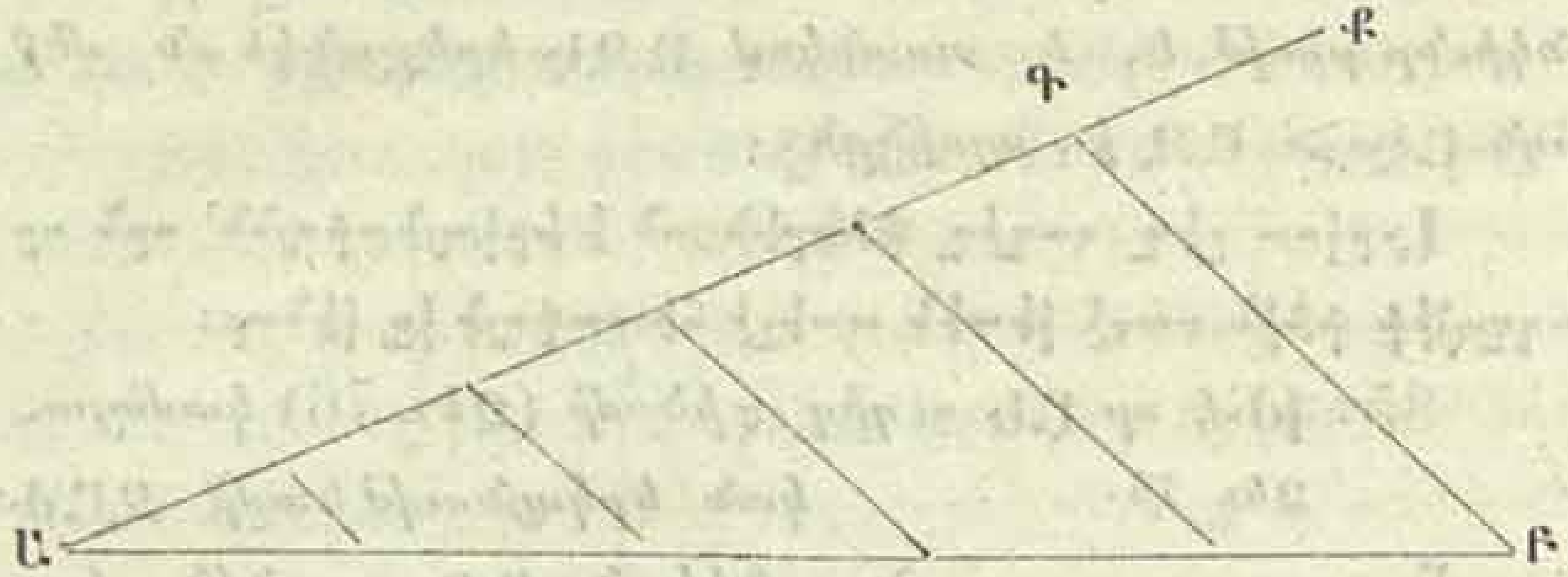
Աս յարաբերութիւնը կրնանք հետեւեալ նախադասութեամբ ալ բացատրել, այսինքն.

Թէ որ երեքանկեան մը մէջ կող մը հաւասար մասերու բաժնուած է եւ ամէն մէկ հատման կէտէն երկրորդ կողին զուգահեռական մէյմէկ գիծ քաշենք, ատով նաեւ երրորդ կողը նոյնպէս հաւասար մասերու բաժնուած է։

86. ԱԲ տրուած ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 77) շատ մը հաւասար մասերու բաժնել։

Ուղիղ գիծն, օրինակի աղագաւ, 5 հաւասար մասերու բաժնուելիք ըլլայ։ Պէտք է՝ մէկ Ա վերջի ծայրէն ըստ կամի անկիւնով մը ԱՑ անորոշ երկայնութեամբ ուղիղ գիծ մը քաշել, վրան կամայական մեծութեամբ 5 հաւասար մասունք դնել եւ վերջին Գ հատման կէ-

Ձեւ 77.



որ Բ երկրորդ՝ վերջին ծայրին հետ կապել։ Ասանկով ԱԳԲ եռանկիւն մը կ'ունենանք, որուն մէջ ԱԳ կողը 5 հաւասար մասերու բաժնուած է. որպէս զի նաեւ ԱԲ կողը 5 հաւասար մասանց բաժնուի՝ ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ ԱԳ գծին ամէն մէկ հատման կէտէն մէյմէկ ԲԳին զուգահեռական գիծ քաշել։

Ուղիղ գիծ մը 3, 6, 7, 9, 10, 12 հաւասար մասանց բաժնել։

Ե. ՔԱՌԱՆԿԻՒՆՆԵՐ

1. Քառանկիւնի կազմիչ մասերը։

87. Չորս ուղիղ գծերով գոցուած ձեւ մը քառանկիւն կ'ըսուի։

Ձեւ 78.

Ամէն քառակուսի ինչպէս ԱԲԳԴ (Ձեւ 78) չորս կող ու չորս անկիւն ունի։ Ուղիղ գիծ մը՝ ինչպէս ԱԳ որն որ երկու դիմացէ դիմաց կեցող կէտերն իրարու հետ կը կապէ, Անկիւնագիծ (diagonale) կ'ըսուի։

Քառանկիւն մը անկիւնագծով մը քանի՞ երեքան-կեան կը բաժնուի:

Քառանկեան մը մէջ քանի՞ անկիւնագիծ կրնայ քաշուիլ:

Քառանկեան բոլոր կողերուն գումարը քառան-կեան շրջապատը կ'ըսուի:

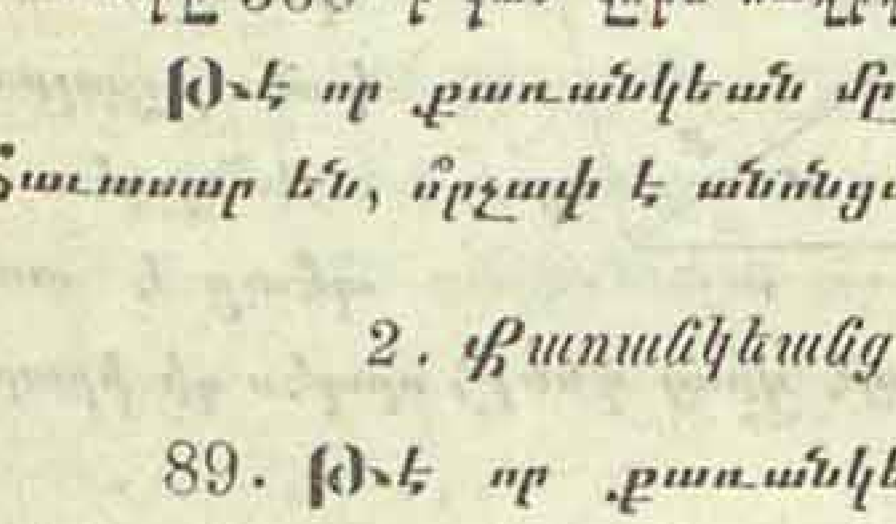
88. Թէ որ ԱԲԳԴ քառանկեան մէջ (Ձեւ 78) ԱԳ անկիւնագիծը քաշենք, ան ատեն քառանկիւնը եր-կու երեքանկիւն կը բաժնուի, ու քառանկեան չորս ան-կիւնները ճշդիւ այնչափ են՝ որչափ են երկու երեքան-կեանց վեց անկիւնները միանգամայն առեալ. արդ՝ ո-րովհետեւ որ եւ իցէ երեքանկեան մը անկիւնները 180° կը բովանդակեն, ուրեմն քառանկեան բոլոր անկիւններուն գումարը 360° է կամ չորս ուղիղ անկիւններու հաւասար է:

Թէ որ քառանկեան մը մէջ չորս անկիւններն ալ հաւասար են, որչափ է անոնցմէ ամէն մէկը:

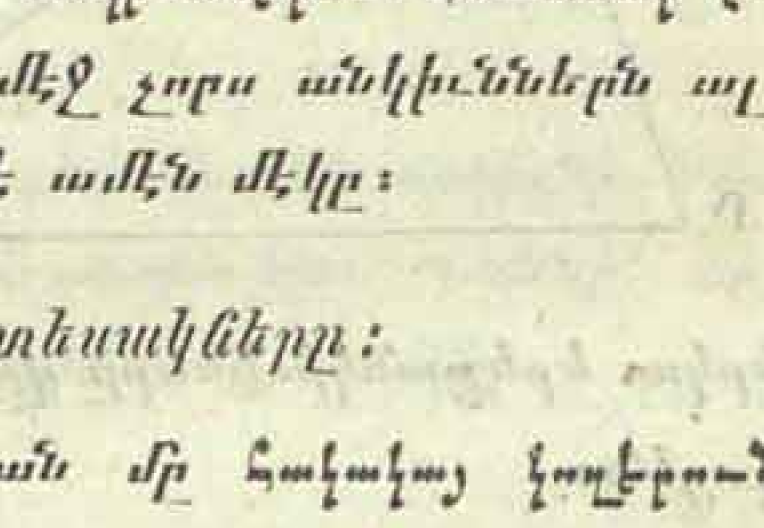
2. Քառանկեանց տեսակները:

89. Թէ որ քառանկեան մը հակակայ կողերուն դիրքը դիտենք, երեք տեսակ քառանկիւն կ'ունենանք. սեղանակերպ՝ (Trapezoïde) (Ձեւ 79) որուն մէջ հակակայ կողերն երկու երկու իրարու զուգահեռական չեն. սեղան՝ (Ձեւ 80) որուն մէջ երկու հակակայ կողերը զուգահե-

Ձեւ 79.



Ձեւ 80.



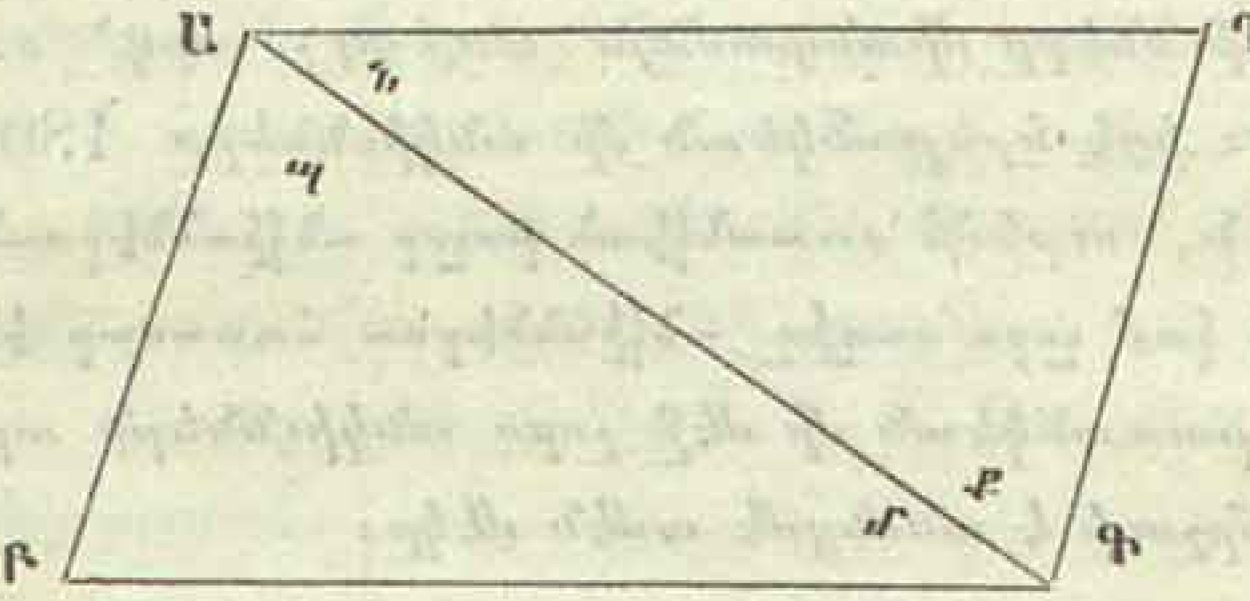
Ձեւ 81.

ռական են, իսկ մէկալ երկու կողերը զուգահեռական չեն. Եւ զուգահեռագիծ (Parallelograme) (Ձեւ 81), որուն մէջ հակակայ կողերն երկու երկու իրարու զուգահեռական են:

90. **Ամէն մէկ զուգահեռագիծ, անկիւնագծով երկու պատշաճական երեքանկեանց կը բաժնուի:**

Ցուցուր ԱԲԳԴ զուգահեռագծին մէջ (Ձեւ 82) երկու երեքանկեանց ԱԲԳին ու ԱԴԳին պատշաճական ըլլալը: Ինչպէս պէտք է սա երկու երեքանկիւնները վրայէ վրայ դնել՝ որպէս զի իրար գոցեն:

Ձեւ 82.



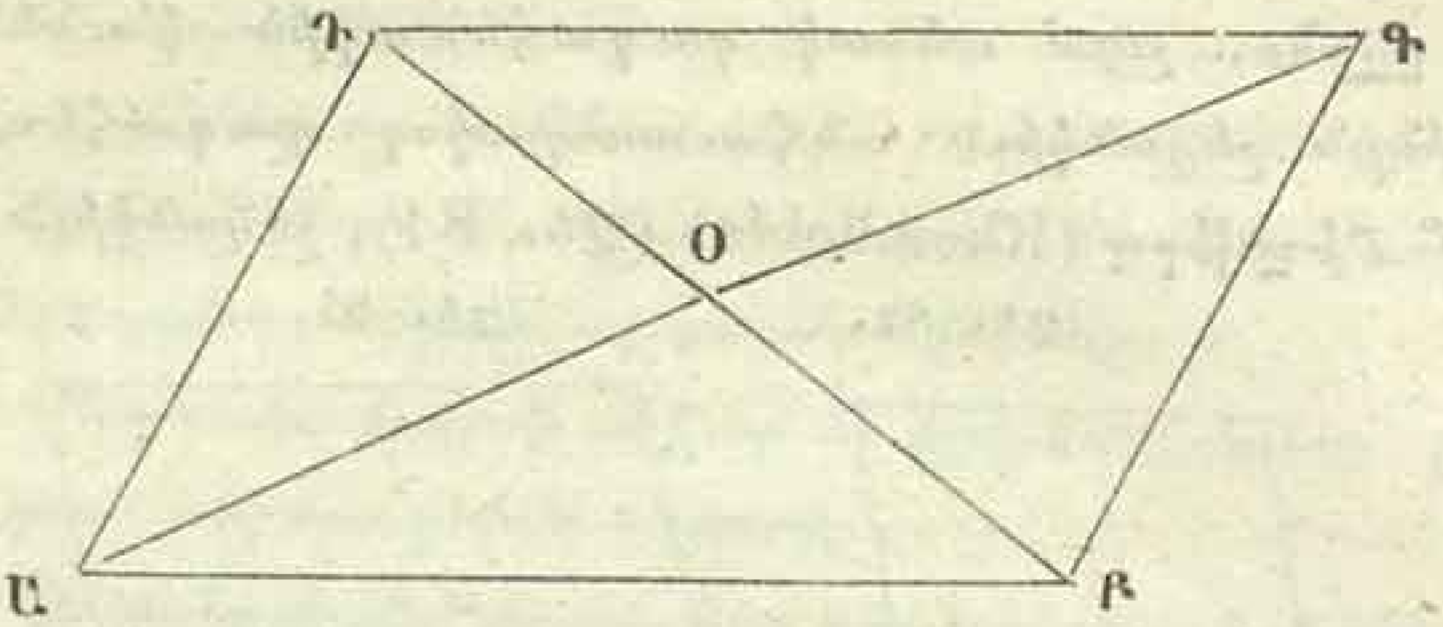
Արդ սա երեքանկեանց պատշաճականութենէն կը հետեւի որ կողերը՝ որոնք վրայէ վրայ դրուած ատեն իրար կը ծածկեն, իրարու հաւասար են. ուրեմն ԱԲ = ԳԴ ու ԲԳ = ԱԴ է: **Ուստի ամէն զուգահեռագծի մէջ հակակայ կողերը հաւասար են:**

Սովորութիւն է սա նախադասութիւնն ասանկ բացատրել. այսինքն **Զուգահեռականներու մէջ զուգահեռականները իրարու հաւասար են:**

91. Եթէ ԱԲԳԴ (Ձեւ 83) զուգահեռագծի մը մէջ երկու անկիւնագիծ քաշես, քանի՞ երեքանկիւն կ'ելլէ:

Մի՛տ դիր սա երկու ԱԲՕ ու ԳԴՕ երեքանկեանց:

Ձեւ 83.



Որ մասերն իրարու հաւասար են: Ուրեմն երեքանկիւնն ԱԲԳ ≅ ԳԴO է:

Ուստի որ կողերն իրարու հաւասար ալ կ'ըլլան:

Ասկէ զուգահեռագծի մէջ անկիւնագծերն իրար կ'ընդմէջեն:

Ուրեմն՝ անկիւնագծերուն O հատման կէտը՝ զուգահեռագծին կենդրոնը կ'ըսուի:

92. Թէ որ զուգահեռագծի մը մէկ անկիւնը ծանօթ է, ամէն անկիւններն ալ ծանօթ են: Գտնենք՝ որ, օրինակի աղագաւ, Ձեւ 82, անկիւնն Ա = 68°, որչափ է Բ, Գ, Դ:

Ուրեմն՝ հակակայ անկիւններն երկու երկու իրարու հաւասար են:

Թէ որ զուգահեռագծի մը մէջ անկիւն մը ուղիղ անկիւն է, մեկալներն ալ ուղիղ անկիւն են: Ինչո՞ւ:

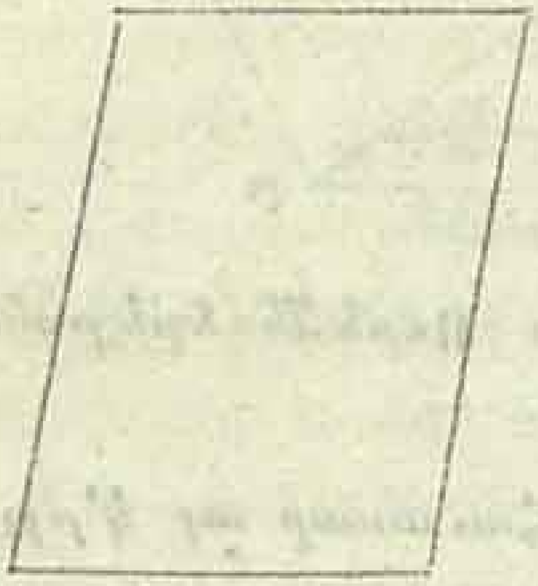
Անոր համար՝ զուգահեռագծերը անկեանց նկատմամբ երկու կը բաժնուին՝ այսինքն. ուղղանկեան զուգահեռագծի ու շեղանկեան զուգահեռագծի:

Թէ որ զուգահեռագծի մը մէջ երկու դրացի կողերը հաւասար են, ամէն կողերն ալ հաւասար են:

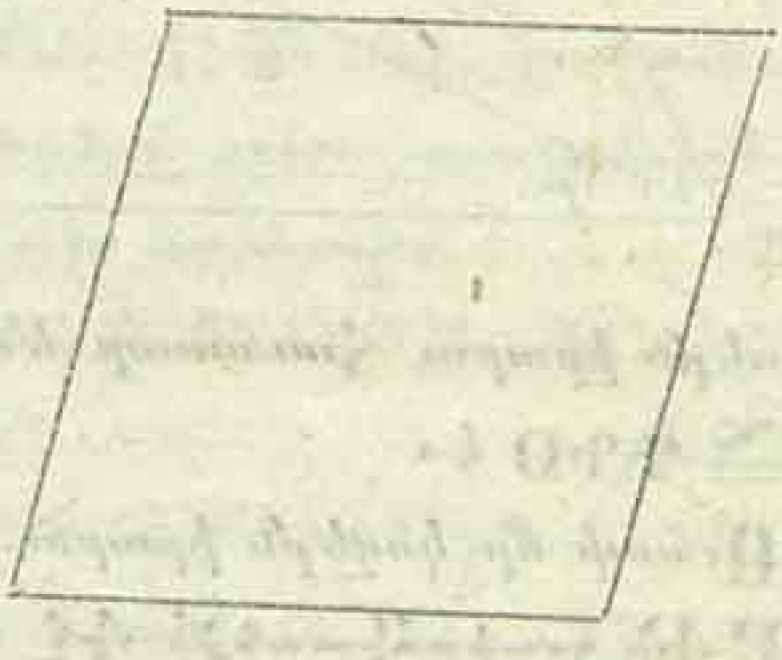
Անոր համար զուգահեռագծերը կողերուն նկատմամբ երկու կը բաժնուին, այսինքն հաւասարակող զուգահեռագծի ու անհաւասարակող զուգահեռագծի:

Թէ որ թէ անկիւններուն եւ թէ կողերուն վրայ դնելու ըլլանք, չորս տեսակ զուգահեռագիծ կ'ունենանք, այսինքն չեղանկիւն անհաւասարակող զուգահեռագիծ կամ Շեղակերպ (Rhomboide) (Ձեւ 84), չեղանկիւն հա-

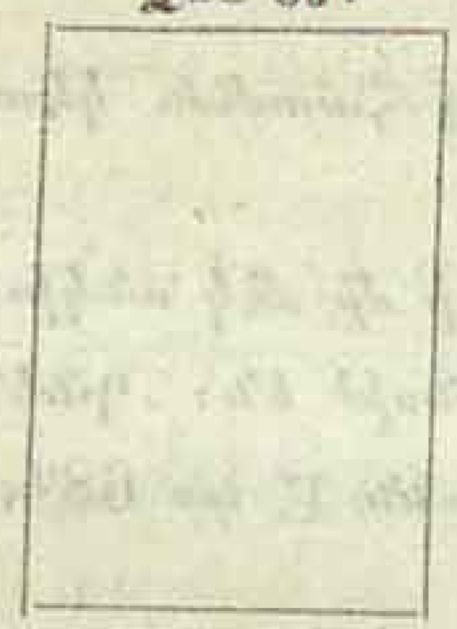
Ձեւ 84.



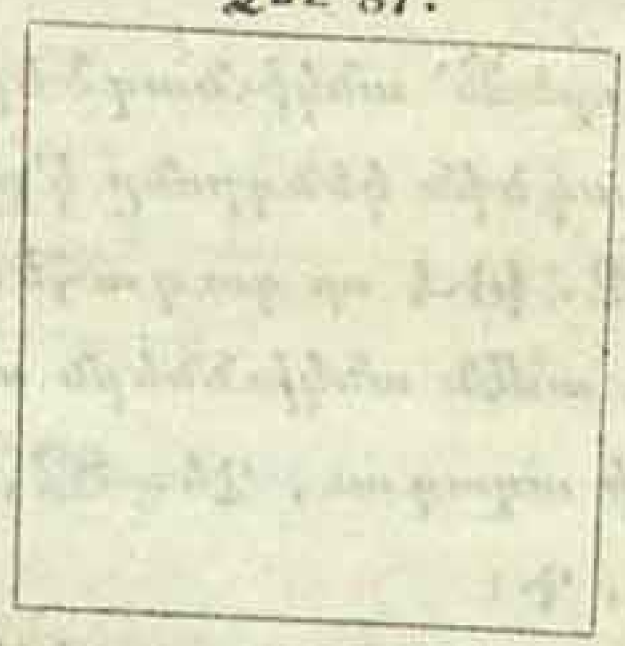
Ձեւ 85.



Ձեւ 86.



Ձեւ 87.



ւասարակող զուգահեռագիծ, կամ Շեղակն (Ռոմբոս Rhombus) (Ձեւ 85), ուղղանկիւն անհաւասարակող զուգահեռագիծ կամ Ուղղանկեան (Ձեւ 86), եւ ուղղանկիւն հաւասարակող զուգահեռագիծ կամ Քառակուսի (Quadrat) (Ձեւ 87)։

Շեղակերպին մէջ ոչ կողերը եւ ոչ անկիւնները հաւասար են, Շեղակին մէջ կողերը հաւասար են, Ուղղանկեան մէջ անկիւնները հաւասար են, Քառակուսւոյն մէջ թէ կողերը եւ թէ անկիւնները հաւասար են։

93. Զուգահեռագծի մը մէջ կրնանք որ եւ իցէ կողը (որուն վրայ զուգահեռագիծը շինուած կը համա-

ծենք), խաչաձեւ սեպել. ան ուղղաձիգը՝ որն որ դիմացի կողմանէ խարսխին վրայ եւ կամ անոր երկընցուած մասին վրայ կ'իյնայ զուգահեռագծին բարձրութիւնն է:

Ուղղանկեան մը մէջ դրացի կողերէն մէկը խարիսխը կ'երեւցընէ, միւսն ալ բարձրութիւնը:

Քառակուսոյ մը մէջ որ եւ իցէ կողը կրնայ խարիսխ կամ բարձրութիւն սեպուիլ:

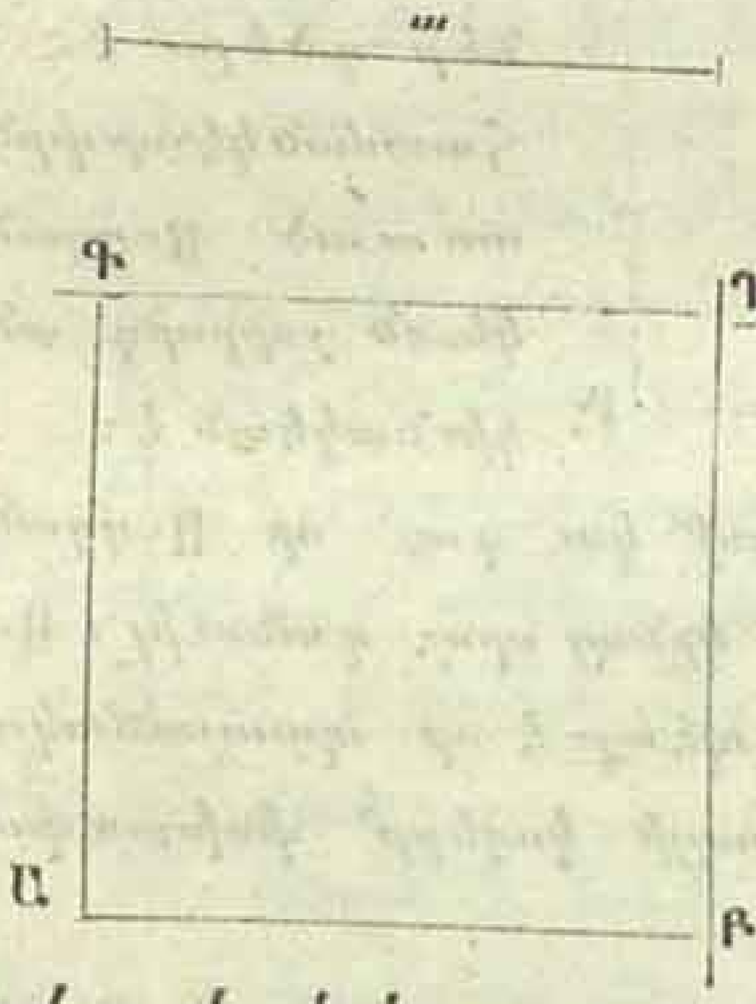
Սեղանի մը մէջ՝ զուգահեռական կողերուն մէկէն մէկալին ձգուած ուղղաձիգ գիծը բարձրութիւնը կ'երեւցընէ:

Սեղանակերպի մը մէջ խարսխի ու բարձրութեան խօսք չըլլար:

3. Քառանկիւններ շինելու վրայ:

94. Տրուած կողով մը քառակուսի շինել:

Ձեւ 88.



Շինելու է Ա ուղիղ անկիւն մը (Ձեւ 88), կարելու է ԱԲ = ԱԳ = ա որուններուն վրայ, ու Բէն եւ Գէն առնելով նոյն ա կէս տրամագծով աղեղներ գծելու է՝ որոնք Դին վրայ իրար կը կտրեն: ԲԴ ու ԳԴ քաշելէն ետքը կ'ունենանք ԱԲԴԳ ուզուած քառակուսին:

Թէ որ ուզէինք նոյն ա կողով ուրիշ երկրորդ քառակուսի մը գծել, այս քառակուսին պէտք էր՝ որ առջի քառակուսւոյն հետ թէ ձեւով եւ թէ մեծութեամբ կատարելապէս համաձայն, ուստի եւ պատշաճական ըլլար:

Ուրեմն միայն մէկ կողով քառակուսի մը որոշ կը գտնուի:

Գծագրէ քառակուսի մը՝ որուն կողն ըլլայ 2′ 4″:

Շինէ քառակուսի մը՝ որուն շրջապատը ծանօթ ըլլայ:

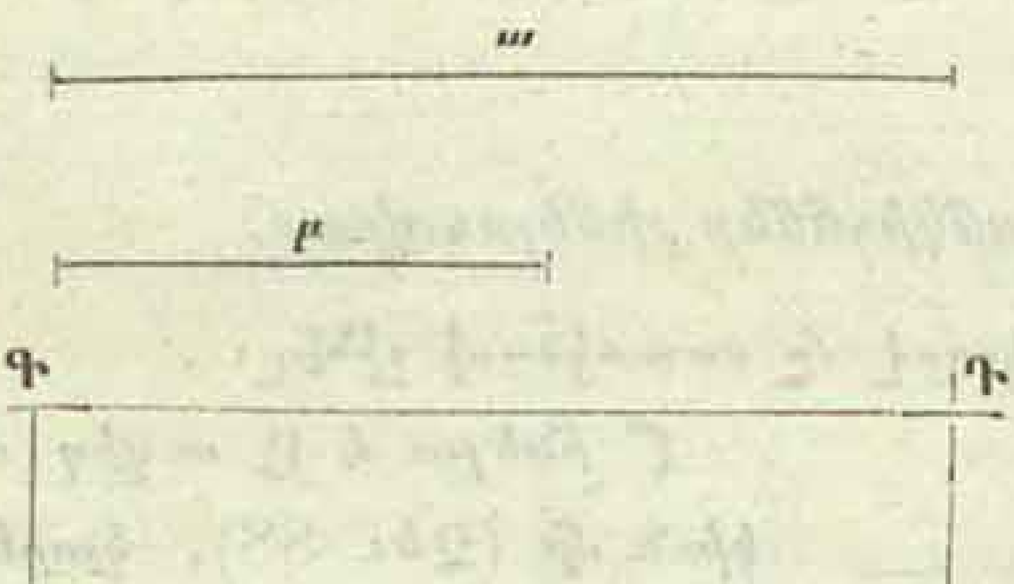
Գծագրէ քառակուսի մը՝ որն որ ծանօթ Ուղղանկեան մը շրջապատին հաւասար շրջապատ ունենայ:

Քառակուսւոյ մը անկիւնագիծը ծանօթ է. աս քառակուսին պէտք է շինել:

95. Երկու տրուած կողերով Ուղղանկիւն մը շինել:

Պէտք է Ա ուղիղ անկիւն մը գծել (Ձեւ 89), ԱԲ

Ձեւ 89.



= ա, ԱԳ = բ ընել, եւ Բէն առնելով բ կէս տրամագծով, եւ Գէն առնելով՝ ա կէս տրամագծով աղեղներ գծելու է. Դ հատմանկէտը փընտռուած Ուղղանկեան չորրորդ անկիւնակէտն է:

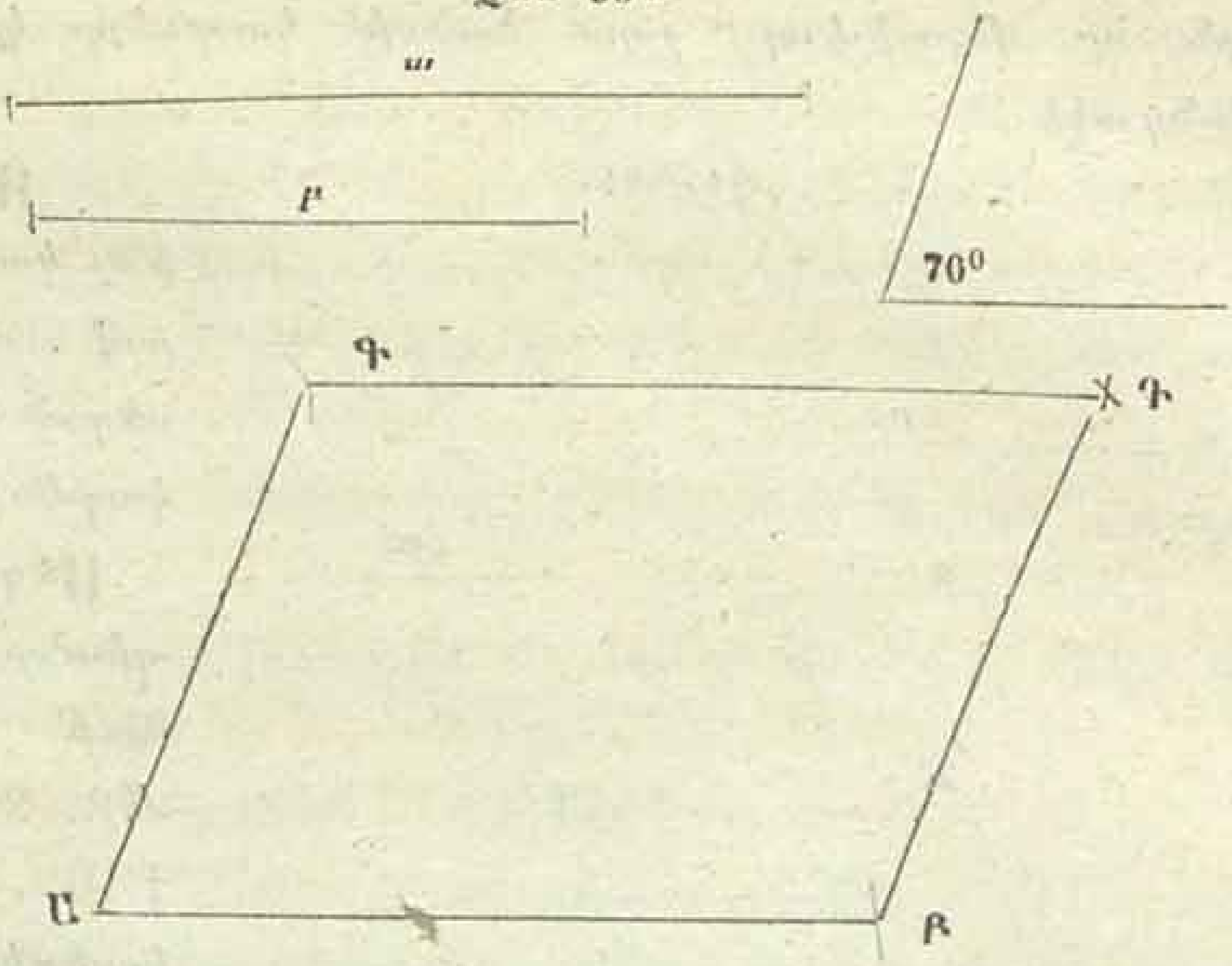
Աս կազմութենէն յառաջ կու գայ՝ որ Ուղղանկիւն մը երկու դրացի կողերով կրնայ որոշ գտնուիլ: Ուրեմն երկու Ուղղանկիւններ պէտք է որ պատշաճական ըլլան՝ թէ որ իրենց երկու դրացի կողերը՝ փոխառփոխ հաւասար են:

Գծէ Ուղղանկիւն մը՝ որուն կողերը 3′ ու 2′ 2″ են:

96. Զուգահեռագիծ մը գծել, երբ որ անոր երկու կողը ա եւ բ անոնցմէ գոյացած անկիւնը, օրինակի աղագաւ, 70° ծանօթ են:

Պէտք է, Ա = 70° (Ձեւ 90) անկիւնը շինել, ԱԲ = ա, ԱԳ = բ ընել, ու Բէն եւ Գէն առնելով բ եւ ա

Ձեւ 90.



կէս տրամագծերով աղեղներ գծել՝ որոնք Դին վրայ իրար կտրեն. ԱԲԴԳը փնտռուած զուգահեռագիծն է։

Ուրեմն՝ երկու կող իրենց գոցած անկիւնով մէկտեղ որոշ զուգահեռագիծ մը կու տան։ Աս նախադասութիւնն արդէն 70էն չի՞հետեւիր։

Ե՞րբ երկու զուգահեռագծեր պատշաճական են։

Ինչո՞վ շեղանկիւն մը կատարելապէս կ'որոշուի։

Գծէ զուգահեռագիծ մը՝ որուն մէջ 2′ 1″ եւ 1′ 5″ կողերը 123° անկիւնը փակեն։

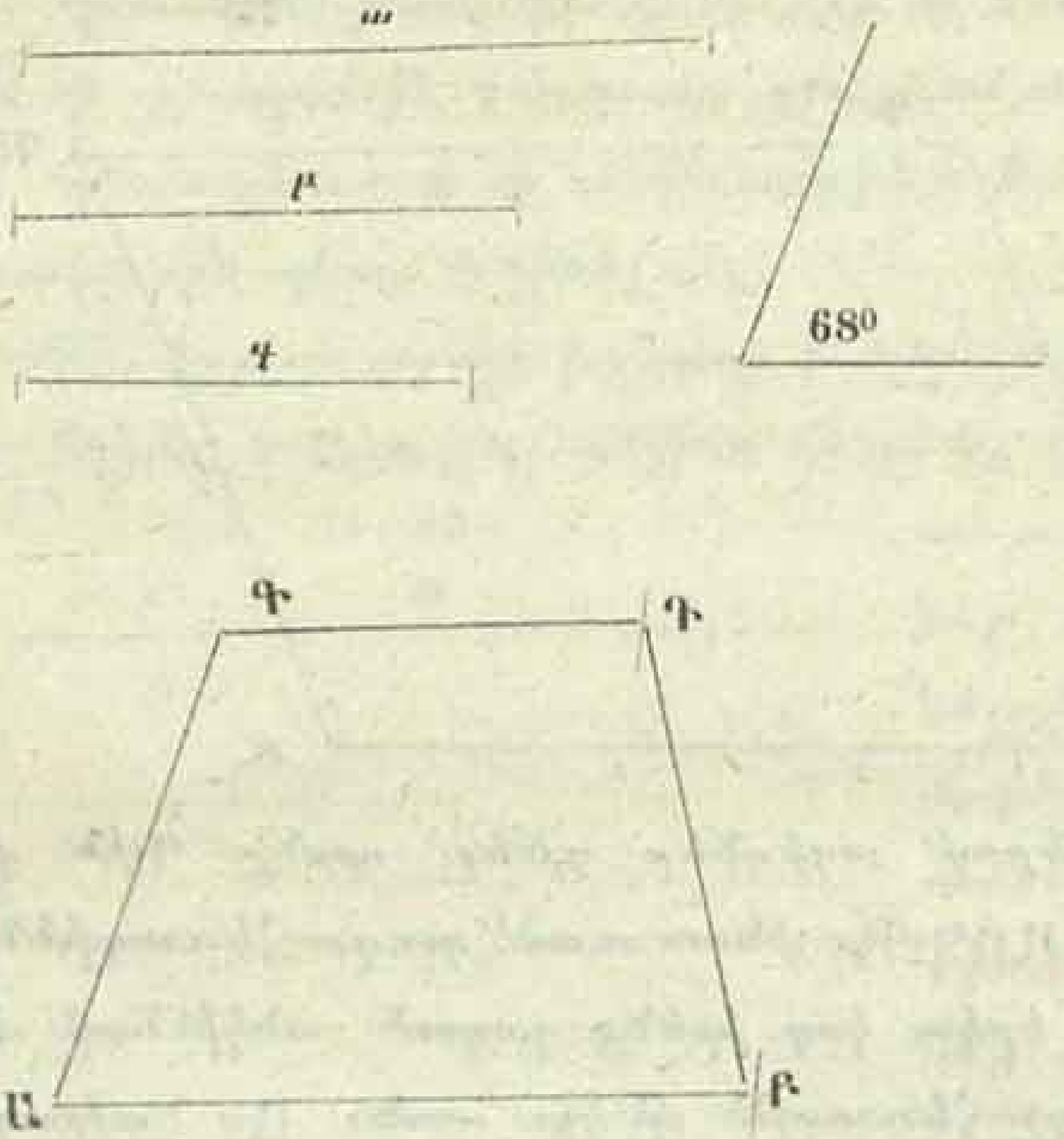
Գծէ շեղանկիւն մը, որուն կողը 1′ 10″ ու անկիւնը 55° ըլլայ։

97. Սեղան մը կազմել ա, բ, գ երեք ծանօթ տուեալ գծերով ու մէկ ծանօթ անկեամբ, օրինակի աղագաւ՝ 68°, որն որ ա ու բով պիտ'որ շինուի։

Պէտք է Ա = 68° անկիւն մը շինել (Ձեւ 91), ու ԱԲ = ա, ԱԳ = բ ընել։ Գէն ԱԲին զուգահեռական գիծ մը քաշել եւ անկէց ԳԴ = գ կտրել։ Անկէ ետքը ԲԴ քաշելու ըլլանք՝ կ'ունենանք ԱԲԴԳ սեղանը՝

որն որ վերոյիշեալ չորս ծանօթ կողմերը կը բովանդակէ :

Ձեւ 91.



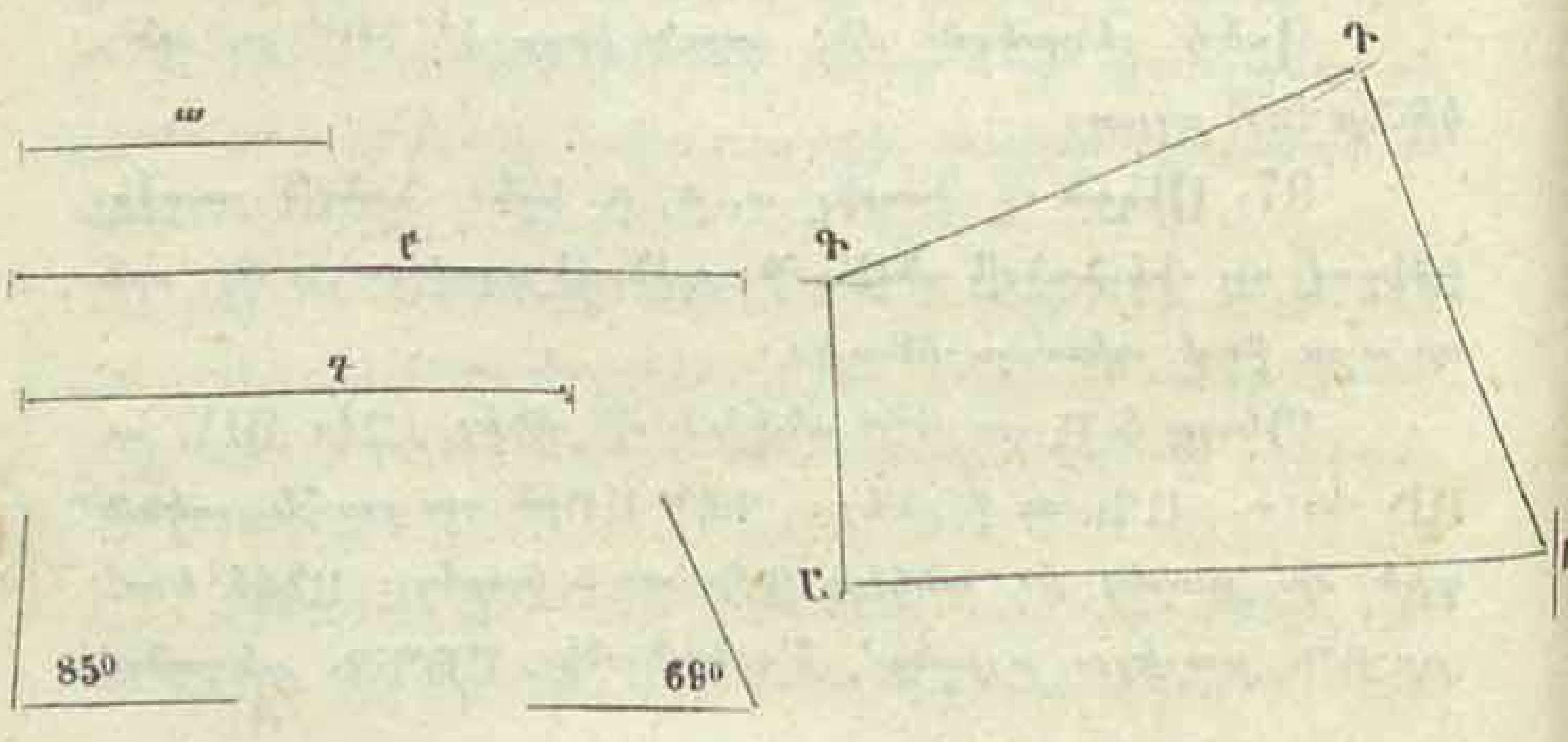
Ուրեմն ինչ կողմերով ամբողջ սեղան մը կը կազմուի :

Սեղան մը պիտ՚որ կազմուի՝ որուն մէջ 2′ 8″, 1′ 3″, 2′ 2″ կողերկան, որոնցմէ երկու առաջինները 80°ի անկիւն կը փակեն :

98. Սեղանաձեւեր մը շինել՝ ա, բ, գ երեք կողերով ու 85° եւ 69° երկու անկիւններով՝ որոնց սրունները ան երեք կողերն են :

ԱԲ = բ ընելու է (Ձեւ 92), Աին ու Բին վրայ 85° ու

Ձեւ 92.



69° անկիւնները յարմարցընելու է ու նոր քաշուած սրուններուն վրայ ԱԳ = ա, ու ԲԴ = բ կտրելու է։ Թէ որ ԳԴ ալ քաշելու ըլլանք՝ ուզուած Ցեղանակերպը կ՚ունենանք։

Գծագրէ սեղանակերպ մը 1′ 8″, 2′ 2″, 1′ 4″ երեք կողերով ու անոնց մէջ փակուած 97° ու 83° անկիւններով։

Քառանկիւն մը պիտ՚որ գծուի՝ ծանօթ ըլլալով անոր.

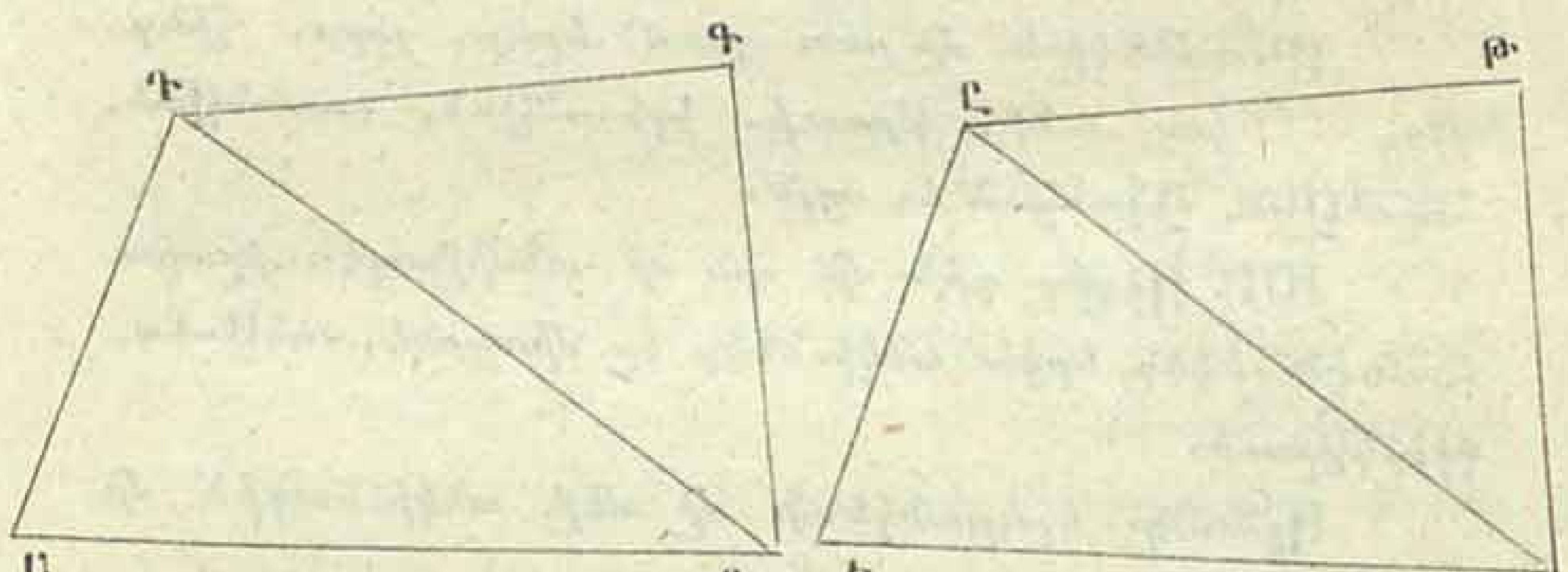
Ա. երեք անկիւնները եւ անոնց մէջ կեցող երկու կողերը.

Բ. չորս կողերն ու մէկ անկիւնը.

Գ. չորս կողերն ու մէկ անկիւնագիծը։

99. Քառանկիւն մը շինել՝ որն որ ԱԲԳԴ (Ձեւ 93) ծանօթ քառանկեան հետ պատշաճական ըլլայ։

Ձեւ 93.



Թէ որ ԲԴ անկիւնագիծը քաշենք, ԵԶԸ $\cong$ ԱԲԴ երեքանկիւնը գծենք եւ ԶԹին վրայ ալ ԶԹԸ $\cong$ ԲԳԴ երեքանկիւնը գծենք, ան ատեն քառանկիւնն ԵԶԹԸ $\cong$ ԱԲԳԴ է։ Բայց հարկաւոր ալ չէ՝ ԲԴ անկիւնագիծն իրօք քաշել ու երեքանկիւններն ամբողջ գծագրել. գլխաւոր բանն ան է որ նոր քառանկեան չորս անկիւնակէտերը Ե, Զ, Թ, Ը նախընթաց կազմութեան նկատմամբ որոշ գտնուին, որն որ հետեւեալ կերպով կ՚ըլլայ։

ԵՁ = ԱԲ ընելէն ետեւ, պէտք է ԵԷն ու ՁԷն ԱԳ ու ԲԳ կէս տրամագծերով աղեղներ գծել՝ որոնք Ըին վրայ իրար կտրեն. դարձեալ՝ պէտք է ՁԷն ու ԸԷն ԲԳ ու ԳԳ կէս տրամագծերով աղեղներ գծել՝ որոնք Ըին վրայ իրար կտրեն: Անկէ ետքը ԵԸ, ԸԹ, ԹՁ գծերը քաշելով՝ ուզուած քառանկիւնը կ'ունենանք:

Ե. ԲԱԶՄԱՆԿԻՒՆՆԵՐ

1. *Բազմանկեան մը կազմիչ մասերը:*

100. Ամէն ձեւ՝ որն որ շատ մը ուղիղ գծերով գոցուած է, **Բազմանկիւն** (Polygone) կ'ըսուի:

Բազմանկիւն մը այնչափ կող ունի, որչափ անկիւն ունի, ամէն մէկ կողը երկու կայուն անկիւններ ունի, ամէն մէկ անկիւնը՝ երկու զինքը գոցող կող ունի:

Բազմանկիւն մը ըստ որում երեք, չորս, հինգ, վեց . . . կող ունի, կ'ըսուի. **Երեքանկիւն**, **Քառանկիւն**, **Հնգանկիւն**, **Վեցանկիւն** եւ այլն:

101. Ուղիղ գիծ մը՝ որն որ անմիջապէս իրարու ետեւէն չեկող երկու անկիւններ կը միացընէ, **Անկիւնագիծ** կ'ըսուի.

Կրնա՞նք երեքանկեան մը մէջ անկիւնագիծ մը քաշել:

Քանի՞ անկիւնագիծ կրնանք քաշել քառանկեան մը մէջ միայն մէկ անկիւնակէտէն եւ ատով քառանկիւնը քանի՞ երեքանկեան կը բաժնուի: Քանի՞ իրար չկտրող անկիւնագծեր կրնան ըլլալ հնգանկեան մը մէջ, քանի՞ հատ վեցանկեան մը մէջ, տասնանկեան մը մէջ. ասանկով քանի՞ երեքանկեանց կը բաժնուի հնգանկիւնը, վեցանկիւնը, տասնանկիւնը:

Ուրեմն **բազմանկեան մը մէջ մէկ անկիւնակէտէն քա-**

շուելը անկիւնագծերուն թիւը մէկը կողերուն թուէն 3ով պզտիկ է, եւ երեքանկեանց թիւը՝ որոնց բազմանկիւն մը կը բաժնուի անկիւնագծերով, կողերուն թուէն 2ով պզտիկ է։

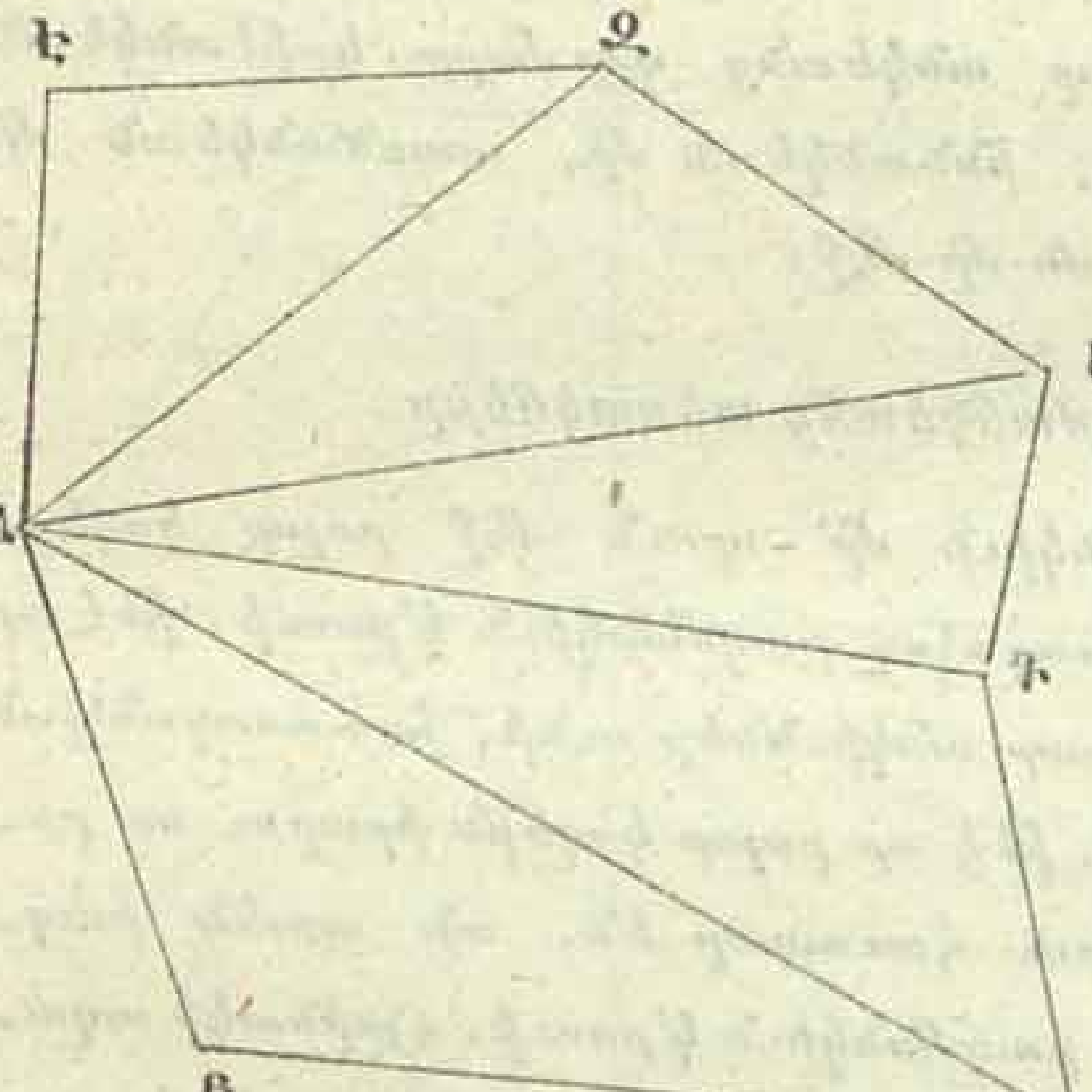
Ըստհասարակ որչափ անկիւնագիծ կրնայ քաշուիլ եռանկեան, հնգանկեան, վեցանկեան կամ տասնանկեան մը մէջ։

102. Բազմանկեան մը անկիւնները կրնան սուր, ուղիղ, բութ եւ նաեւ բարձր անկիւններ ըլլալ. վերջինները բազմանկեան ներհնայարձակ անկիւնները կ'ըսուին։

Գծագրէ բազմանկիւն մը՝ որուն մէջ բոլոր աս չորս տեսակ անկիւններն ալ ըլլան։

Իմանալու համար՝ թէ ԱԲԳԴԵԶԷ (Ձեւ. 94) բազմանկեան մը բոլոր ներքին անկիւններուն գումարը որչափ է, պէտք ենք նոյնն անկիւնագծերով երեքանկեանց բաժնուած մտածել։ Յայտնի է՝ որ բազմանկեան բոլոր անկեանց գումարն այնչափ պիտ'որ ըլլայ՝ որչափ է բոլոր երեքանկեանց մէջ գտնուած անկիւններուն գումարը, ուստի եւ անկեանց գումարը երկու անգամ այնչափ ուղիղ անկեանց հաւասար պէտք է ըլլալ՝ որչափ որ երեքանկիւններ կրնան շինուիլ, որովհետեւ ամէն երեքանկեան անկիւնները երկու ուղիղ անկիւն կ'ընեն։ Արդ՝ թէ որ այնչափ երեքանկիւն-

Ձեւ. 94.



ներ կարելի ըլլային՝ որչափ որ բազմանկիւնը կողեր ունի, ան ատեն բազմանկեան բոլոր անկեանց գումարը գտնուած կողերուն կրկնապատիկ ուղիղ անկեանց հաւասար կ'ըլլար։ Բայց որովհետեւ երկու երեքանկիւն պակաս կը գըտնուին, անոր համար ան գումարն ալ երկու անգամ երկու ուղիղ անկիւն, այսինքն 4 ուղիղ անկիւն փոքրագոյն կ'ըլլայ։

Ուրեմն բազմանկեան մը բոլոր անկիւններուն գումարը հաւասար է այնչափ ուղիղ անկեանց կրկնապատկին, որչափ կողեր որ բազմանկիւնն ունի, նուազ 4 ուղիղ անկիւն։

Հնգանկեան մը մէջ բոլոր անկեանց գումարն է 2 × 5ո — 4ո = 10ո — 4ո = 6ո = 450°։ 540°.

Վեցանկեան մը մէջ բոլոր անկիւններուն գումարը հաւասար է 2 × 6ո — 4ո = 12ո — 4ո = 8ո = 720°։

Որչափ է բոլոր անկեանց գումարը եօթանկեան մը, ութանկեան մը, իննանկեան մը, տասնանկեան մը ու երկոտասանանկեան մը մէջ։

2. Բազմանկեանց տեսակները։

103. Բազմանկիւն մը՝ որուն մէջ բոլոր կողերը հաւասար են, հաւասարակող բազմանկիւն կ'ըսուի. Թէ որ բազմանկիւնը հաւասար անկիւններ ունի, հաւասարանկիւն բազմանկիւն կ'ըսուի. Թէ որ բոլոր կողերն իրարու ու բոլոր անկիւններն իրարու հաւասար են, ան ատեն բազմանկիւնը կանոնաւոր բազմանկիւն կ'ըսուի։ Օրինակի աղագաւ՝ Շեղանկիւնը հաւասարակող է, Ուղղանկիւն մը հաւասարանկիւն է, Քառակուսին կանոնաւոր քառանկիւն է։

Որովհետեւ կանոնաւոր բազմանկեան մը մէջ բոլոր անկիւնները հաւասար են, անոր համար դիւրին է անոնցմէ մէկուն չափը գտնել. պէտք է բոլոր անկիւններուն գումարը փնտռել եւ նոյնը անկեանց թուոյն վրայ բաժնել։ Օրինակի աղագաւ՝

կանոնաւոր երեքանկեան մէկ անկիւնն է $\frac{180^0}{3} = 60^0$,

" քառանկեան " " " $\frac{360^0}{4} = 90^0$,

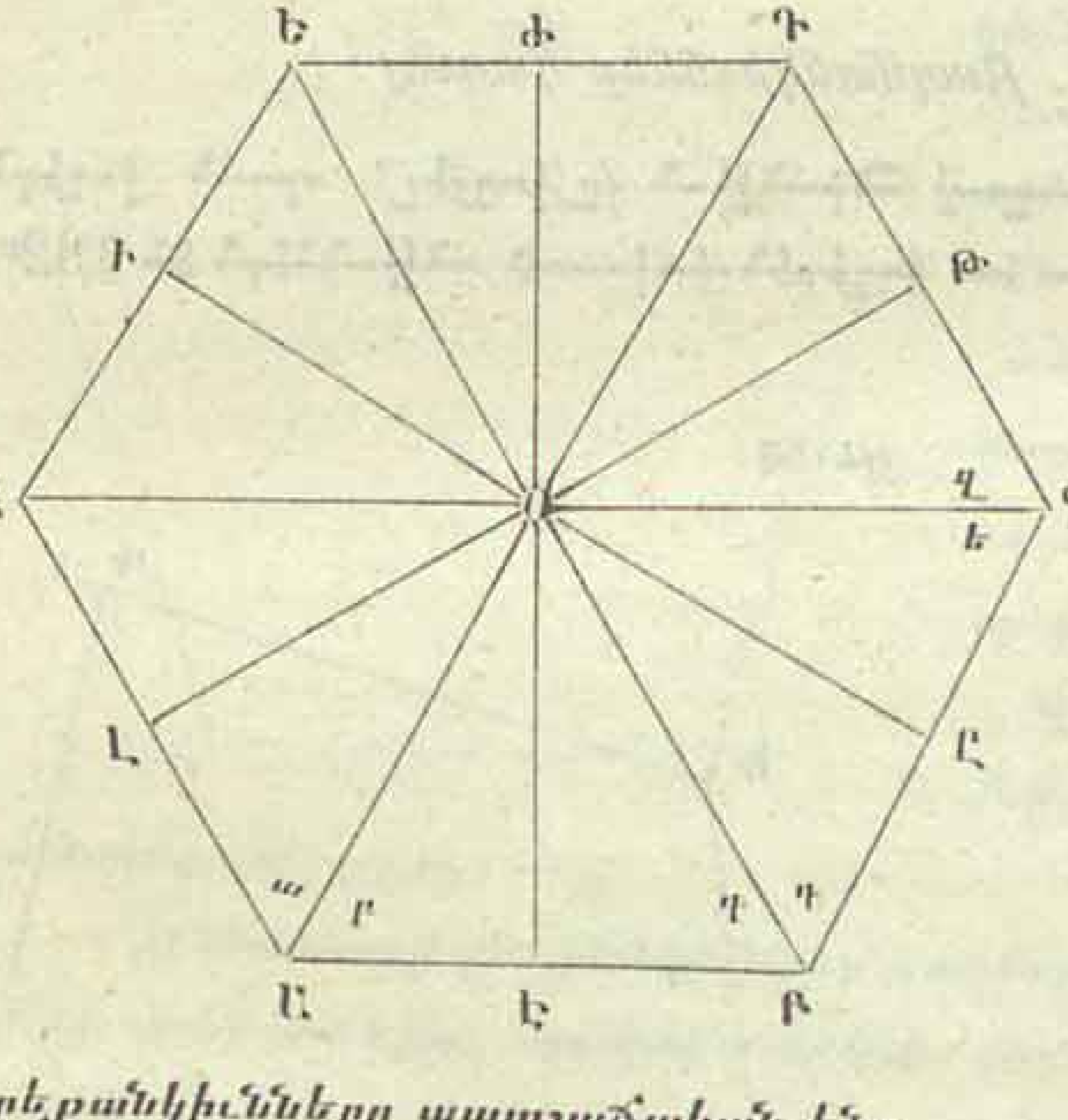
" հնգանկեան " " " $\frac{540^0}{5} = 108^0$,

" վեցանկեան " " " $\frac{720^0}{6} = 120^0$

եւ այլն։

104. Ամէն կանոնաւոր բազմանկեան մէջ կայ կէտ մը՝ որն որ բոլոր կողերէն հաւասարապէս հեռու կեցած է եւ նոյնպէս բոլոր անկիւնակէտերէն նոյն հեռաւորութիւնն ունի։ Անոր համար՝ կանոնաւոր բազմանկեան կեդրոնը կը կոչուի։

Ձեւ 95.



Թէ որ ԱԲԳԴԵԶ (Ձեւ 95) կանոնաւոր բազմանկիւն մըն է եւ Օ անոր կեդրոնն է, ան ատեն ԱՕ = ԲՕ = ԳՕ = ԴՕ = ԵՕ = ԶՕ է ու ԱՕԲ, ԲՕԳ, ԳՕԴ, ԴՕԵ, ԵՕԶ, ԶՕԱ երեքանկիւնները պատշաճական են։

Ուստի՝ թէ որ կանոնաւոր բազմանկեան մը մէջ՝ կեդրոնէն դէպ ի ամէն անկիւնակէտերը ուղիղ գծեր քաշենք, ան ատեն բազմանկիւնը այնչափ պատշաճական երեքանկեանց կը բաժնուի, որչափ որ բազմանկիւնը կողեր ունի։

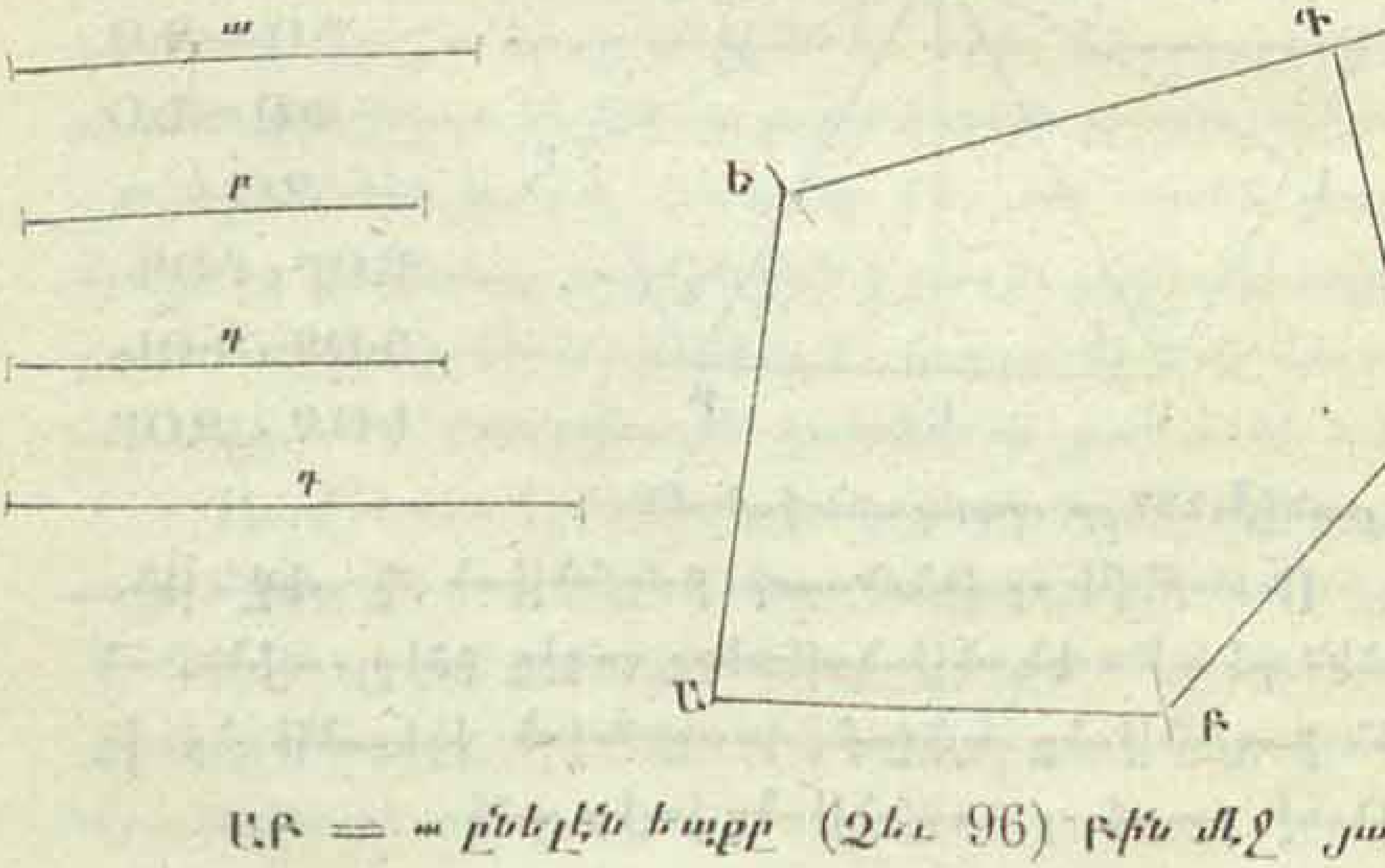
Կը տեսնենք՝ որ ԱՕ, ԲՕ, ԳՕ, . . . ուղիղ գծերով բազմանկեան անկիւնները Ա, Բ, Գ, . . . կ՚ընդմիջին (կը կիսուին), այսինքն ա = բ, գ = դ, ե = զ, . . . է։ Ուստի՝ կանոնաւոր բազմանկեան մը կենդրոնը գտնելու համար, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ բազմանկեան մինակ երկու անկիւնն ընդմիջել (կիսել). սա ընդմիջման գծերուն հատման կէտը փնտռուած կենդրոնն է։

Թէ որ Օ կենդրոնէն բազմանկեան կողերուն վրայ ՕԷ, ՕԸ, ՕԹ, . . . ուղղաձիգ գծերը քաշելու ըլլանք, սա ուղղաձիգները Օ կէտին՝ ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, . . . կողերէն ունեցած հեռաւորութիւնը կը ցուցընեն եւ իրարու հաւասար են, որովհետեւ կենդրոնը կանոնաւոր բազմանկեան ամէն կողերէն հաւասար հեռու կեցած է։

3. *Բազմանկիւններ կազմել:*

105. Անկանոն հնգանկիւն մը կազմել՝ որուն կողերն են ա, բ, գ, դ եւ սա կողերէն գոյացած անկիւններն են 132°, 125° եւ 84°։

Ձեւ 96։



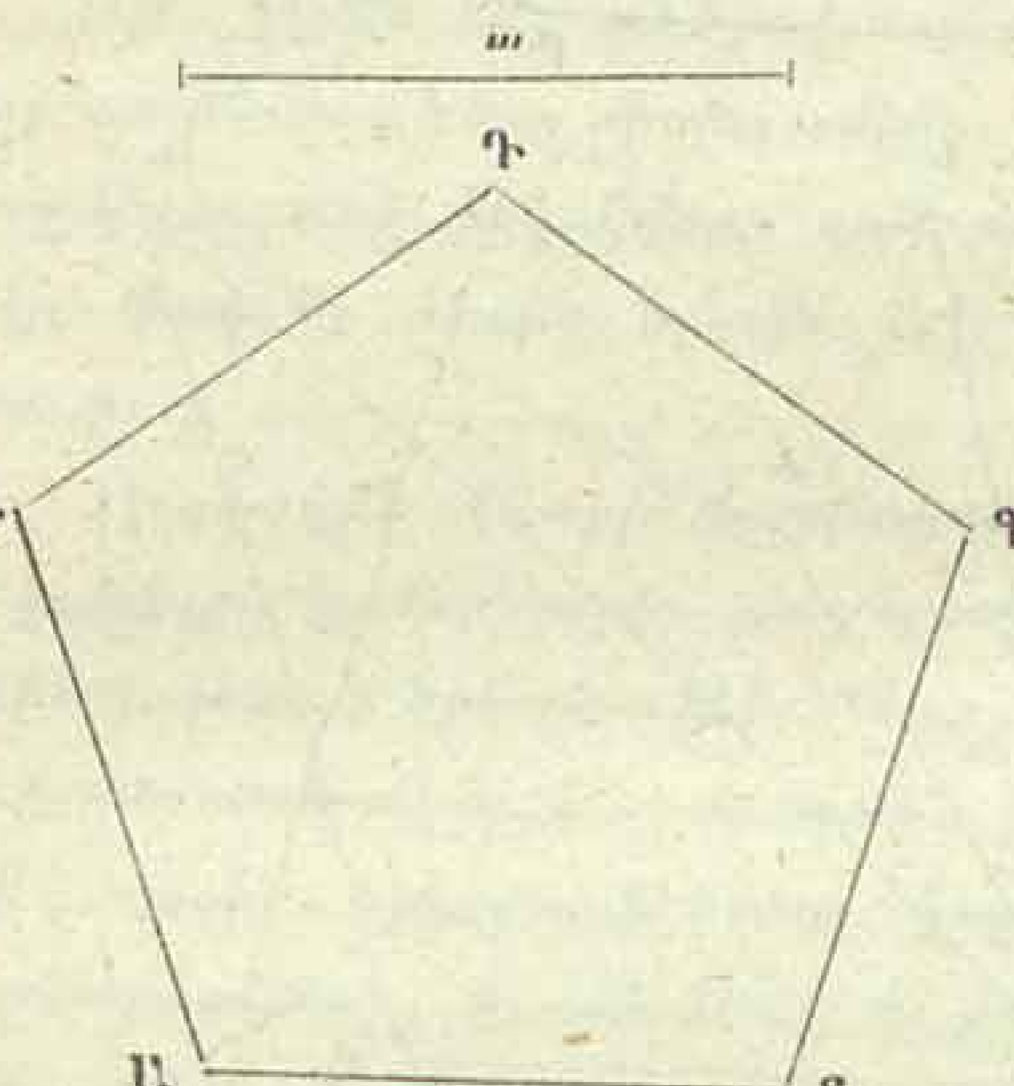
ԱԲ = ա ընելէն ետքը (Ձեւ 96) Բին մէջ յար-

մարցընելու է 132° անկիւնը. նոր սրունքին վրայ ԲԳ = բ կտրելու է, Գին մէջ յարմարցընելու է 125° անկիւնը. դարձեալ ԳԴ = գ ըռնելու է, գծելու է Դին վրայ 84° անկիւնը եւ կտրելու է ԴԵ = դ: Անկէ ետքը ԱԵ քաշելով կ՚ունենանք ուզուած ԱԲԳԴԵ հնգանկիւնը:

Գծէ վեցանկիւն մը՝ որուն մէջ 2′ 2″, 8′ 1″, 1′ 8″, 2′ 5″, 2′ 10″ կողերը կարգաւ 77°, 158°, 35°, 200° անկիւնները կը փակեն:

106. Կանոնաւոր հնգանկիւն մը գծել՝ որուն ա կողը (Ձեւ 97) ծանօթ է:

Ձեւ 97.



Որովհետեւ կանոնաւոր հնգանկեան որ եւ իցէ անկիւնը 108° է, անոր համար հոս գիտենք ամէն կողերը եւ ամէն անկիւնները եւ ամբողջ կրնանք կազմել 105ին մէջ աւանդուած կերպով:

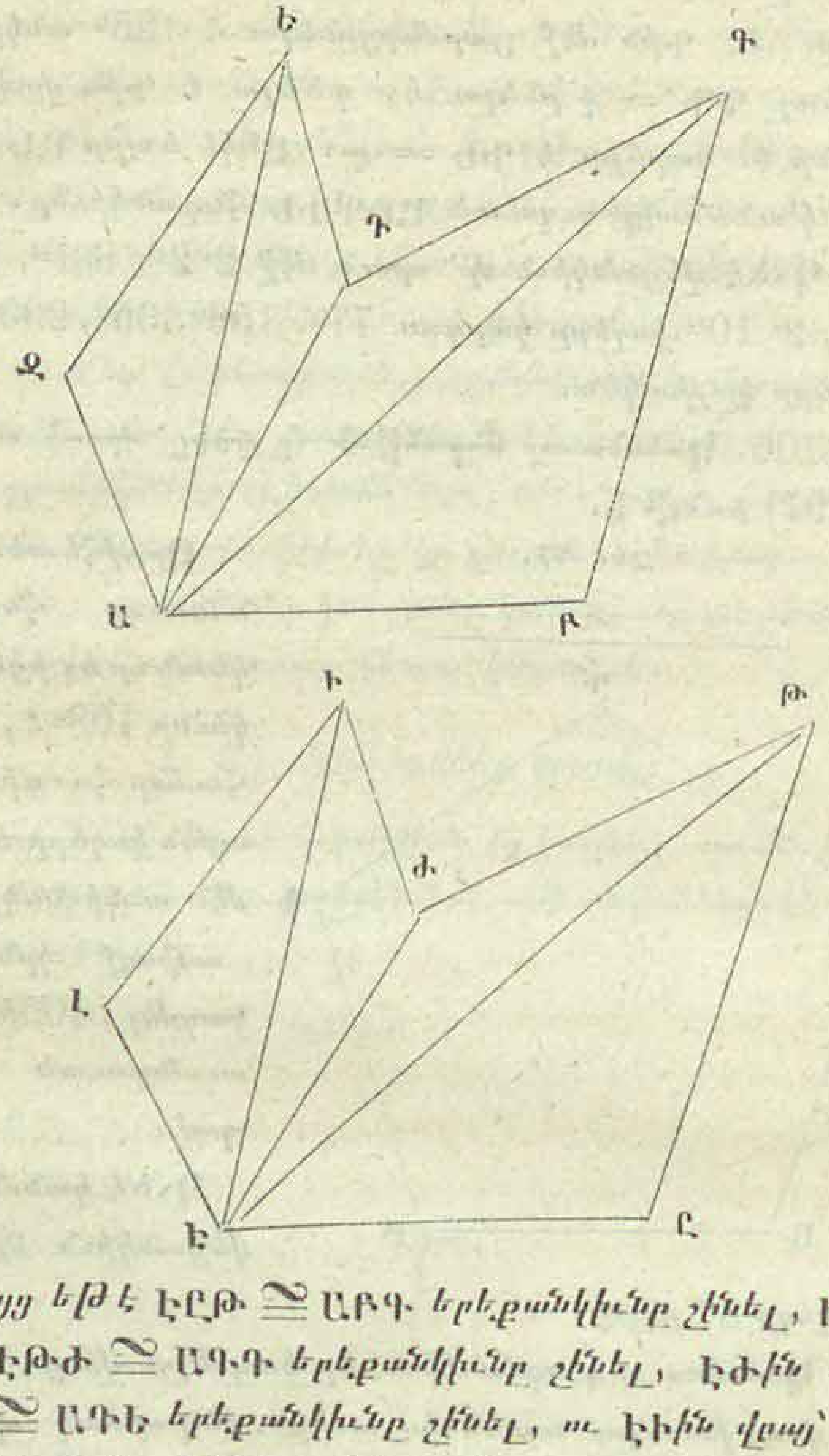
Գծէ կանոնաւոր վեցանկիւն մը՝ որուն կողը 8″ ըլլայ:

Կանոնաւոր բազմանկիւններ կազմելու վրայ, բոլորակի վրայ խօսելու առեններս աւելի ընդարձակ պիտ՚որ ճառենք:

107. Բազմանկիւն մը կազմել՝ որն որ ԱԲԳԴԵԶ ծանօթ բազմանկեան հետ (Ձեւ 98) պատշաճական ըլլայ:

Թէ որ ծանօթ բազմանկիւնը անկիւնագծերով եռանկիւններու բաժնուած մտածենք, ուրիշ բան պէտք

Ձև. 98.



չէ՝ բայց եթէ ԷԸԹ ≅ ԱԲԳ երեքանկիւնը շինել, ԷԹին վրայ՝ ԷԹԺ ≅ ԱԳԴ երեքանկիւնը շինել, ԷԺին վրայ ԷԺԻ ≅ ԱԴԵ երեքանկիւնը շինել, ու ԷԻին վրայ՝ ԷԻԼ ≅ ԱԵԶ երեքանկիւնը շինել, ան ատեն աս վեցանկիւնը ԷԸԹԺԻԼ ≅ ԱԲԳԴԵԶ կ՚ըլլայ։ Բայց մէկալ կողմանէ հարկաւոր չէ աս երեքանկիւններն իրօք գծել, մինակ պէտք է Է, Ը, Թ, Ժ, Ի, Լ կէտերը անանկ որոշել՝ որ անոնց մէջ ան երեքանկիւնները կարող ըլլանք երեւակայնել: Եւ որպէս զի աս ըլլայ՝ պէտք է ԷԸ = ԱԲ ըլլալ, Էէն եւ Ըէն՝ ԱԳ եւ ԲԳ կէս տրամագծերով աղեղներ գծել, որով Թ կէտը կ'ունենանք. ետքէն Էէն ու Թէն՝ ԱԴ ու ԳԴ կէս տրամագծերով աղեղներ գծելու է՝ որոնք Ժին վրայ իրար կտրեն, եւ այլն:

Գծէ հնգանկիւն մը, ութանկիւն մը, տասնանկիւն մը, ու ամէն մէկուն համեմատ պատշաճական բազմանկիւնը շինէ:

Ջ. ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՁԵՒԵՐԸ ՉԱՓԵԼ

1. Շրջապատ ու երեսին կամ մակերեւութին մէջը:

108. Ամէն ձեւ գծերով սահմանուած է: Ձեւի մը բոլոր սահմանագծերը միանգամայն առնեալ ձեւին շրջապատը կ'անուանի, իսկ մէջը՝ զոր որ ան սահմանագծերը կը փակեն, ձեւին երեսին մէջը կամ մակերեւոյթը կ'ըսուի:

Ուղղագիծ (հարթաչափական) ձեւի մը շրջապատը գտնելու համար՝ ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ նոյն ձեւին կողերուն երկայնութիւնները գումար ընել: Թէ որ ձեւը հաւասարակող է, ան ատեն շրջապատը հաւասար է մէկ կողին երկայնութեանը՝ կողերուն թուոյն հետ բազմապատկեալ: Ուստի ձեւոյ մը շրջապատը գտնելն ալ ուրիշ դժուարութիւն մը չունի:

Խնդիրներ:

1. Ո՞րչափ է երեքանկեան մը շրջապատը, որուն կողերը 2′ 4″, 2′ 7″ ու 3′ են:
2. Ուղղանկիւն մը 3′ 4″ խարիսխ ունի ու 2′ 8″ բարձրութիւն. ո՞րչափ է շրջապատը:
3. Հաւասարակող երեքանկեան մը շրջապատն է 7° 3′ 9″. ո՞րչափ է մէկ կողը:

4. Հաւասարասրուն երեքանկեան մը խարիսխը 2՛ 4՛՛ է, ամէն մէկ սրունքը 1՛ 10՛՛ է. որչափ է շրջապատը։
5. Փնտռէ հաւասարասրուն երեքանկեան մը խարիսխը, որուն շրջապատը 5՛ 8՛՛ է, ու ամէն մէկ սրունքը 1՛5՛՛
6. Հաւասարասրուն երեքանկեան մը շրջապատն եղած ըլլայ 2° 3՛ 5՛՛ ու խարիսխը 4՛ 3՛՛. որչափ է ամէն մէկ սրունքը։
7. Քառակուսի մը կողն է 1՛ 3՛՛ 5՛՛՛. որչափ է շրջապատը։
8. Զուգահեռագծի մը մէջ երկու դրացի կողերն են 3՛3՛՛ ու 4՛1՛՛. ի՞նչ շրջապատ ունի զուգահեռագիծը։
9. Ո՞րչափ է քառակուսի մը կողը, որուն շրջապատն է 2° 5՛ 8՛՛։
10. Քառակուսի մը կողը 3՛ 6՛՛ է. ո՞րչափ պէտք է ըլլալ կանոնաւոր վեցանկեան մը կողը՝ որպէս զի սա վեցանկիւնը այնչափ շրջապատ ունենայ՝ որչափ որ քառակուսին ունի։
11. Պարտէզ մը՝ որն որ Ուղղանկեան մը ձեւ ունի, 18 4՛ երկայնութիւն ու 12° լայնութիւն ունի. կ՚ուզենք սա պարտէզը շիտակ կեցած տախտակներով շրջապատել, ո՞րչափ տախտակ պէտք է՝ թէ որ ամէն մէկ տախտակը 1՛ 8՛՛ լայնութիւն ունի։
12. Հայելի մը 5՛ 8՛՛ շրջապատ ունի ու 1՛ 8՛՛ բարձրութիւն, ո՞րչափ է անոր լայնութիւնը։

109. Ձեւոյ մը երեսին մէջը կամ բովանդակութիւնը գըտնելու համար, այսինքն՝ սա ձեւէն փակուած երեսը չափելու համար՝ պէտք ենք ծանօթ երես մը իբրեւ միութեան չափ առնուլ եւ փնտռել թէ սա իբրեւ միութիւն առնուած երեսը չափուելի երեսին մէջ քանի՞ անգամ կայ։

Ամենէն աւելի չափուելու դիւրին երեսը Քառակուսին է, որն որ միանգամայն առ հասարակ իբրեւ երեսի չափի միութիւն ընդունուած է։ Արդ որպէս զի երեսի չափերը երկայնութեան չափերուն հետ համաձայնցընենք, չափելու համար՝ անանկ քառակուսիներ կ՚առնունք՝ որոնց կողերը սովորական երկայնութեան չափերուն երկայնութիւնն ունին, ու իւրաքանչիւր երկայնութեան չափէն յառաջ քառակուսի բառը դնելով կ՚անուանենք այսպէս՝ քառակուսի ձողաչափ ($\square^{0}$), քառակուսի ոտնաչափ ($\square'$), քառակուսի մատնաչափ ($\square''$), քառակուսի գծաչափ ($\square'''$), քառակուսի մղոն (□ Մ.)։

Ուրեմն ի՞նչ կը նշանակէ քառակուսի ձողաչափ մը, քառակուսի ոտնաչափ մը եւ այլն։

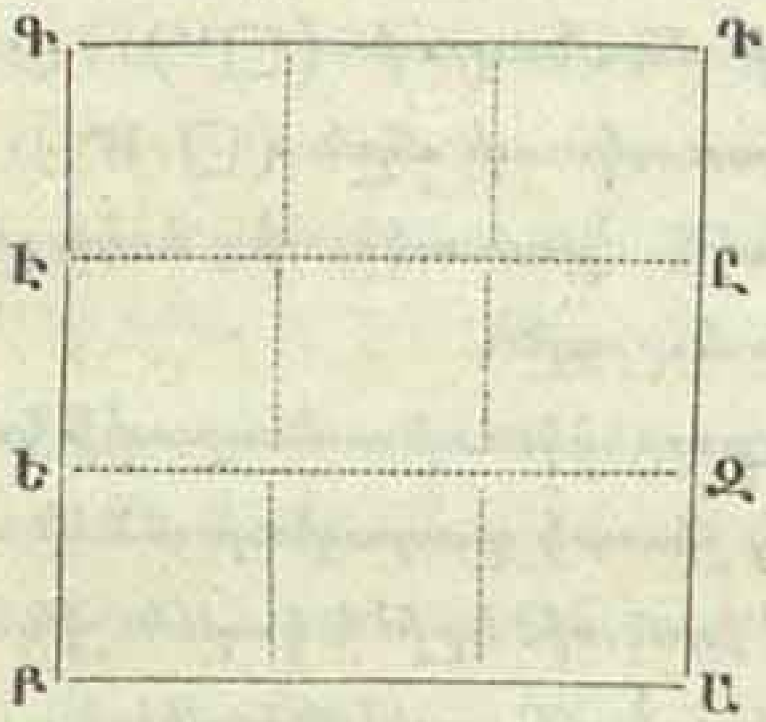
Որպէս զի աշկերտները քառակուսի ոտնաչափի կամ քառակուսի մատնաչափի վրայ շիտակ գաղափար ունենան, աղէկ է՝ որ նոյները թղթէ կամ խաւաթերթէ կտրեն շինեն։

Ձեւի մը երեսին չափը կամ բովանդակածը կը ճանչցուի՝ երբ որ գտնուի թէ այս ձեւը քանի քառակուսի ձողաչափ, քանի քառակուսի ոտնաչափ եւ այլն կը պարունակէ։ Ուստի օրինակի աղագաւ՝ սեղանի մը երեսը չափելու համար՝ այնչափ անգամ քառակուսի ոտնաչափ մը սեղանին վրայ քովէ քով դնելու է՝ որչափ որ սեղանը կ՚առնու. թէ որ անանկ մնացորդ մնայ՝ որ ալ քառակուսի ոտնաչափ մը չ՚առնուր, անոր տեղն կրնանք այնչափ քառակուսի մատնաչափ դնել որչափ որ կարելի է։ Անանկով ապահովապէս կը գիտնանք թէ՝ սեղանին երեսը քանի քառակուսի ոտնաչափ ու քանի քառակուսի մատնաչափ կը բովանդակէ։ Բայց սաստիկ անմիջական կերպով երեսները չափելը շատ երկայն կ՚ըլլար եւ շատ դէպքերու մէջ ալ գործադրութիւնն անկարելի։ Անոր համար սովորութիւն է ձեւերուն երեսը՝ միջնորդաբար չափել, այսինքն անոր գծերը չափելով՝ որոնցմէ ձեւի մը մեծութիւնը կախուած է, եւ այս երկայնութեան չափերէն պարզ մակերեւութիւններով երեսին բովանդակածը կը հաշուենք։

2. Քառակուսւոյ մը երեսին չափը։

110. Թէ որ ԱԲԳԴ քառակուսւոյն կողը 3 մատնաչափ է, (Ձեւ 99), անատեն ԱԲ կողէն երկայնութեամբ քառակուսի մատնաչափ մը կրնանք 3 անգամ դնել, ուստի ԱԲԵԶ Ուղղանկիւնը 3□'' կը բովանդակէ, նոյնպէս ալ ԶԵԷԸ Ուղղանկիւնը 3□'' եւ ԸԷԳԴ Ուղղանկիւնն ալ նոյնպէս 3□''։ Ուրեմն բոլորը մէկէն 3 անգամ 3 = 9 քառակուսի մատնաչափ։

Ձեւ 99.



Թէ որ քառակուսւոյն կողը 3 ոտնաչափ ըլլար, երեսին բովանդակածն ալ 9 քառակուսի ոտնաչափ կ'ըլլար։

Գծէ քառակուսի մը՝ որուն կողը 4'' ըլլայ, ու կողերն ըստ պատշաճի բաժնելով ու բաժանման դիմացէ դիմաց եկող կէտերէն նոյները միացնելով՝ գտիր որ քանի քառակուսի մատնաչափ երես ունի։

Նոյն կերպով գտիր քառակուսւոյ մը երեսին չափը՝ ենթադրելով որ երեսը նախ 5'', երկրորդ՝ 6'' երրորդ՝ 2° ըլլայ։

Ուրեմն քառակուսւոյ մը երեսին չափը կը գտնուի՝ թէ որ մէկ կողէն երկայնութեան թիւը՝ իրեն իր վրայ բազմապատկուի։

Ասոր համար նախ հաշիւներու մէջ կ'ըսենք՝ թէ թիւ մը ինք իր վրայ բազմապատկելը՝ ան թիւը քառա-կուսայ հանել է:

Քառակուսի ծողաչափի մը մէջ ամէն մէկ կողը 6 ոտնաչափ կը բովանդակէ, ուստի՝

$$1\,\square^{0} = 6 \times 6 = 36\,\square',$$

Նոյնպէս ասկից կը հետեւի որ.

$$1\square' = 12 \times 12 = 144\square'',$$

$$1\square'' = 12 \times 12 = 144\square''',$$

$1\square$ Մ. $= 4000 \times 4000 = 16000000\square^{0}$ ըլլայ:

Երես մը կամ մակերեւոյթ մը՝ որն որ $1600\ \square^{0}$ կը բովանդակէ, Արտավար մը կ'ըսուի. ու հաւասար է քառակուսայ մը՝ որուն կողը 40^{0} է:

111. Թէ որ կողի մը երկայնութիւնը ծողաչափով, ոտնաչափով ու մատնաչափով բացատրուած է, ան ատեն զինք իր վրայ բազմապատկելէն յառաջ ամէնէն վերին եւ կամ ամէնէն ստորին անուանակոչութեան պէտք է վերածել:

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ քառակուսայն կողը $2^{0}\ 3'\ 9''$ է, ան ատեն կ'ունենանք.

$$2^{0}\ 3'\ 9'' = 2^{0}\ 3\ 75' = 2.625^{0}$$

$$2.625 \times 2.625$$

```
 5 250
 1 5750
    5250
    13125
 ----------
 6.890625□° = 6□° 32□' 9□"
 ---------- × 6
 5.343750
 ---------- × 6
 32.0625□'
 ---------- × 12
   7500
 ---------- × 12
 9 □"
```

կամ

$$2^{\circ}\,3'\,9'' = 15'\,9'' = 189''$$

$$\begin{array}{l} 189 \times 189 \\ 1512 \\ \;\;1701 \\ \hline 35721\square'' : 144 \\ \;\;692 \qquad\qquad 248\square' : 36 \\ \;\;1161 \qquad\qquad 32\square' \quad 6\square^{\circ} \\ \qquad 9\square'' \end{array}$$

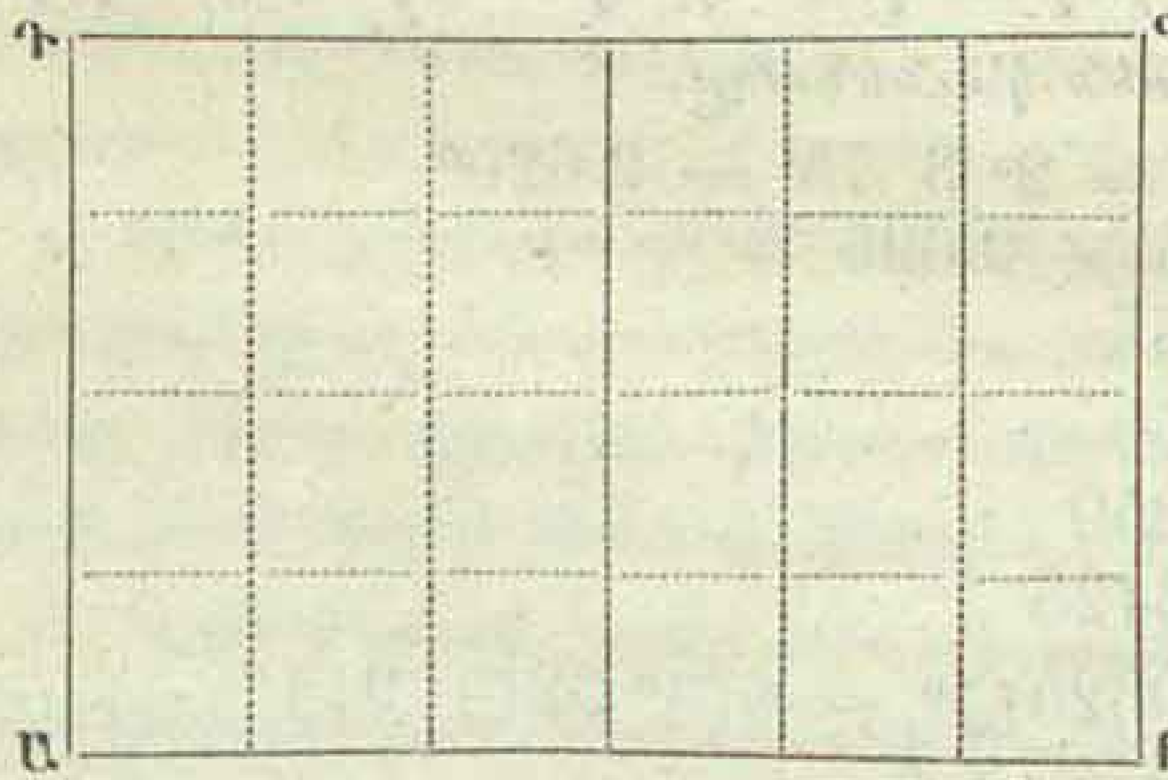
ուրեմն վերինին պէս, երեսին բովանդակածը կամ չափը է $= 6\square^{\circ}\,32\square'\,9\square''$:

Երկրորդ կերպը՝ դէպ.քերուն մեծ մասին մէջ աւելի դիւրին է:

3. Ուղղանկեան երեսին չափը:

112. Դնենք՝ որ ԱԲԳԴ (Ձեւ 100) Ուղղանկեան՝ երեսը պիտ՚որ չափուի՝ որուն խարիսխը ԱԲ $= 6''$ է ու բարձրութիւնը ԱԴ $= 4''$:

Ձեւ 100.



Թէ որ թէ խարիսխը եւ թէ անոր դիմացը կեցող կողը 6ի բաժնենք, իսկ բարձրութիւնն եւ անոր դիմացը կեցող կողը 4 հաւասար մասանց բաժնենք՝ որոնց ամէն մէկը մատնաչափ մը երկայնութիւն ունենայ, ու հատման կէտերէն դիմացէ դիմաց ուղիղ գծեր քաշենք, ան ատեն առջեւնիս եղած Ուղղանկիւնը բոլորովին քառակուսիներու կը բաժնուի՝ որոնցմէ ամէն մէկը քառակուսի մասնաչափ մը կ'երեւցընէ: Խարսխին կողմը 6 քառակուսի մասնաչափներու կարգ մը կայ. նոյնպէս բարձրութեան ուրիշ որ եւ իցէ մասնաչափը 6 քառակուսի մասնաչափներու կարգ մը կը կազմէ. ուստի քառակուսիներու 4 կարգ ունինք եւ ամէն մէկ կարգին մէջ 6 քառակուսի մասնաչափ եւ անոր համար՝ ամէնը մէկէն $6 \times 4 = 24\square'$:

Գծագրէ Ուղղանկիւն մը՝ որուն խարիսխը 5′ ու բարձրութիւնը 3′ ըլլայ ու նմանօրինակ կազմութեամբ մը գտիր երեսին չափը:

Գտիր նոյնպէս Ուղղանկեան մը երեսին չափը, որուն մէջ՝

Ա. խարիսխը 4^0, բարձրութիւնը 3^0 է,
Բ. „ 7″, „ 5″ է,
Գ. „ 8′, „ 4′ է:

Գծագրէ Ուղղանկիւն մը $4^1/_2{}'$ խարսխով ու $3^1/_4{}'$ բարձրութեամբ եւ ըստ պատշաճի բաժնելով գտիր անոր երեսին չափը:

Ուրեմն Ուղղանկեան մը երեսը գտնելու համար՝ հարկաւոր չէ նաեւ իրօք երեսի չափը վրան դնել, բաւական է միայն երկայնութեան չափով խարիսխն ու բարձրութիւնը չափել ու ձեռք բերուած թուերն իրարու հետ բազմապատկել: Աս գործողութիւնը հասարակօրէն սանկ համառօտ կը բացատրուի.

Ուղղանկեան մը երեսին չափը կը գտնուի՝ երբ որ խարիսխը բարձրութեան հետ բազմապատկուի:

Բայց աս բացատրութիւնը բոլորովին շիտակ չէ. որովհետեւ թիւ մը թուոյ հետ կրնանք բազմապատկել, բայց գիծ մը գծի հետ չենք կրնար: Բոլորովին շիտակ կ'ըլլայ ըսելը.

Երեսի միութիւն մը՝ ուղղանկեան մը մէջ քանի *անգամ գտնուած ըլլալը ցուցընող թիւը կը գտնուի, թէ որ երկայնութեան միութիւնը խարսխին վրայ քանի անգամ գտնուած ըլլալը ցուցընող թիւը՝ ան թուոյն հետ բազմապատկուի, որն որ կը ցուցընէ թէ՝ երկայնութեան միութիւնը բարձրութեան մէջ քանի անգամ կայ։*

Ուստի քանի անգամ որ համառօտութեան համար աս վարդապետութիւնը վերի ձեւով կը բացատրուի, պէտք է աս վերջին բացատրութիւնը մէկտեղ իմանալ։

Հիմայ կ'ուզենք իմանալ թէ ինչ երեսի չափ ունի ուղղանկիւն մը, որուն խարիսխը 8° 5′ 10″ *է ու բարձրութիւնը* 2° 3′ 7″ *է։ Կ'ունենանք՝*

$$8^\circ\,5'\,10'' = 53'\,10'' = 646'' \qquad 646 \times 187$$
$$2^\circ\,3'\;\,7'' = 15'\;\,7'' = 187'' \qquad 5168$$
$$4522$$
$$\overline{120802\square''}$$

$$120802\square'' : 144$$
$$560 \qquad \overline{838\square'} : 36$$
$$1282 \qquad 118 \qquad \overline{23\square^\circ}$$
$$130\square'' \qquad 10\square'$$

Երեսի չափ $= 23\square^\circ\;10\square'\;130\square''$։

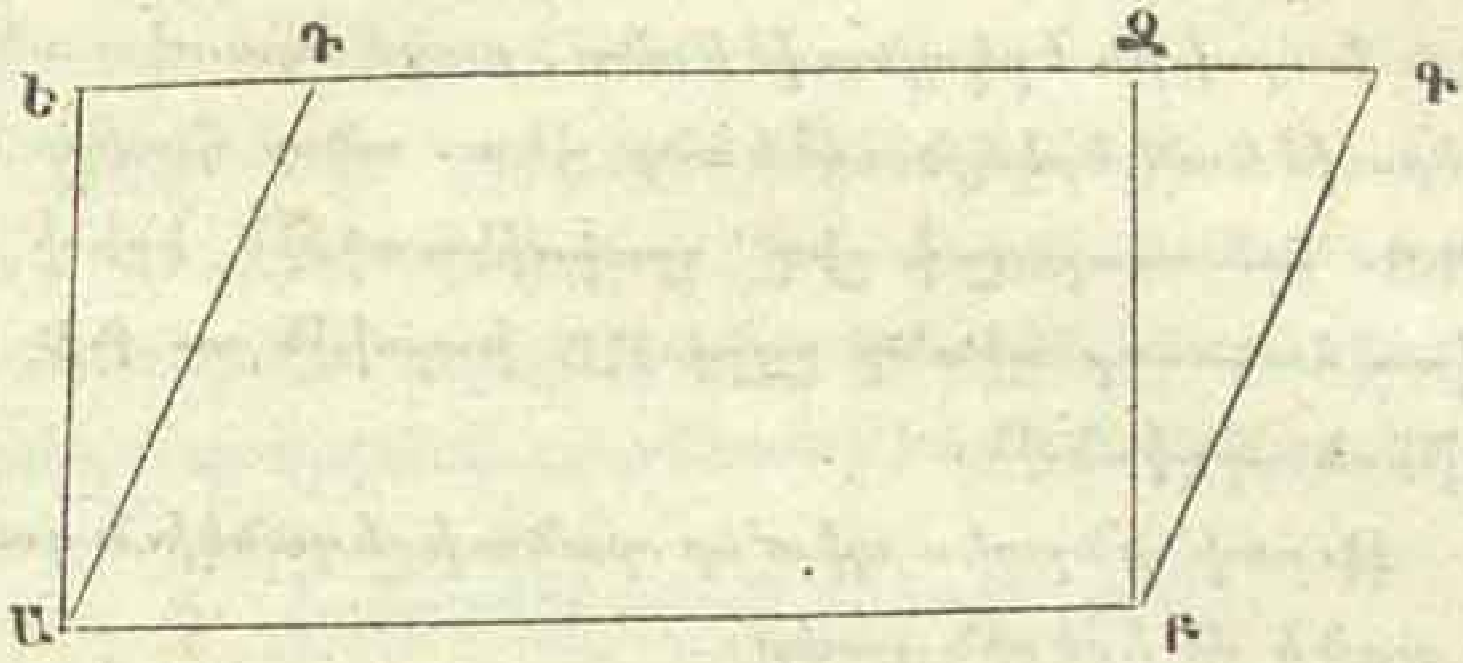
Աս ուղղանկեան երեսին չափը գտիր նաեւ՝ խարիսխն ու բարձրութիւնը բազմապատկելէն յառաջ, զանոնք ամենէն վերի անուանակոչութեան վերածելով։

4. *Շեղանկիւն զուգահեռագծի մը երեսին չափը։*

113. Շեղանկիւն զուգահեռագիծ մը ԱԲԳԴ (Ձեւ 101) ուղղանկիւն մը դարձնել։

ԱԲ *խարսխին* Ա *եւ* Բ *կէտերուն վրայ երկու ուղղաձիգ գծեր քաշենք, որոնք հակակայ կողին եւ* Ե *ու* Զ *կէտերուն վրայ անոր երկընցուած մասին հանին։ Ուղղանկիւն երեքանկիւնները* ԲԶԳ *ու* ԱԵԴ *իրարու հետ պատշաճական են. ինչու։ Անոր համար՝ նոյն երեսը*

Ձև. 101.



կամ մակերեւոյթը կ'ունենանք, ԱԲԶԴ քառանկեան վրայ (ինչ տեսակ քառանկիւն է) կամ ԲԶԳ կամ ԱԵԴ երեքանկիւնն աւելցընելով։ Թէ որ ԱԲԶԴին վրայ ԲԶԳ երեքանկիւնն աւելցընենք, կ'ունենանք ԱԲԳԴ շեղ զուգահեռագիծը. բայց թէ որ ԱԲԶԴին վրայ ԱԵԴ երեքանկիւնն աւելցընենք, կ'ունենանք ԱԲԶԵ ուղղանկիւնը։ Ուրեմն ԱԲԳԴ զուգահեռագիծը՝ ԱԲԶԵ ուղղանկեան հաւասար է։

Որպէս զի աս փոխարկութիւնը զգալի կերպով տեսնուի՝ կարէ հանէ խաւաթերթէ ԱԲԶԴ սեղանը ու ԲԳԶ երեքանկիւնը, ու դիր երեքանկիւնը սեղանին քովը մէյ մը ԲԶԳ դրից մէջ ու մէյ մ'ալ ԱԵԴ դրից մէջ. առջի դիպուածին մէջ շեղ զուգահեռագիծը կ'ունենանք, երկրորդ դիպուածին մէջ ուղղանկիւնը, որոնք երկուքն ալ, որովհետեւ նոյն կազմիչ մասունքն ունին՝ պէտք է որ նոյն երեսի չափն ալ ունենան։

Որովհետեւ ԱԲը թէ շեղ զուգահեռագծին եւ թէ ուղղանկեան խարիսխն է, ու ԲԶ երկու քառանկեանց բարձրութիւնն ալ կ'երեւցընէ, կրնանք ըմբռնել թէ ո՛ր եւ իցէ զուգահեռագիծ անանկ ուղղանկեան մը կրնայ փոխարկուիլ՝ որն որ զուգահեռագծին հետ նոյն խարիսխ ու հաւասար բարձրութիւն ունի։

114. ԱԲՋԻ ուղղանկեան երեսին չափը հաւասար է ԱԲ խարսխին երկայնութեանը, բազմապատկուած ԲՋ բարձրութեան երկայնութեանը հետ. անոր համար նաեւ ԱԲԳԴ հաւասարաչափ շեղ զուգահեռագծին երեսի չափը հարկաւ հաւասար պիտ'որ ըլլայ ԱԲ խարսխին ու ԲՋ բարձրութեան արդիւնքին:

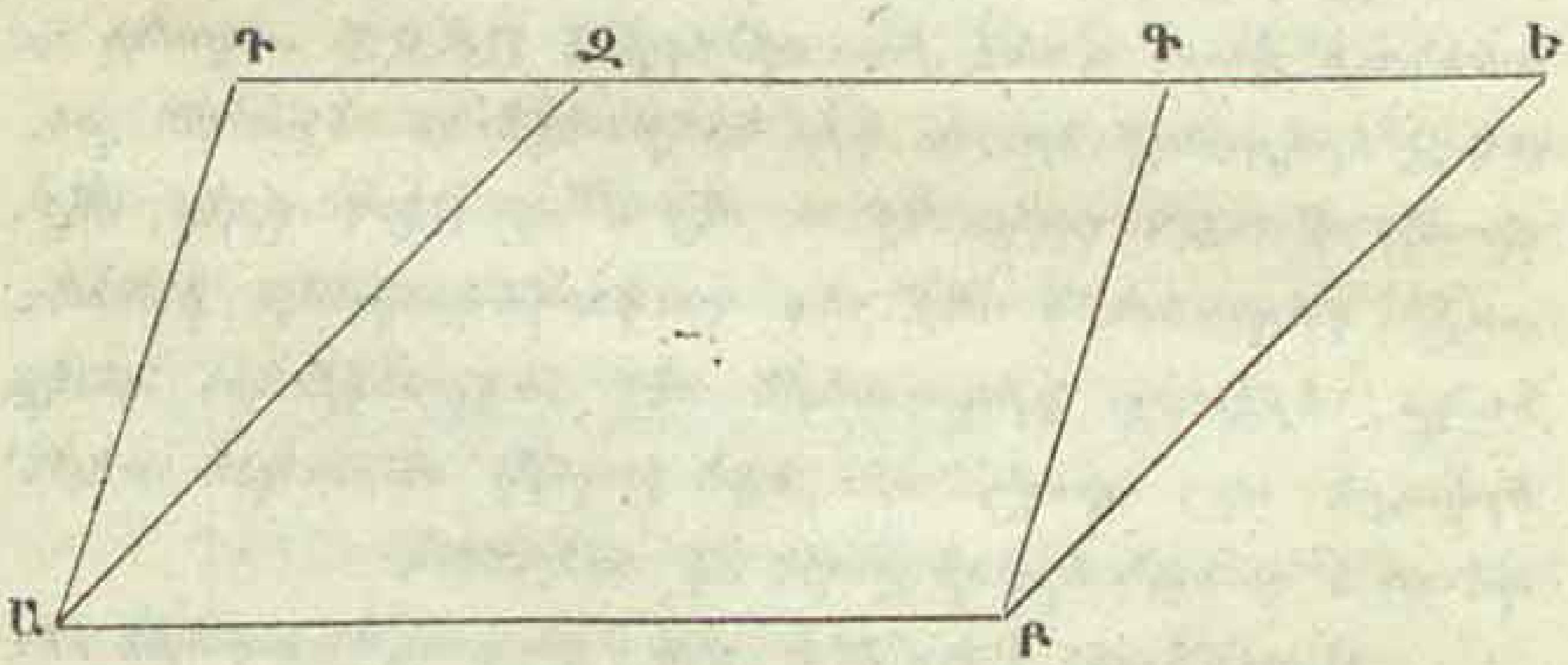
Ուստի ինչպէս պիտ'որ գտնուի շեղանկիւն զուգահեռագծի մը երեսին չափը:

Թէ որ, օրինակի աղագաւ, խարիսխը ԱԲ = 8″ ու բարձրութիւնը ԲՋ = 4″ է, ան ատեն ԱԲԳԴ զուգահեռագծին երեսի չափն է 8 × 4 = 32□″:

115. Նախընթաց ըսուածներէն կը հետեւի՝ որ երկու զուգահեռագծեր՝ որոնք նոյն խարիսխ եւ նոյն բարձրութիւն ունին, իրարու հաւասար են:

Կրնանք աստ ուղղակի համոզուիլ նաեւ ԱԲԳԴ ու ԱԲԵԶ երկու աս կերպ զուգահեռագծեր շինելով: (Ձեւ 102):

Ձեւ 102.



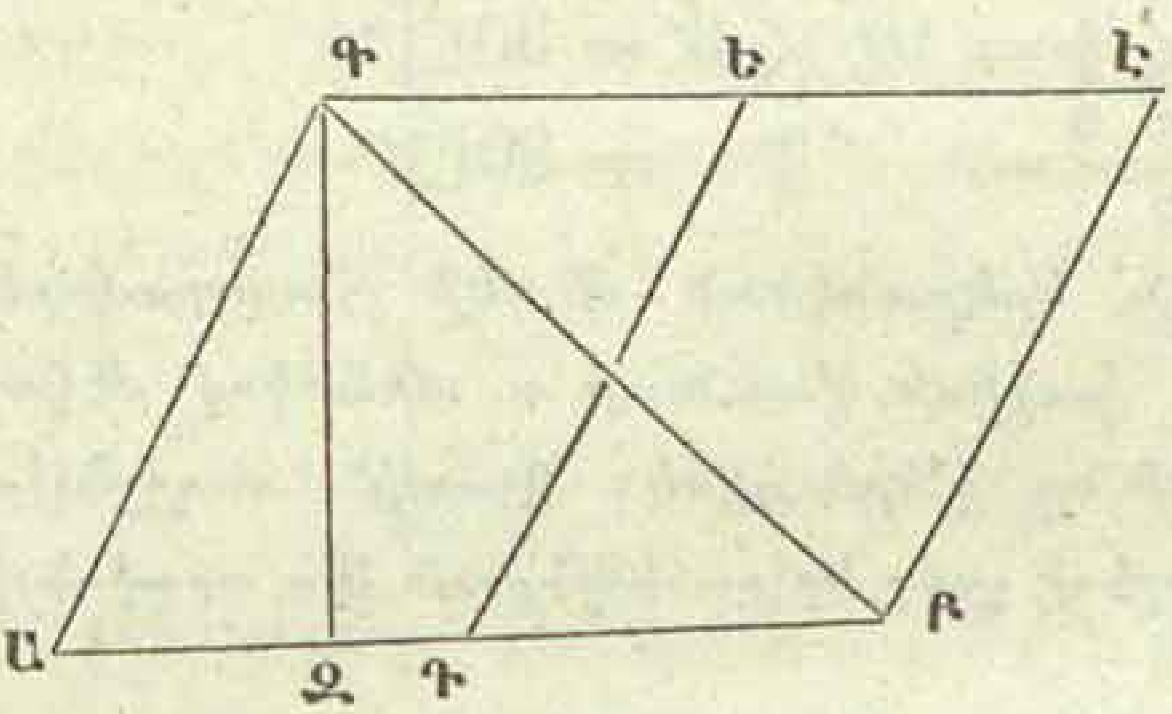
Կրնանք դիւրաւ ցուցընել՝ որ ԱԴԶ եւ ԲԳԵ երեքանկիւնները պատշաճական են: Արդ՝ թէ որ ԱԲԳԴ զուգահեռագծէն ԱԴԶ երեքանկիւնը մէկդի առնուած ու ԲԳԵին տեղը դրուած մտածենք, աստիկ ան զուգահեռագիծը ԱԲԵԶ զուգահեռագծի կը փոխարկուի, *ուստի՝ հարկաւ երկուքն ալ հաւասարաչափ պիտ՚որ ըլլան:*

Ուրիշ ի՞նչ դիրքեր կրնան ունենալ ԱԲ հաւասարակաց խարսխին հակակայ ԳԴ ու ԵԶ կողերը, եւ աս դիպուածներուն մէջ ինչպէս կրնանք դիւրաւ կերպով ցուցընել՝ որ երկու զուգահեռագծերը հաւասար են:

5. *Երեքանկեան մը երեսին չափը:*

116. ԱԲԳ երեքանկիւնը (Ձեւ 103) զուգահեռագծի մը փոխել:

Ձեւ 103.



ԱԲ խարիսխը Դին վրայ ընդմիջենք (կիսենք), ԴԵն ու ԲԷն ԱԳին համեմատ զուգահեռականներ քաշենք, ու ԳԷն ալ ԱԲին համեմատ զուգահեռական մը՝ որն որ նախընթաց երկու զուգահեռականները Եին եւ Էին վրայ կտրէ: Յայտնի է՝ որ ծանօթ ԱԲԳ երեքանկիւնը ԱԲԷԳ նոր կազմուած զուգահեռագծին կէսն է: Բայց նաեւ ԱԴԵԳ զուգահեռագիծը ԱԲԷԳ զուգահեռագծին կէսն է. ուստի եւ ԱԲԳ երեքանկիւնը՝ հաւասար է ԱԴԵԳ զուգահեռագծին՝ որն որ նոյն երեքանկեան ԳԶ բարձրութիւնն ունի, բայց իրեն ԱԴ խարիսխը նոյն երեքանկեան ԱԲ խարսխին կէսն է:

117. ԱԴԵԳ *զուգահեռագծին երեսին չափը հաւասար է իրեն խարսխին, բազմապատկուած ԳԶ բարձրութեան հետ. նոյնչափ է նաեւ ԱԲԳ երեքանկեան ե-*

րեսին չափն ալ, միայն ԱԴ մինակ իրեն կէս խարիսխը կը ցուցընէ։

Ուրեմն երեքանկեան մը երեսի չափը կը գտնուի՝ Թէ որ կէս խարիսխը բարձրութեան հետ բազմապատկուի։

Բայց ուրիշ կողմանէ նոյն է՝ կէս խարիսխը բարձրութեան հետ, կամ խարիսխը կէս բարձրութեան հետ բազմապատկել, եւ կամ խարսխին եւ բարձրութեան արդիւնքին կէսն առնուլ։

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ երեքանկեան խարիսխը 10″ ու բարձրութիւնը 6″ է, երեսին չափը կ՚ըլլայ՝

$$\tfrac{10}{2} \times 6 = 5 \times 6 = 30\square'',$$

կամ $$10 \times \tfrac{6}{2} = 10 \times 3 = 30\square'',$$

կամ $$\frac{10 \times 6}{2} = \tfrac{60}{2} = 30\square''։$$

Ուղղանկիւն երեքանկեան մը մէջ հաստատորէն մէկ էջքը իբրեւ խարիսխ կ՚առնուի ու անանկով մէկալ էջքը բարձրութիւնը կ՚երեւցընէ։ Ուստի՝ ուղղանկիւն երեքանկեան մը երեսի չափը երկու էջքերուն կէս արդիւնքին հաւասար է։

Օրինակի աղագաւ՝ ուղղանկիւն երեքանկեան մը մէջ մէկ էջքը ըլլայ $3^{0}\,5'$, եւ մէկալը $2^{0}\,4'$, ան ատեն կ՚ըլլայ՝

$$3^{0}\,5' = 23'$$
$$2^{0}\,4' = 16'$$
$$\begin{array}{r} 138 \\ 23 \\ \hline 368 \\ \hline 184\square' \end{array} : 2$$

$$184\square' : 36 = 5\square^{0}$$
$$4\square'$$

երեսի չափ $= 5\square^{0}\; 4\square'$։

Աս բացատրած նախադասութիւններէս ալ յառաջ կու գայ։

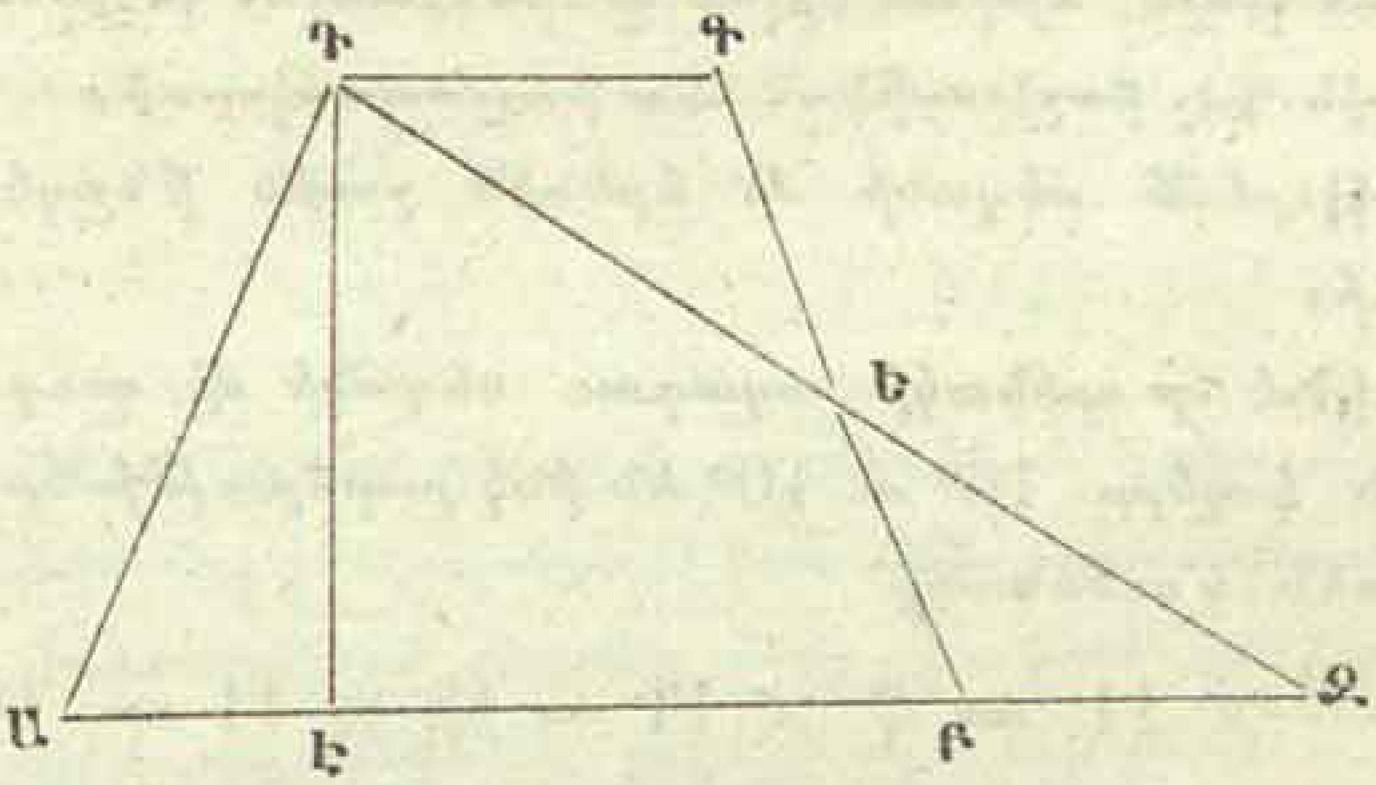
Ա. Երկու երեքանկիւն հաւասար խարսխով եւ հաւասար բարձրութեամբ իրարու հաւասար են.

Բ. Ամէն երեքանկիւն կէսն է անանկ ուղղանկեան մը, որն որ անոր խարիսխն ու բարձրութիւնն ունի:

6. Սեղանի մը երեսին չափը:

118. ԱԲԳԴ (Ձեւ 104) սեղանը՝ երեքանկեան մը փոխել:

Ձեւ 104.



Ընդմիջենք (կիսենք) ԲԳ գիծը Ե կէտին վրայ եւ Դին ու Եին վրայէն ուղիղ գիծ մը քաշենք եւ աս ուղիղ գիծը ԱԲ գծին երկընցուած ծայրը Զին վրայ կտրէ: ԳԴԵ ու ԲԶԵ երեքանկիւնները պատշաճական են. ինչու: Ուստի՝ թէ որ ԱԲԳԴ սեղանէն՝ ԳԴԵ երեքանկիւնը մէկդի հանենք ու ըստ պատշաճի ԲԶԵին տեղը դնենք, ան ատեն ծանօթ սեղանը՝ ԱԶԴ երեքանկեան կը փոխուի:

ԲԶԵ եւ ԳԴԵ երեքանկեանց պատշաճականութենէն կը հետեւի՝ որ ԲԶ ու ԳԴ կողերը հաւասար են. ուրեմն ԱԶ = ԱԲ + ԲԶ = ԱԲ + ԳԴ է, այսինքն ԱԶԴ երեքանկեան խարիսխը ԱԲԳԴ սեղանին երկու զուգահեռական կողերուն գումարին հաւասար է: ԴԷ բարձրութիւնն երկու ձեւերուն ալ հաւասար է:

Նմանկով՝ ամէն սեղան կրնայ երեքանկեան մը փոխուիլ՝ որն որ սեղանին բարձրութիւնն ունենայ ու խարիսխը երկու զուգահեռական կողերուն գումարին հաւասար ըլլայ:

119. ԱԶԴ երեքանկեան երեսին չափը հաւասար է կէս ԱԶ խարիսխին բազմապատկուած ԴԷ բարձրութեան հետ. անոր համար նաեւ նոյն մեծութիւն ունեցող ԱԲԳԴ սեղանին երեսի չափը հաւասար է ԱԶ երկայնութեան կէսին, այսինքն երկու զուգահեռական կողերուն կէս գումարին ԴԷ բարձրութեան հետ բազմապատկուած:

Ուրեմն սեղանի մը երեսին չափն ինչպէս կը գտնուի:

Թէ որ օրինակի աղագաւ սեղանի մը զուգահեռական կողերը 16^0 ու 10^0 են իսկ բարձրութիւնը 11^0, ան ատեն կ'ունենանք՝

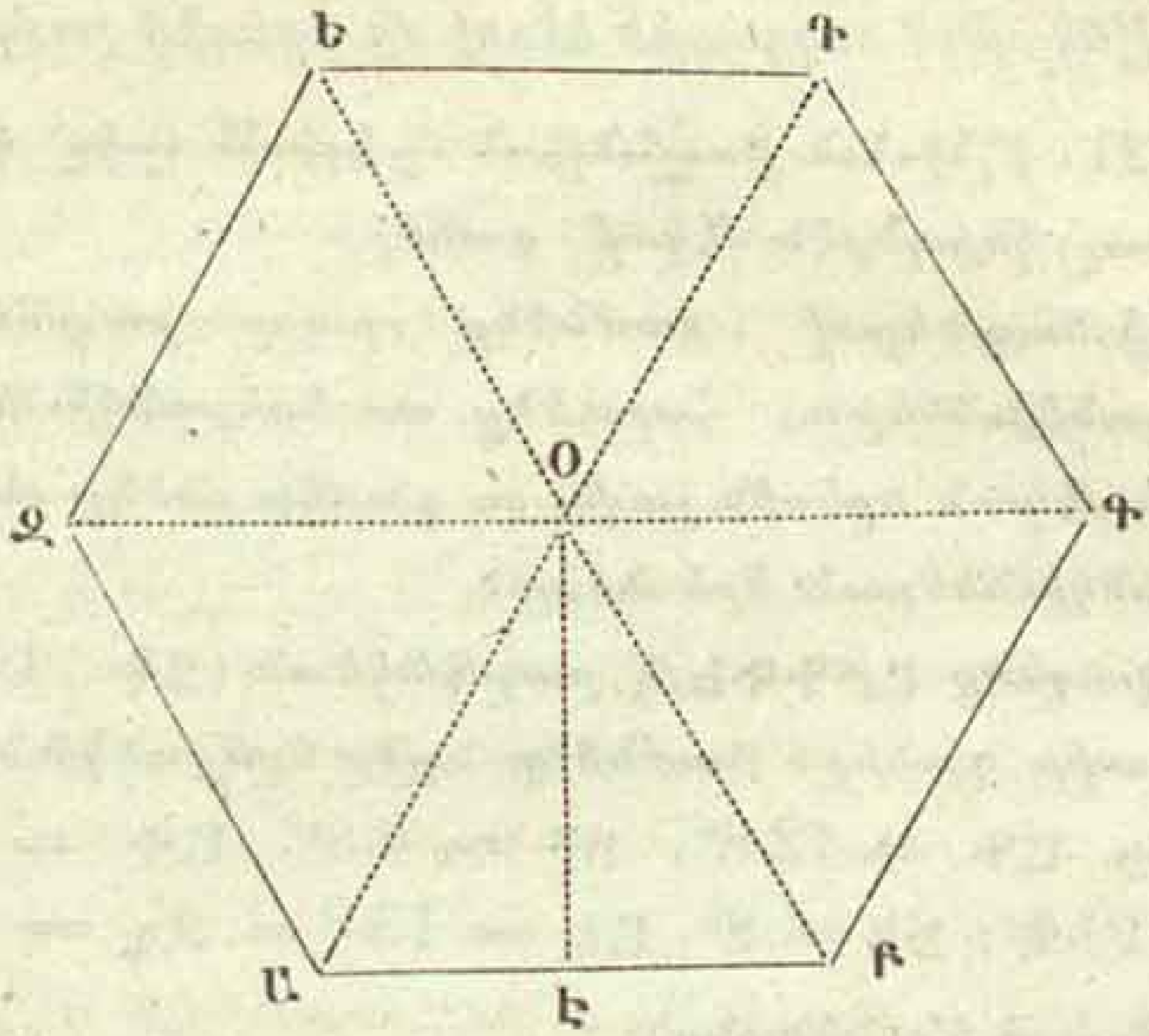
$$\frac{16+10}{2} \times 11 = \frac{26}{2} \times 11 = 13 \times 11 = 143\square^0$$

երեսի չափ:

7. *Կանոնաւոր բազմանկեան մը երեսի չափը:*

120. Թէ որ Օ (Ձեւ 105) ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկեան կեդրոնն է, ու թէ որ աս կէտէն բոլոր անկիւնակէտերուն ուղիղ գծեր քաշենք, ան ատեն բազմանկիւնը այնչափ պատշաճական երեք անկիւններու կը բաժնուի, որչափ որ բազմանկիւնը կողեր ունի: Օէ՝ որն որ կեդրոնին մէկ կողէն ունեցած հեռաւորութիւնն է, բոլոր աս երեքանկիւններուն հասարակաց բարձրութիւնը կը ցուցնէ, թէ որ աս երեքանկեանց մէջ բազմանկեան կողերն իբրեւ խարիսխ առնուի: Արդ բազմանկեան երեսը գտնելու համար, ուրիշ բան պէտք չէ բայց եթէ բոլոր երեքանկեանց երեսները հաշուել ու նոյները գումար

Ձեւ 105.



ըլլալ: Անոր համար պէտք է բազմանկեան ամէն մէկ կողն երեքանկեանց կէս բարձրութեան հետ բազմապատկել ու ելած արդիւնքները գումար ըլլալ. եւ կամ որն որ նոյն է, պէտք է բազմանկեան կողերը գումար ըլլալ ու ելած գումարը՝ այսինքն բազմանկեան շրջապատը, երեքանկեանց կէս բարձրութեան հետ, այսինքն կենդրոնին կողէ մը ունեցած կէս հեռաւորութեան հետ բազմապատկել:

Ուստի՝ կանոնաւոր բազմանկեան մը երեսը կը գտնուի, անոր շրջապատը՝ կենդրոնին մէկ կողէն ունեցած հեռաւորութեան կէսին հետ բազմապատկելով:

Օրինակի աղագաւ՝ կանոնաւոր վեցանկեան մը կողն ըլլայ 3′ 2″ ու կենդրոնին մէկ կողէն ունեցած հեռաւորութիւնն 2′ 9″, ան ատեն կ՚ունենանք՝

Երես	$3'2'' = 38''$	$228 \times \frac{33}{2} = 114 \times 33$
		$= 3762\square''$
Շրջապատ	$= 228''$	$3762\square'' : 144$
Հեռաւորութիւն	$2'9'' = 33''$	$882 \quad\quad 26\square'$
		$18\square''$

Վեցանկեան երեսին չափը $= 26\square'\ 18\square''$:

8. Անկանոն ուղղագիծ ձեւոյ մը երեսին չափը:

121. **Անկանոն բազմանկեան մը երեսին չափը՝** *կրնանք հետեւեալ կերպերէն մէկով գտնել:*

Ա. *Անկիւնագծերով բաժնենք բոլոր բազմանկիւնը եռանկիւններու, հաշուենք այս եռանկիւններուն ամէն մէկուն երեսին չափը ու գումար ընենք բոլոր եռանկիւններուն երեսները:*

Կուզենք ԱԲԳԴԵԶ բազմանկեան (Ձեւ 106) երեսին չափը գտնել: Բաժնենք նոյնը եռանկիւններու, եւ ըլլայ ԱԳ = 12.8°, Բբ = 6.9°, ԱԴ = 20.8, Գգ = 10.4°, Եե = 8°, ԱԵ = 13.8 ու Զզ = 5.9°:

Աստի կ'ունենանք՝

$$\text{Եռանկիւն ԱԲԳ} = \frac{\text{ԱԳ}\times\text{Բբ}}{2} = \frac{12.8\times 6.9}{2} = 44.16\,\square^{\circ}$$

$$\text{,, ԱԳԴ} = \frac{\text{ԱԴ}\times\text{Գգ}}{2} = \frac{20.8\times 10.4}{2} = 108.16 \text{ ,,}$$

$$\text{,, ԱԴԵ} = \frac{\text{ԱԴ}\times\text{Եե}}{2} = \frac{20.8\times 8}{2} = 83.2 \text{ ,,}$$

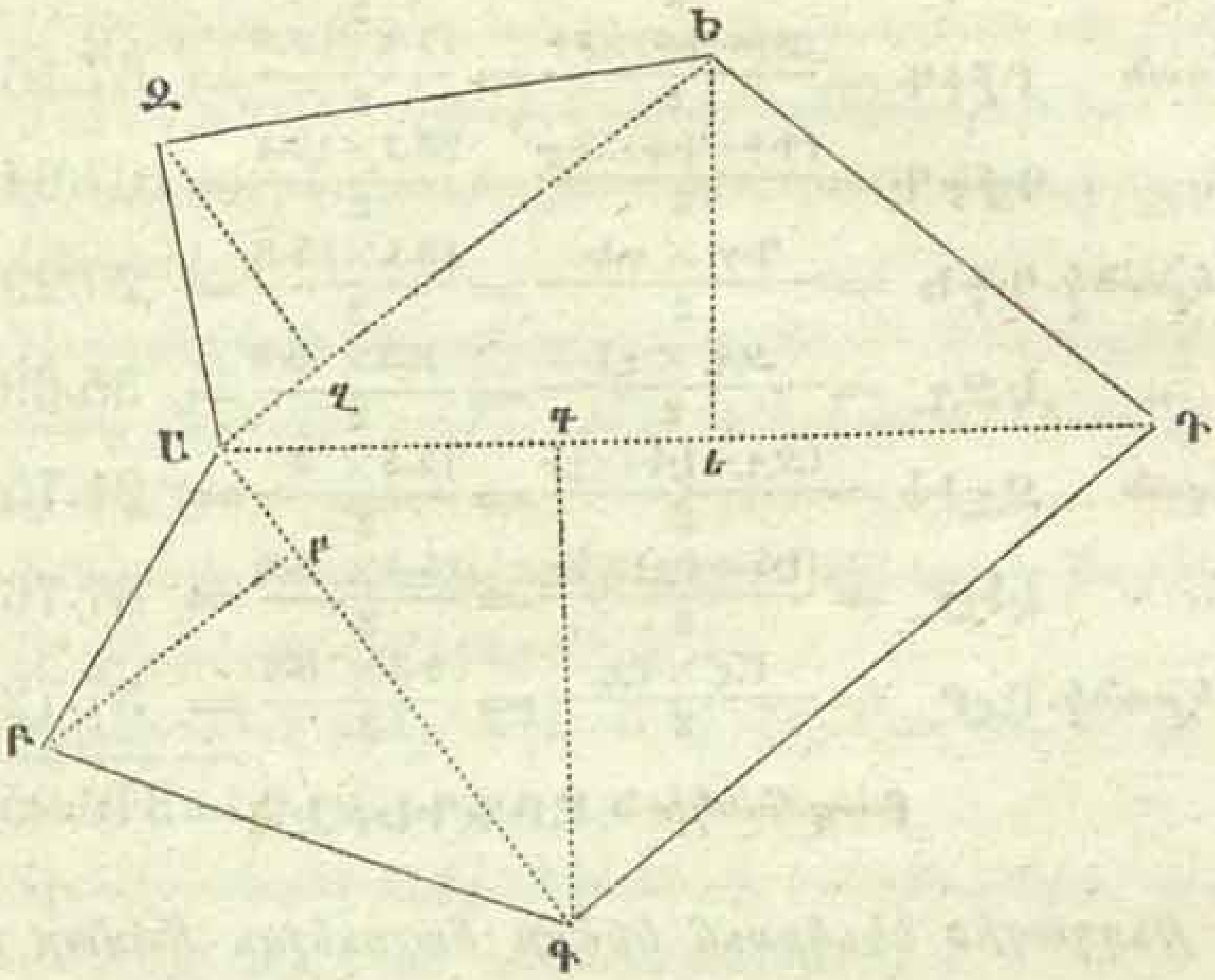
$$\text{,, ԱԵԶ} = \frac{\text{ԱԵ}\times\text{Զզ}}{2} = \frac{13.8\times 5.9}{2} = 40.71 \text{ ,,}$$

$$\text{Եռանկիւն ԱԲԳԴԵԶ} = 276.23\,\square^{\circ}:$$

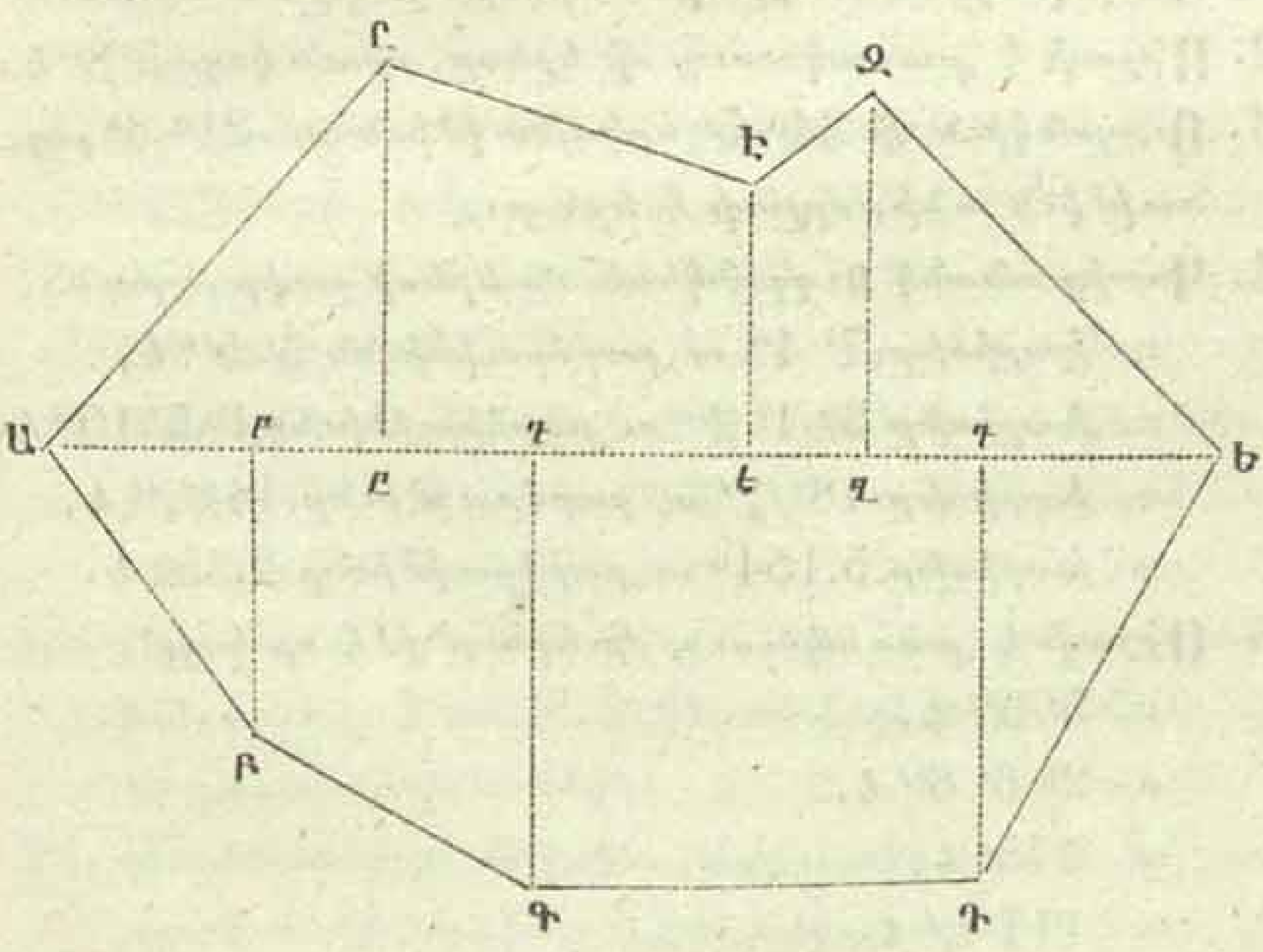
Բ. *Երկու ամենէն աւելի իրարմէ հեռու անկիւնակէտներուն մէջ՝ ուղիղ գիծ մը քաշենք ու նոյն ուղիղ գծին վրայ բոլոր մնացած անկիւնակէտներէն ուղղաձիգներ ձգենք. ասանկով բազմանկիւնը ուղղանկիւն եռանկիւններու ու սեղաններու կը բաժնուի, զորոնք մէյմէկ մէյմէկ հաշուելու ու գումար ընելու է:*

Ենթադրենք (Ձեւ 107) Բբ = 6.8°, Գգ = 10.6°, Դդ = 10.1°, Զզ = 8.3°, Էէ = 6.2°, Ըը = 9.2°, դարձեալ Աբ = 5.6°, բը = 2.6°, ըգ = 4.2°, գէ = 4.6°, էզ = 3°, զդ = 2.8°, դԵ = 5.8°:

Ձև 106.



Ձև 107.



Ուստի կ'ելլէ.

$$\text{Երեքանկ. ԱԲբ} = \frac{\text{Բբ} \times \text{Աբ}}{2} = \frac{6.8 \times 5.6}{2} = 19.04\square^0$$

$$\text{Սեղան ԲբգԳ} = \frac{(\text{Բբ}+\text{Գգ}) \times \text{բգ}}{2} = \frac{17.4 \times 6.8}{2} = 57.16 \text{ „}$$

$$\text{„ ԳգդԴ} = \frac{(\text{Գգ}+\text{Դդ}) \times \text{գդ}}{2} = \frac{20.7 \times 10.4}{2} = 107.64 \text{ „}$$

$$\text{Երեքանկ. ԴդԵ} = \frac{\text{Դդ} \times \text{դԵ}}{2} = \frac{10.1 \times 5.8}{2} = 29.29 \text{ „}$$

$$\text{„ ԵԶզ} = \frac{\text{Զզ} \times \text{զԵ}}{2} = \frac{8.3 \times 8.6}{2} = 35.69 \text{ „}$$

$$\text{Սեղան ԶզէԷ} = \frac{(\text{Զզ}+\text{Էէ}) \times \text{զէ}}{2} = \frac{14.5 \times 3}{2} = 21.75 \text{ „}$$

$$\text{„ ԷէըԸ} = \frac{(\text{Էէ}+\text{Ըը}) \times \text{էը}}{2} = \frac{15.4 \times 8.8}{2} = 67.76 \text{ „}$$

$$\text{Երեքանկ. ԱըԸ} = \frac{\text{Աը} \times \text{Ըը}}{2} = \frac{9.2 \times 8.2}{2} = 37.72 \text{ „}$$

$$\text{Բազմանկիւն ԱԲԳԴԵԶԷԸ} = 376.05\square^0:$$

9. *Ուղղագիծ ձեւերուն երեսը հաշուելու համար օրինակներ ու խնդիրներ:*

122. 1. Ուղղանկեան մը խարիսխն է 23″, բարձրութիւնը 15″. ո՞րչափ է երեսին չափը:

2. Ո՞րչափ է քառակուսայ մը երեսը, որուն կողը 5′8″ է:

3. Ուղղանկիւն մը 34^0 5′ երկայնութիւն ու 21^0 3′ լայնութիւն ունի, ո՞րչափ է երեսը:

4. Գտիր անանկ Ուղղանկեան մը երեսի չափը, որուն՝
   Ա. խարիսխը 7′ 4″ ու բարձրութիւնն 3′ 5″ է,
   Բ. խարիսխը 3^0 1′ 2″ ու բարձրութիւնն 1^0 5′ 10″ է:
   Գ. խարիսխը $18^1/_2$″ ու բարձրութիւնը $14^3/_4$″ է,
   Դ. խարիսխը 5.154^0 ու բարձրութիւնը 2.35^0 է:

5. Ո՞րչափ է քառակուսայ մը երեսը՝ թէ որ կողը՝
   Ա. 5′ 5″ է,
   Բ. 2^0 3′ 8″ է,
   Գ. 275′ է,
   Դ. $117^3/_4$′ է:

6. Ուղղանկիւն մը 3400□″ երես ու 40″ երկայնութիւն ունի. ո՞րչափ է անոր լայնութիւնը:

7. 1′ 6″ լայնութիւն ունեցող Ուղղանկեան մը երեսը 6□′ 45□″ է. ո՞րչափ է անոր երկայնութիւնը:

8. Ի՞նչչափ երես ունի քառակուսի մը՝ որուն շրջապատն է 4^{0} 3′ 8″:

9. Ուղղանկեան մը շրջապատն է 8^{0} 2′ 4″. ո՞րչափ է անոր երեսին չափը, թէ որ երկայնութիւնը 2^{0} 5′ 10″ է:

10. Ի՞նչչափ երես ունի եռանկիւն մը՝ որուն խարիսխը 5^{0} 4′, բարձրութիւնը 3^{0} 5′ է:

11. Ուղղանկիւն եռանկեան մը էջքերն են 5^{0} 4′ 1″ ու 4^{0} 5′ 8″. ո՞րչափ է երեսին չափը:

12. Գտիր անանկ եռանկեան մը երեսին չափը, որուն՝
Ա. խարիսխը 1′ 8″ ու բարձրութիւնը 1′ 6″ է,
Բ. խարիսխը 2.345^{0} ու բարձրութիւնը 1.724^{0} է,
Գ. խարիսխը $25^{2}/_{3}{}^{0}$ ու բարձրութիւնը $14^{5}/_{6}$″ է:

13. Եռանկեան մը երեսն է 2□^{0}, խարիսխը 2^{0} 4′. ո՞րչափ է անոր բարձրութիւնը:

14. Եռանկիւն մը 18^{0} 4′ բարձրութիւն ու 275□^{0} 12□′ երես ունի. ո՞րչափ է խարիսխը:

15. Սեղան մը 5′ 4″ բարձրութիւն ունի, զուգահեռական կողերն են 6′ 8″ ու 4′ 2″. ո՞րչափ է երեսը:

16. Ո՞րչափ է սեղանի մը երեսը, որուն զուգահեռական կողերն են 3^{0} 4′ 8″ ու 7^{0} 2′ 10″ եւ 4^{0} 2′ իրարմէ հեռաւորութիւն ունին:

17. Սեղանի մը՝ որուն երեսը 567□″ է, զուգահեռական կողերը 3′ եւ 2′ 3″ են. այս կողերն իրարմէ ո՞րչափ հեռաւորութիւն ունին:

18. Սեղանակերպի մը երկու անկիւնակէտերուն մէջ քաշուած անկիւնագիծը 5.24′ երկայնութիւն ունի, ի-

րենց մէկալ երկու անկիւնակէտերէն ունեցած հեռաւորութիւններն են 3.56' ու 2.35'. ո՞րչափ է աս քառանկեան երեսին չափը։

19. Ի՞նչչափ երես ունի կանոնաւոր ութանկիւն մը՝ որուն կողը 1° 4' է ու կեդրոնէն կողին վրայ ձգուած ուղղաձիգ գիծը 2.012° է։

20. Կանոնաւոր տասնանկեան մը երեսը 141□° 25□' 36□" է. ո՞րչափ է կեդրոնին մէկ կողէն ունեցած հեռաւորութիւնը, թէ որ աս կողը 4° 2' 6" երկայնութիւն ունի։

---

21. Ո՞րչափ քառակուսի մատնաչափ կրնանք թերթ մը թղթէ կտրել, թէ որ թերթին երկայնութիւնը 20" ու լայնութիւնը 15" է։

22. Ուղղանկիւն ձեւով ապակիէ դրուագ մը 1' 4" երկայնութիւն ու 11" լայնութիւն ունի. ո՞րչափ է երեսը։

23. Պարտէզ մը քառակուսի մը կը ձեւացընէ՝ որուն ամէն մէկ կողը 10° 4' է. ո՞րչափ է պարտէզին երեսը։

24. Խցի մը ձեղունը ուղղանկեան ձեւ ունի, 3° 4' երկայնութեամբ ու 2° 5' լայնութեամբ. գտիր անոր երեսին չափը։

25. Մէկը կու տայ իր անդը՝ որն որ 319□° է, եւ անոր տեղ կ'առնու ուրիշ անդ մը՝ որն որ նոյն աղէկութիւնն ու 5° 3' լայնութիւն ունի. ո՞րչափ պիտ'որ ըլլայ աս վերջի անդին երկայնութիւնը։

26. Կապոց մը չուխան 30 կանգուն երկայնութիւն ու $1\,^7/_8$ կանգուն լայնութիւն ունի. ո՞րչափ քառակուսի ոտնաչափ կը պարունակէ՝ թէ որ 1 կանգունը 2.465 է։

27. Ո՞րչափ է սեղանի մը երեսը, թէ որ 5' 5" երկայնութիւն ու 3.8" լայնութիւն ունի։

28. Երկիր մը՝ որն որ զուգահեռագիծ մը կը ձեւացընէ, մէկ կողէն 27° 4' երկայնութիւն ունի, համապատասխանող բարձրութիւնը 10° 2' է. ո՞րչափ է երեսին չափը:

29. Հրապարակ մը սեղանի ձեւ ունի, որուն զուգահեռական կողերը 66° 2' ու 53° 5' է, ու 27° 3' իրարմէ հեռաւորութիւն ունին. ի՞նչչափ երես ունի այս հրապարակը:

30. Ո՞րչափ է սեղանի ձեւ ունեցող դաշտի մը երեսը, որուն զուգահեռական կողերը 4° 3' ու 3° 5' երկայնութիւն եւ 33° 4' հեռաւորութիւն ունին:

31. Յատակ մը կանոնաւոր տասնանկիւն կը ձեւացընէ, որուն կողը 9.3' է, ու կենդրոնին մէկ կողէն ունեցած հեռաւորութիւնը 17.35' է. ո՞րչափ է յատակին երեսը:

32. Քանի՞ քառակուսի ոտնաչափ է փռան մը դուռը, որն որ $4\frac{1}{2}'$ երկայնութիւն ու $2'\ 5\frac{1}{2}''$ լայնութիւն ունի:

33. Վեցկողմեան կանոնաւոր պարտէզի տաճար մը պիտ'որ շինուի, որուն ամէն մէկ կողը 6' երկայնութիւն ու կենդրոնէն 5.19' հեռաւորութիւն պիտ'որ ունենայ. ո՞րչափ է ասոր համար հարկաւոր եղած միջոցը:

34. Տանեաց մը մակերեւոյթը՝ սեղանի ձեւ ունի. ո՞րչափ թիթեղ հարկաւոր է նոյն տանիքը գոցելու համար՝ թէ որ զուգահեռական կողերը 17° 2' ու 15° 4' երկայնութիւն ու իրարմէ 5° 2' հեռաւորութիւն ունին:

35. Վրան շէնք շինելու տեղ մը (արսա) սեղան մը կը ձեւացընէ, որուն զուգահեռական կողերը 15° 2' ու 13° 5' է; եւ բարձրութիւնը 11° 4'. ո՞րչափ է երեսին միջոցը:

36. Երեքանկիւնի երես մը՝ որուն խարիսխը $7\frac{1}{2}'$ ու բար-

ձրութիւնը $4^{2}/_{3}$' է, կ'ուզենք թիթեղով գոցել, ո՞րչափ □' թիթեղ պէտք է:

37. Արտ մը Շեղանկանի (Ռոմբոսանկերպի) ձեւն ունի, մէկ կողը 45.75^{0} երկայնութիւն ունի ու հակակայ կողէն 12.45^{0} հեռու է. ո՞րչափ է այս արտին երեսը:

38. Անդ մը Սեղանակերպի ձեւ ունի, որուն մէկ անկիւնագիծը 37^{0} 5' է, մէկ երեքանկեան բարձրութիւնը 8^{0} 4', մէկալ երեքանկեանն ալ 15^{0} 1' է. ո՞րչափ է երեսը:

39. Աշտարակի մը տանիքը չորս հաւասարասրուն երեքանկիւններէ շինուած է, որոնց խարիսխը 2^{0} 2' բարձրութիւնն ալ 3^{0} 4' է. ո՞րչափ □' թիթեղ պէտք է այս տանիքը գոցելու համար:

40. Անդ մը հնգանկեան ձեւ ունի՝ որն որ կրնայ երեք երեքանկիւններու բաժնուիլ, որոնց խարիսխները 9^{0} 2', 13^{0} 4', 10^{0} 5', են, ու բարձրութիւնները նոյն կարգաւ 6^{0} 3', 10^{0} 2', 3^{0} 4' են. ո՞րչափ է այս անդին երեսը:

---

41. Արտ մը՝ որուն երկայնութիւնը 35^{0} 4' է ու լայնութիւնը 17^{0} 1' է. ո՞րչափ ստակ կ'ընէ, թէ որ ամէն մէկ քառակուսի ձողաչափին $^{3}/_{5}$ փիորին կը վճարուի:

42. Ո՞րչափ գունաւոր զանգուած պէտք է, յարկ մը ծեփելու կամ գունաւորելու՝ որն որ 5^{0} երկայնութիւն ու 3^{0} 4' լայնութիւն ունի, թէ որ ամէն մէկ քառակուսի ոտնաչափին $1^{1}/_{2}$ լոթ զանգուած հաշուենք:

43. Ի՞նչ կ'արժէ վրան շէնք շինելու երկիր մը 13^{0} երկայնութեամբ ու 12^{0} 2' լայնութեամբ, թէ որ քառակուսի ձողաչափին $6^{2}/_{3}$ փիորին կը վճարուի:

44. Արտ մը ուղղանկիւն երեքանկեան ձեւն ունի՝ որուն

էջքերը 53° ու 37° 5' են. Ի՞նչ կ'արժէ թէ որ մէկ արտավարը 640 ֆիորին կը հաշուենք:

45. Քառակուսի ձեւով պատ մը պիտ'որ դրուագուի. Ի՞նչ կ'արժէ դրուագումը՝ թէ որ մէկ կողը 2° 2' է ու ամէն մէկ քառակուսի ոտնաչափին 84 դարանդան կը վճարուի:

46. Ի՞նչ կ'արժէ 38'' բարձրութեամբ ու $23^{1}/_{2}''$ լայնութեամբ հայելի մը, թէ որ քառակուսի մատնաչափին գինը 3 դարանդան է:

47. Մէկը վարձու կը բռնէ երկիր մը 58° 3' երկայնութեամբ ու 27° լայնութեամբ. ո՞րչափ վարձք պիտ'որ վճարէ, թէ որ ամէն մէկ $\square$°ին $1^{1}/_{2}$ դարանդան պիտ'որ վճարուի:

48. Ճամբայ մը 127° երկայնութեամբ ու 2° 3' լայնութեամբ սալայատակ եղած է. քառակուսի ձողաչափը ո՞րչափի կու գայ՝ թէ որ բոլոր աշխատութիւնը 512 ֆիորին կ'ելլէ:

49. Ի՞նչ կ'արժէ քառակուսի բակ մը սալայատակ ընելը, որուն կողը 5° 4' 8'' է, թէ որ ամէն մէկ քառակուսի ձողաչափին 56 դարանդան կը վճարուի:

50. Ի՞նչ կ'արժէ 4' 6'' խարսխով ու 3' 2' բարձրութեամբ երեքանկիւնի թիթեղ մը, թէ որ քառակուսի ոտնաչափը 24 լոթ ծանրութիւն ունի ու լիտրը (փունտը) $18^{1}/_{2}$ դարանդան կ'արժէ:

51. Պատ մը 11' 8'' բարձրութեամբ ու 25' 2'' լայնութեամբ պիտ'որ նկարուի. Ի՞նչչափի կ'ելլէ նկարչութիւնը, քառակուսի ոտնաչափը 15 դարանդան հաշուելով:

52. Անդ մը 64° երկայնութիւն ու 10° 5' լայնութիւն ունի, ո՞րչափ ցորեն պէտք է սերմանել, թէ որ ամէն մէկ արտավարին 3 քոռ ցորեն պիտ'որ ցանուի:

53. Ատաղձագործ մը 3° 4′ 10″ երկայն ու 2° 5′ 4″ լայն յատակ մը պիտի շինէ, քանի՞ ոտք տախտակ 11″ լայնութեամբ հարկաւոր է նոյնը շինելու համար։

54. Մէկը 324□° երեսով արտատեղ մը կու տայ՝ ուրիշ արտատեղ մ'առնելու համար, որն որ նոյնչափ երես ունի, 16° 2′ 5″ լայնութեամբ. ո՞րչափ եղած պիտ'որ ըլլայ երկայնութիւնը։

55. Վրան 14° 4′ երկայնութեամբ շէնք շինելու տեղ մը 752 ֆիորին 53 գարանդան կ'արժէ. ո՞րչափ է աս երկրին լայնութիւնը, թէ որ քառակուսի ձողաչափին 5½ ֆիորին վճարուած է։

56. Ո՞րչափ կ'արժեն 1′ 7″ երկայնութեամբ քառակուսի ձեւ ունեցող 12 տպակից տախտակներ, թէ որ մէկ քառակուսի ոտնաչափը 34 գարանդան հաշուելու ըլլանք։

57. Ի՞նչ կ'արժէ 10 հատ դրուագելու տախտակ 2′ 2″ երկայնութեամբ ու 8″ լայնութեամբ, եթէ մէկ քառակուսի ոտնաչափին 1 ֆիորին 10 գարանդան վճարուի։

58. Սեղանաձեւ անդաստակ մը՝ որուն զուգահեռական կողերը 5° 4′ եւ 6° 5′ են ու 5° իրարմէ բաց են, կ'ուզենք այնպիսի քարերով սալայատակ ընել՝ որոնց իւրաքանչիւրը 72□″ ըլլայ. քանի՞ քար հարկաւոր է։

59. Եթէ պարտէզ մը 97½ ֆիորինի գնուած ըլլայ, բոլորը 13° 3′ երկայն ու 8° 4′ լայն ըլլալով, քանի՞ եկած կ'ըլլայ իւրաքանչիւր ձողաչափը։

60. Կանոնաւոր ձեւով ութանկիւնի սրահի մը նոր յատակ կ'ուզուի շինել տրուիլ։ Սրահին իւրաքանչիւր կողմը 14.9′ եւ միջակէտէն հեռաւորութիւնները 17.986′ ըլլալով՝ քանի՞ կ'ելլէ բովանդակ ծախքը՝ եթէ մէկ քառակուսի ոտքին 14 գարանդան վճարուի։

61. Գծագրենք 16'' երկայնութեամբ ու 4'' լայնութեամբ Ուղղանկիւն մը եւ նոյնէն ուրիշ ուղղանկիւն մը շինենք՝ երկայնութիւնը 1'' պզտիկցընելով ու լայնութիւնը 1'' մեծցընելով, եւ սանկ շարունակենք նոյն կերպով ուղղանկիւններ շինելու՝ մինչեւ որ երկայնութիւն ու լայնութիւն հաւասարին։ Արդ՝ աս ուղղանկիւն քառակուսիները կ'ուզենք կարգաւ իրարու համեմատել իրենց շրջապատին ու երեսին չափին նկատմամբ։ Ասոնցմէ ո՞րը ամենէն մեծ երեսի չափն ունի։

62. Ար քառակուսի պարտէզ մը՝ որն որ 12^0 երկայնութեամբ կող ունի, ցանկով պատել կու տայ, Ան ալ՝ նոյնչափ մեծութեամբ ուղղանկիւն 18^0 երկայնութեամբ պարտէզ մը ցանկով պատել կու տայ. աս ցանկը երկուքէն որո՞ւն արժան պիտ'որ ըլլէ։

63. Մէկը պարտէզ մ'ունի 22^0 երկայնութեամբ ու 16^0 լայնութեամբ. արդ կ'ուզէ մէջտեղը քառանկիւն աւազան մը շինել 5^0 4' երկայնութեամբ ու 3^0 2' լայնութեամբ. պարտէզէն ո՞րչափ երես ազատ կը մնայ։

64. Հայելի մը 2' 8'' բարձրութիւն եւ 1' 10'' լայնութիւն ունի. շրջանակը $1^1/_3$ լայնութիւն ունի. ո՞րչափ է հայելւոյն տեսանելի երեսին չափը։

65. Երեքանկեան մը կողերը 344'', 183'', 450'', ու բարձրութիւնը՝ որն որ առաջին կողին կը պատասխանէ, 167.5'' է. ո՞րչափ են բարձրութիւնները մէկալ երկու կողերուն նկատմամբ։

66. Մէկը երկու խցերը յատակել կ'ուզէ. առջի խուցը քառակուսի մը կը կազմէ՝ որուն կողը 3^0 4'' է. երկրորդ խուցն ալ ուղղանկիւն մըն է 4^0 5' երկայնութեամբ ու 3^0 3' լայնութեամբ. ի՞նչ կ'արժէ աշխատութեան վարձքը՝ թէ որ քառակուսի ոտնաչափին 22 դարանդան վճարուի։

67. Արահ մը 7° 3′ երկայնութիւն ու 5° 2′ լայնութիւն ունի. որչափ տախտակ 2° 1′ լայնութեամբ ու 11″ լայնութեամբ հարկաւոր է աս որահը յատակելու։

68. 15° 2′ երկայնութեամբ ու 10° 4′ լայնութեամբ ուղղանկիւն պարտէզի մը մէջէն 5′ լայնութեամբ ճամբայ մը կ'երկըննայ. որչափ տեղ ազատ կը մնայ։

69. Ուղղանկիւն երկիր մը՝ որն որ 19° երկայնութիւն ու 14° 2′ լայնութիւն ունի, պարտէզի կը դարձուի ու 2½′ հաստութեամբ պատով կը գոցուի. պատերուն մէջ եղած երկրին երեսն որչափ է։

70. Ուղղանկիւն տուն մը դրսի կողմանէ 15° 4′ երկայնութիւն եւ 9° 3′ լայնութիւն ունի. իսկ պատը 3′ հաստ է. որչափ է պատին մէջ փակուած երկրին երեսը։

71. Տան փող (քօրիտօր) մը, որն որ 4° 3′ երկայնութիւն ու 1° 2′ լայնութիւն ունի, սալաքարով պիտ'որ յատակուի. որչափ սալաքար պէտք է, թէ որ ամէն մէկը 9″ երկայնութիւն եւ 8″ լայնութիւն ունի, եւ որչափ կ'արժէ աս յատակը՝ թէ որ ամէն մէկ սալաքարը, դրուելու աշխատութիւնն ալ մէկտեղ, 92 դարանդանի կու գայ։

72. Խուցի մը չորս պատերը պիտ'որ ներկուին։ Խուցը՝ 5° 3′ 8″ երկայնութիւն, 3° 4′ 4″ լայնութիւն ու 1° 5′ 8″ բարձրութիւն ունի. չորս պատուհան ունի 6′ բարձրութեամբ ու 3½′ լայնութեամբ, դարձեալ երկու դուռ 1° 2½′ բարձրութեամբ ու 4′ լայնութեամբ, վառարանին (սօպային) պատը կը բռնէ 5′ բարձրութիւն ու 2′ լայնութիւն ուղղանկիւն մը։ Ի՞նչ կ'արժէ աս խուցը ներկելը՝ թէ որ □ ոտնաչափը 5 դարանդան կը հաշուի։

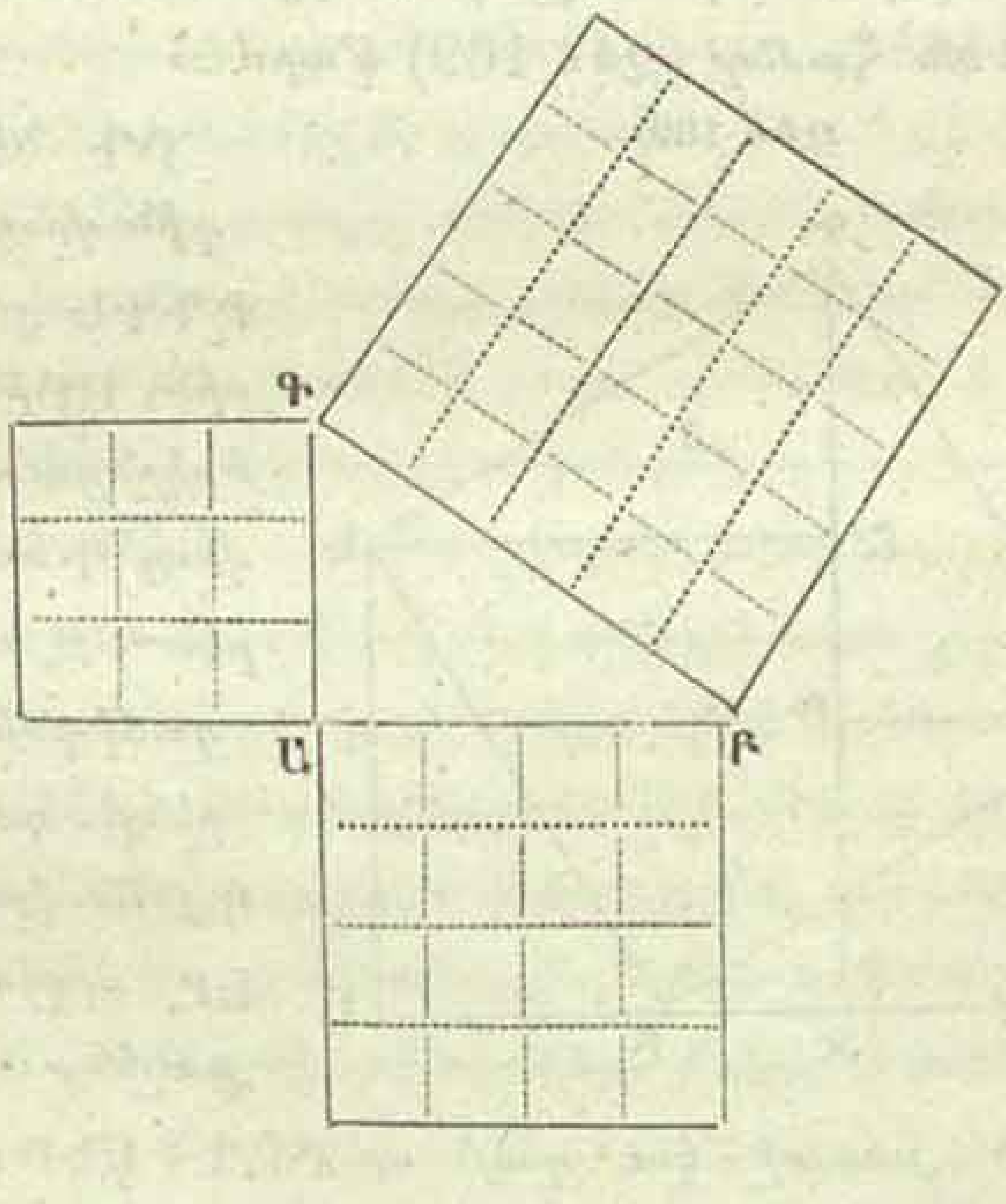
73. Եր սեղանակերպի ձեւով անդ մ'ունի, որուն անկիւնագիծը 47° է ու երկու երեքանկիւններուն բար-

ձրութիւնները 9° 3′ ու 17° 4′ են. Բն ալ սոր հակառակ սեղանի ձեւով անդ մ'ունի, որուն երկայնութիւնը 53′ է, իսկ լայնութիւնը՝ մէկ ծայրը 6° 1′′ ու մէկալ ծայրը 7° 5′ է: Արդ՝ թէ որ Ան ու Բն աս երկու անդերը փոխութեամբ իրարու կու տան, ո՞րը որուն վրան առաւել ալ պիտ'որ տայ եւ ո՞րչափ առաւել, թէ որ □ ձողաչափին գինը 72 գարանդան է:

10. Պիւթագորեան կանոն:

123. Թէ որ Ա ուղիղ անկեան մը (Ձեւ 108) սրուններէն՝ ԱԲ = 4′′ ու ԱԳ = 3′′ կտորները կտրենք, ու

Ձեւ 108:



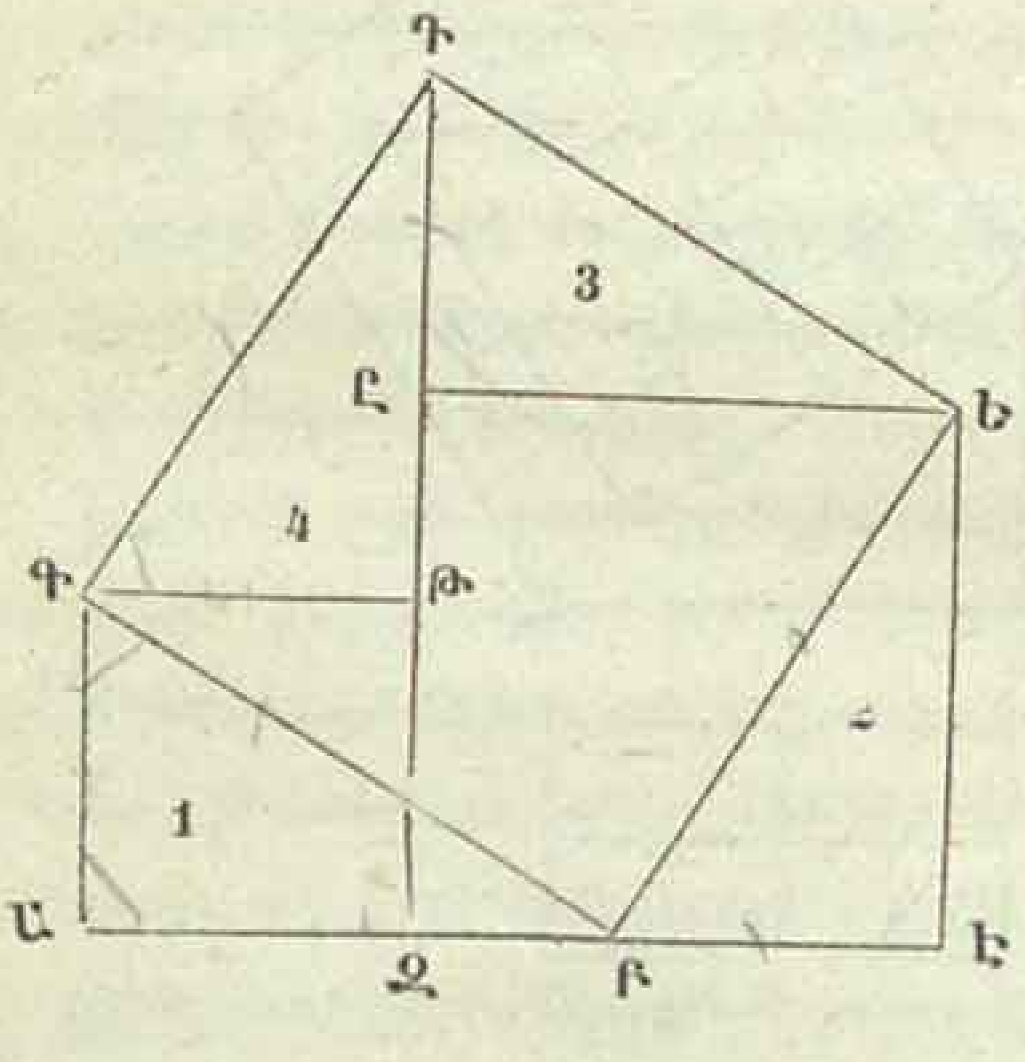
ետքը ԲԳ ուղիղ գիծը քաշենք, ան ատեն կը գտնենք որ աս ուղիղ գիծը 5′′ է: Արդ՝ թէ որ ԲԱԳ ուղղանկիւն եռանկեան թէ ներքնաձիգին վրայ եւ թէ երկու էջքերուն վրայ քառակուսիներ քաշենք ու նոյները բաժնենք քառակուսի մասնաչափներու, կը տեսնենք՝ որ ներքնաձիգին վրայի քառակուսւոյն մէջ 25□'' կայ, ԱԲ էջքին վրայի քառակուսւոյն մէջ 16□'' եւ մէկալ ԱԳ էջքին վրայի քառակուսւոյն մէջ 9□'':

Ուստի ներքնաձիգին վրան եղած քառակուսին հաւասար է երկու էջքերուն վրայ եղած քառակուսիներուն գումարին:

Այս մտադրութեան արժանաւոր կանոնը կամ վարդապետութիւնը գտնողին՝ Պիւթագորասին անուամբը Պիւթագորեան կանոն կ՚ըսուի:

Վերի երեքանկեան մէջ կողերուն որոշ երկայնութիւն մը տրուեցաւ: Բայց կրնայ դիւրաւ կերպով ցուցուիլ՝ որ Պիւթագորեան կանոնը որ եւ իցէ ԲԱԳ ուղղանկիւն երեքանկեան համար (Ձեւ 109) կ՚արժէ:

Ձեւ 109.



ԲԳ ներքնաձիգին վրայ գծենք ԲԳԴԵ քառակուսին, ԱԲին ու անոր երկընցուած ճիւղին վրայ՝ Դ ու Ե կէտերէն ԴԶ ու ԵԷ ուղղաձիգները քաշենք. դարձեալ ԴԶին վրայ ԳԹ ու ԵԸ ուղղաձիգները քաշենք: Աս կազմութենէն յառաջ կու գայ՝ որ ԲԱԳ, ԵԷԲ, ԵԸԴ ու ԴԹԳ ուղղանկիւն երեքանկիւնները զորոնք 1, 2, 3 ու 4 ով նշանակած ենք, պատշաճական են. դարձեալ յառաջ կու գայ՝ որ ԱԶԹԳը՝ ԱԳ էջքին վրայի քառակուսին, եւ ԶԷԵԸն ալ ԱԲ էջքին վրայի քառակուսին կ՚երեւցընէ:

Յայտնի է որ ներքնաձիգին վրայի քառակուսին, այսինքն ԲԳԴԵԸ՝ ԲԳԹԸԾ ձեւէն ու 3 եւ 4 երեքանկիւններէն բաղադրուած է. ուստի՝ թէ որ սա քառակուսիէն վերջին երեքանկիւնները մէկդի հանենք եւ փոխը 1 ու 2 երեքանկիւններուն տեղը բերենք դնենք, ան ատեն յառաջուան քառակուսույն երեսը ԱԳԹԸԵԷ ձեւին կը փոխուի՝ որն որ էջքերուն վրայ եղած երկու քառակուսիները՝ այսինքն ԶԻԵԸ ու ԱԶԹԳԸ կը պարունակէ: Ուրեմն ներքնաձիգին վրայ եղած քառակուսին իրօք այնչափ երես ունի, որչափ որ էջքերուն վրայ եղած քառակուսիներն ունին:

Սա ապացուցութիւնը կրնայ շատ դիւրաւ զգալի ըլլալ՝ թէ որ խաւաթերթէ կտրելով ձեւացընենք թէ ԲԳԹԸԾ ձեւը եւ թէ 1 եւ 2 երեքանկիւնները. թէ որ երկու երեքանկիւնները ան ձեւին քովը դնենք 3ին ու 4ին դրիւքը, ներքնաձիգին քառակուսին կ'ելլէ. թէ որ փոխը 1ին եւ 2ին դրիւքը դնենք, կ'ելլեն երկու էջքերուն քառակուսիները. ասկից յառաջ կու գայ՝ որ երկու դիպուածին մէջն ալ երեսի չափը մի եւ նոյն է:

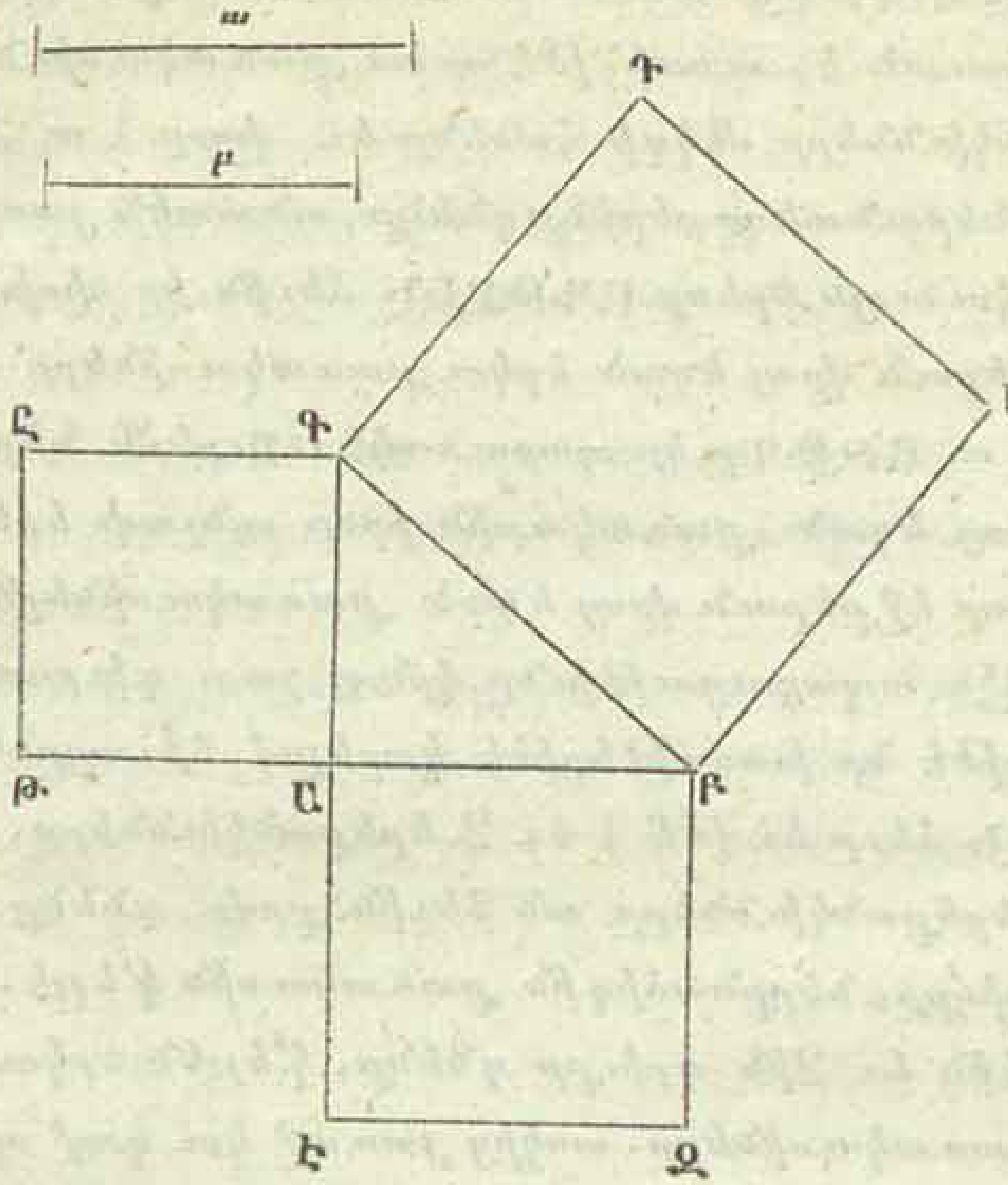
124. **Թէ որ երկու քառակուսիներուն ա եւ բ կողերը (Ձեւ 110) տրուած են, հրաման ուրիշ քառակուսի մը շինել՝ որն որ երկու քառակուսիներուն գումարին հաւասար ըլլայ:**

Ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ ԲԱԳ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը գծել՝ որուն մէջ ա եւ բ իբրեւ էջք ըլլան, ու ԲԳ ներքնաձիգին վրայ ԲԳԴԵ քառակուսի մը շինել: Ուստի՝ աս քառակուսին այնչափ է՝ որչափ են ԱԲԶԻ ու ԱԳԹԸ քառակուսիները երկուքը մէկէն՝ որոնց կողերն են ա եւ բ:

Գծէ երկու քառակուսի՝ որոնց կողերը 5″ եւ 12″ ըլլան եւ ետքը քառակուսի մը՝ որն որ երկու առջի քառակուսիներուն գումարին հաւասար ըլլայ:

Ինչպէս կրնանք քառակուսի մը գծագրել՝ որն որ

Ձեւ 110.



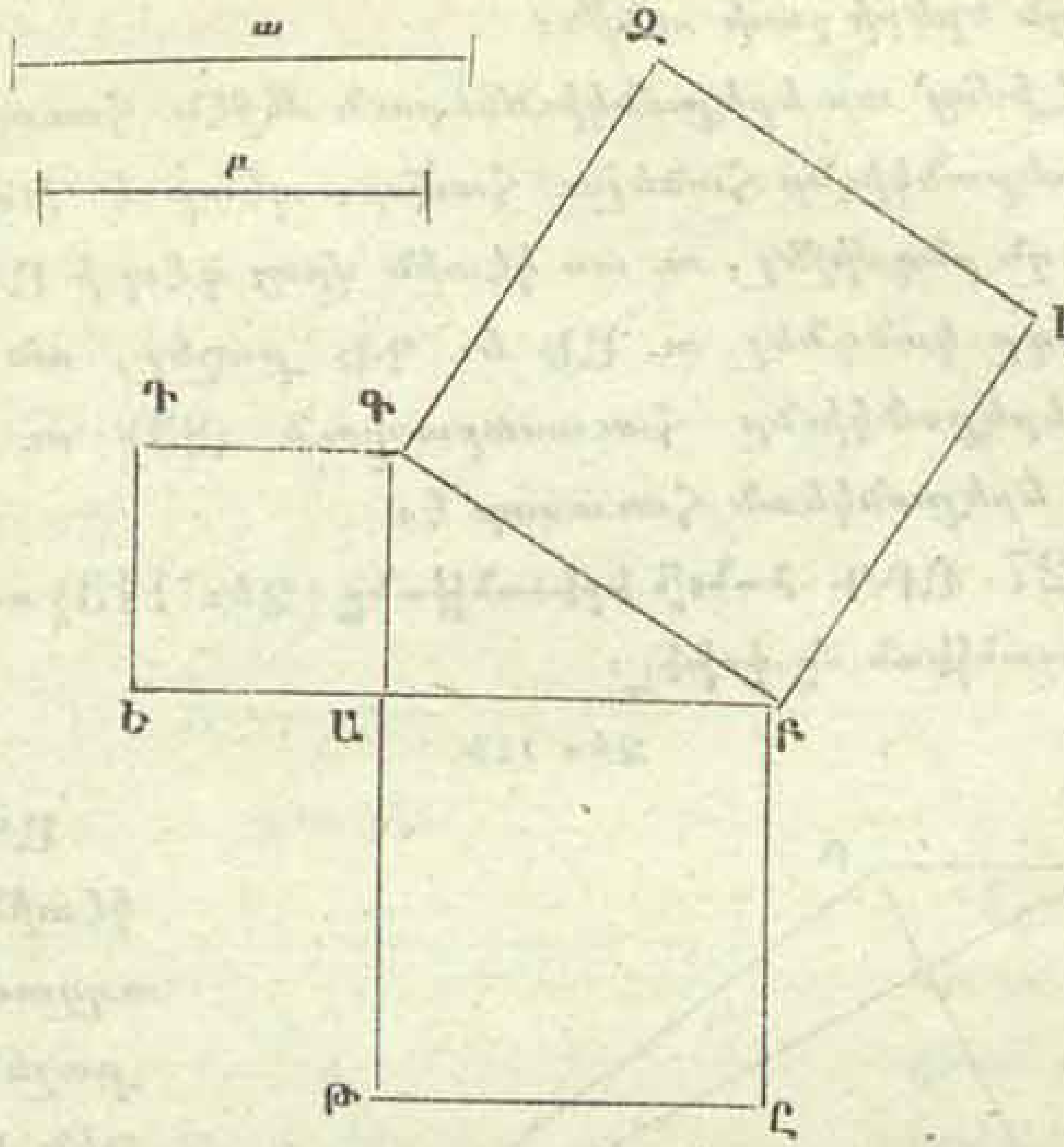
հաւասար ըլլայ երեք քառակուսիներու գումարին, որոնց կողերը ծանօթ են։

125. Քառակուսի մը գծագրել՝ որն որ երկու ծանօթ քառակուսեաց տարբերութեան հաւասար ըլլայ։

Թէ որ ա եւ բ՝ ծանօթ քառակուսիներուն երկու կողերն են (Ձեւ 111), ան ատեն պէտք է Ային վրայ ուղիղ անկիւն մը գծել, ԱԲը՝ պզտիկ քառակուսույն բ կողին հաւասար ընել, ու Բէն՝ ա կէս տրամագծով աղեղ մը գծել, որն որ ԱԳ որունը Գին վրայ կտրէ. անկէ ետքը ԱԳին վրայ գծուած ԱԳԴԵ քառակուսին՝ տարբերութիւնն է ԲԳԶԻ ու ԱԲԹԸ քառակուսիներուն՝ որոնց ա եւ բ կողերը ծանօթ են։

Երկու քառակուսի գծէ՝ որոնց կողերը 8'' ու 4''

Ձեւ 111.

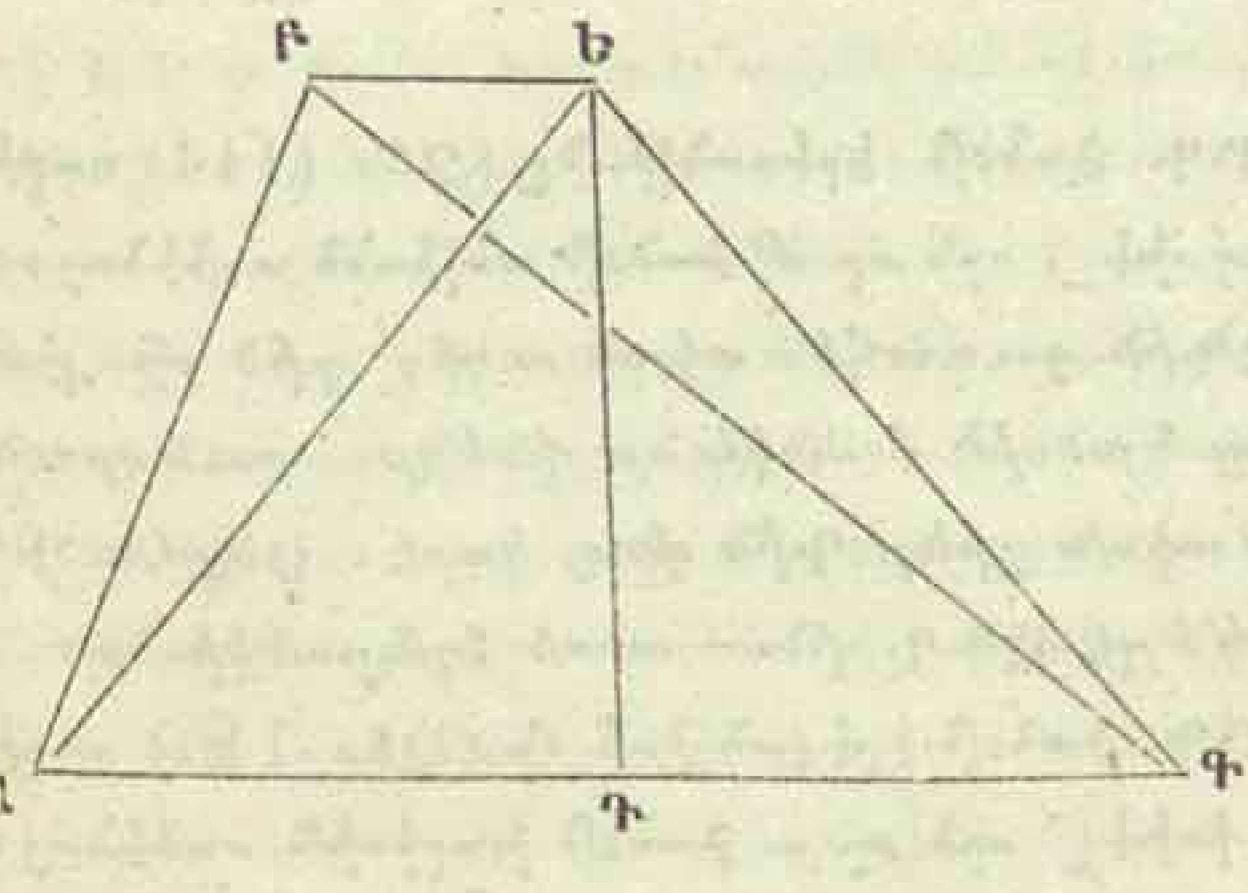


են եւ եայքն ալ քառակուսի մը՝ որն որ երկու առջի քառակուսիներուն տարբերութեան հաւասար ըլլայ։

11. *Ուղղագիծ ձեւերուն փոխարկութիւնը:*

126. ԱԲԳ ծանօթ երեքանկիւն մը (Ձեւ 112) հաւասարասրուն երեքանկեան փոխել։

Ձեւ 112.

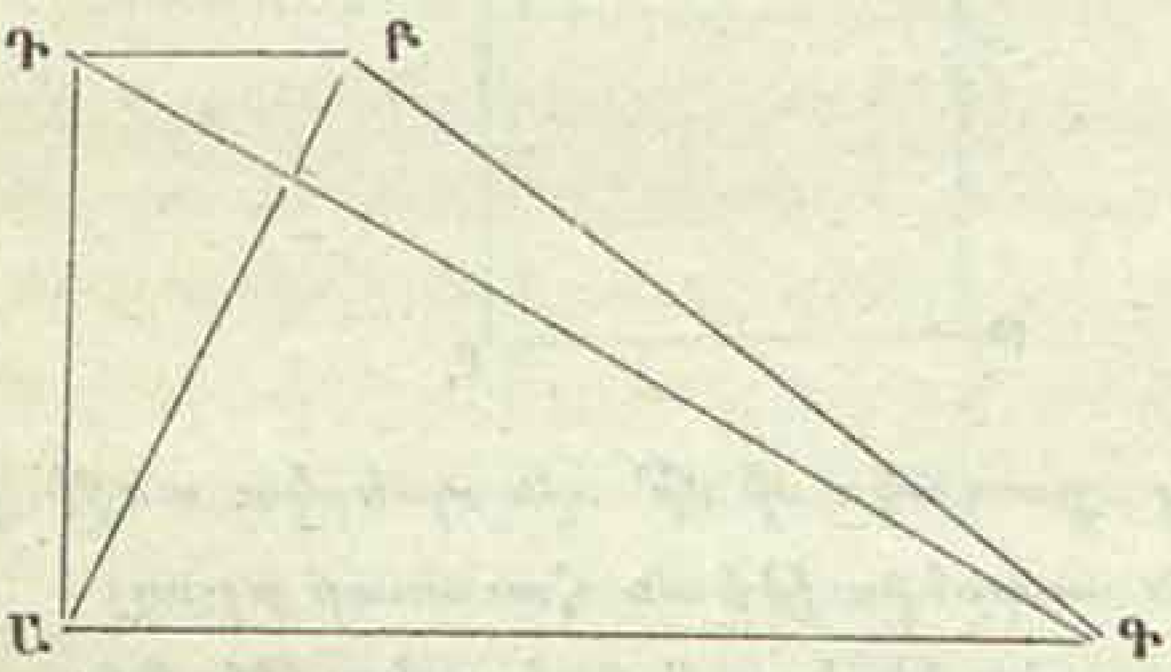


Եթէ Բէն վրայէն ԱԳին զուգահեռական գիծ մը քաշենք, անատեն բոլոր երեքանկիւնները՝ որոնց ԱԳը խարիսխն է ու որոնց ծայրերն ան զուգահեռական գծին վրայ կ՚իյնան, նոյն երեսի չափ ունին:

Հիմայ՝ աս երեքանկիւններուն մէջէն հաւասարասրուն երեքանկիւնը հանելու համար, պէտք է խարիսխը Դ-ին առջն ընդմիջել, ու աս կէտին վրայ դէպ ի ԱԳ՝ ԴԵ ուղղաձիգը կանգնել ու ԱԵ եւ ԳԵ քաշել, ան ատեն ԱԳԵ երեքանկիւնը հաւասարասրուն (83) ու ԱԳԲ ծանօթ երեքանկեան հաւասար է:

127. ԱԲԳ ծանօթ երեքանկիւնը (Ձեւ 113) ուղղանկիւն երեքանկեան մը փոխել:

Ձեւ 113.



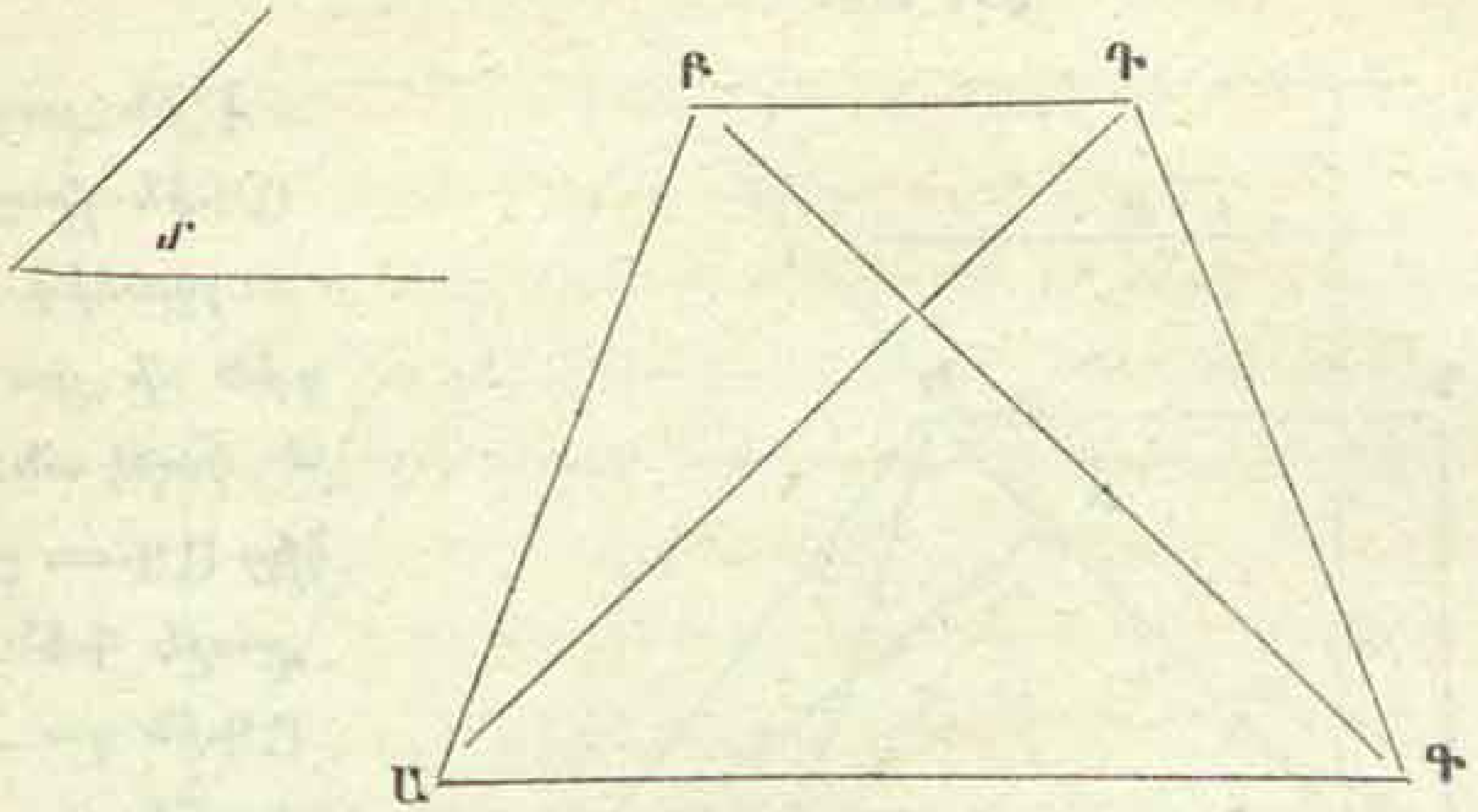
ԱԳ-ին Ա կէտին վրայ ուղղաձիգ մը քաշենք ու Բէն ԱԳ-ին զուգահեռական գիծ մը քաշենք, որն որ ուղղանկիւնը Դ-ին վրայ կտրէ: Անկէ ետքը թէ որ ԳԴ գիծը քաշենք, կ՚ելլէ ԳԱԴ փնտռուած ուղղանկիւն երեքանկիւնը:

128. ԱԲԳ ծանօթ երեքանկիւնը (Ձեւ (114) ուրիշ երեքանկեան մը փոխել, որն որ մ ծանօթ անկիւնն ունենայ:

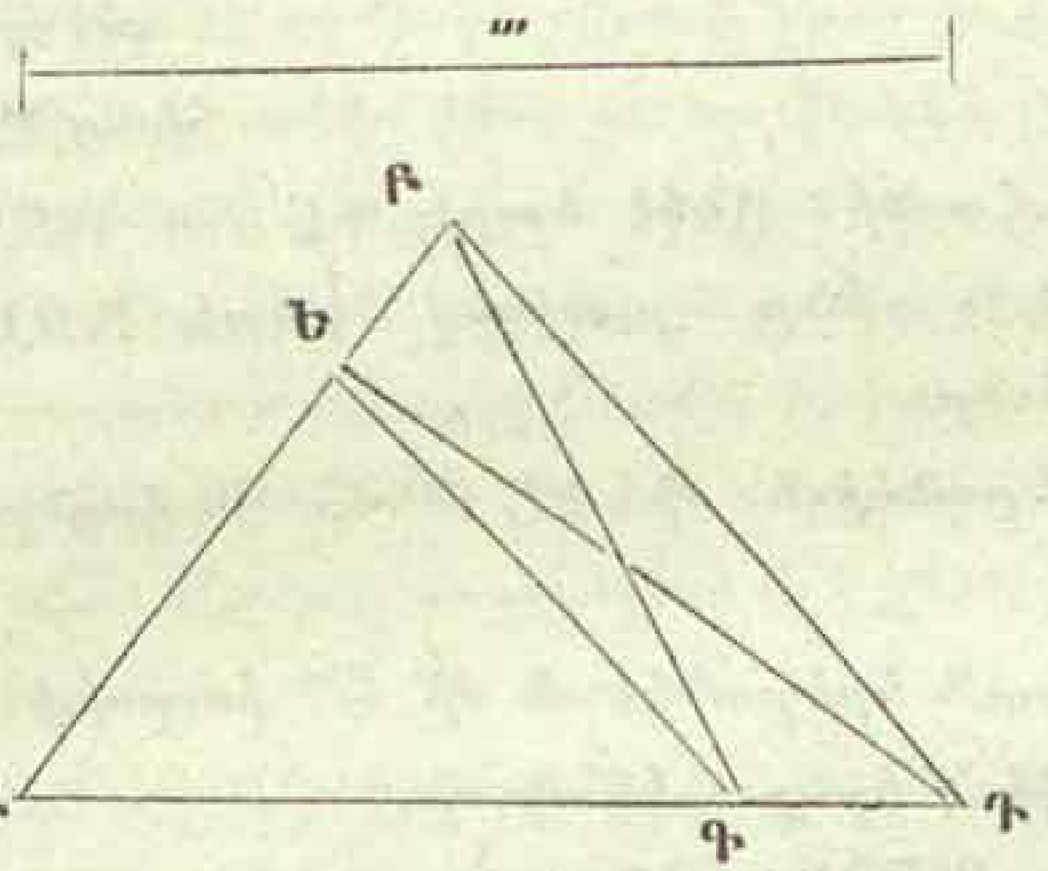
Բէն ԱԳ-ին զուգահեռական ուղիղ գիծ մը քաշենք, Ա-ին վրայ ծանօթ մ անկիւնը շինենք, որուն սրունը ան զուգահեռական գիծը Դ-ին վրայ կտրէ: Ետքէն ԳԴ ալ քաշելով՝ կ՚ելլէ ԱԳԴ փնտռուած երեքանկիւնը:

129. ԱԲԳ ծանօթ երեքանկիւն մը (Ձեւ 115) ուրիշ երեքանկեան մը փոխել՝ որն որ ա ծանօթ խարիսխն ունենայ:

Ձեւ 114.



Ձեւ 115.

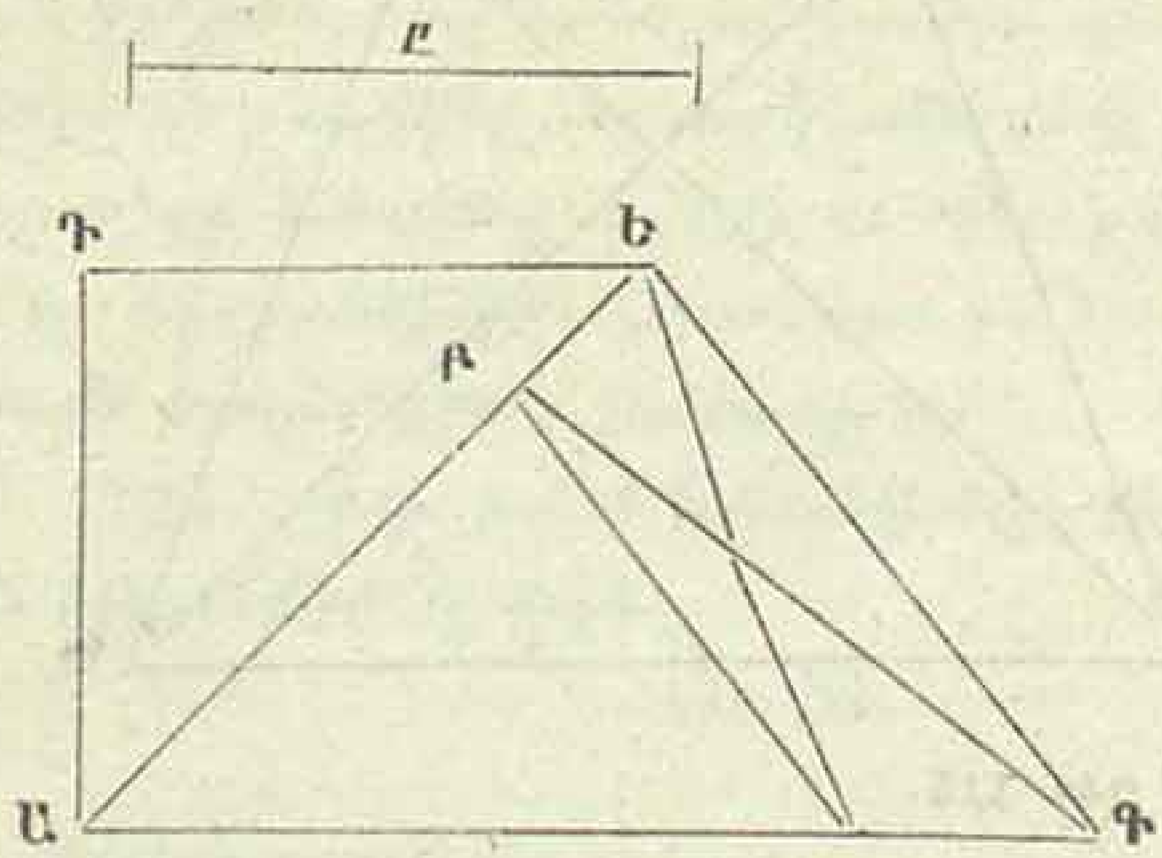


Առնելով ան ու ԱԳին վրայ տանելով ԱԷն մինչեւ Գ զետեղելու է ու ետքէն ԲԳ քաշելու է. դարձեալ քաշելու է ԳԵ ∥ ԲԴ ու Դ եւ Եը ԴԵ ուղիղ գծով կապելու է։ Երկու եռանկիւնները ԳԵԴ ու ԳԵԲ նոյն ԳԵ խարիսխն ու հաւասար բարձրութիւնն ունին, ուստի հաւասար են։ Թէ որ ԱԳԵին վրայ ԳԵԴ եռանկիւնն աւելցնելու ըլլանք՝ կ'ելլէ ԱԴԵ, իսկ ԱԳԵին վրայ ԳԵԲ եռանկիւնը աւելցնելով կ'ելլէ ԱԳԲ. անոր համար ԱԴԵ եռանկիւնը ԱԲԳ ծանօթ եռանկեան հաւասար ու անոր համար փնտռուած եռանկիւնն է։

130. ԱԲԳ ծանօթ եռանկիւն մը (Ձեւ 116) տրէլ

Եռանկիւն մը փոխել՝ որն որ ը ծանօթ բարձրութիւնն ունենայ։

Ձեւ. 116.



Ա-ին քով ԱԳ-ին վրայ ուղղաձիգ գիծ մը քաշէ, կարէ անկից ԱԴ = ը, քաշէ ԴԵն ԱԳ-ին զուգահեռական գիծ մը, որն որ Ե-ին վրայ ԱԲ երկնցուած կողին հանի։ Անկէ ետքը ԳԵ, ու ԲԶ ∥ ԳԵ եւ վերջապէս ԵԶ գիծը քաշելով՝ կ'ելլէ ԱԶԵ ուզուած երեքանկիւնը։

Գծէ երեքանկիւն մը 4″, 6″ եւ 8″ կողերով ու փոխէ նոյնը՝

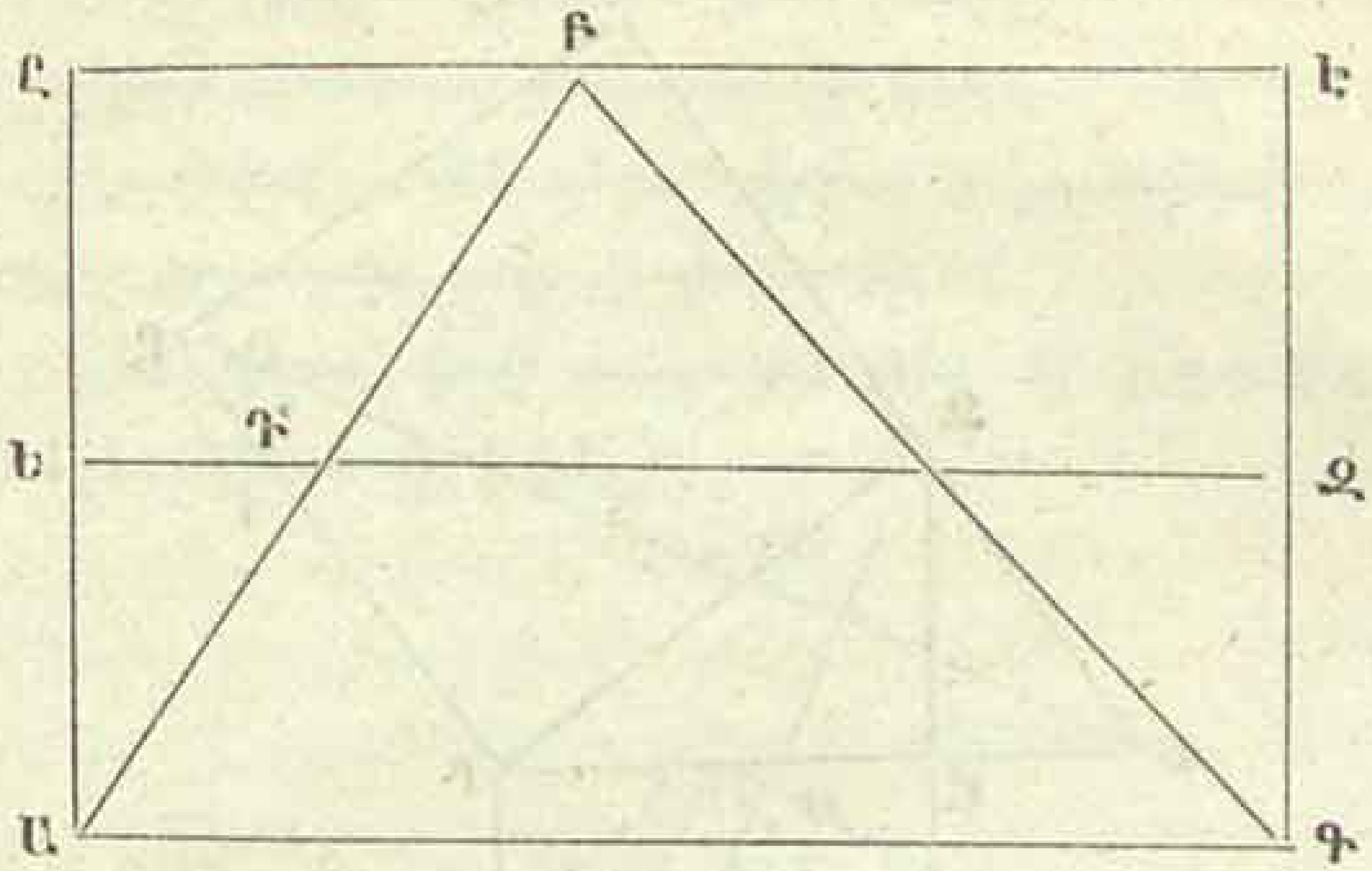
Ա. հաւասարասրուն երեքանկեան մը՝ 5″ խարսխի վրայ,
Բ. հաւասարանկիւն երեքանկեան մը,
Գ. երեքանկեան մը 58″ անկիւնով,
Դ. երեքանկեան մը 7″ խարսխով,
Ե. երեքանկեան մը 5″ բարձրութեամբ,
Զ. երեքանկեան մը 50° անկիւնով ու 3″ խարսխով,
Է. երեքանկեան մը 72° անկիւնով ու 4″ բարձրութեամբ։

131. **Ծանօթ եռանկիւն մը զուգահեռագծի մը փոխել։**

Ասոր լուծումն արդէն 116-ին մէջ յառաջ բերինք։

132. **ԱԲԳ եռանկիւն մը (Ձեւ. 117) ուղղանկեան մը փոխել։**

Ձեւ 117.



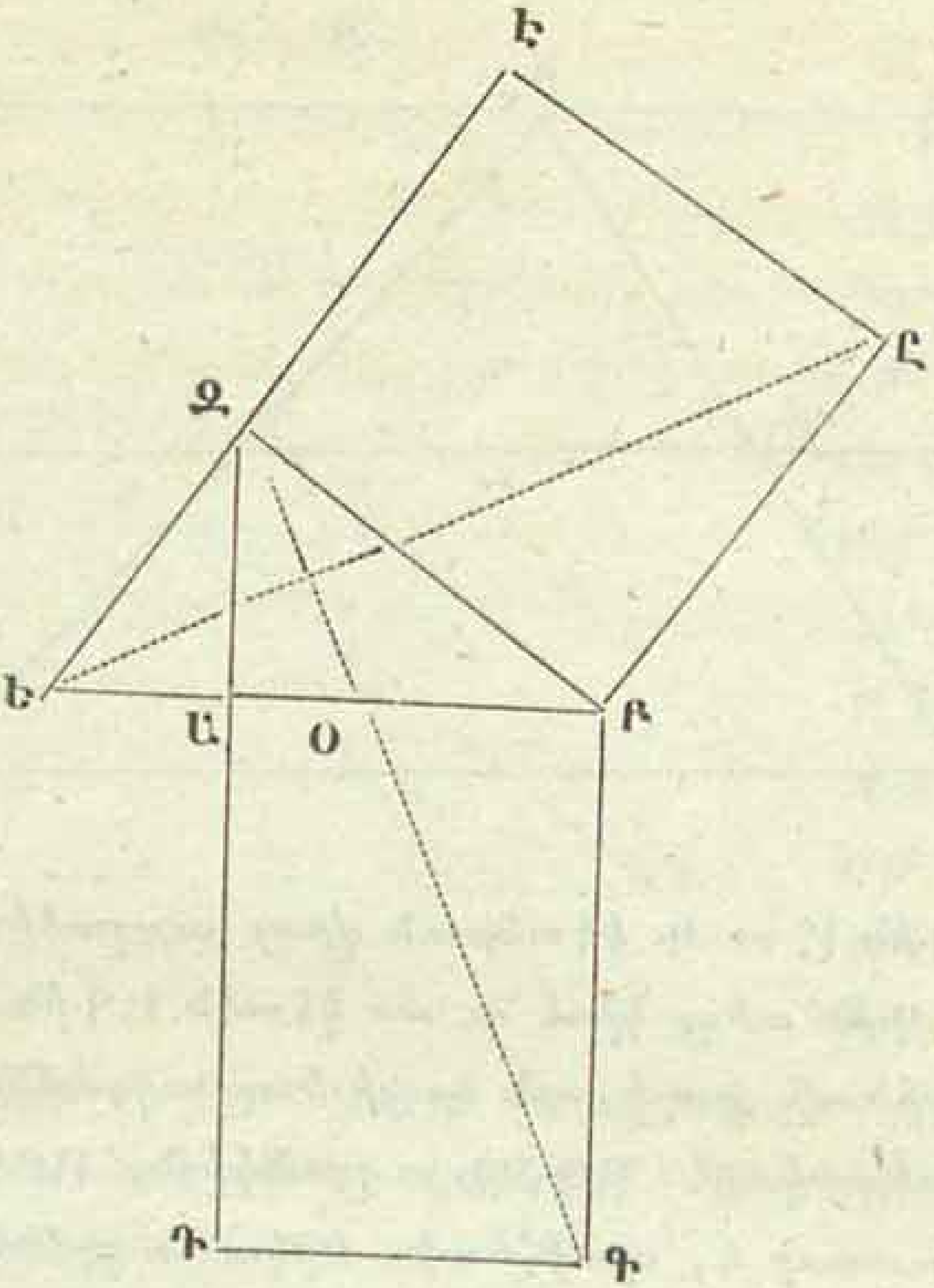
ԱԳին Ա ու Գ կէտերուն վրայ ուղղաձիգներ ձգէ, ԱԲ կողը Դին տեղը կիսէ ու սա կէտէն ԱԳին զուգահեռական գիծ մը քաշէ, որն որ յիշեալ ուղղաձիգները Եին ու Զին տեղը կտրէ։ ԱԳԶԵ ուղղանկիւնը՝ ԱԲԳ եռանկեան հաւասար է, որովհետեւ երկու ուղղանկիւններուն ամէն մէկը առանձին՝ ԱԳԷԸ ուղղանկեան կէսն է։

133. ԱԲԳԴ ուղղանկիւն մը (Ձեւ 118) քառակուսւոյ մը փոխել։

ԱԲ ու ԱԴ կողերը Աէն անդին երկընցուր, ԲԵ=ԱԴ ըրէ, ու ԲԵ ուղիղ գծին O միջակէտէն OԲ կէս տրամագծով աղեղ մը գծէ՝ որն որ ԱԴ երկընցուած գիծը Զին վրայ կտրէ, ան ատեն ԲԶԵ եռանկիւնը Զին կողմը ուղղանկիւն է (81)։ Անկէ ետքը ԲԶին վրայ ԲԶԷԸ քառակուսի մը կազմելու ըլլանք՝ ան քառակուսին ԱԲԳԴ ուղղանկեան հետ հաւասար երես ունի։

Ասոր հաստատ ըլլալու համար՝ քաշէ ԵԸ ու ԶԳ ուղիղ գծերը, ան ատեն ԵԲԸ եռանկիւնը ԲԶԷԸ քառակուսւոյն կէսն է ու ԳԲԶ՝ ԱԲԳԴ ուղղանկեան կէսն է։ Բայց ԵԲԸ ու ԳԲԶ պատշաճական են, ու անոր համար

Ձեւ 118.



հաւասար երես ունին. ուստի նաեւ երկու կրկին նոյնչափ ձեւերը, այսինքն ԲԶԷԸ քառակուսին ու ԱԲԳԴ ուղղանկիւնը իրարու հաւասար են։

134. Ծանօթ զուգահեռագիծ մը ուղղանկեան փոխել։

Այս լուծումը 113ին մէջ յառաջ բերուած է։

Ուստի ամէն զուգահեռագիծ կրնայ քառակուսույ մը փոխուիլ։

135. Ծանօթ զուգահեռագիծ մը ուրիշ զուգահեռագծի մը փոխել՝ որն որ ծանօթ անկիւն մը պարունակէ։

Այս լուծումը 128ին մէջ եղած խնդրոյն լուծման նման է։

136. Ծանօթ զուգահեռագիծ մը ուրիշ զուգահեռագծի մը փոխել՝ որն որ ծանօթ կող մ'ունենայ։

Ասիկայ կրնայ լուծուիլ 129ին նայելով։

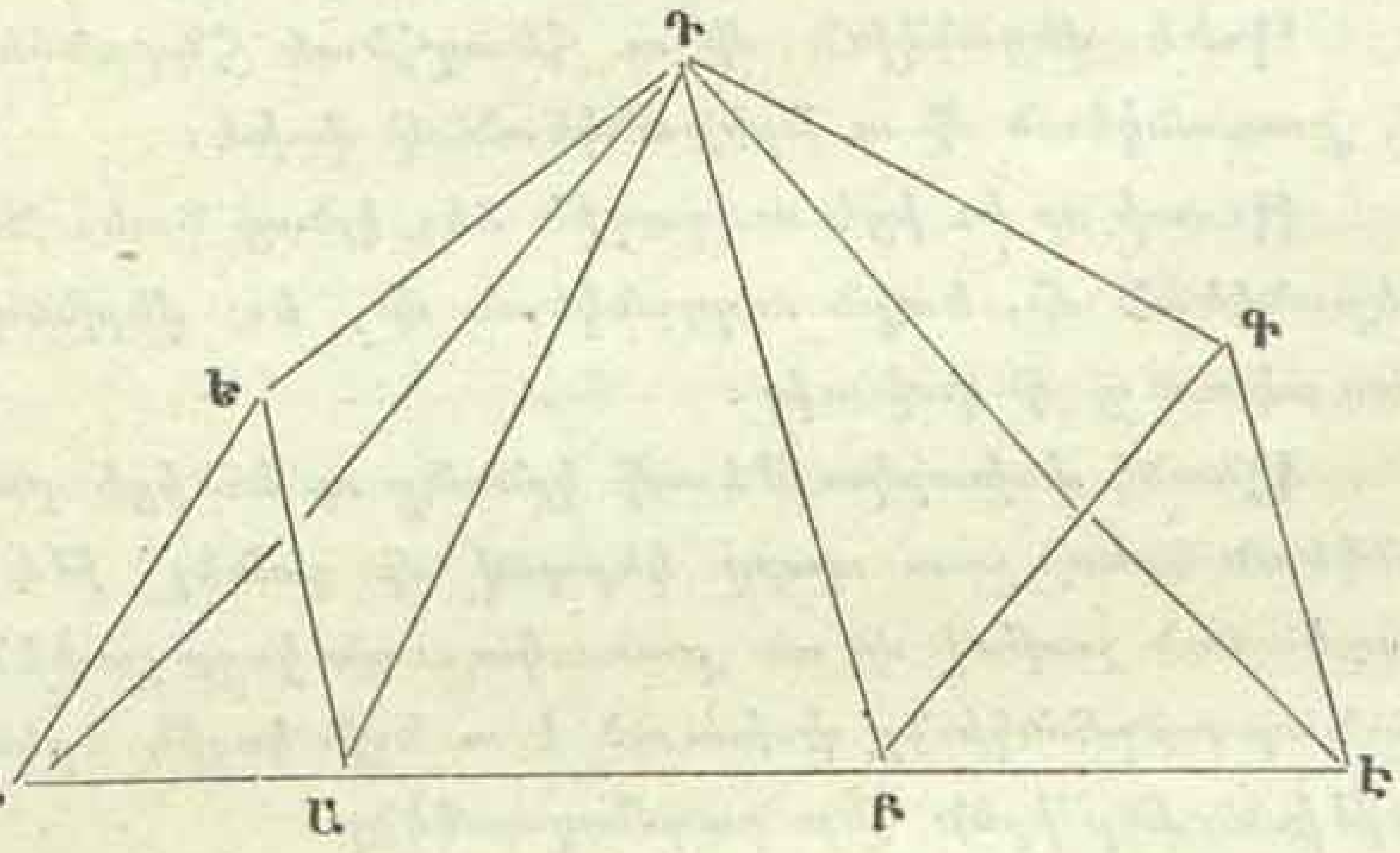
137. **Սեղան մը եռանկեան փոխել։**

Այս լուծումը ցուցուցինք 118։

Ասանկով ամէն սեղան կրնայ Ուղղանկեան ու անկէ ետքը քառակուսւոյ մը փոխուիլ։

138. **Ի՛նչ կամ ուղղագիծ ձեւ մը ԱԲԳԴԵ** (Ձեւ 119) **եռանկեան մը փոխել։**

Ձեւ 119.



Քաշէ ԱԴ անկիւնագիծը եւ Ե էն նոյնին զուգահեռական մը շինէ՝ որն որ ԱԲին երկընցած մասը Զին վրայ կտրէ։ Անկէ ետքը ԴԶ գիծը քաշելու ըլլանք, ԲԳԴԶ քառանկիւնը ԱԲԳԴԵ հնգանկեան հաւասար կ՚ըլլայ, որովհետեւ աս երկուքն իրարմէ մինակ ատով կը տարբերին՝ որ ԲԳԴԶ քառանկիւնը՝ ԱԲԳԴին քովը ԱԴԶ երեքանկիւնն ունի, իսկ ԱԲԳԴԵ հնգանկիւնը ԱԲԳԴին քով՝ ԱԴԵ երեքանկիւնը. բայց ԱԴԶ ու ԱԴԵ երեքանկիւնները հաւասար են՝ որովհետեւ մի եւ նոյն ԱԴ խարիսխն ու հաւասար բարձրութիւն ունին. աս համար նաեւ ԲԳԴԶ ու ԱԲԳԴԵ հաւասար երես *ունին։ Ալ ուրիշ բան չմնար բայց եթէ ԲԳԴԶ քառանկիւնը երեքանկեան փոխել։ Քաշէ ԲԴ անկիւնագիծն ու ետքը Գէն նոյն անկիւնագծին զուգահեռական գիծ մը քաշէ՝ որն որ ԱԲին երկընցած մասը Էին վրայ կտրէ, եւ վերջապէս քաշէ ԴԷ ուղիղ գիծը. ան ատեն ԶԷԴ երեքանկիւնը՝ ԲԳԴԶ քառանկեան հաւասար է (ինչո՞ւ), ու անոր համար՝ նաեւ ԱԲԳԴԵ հնգանկեան։*

Ուրեմն ծանօթ հնգանկիւնը նախ քառանկեան փոխուեցաւ, ու աս քառանկիւնն ալ երեքանկեան։

Գծէ վեցանկիւն մը ու հետզհետէ հնգանկեան մը, քառանկեան մը ու երեքանկեան մը փոխէ։

Ասոր որ եւ իցէ ուղղագիծ ձեւ կրնայ նաեւ նախ երեքանկեան մը, ետքն ուղղանկեան մը, եւ վերջապէս քառակուսւոյ մը փոխուիլ։

Անանկ փոխարկութեամբ կրնանք որ եւ իցէ բազմանկեան երեսը շատ պարզ կերպով մը գտնել՝ թէ որ փոքրկացած չափով մը ան քառակուսւոյն կողը չափենք, որուն որ բազմանկիւնը փոխուած է ու նոյն կողին երկայնութիւնն ինք իրեն հետ բազմապատկենք։

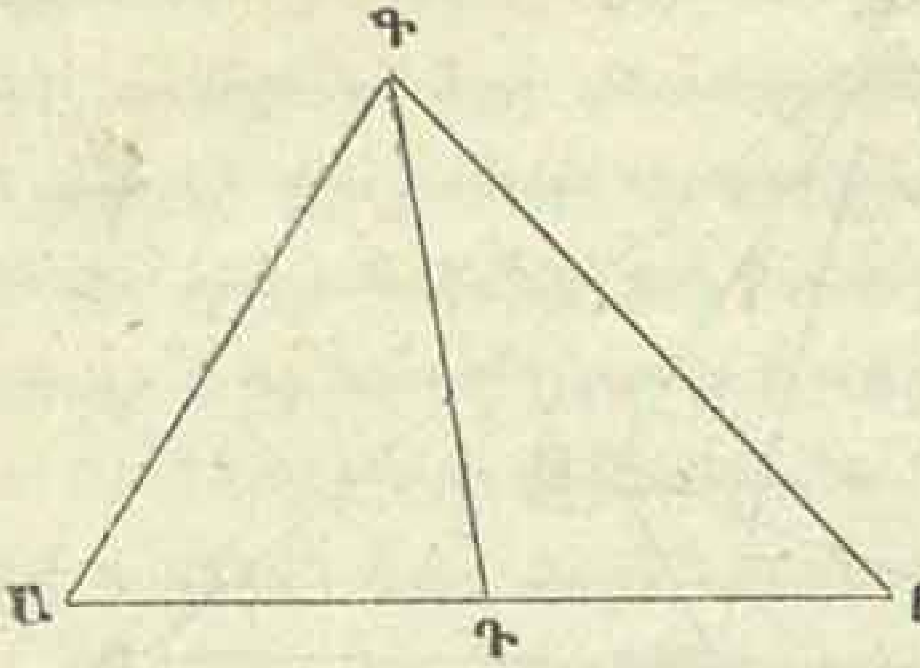
Գծէ երեք պատշաճական եօթնանկիւններ ու առաջինին եւ երկրորդին երեսին չափը գտիր 121ին մէջ ցուցուած եղանակներով, իսկ երրորդին երեսին չափը գտիր նոյնը քառակուսւոյ փոխելով։

12. Ուղղագիծ ձեւերու բաժանումը։

139. ԱԲԳ երեքանկիւն մը (Ձեւ 120) Գ անկիւնակէտէ մը երկու հաւասար մասանց բաժնել։

Կիսէ ԱԲ կողը Դին վրայ ու քաշէ ԳԴ։ Երկու երեքանկիւնները ԱԳԴ ու ԲԳԴ հաւասար խարիսխ ունին ու մի եւ նոյն բարձրութիւն. ուրեմն իրարու հաւասար են։

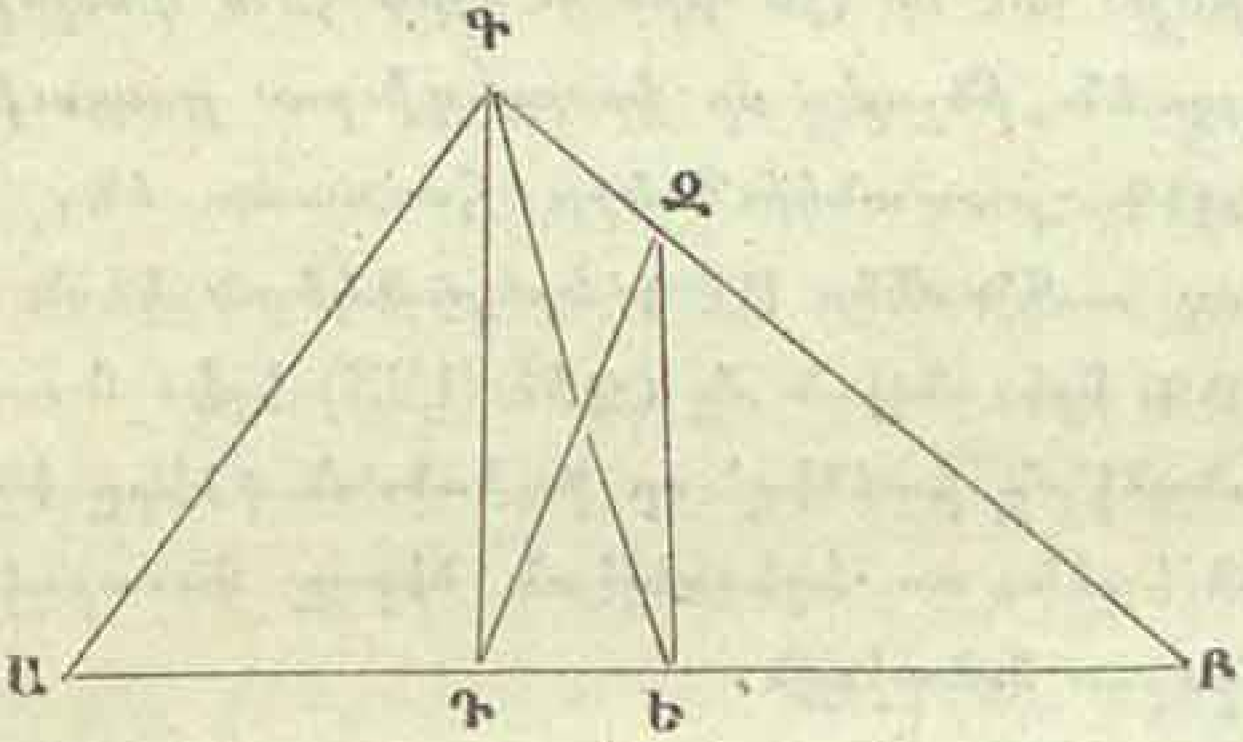
Ձեւ 120.



Երեքանկիւն մը երեք, չորս, հինգ հաւասար մասերու բաժնէ:

140. **ԱԲԳ երեքանկիւն մը (Ձեւ 121) մէկ կողին մէկ կէտէն, օրինակի աղագաւ՝ Դ էն, երեք հաւասար մասերու բաժնել:**

Ձեւ 121.



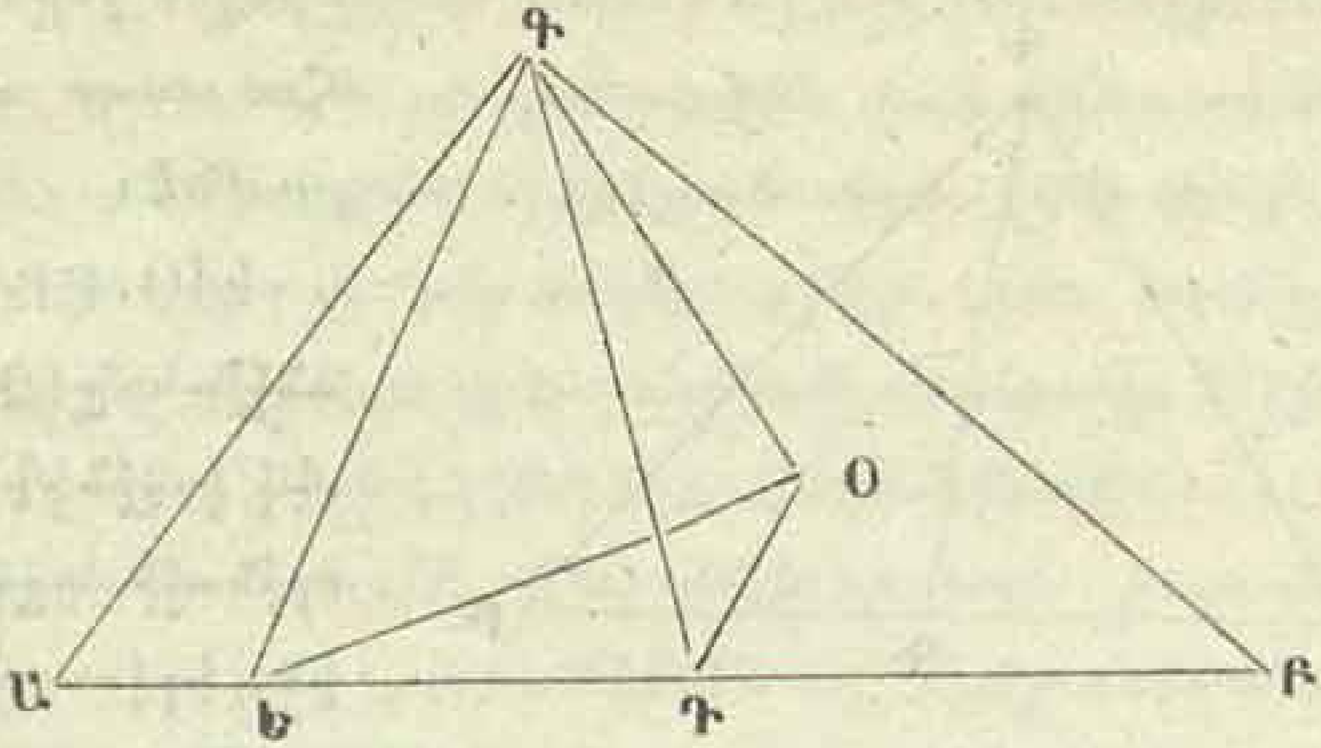
Կիսէ ԱԲ գիծը Ե ին վրայ ու քաշէ ԳԴ եւ ԳԵ, ան ատեն ԱԳԴ՝ ԱԲԳ ին կէսէն ԳԴԵ ի չափ պզտիկ է:

Անոր համար՝ քաշէ ԵԶ ∥ ԳԴ ու ետքը ԴԶ գիծը, եւ ան ատեն՝ երեքանկիւնն ԳԴԶ = ԳԴԵ է, ուստի ԱԴԶԳ=ԱԳԵ. ԱԴԶԳ՝ ԱԲԳ երեքանկեան մէկ կէսն է, ԲԴԶ ալ միւս կէսը:

141. **ԱԲԳ երեքանկիւն մը (Ձեւ 122) ներսի մէկ կէտէն երեք հաւասար մասերու բաժնել:**

Կիսէ ԱԲը՝ Դ կէտին վրայ ու քաշէ ԳԴ: Թէ որ ծանօթ կէտը ԳԴին վրան է, ան ատեն աս ուղիղ գիծը արդէն փնտռուած բաժանման գիծն է: Իսկ թէ որ ծանօթ կէտը ԳԴ գծէն դուրս է, ինչպէս է օրինակի աղագաւ՝ Օ կէտը, ան ատեն քաշէ ՕԴ եւ ատոր զուգահե-

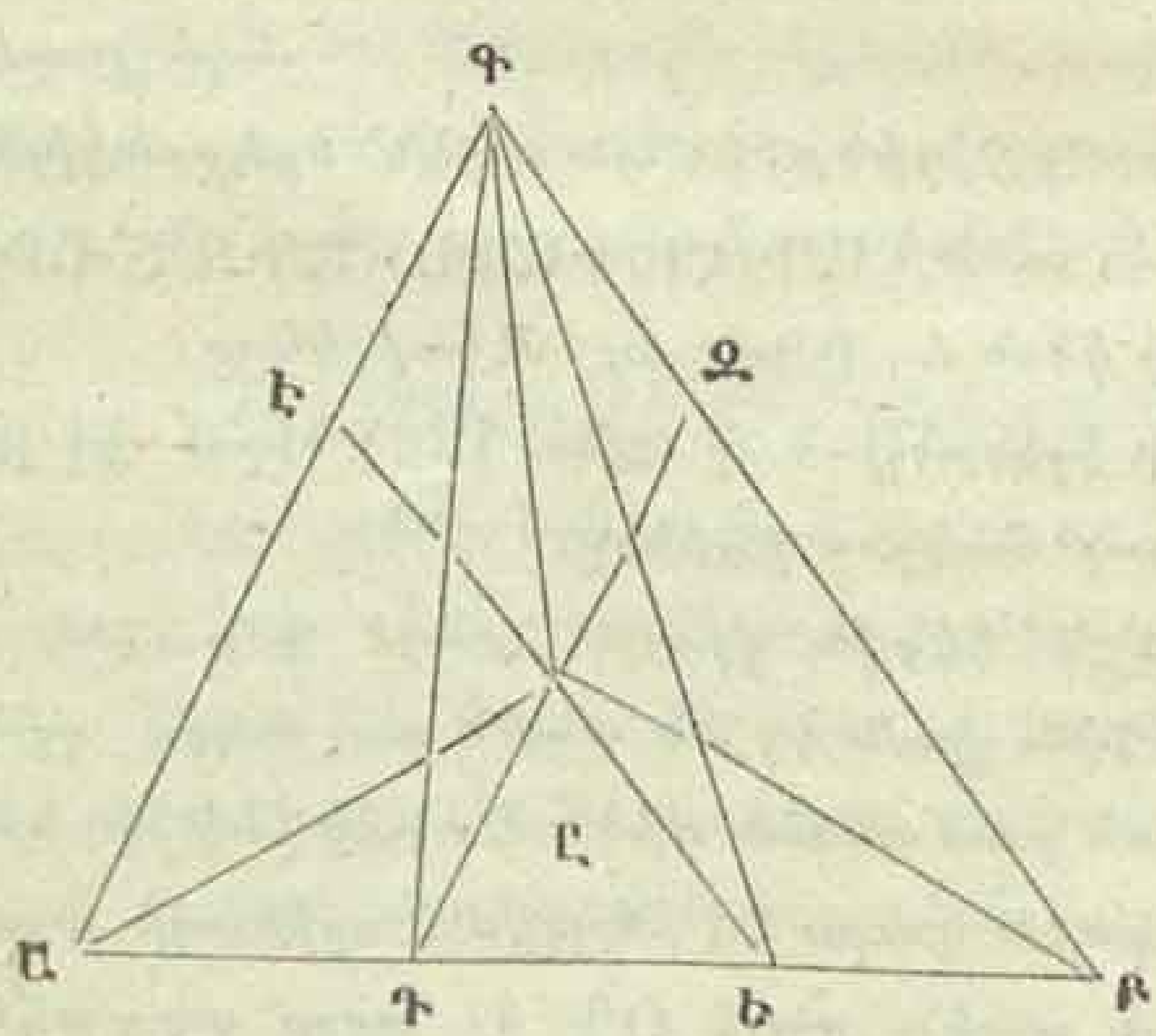
Ձեւ 122.



ռակած ԳԵ գիծը։ Թէ որ Օն Գին ու Եին հետ կապելու ըլլանք, ան ատեն ինչպէս որ կրնայ դիւրաւ ցուցուիլ, ԱԵՕԳ եւ ԲԵՕԳ քառանկիւնները հաւասար են, եւ անոր համար՝ ալ ամէն մէկը ԱԲԳ երեքանկեան կէսն է։

142. ԱԲԳ երեքանկիւն մը (Ձեւ 123) երեք հաւասար մասերու անանկ մը բաժնել՝ որ բաժանման գծերը երեք անկիւնակէտերէն ելլեն, ու երեքանկեան ներսը հասարակաց կէտի մը վրայ իրարու հանդիպին։

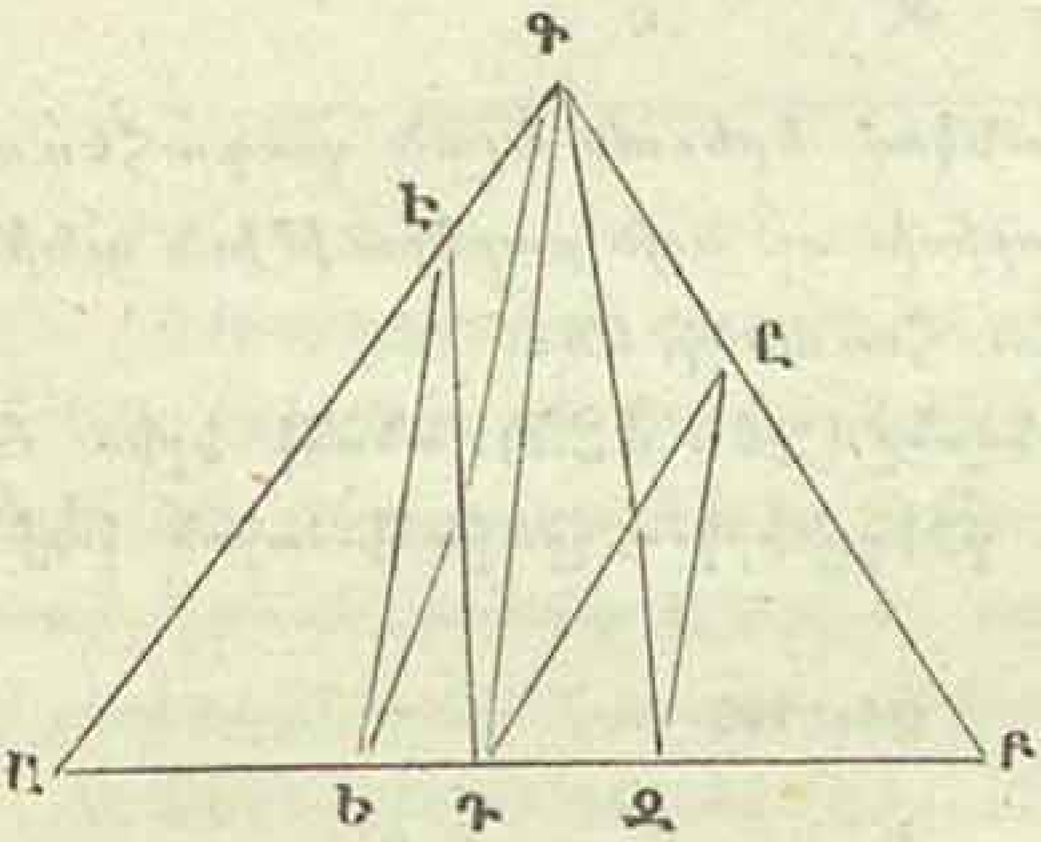
Ձեւ 123.



ԱԲ կողը Դ ու Ե կէտերու վրայ երեք հաւասար մասերու բաժնէ ու քաշէ ԳԴ ու ԳԵ, ան ատեն ԱԳԴ, ԴԳԵ, ԲԳԵ երեքանկիւնները հաւասար են։ Թէ որ անկէ ետքը ԴԶ ∥ ԱԳ ու ԵԷ ∥ ԲԳ գծելու ըլլաս, ան ատեն Ը հատման կէտէն քաշուած ԱԸ, ԲԸ, ԳԸ ուղիղ գծերը փնտռուած բաժանման գծերն են։ Վասն զի երեքանկիւնն ԱԳԸ=ԱԳԴ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ, դարձեալ երեքանկիւնն ԲԳԸ=ԲԳԵ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ է, ուստի պէտք է որ նաեւ ԱԲԸ ը ԱԲԳին երրորդ մասն ըլլայ։

143. ԱԲԳ երեքանկիւնը (Ձեւ 124) կողերէն մէկուն մէկ Դ կէտէն երեք հաւասար մասերու բաժնել։

Ձեւ 124.

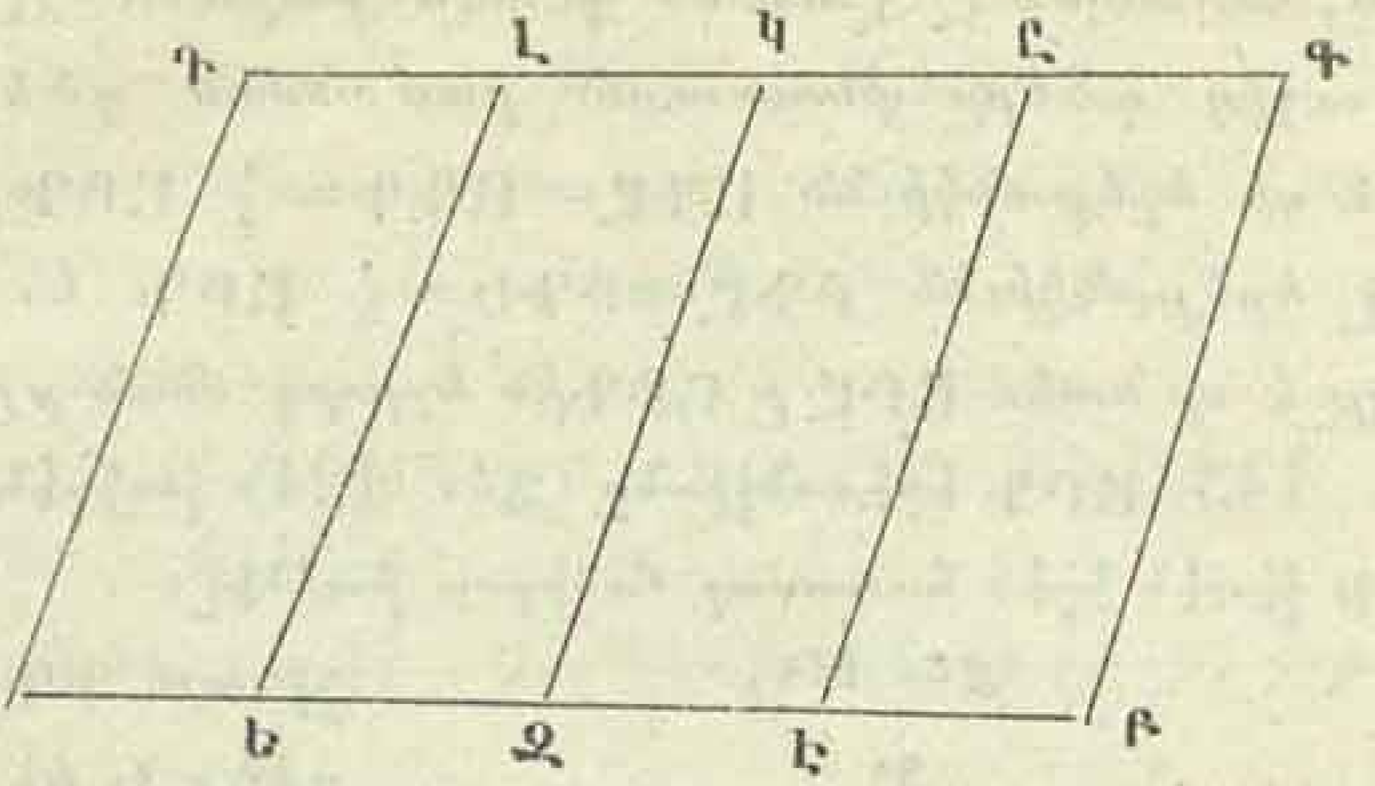


Քաշէ ԳԴ, ու ԱԲ գիծը Ե եւ Զ կէտերուն վրայ երեք հաւասար մասերու բաժնէ ու քաշէ ԳԴին զուգահեռական ԵԷ ու ԶԸ ուղիղ գծերը։ Անկէ ետքը թէ որ Դ կէտը ԴԷ եւ ԴԸ ուղիղ գծերով Էին ու Ըին հետ կապելու ըլլանք՝ ատ ուղիղ գծերը փնտռուած բաժանման գծերն են։ Վասն զի երեքանկիւնն ԱԳԵ=ԵԳԶ=ԲԳԶ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ է։ Բայց ԱԴԷ ու ԱԳԵ երեքանկիւնները հաւասար մեծութիւն ունին, այսպէս ալ ԲԴԸ ու ԲԳԶ երեքանկիւնները. անոր համար՝ նաեւ ԱԴԷ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ ու ԲԴԸ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ. ուստի եւ հարկաւ նաեւ մնացորդը ԳԷԴԸ=$\frac{1}{3}$ ԱԲԳ ըլլայ։

144. ԱԲԳԴ զուգահեռագիծ մը (Ձեւ 125) անանկ քանի մը, օրինակի աղագաւ, չորս մասերու բաժնել՝ որ բոլոր բաժանման գծերը մէկ կողին զուգահեռական ըլլան։

ԱԲ գիծը 4 հաւասար մասերու բաժնէ ու Ե, Զ, Է բաժանման կէտերէն ԵԼ, ԶԿ, ԷԸ ուղիղ գծերը քաշէ ԱԴին զուգահեռական, ասանկով խնդիրը լուծուած

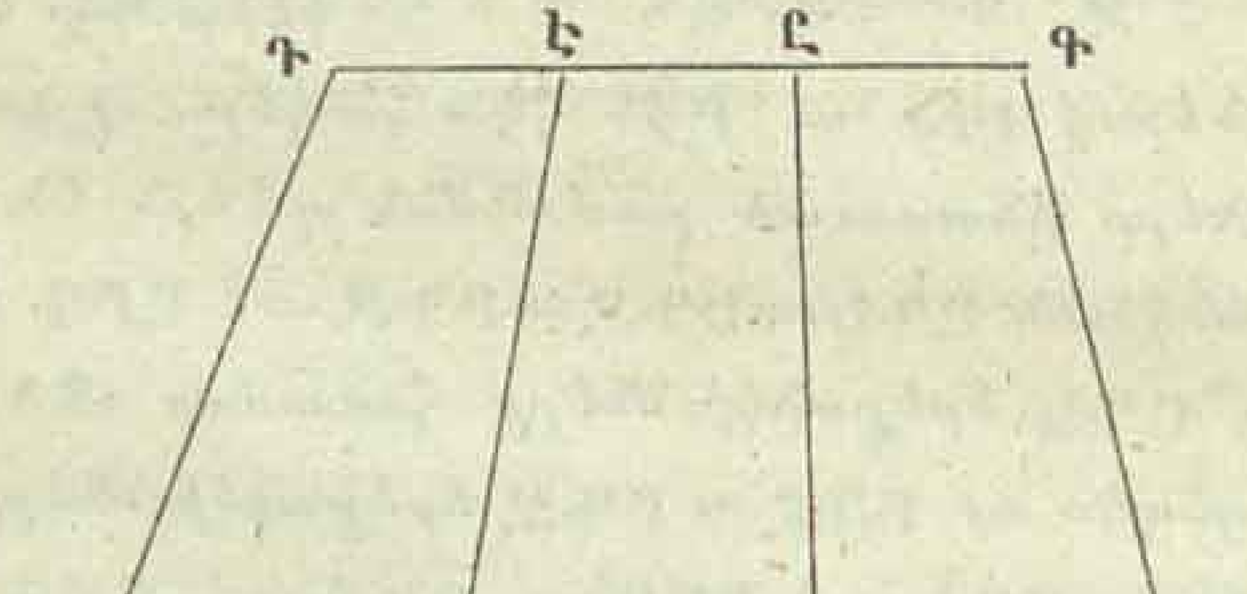
Ձեւ 125.



ԿԸԼԼայ. վասն զի տանելով երեւան ելած զուգահեռագծերը հաւասար խարիսխ ու նոյն բարձրութիւն ունին, եւ ասոր համար իրարու հաւասար են։

145. ԱԲԳԴ սեղանը (Ձեւ 125) անանկ երեք մաս բաժնել՝ որ բաժանման գծերը երկու զուգահեռական կողերը կտրեն։

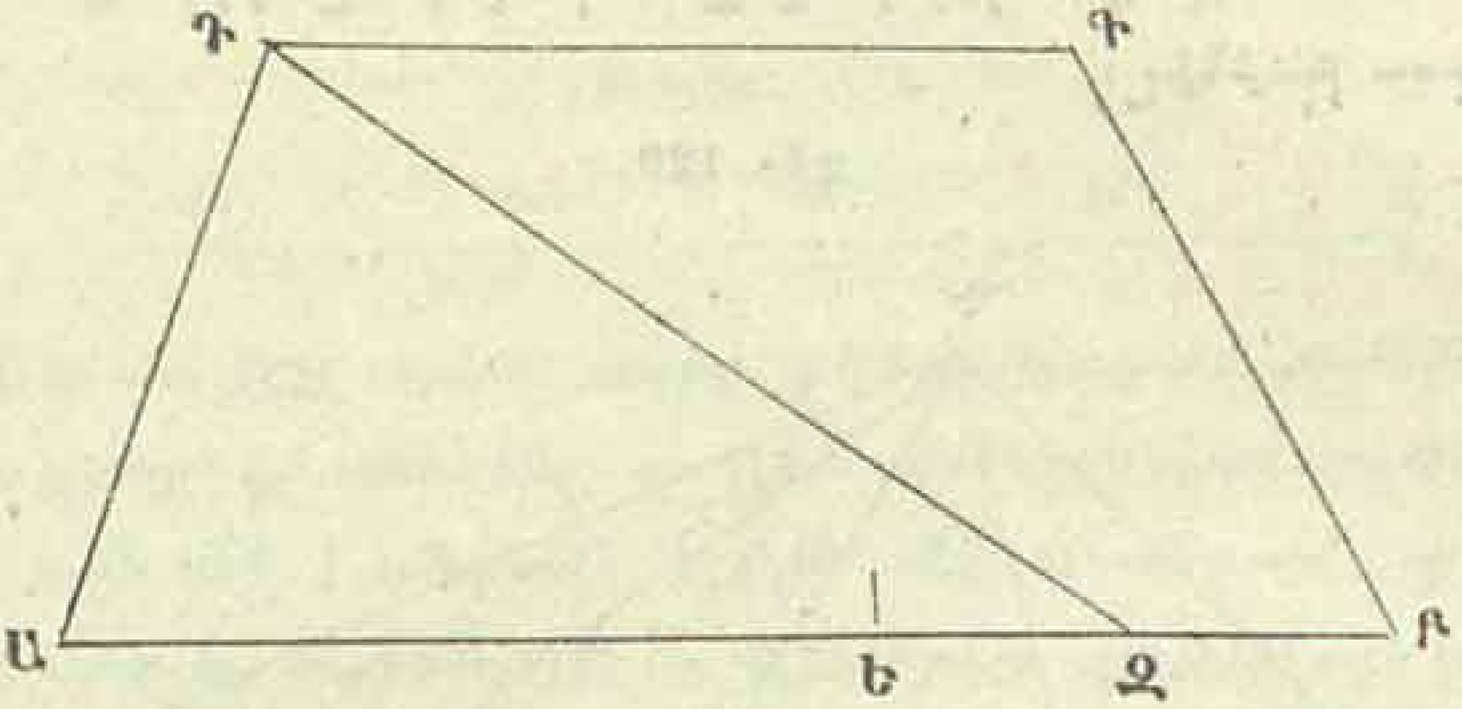
Ձեւ 126.



Երկու զուգահեռական կողերն ալ երեք հաւասար մասերու բաժնէ ու բաժանման կէտերէն՝ ԵԷ եւ ՁԸ ուղիղ գծերը քաշէ, աս գծերը փնտռուած բաժանման գծերն են։

146. ԱԲԳԴ սեղան մը (Ձեւ 127) Դ մէկ անկիւնակէտէ մը երկու հաւասար մասերու բաժնել։

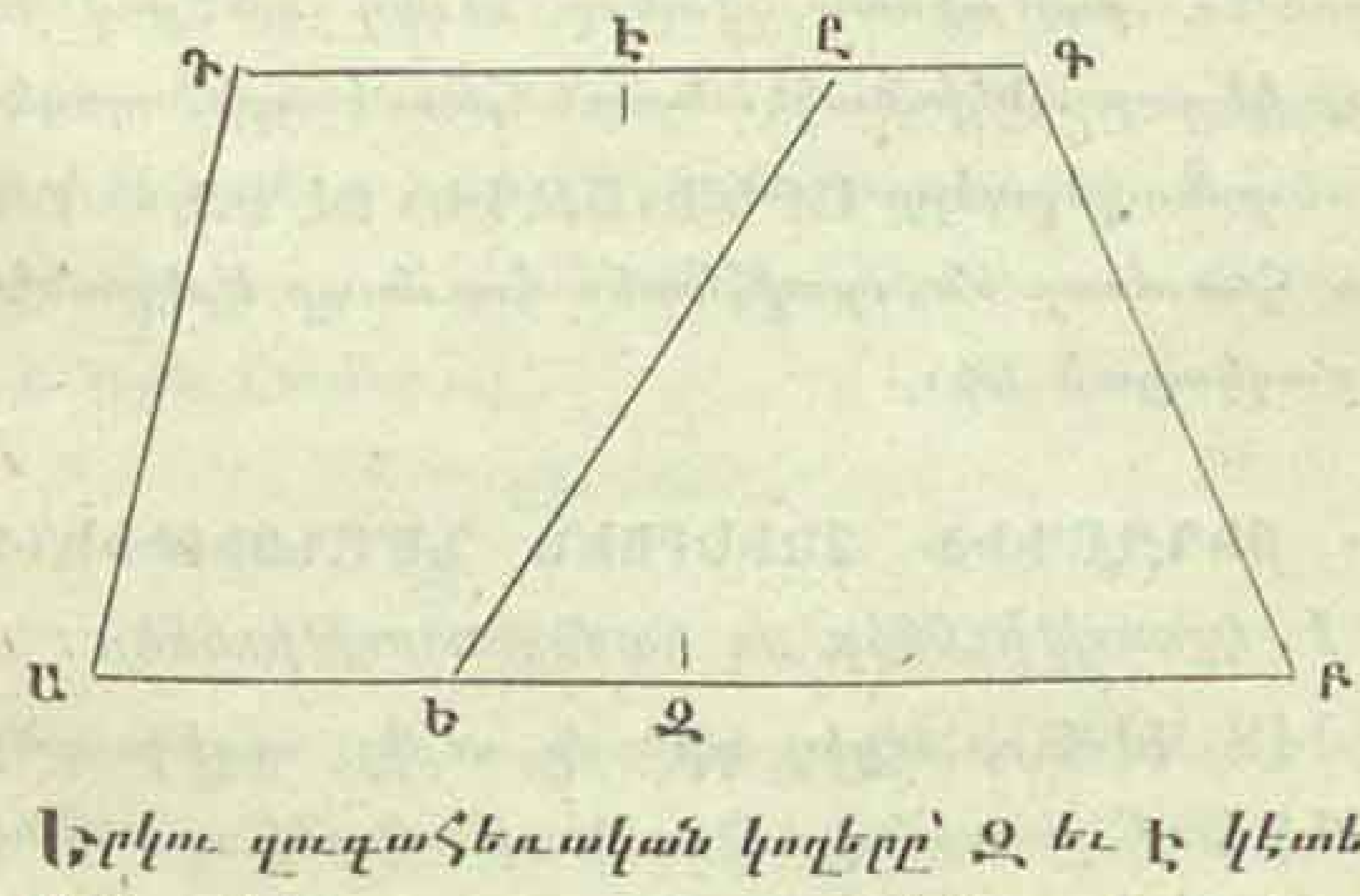
Ձեւ 127.



ԳԴ փոքրագոյն զուգահեռական կողը՝ Աէն մինչեւ Ե՝ ԱԲ երկայնագոյն զուգահեռական կողին վրայ տար, կիսէ ԲԵ հեռաւորութիւնը Զին վրայ, ու քաշէ ԴԶ. ասով ծանօթ սեղանը ԱԴԶ ու ԲԳԴԶ երկու մասերու կը բաժնուի՝ որոնք հաւասար մեծութիւն ունին. ինչո՞ւ։

147. ԱԲԳԴ սեղանը (Ձեւ 128) զուգահեռական կողերուն մէկուն Ե կէտէն՝ երկու հաւասար մասերու բաժնել։

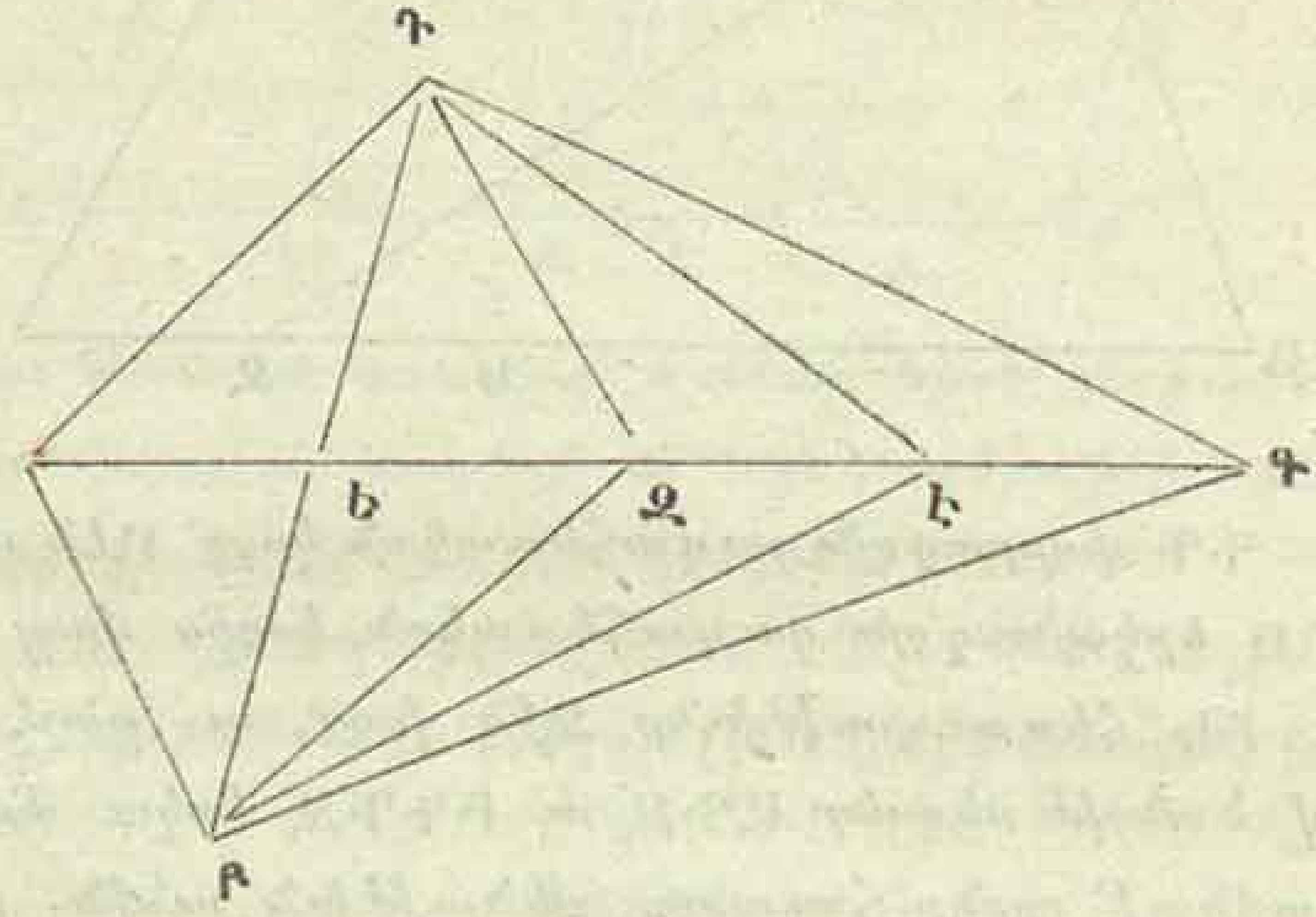
Ձեւ 128.



Երկու զուգահեռական կողերը՝ Զ եւ Է կէտերուն վրայ կիսէ, շինէ ԷԸ=ԵԶ ու քաշէ ԵԸ ուղիղ գիծը, ան տանն ԱՆԸԴ ու ԲԳԸՆ սեղանները, ինչպէս որ կրնայ դիւրաւ տեսնուիլ, իրարու հաւասար են, եւ անոր համար ԵԸ փնտռուած բաժանման գիծն է:

148. Սեղանակերպ մը չորս հաւասար մասերու բաժնել:

Ձեւ 129.



Թէ որ օրինակի աղագաւ՝ կ'ուզենք ԱԲԳԴ (Ձեւ 129) սեղանակերպը չորս հաւասար մասերու բաժնել, քաշէ ԱԳ անկիւնագիծը, բաժնէ նոյնը չորս հաւասար մասերու եւ բաժանման կէտերը՝ ուղիղ գծերով երկու դիմացը կեցող անկիւնակէտերուն հետ կապէ, ասանկով եղած սեղանակերպերը ԱԲԵԴ, ԲԶԴԵ, ԲԷԴԶ եւ ԲԳԴԷ իրարու հաւասար են, որովհետեւ հաւասար երեքանկիւններէ բաղկացած են:

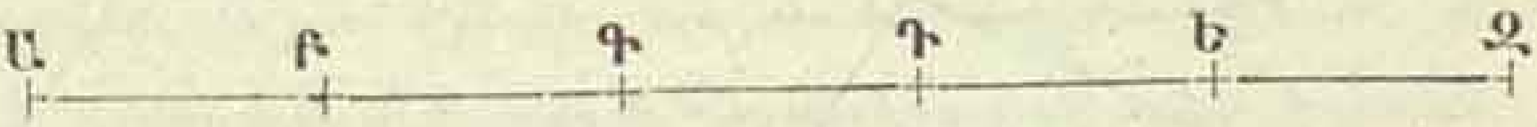
Է. ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՁԵՒԵՐՈՒՆ ՆՄԱՆՈՒԹԻՒՆԸ

1. Կշռութիւններ ու համեմատութիւններ:

149. Թէ որ ուղիղ գիծ մը ուրիշ ուղիղ գծի մը վրայ մէկ կամ շատ անգամ առնուի՝ այնանկ որ ամենեւին մնացորդ չմնայ, ան ատեն առջի ուղիղ գիծը երկրորդ ուղիղ

գծին չափը կ'ըսուի: Ասանկ է 130 Ձեւին մէջ, ուր ԱԲ=ԲԳ=ԳԴ=ԴԵ=ԵԶ առնուելով, ԱԲը ԱԲին, ԱԳին, ԳԶ եւ առհասարակ բոլոր հոն նշանակուած ուղիղ գծերուն չափն է:

Ձեւ 130.



ԱԲ ու ԱԶ երկու ուղիղ գծերն իրարու համեմատելու ըլլանք՝ կը տեսնենք որ ԱԲն ամենուն հասարակաց չափը ԱԲին մէջ 1 անգամ, ԱԶին մէջ 5 անգամ պարունակուած է. ուրեմն ԱԲ եւ ԱԶ երկու գծերն այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս 1 ու 5 թուերը եւ կամ 1:5 կշռութեան կամ համեմատութեան մէջ են: Ասոր հակադարձ ԱԶ ու ԱԲ գծերը 5:1 կշռութեան մէջ են: Նոյն կերպով կրնանք ըմբռնել որ՝

ԱԲ ու ԱԳ ուղիղ գծերը կը կշռին 1:2
ԱԳ ու ԱԲ " " " " 2:1
ԲԴ ու ԱԶ " " " " 2:5
ԳԶ ու ԱԵ " " " " 3:4

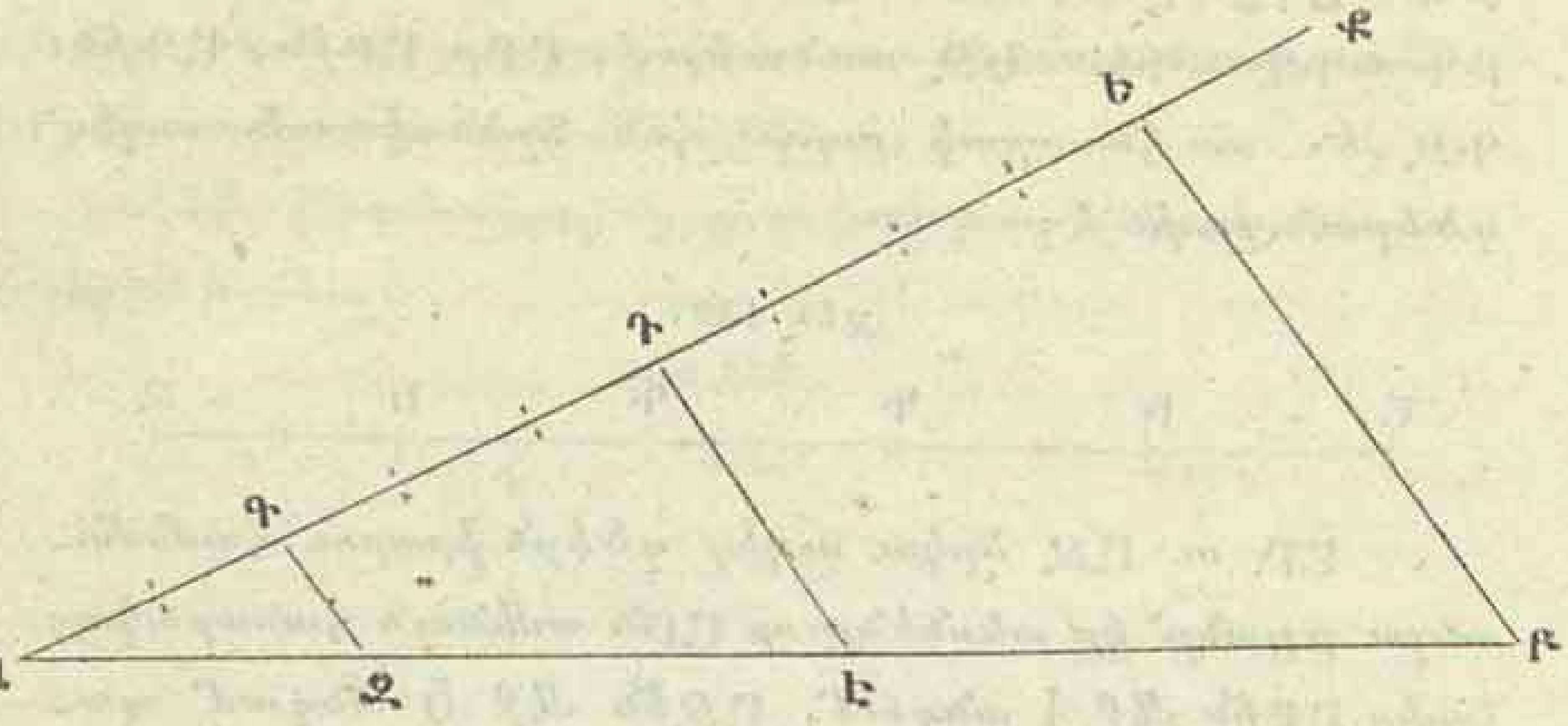
եւ այլն:

150. Որպէս զի ՄՆ ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 131) անանկ երկու մաս բաժնուի, որ աս մասերն իրարու իբրեւ 3 առ 5 համեմատին, նախ ՄՆ բաժնելու ենք 3+5=8 հաւասար մասերու, եւ ատոնցմէ 3ը փնտռուած մասերէն մէկուն ՄԾին համար:

Ձեւ 131.

Կարծեալ՝ ԱԲ ուղիղ գիծը (Ձեւ 132) երեք մաս բաժնել կ'ուզենք՝ որոնք այնպէս իրարու համեմատին, ինչպէս 2, 3, 4 թուերը:

Ձեւ 132.



Աէն ըստ կամի ԱՔ ուղիղ գիծ մը քաշէ ու վրան Աէն մինչեւ Գ՝ 2 հաւասար մասեր չինէ, Գէն մինչեւ Դ 3 նոյնչափ մասեր, Դէն մինչեւ Ե՝ 4 նոյնպիսի մասեր ու քաշէ ԲԵ գիծը։ Անկէ ետքը՝ թէ որ Գ ու Դ կէտերէն ԲԵին զուգահեռական ԳԶ ու ԴԷ գծերը քաշելու ըլլանք, ան ատեն ԱԶ գիծը երկու այսպիսի մասեր կը պարունակէ, որոնցմէ ԱԲին 2+3+4=9 կ'իյնայ, ԶԷ՝ 3 այսպիսի մաս կը պարունակէ, ԷԲ՝ 4 այսպիսի մաս. ասանկով ԱԶ, ԶԷ ու ԷԲ այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս 2, 3 ու 4 թուերը։

Քաշէ ուղիղ գիծ մը ու բաժնէ զանի 4:3ի համեմատութեամբ։

Ուղիղ գիծ մը 4 մասերու բաժնէ՝ որոնք 1,3, 4, 6 թուերուն համեմատ ըլլան։

Երեքանկիւն մը գծէ՝ որուն կողերն անանկ իրարու համեմատին՝ ինչպէս 3, 4, 5 թուերը։

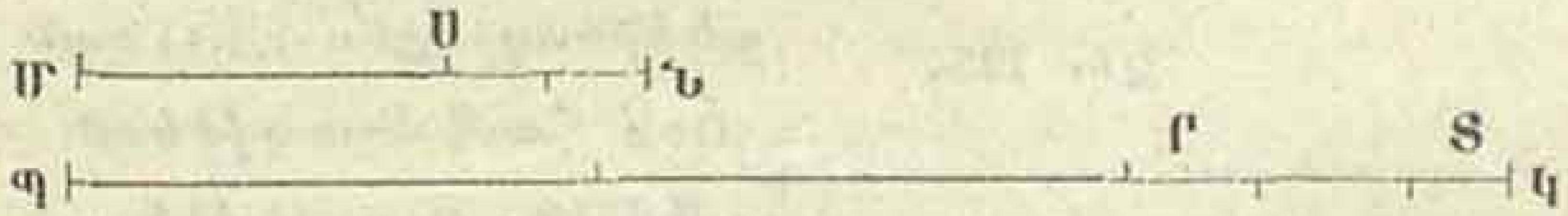
Հաւասարասրուն երեքանկիւն մը գծէ՝ որուն խարիսխը սրունքներէն մէկուն անանկ համեմատի՝ ինչպէս 2:3։

151. Շատ անգամ երկու ծանօթ գծեր կ'ըլլան ու կ'ուզենք անոնց իրարու ունեցած համեմատութիւնը թուերով հասկցընել։

Որպէս զի աս կարող ըլլանք ընել՝ ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ փոքրագոյն ուղիղ գիծը մեծագոյն ուղիղ գծին վրայ այնչափ անգամ կրկնել՝ որչափ անգամ որ կարելի է։ Թէ որ փոքրագոյն գիծը մեծագոյն գծին մէջ, օրինակի աղագաւ, 5 անգամ պարունակուած է եւ մնացորդ մը չ'աւելնար, ան ատեն փոքրագոյն ու մեծագոյն գծերուն մէջ եղած համեմատութիւնն է 1:5։

Նոյնպէս դիւրին չէ՝ երբ որ մնացորդ կը մնայ։ Օրինակի աղագաւ՝ ՄՆ (Ձեւ 133) ՊԿ գծին մէջ 2 ան-

Ձեւ 133.



գամ պարունակուած ըլլայ եւ մնացորդ մ'ալ մնայ ԲԿ։ Հօս պէտք է երրորդ ուղիղ գիծ մը փնտռել՝ որն որ ՄՆին ու ՊԿին հասարակաց չափ մ'ըլլայ։ Որպէս զի աս ըլլայ՝ ԲԿ մնացորդը՝ ՄՆ փոքրագոյն ուղիղ գծին վրայ բեր. ըսենք թէ ԲԿը ՄՆին մէջ 1 անգամ պարունակուած ըլլայ ու ՍՆ մնացորդն աւելնայ։ Աս ՍՆ մնացորդը դարձեալ առջի մնացորդին ԲԿին վրայ տանելու է. ըսենք թէ ՍՆ՝ԲԿին մէջ 2 անգամ պարունակուած ըլլայ ու ՏԿ կտորն աւելնայ։ Աս ՏԿ կտորը դարձեալ առջի մնացորդին ՄՆին վրայ կը տարուի՝ որուն մէջ ճիշդ 2 անգամ պարունակուած է. ՏԿը՝ ՄՆ ու ՊԿ երկու ուղիղ գծերուն հասարակաց չափն է եւ կ'ըլլէ ասանկ.

ՍՆ = 2 ՏԿ,
ԲԿ = 2 ՍՆ + ՏԿ = 5 ՏԿ,
ՄՆ = ԲԿ + ՍՆ = 7 ՏԿ,
ՊԿ = 2 ՄՆ + ԲԿ = 19 ՏԿ։

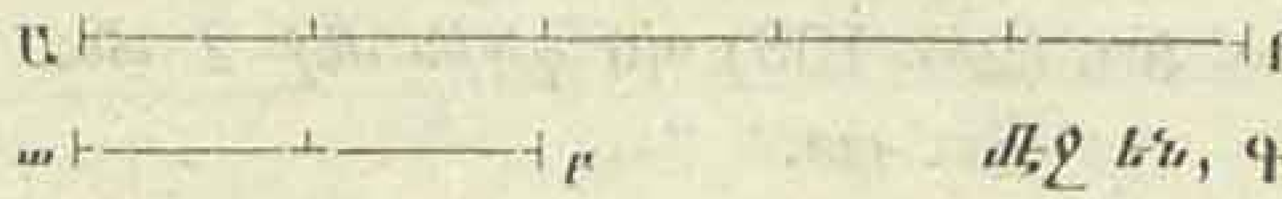
Ուրեմն ՏԿ չափը՝ ՄՆ ուղիղ գծին մէջ 7 անգամ, ու ՊԿ ուղիղ գծին մէջ 19 անգամ պարունակուած է.

ըսել՝ ՄՆ ու ՊԿ գծերն անանկ իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս 7 ու 19 թուերը. եւ կամ ՄՆին առ ՊԿ համեմատութիւնն է 7:19։

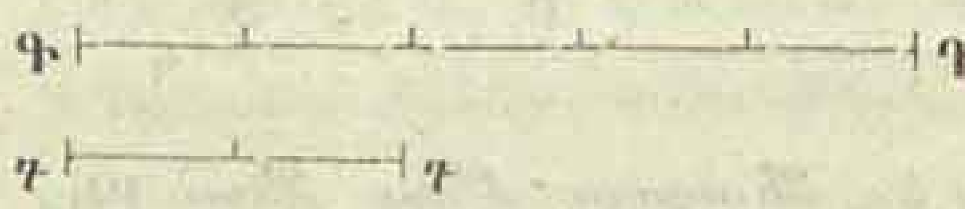
Գծէ ուղիղ գծերու շատ մը զոյգեր ու աս ըսուած կերպով երկու երկու անոնց մէջ գտնուած համեմատութիւնը թուերով ցուցուր։

152. *Երկու ուղիղ գծերը ԱԲ ու աբ* (*Ձեւ.* 134) 5:2 *համեմատութեան մէջ են, ԳԴ եւ գդ ուղիղ գծերն ալ* (*Ձեւ.* 135) *նոյն* 5:2 *համեմատութեան մէջ են։ Ըսել՝ թէ որ երկու հաւասար կշռութեան այսինքն ԱԲ : աբին ու ԳԴ : գդին մէջ տեղը հաւասարութեան նշան դրուելու ըլլայ՝ կ'ըլլէ աս* Համեմատութիւնը (proportion)

Ձեւ. 134.



Ձեւ. 135.



ԱԲ : աբ = ԳԴ : գդ,

որն որ սանանկ կը կարդացուի. ԱԲը աբին անանկ կը համեմատի՝ ինչպէս ԳԴ՝ գդին։

Աս գլուխին մէջ սովրութիւն է սանանկ ըսել. ԱԲ ու ԳԴ ուղիղ գծերը աբ ու գդ ուղիղ գծերուն համեմատական են։

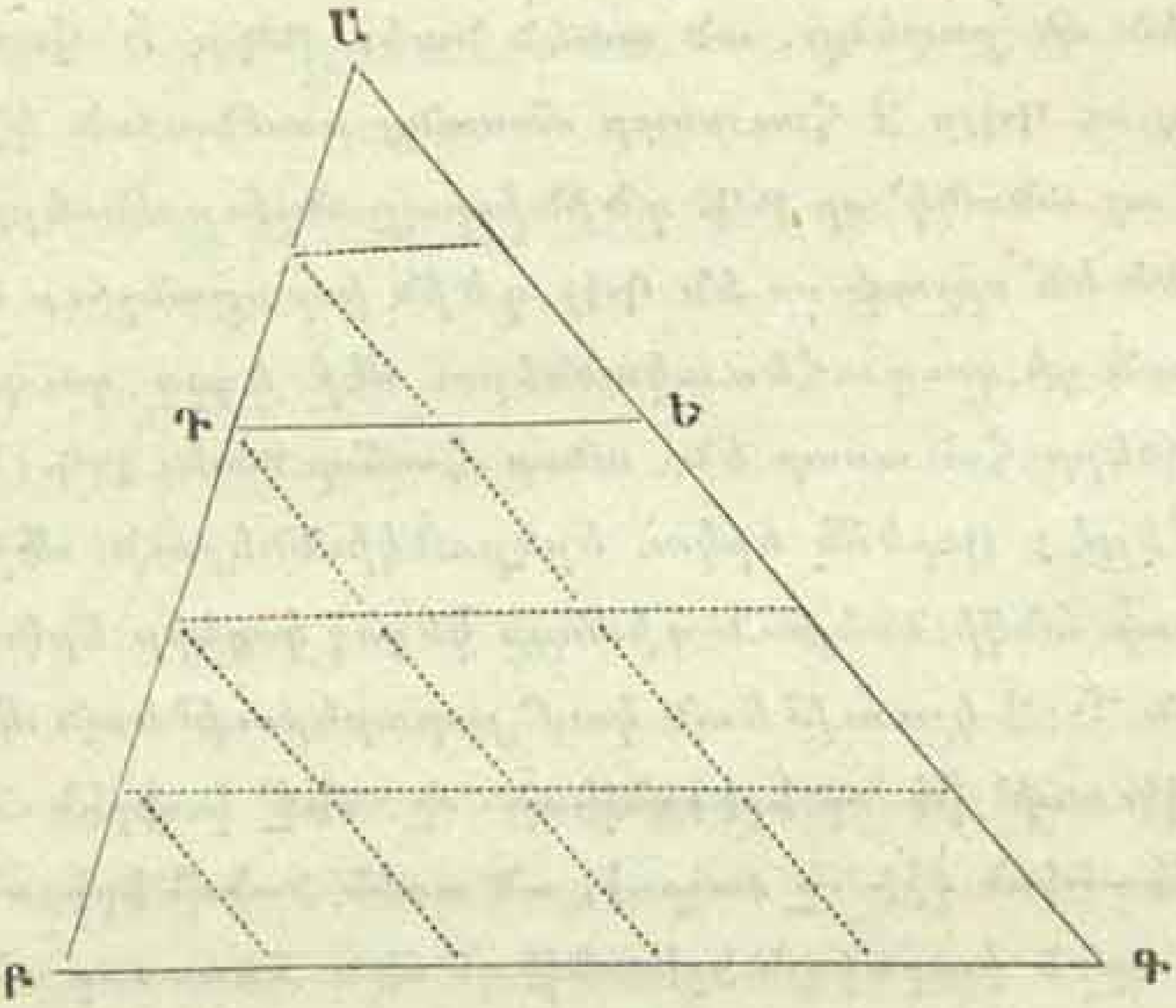
2. *Երեքանկիւններու նմանութիւն։*

153. *Ձեւերուն երեսները գտնելու, փոխարկելու, բաժնելու սանն՝ մինակ անոնց* տարածութեան կամ մեծութեան *նկատմամբ խօսեցանք, հիմա կ'ուզենք ուղղագիծ ձեւերը նաեւ իրենց* կերպարանքին *կողմանէ դիտել, նախ երեքանկիւններէն սկսելով։*

Երկու երեքանկիւն՝ որոնք միայն քանակութեամբ կամ մեծութեամբ կը տարբերին, իսկ կերպարանօք կամ ձեւով կը միաբանին, նման կ'ըսուին:

Երկու երեքանկեանց նմանութեան գաղափարն աւելի որոշ տալու համար՝ ԱԲԳ (Ձեւ 136) երեքանկեան

Ձեւ 136.



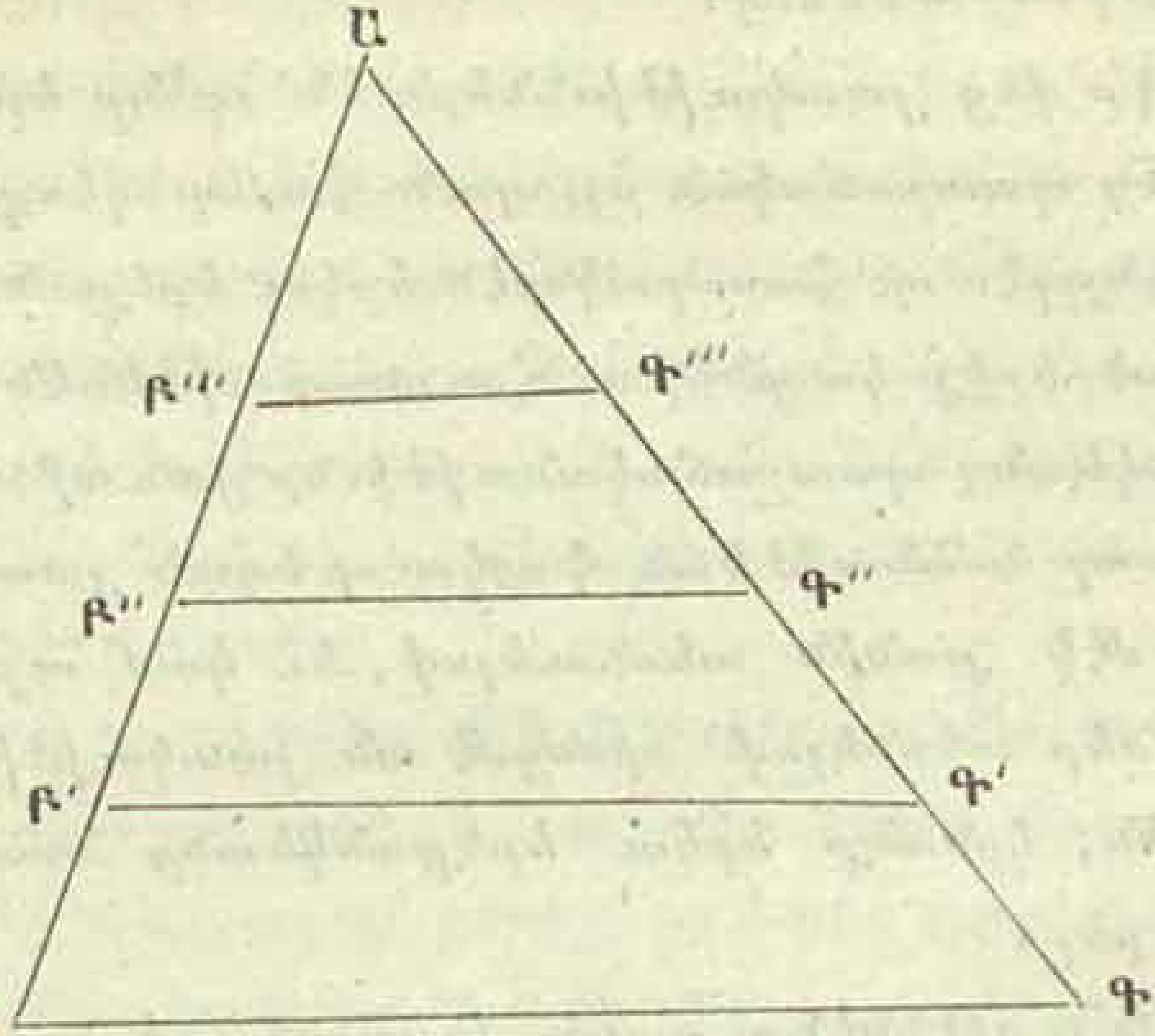
մէջ պէտք ենք ԲԳ կողին զուգահեռական ԴԵ գիծ մը գծել եւ երկու երեքանկիւններուն ալ՝ այսինքն ԱԲԳին ու ԱԴԵին անկիւններն ու կողերն իրարու համեմատել: Նախ եւ յառաջ կը գտնենք՝ որ երկու երեքանկիւնները հաւասար անկիւններ ունին. վասն զի Ա անկիւնը երկու երեքանկիւններու հասարակ է, ԱԲԳ ու ԱԴԵ իբրեւ ընդդիմակաց անկիւններ՝ հաւասար են, նոյնպէս ԱԳԲ ու ԱԵԴ իբրեւ ընդդիմակաց անկիւններ՝ հաւասար են: Կողերուն մէջ եղած յարաբերութիւնները տեսնելու համար՝ փնտռենք նախ ԱԲ ու ԱԳ երկու կողերուն յարաբերութիւնը (151). Աս իրենց հասարակաց չափին ըլլայ եւ աս չափը ԱԲին մէջ 5 անգամ, ԱԳին մէջ 2 անգամ պարունակուած ըլլայ, ուստի եւ ԱԲ:ԱԳ=5:2 ըլլայ: Թէ որ ԱԲ գծին ամէն մէկ բաժանման կէտէն

ԲԳ-ին զուգահեռական գիծ մը քաշենք, ասանկով (85ին համեմատ) նաեւ ԱԳ իրարու տակ 5 հաւասար մասերու բաժնուած կ'ըլլայ, որոնցմէ ԱԵ 2 հատը կը պարունակէ. ուստի՝ ԱԳ:ԱԵ=5:2 է: Վերջապէս թէ որ ԱԲ գծին ալ ամէն մէկ բաժանման կէտերէն ԱԳ-ին զուգահեռական գիծ մը քաշենք, ան ատեն նաեւ ԲԳ-ը 5 հաւասար մասանց ու ԴԵ-ը 2 հաւասար մասանց բաժնուած կ'ըլլայ, եւ ան ալ անանկ՝ որ ԲԳ գծին իւրաքանչիւր մասերը այնչափ մեծ են՝ որչափ որ են ԴԵ գծին իւրաքանչիւր մասերը, վասն զի զուգահեռականներու մէջ եղող զուգահեռականները հաւասար են. անոր համար նաեւ ԲԳ:ԴԵ= 5:2 կ'ելլէ: Ուրեմն երկու երեքանկիւններուն մէջն ալ հաւասար անկիւններուն դիմացը կեցող կողերը երկու երկու նոյն 5:2 կշռութեան կամ յարաբերութեան մէջ են:

Ուստի՝ թէ որ երեքանկեան մը մէջ՝ կողերէն մէկուն զուգահեռական գիծ մը քաշուի, ան ատեն ծանօթ երեքանկիւնը նոր յառացած փոքրագոյն երեքանկեան հետ հաւասար անկիւններ ու համեմատական կողեր կ'ունենայ:

154. Ըսանկ մտածենք՝ որ ԱԲԳ երեքանկեան մէջ (Ձեւ 137) Բ ու Գ երկու կէտերը՝ ԲԱ ու ԳԱ կողերուն վրայ անանկ դէպ ի Ա շարժին՝ որ իրենց կապակցութեան գիծը Բ'Գ', Բ''Գ'', . . . ամէն նոր դիրքին մէջ ԲԳ կողին զուգահեռական մնայ. աս ըլլալու ատեն՝ ամէն հետեւեալ երեքանկիւնը ԱԲ'Գ', ԱԲ''Գ'', . . . իրեն նախընթացէն փոքր է, սակայն հակառակ՝ անոնց կերպարանքը (ձեւը) միշտ անփոփոխ կը մնայ: Ուրեմն բոլոր աս երեքանկիւնները ձեւով կատարելապէս իրարու կը միաբանին եւ ասոր համար նման են: Միանգամայն վերը ցուցուած կանոնէն յառաջ կու գայ՝ որ աս երեքանկեանց ամէն մէկ զոյգերուն մէջ անկիւնները փոփոխակի հաւասար են, ու ան կողերը՝ որոնք հաւասար անկիւններուն դիմացը կը

Ձեւ 137.



կենան, իրարու հետ նոյն յարաբերութիւնն (կշռութիւնն) ունին: Ասկից կը հետեւի որ՝

«Նման երեքանկեանց մէջ երբ անկիւններն ալ փոփոխակի հաւասար են, ու հաւասար անկիւններուն դիմացը կեցող կողերը համեմատական են:

Այն կողերը՝ որոնք նման երեքանկեանց մէջ հաւասար անկիւններուն դիմացը կը կենան, համանուն կողեր կ'ըսուին:

Ինչո՞վ կը տարբերին իրարմէ՝ նման ու պատշաճական երեքանկիւնները: Ի՞նչ յատկութիւններ պէտք են ունենալ նման երեքանկեանց կազմիչ մասերը. եւ ի՞նչ յատկութիւններ պատշաճական երեքանկեանց կողերը:

Որպէս զի երկու երեքանկիւն իրարու նման ըլլան՝ վեց յատկութիւն պէտք է. այսինքն մէկ երեքանկեան երեքանկիւններուն ամէն մէկը պէտք է որ մէկալ երեքանկեան մէջ անկեան մը հաւասար ըլլայ, ու մէկ երեքանկեան ամէն մէկ կողը պէտք է որ մէկալ երեքանկեան մէջ իրեն համանուն կողմին հետ մի եւ նոյն յարաբերութիւն (կշռութիւն) ունենայ։

Ո՞ր վեց յատկութիւններն են՝ որոնք երկու երեքանկեանց պատշաճական ըլլալուն համար պէտք են։

Ինչպէս որ հասարակօրէն երկու երեքանկեանց մէջ գտնուած երեք կողմերու հաւասարութենէն ան երկու երեքանկեանց պատշաճականութիւնը յառաջ կը բերուի, այսպէս ալ նմանութեան հարկաւոր եղած յատկութիւններէն մէկ քանին տեսնուելով, եւ կամ ուրիշ անանկ պայմաններ առնելով՝ որոնցմէ ան յատկութիւնները կը հետեւին, կրնանք երկու երեքանկեանց նմանութիւնը մակաբերել։

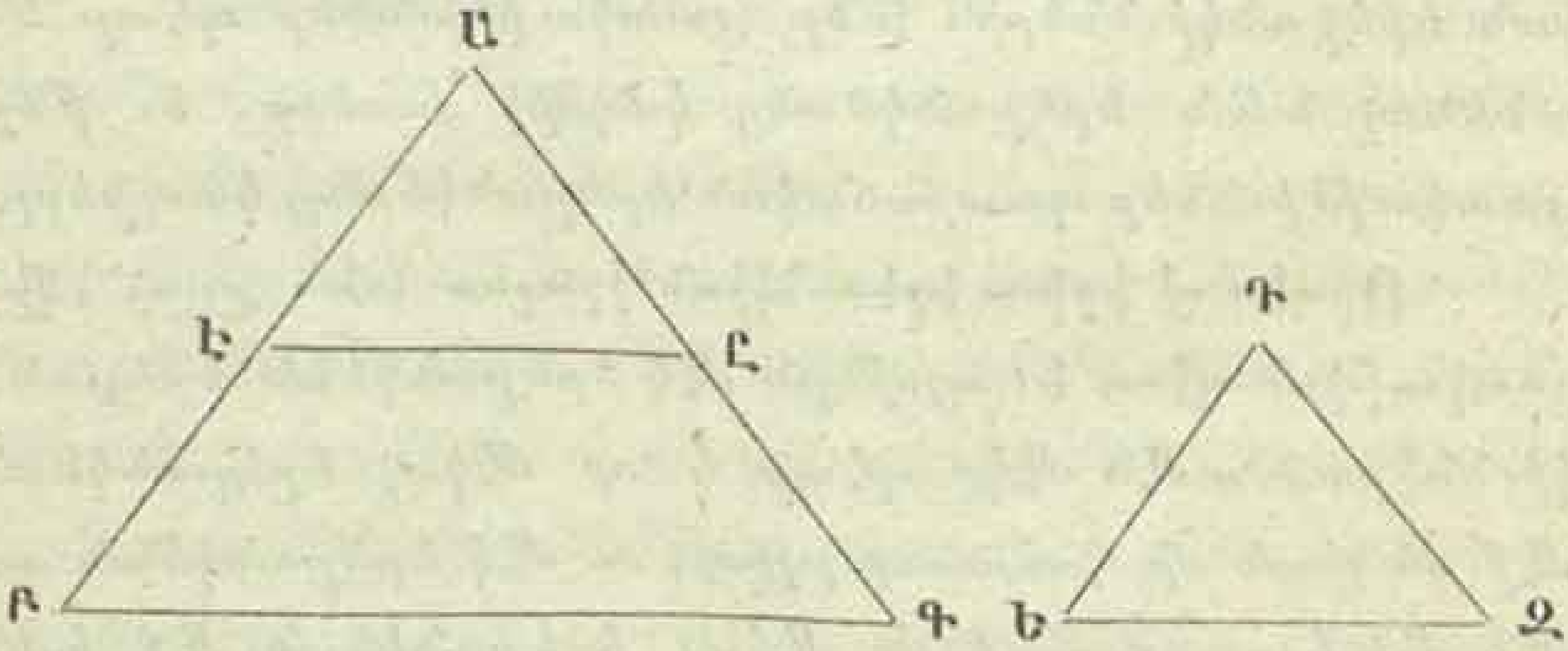
155. Ընտրենք քանի մը պայմաններ՝ որոնցմէ որ երկու երեքանկեանց նմանութիւնը կրնայ յառաջ բերուիլ։

Ասանկ պայման մըն է 153ին մէջ ըսուածը, այսինքն. Թէ որ երեքանկեան մը մէջ՝ կողմերէն մէկուն զուգահեռական գիծ մը քաշենք, ան ատեն ձանօթ երեքանկիւնը նոր եղած փոքրագոյն երեքանկեան նման է։

156. Հիմայ դիտենք երկու երեքանկիւններ՝ որոնց անկիւնները փոփոխակի իրարու հաւասար ըլլան։

Դնենք՝ որ ԱԲԳ ու ԴԵԶ երեքանկիւններուն մէջ (Ձեւ 138) անկիւնն Ա=Դ, Բ=Ե ըլլայ, եւ ան ատեն

Ձեւ 138.



բնականապէս նաեւ Գ=Զ պիտ'որ ըլլայ ։ Թէ որ ԱԵ=ԴԵ ընելու ըլլանք ու ԵԸ ∥ ԲԳ. քաշելու ըլլանք, ԱԲԳ երեքանկիւնը՝ ԱԵԸ երեքանկեան նման է. իսկ ԱԵԸ երեքանկիւնը՝ ԴԵԶ երեքանկեան պատշաճական է. (ինչո՞ւ). անոր համար պէտք է որ ԱԲԳ՝ ԴԵԶին նման ըլլայ ։

Ուստի՝ Թէ որ երկու երեքանկեան մէջ երեք անկիւնները ալ փոփոխակի հաւասար են, ան ատեն երկու երեքանկիւնները ալ նման են ու պէտք է՝ որ նաեւ համանուն կողերը համեմատական ըլլան ։

Թէ որ գիտենք՝ թէ ԲԳ կողը, օրինակի աղագաւ, ԵԶին կրկնապատիկն է, կրնանք երկու երեքանկեանց նմանութենէն յառաջ բերել՝ որ նաեւ ԱԲը՝ ԴԵին կրկնապատիկը, եւ ԱԳը ԴԶին կրկնապատիկը պէտք է որ ըլլայ ։

Որովհետեւ երկու երեքանկեանց մէջ՝ որոնց երկու անկիւնները փոփոխակի հաւասար են, նաեւ երրորդ անկիւնն ալ հաւասար պիտ'որ ըլլայ, կը հետեւի՝ որ երկու երեքանկեանց երկու անկիւններուն հաւասարութենէն կրնանք *անոնց նմանութիւնը մակաբերել ։*

Ի՞նչ պայման բաւական է՝ որպէս զի երկու հաւասարասրուն երեքանկիւններ նման ըլլան. ինչ պայման հարկաւոր է՝ որպէս զի երկու ուղղանկիւն երեքանկիւններ նման ըլլան ։

Երկու հաւասարակող երեքանկիւններ միշտ իրարու նման են ։

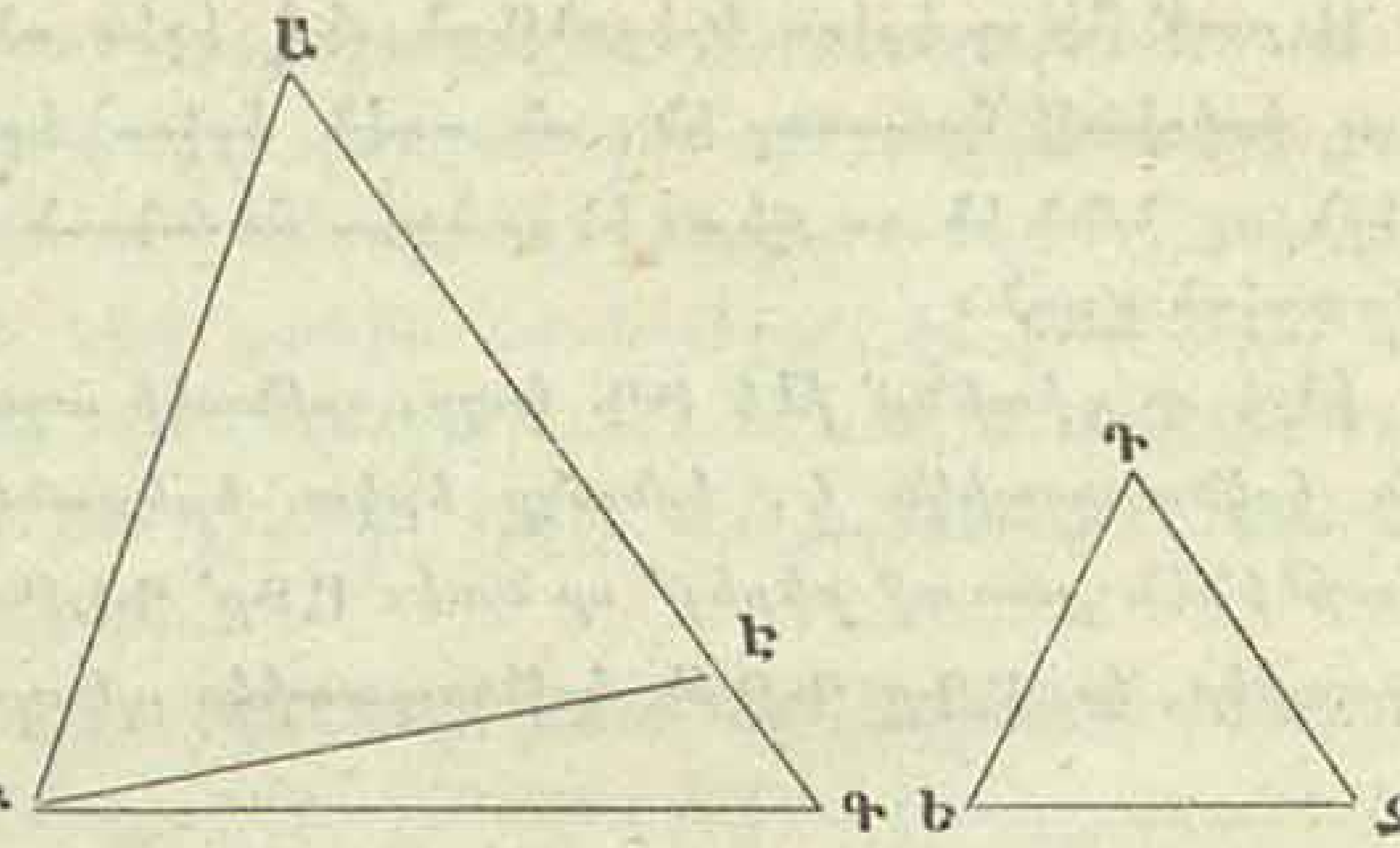
Գծէ շատ մը նման անկիւններ, որոնց մէջ երկու անկիւնները 63° *ու* 72° *են ։*

Ուղղանկիւն երեքանկեան մը մէջ երկու սուր անկեանց գումարն ուղիղ անկիւն մը կ'ընէ, ուրեմն կրնայ ուղիղ անկիւնը միշտ երկու մասերու բաժնուիլ՝ որոնք ան երկու անկիւններուն, առանձին առնել, հաւասար են ։

Արդ՝ աս բաժանումը քանի՞ կերպով կարելի է։ Ասով ի՞նչ երեքանկիւններ կը կազմուին։

157. Թէ որ ԱԲԳ ու ԴԵԶ երեքանկիւններուն մէջ (Ձեւ 139) Ա, Բ, Գ անկիւնները, ինչպէս որ կը հե-

Ձեւ 139.



տեւի, Դ, Ե, Զ անկիւններուն հաւասար են, պէտք է՝ որ երկու երեքանկիւններն ալ նման ըլլան, եւ անոր համար ԱԲ:ԴԵ, ԱԳ:ԴԶ ու ԲԳ:ԵԶ կշռութիւններն իրարու հաւասար ըլլան։

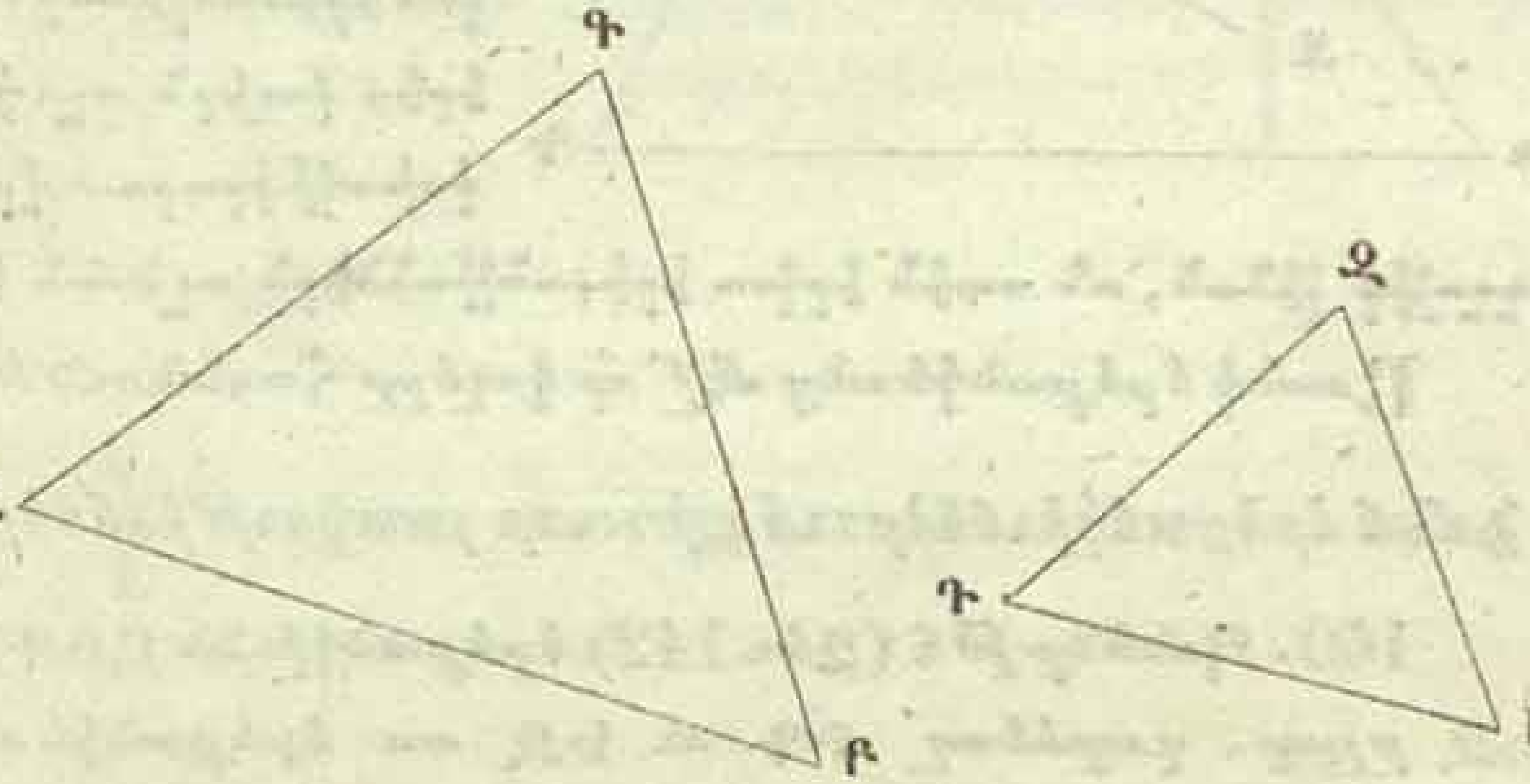
Աս երեքանկեանց մէկուն ԱԲԳին մէջ Բ անկեան մեծութիւնը փոխուելու ըլլայ, օրինակի աղագաւ՝ թէ որ ԱԲԳ անկիւնը ԱԲԷ անկեան դառնալու ըլլայ, ան ատեն նաեւ ԲԳ ու ԱԳ կողերը՝ ԲԷ ու ԱԷ կողերու կը դառնան, եւ անկէ ետքը չիկրնար ԱԲ:ԴԵ կշռութիւնը ԲԷ:ԵԶ ու ԱԷ:ԴԶ կշռութիւններուն հաւասար ըլլալ։ Ուրեմն որպէս զի երկու երեքանկեանց մէջ երկու կողեր զոյգ զոյգ նոյն յարաբերութիւնը կամ կշռութիւնն ունենան, հարկ է՝ որ ան երկու երեքանկեանց մէջ երեք անկիւններն ալ կարգաւ հաւասար՝ ուստի եւ երեքանկիւններն ալ նման ըլլան։ Ասկից կը հետեւի՝ որ

Երկու երեքանկիւն նման են, թէ որ անոնց կողերը երկու-

երկու իրարու նոյն յարաբերութիւնը (կշռութիւնը) ունին, եւ անկէ ետքը նաեւ հաւասար դէմ ունեցող անկիւնները՝ երկու երկու պէտք է որ իրարու հաւասար ըլլան։

Ուրեմն ինչպէս անկեանց հաւասար ըլլալէն կողերուն համեմատական ըլլալը յառաջ կու գայ, սանկ ալ կողերուն համեմատական ըլլալէն՝ անկիւններուն հաւասարութիւնը յառաջ կու գայ։

Ձեւ 140.



158. *Գտնենք՝ որ* ԱԲԳ *եւ* ԴԵԶ *երեքանկիւններուն մէջ* (Ձեւ 140) *կողն* ԱԲ ∥ ԴԵ, ԱԳ ∥ ԴԶ *ու* ԲԳ ∥ ԵԶ *է։*

Որովհետեւ անկիւնները՝ որոնց սրունքը դէպ ի մի եւ նոյն կողմ զուգահեռական կ'երկըննան, հաւասար են, անոր համար անկիւնն Ա = Դ, Բ = Ե *ու* Գ = Զ *է. ուստի եւ երեքանկիւնները նման են։*

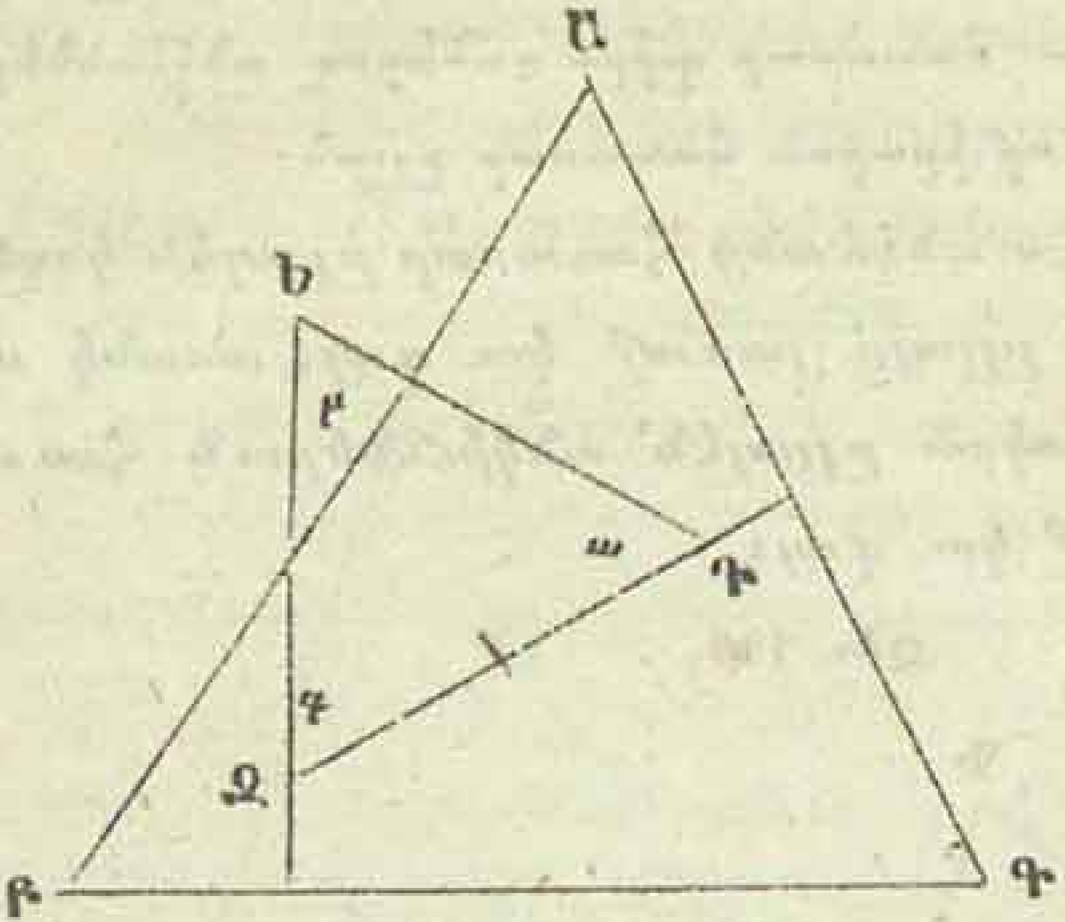
Ուրեմն երկու երեքանկիւն նման են, թէ որ անոնց մէջ երեք կողերը փոփոխակի զուգահեռական են։

Սանկ երեքանկեանց մէջ ո՞ր կողերն են համանուն կողերը։

159. *Գտնենք՝ որ* ԱԲԳ *ու* ԴԵԶ *երեքանկեանց մէջ* (Ձեւ 141) *կողն* ԱԲ ⊥ ԴԵ, ԱԳ ⊥ ԴԶ *ու* ԲԳ ⊥ ԵԶ *է։*

63*ին համեմատ՝ հոս անկիւնն* Ա=ա *ու* Բ=բ *է,*

Ձեւ 141.



ուստի՝ պէտք է որ երրորդ անկիւններն ալ Գ եւ գ հաւասար ըլլան, ու ԱԲԳ եւ ԴԵԶ երկու երեքանկիւններն ալ նման ըլլան:

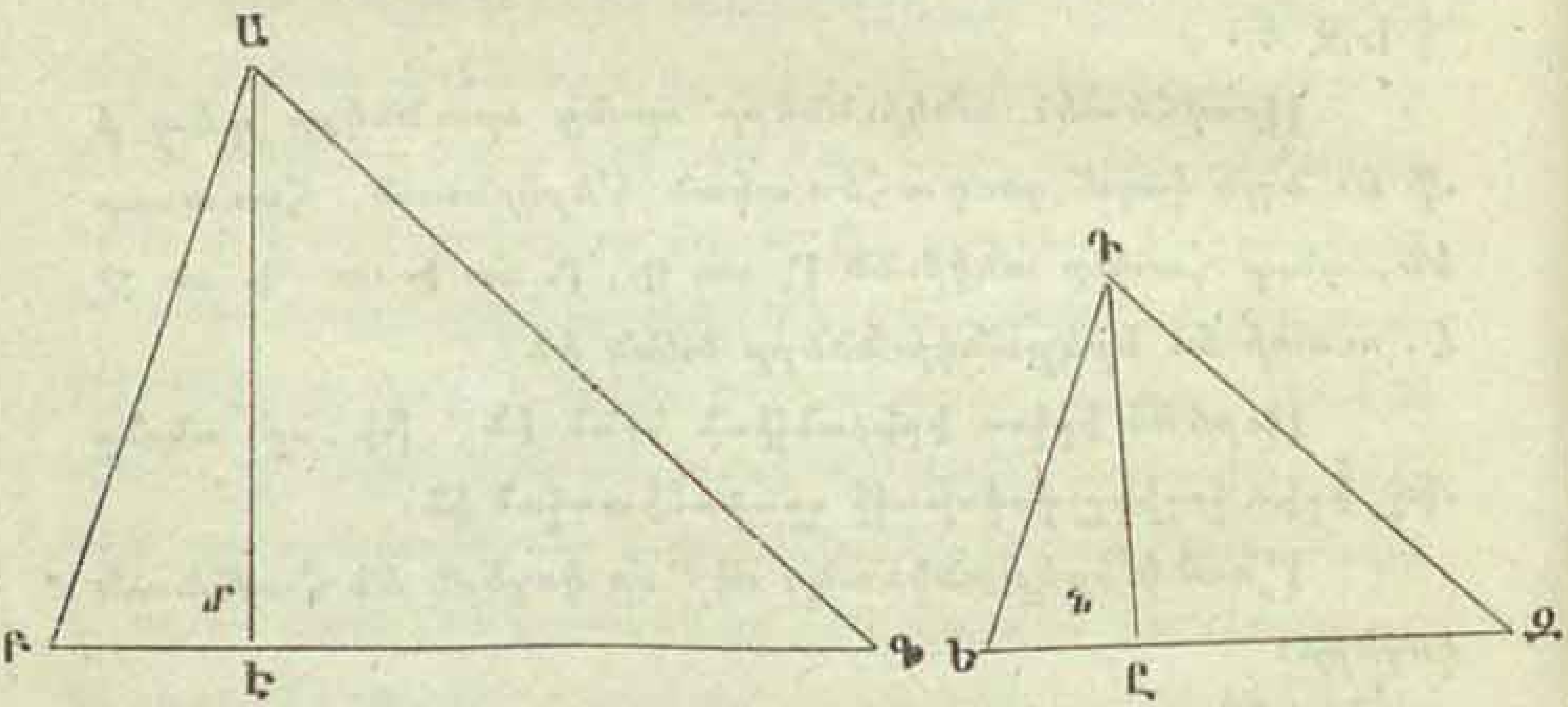
Ուստի՝ Թէ որ երկու երեքանկեանց մէջ երեք կողերն ալ փոփոխակի իրարու վրայ ուղղաձիգ կենան, ան ատեն երկու երեքանկիւններն ալ նման են:

Նման երեքանկեանց մէջ՝ ո՞ր կողերը համանուն են:

3. Նման երեքանկիւններուն գլխաւոր յատկութիւնները:

160. Դնենք *թէ* (*Ձեւ* 142) *երեքանկիւնն* ԱԲԳ ∾ ԴԵԶ *ըլլայ. դարձեալ* ԲԳ *ու* ԵԶ *աս երեքանկեանց խարիսխներն ըլլան,* ԱԷ *ու* ԴԸ *ալ բարձրութիւնները:*

Ձեւ 142.



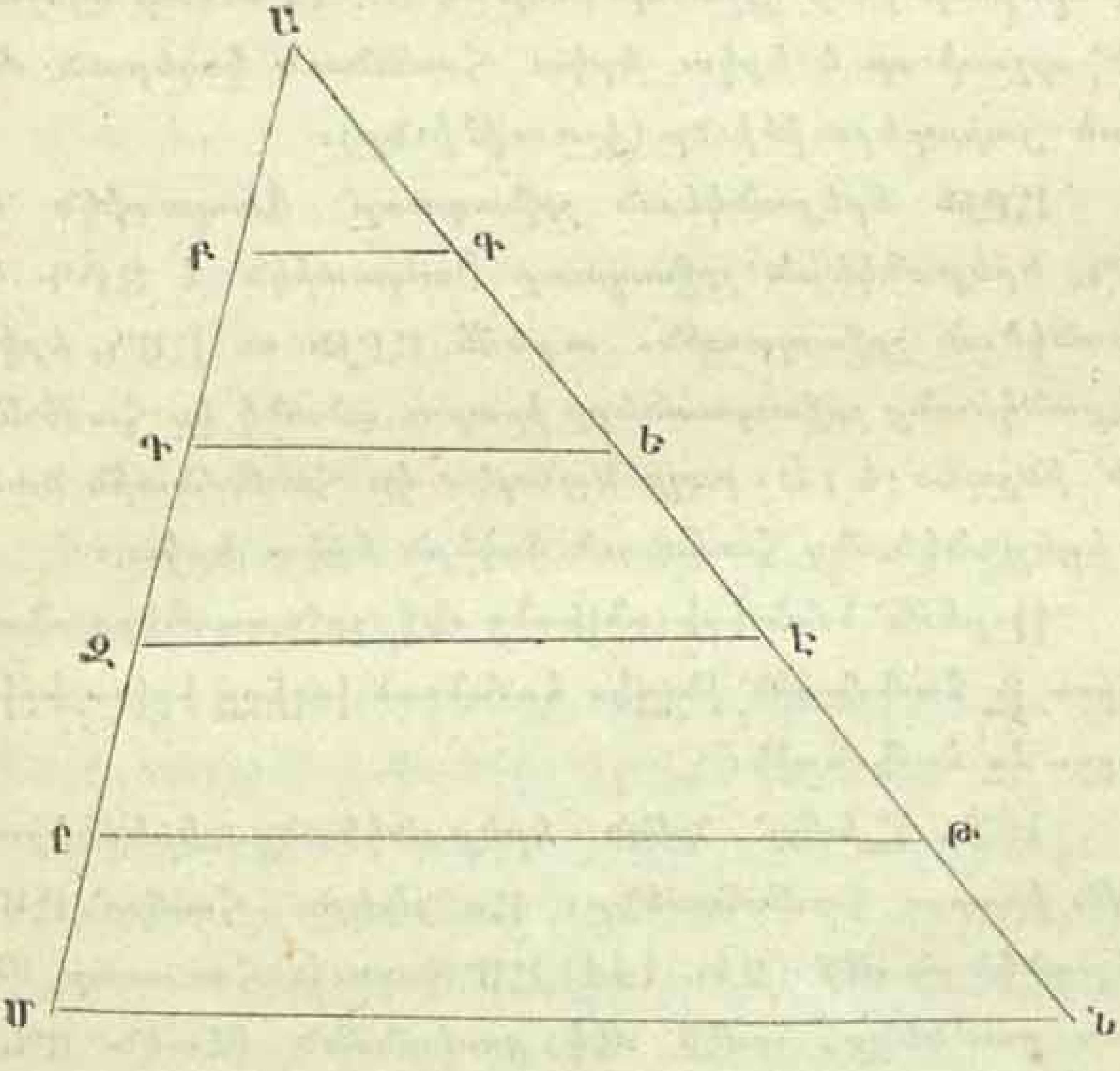
Որովհետեւ ենթադրութեան համեմատ՝ անկիւնն Բ = Ե *ու* մ = ն *է, ան ատեն նաեւ երեքանկիւնն*

ԱԲԷ ∾ ԴԵԸ, *եւ աս համեմատութիւնը կը ձեւանայ.* ԱԷ : ԴԸ = ԱԲ : ԴԵ։ *Բայց* ԱԲԳ *ու* ԴԵԶ *երեքանկեանց նմանութեանը համար* ԲԳ : ԵԶ = ԱԲ : ԴԵ *է. անոր համար պէտք է՝ որ նաեւ* ԱԷ : ԴԸ = ԲԳ : ԵԶ *ըլլայ, այսինքն՝*

Երկու նման երեքանկեանց մէջ բարձրութիւններն իրարու անանկ կը համեմատին՝ ինչպէս կողմերը։

161. *Թէ որ* ԱՄՆ *երեքանկեան մէջ* (Ձեւ 143) ԱՄ *կողը, օրինակի աղագաւ,* 5 *հաւասար մասերու բաժ-*

Ձեւ 143.



նելու ըլլանք եւ ամէն մէկ բաժանման կէտէն ՄՆ*ին զուգահեռական գիծ մը քաշելու ըլլանք, ան ատեն* ԱԲԳ, ԱԴԵ, ԱԶԷ *եւ այն նման երեքանկիւնները կ'ելլեն, զորոնք կ'ուզենք իրարու համեմատել՝ իրենց շրջապատին նկատմամբ։*

ԱԴԵ երեքանկեան մէջ՝ ամէն մէկ կողը կրկնապատիկն է ԱԲԳ երեքանկեան մէջ եղած համանուն կողին. անոր համար ալ բոլոր կողերուն գումարը, այսինքն ԱԴԵ երեքանկեան շրջապատը՝ կրկնապատիկը պիտ'որ ըլլայ ԱԲԳ երեքանկեան շրջապատին։ Ուրեմն՝ ԱԴԵին շրջապատը՝ ԱԲԳին շրջապատին անանկ կը համեմատի՝ ինչպէս 2 : 1. բայց նոյն համեմատութիւնն ունին նաեւ ատ երկու երեքանկեանց համանուն կողերն երկու երկու։

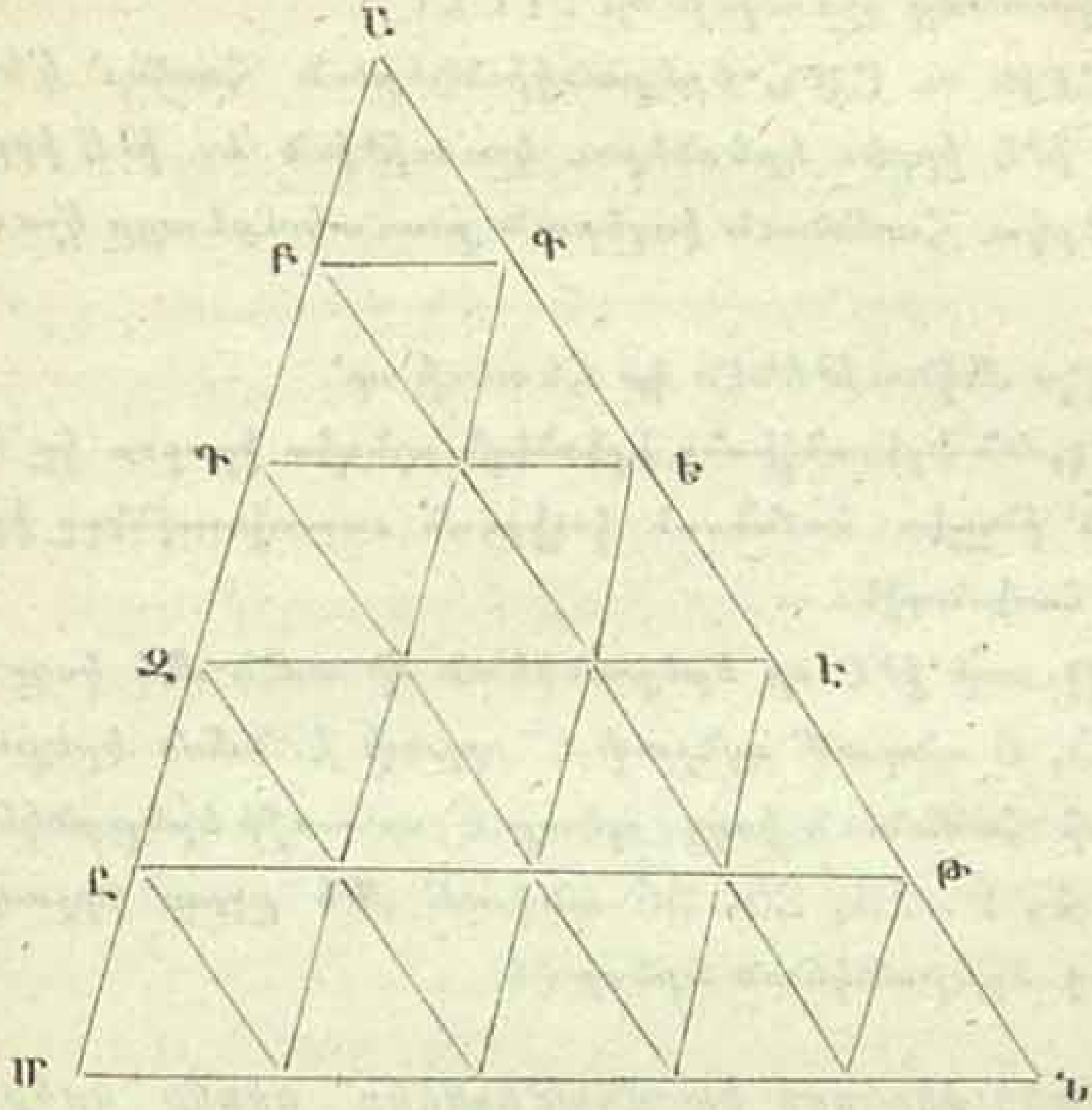
ԱԶԷ երեքանկեան շրջապատը 3պատիկն է ԱԲԳ երեքանկեան շրջապատին. ուրեմն երկու շրջապատներուն յարաբերութիւնը (կշռութիւնը) է 3 : 1, ուստի այնչափ մեծ՝ որչափ որ է երկու երկու համանուն կողերուն մէջ եղած յարաբերութիւնը (կշռութիւնը)։

ԱԸԹ երեքանկեան շրջապատը 4պատիկն է, ԱՄՆ երեքանկեան շրջապատը 5պատիկն է ԱԲԳ երեքանկեան շրջապատին. ուրեմն ԱԸԹ ու ԱՄՆ երկու երեքանկեանց շրջապատները իրարու անանկ կը համեմատին՝ ինչպէս 4 : 5. բայց նոյնպէս կը համեմատին նաեւ ատ երեքանկեանց համանուն կողերն երկու երկու։

Ուրեմն՝ նման երեքանկեանց մէջ շրջապատները անանկ իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս համանուն կողերը երկու երկու իրարու կը համեմատին։

162. Հիմայ՝ նման երեքանկեանց երեսներուն չափն իրարու համեմատենք։ Ատ ընելու համար՝ ԱՄՆ երեքանկեան մէջ (Ձեւ 144) ԱՄ կողը 5 հաւասար մասերու բաժնենք, ամէն մէկ բաժանման կէտէն ՄՆին զուգահեռական գիծ մը քաշենք, ատանկով ԱԲԳ, ԱԴԵ, ԱԶԷ . . . երեքանկիւնները կ'ելլեն. քաշենք նաեւ ԱՄ գծին ամէն մէկ բաժանման կէտէն՝ ԱՆին զուգահեռական գծեր, նոյնպէս ԱՆ գծին ալ ամէն մէկ բաժանման կէտէն քաշենք ԱՄին զուգահեռական գծեր. ատանկով

Ձեւ 144.



շատ մը երեքանկիւններ կ'ունենանք՝ որոնք ԱԲԳին հաւասար երեսի չափ ունին։

Արդ՝ ԱԴԵ երեքանկիւնը 4 երեքանկիւն կը պարունակէ, որոնցմէ ամէն մէկը ԱԲԳին հաւասար է. ուրեմն ԱԴԷ երեքանկեան երեսին չափը՝ ԱԲԳ. երեքանկեան երեսի չափին կը համեմատի իբրեւ 4:1։ Աս երկու երեքանկիւններուն համանուն կողերը իրարու կը համեմատին իբրեւ 2:1, անոր համար իրենց քառակուսիներն ալ կը համեմատին իբրեւ 4:1։ Ուրեմն աս երկու երեքանկեանց երեսի չափերը ճիշդ անանկ իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս իրենց համանուն կողերուն քառակուսիները։

Ըստ ամենայնի նոյնպէս առաջիկայ Ձեւէն կրնանք հասկնալ՝ որ ԱԶԷ ու ԱԲԳ. երեքանկիւններուն մէջ թէ *երեսներուն կշռութիւնը եւ թէ համանուն կողերուն քառակուսեաց կշռութիւնը* 9 : 1 *է։*

ԱԸԹ *ու* ԱՄՆ *երեքանկիւններուն համար՝ կ'ելլէ* 16:25 *թէ իբրեւ երեսներու կշռութիւն եւ թէ իբրեւ երկու երկու համանուն կողերուն քառակուսեացը կշռութիւն։*

Աս մեկնութենէն կը հետեւի որ՝

Նման երեքանկեանց երեսները այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս համանուն կողերուն քառակուսիները իրարու կը համեմատին։

Ուստի թէ որ երեքանկեան մը ամէն մէկ կողը 2, 3, 4, 5, 6 *անգամ այնչափ է՝ որչափ է նման երեքանկեան մը համանուն կողը, պէտք է՝ որ առջի երեքանկեան երեսը* 4, 9, 16, 25, 36 *անգամ մեծ ըլլայ՝ որչափ է երկրորդ երեքանկեան երեսը։*

4. *Անանկ ձեւերու կազմութիւններ՝ որոնք երեքանկեանց նմանութեան վրայ հիմնուած են։*

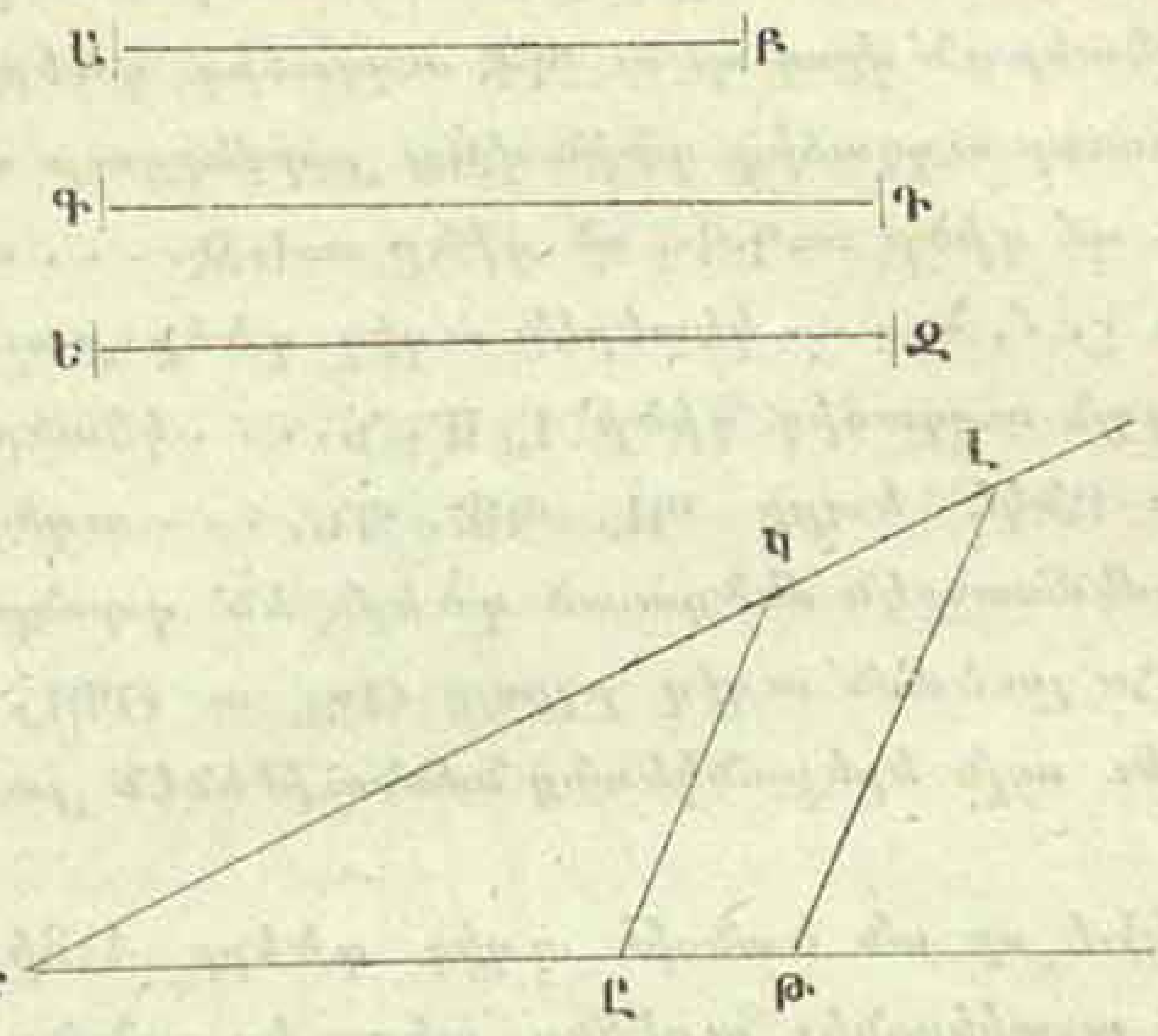
163. **ԱԲ, ԳԴ ու ԵԶ երեք տրուած ուղիղ գծերն առնելով** (Ձեւ 145) **չորրորդ համեմատական ուղիղ գիծը գտնել։**

Գծէ բութ կամ անկիւն մը Է, *անոր սրունքներուն վրայ կտրէ* ԷԸ=ԱԲ, ԷԹ=ԳԴ, ԷԿ=ԵԶ, *քաշէ* ԸԿ *եւ* ԸԿ*ին զուգահեռական* ԹԼ *գիծը. ան ատեն* ԷԼ՝ ԱԲ*ին,* ԳԴ*ին ու* ԵԶ*ին չորրորդ համեմատական գիծն է։ Վասն զի* ԷԸԿ *երեքանկիւնը* ԷԹԼ*ին նման է. անոր համար* ԷԸ:ԷԹ=ԷԿ:ԷԼ *է, կամ* ԱԲ:ԳԴ=ԵԶ:ԷԼ։

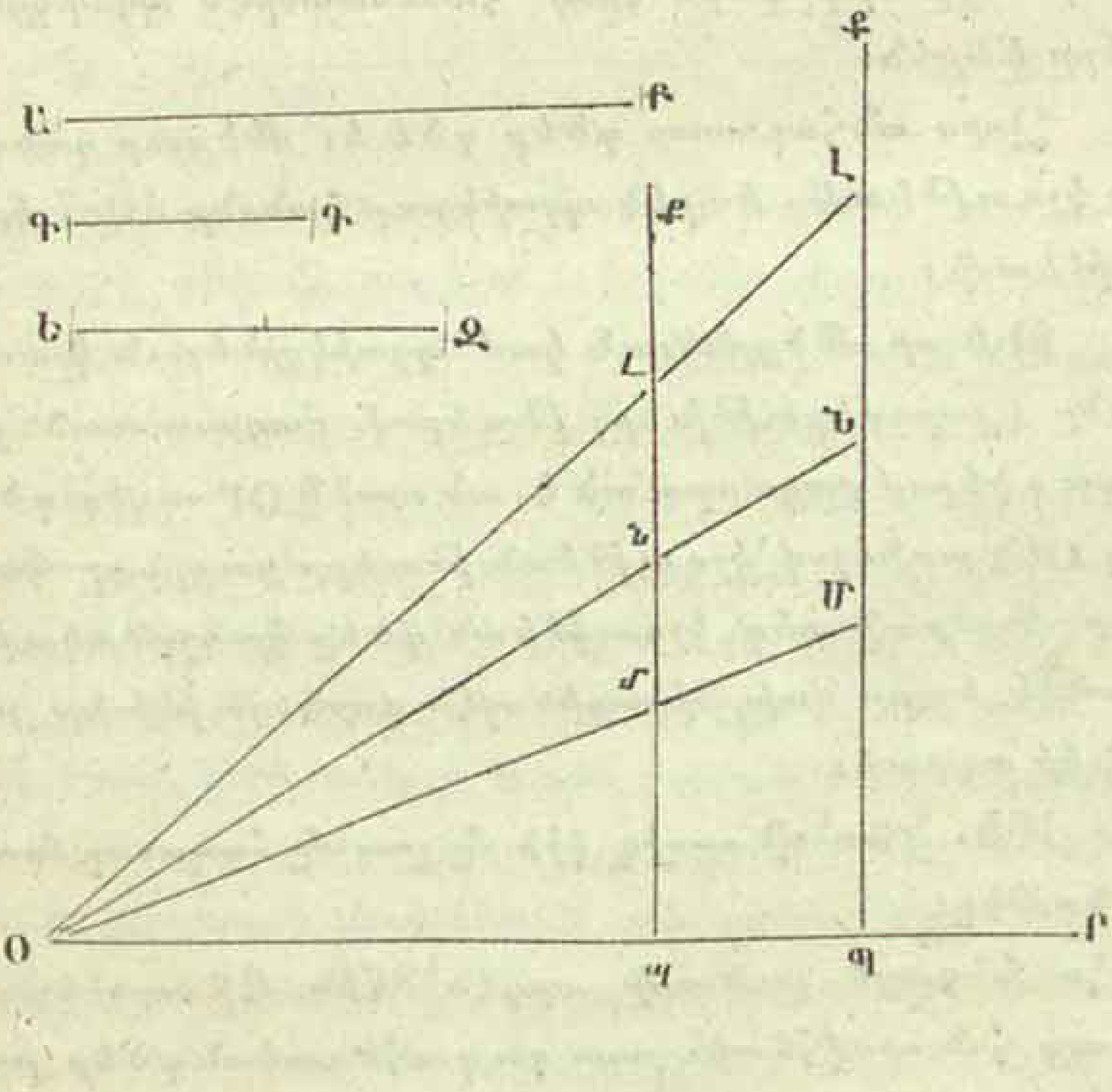
164. **Շատ մը ուղիղ գծեր ԱԲ, ԳԴ, ԵԶ, . . .** (Ձեւ 146) **տրուած կշռութեամբ մը մեծցնել կամ պզտիկցնել։**

Թէ որ, օրինակի աղագաւ, ան ուղիղ գծերը 3:4*ի կշռութեամբ պիտ'որ մեծցուին, ան ատեն քաշէ* ՕՐ *ու-*

Ձեւ 145.



Ձեւ 146.



ղիղ գիծ մը, Օէն առնելով երեք հաւասար մաս չափէ եւ նոյնպէս Օէն առնելով չորս հաւասար մաս չափէ. գ ու Պ կէտերուն վրայ գք ու ՊՔ ուղղաձիգ գծերը քաշէ, գք մօտաւոր ուղղաձիգ գծին վրայ յարմարցուր գլ գիծը =ԱԲ, գմ գիծը =ԳԴ, գն գիծը =ԵԶ, . . . ու Օ կէտէն եւ լ, մ, ն, . . . կէտերէն ուղիղ գծեր քաշէ՝ որոնք հեռագոյն ուղղաձիգ գիծը՝ Լ, Մ, Ն, . . . կէտերուն վրայ կտրեն: Անկէ ետքը ՊԼ, ՊՄ, ՊՆ, . . . ուղիղ գծերը ան համեմատօրէն մեծցուած գծերն են՝ զորոնք կ'ուզէինք: Աս լուծման ուղիղ ըլլալը Օգլ ու ՕՊԼ, Օգմ ու ՕՊՄ եւ այլն երեքանկեանց նմանութենէն յառաջ կուգայ:

Թէ որ ան ծանօթ ուղիղ գծերը 4:3ի կշռութեամբ պզտիկցընել ուզէինք, պէտք էր զանոնք ՊՔ հեռագոյն ուղիղ գծին վրայ բերել, եւ ան ատեն գք մօտաւոր ուղղաձիգ գծին վրայ՝ համեմատօրէն պզտիկցած գծերը կ'ելլեն:

Չորս անհաւասար գծեր գծէ եւ մեծցուր զանոնք 2:5 կշռութեամբ. ետքէն պզտիկցուր զանոնք 10:7 կշռութեամբ:

Թէ որ մեծցընելուն կամ պզտիկցընելուն կշռութիւնը (յարաբերութիւնը) թուերով բացատրուած չէ, հապա գծերով բացատրուած է, ան ատեն ՕՐ ուղիղ գծին վրայ Օէն առնելով՝ կշռութեան թուերը ցուցընող հաւասար մասերուն տեղ կշռութեան գծեր կը նշանակուին, եւ անկէ ետքը նախընթացին պէս գործողութիւնը յառաջ կը տարուի:

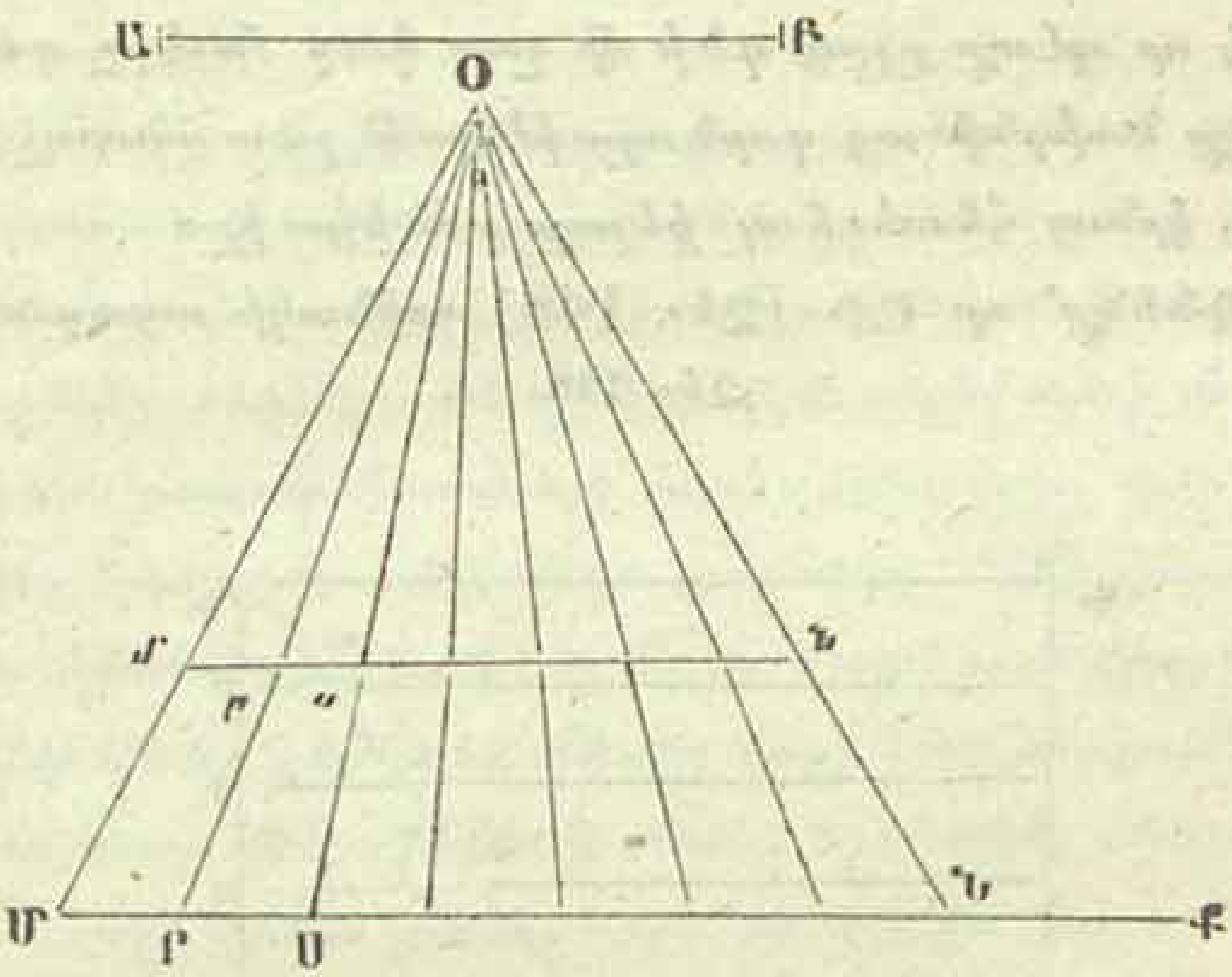
165. Ծանօթ ուղիղ գիծ մը շատ մը հաւասար մասերու բաժնել:

Ա. Աս խնդրոյն լուծումը արդէն 86ին մէջ տրուեցաւ. բայց հոն որովհետեւ շատ զուգահեռական գծեր քաչել պէտք կ՚ըլլայ, ան լուծումը աշխատալի է եւ կրնայ դիւրաւ սխալ ըլլալ։

Բ. Ուրիշ պարզ է հետեւեալ լուծումը.

Թէ որ ուզենք ԱԲ ուղիղ գիծը (Ձեւ 147) օրի-

Ձեւ 147.



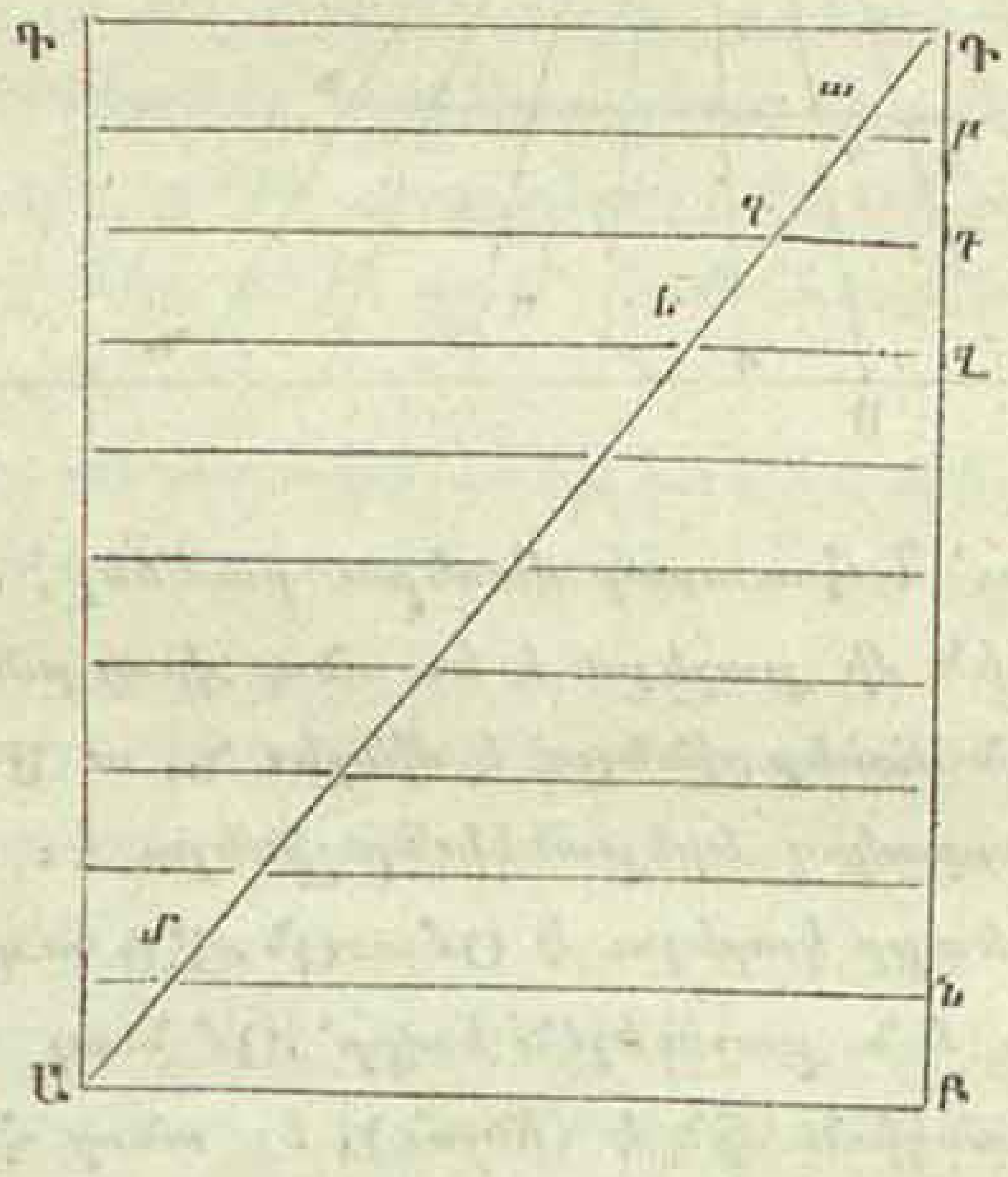
նակի աղագաւ՝ 7 հաւասար մասերու բաժնել, ան ատեն ՄՔ ուղիղ գիծ մը քաշելու է եւ անոր վրայ ըստ կամի 7 հաւասար մեծ մասեր շինելու է մինչեւ Ն, ու ՄՆին վրայ՝ ՄՆO հաւասարակող երեքանկիւնը շինելու է։

Ասկէ ետքը կտրելու է Oմ=Oն, ԱԲ ուղիղ գծին հաւասար, եւ մն քաշուելէն ետքը՝ Oմն ալ հաւասարակող երեքանկիւն մըն է (ինչու), եւ անոր համար մն գիծը ԱԲ գծին հաւասար ու ՄՆին զուգահեռական է։ Անկէ ետեւ Oէն դէպ ի ՄՆին բաժանման կէտերը OՐ, OՍ, . . . ուղիղ գծերը քաշուելու ըլլան, որոնք մն գիծը ր, ս, . . . կէտերուն վրայ կտրեն, ան ատեն մն գիծը=ԱԲ աս կէտերուն վրայ եօթը հաւասար մասերու կը բաժնուի։ Վասն զի երեքանկիւնն Oմր ∾ OՄՐ, Oրս ∾ OՐՍ եւ պյն է, բայց ՕՄՐ, ՕՐՍ, ... երեքանկիւնները հաւասար են, վասն զի նոյն բարձրութիւն ու հաւասար խարիսխներ ունին. անոր համար նաեւ Օմր, Օրս, ... երեքանկիւններն ալ հարկաւ հաւասար են, եւ ատանկով, հաւասար խարիսխներ ունին, որովհետեւ նոյն բարձրութիւնն ունին: Ուրեմն մ ն գծին մր, րս, ... մասերը հաւասար են:

Գ. Թէ որ պէտք ըլլայ գծի մը շատ փոքր մասերը գտնել, որոնք նախընթաց գործողութեամբ շատ անորոշ կ'ելլեն, կրնայ հետեւեալ կերպը բանեցուիլ:

Դնենք՝ որ ԱԲ (Ձեւ 148) օրինակի աղագաւ՝ 10

Ձեւ 148.

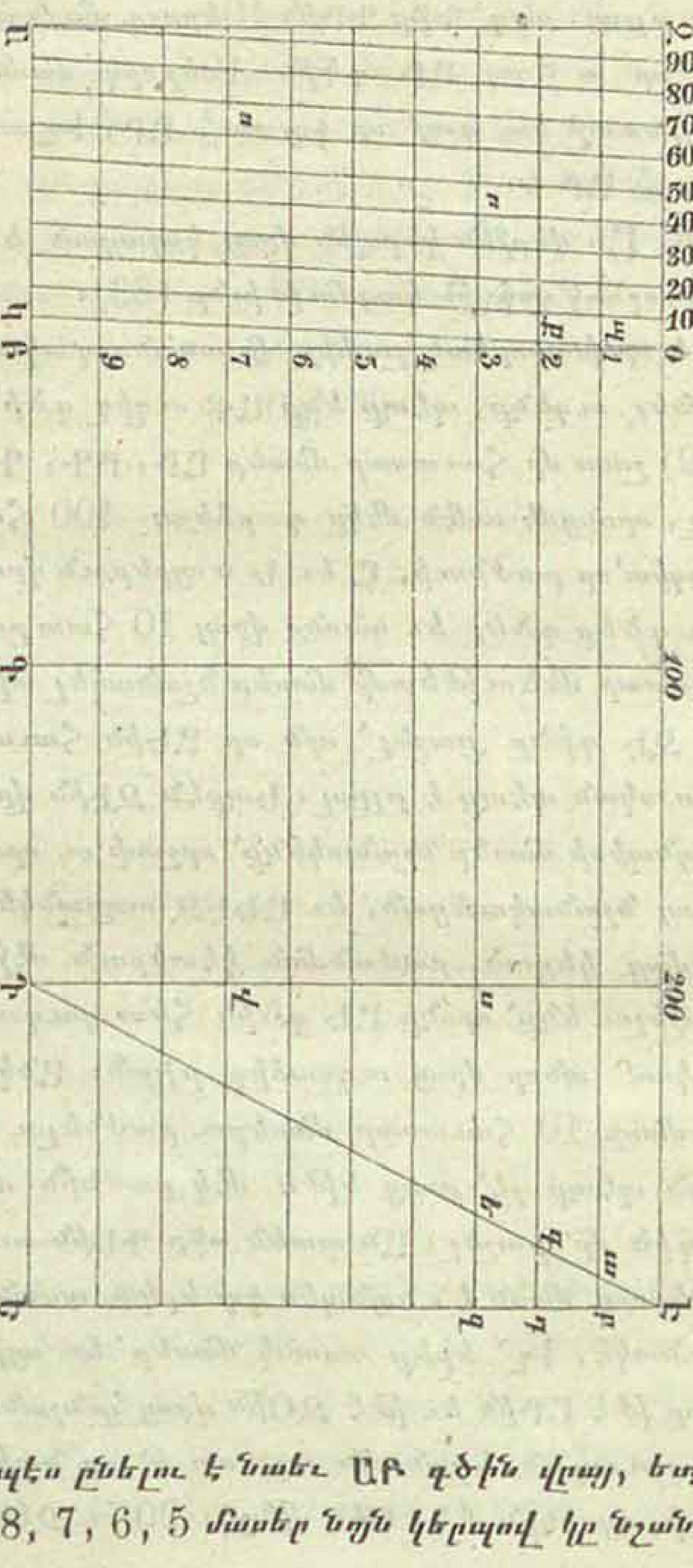


հաւասար մասերու պիտ'որ բաժնուի: Աին ու Բին տեղը ԱԲին վրայ երկու ուղղաձիգ գծեր ձգելէն ետքը, երկուքին վրայ ալ մինչեւ Գ եւ Դ տասը հաւասար մեծ մասեր բաժնէ, եւ զիմացէ զիմաց բաժանման կէտերուն մէջ մէյմէկ ուղիղ գիծ քաշէ: Ետքէն ԱԲԴԳ ուղղանկեան մէջ ԱԴ անկիւնագիծը քաշելով՝ խնդիրը կը լուծուի: Դաբ ու ԴԱԲ երեքանկիւններուն նման ըլլալուն համար՝ պէտք է՝ որ աբ:ԱԲ կշռութիւնը Դբ:ԴԲ կշռութեան հաւասար ըլլայ. արդ՝ Դբը ԴԲին 10երորդ մասն ըլլալով, պէտք է որ ա բ ալ ԱԲ գծին 10երորդ մասն ըլլայ: Նոյնպէս յառաջ կու գայ՝ որ գգ $= \frac{2}{10}$ ԱԲ, եղ $= \frac{3}{10}$ ԱԲ, . . . ճ Ն $= \frac{9}{10}$ ԱԲ է:

166. Ըս վերջին կերպին վրայ կայացած է պղտէկ-ցուած խոտորնակ չափչին կազմութիւնը (33):

Թէ որ խոտորնակ չափիչ մը տասնորդական չափի համար շինել ուզենք, պէտք ենք ԱՔ ուղիղ գծի մը վրայ (Ձեւ 149) շատ մը հաւասար մասեր ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ, ԴԵ նշանակել, որոնցմէ ամէն մէկը դարձեալ 100 հաւասար մասերու պիտ՛որ բաժնուի, Ա եւ Ե ծայրերուն վրայ երկու ուղղաձիգ գծեր գծել եւ անոնց վրայ 10 հատ բատ կամի բայց հաւասար մեծութեամբ մասեր նշանակել մինչեւ Զ եւ Է ու ԶԷ գիծը քաշել՝ որն որ ԱԵին հաւասար ու զուգահեռական պէտք է ըլլալ: Ետքէն ԶԷին վրայ այնչափ ու այնպիսի մասեր նշանակենք՝ որչափ ու որպիսի որ ԱԵին վրայ նշանակուեցան, եւ ԱԵԷԶ ուղղանկեան դիմացէ դիմաց կեցած բաժանման կէտերուն մէջ ուղիղ գծեր քաշելու ենք՝ որոնք ԱԵ գծին հետ զուգահեռական եւ կամ անոր վրայ ուղղաձիգ ըլլան: Անկէ ետքը մէկ ԱԲ մասը 10 հաւասար մասերու բաժնելու համար, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ մէկ բաժնին մէջ՝ ԴԷ անկիւնագիծ մը քաշել: Ան ատեն աբը ԴԵին ուսոյ եւ ԱԲին 10երորդ մասն է. Նոյնպէս գգ երկու տասնկ մասեր կը պարունակէ, եղ՝ երեք տասնկ մասեր եւ այլն: Արդ աս մասերը թէ ԱԲին եւ թէ ԶՕին վրայ կը նշանակուին, եւ ասոր լաւագոյն եղանակն ալ աս է՝ որ նախ 9 մաս նշանակուի, այսինքն ճ Ն, Օէն մինչեւ 90 ու Զէն մինչեւ

Ձեւ. 149.



10. Նոյնպէս ընելու է նաեւ ԱԲ գծին վրայ, ետքէն ալ կարգաւ 8, 7, 6, 5 մասեր նոյն կերպով կը նշանակուին ։

Վերջապէս 0ին ու Կին մէջ, ինչպէս նաեւ ամէն երկու բաժանման կէտերուն մէջ՝ խոտորնակ գծեր պէտք է քաշել եւ բաժանման կէտերուն քով թուերը գրելու է, ինչպէս որ Ձեւին մէջ կը տեսնենք:

Հոս ԱԲը 100 հաւասար մասեր կը ցուցնէ. ԲԿը 10 այսպիսի մասունք կը պարունակէ. դ1՝ ԲԿին 10երորդ մասն է եւ անոր համար ԱԲին ունեցած 100 մասերէն մէկ մաս մը կը պարունակէ, ուրեմն դ1՝ ԱԲին 100երորդ մասն է. + 2 երկու տասնի մաս կը պարունակէ եւ այլն:

Գծէ պզտիկցուած խոտորնակ չափ մը՝ ձողաչափի, ոտնաչափի ու մատնաչափի համար՝ երկոտասներորդական բաժանմամբ. աս ընելու տեղն՝ ԱԲը 6 հաւասար մասերու բաժնելու եւ ամէն մէկ ուղղաձիգ գծին վրայ 12 հաւասար մասունք նշանակելու է:

167. Պզտիկցուած խոտորնակ չափով այլ եւ այլ խնդիրներ կը լուծուին:

Ա. Թուղթի վրայ գծուած ուղիղ գիծ մը չափել:

Իմանալու համար՝ թէ թղթի վրայ գծուած գիծ մը խոտորնակ չափին մասերէն քանի մաս կը պարունակէ, պէտք է աս գիծը կարկինին երկու ծայրերուն մէջն առնուլ եւ մէկ ծայրը ան կէտերէն մէկուն վրայ պէտք է դնել որոնց վրայ 0, 100, 200, . . . նշանակուած է, որպէս զի մէկալ ծայրն ալ 0ին Ջին մէջ տեղն իյնայ: Թէ որ երկրորդ ծայրը՝ ճիշդ Ջ0ին գծին բաժանման կէտերէն մէկուն վրայ՝ օրինակի աղագաւ՝ 40ին վրայ իյնալու ըլլայ, մէկալ ծայրը 200ին վրայ կենալով, ան ատեն խնդրոյ առակ եղած գիծը՝ 240 այսպիսի մասեր կը պարունակէ՝ որոնցմէ 100ը ԱԲին հաւասար կու գայ: Ասոր հակառակ՝ թէ որ երկրորդ ծայրը Ջ0 գծին երկու բաժանման կէտերուն մէջը՝ օրինակի աղագաւ՝ 40ին ու 50ին մէջ տեղն իյնայ, ան ատեն պէտք էր կարկինը զուգահեռականներուն վրայէն այնչափ դէպ ի վար քշել՝ մինչեւ որ կարկինին սա ծայրը չին վրայ խոտորնակ գծի մը հանդիպի՝ երբ որ անդին մէկալ ծայրը 0ին տեղը նոյն զուգահեռականին վրայ՝ 200 ուղղաձիգին մէջ կեցած է. Թէ որ սա զուգահեռականին քով 3 նշանակուած ըլլար՝ ան ատեն խնդրոյ մէջ եղած ուղիղ գիծը 243 այսպիսի մասեր կ՚ունենար՝ որոնցմէ ԱԲը 100 հատ ունի։ Ինչպէս կը տեսնուի՝ ուղղաձիգները հարիւրաւորները, խոտորնակները՝ տասնաւորները, իսկ զուգահեռականները՝ միութիւնները կը ցուցընեն։

Գծէ երեքանկիւն մը, 4, 5, 7ական բազմանկիւն մը եւ գտիր անոր շրջապատը խոտորնակ չափչին օգնութեամբը։

Բ. Ծանօթ երկայնութեամբ ուղիղ գիծ մը թղթի վրայ գծել։

Խոտորնակ չափչին վրայէն որոշ երկայնութիւն մը, օրինակի աղագաւ՝ 200 առնելու համար՝ կարկինին մէկ ծայրը 200ին կէտին վրայ դնելու է ու մէկալ ծայրը բանալու է մինչեւ 0. Թէ որ կ՚ուզուի 260 առնուլ, ան ատեն մէկ ծայրը 200ին վրայ մնալով՝ մէկալ ծայրը մինչեւ 60 բանալու է. 267 առնելու համար՝ քովը 7 գրուած զուգահեռականը փնտռելու է եւ կարկինին մէկ ծայրը անոր վրայ՝ 200 ուղղաձիգին վրայ դնելու է, մէկալ ծայրն ալ 60 խոտորնակ գծին վրայ, անանկ՝ որ կարկինին բացուածքն ըլլայ օլ։ Ետքէն կարկնով առնուած երկայնութիւնը՝ թղթի վրայ քաշուած ուղիղ գծին վրայ դնելով կը կտրուի։

Գծէ երեքանկիւն մը՝ որուն կողերը 300, 270, 182 մաս ունենան խոտորնակ չափչէն։

Գծէ քառակուսի մը 138 կողով. գծէ ուղղանկիւն մը 179 ու 85 կողերով։

Գ. Ծանօթ ուղիղ գիծ մը շատ մը հաւասար մասերու բաժնել։

Պէտք է ուղիղ գիծը պզտիկցուած չափչին օգնու-

թեւամբը չափել եւ գտնուած երկայնութիւնն ուզուած մասանց թուոյն վրայ բաժնելու է։ Անկէ ետքը՝ քանորդին մէջ եղած թիւը նոյն չափչէն կարկինով առնելու ըլլանք, ան ատեն կրնանք ուզուածին չափ սա երկայնութիւնը ծանօթ ուղիղ գծին վրայ կրկնելով նշանակել։

Գծէ չորս ուղիղ գծեր ու նոյն կերպով բաժնէ առջինը 3, երկրորդը՝ 5, երրորդը 7 ու չորրորդը՝ 10 հաւասար մասերու։

Դ. Երկու ուղիղ գծերուն երկայնութեանց յարաբերութիւնը գտնել։

Փնտռելու է թէ ծանօթ ուղիղ գծերուն ամէն մէկը չափչին մասերէն քանի՛ մաս կը պարունակէ. սա երկու թուերուն յարաբերութիւնը միանգամայն երկու ծանօթ ուղիղ գծերուն մէջ եղած յարաբերութիւնը (կշռութիւնն) է։

Գծէ երկու ուղիղ գիծ ու փնտռէ անոնց յարաբերութիւնը (կշռութիւնը) թէ հոս ցուցուած կերպով եւ թէ 151ին մէջ մեկնուած կերպով։

168. ԽԶ ուղիղ գծի մը վրայ (Ձեւ 150) եռանկիւն մը գծել՝ որն որ ԱԲԳ ծանօթ եռանկեան նման ըլլայ։

Ձեւ 150.

Ա. Եին վրայ շինելու է անկիւն մը ԴԵԶ=ԱԲԳ ու Զին վրայ անկիւն մը ԵԶԴ=ԲԳԱ. ասոնց սրունները Դին վրայ իրար կը կտրեն ու ԴԵԶ ուզուած եռանկիւնն է։

Բ. Փնտռէ ԱԲին ու ԱԳին՝ ԲԳ:ԵԶ կշռութեամբ փոխուած ուղիղ գծերը (164), առջի ուղիղ գծով Եէն ու մէկալ ուղիղ գծով Զէն աղեղ մը գծէ, աս երկու աղեղներուն իրար կտրած Դ կէտը Եին ու Զին հետ կապելու է ուղիղ գծերով, ասանկով կ'ելլէ եռանկիւնն ԴԵԶ∽ԱԲԳ։

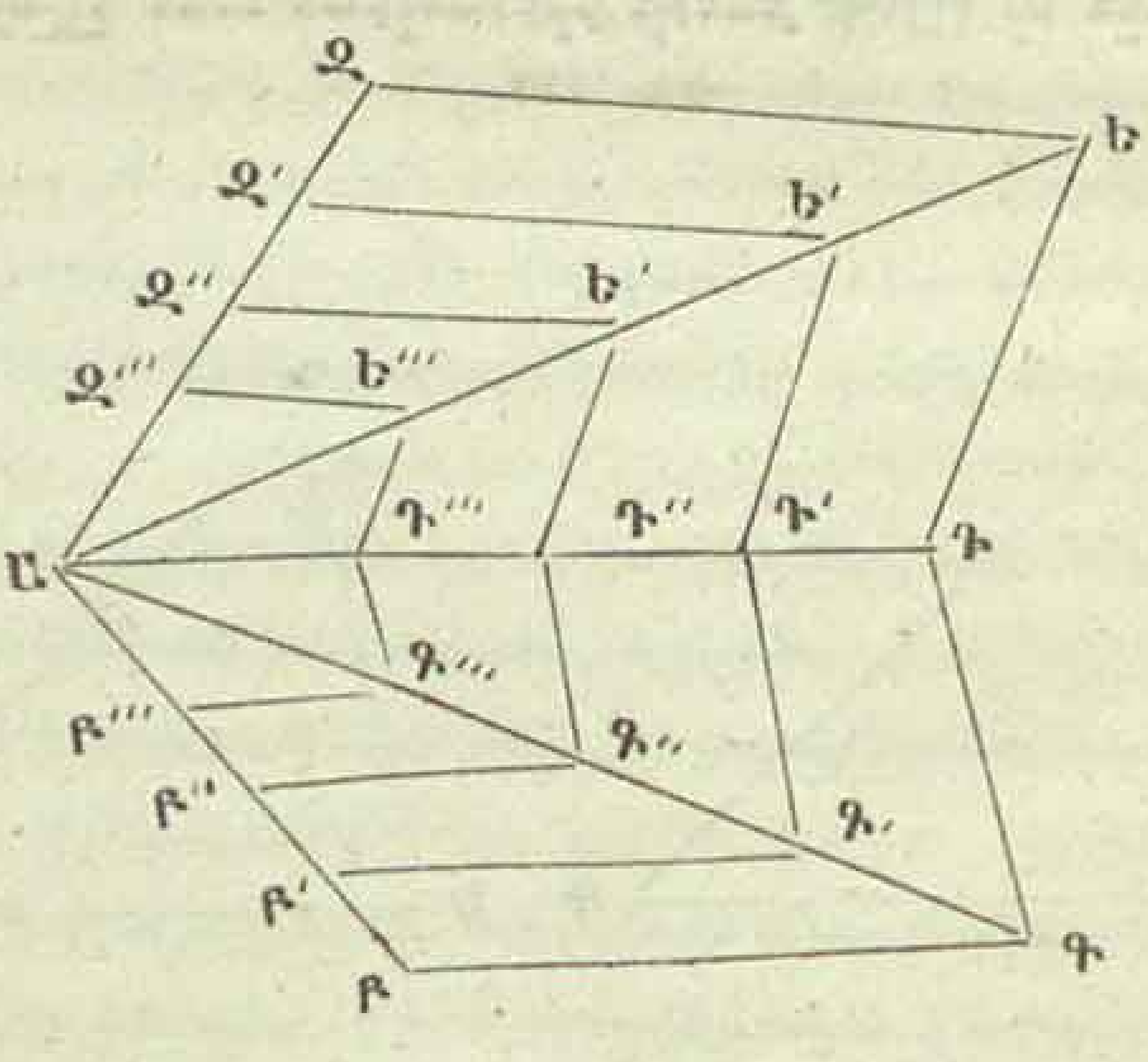
Գծէ ըստ կամի եռանկիւն մը ու շինէ երկրորդ եռանկիւն մ'ալ անոր նման, այնպէս որ ծանօթ եռանկեան ու մէկալ եռանկեան համանուն կողերն իրարու համեմատին Ա. իբրեւ 5:3, Բ. իբրեւ 2:5։

5. Բազմանկեանց նմանութիւնը։

169. Երկու բազմանկիւն նման են՝ թէ որ նոյն ձեւն ունին։

Նման բազմանկեանց ստացութիւնը ճշդիւ գտնելու համար ԱԲԳԴԵԶ բազմանկեան մէջ (Ձեւ 151) Աէն

Ձեւ 151.



սկսելով ԱԳ, ԱԴ, ԱԵ անկիւնագծերը քաշենք եւ երեւակայենք՝ որ ԱԲ, ԱԳ, ԱԴ, ԱԵ, ԱԶ ուղիղ գծերուն մէջ Բ, Գ, Դ, Ե, Զ կէտերն անանկ դէպ ի Ա կէտը կը շարժին՝ որ Բ′Գ′, Գ′Դ′, . . . Բ″Գ″, Գ″Դ″, . . . միաւորութեան գծերը ամէն նոր դիրքերնուն մէջ ԲԳ, ԳԴ, . . . հաւասարադիր կողերուն զուգահեռական մնան. ասանկով հետզհետէ երթալով պզտիկցած բազմանկիւններ կ'ելլեն. այսինքն ԱԲ′Գ′Դ′Ե′Զ′, ԱԲ″Գ″Դ″Ե″Զ″, . . . որոնք ամէնն ալ յայտնապէս իրարու հետ ու ծանօթ բազմանկեան հետ նոյն ձեւն ունին, ուստի եւ նման են:

Այն քովի անկիւնը՝ բոլոր ալ ամէն բազմանկեանց հասարակ է. նոյնպէս մնացած անկիւնները կողերուն զուգահեռական շարժման ատենը հարկաւ անփոփոխ կը մնան, անանկ որ բոլոր ալ բազմանկիւնները կարգաւ հաւասար անկիւն ունին: Նաեւ 153էն յառաջ կու գայ՝ որ ամէն մէկ նոր բազմանկեան կողերը՝ ծանօթ բազմանկեան հաւասարադիր կողերուն հետ համեմատական պիտ'որ ըլլան:

Ուրեմն՝ նման բազմանկեանց մէջ անկիւնները հաւասար են ու հաւասարադիր կողերը համեմատական են:

Կողերու հաւասար թիւ ունեցող բոլոր կանոնաւոր ձեւերը նման են:

Վերի բացատրութենէն ալ յառաջ կու գայ որ՝

Ա. Նման բազմանկիւններ՝ համանուն անկիւնագծերով նման երեքանկիւններու կը բաժնուին:

Բ. Նման բազմանկեանց մէջ՝ համանուն անկիւնագծերն այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս համանուն կողերը:

170. Թէ որ բազմանկեան մը որ եւ իցէ կողը ուրիշ նման բազմանկեան համանուն կողին 2, 3, 4, . . . ապատիկն ըլլայ, ան ատեն բոլոր կողերուն գումարը՝ եր-

կրորդ բազմանկեան շրջապատին 2, 3, 4 . . . ապատիկը պիտ՛որ ըլլայ։

Ուրեմն՝ նման բազմանկեանց շրջապատներն անանկ իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս երկու համանուն կողերը։

Հաւասար թուով կողեր ունեցող երկու կանոնաւոր բազմանկեանց շրջապատներն, ի՞նչպէս իրարու կը համեմատին։

171. Թէ որ երկու նման բազմանկիւններ՝ որոնցմէ առջինը կրկին մեծութեամբ կողեր ունի՝ որչափ որ երկրորդ բազմանկիւնն ունի, համանուն անկիւնագծերով երեքանկիւններու բաժնուելու ըլլան, ան ատեն առջի բազմանկեան ամէն մէկ երեքանկիւնը (168ին համեմատ) երկրորդ բազմանկեան համանուն երեքանկեան 4ապատիկը պիտ՛որ ըլլայ. անոր համար՝ նաեւ առջի բազմանկեան բոլոր երեքանկեանց գումարը, այսինքն՝ բազմանկեան երեսը, երկրորդ բազմանկեան բոլոր երեքանկիւններուն գումարին, այսինքն երկրորդ բազմանկեան երեսին, 4ապատիկը պիտ՛որ ըլլայ. ուստի՝ երկու բազմանկեանց երեսներն իրարու իբրեւ 4:1 կը համեմատին. բայց նաեւ բազմանկեանց երկու երկու համանուն կողերուն քառակուսիներն ալ նոյն յարաբերութիւնը (կշռութիւնն) ունին։

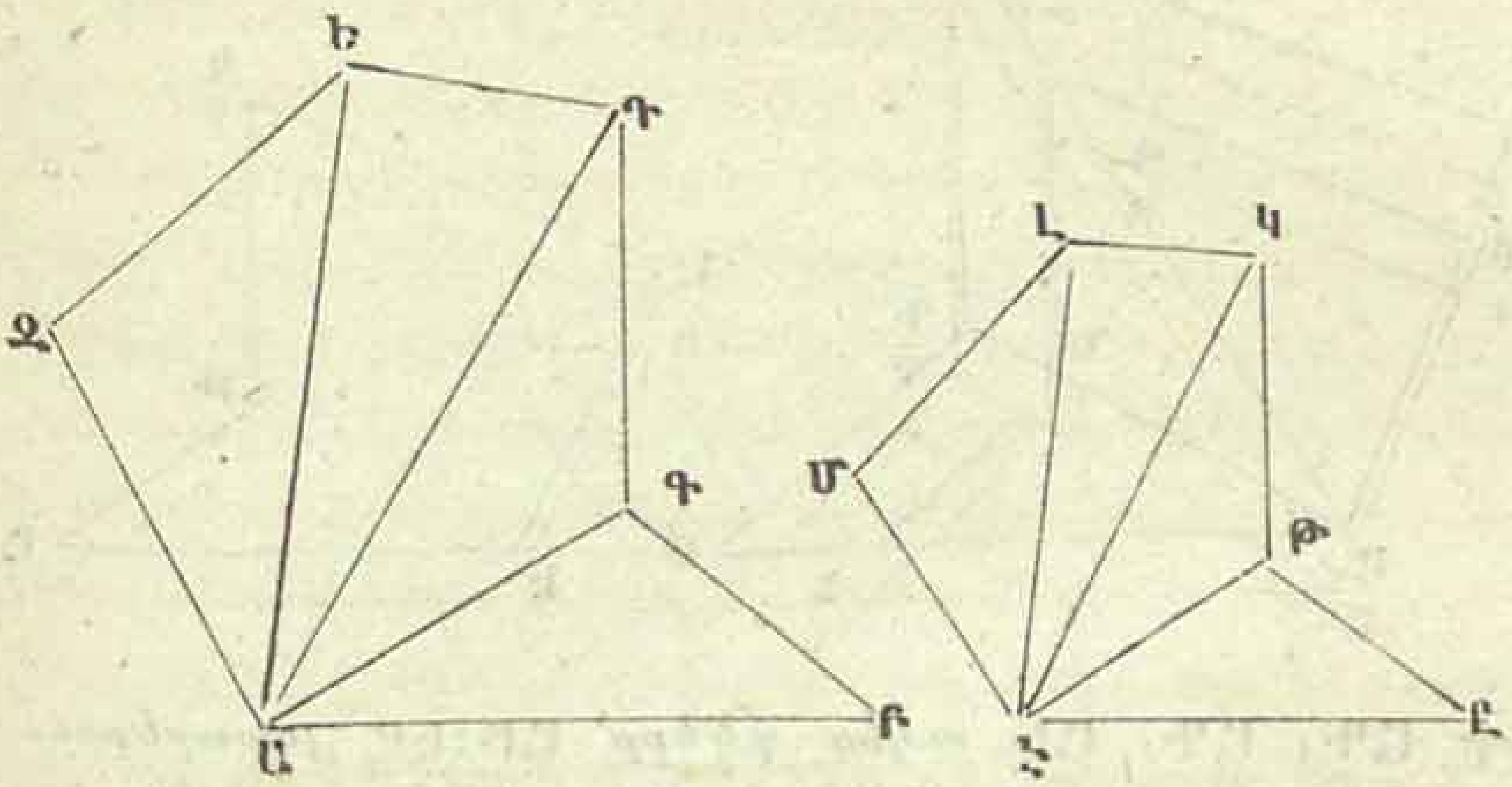
Ուրեմն՝ նման բազմանկեանց երեսներն՝ իրարու այնպէս կը համեմատին՝ ինչպէս համանուն կողերուն քառակուսիները։

Ուստի՝ թէ որ իրօք առնուած ձեւ մը պզտիկցուած չափով թղթի վրայ գծագրուի, անանկ որ ամէն մէկ կողը թղթի վրայ՝ իրօք չափուած երկայնութեան մինակ $\frac{1}{2}$ը, $\frac{1}{3}$ը, $\frac{1}{4}$ը, $\frac{1}{10}$ը, . . . ըլլայ, ան ատեն ձեւին երեսը թղթին վրայ՝ իրօք առնուած նման ձեւին $\frac{1}{4}$ը, $\frac{1}{9}$ը, $\frac{1}{16}$ը, $\frac{1}{100}$ն . . . է։

Ի՞նչպէս կը համեմատին իրարու՝ երկու կանոնաւոր հաւասարակող բազմանկեանց երեսները։

172. ԷԸ ձանօթ ուղիղ գծին վրայ (Ձեւ 152) բազմանկիւն մը գծել՝ որն որ ձանօթ բազմանկեան մը նման ըլլայ։

Ձեւ 152.



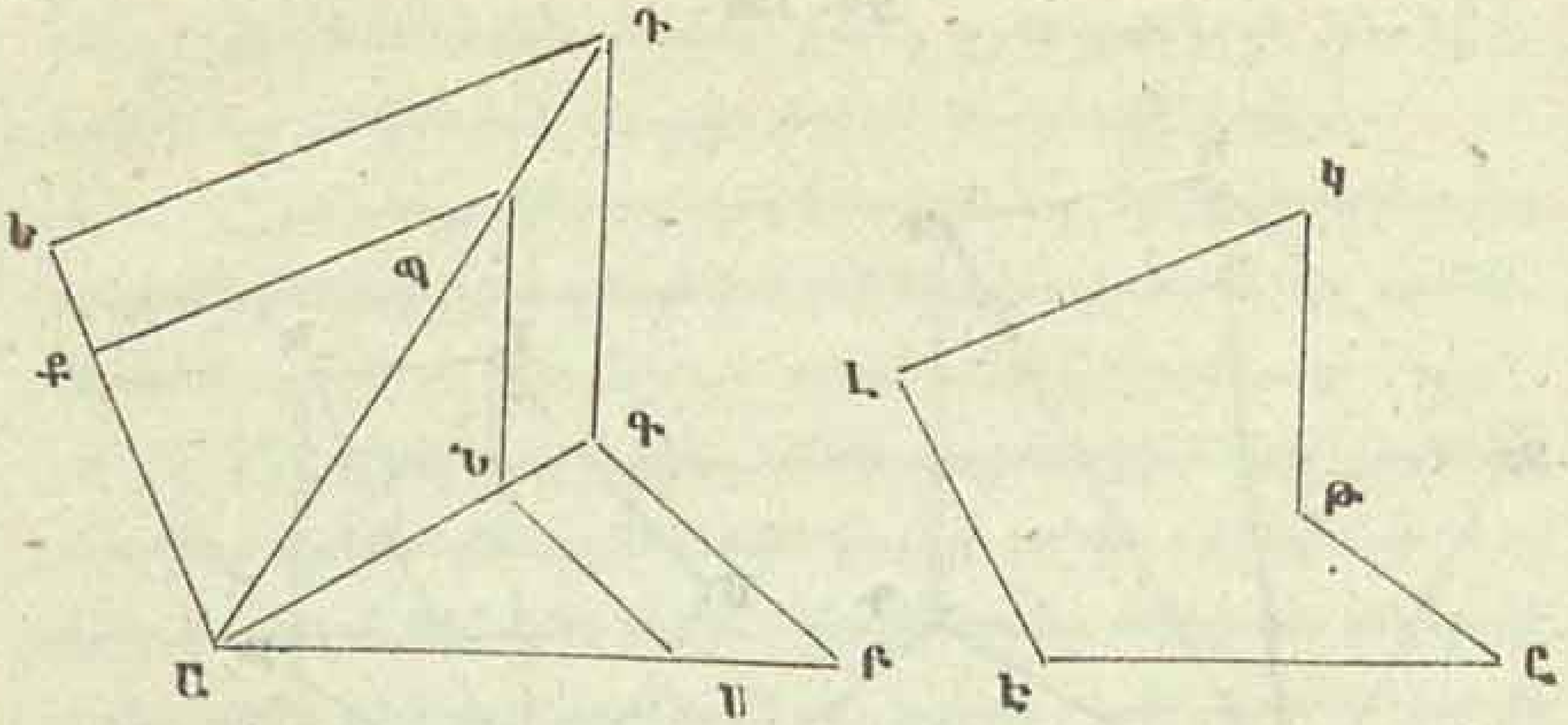
Այս խնդիրը զանազան եղանակաւ կրնայ լուծուիլ. աս եղանակներէն ամենէն պարզերը հետեւեալներն են։

Ա. ԱԲԳԴԵԶ բազմանկիւնը՝ անկիւնագծերով երեքանկիւններու բաժնելու է, ԷԸին վրայ՝ ԱԲԳ երեքանկեան նման ԷԸԹ երեքանկիւն մը գծելու է, ԷԹին վրան ալ՝ ԱԳԴ երեքանկեան նման ԷԹԿ երեքանկիւն մը, ԷԿին վրան ալ ԷԿԼ երեքանկիւնը՝ որն որ ԱԴԵին նման է, ԷԼին վրան ալ ԱԵԶին նման՝ ԷԼՄ երեքանկիւնը գծելու է։ ԷԸԹԿԼՄ ուզուած բազմանկիւնն է։

Բ. Աէն (Ձեւ 153) դէպ ի ամէն անկիւնակէտերը անկիւնագծեր քաշելու է, ընելու է ԱՄ=ԷԸ ու գծելու է ՄՆ ∥ ԲԳ, ՆՊ ∥ ԳԴ, ՊՔ ∥ ԴԵ, ան ատեն բազմանկիւնն ԱԲԳԴԵ ∼ ԱՄՆՊՔ։ Անկէ ետքը՝ ԷԸին վրայ՝ ԷԸԹԿԼ բազմանկիւն մը գծագրելու որ ըլլանք՝ որն որ ԱՄՆՊՔին պատշաճական ըլլայ, ան ատեն նոյնը, այսինքն ԷԸԹԿԼ, ուզուած բազմանկիւնն է։

Կրնայինք Ն, Պ, Ք կէտերը նաեւ ասով ալ գտնել,

Ձեւ. 153.



որ ԱԳ, ԱԴ, ԱՆ ուղիղ գծերը՝ ԱԲ:ԷԸ յարաբերութեամբ պզտիկցնելով եւ սա կերպով պզտիկցուած ուղիղ գծերը Աէն մինչեւ Ն, Պ, Քին վրայ զետեղելով տանիլ:

Գծէ բազմանկիւն մը՝ որն որ ծանօթ բազմանկեան մը նման է, բայց անանկ՝ որ նոր բազմանկեան շրջապատը՝ ծանօթ բազմանկեան շրջապատին մինակ կէսն ըլլայ:

Գծէ ըստ կամի վեցանկիւն մը, եւ ետքը ուրիշ անոր նման վեցանկիւն մը, անանկ որ առջի բազմանկեան կողերը երկրորդ բազմանկեան կողերուն իբրեւ 10:3 համեմատին:

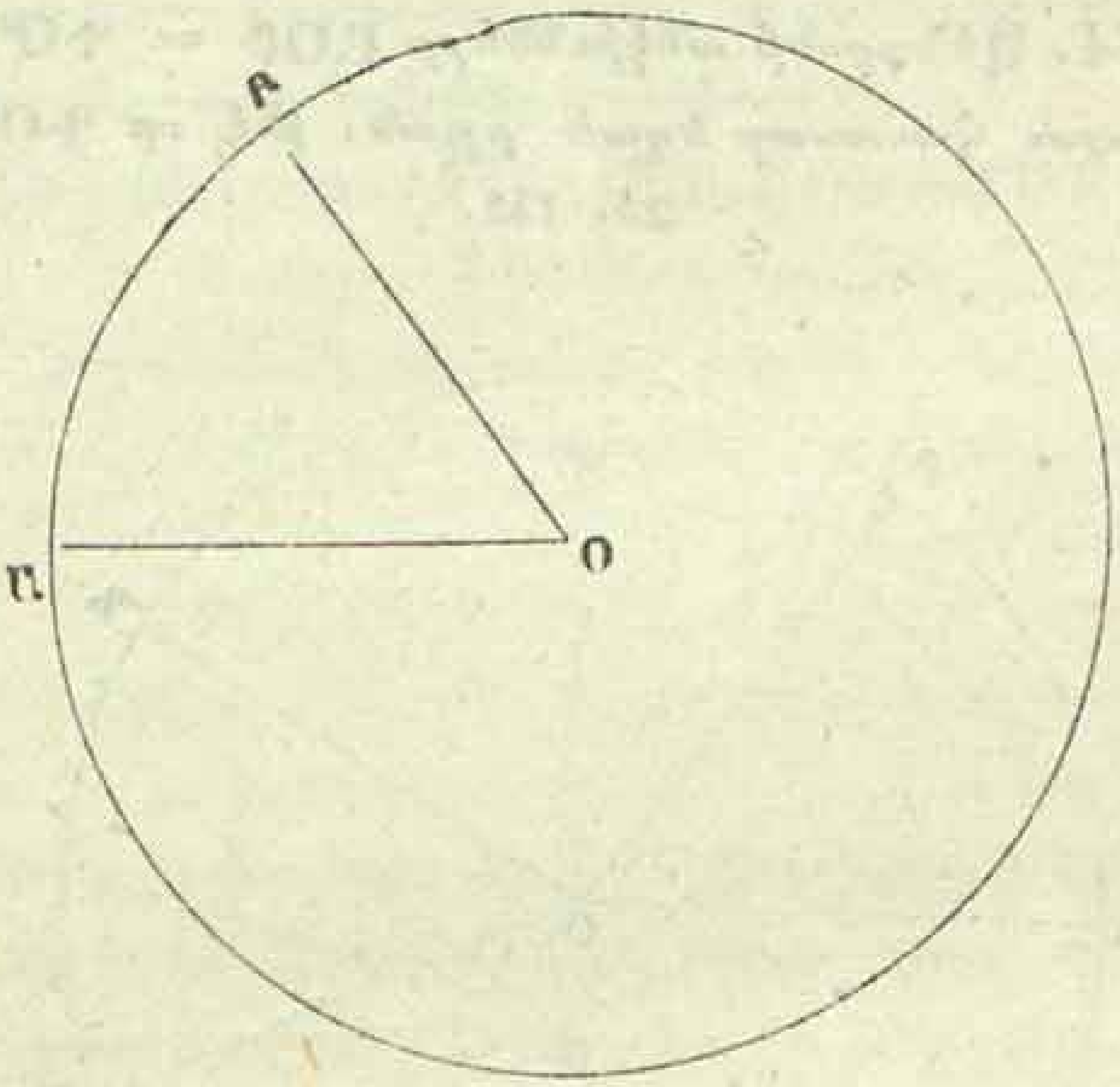
Գծագրէ երկու նման ուղղանկիւններ՝ որոնց համանուն կողերը իրարու իբրեւ 4:5 ըլլան:

Ը. ԲՈԼՈՐԱԿ

1. *Աղեղներ, կենդրոնի անկիւններ ու հատածներ:*

173. Թէ որ Ա կէտ մը (Ձեւ 154) O հաստատուն

Ձեւ 154.



կէտի մը վրայ անանկ կը պտըտի՝ որ իր աս կէտէն ունեցած հեռաւորութիւնը միշտ անփոփոխ կը մնայ, ան ատեն բոլորակ մը կը գծէ: O կէտը կենդրոն է, իսկ ԱO հեռաւորութիւնը՝ կէս երկակտուր է:

Ամէն կէտ՝ որուն բոլորակին կենդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնը կէս երկակտուրէն աւելի է, բոլորակէն դուրս է, իսկ թէ որ իրեն հեռաւորութիւնը կէս երկակտուրէն կարճ է, բոլորակէն ներս է:

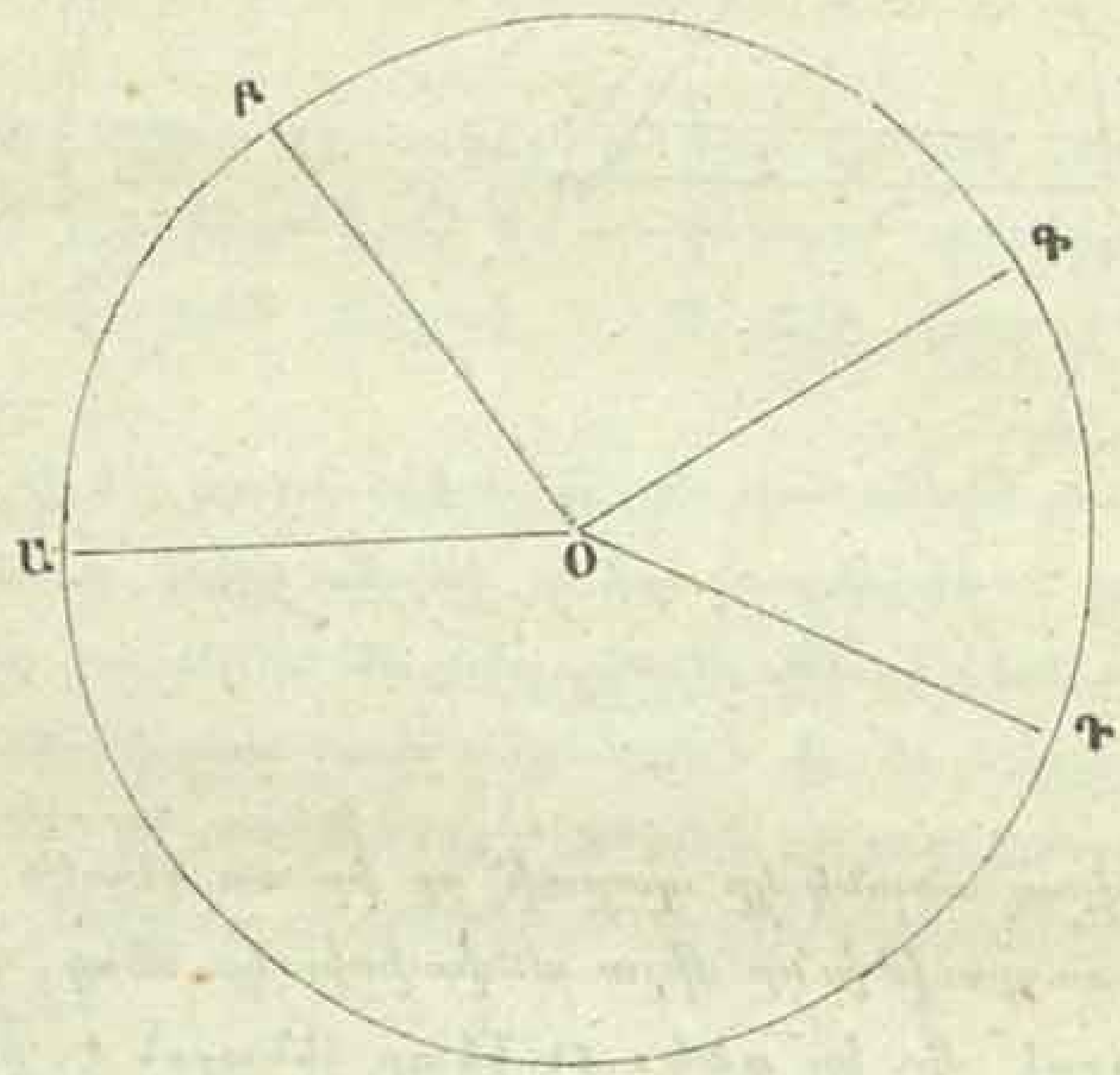
Բոլորակին մէկ մասը, ինչպէս ԱԲ, բոլորակի աղեղ մըն է:

Թէ որ ԱԲ աղեղին երկու ծայրերէն, երկու կէս *երկակտուրներ քաշուելն, անոնցմէ փակուած* ԱՕԲ *անկիւնը կեդրոնի անկիւն կ'ըսուի:*

Բոլորակի մը երեսին մէկ մասը՝ որն որ երկու կէս երկակտուրներէ ու անոնց մէջ կեցող աղեղէն սահմանաւորուած է, ինչպէս ԱՕԲԱ՝ *բոլորակի հատած կամ բոլորակի հատէն կ'ըսուի:*

174. *Կեդրոնի անկիւնները* ԱՕԲ *ու* ԳՕԴ (*Ձեւ* 155) *իրարու հաւասար եղած ըլլան: Թէ որ* ԳՕԴ *հա-*

Ձեւ 155.



տածն այնպէս ԱՕԲ *հատածին վրայ դնենք, որ կեդրոնի անկիւնները ճշդիւ իրարու վրայ իյնան, ան ատեն՝ որովհետեւ իրենց սրունները հաւասար են, անոր համար նաեւ* Գ *եւ* Դ *կէտերը՝* Ա *եւ* Բ *կէտերուն վրայ ու* ԳԴ *աղեղը* ԱԲ *աղեղին վրայ կը նստին. ուստի երկու հատածներն իրար կատարելապէս կը գոյեն:*

Ուրեմն հաւասար կեդրոնի անկիւնները մի եւ նոյն

Բոլորակին մէջ հաւասար ալ աղեղներ ու հաւասար հատածներ ունին։

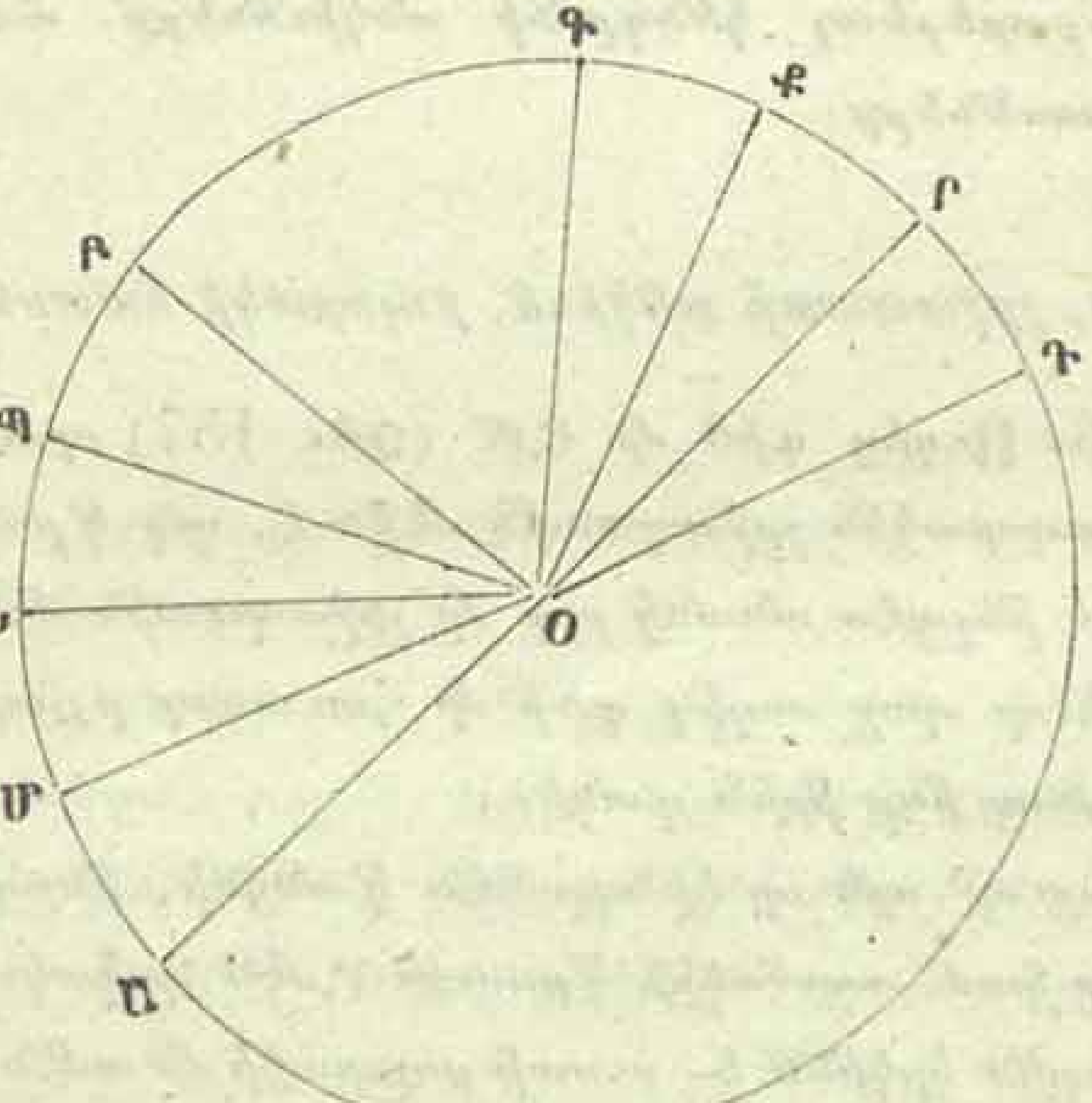
Նոյն կերպով նաեւ հետեւեալ երկու նախադասութեանց ճշմարտութիւնը դիւրաւ կը տեսնուի։

Հաւասար աղեղները՝ հաւասար կենդրոնի անկիւններ ու հաւասար հատածներ կ'ունենան։

Հաւասար հատածները նաեւ հաւասար կենդրոնի անկիւններ ու հաւասար աղեղներ կ'ունենան։

175. Թէ որ (Ձեւ 156) ԱՕՄ, ՄՕՆ, ՆՕՊ,

Ձեւ 156.



ՊՕԲ, ԳՕՔ, ՔՕՐ, ՐՕԴ անկիւններն իրարու հաւասար են, ան ատեն նաեւ ԱՄ, ՄՆ, ՆՊ, ՊԲ, ԳՔ, ՔՐ, ՐԴ աղեղներն ալ ու աս աղեղներուն վերաբերեալ հատածներն ալ հաւասար են։

Ուստի՝ չէ թէ միայն ԱՕՄ անկիւնը ԱՕԲ՝ անկեան մէջ 4 անգամ, ու ԳՕԴ անկեան մէջ 3 անգամ կայ, հապա նաեւ նոյնպէս ԱՄ աղեղը ԱԲ աղեղին մէջ 4 անգամ, ԳԴ աղեղին մէջ ալ 3 անգամ կայ. նոյնպէս նաեւ ԱՕՄ հատածը ԱՕԲ հատածին մէջ 4 անգամ, ԳՕԴ հատածին մէջն ալ 3 անգամ կայ, անանկ որ հետեւեալ համեմատութիւնները յառաջ կու գան:

Անկիւն ԱՕԲ:ԳՕԴ=4:3,
Աղեղն ԱԲ : ԳԴ =4:3,
Հատած ԱՕԲ:ԳՕԴ=4:3:

Ասկից կը հետեւի որ՝

Աղեղներն անանկ իրարու կը համեմատին, ինչպէս իրենց վերաբերեալ կեդրոնի անկիւնները. սանկ են նաեւ հատածները:

2. Լարեր, շրջապատի անկիւններ, բոլորակի հատուածներ:

176. Ուղիղ գիծ մը ԱԲ՝ (Ձեւ 157) որուն երկու ծայրերը բոլորակին շրջապատին մէջն է, լար կ'ըսուի:

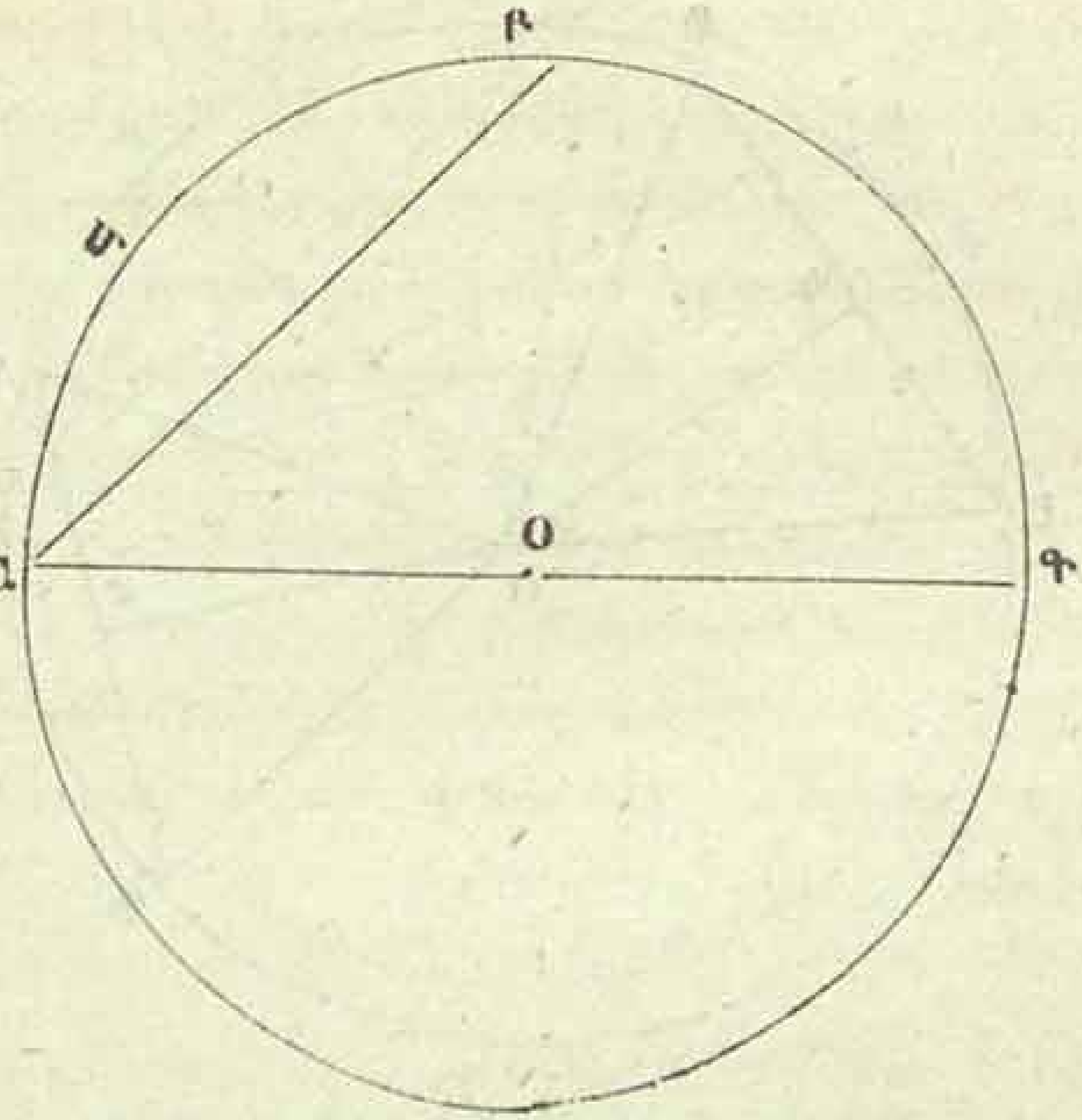
Թէ ինչպէս անանկ լար մը շրջապատին մէկ կէտէն քաշելու է՝ որ որոշ ուղիղ գծի մը հաւասար ըլլայ, սկսանող մը կրնայ ինք իրեն գտնել:

Լար մը՝ որն որ կեդրոնէն կ'անցնի, ինչպէս ԱԳ, երկակտուր կամ տրամագիծ կ'ըսուի: Ամէն Երկակտուր կէս երկակտուրին կրկինն է. ուստի բոլորակի մը ամէն կէս երկակտուրներն իրարու հաւասար են:

Բոլորակի մը երեսին մասը՝ որն որ լարէ մը ու լարին վերաբերեալ աղեղէն սահմանաւորուած է, ինչպէս ԱԲՄԱ, բոլորակի հատուած (segment) կ'ըսուի:

Ամէն լար բոլորակին երեսը՝ երկու բոլորակի հատուածներու կը բաժնէ, որոնք ընդհանրապէս անհաւասար են. մինակ երբ որ լարը միանգամայն երկակտուր է,

Ձեւ 157.



ան տանն երկու հատուածներն իրարու հաւասար են ու կ'ըսուին կէս բոլորակ։

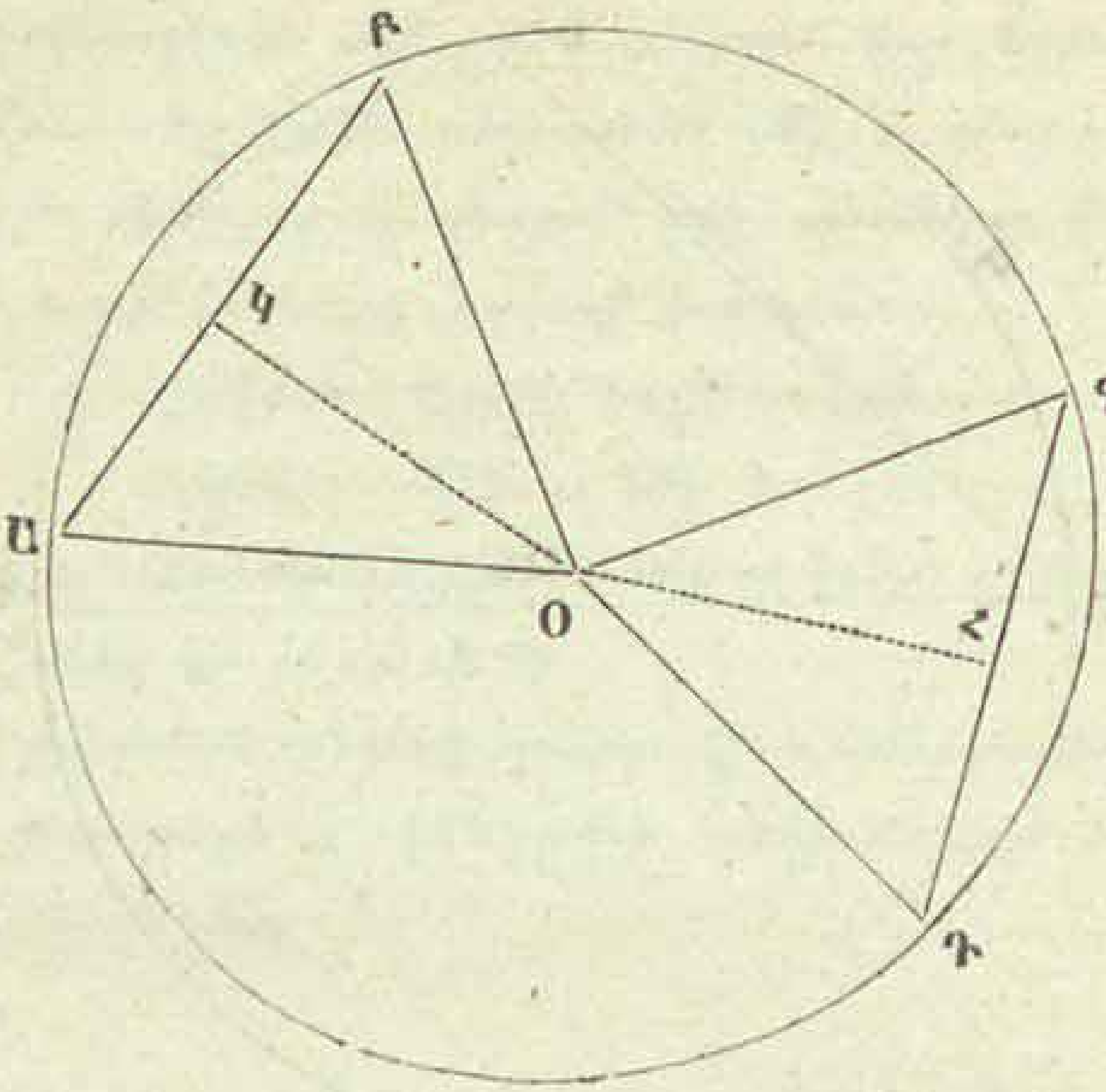
177. Ա. ԱԲ ու ԳԴ լարերը (Ձեւ 158) իրարու հաւասար եղած ըլլան։ Երեքանկիւնները ԱԲՕ ու ԳԴՕ աս ենթադրութեան մէջ պատշաճական են, եւ անոր համար ալ ԱՕԲ ու ԳՕԴ անկիւնները հաւասար պէտ'որ ըլլան։

Ուստի հաւասար լարերը նոյն բոլորակին մէջ հաւասար կենդրոնի անկիւններ եւ հետեւաբար նաեւ հաւասար աղեղներ ունին։

Նոյն կերպով կը ցուցուի՝ որ հաւասար կենդրոնի անկիւնները կամ հաւասար աղեղները՝ հաւասար ալ լարեր ունին։

Բ. Թէ որ ԱԲՕ ու ԳՕԴ երեքանկիւնները պատ-

Ձեւ 158.



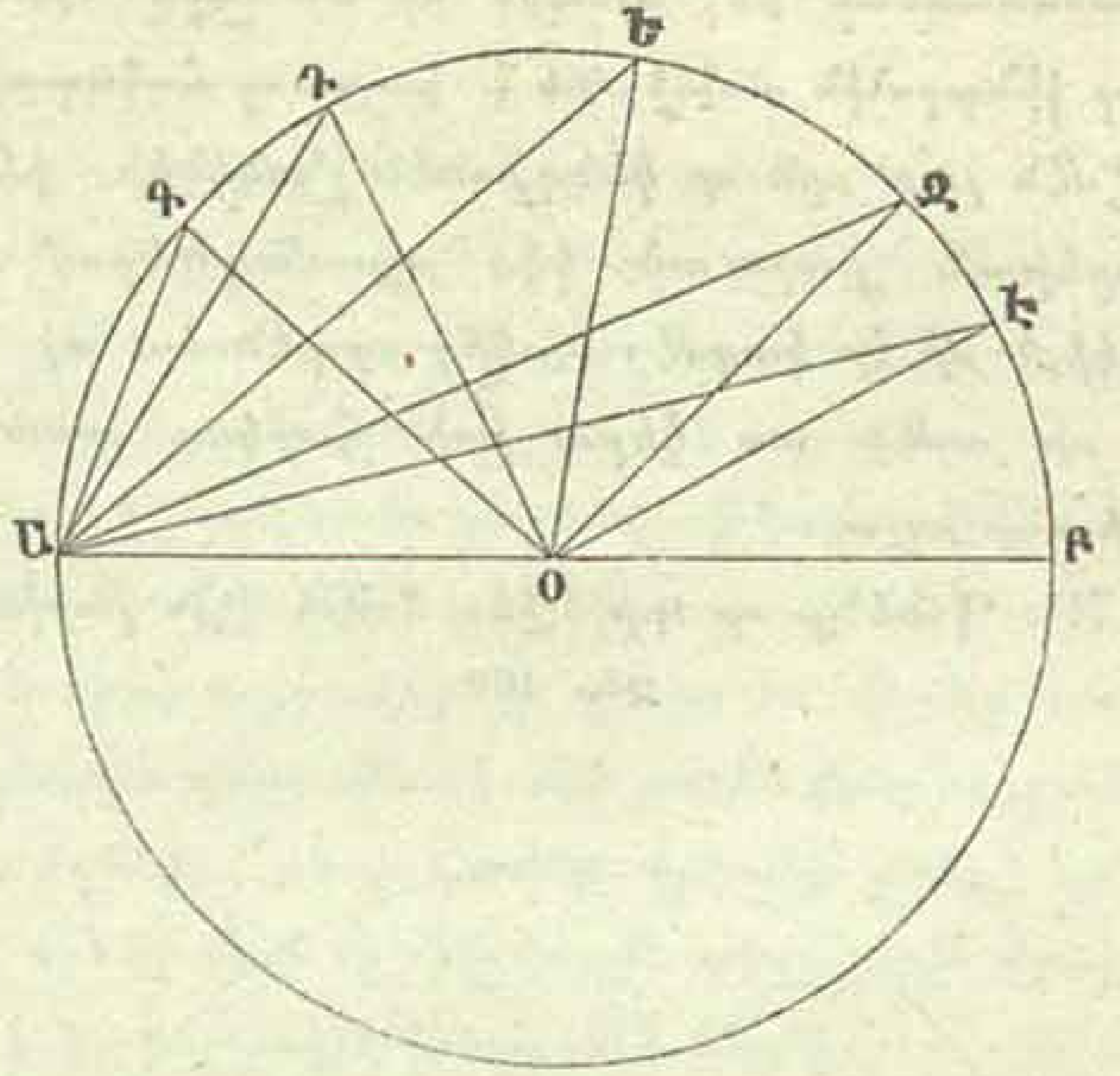
շամակամն են, ան ատեն պէտք է որ նաեւ իրենց հաւասար կեցող բարձրութիւնները OԿ ու OՀ հաւասար ըլլան. բայց աս բարձրութիւնները ԱԲ ու ԳԴ հաւասար լարերուն՝ կեդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնը կը ցուցընեն:

Ուստի կրնանք ըսել այսպէս.

Հաւասար լարերը բոլորակի մը կեդրոնէն հաւասար հեռու են եւ հակադարձ կերպով. Ան լարերն՝ որոնք կեդրոնէն հաւասարապէս հեռու են, իրարու հաւասար են:

178. Թէ որ ԱO անշարժ կէս տրամագծէն (Ձեւ 159) O կէտին վրայ երկրորդ կէս տրամագիծ մը առնենք դառնայ՝ որ կամաց կամաց ԳO, ԴO, ԵO,... դիրքը գայ, ան ատեն աս երկու կէս տրամագծերուն վերջի ծայրերը այնչափ աւելի իրարմէ հեռու կ՚ըլլան, որչափ որ անոնցմէ շինուած կեդրոնի անկիւնը մեծ է. ուստի ԱԳ, ԱԴ,

Ձեւ. 159.



ԱԵ, . . . լարերէն ամէն մէկը իրեն նախընթացէն մեծագոյն է։ Միանգամայն կրնանք տեսնել՝ որ ամէն մէկ լարը այնչափ կենդրոնին կը մօտենայ, որչափ որ կը մեծնայ։ Վերջապէս՝ երբոր երկրորդ կէս տրամագիծը OԲ դիրքը կու գայ, ան ատեն լարը կենդրոնէն կ'անցնի, ասոր եւ տրամագիծ մը կ'ըլլայ ու ամենէն մեծ երկայնութիւնը կը գտնէ։ Աս դիտողութենէս հետեւեալ նախադասութիւնները կ'ելլեն.

Ա. Տրամագիծը որ եւ իցէ ուրիշ լարէ մեծագոյն է։

Բ. Երկու անհաւասար լարերէն ան լարը մեծագոյն է՝ որն որ մեծագոյն կենդրոնէ անկեան կամ մեծագոյն աղեղան կը վերաբերի։

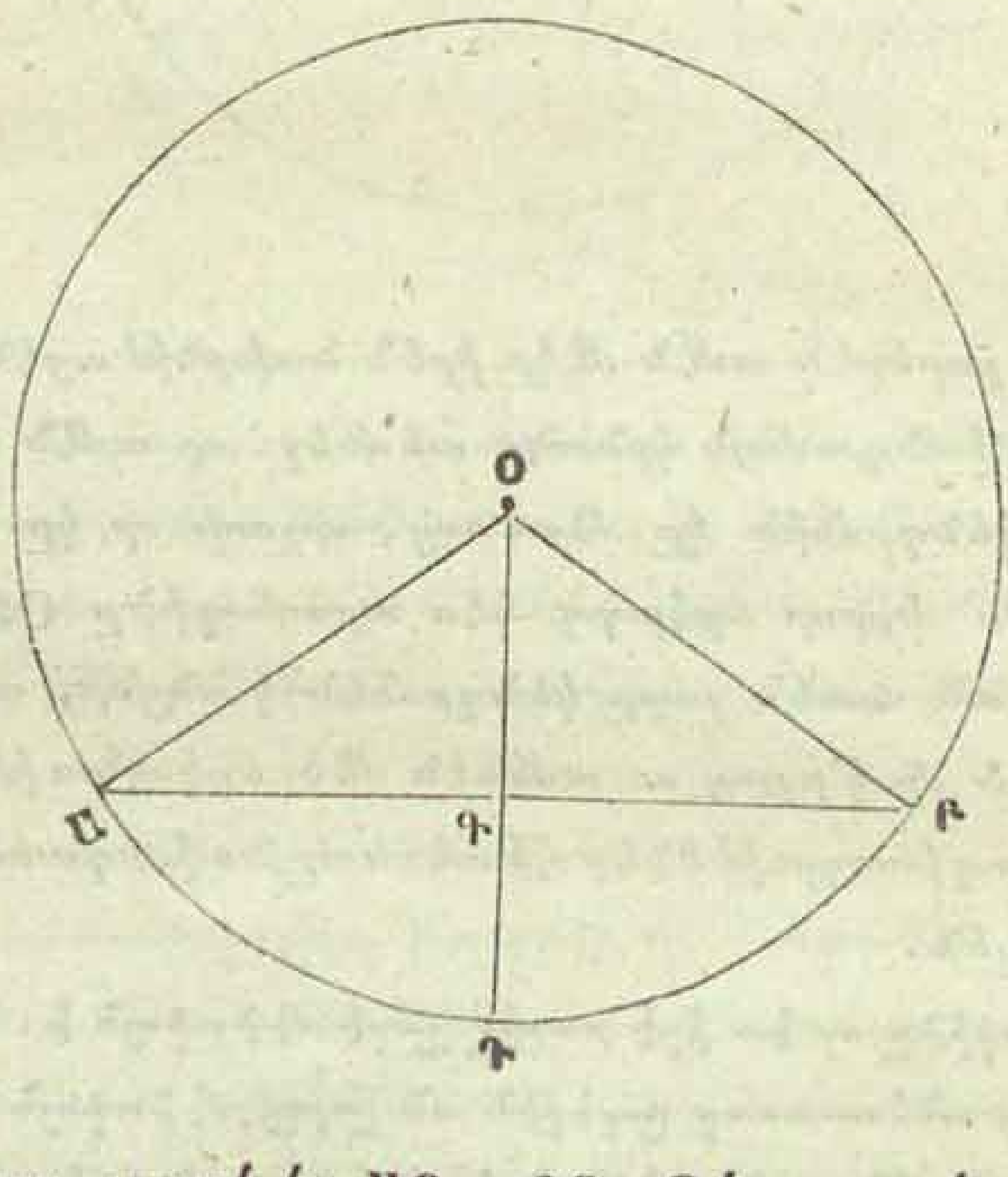
Բայց լարերը նոյն համեմատութեամբ չեն աճիր՝ որ համեմատութեամբ կենդրոնի անկիւնները կը մեծնան։ Այսպէս կրկին անկեան լարը մեծագոյն է, բայց պարզ անկեան լարէն կրկնապատիկ մեծ չէ։

Գ. Լարերը՝ որոնք անհաւասար կերպով կենդրոնէն հեռաւոր են, անհաւասար են. այնպէս՝ որ ան լարը մեծագոյն է՝ որն որ կենդրոնէն աւելի մօտ է եւ ասոր հակառակը:

Ամէն լար՝ որն որ կենդրոնէն չ'անցնիր, դէպ ի իրեն ծայրերուն քաշուած կէս տրամագծերով մէկտեղ երեքանկիւն մը կը կազմէ: Ասկից արդէն աս ալ յառաջ կ'ուգար՝ որ ամէն աս կերպ լար հարկաւ տրամագծէն փոքր պիտ'որ ըլլայ:

179. Դնենք որ Գը (Ձև. 160) ԱԲ լարին միջա-

Ձև. 160.



վայրն ըլլայ, ուստի եւ ԱԳ=ԲԳ: Թէ որ քաշելու ըլլանք ՕԱ, ՕԲ ու ՕԳ ուղիղ գծերը, որոնցմէ վերջինը ԱԲ աղեղը Դին վրայ կը կտրէ, ան ատեն երեքանկիւնն ԱԳՕ ≅ ԲՕԳ է, անոր համար ալ անկիւնն ԱԳՕ=ԲԳՕ, (ՕԳ ⊥ ԱԲ) եւ ԱՕԳ=ԲՕԳ:

Ուրեմն՝ ուղիղ գիծ մը՝ որն որ բոլորակի մը կենդրոնը լարի մը միջավայրէն հետ կը կցէ, լարին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ եւ լարին վերաբերած կեդրոնի անկիւնը, ինչպէս նաեւ նոյնին վերաբերելու աղեղը կը կիսէ:

Նոյն կերպով կրնանք ցուցնել որ՝

Եթէ բոլորակի մը կեդրոնէն լարի մը վրայ ուղղահայեաց գիծ մը քաշենք, աս ուղղահայեաց գիծը կը կիսէ թէ լարը, թէ լարին վերաբերած կեդրոնի անկիւնը եւ թէ աղեղը:

180. *Որովհետեւ լարի մը միջավայրին եւ բոլորակի մը կեդրոնին մէջտեղն եղած միաւորութեան ուղիղ գիծը, ան լարին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ եւ միանգամայն լարի մը միջավայրին վրայ մինակ մէկ լարին վրայ ուղղահայեաց գիծ մը կրնայ ձգուիլ, անոր համար կրնանք ըսել՝ որ* ուղղահայեաց գիծը՝ որն որ լարի մը միջավայրէն տեղը լարին վրայ հանուած է, պէտք է որ բոլորակին կեդրոնէն անցնի:

181. *Բոլորակի մը կեդրոնը գտնել:*

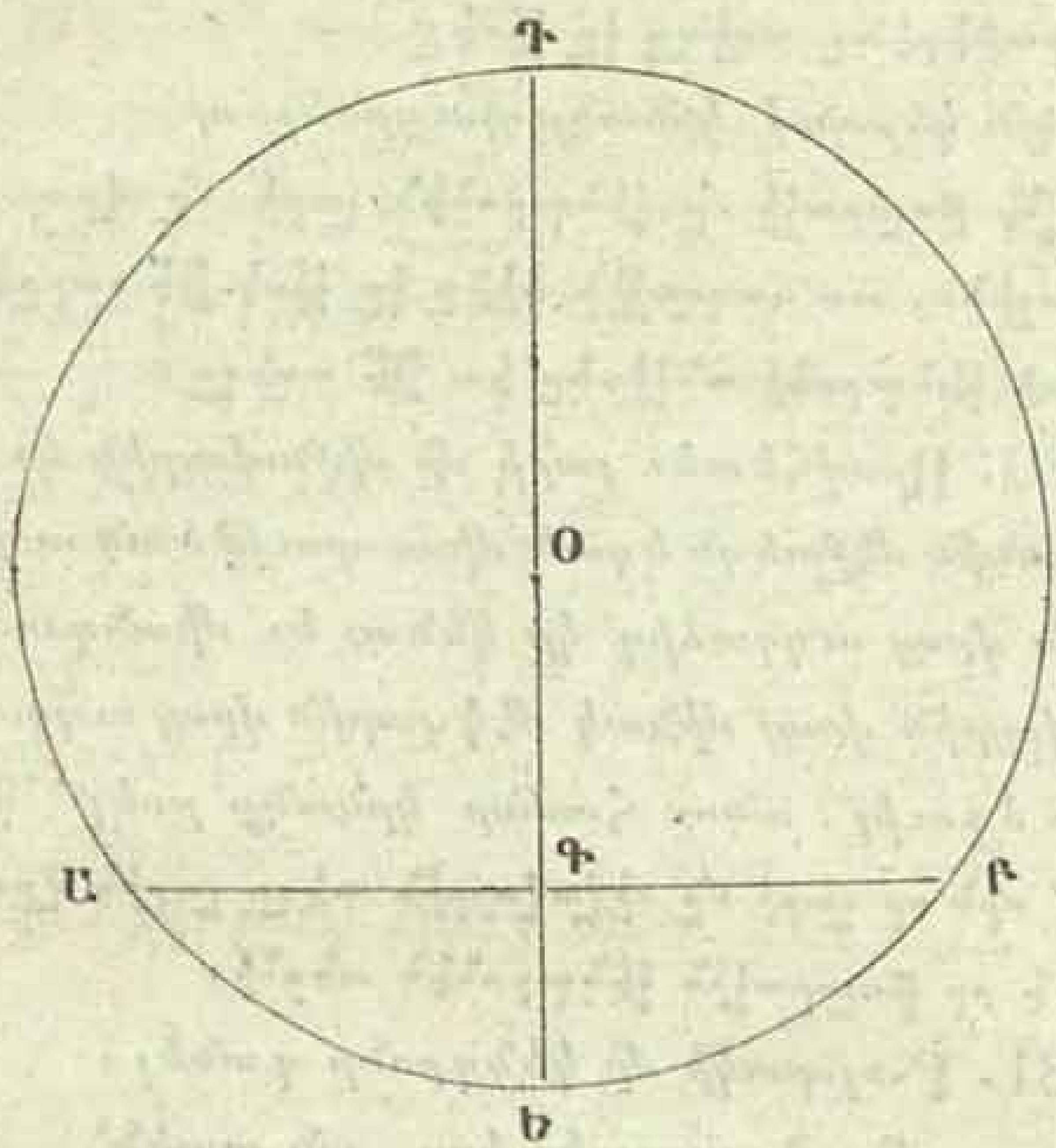
Ա. *Թէ որ ամբողջ բոլորակը կայ, ան ատեն՝*

Քաշէ ըստ կամի ԱԲ *լար մը* (Ձեւ 161), *կիսէ նոյնը եւ անոր կիսուելու կէտին* Գ*ին վրայ ուղղահայեաց գիծ մը ձգէ, աս ուղղահայեաց գիծը բոլորակին կեդրոնէն կ'անցնի, եւ անոր համար ալ՝ թէ որ աս ուղղահայեաց գիծը երկու ծայրէն մինչեւ շրջապատը երկնցուի, բոլորակին տրամագիծը կ'ըլլայ: Անկէ ետքը՝ թէ որ* ԴԵ *տրամագիծը կիսուի՝* Օ *միջավայրը՝ փնտռուած կեդրոնն է:*

Բ. *Թէ որ ամբողջ բոլորակը չկայ, հապա մինակ մէկ աղեղը կայ, ան ատեն՝*

Քաշէ երկու զուգահեռական չեղող լարեր ԱԲ *ու* ԲԳ (Ձեւ 162), *երկուքն ալ կիսէ եւ ամէն մէկուն վրայ միջավայրին տեղը մէյմէկ ուղղահայեաց գիծ ձգէ: Անկէ ետքը որովհետեւ թէ* ԴԵ *ուղղահայեաց գիծը եւ թէ* ԶԷ *բոլորակին կեդրոնէն պիտ'որ անցնի, անոր համար կեդ-*

Ձև. 161.



գծանն ալ ուրիշ տեղ չիկրնար ըլլալ՝ բայց եթէ O հատ-մանն կէտին վրայ։

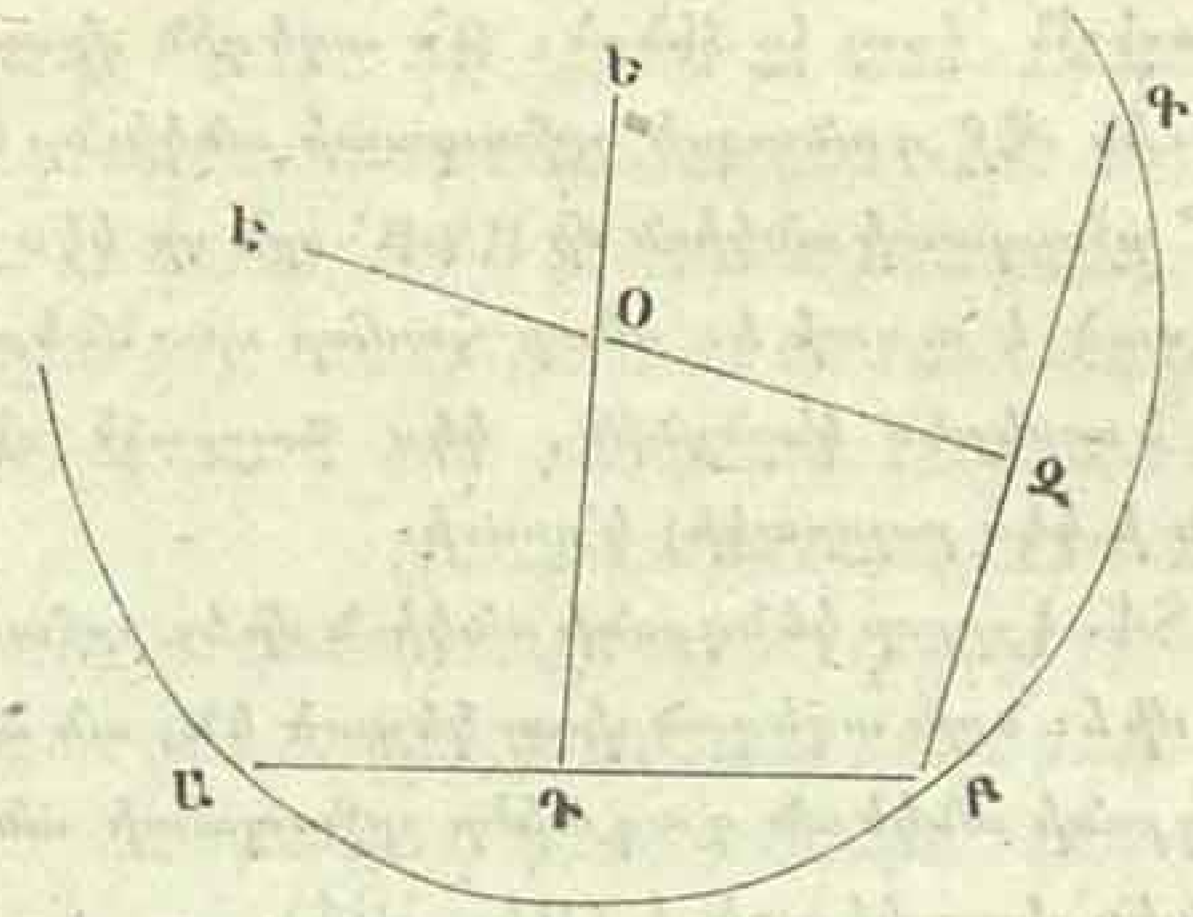
182. Երեք Ա, Բ, Գ կէտերուն վրայ (Ձև. 162) որոնք մէկ ուղիղ գծի վրայ չեն, բոլորակ մը գծել։

Պէտք է ծանօթ կէտերուն մէջ՝ ԱԲ ու ԲԳ ուղիղ գծերը եւ նոյները գծագրուելիք բոլորակին աղեղները բռնել, ան ատեն կրնաս 181 ին բ ին մէջ բռնած կերպով O կեդրոնը գտնել. աս բոլորակին կէս տրամագիծը կամ ճառագայթը OԱ, OԲ կամ OԳ է, անանկ որ անկէ ետքը բոլորակը ալ կրնաս ամբողջ քաշել։

Ուրեմն երեք ուղիղ գծի մը վրայ չեղած կէտերով, բոլորակ մը ամբողջ որոշուած է կամ կը գտնուի։

183. Թէ որ բոլորակի մը շրջապատին մէկ կէտէն

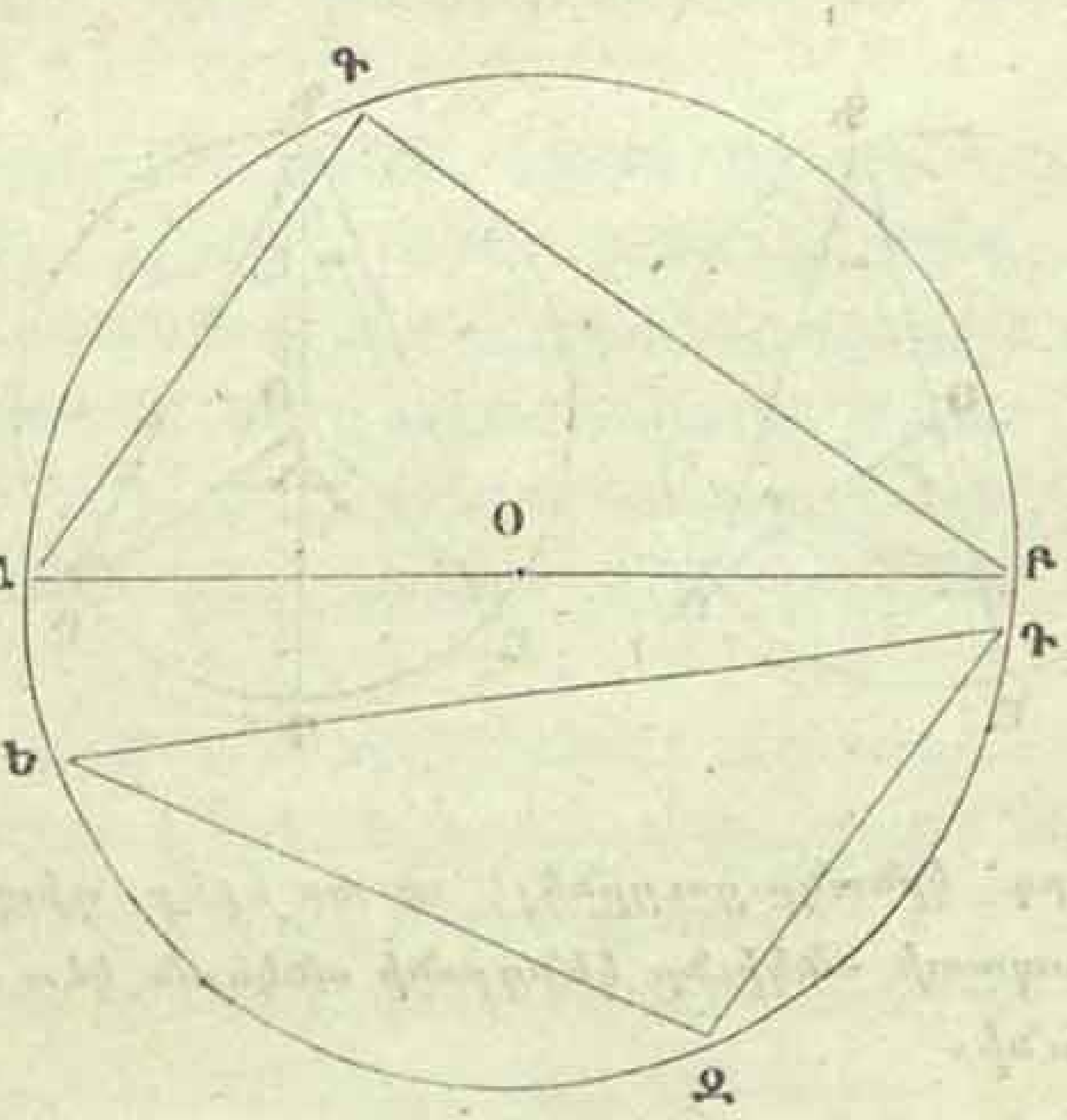
Ձեւ 162.



երկու լար քաշուի, ասոնցմէ գոյացած անկիւնը շրջապատի անկիւն կ՚ըսուի։

Բոլոր 163 Ձեւին մէջ գտնուած շրջապատի անկիւնները անուանէ։

Ձեւ 163.



Թէ կենդրոնի անկիւններուն եւ թէ շրջապատի անկիւններուն համար կ'ըսուի՝ որ ի ր ե ն ց ս ր ու ն ք ն ե ր ու ն մ է ջ ի ն կ ո ղ ա ղ ե ղ ի ն վ ր ա յ կ ը կ ե ն ա ն։ Ո՞ր աղեղին վրայ կը կենայ 163 Ձեւին մէջ գտնուած շրջապատի անկիւնը։

Շրջապատի անկիւն մը ԱԳԲ՝ որն որ կէս բոլորակին վրայ կեցած է ուստի եւ անոր համար սրունները տրամագծի մը ծայրերէն կ'անցնին, կ է ս բ ո լ ո ր ա կ ի մ է ջ ա ն կ ի ւ ն (անկիւն ի կէս բոլորակի) կ'ըսուի։

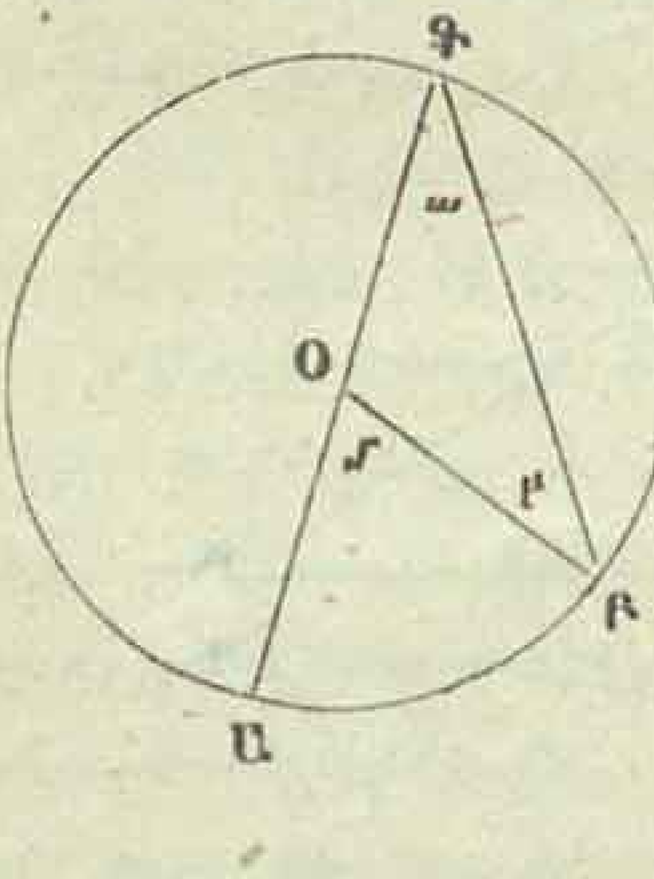
184. Երբոր կենդրոնի անկիւն մը եւ շրջապատի անկիւն մը միեւնոյն աղեղան վրայ կեցած են, ան ատեն՝ կամ

Ա. կենդրոնի անկեան գագաթը շրջապատի անկեան մէկ սրունքին վրայ կեցած է (Ձեւ 164),

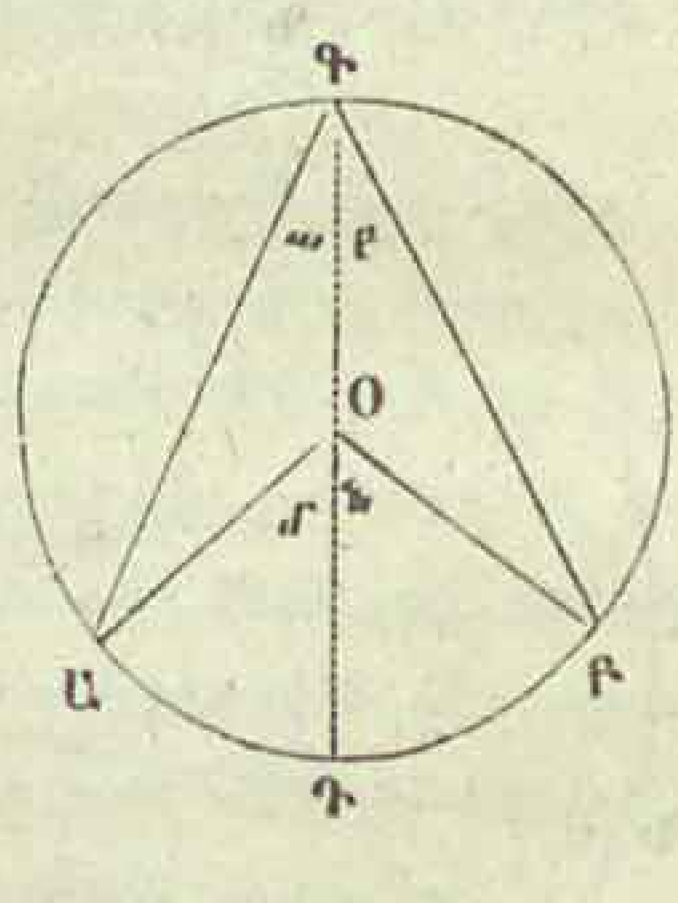
Բ. կամ կենդրոնի անկեան գագաթը՝ շրջապատի անկեան սրունքներուն մէջը կեցած է (Ձեւ 165),

Գ. եւ կամ կենդրոնի անկեան գագաթը շրջապատի անկիւնէն դուրս կ'իյնայ (Ձեւ 166)։

Ձեւ 164.

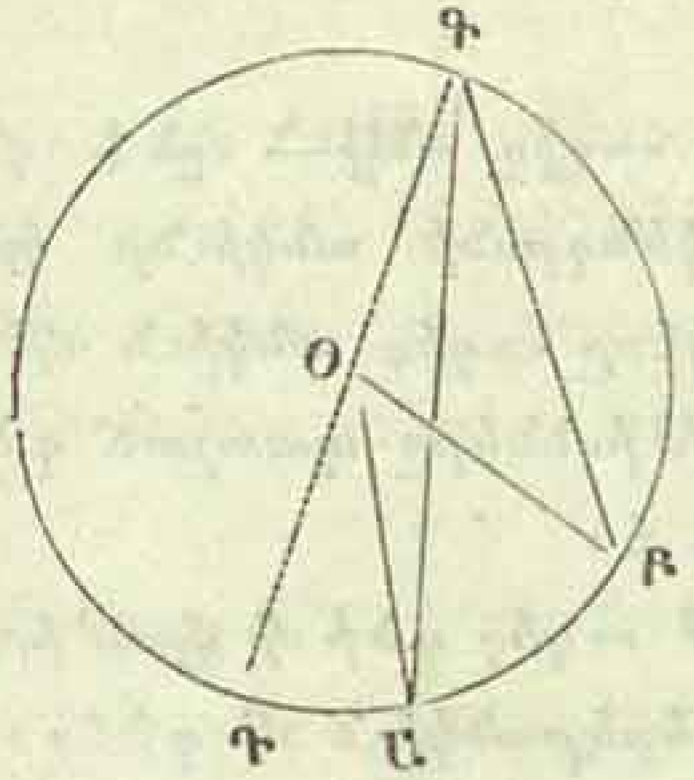


Ձեւ 165.



Արդ՝ կրնանք ցուցնել որ աս երեք դիպուածին մէջ շրջապատի անկիւնը կենդրոնի անկեան կէս մեծութիւնն ունի։

Ձեւ 166.



Ա. Տ անկիւնը (Ձեւ 164) ԲՕԳ երեքանկեան արտաքին անկիւնն է, եւ անոր համար երկու ներքին ա եւ բ հակակայ անկիւններուն գումարին հաւասար է. բայց ա եւ բ, հաւասարասրուն երեքանկեան մը խարսխին վրայ գտնուող անկիւններ ըլլալով, իրարու հաւասար են, ուստի եւ ա անկիւններուն ամէն մէկը Տ անկեան կէսն է. ուրեմն ա $= \frac{1}{2}$ Տ է:

Բ. Երկրորդ դիպուածը (Ձեւ 165) կրնայ առջի դիպուածին դառնալ: Այսինքն՝ թէ որ ԳԴ տրամագիծը քաշելու ըլլանք, աը՝ Տին կէսն է, բը՝ Նին կէսն է, ուստի եւ ային եւ բին գումարն է, այսինքն ԱԳԲ շրջապատի անկիւնը՝ Տին ու Նին գումարին կէս մեծութիւնն ունի, այսինքն՝ ԱՕԲ կենդրոնի անկեան կէս մեծութիւնն ունի:

Գ. Նոյնպէս թէ որ Ձեւ 166ին մէջ ԳԴ տրամագիծը քաշելու ըլլանք՝ (Ա.ին համեմատ) ԲԳԴ անկիւնը՝ ԲՕԴ անկեան կէսն է ու ԱԳԴ՝ ԱՕԴին կէսն է, ուստի եւ ԲԳԴին ու ԱԳԴին տարբերութիւնը՝ այսինքն ԱԳԲ, ԲՕԴին ու ԱՕԴին տարբերութեանը կէս մեծութիւնն ունի, այսինքն ԱՕԲ կենդրոնի անկեան կէսն է:

Ուրեմն՝ թէ որ մէկ շրջապատի անկիւն մը եւ մէկ կենդրոնի անկիւն մը մի եւ նոյն աղեղան վրայ կեցած են, շրջապատի անկիւնը կենդրոնի անկեան կէսն է:

185. Աս նախադասութենէն յառաջ կու գայ որ՝

Ա. Շրջապատի անկիւնները՝ որոնք նոյն աղեղան վրայ կեցած են, իրարու հաւասար են. վասն զի սա շրջապատի անկիւններուն ամէն մէկը՝ մի եւ նոյն կեդրոնի անկեան կէսն է։

բ. Ամէն անկիւն ի կէս բոլորակի՝ ուղիղ անկիւն մըն է. վասն զի համապատասխանող կեդրոնի անկիւնը կրկին ուղիղ անկիւն է եւ անոր կէսը ուղիղ անկիւն մըն է։

Աս երկու նախադասութիւնները պատշաճ գծագրութիւններով զգալի ընելու է։

Ինչպէս կրնանք ծանօթ ուղիղ գծի մը վրայ՝ իբրեւ ներքնաձգի վրայ՝ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը գծել։

3. Հատանողներ ու Շօշափողներ։

186. Բոլորակ մը եւ ուղիղ գիծ մը երկուքէն աւելի կէտերու վրայ իրար չեն կրնար կտրել։

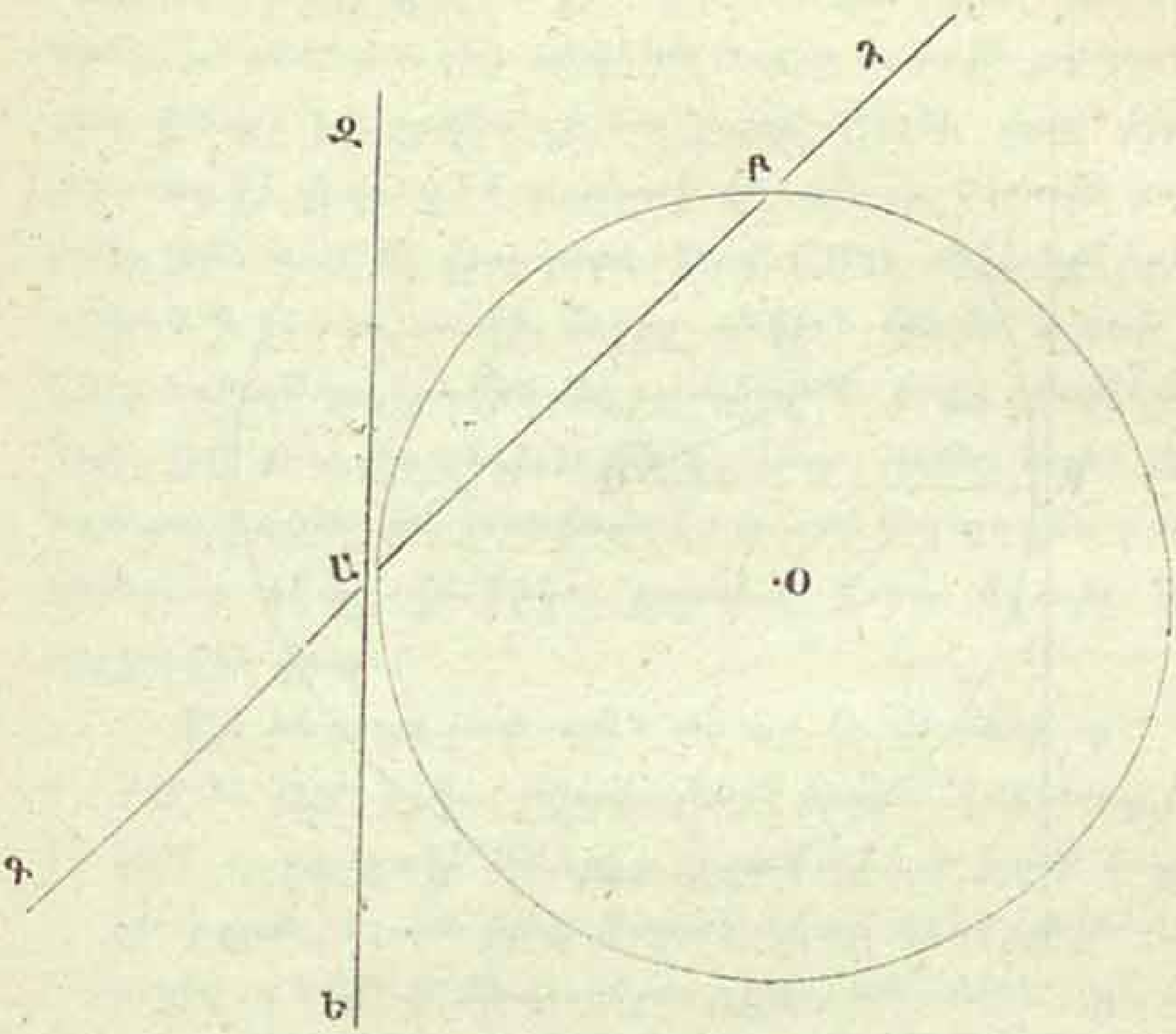
Ուղիղ գիծ մը՝ որն որ բոլորակի մը շրջապատը երկու կէտի վրայ կը կտրէ, Հատանող (sécante) կ'ըսուի. օրինակի աղագաւ՝ ԳԴ ուղիղ գիծը, (Ձեւ 167) որն որ շրջանակը Ա եւ Բ կէտերուն վրայ կը կտրէ։

Արդ՝ թէ որ զհատանողը անանկ Ա կէտին վրայ շարժենք՝ որ երկրորդ հատման կէտը՝ այսինքն Բը երթալով դէպ ի Ա գայ, մինչեւ որ վերջապէս Աին հետ նոյն տեղը բռնէ, ան ատեն հատանողը ԽՋ ուղիղ գծին կը դառնայ՝ որն որ շրջապատին մինակ Ա կէտը կը շօշափէ։

Ասանկ ուղիղ գիծ մը՝ որն որ բոլորակին հետ մինակ կէտ մը հասարակաց ունի, անանկ որ իրեն ուրիշ ամէն կէտերը բոլորակէն դուրս կեցած են, բոլորակին Շօշափող կ'ըսուի։

187. Թէ որ ԲԳը (Ձեւ 168) բոլորակին շօշափող է, ան ատեն աս շօշափողին ամէն կէտերը, Աը ի բաց առեալ, պէտք է որ բոլորակէն դուրս կեցած ըլլան։ Ուստի՝ թէ որ Օէն դէպ ի Գ կէտ մը ուղիղ գիծ մը քաշելու

Ձեւ 167.



ըլլանք, ատ ուղիղ գիծը հարկաւ բոլորակին կէս տրամագծէն երկայն, ուստի եւ ԱՕէն երկայն պիտ'որ ըլլայ. ուրեմն ԱՕ ամենէն կարճ ուղիղ գիծը պիտ'որ ըլլայ՝ որն որ Օէն դէպ ի անոր ուղիղ գիծը կարենայ քաշուիլ, այսինքն ԱՕ ⊥ ԲԳ. կամ ԲԳ ⊥ ԱՕ։

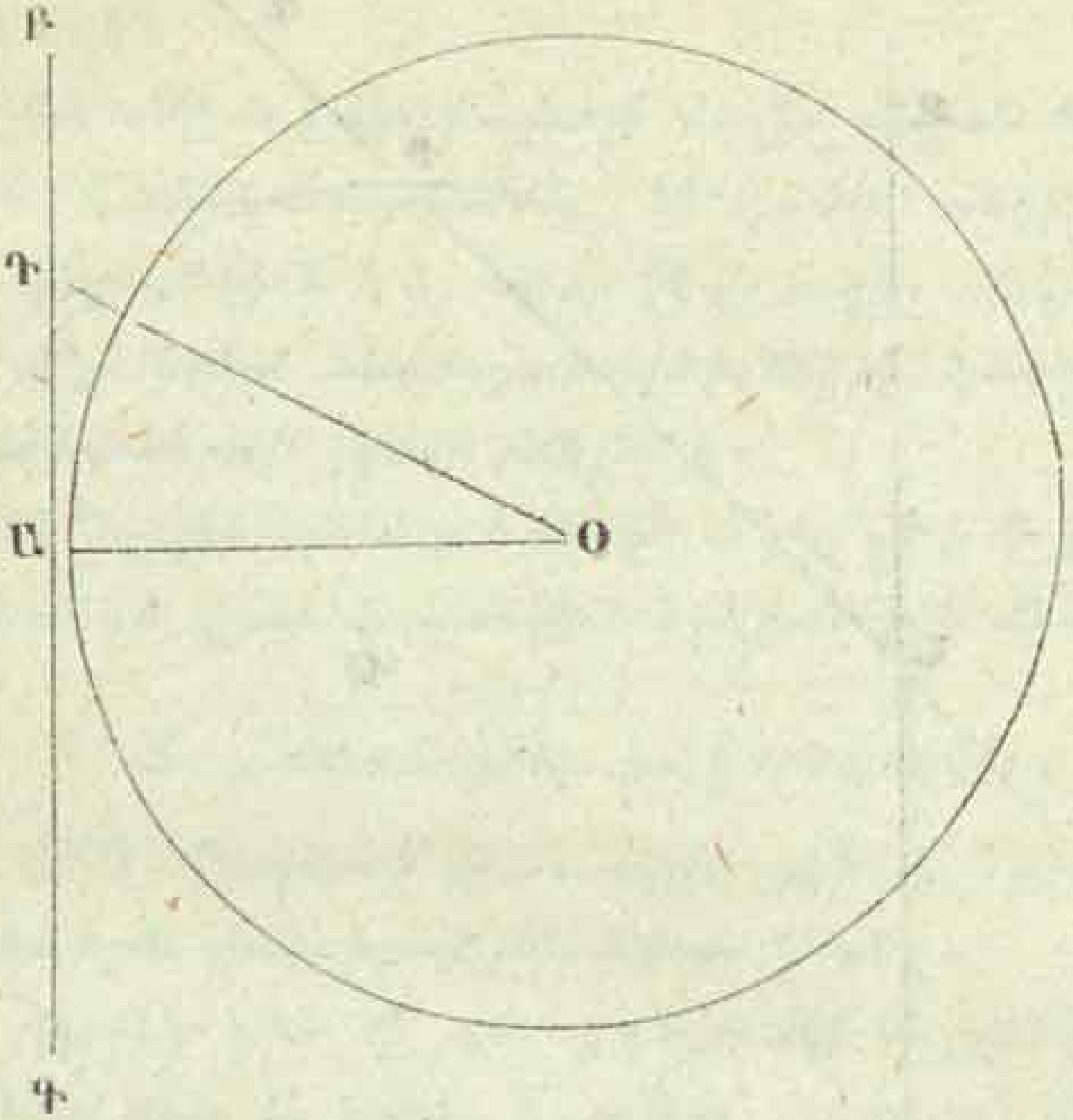
Ուրեմն՝ շօշափողը միշտ շօշափման կէտը քաշուած կէս տրամագծին կամ ճառագայթին վրայ՝ ուղղահայեաց կը կենայ։

Ի՞նչպէս կրնանք բոլորակին մէկ կէտէն բոլորակին վրայ շօշափող մը քաշել։

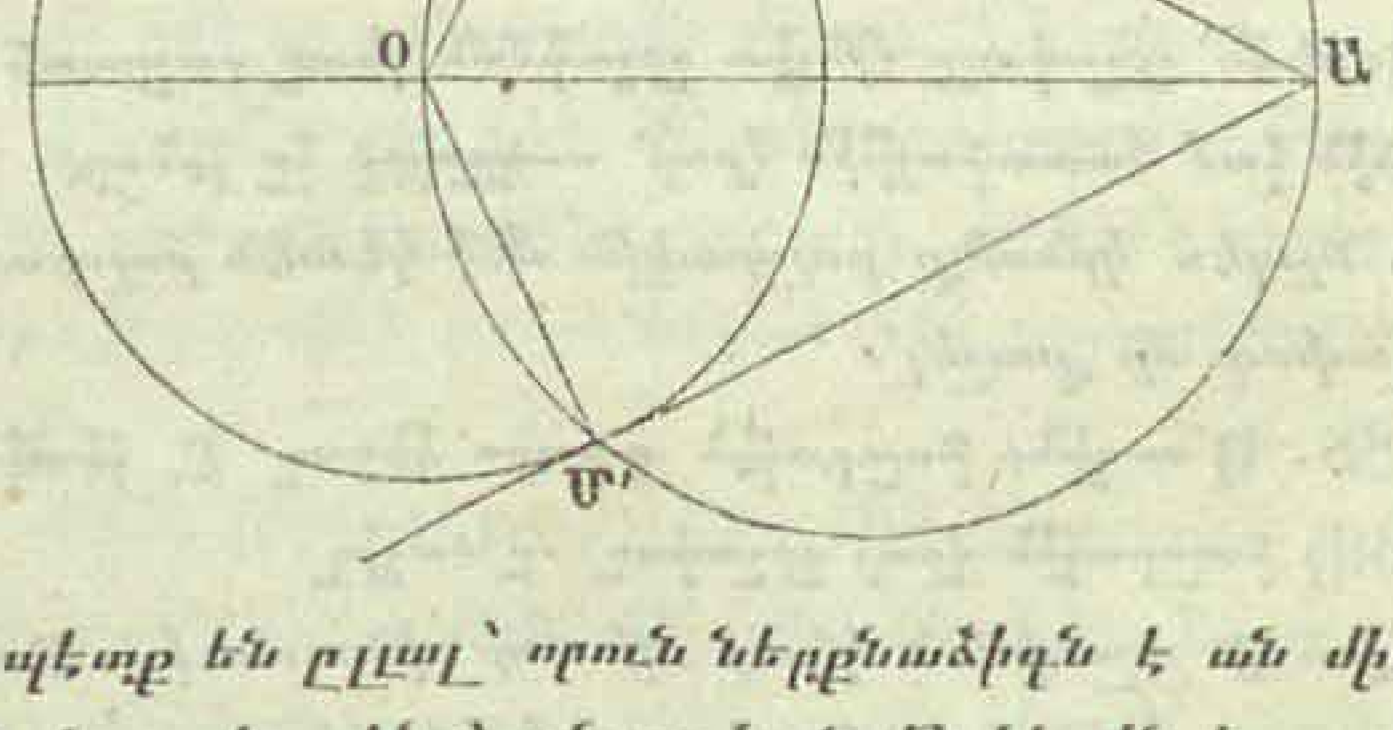
188. Տրուած բոլորակին վրայ եղող Ա կէտէ մը (Ձեւ 169) բոլորակին վրայ շօշափող մը քաշել։

Հոս Մ շօշափման կէտը պիտ'որ փնտռուի։ Մտածելով՝ որ շօշափողն եւ դէպ ի շօշափման կէտը քաշուած կէս տրամագիծը՝ անանկ ուղղանկիւն երեքանկեան մը էջ-

Ձեւ 168.



Ձեւ 169.



քերը պէտք են ըլլալ՝ որուն ներքնաձիգն է ան միաւո-րութեան ուղիղ գիծը՝ որն որ ծանօթ կէտին եւ բոլորակին կենդրոնին մէջ կ'երկըննայ, անկէ ետքը աս խնդրոյն մէջ ուրիշ բան չիմնար՝ բայց եթէ ԱՕին վրայ իբրեւ ներքնաձիգի մը վրայ՝ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը գծագրել, անանկ որ ուղիղ անկեան ծայրը ծանօթ բոլորակին վրայ իյնայ։ Եւ որպէս զի աս ըլլայ՝ ԱՕին վրայ իբրեւ տրամագծի վրայ՝ գծէ բոլորակ մը, որն որ ծանօթ բոլորակը Մին ու Մ՛ին վրայ կտրէ։ Արդ՝ ԱՄՕ անկիւնը՝ իբրեւ անկիւն ի կէս բոլորակի, ուղիղ անկիւն մըն է, ուստի եւ ԱՄը ծանօթ բոլորակին մէկ շօշափողն է։ Բայց որովհետեւ նաեւ ԱՄ՛Օ ուղիղ անկիւն մըն է, անոր համար նաեւ ԱՄ՛ նոյն բոլորակին մէկ շօշափողն է։ Ուստի բոլորակէն դուրս գտնուող կէտէ մը՝ երկու շօշափող կրնայ ձգուիլ նոյն բոլորակին վրայ։

Աս խնդրոյս լուծումէն աս ալ կը հետեւի որ՝

Ա. ԱՄ եւ ԱՄ՛ երկու շօշափողներն իրարու հաւասար են։

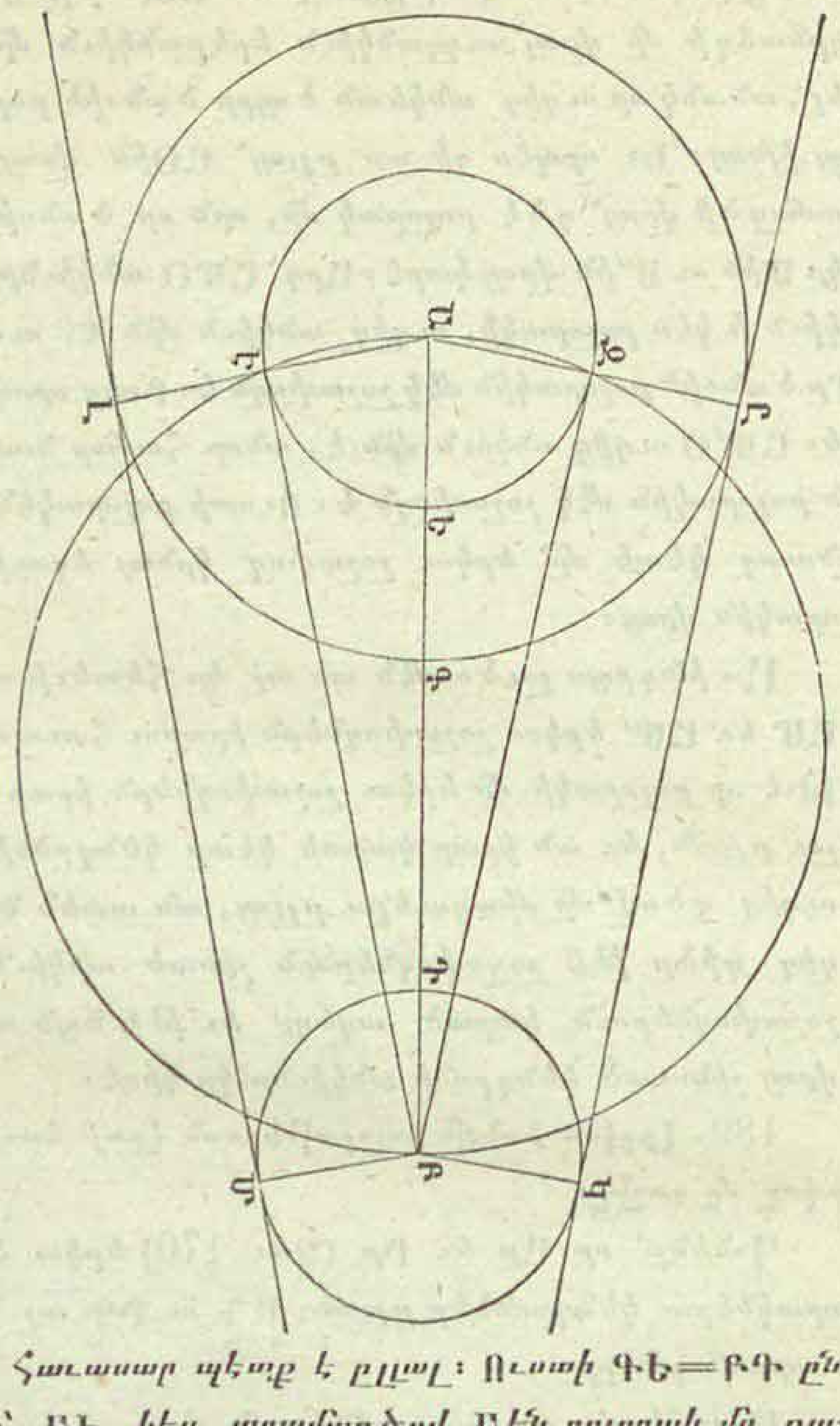
Բ. Թէ որ բոլորակի մը երկու շօշափողներն իրար կտրելու ըլլան, եւ ան իրար կտրած կէտը կենդրոնին հետ ուղիղ գծով մը միացուելու ըլլայ, ան ատեն նոյն ուղիղ գիծը թէ շօշափողներուն շինած անկիւնը, թէ շօշափողներուն կտրած աղեղը եւ թէ նոյն աղեղան վրայ շինուած կենդրոնի անկիւնը կը կիսէ։

189. Երկու ծանօթ բոլորակներուն վրայ՝ հասարակաց շօշափող մը քաշել։

Գտնենք՝ որ Աը եւ Բը (Ձեւ 170) երկու ծանօթ բոլորակներու կենդրոններ ըլլան, ԱԳ ու ԲԳ ալ անոնց կէս տրամագծերը։

Որովհետեւ աս բոլորակներուն հասարակաց շօշափողը՝ դէպ ի շօշափման կէտերը քաշուած երկու կէս տրամագծերուն վրայ ուղղաձիգ պիտ՚որ կենայ, հարկաւ աս կէս տրամագծերը զուգահեռական պիտ՚որ ըլլան, իսկ փնտռուած շօշափողին երկու կենդրոններէն ունեցած հեռաւորութիւնը՝ համապատասխանող կէս տրամա-

Ձև. 170։



գծին հաւասար պէտք է ըլլայ։ Ուստի ԳԵ=ԲԳ ընելէն ետքը՝ ԱԵ կէս տրամագծով Աէն բոլորակ մը քաշելու ըլլանք, ան ատեն հաստատակից շօշափողը աս բոլորակին շրջապատէն այնչափ հեռու պիտ'որ ըլլայ՝ որչափ որ փոքրագոյն բոլորակին Բ կեդրոնէն հեռու է։ Անոր համար՝ նոյն շօշափողը գտնելու համար ամենէն յարմար կերպն է՝ նախ Բէն դէպ ի վերջին անգամ՝ գծուած բոլորակին վրայ շօշափող մը քաշել, ԱԲին վրայ իբրեւ տրամագծի մը վրայ բոլորակ մը ձգելով՝ որն որ առջի բոլորակը Զ ու Է կէտերուն վրայ կը կտրէ. անկէ ետքը՝ ԲԶ ու ԲԷ՝ ԱԵ կէս տրամագծով քաշուած բոլորակին շօշափողներն են: Ետքէն թէ որ ԱԶ կէս տրամագիծը՝ մինչեւ Ը երկընցը-նելու ըլլանք, ու քաշելու ըլլանք ԲԿ ∥ ԱԸ եւ ԸԷն ու ԿԷն ուղիղ գիծ մը քաշելու ըլլանք, ան ատեն ԲԶԸԿ զուգահեռագիծ մըն է, որովհետեւ Զին քովի անկիւնը ուղիղ է, անոր համար ուղղանկիւն մըն է. ուրեմն ԸԿը՝ ԱԸ ու ԲԿ կէս տրամագծերուն վրայ ուղղաձիգ կը կենայ եւ ասոր համար երկու ծանօթ բոլորակներուն հասարակաց շօշափողն է: Թէ որ նոյն կերպով նաեւ ԱԷ կէս տրամա-գիծը մինչեւ Լ երկընցընենք, ԲՄ ∥ ԱԼ քաշենք, ու ԼՄ ուղիղ գիծը գծենք, նաեւ աս ուղիղ գիծը երկու բոլո-րակներուն մէկ շօշափողն է:

Աս հասարակաց շօշափողներէն զատ՝ ուրիշ երկու ուղիղ գծեր ալ կան՝ որոնք նոյնպէս երկու բոլորակներն ալ կը շօշափեն. բայց աշակերտաց տրամաութեանը կը թողունք որ ասիկայ գտնեն ու գծելով ցուցընեն:

190. Աս աշխատելու է նաեւ հետեւեալ խնդիր-ները լուծելու:

Ա. Ծանօթ կենդրոնէ մը բոլորակ մը գծել՝ որն որ ծա-նօթ ուղիղ գիծ մը շօշափէ:

Բ. Ծանօթ բոլորակի մը վրայ շօշափող մը գծել՝ որն որ ծանօթ ուղիղ գծի մը զուգահեռական ըլլայ:

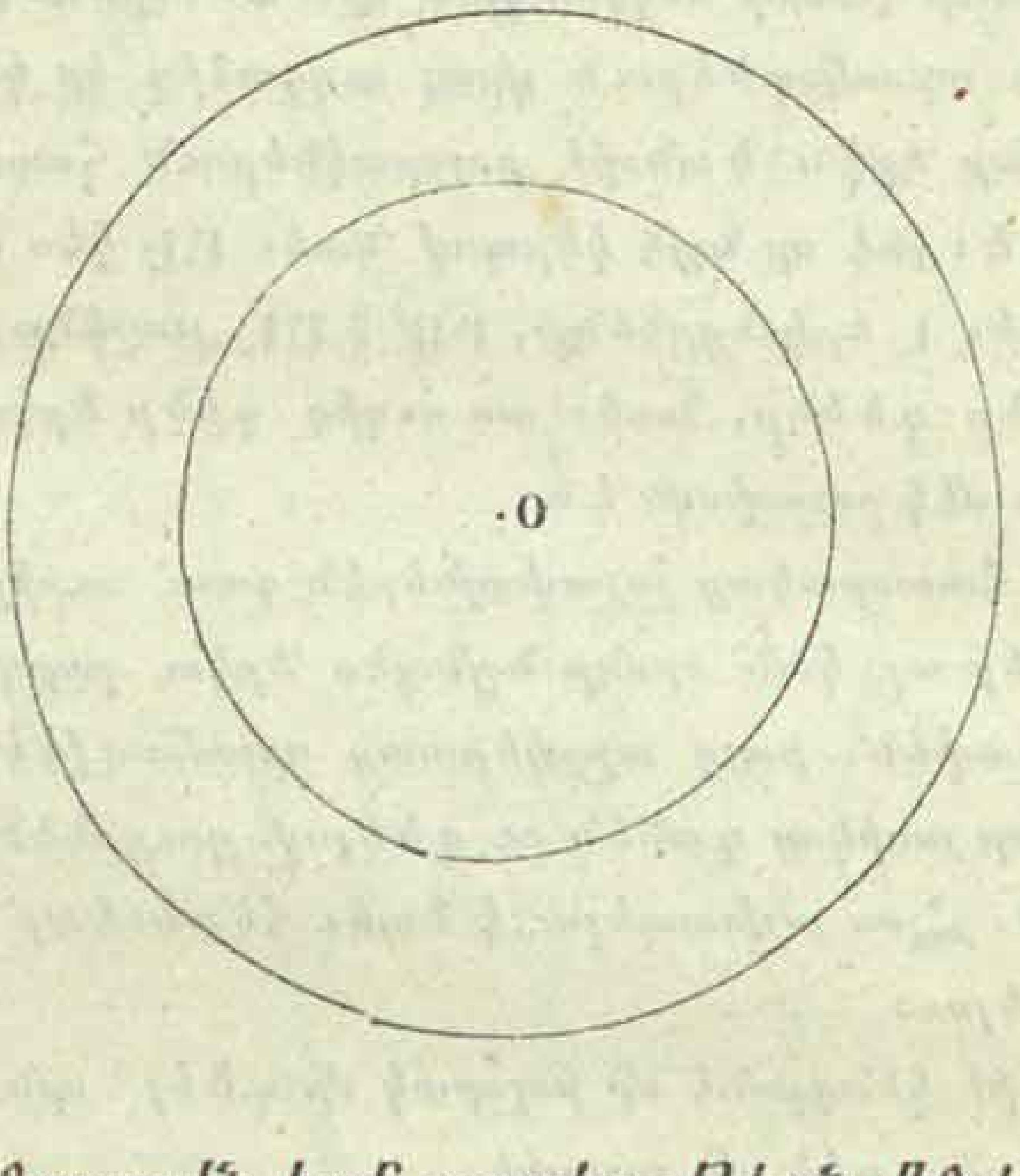
Գ. Բոլորակ մը գծել՝ որն որ երկու իրար կտրող գծերը շօշափէ: (Անորոշ խնդիր:)

Դ. Բոլորակի շրջապատին մէկ կէտէն աղեղ մը քաշել՝ որն որ կենդրոնէն ծանօթ հեռաւորութիւն մ'ու-նենայ:

4. Բոլորակներուն իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը :

191. Երկու բոլորակներու իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը՝ իրենց կենդրոնին դիրքէն ու իրենց կէս տրամագծերուն մեծութենէն (չափէն) կախում ունի։

Երկու բոլորակներ՝ որոնք մի եւ նոյն կենդրոն ունին, ինչպէս 171 Ձեւոյն մէջ, համակենդրոն կ'ըսուին. Ձեւ. 171.



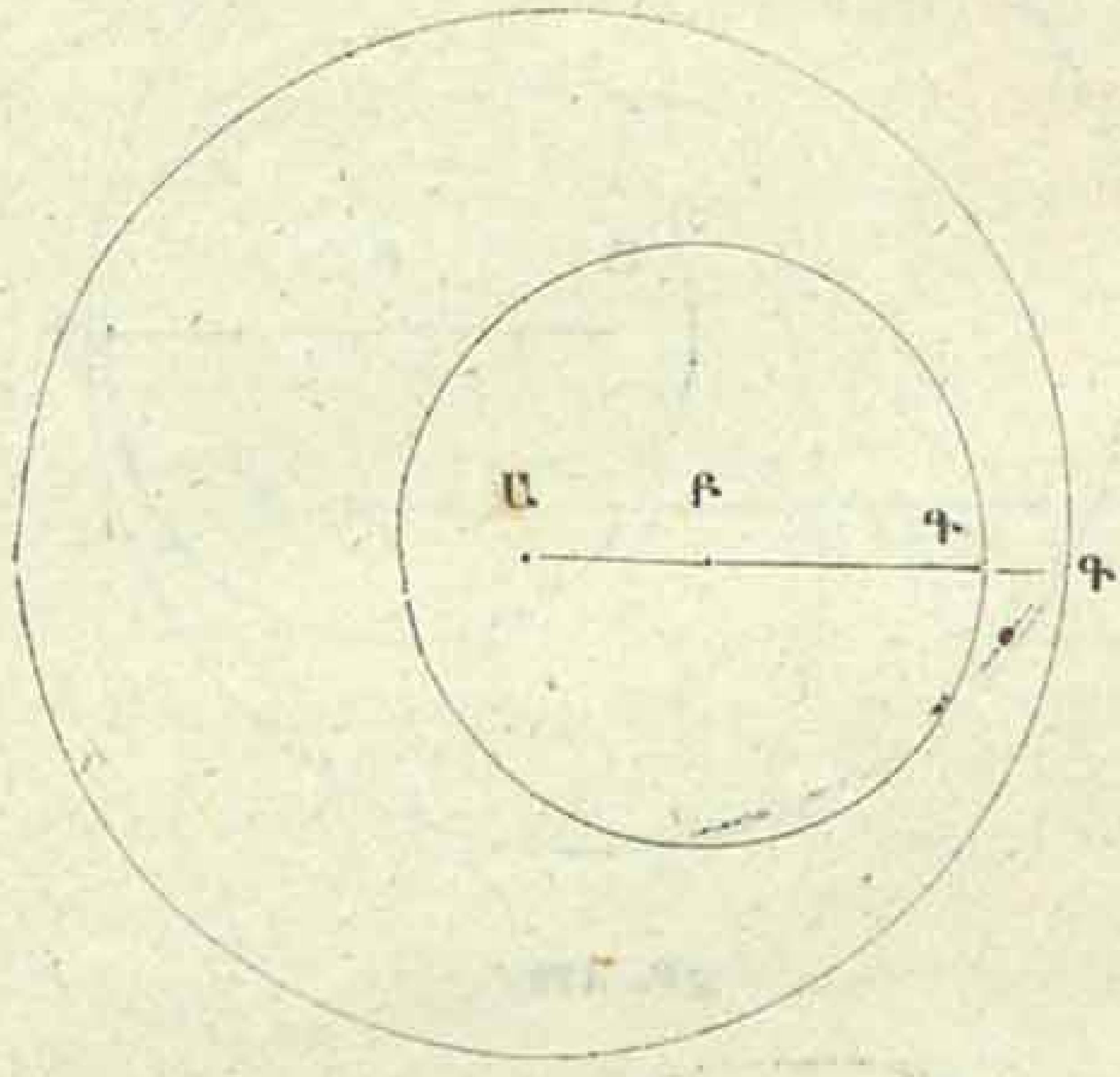
կուքին շրջապատին կամ պարբերութեան մէջ եղած երեսը օղ կ'ըսուի։

Թէ որ երկու բոլորակ զանազան կենդրոն ունին, արտակենդրոն կ'ըսուին. երկու կենդրոններուն միաւորութեան ուղիղ գիծը՝ կենդրոնական գիծ կ'ըսուի։

192. Որպէս զի երկու արտակենդրոն բոլորակներուն դրից նկատմամբ զանազան դէպքերը աւելի աղէկ տեսնուին, նոյն երկու բոլորակները պահելով՝ անոնց կենդրոնները հետզհետէ իրարմէ հեռացընենք։

Ա. Յորչափ որ ԱԲ կենդրոնական գիծը փոքրագոյն է, քան թէ երկու կէս տրամագծերուն տարբերութիւնը՝ որն որ 172 Ձեւին մէջ ԱԳ—ԲԴ=ԱԲ+ԴԳ է,

Ձեւ. 172.

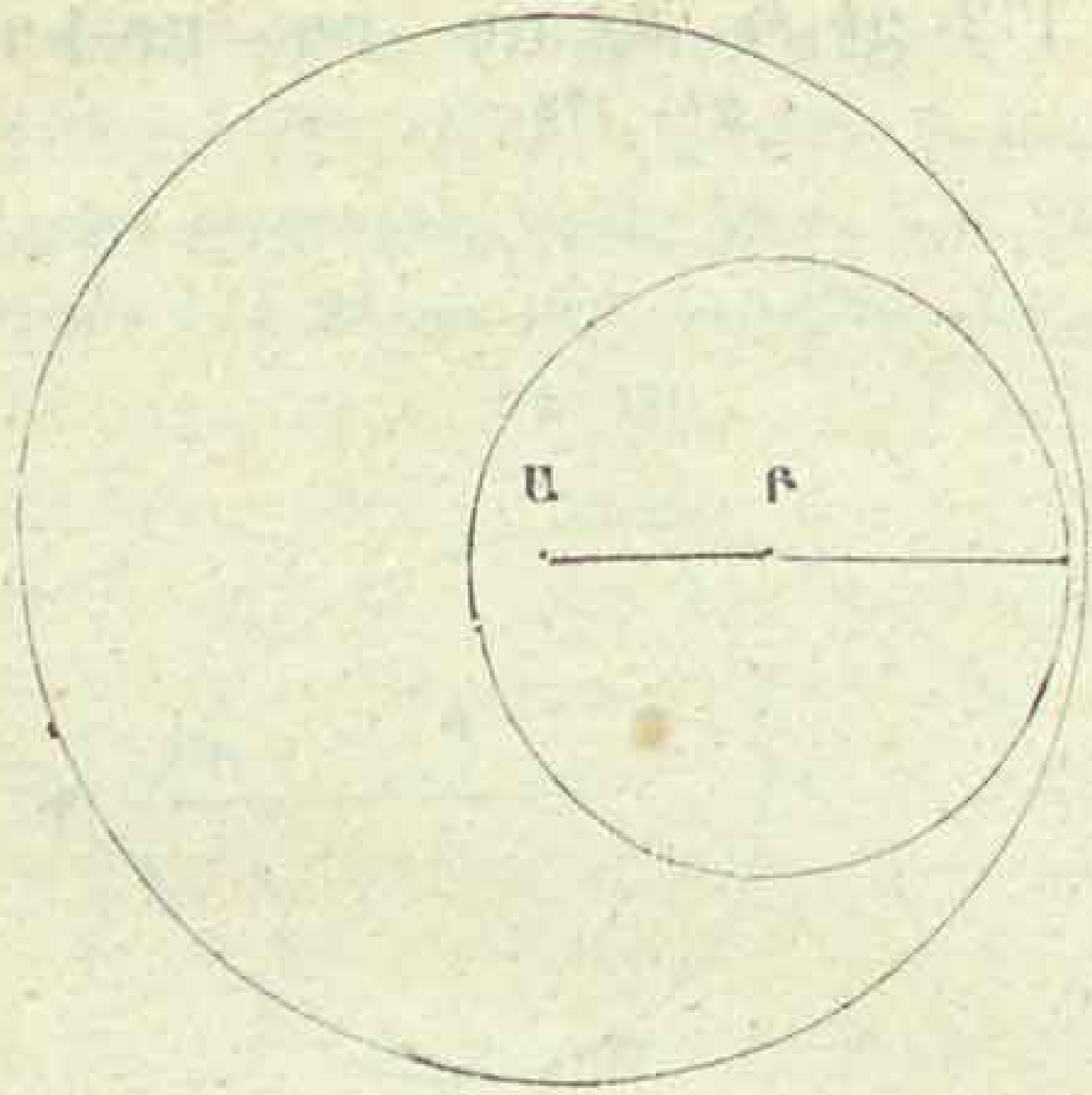


բոլորակի գծերը հասարակաց կէտ մը չունին, եւ մէկը բոլորովին մէկալին մէջն է։

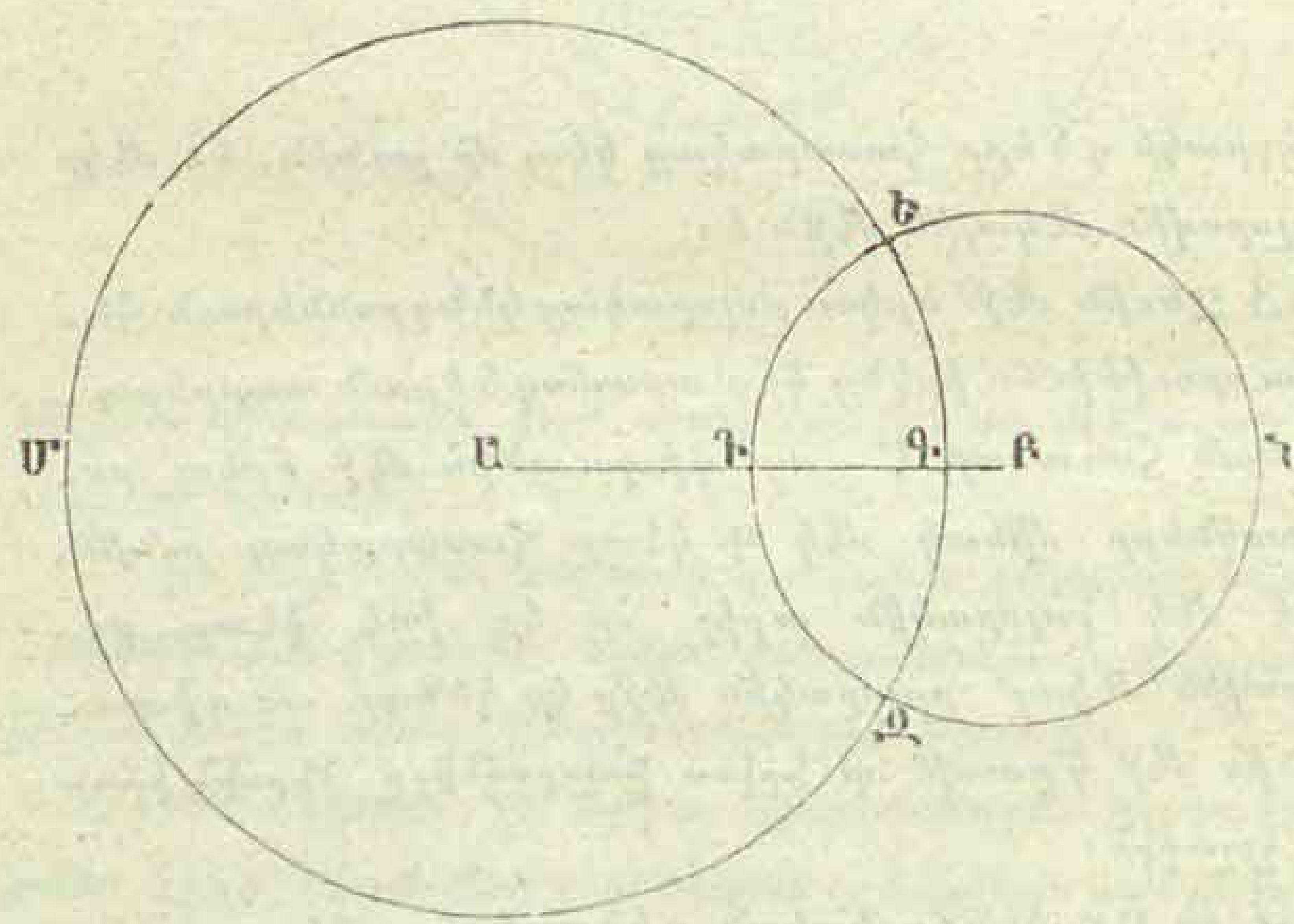
Բ. 173 Ձեւին մէջ՝ երկու բոլորակաց կենդրոններուն հեռաւորութիւնն իրենց կէս տրամագծերուն տարբերութեան հաւասար է. աս դիպուածիս մէջ երկու բոլորակները միայն մէկ Գ կէտը հասարակաց ունին, իսկ մէկ բոլորակին ուրիշ որ եւ իցէ կէտը բոլորովին մէկալ բոլորակին մէջը կը կենայ. աս դիպուածիս մէջ կ'ըսուի՝ որ երկու բոլորակները ներսէն իրար կը շօշափեն։

Գ. Թէ որ ԱԲ կենդրոնական գիծը՝ երկու կէս տրամագծերուն տարբերութենէն մեծ՝ բայց անոնց գումարէն փոքր է, ինչպէս 174 Ձեւին մէջ, ան ատեն բոլորակ-

Ձեւ 173.



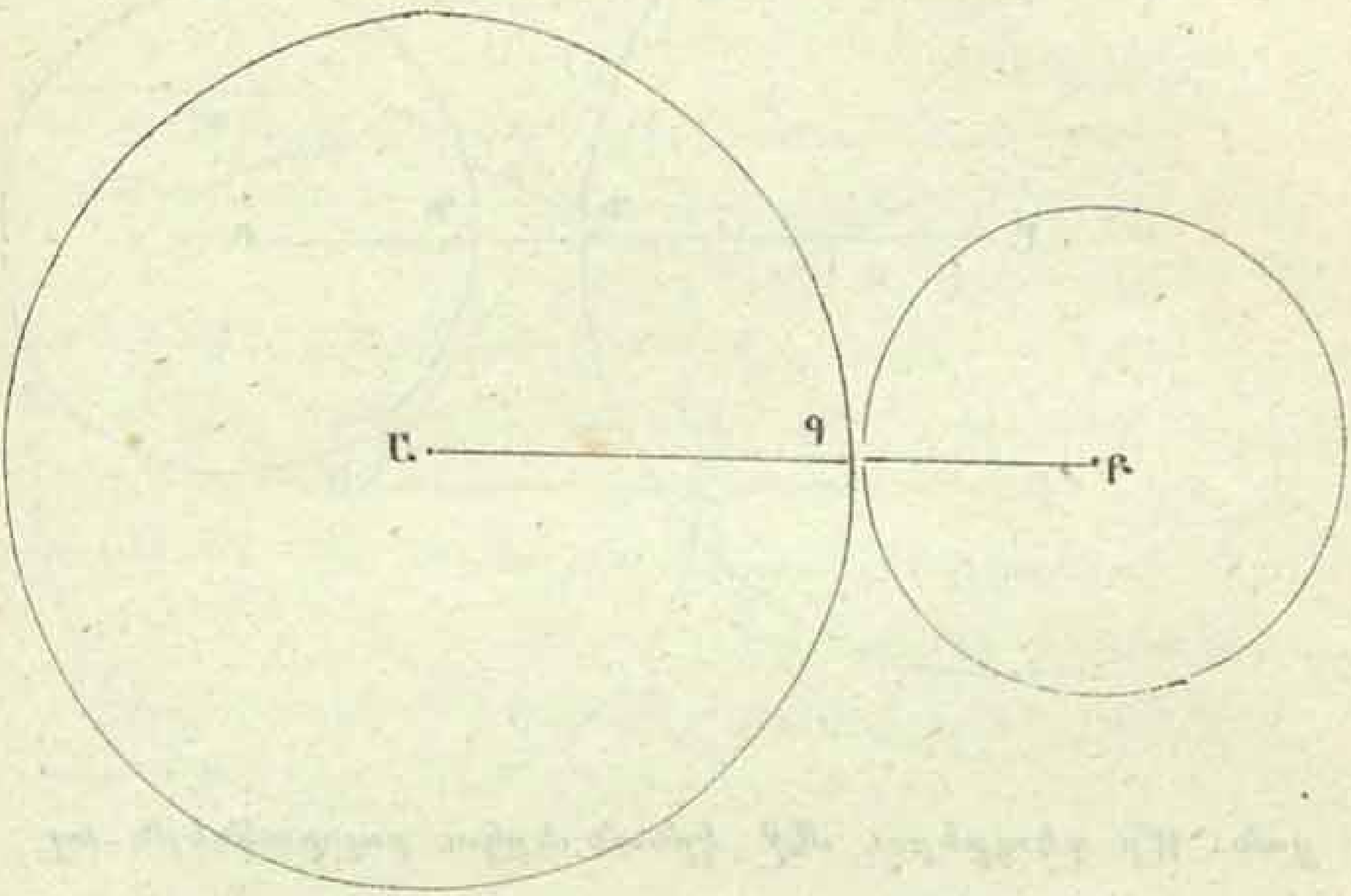
Ձեւ 174.



ները երկու Ե եւ Զ կէտերուն վրայ իրար կը կտրեն: Երկու բոլորակի երեսներուն ԵԴԶԳ հասարակաց կտորը ոսպ կ՚ըսուի, հասարակաց չեղող կտորներուն ամէն մէկը ԵՄԶԴ եւ ԵՆԶԳ լուսին կ՚ըսուի։

Դ. 175 Ձեւին մէջ կեդրոնական գիծը կէս տրամագծե-

Ձեւ 175.

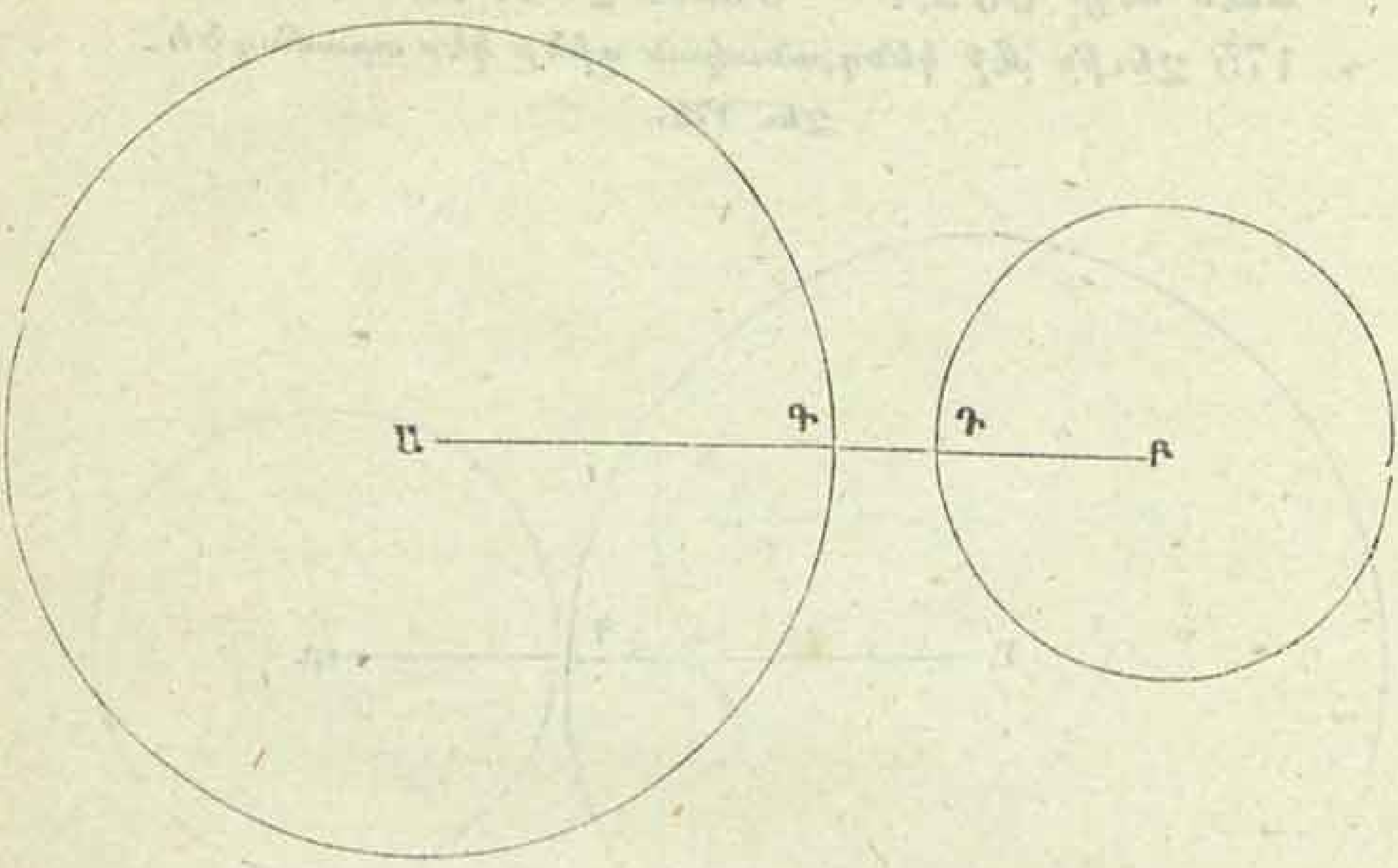


րուն գումարին հաւասար է. երկու պարբերութիւնները (շրջապատները) մինակ մէկ Գ. կէտը հասարակաց ունին, բոլորակին որ եւ իցէ ուրիշ կէտը մէկալ բոլորակէն դուրս կեցած է ։ Աս դիպուածիս մէջ կ՚ըսենք. երկու բոլորակները դրսէն իրար կը շօշափեն ։

Ե Թէ որ վերջապէս երկու կեդրոններուն հեռաւորութիւնը՝ կէս տրամագծերուն գումարէն մեծ է, ինչպէս Ձեւ 176ին մէջ, ան ատեն երկու բոլորակները հասարակաց կէտ մը չունին, հապա մէկ բոլորակին շրջապատին ամէն մէկ կէտը՝ մէկալ բոլորակին պարբերութենէն դուրս կեցած է ։

Հոս միայն երկու անհաւասար բոլորակներ դիտուե-

Ձեւ 176.



ցան։ Ո՞ր դէպքերու մէջ կրնան երկու բոլորակներն ալ հաւասար ըլլալ։

193. Խնդիրներ։

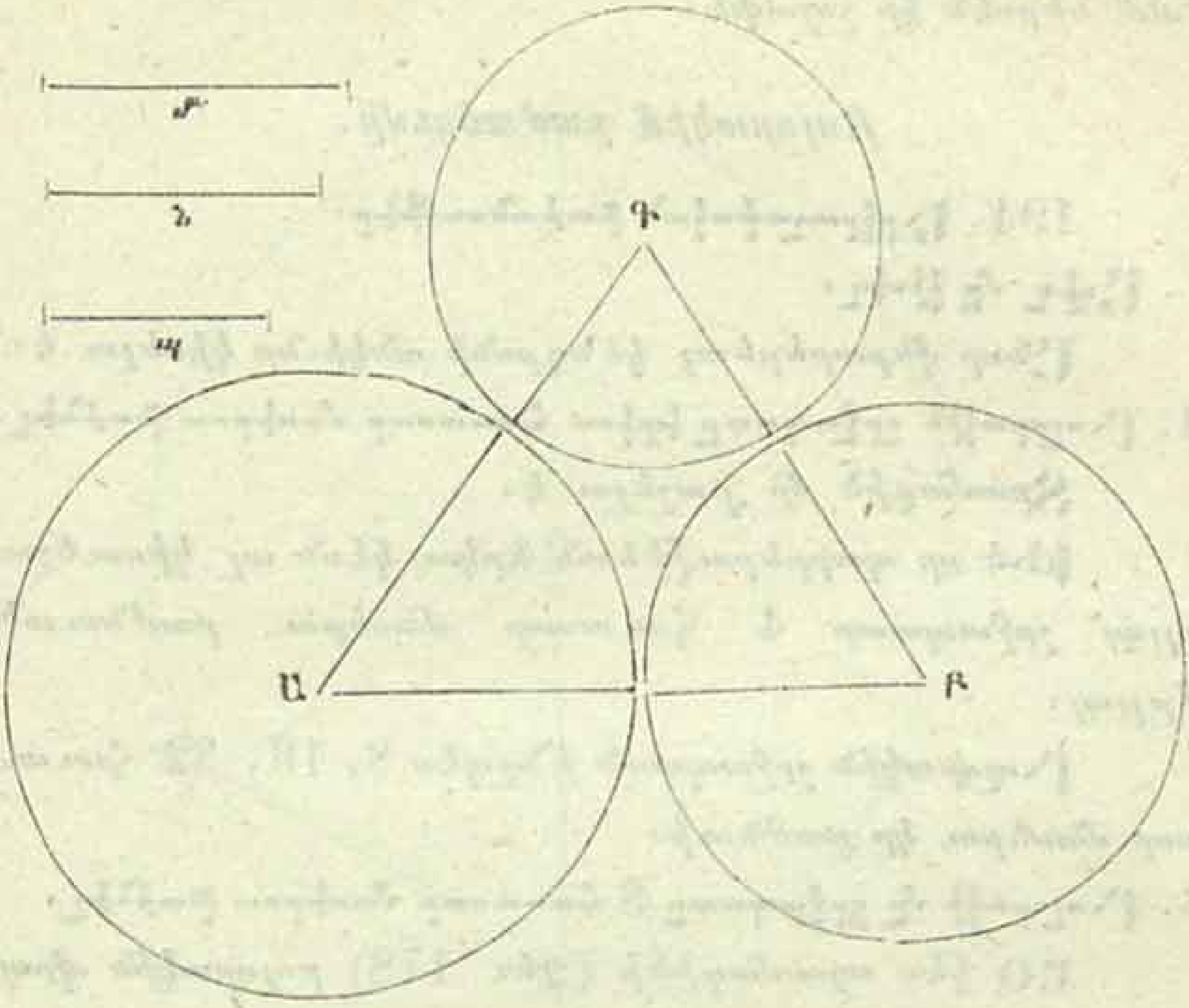
1. Գծէ երկու բոլորակ՝ ծանօթ կէս տրամագծով, անանկ որ ներսէն իրար շօշափեն։
2. Երկու՝ իրենց կէս տրամագծերը ծանօթ բոլորակներ քաշէ, անանկ որ դուրսէն իրար շօշափեն։

Աս երկու խնդիրներուն լուծումը կը հետեւի 192 Բ ու Դ համարէն։

3. մ, ն, պ կէս տրամագծերով (Ձեւ 177) երեք բոլորակ գծէ՝ որոնք փոփոխակի իրար դուրսէն շօշափեն։

Գծէ ԱԲ=մ+ն, ԱԳ=մ+պ ու ԲԳ=ն+պ կողերով ԱԲԳ երեքանկիւն մը, գծէ Աէն՝ մ կէս տրամագծով, Բէն ն կէս տրամագծով ու Գէն՝ պով բոլորակներ, աս բոլորակները ուզուած որպիսութիւնը կ'ունենան։

Ձեւ 177.



Ինչպէս պիտի ըլլայ լուծումը՝ թէ որ երեք բոլորակներն ալ հաւասար կէս տրամագիծ ունին։

Աշխատելու է հետեւեալ խնդիրներն ալ լուծելու, այսինքն՝

4. Մէկ բոլորակի մը մէջ երկու բոլորակներ անանկ գծել՝ որ ան մէկ բոլորակը ներսէն շօշափեն, իսկ իրար դրսէն շօշափեն։

5. Գծէ երեք հաւասար բոլորակներ՝ որոնք իրար դրսանց շօշափեն եւ անոր բոլորտիքը չորրորդ բոլորակ մը՝ զորն որ առջի երեք բոլորակները ներսէն շօշափեն։

6. Ըլլան երկու համակեդրոն բոլորակներ եւ անոնց պզտիկին վրայ ծանօթ կէտ մը. գծէ բոլորակ մը՝ որն որ ան կէտէն անցնի ու երկու բոլորակները շօշափէ։

Աս խնդիրը երկու կերպ կրնայ լուծուիլ, վասն զի փոքրագոյն բոլորակը՝ ուղուած բոլորակը կամ դրսէն եւ կամ ներսէն կը շօշափէ։

Բոլորակին բաժանումը։

194. **Երկրաչափական բաժանումներ։**

1. **Աղեղ մը կիսել։**

Անոր վերաբերեալ կեդրոնի անկիւնը կիսելու է։

2. **Բոլորակին շրջապատը երկու հաւասար մասերու բաժնել։**

Տրամագիծ մը քաշելու է։

Թէ որ պարբերութեան երկու կէսն ալ կիսուելու ըլլայ՝ շրջապատը 4 հաւասար մասերու բաժնուած կ՚ըլլայ։

Բոլորակին շրջապատն ինչպէս 8, 16, 32 հաւասար մասերու կը բաժնուի։

3. **Բոլորակի մը շրջապատը 6 հաւասար մասերու բաժնել։**

ԱՕ կէս տրամագիծը (Ձեւ 178) բոլորակին վրայ պտըտցընելով՝ բոլորակը 6 հաւասար մաս կը բաժնուի։ — Վասն զի ԱԲՕ երեքանկիւնը հաւասարակող է, անոր համար՝ ԱՕԲ անկիւնը 60° է, ուստի եւ ԱԲ աղեղը 60° է. ուրեմն ալ ԱԲ աղեղն իրօք պարբերութեան (շրջապատին) վեցերորդ մասն է։

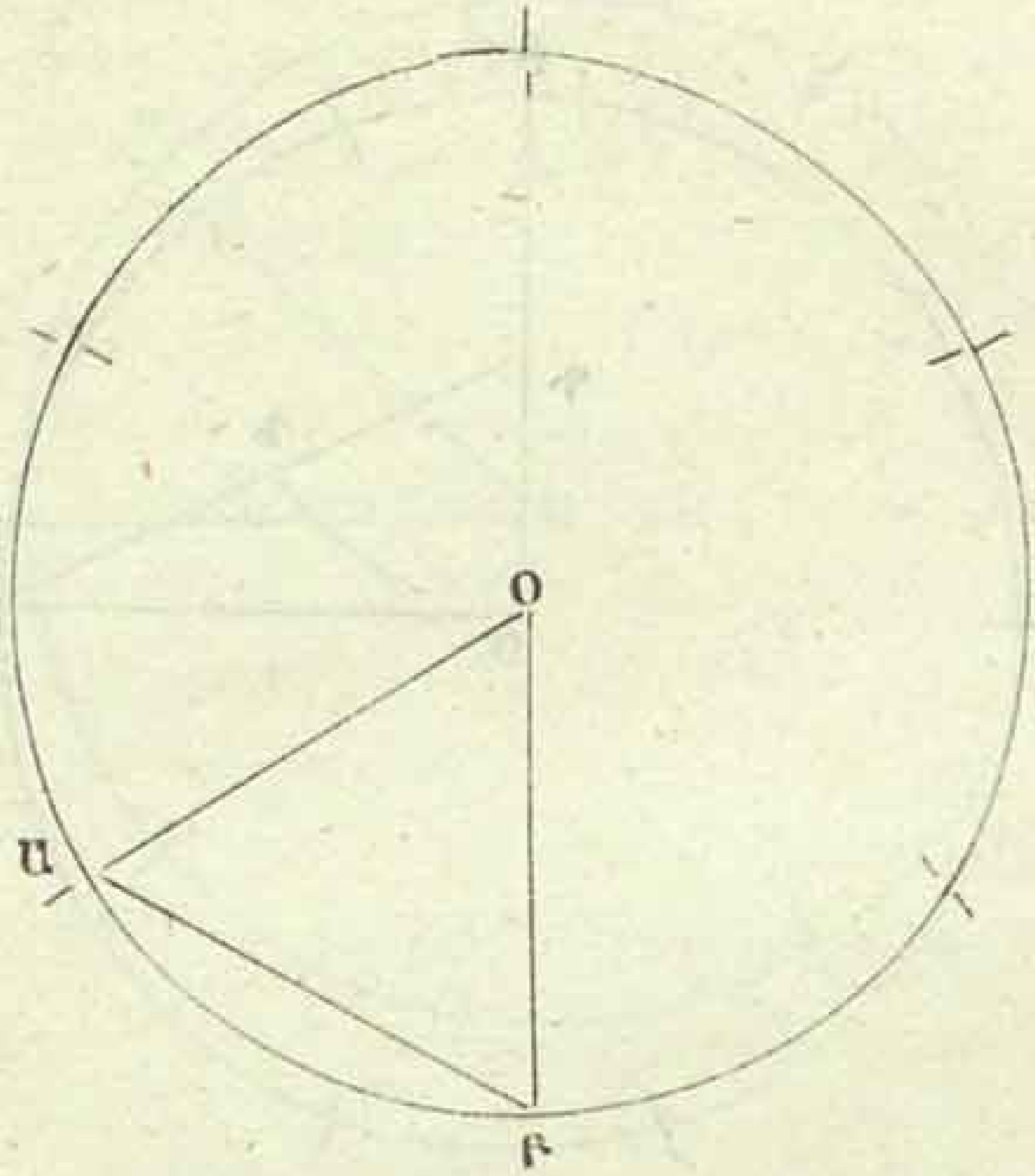
Թէ որ երկու սանկ աղեղ՝ մէկ աղեղի տեղ առնելու ըլլանք, ան ատեն բոլորակը 3 հաւասար մասերու բաժնուած կ՚ըլլայ։

Բոլորակին շրջապատը ինչպէս կը բաժնուի 12, 24 հաւասար մասերու։

Ինչպէս կրնանք բոլորակի շրջապատին չորրորդ մասը կամ **Բոլորակի քառորդը** (Quadrant de cercle) 3 հաւասար մասանց բաժնել, ինչպէս 6 հաւասար մասանց բաժնել։

4. **Պարբերութիւնը 10 հաւասար մասերու բաժնել։**

Ձև. 178.



Երկու իրարու վրայ ուղղաձիգ կէս տրամագծեր քաշէ ՕԱ եւ ՕԲ. ՕԲը կիսէ Գ.ին վրայ, քաշէ Գ.Ա ուղիղ գիծը ու կտրէ անկէ ԳԴ=ՕԳ։ Անկէ ետքը թէ որ կարկինով ԱԴ ուղիղ գիծն առնելու ըլլաս, աս ուղիղ գիծը ճշդիւ 10 անգամ բոլորակին վրայ կը պտըտի, եւ ասանկով շրջապատը 10 հաւասար մասանց կը բաժնուի։

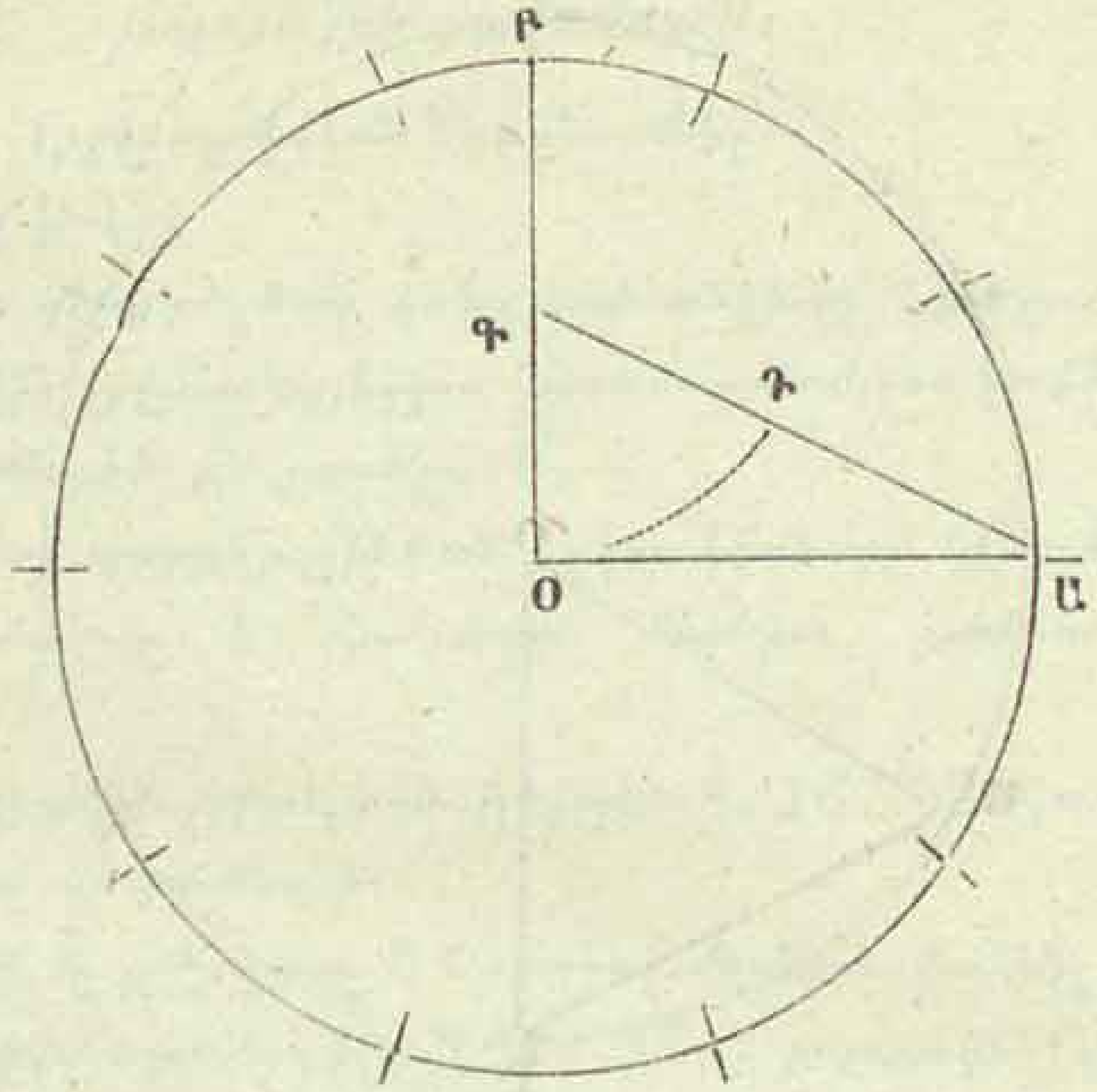
Թէ որ երկու ասանկ մաս մէկ մասի տեղ առնուի, ան ատեն պարբերութիւնը 5 հաւասար մասանց կը բաժնուի։

Բոլորակի մը շրջապատը 20 հաւասար մասանց ինչպէս կը բաժնուի։

195. **Փոխադրելով բոլորակ մը բաժնել։**

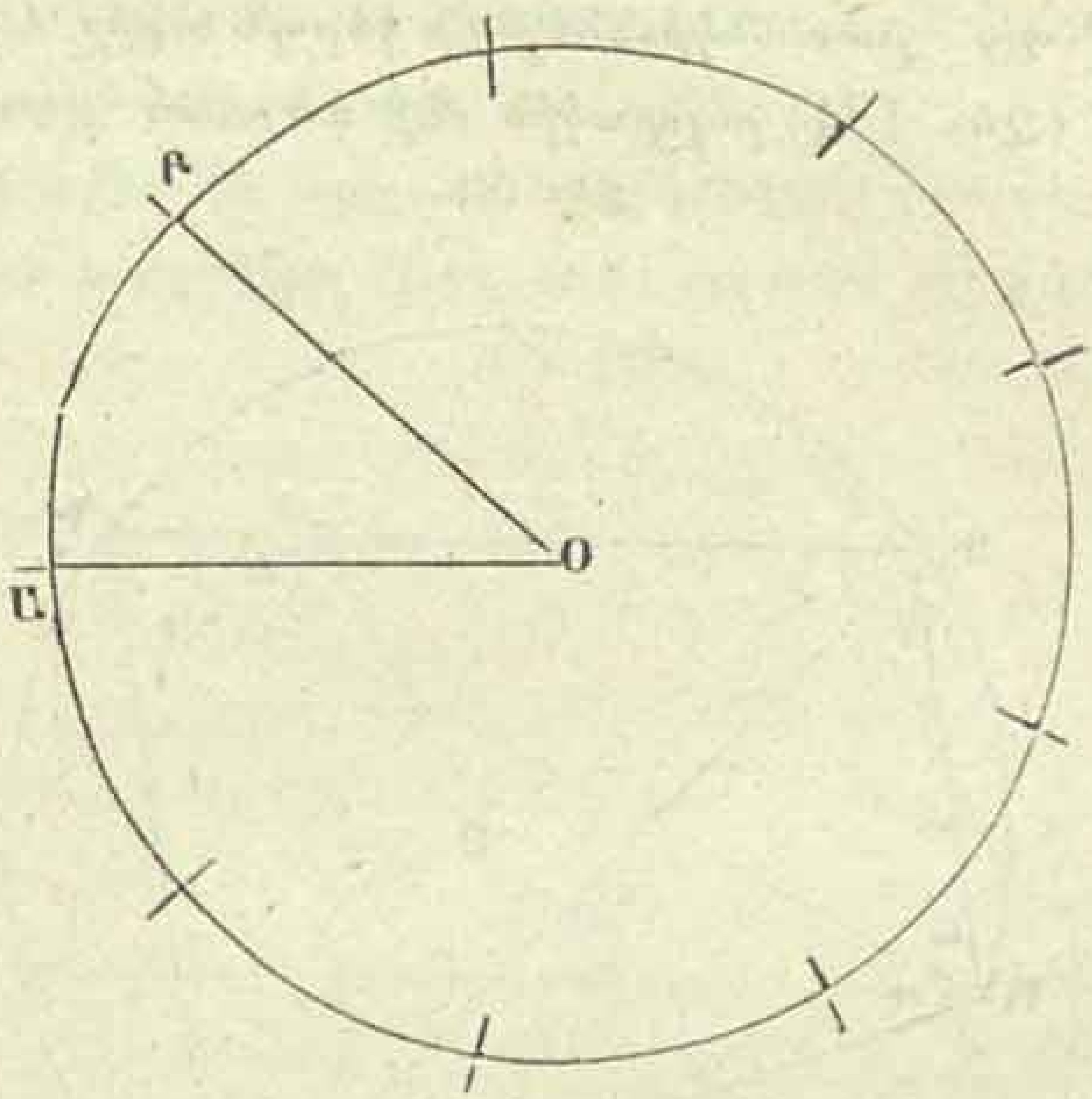
Թէ որ բոլորակի մը կեդրոնին բոլորտիքը հաւասար անկիւններ կը պատեն, ան ատեն աս անկիւններուն

Ձեւ 179.



սրուններով նաեւ պարբերութիւնը հաւասար մասերու կը բաժնուի։ Ուստի՝ բոլորակի մը շրջապատը որոշ թուով հաւասար մասերու բաժնելու համար, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ կեդրոնին բոլորտիքը նոյնչափ թուով հաւասար անկիւններ գծել։ Ասանկ անկեան մը չափը կը գտնուի՝ թէ որ բոլոր կեդրոնի անկիւններուն գումարը՝ այսինքն 360°ը, հաւասար անկիւններուն թուովը բաժնենք։ Անկէ ետքն ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ աս չափով իրօք կեդրոնի անկիւն մը գծագրել եւ անոր սրունովը կտրուած աղեղ մը բոլորակին վրայ պտըտցընել։ Օրինակի աղագաւ՝ պարբերութիւնը (Ձեւ 180) 9 հաւասար մասերու բաժնելու համար՝ իբրեւ կեդրոնի անկեան չափ կամ մեծութիւն կ'ըլլէ 390°:9=40°. ուրեմն գծե-

Ձեւ 180.



լու է ԱՕԲ անկիւնը $=40^{0}$ ու ԱԲ աղեղը բոլորակին վրայ պտըտցընելու է։

Աս կերպով բոլորակի մը շրջապատը 3, 5, 8, 15 հաւասար մասերու բաժնէ։

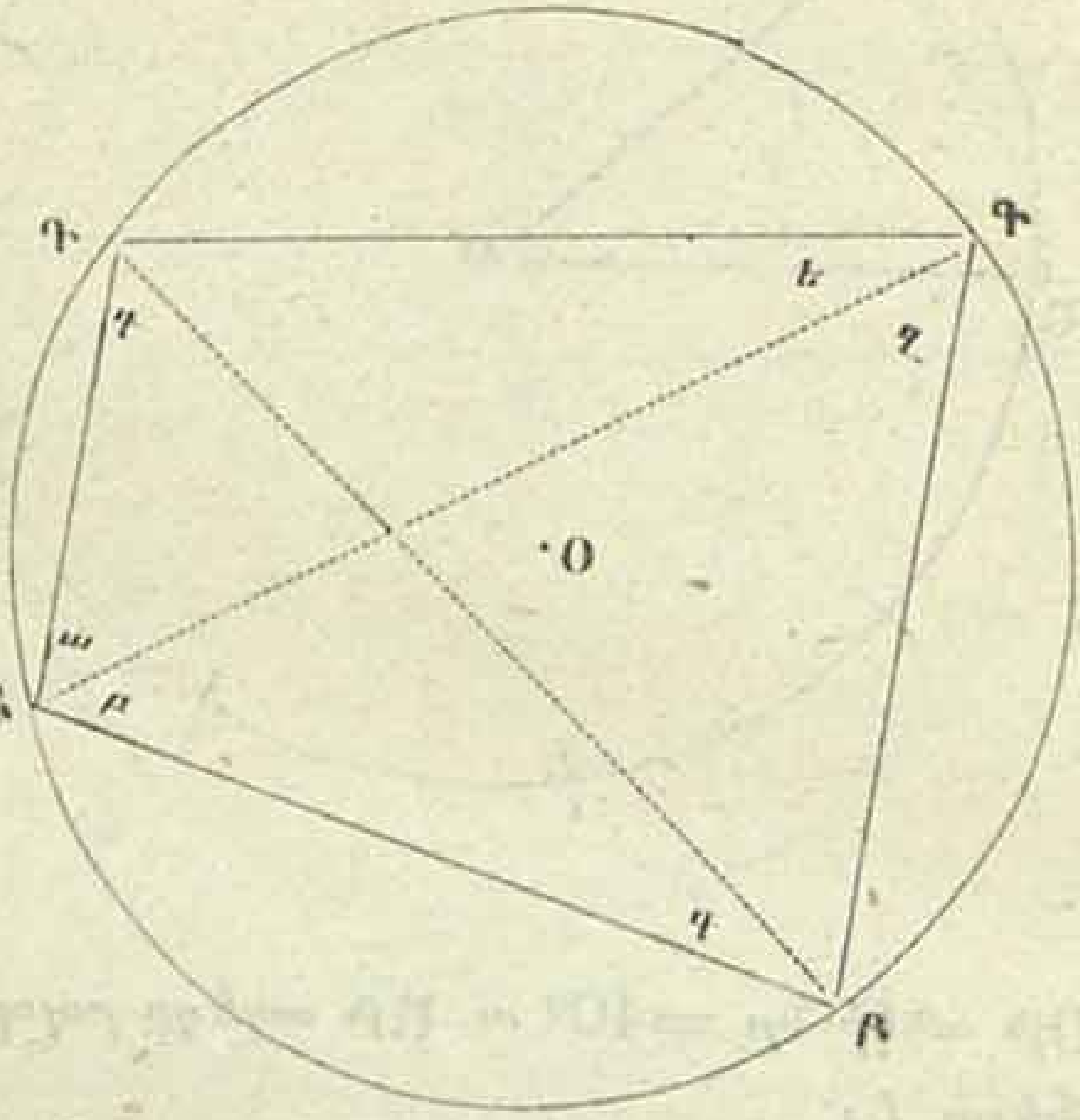
6. Ուղղագիծ ձեւեր բոլորակի մէջ:

196. Բազմանկիւն մը՝ որուն բոլոր անկիւնակէտերը բոլորակի մը շրջապատին մէջ կեցած են, ուստի եւ նոյնին կողերը բոլորակին լարերն են, **Բոլորակի մէջ գծուած** կ'ըսուի, իսկ բոլորակն ալ դիպուածիս մէջ՝ **բազմանկեան բոլորտիքը գծուած** կ'ըսուի։

Որովհետեւ մէկ ուղիղ գծի վրայ չկեցած երեք կէտերու վրայ միշտ կրնանք բոլորակ մը գծել, անկից կը հետեւի՝ թէ նաեւ **որ եւ է եռանկեան բոլորտիքը կրնանք** բոլորակ մը տալէ։ Թէ աս գործողութիւնն ինչպէս պիտ'որ ըլլայ՝ 182էն յայտնի է։

Բայց քառանկիւններուն կերպն ուրիշ է։ Թէ որ ԱԲԳԴ՝ (Ձեւ 181) բոլորակին մէջ գծուած քառանկիւն

Ձեւ 181.



մըն է, ան ատեն ԱԳ եւ ԲԴ անկիւնագծերը քաշելով՝ ԱԲԴ երեքանկեան մէջ կ'ելլեն անկիւնները ա+բ+գ+դ=2Ո. բայց գ եւ ե, ինչպէս նաեւ դ եւ զ իրարու հաւասար են, որովհետեւ շրջապատի անկիւններ են, որոնք մի եւ նոյն աղեղան վրայ կեցած են, անոր համար՝ նաեւ ա+բ+ե+զ=2Ո, կամ Ա+Գ=2Ո։ Արդ՝ որովհետեւ քառանկեան մը բոլոր անկիւնները չորս ուղիղ անկիւն կ'ընեն, հարկաւ նաեւ մէկալ երկու Բ եւ Դ անկիւններուն գումարը՝ երկու ուղիղ անկիւն պիտ'որ ընէ։

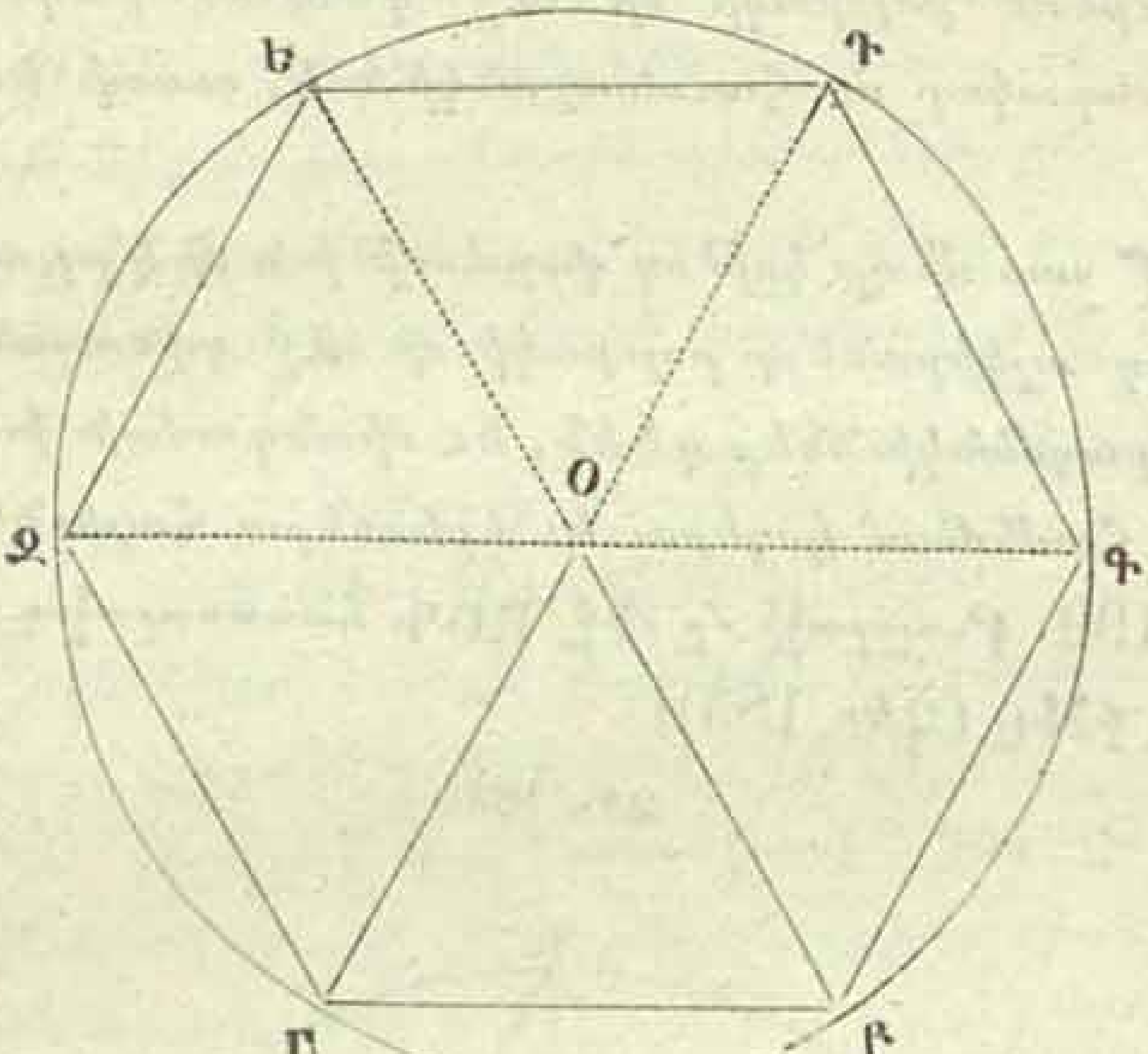
Ուրեմն՝ բոլորակի մը մէջ գծուած քառանկեան մը մէջ, դէմացէ դէմաց եղող ամէն երկու անկիւններուն գումարը՝ երկու ուղիղ անկիւն կ'ընէ։

Աս յատկութիւնը չունեցող քառանկեան բոլոր-
տիքը բոլորակ չեկրնար գծուիլ:

197. Որ եւ էցէ կանոնաւոր բազմանկեան մը բոլորտիքը կրնայ բոլորակ մը գծուիլ:

Օրինակի աղագաւ՝ ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկեան բոլորտիքը (Ձեւ 182) բոլորակ մը գծելու հա-

Ձեւ 182.



մար՝ կիսէ բազմանկեան երկու Ա եւ Բ անկիւնները. երկու կիսման գծերուն O հատման կէտը բազմանկեան կեդրոնն է եւ բոլոր անկիւնակէտերէն հաւասար հեռաւորութիւն ունի: Ուստի՝ Օէն ՕԱ կէս տրամագծով բոլորակ մը գծելու ըլլանք, աս բոլորակը հարկաւ բազմանկեան բոլոր անկեանց ծայրերէն պիտ'որ անցնի եւ ասանկով բոլորակը բազմանկեան բոլորտիքը քաշուած կ'ըլլայ:

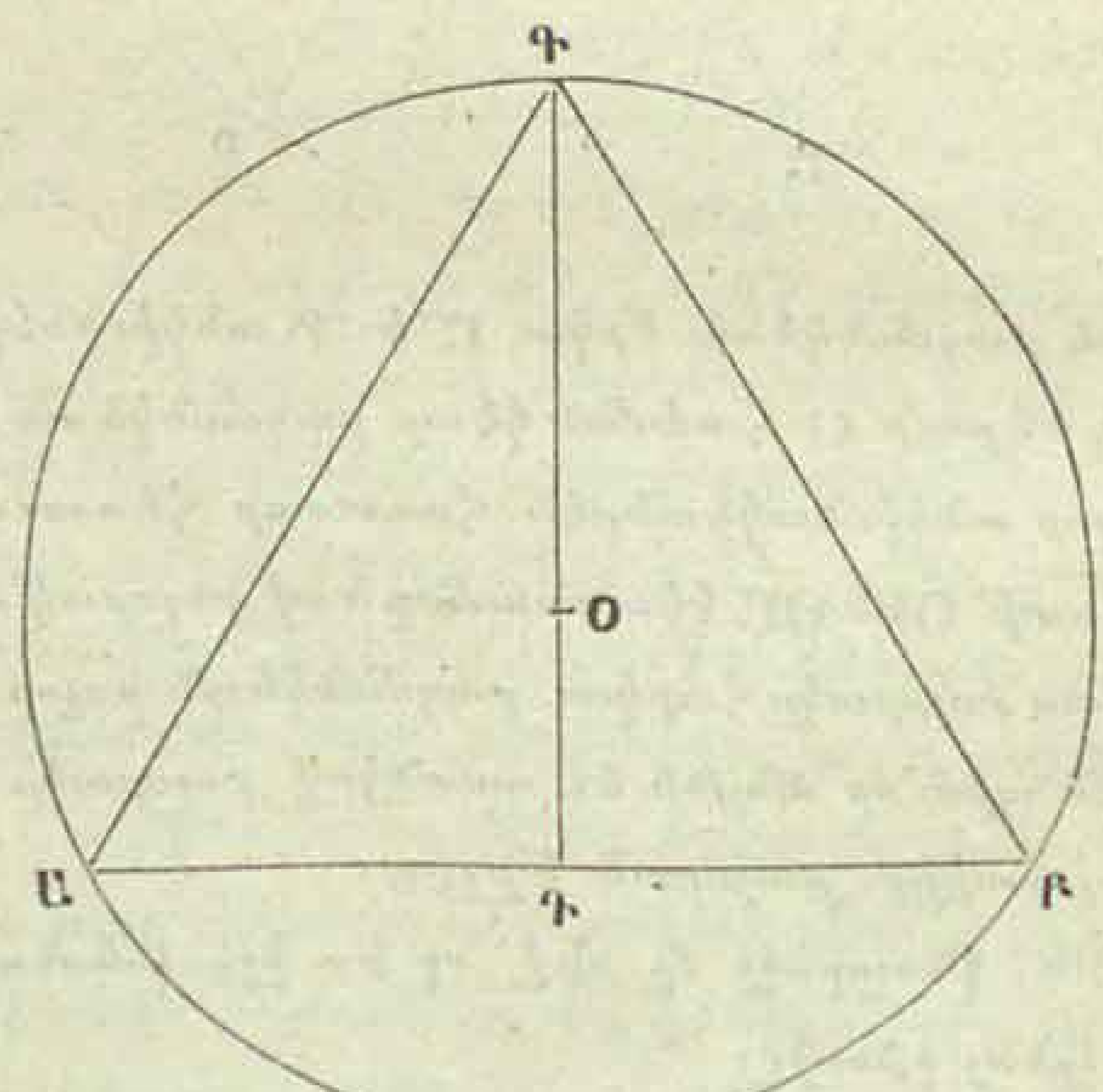
198. Բոլորակի մը մէջ՝ որ եւ էցէ կանոնաւոր բազմանկիւն կրնայ գծուիլ:

Այսինքն՝ բոլորակն այնչափ հաւասար մասերու կը բաժնենք՝ որչափ որ բազմանկիւնը կողեր պիտ'որ ունենայ, եւ բոլոր քովէ քով եղող բաժանման կէտերը լարով մը իրարու կը կապենք: Այսանկով երեւան ելած բազմանկեան կողերն իրարու հաւասար են, վասն զի անանկ բոլորակի լարեր են՝ որոնք հաւասար աղեղներու կը վերաբերին. Նոյնպէս նաեւ բազմանկեան անկիւնները հաւասար են, որովհետեւ հաւասար աղեղներու վրայ կեցած են: Ուրեմն՝ բոլորակի մը մէջ գծուած բազմանկիւնը հաւասարակող ու հաւասարանկիւն է, ուստի եւ կանոնաւոր:

Շատ մեծ կրթող վարժութիւն մը կ'ըլլայ՝ թէ որ սկսնող աշկերտները բոլորակի մը մէջ զանազան կանոնաւոր բազմանկիւններ գծեն, եւ միանգամայն իւրաքանչիւրոց համեմատ՝ կողերու եւ երեսներու հաշիւներ ընեն:

199. **Բոլորակի մը մէջ՝ ԱԲԳ հաւասարակող երեքանկիւն մը գծել** (Ձեւ 183):

Ձեւ 183.



Գտնենք՝ որ կող մը ԱԲ=8″ ըլլայ. ի՞նչչափ է այս երեքանկեան ԳԴ բարձրութիւնը եւ ո՞րչափ է նոյն երեքանկեան երեսը:

ԳԴ՝ ԱԴԳ ուղղանկիւն երեքանկեան մէկ էջքն է, եւ այս երեքանկեան ներքնաձիգը ԱԳ=8″ եւ երկրորդ էջքը ԱԴ=4″ է: Թէ որ թէ՛ ներքնաձիգը եւ թէ՛ ծանօթ էջքը քառակուսւոյ հանենք եւ էջքին քառակուսին ներքնաձիգին քառակուսիէն հանելու ըլլանք, մնացորդը պիւթագորեան կանոնին համեմատ՝ մէկալ դեռ անծանօթ էջքին քառակուսին պիտ՚որ երեւցընէ. թէ որ կ՚ուզենք այս էջքը գտնել, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ ան մնացորդին քառակուսի արմատը հանել: Ուստի կ՚ըլլէ՝

$$\text{ԳԴ}=\sqrt{8^2-4^2}=$$
$$=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=6.928''\text{:}$$

Ասկէ ետքը՝ ծանօթ խարսխէն ու բարձրութենէն անմիջապէս կը գտնենք երեսը= 27.712 □″:

200. Բոլորակի մը մէջ քառակուսի մը գծել (Ձեւ. 184):

Քառակուսւոյն ԱԳ անկիւնագիծը միանգամայն բոլորակին տրամագիծն է:

Օրինակի աղագաւ՝ գտնենք որ կողն ԱԲ=4° 3′ 6″ ըլլայ. ո՞րչափ է բոլորակին ԱԳ տրամագիծը:

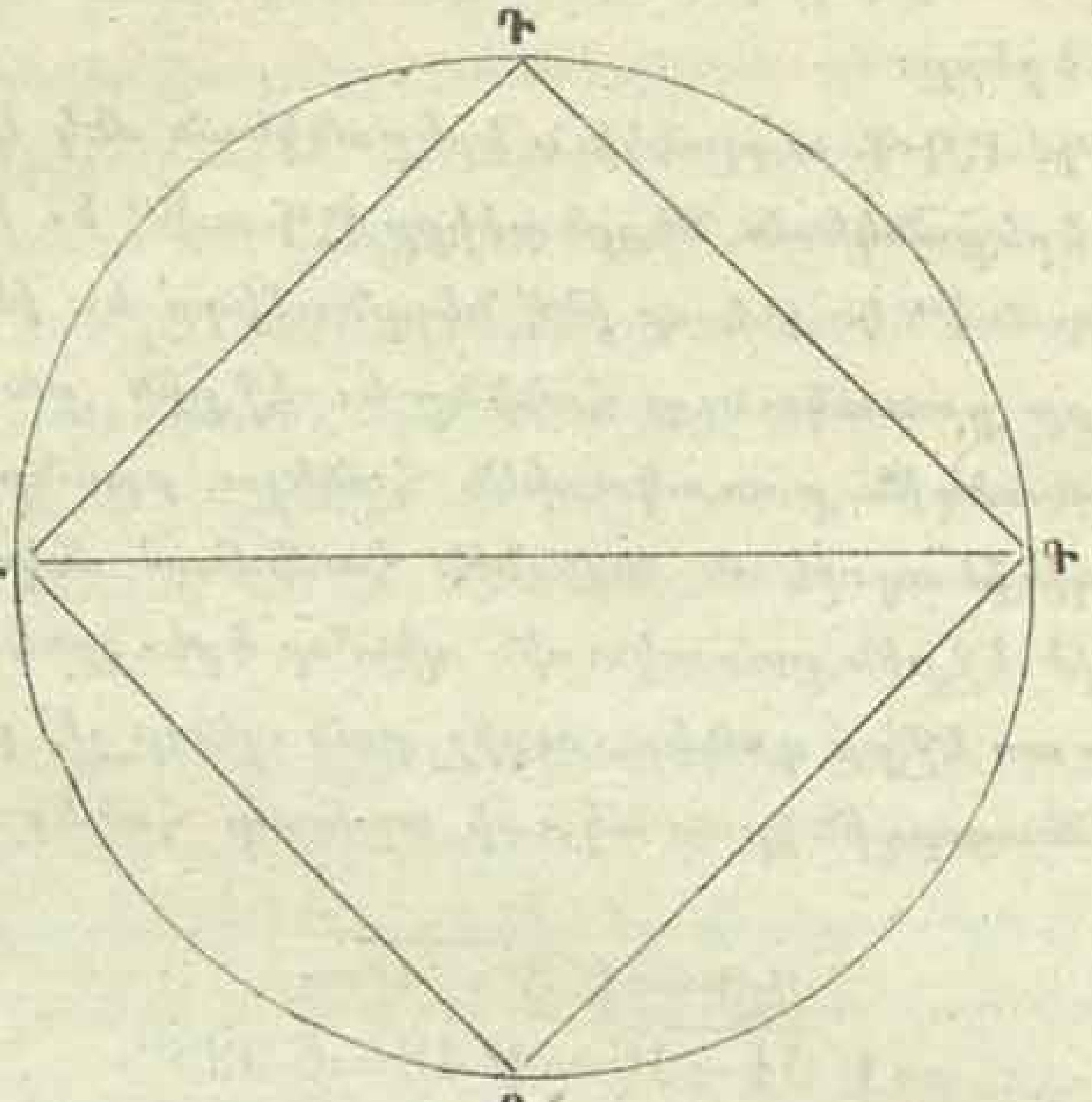
ԱԳը՝ ուղղանկիւն երեքանկեան մը ներքնաձիգն է, որուն ԱԲ ու ԲԳ էջքերը ծանօթ են: Անոր համար՝ այն էջքերը քառակուսւոյ հանելու է, երկու քառակուսիները գումար ընելու է եւ գումարէն քառակուսի արմատ հանելու է: Կ՚ըլլէ՝

$4^0\ 3'\ 6''=330''\quad 330^2=108900$

$$\begin{array}{r} 108900 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{ԱԳ}=\sqrt{217800}=446.7''=6^0 2' 10.7''\text{:}$$

Կ՚ուզենք 2′ 5″ կողով քառակուսի մը քաշել եւ

Ձեւ. 184.



աս քառակուսւոյն բոլորտիքը քաշուած բոլորակին կէս տրամագիծը հաշուել:

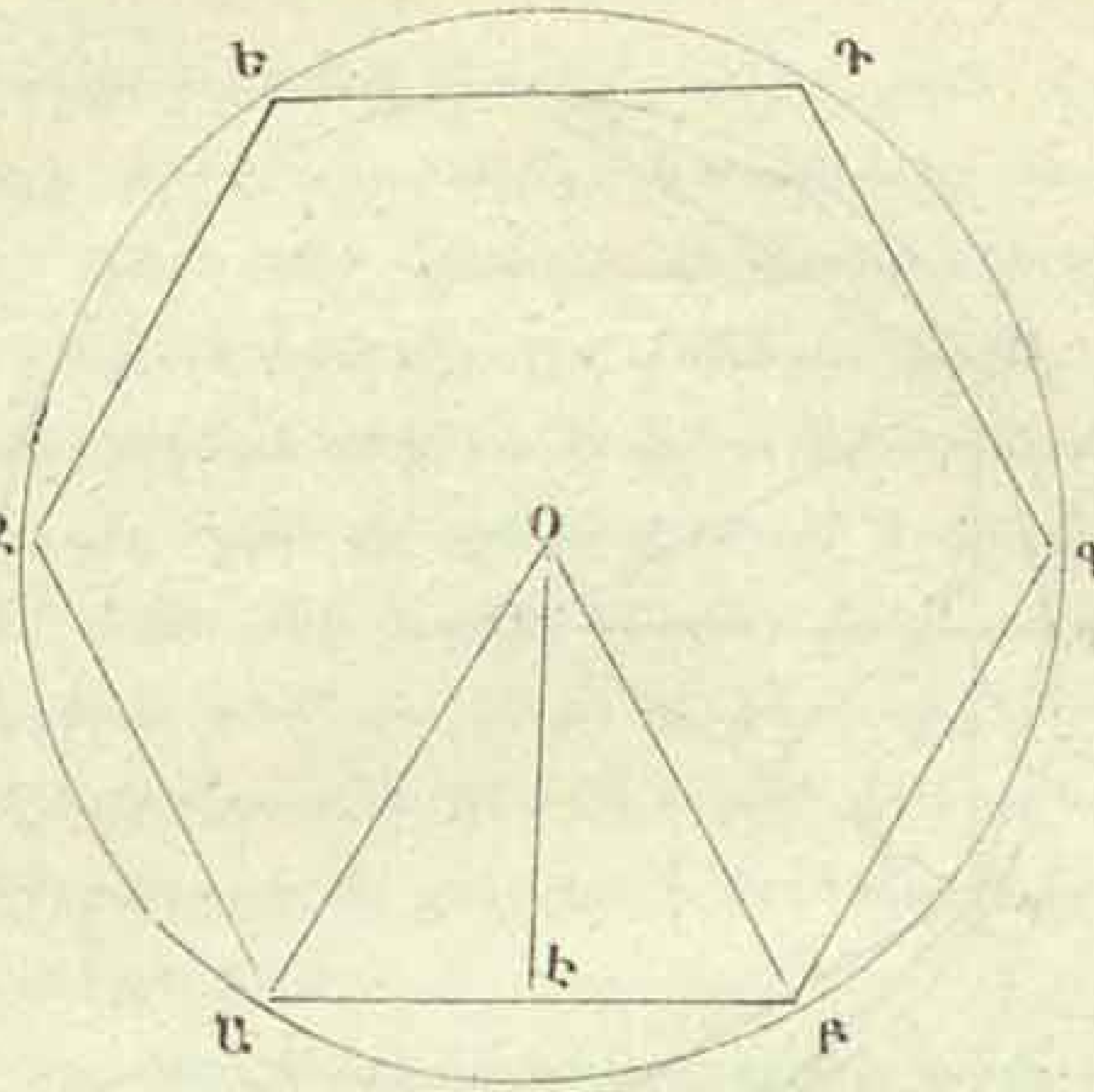
201. **Բոլորակի մը մէջ կանոնաւոր վեցանկիւն մը քաշէ** (Ձեւ. 185):

Որչափ է աս վեցանկեան շրջապատը եւ որչափ երեսը, թէ որ բոլորակին կէս տրամագիծը ԱՕ=1' *է:*

Բոլորակի մը մէջ գծուած կանոնաւոր վեցանկեան մը կողը (194, 3) *բոլորակին կէս տրամագծին հաւասար է, ուստի հոս* 1' *է, անոր համար ալ շրջապատը* 6' *պիտ'որ ըլլայ: Ասանկով ասանկ վեցանկեան մը շրջապատը կէս տրամագծին* 6*պատիկն է, եւ կամ բոլորտիքը քաշուած բոլորակին տրամագծին* 3*պատիկն է:*

Երեսը հաւասար պիտ'որ ըլլայ կէս շրջապատին՝ բազմապատկուած ՕԷ *ուղղածիգին հետ՝ որն որ կենդրոնէն մէկ* ԱԲ *կողին վրայ կը քաշուի: Արդ՝* ՕԷ ԱԷՕ *երեքանկեան*

Ձեւ 185.



մէկ էջքն է, եւ այս երեքանկեան ներքնաձիգը ԱO=1 է, եւ մէկալ էջքը ԱԷ=½=0.5′ է։ Ուստի կ'ըլլէ՝

$$OԷ=\sqrt{1^2-0.5^2}=\sqrt{1-0.25}=\sqrt{0.75}=0.866′,$$

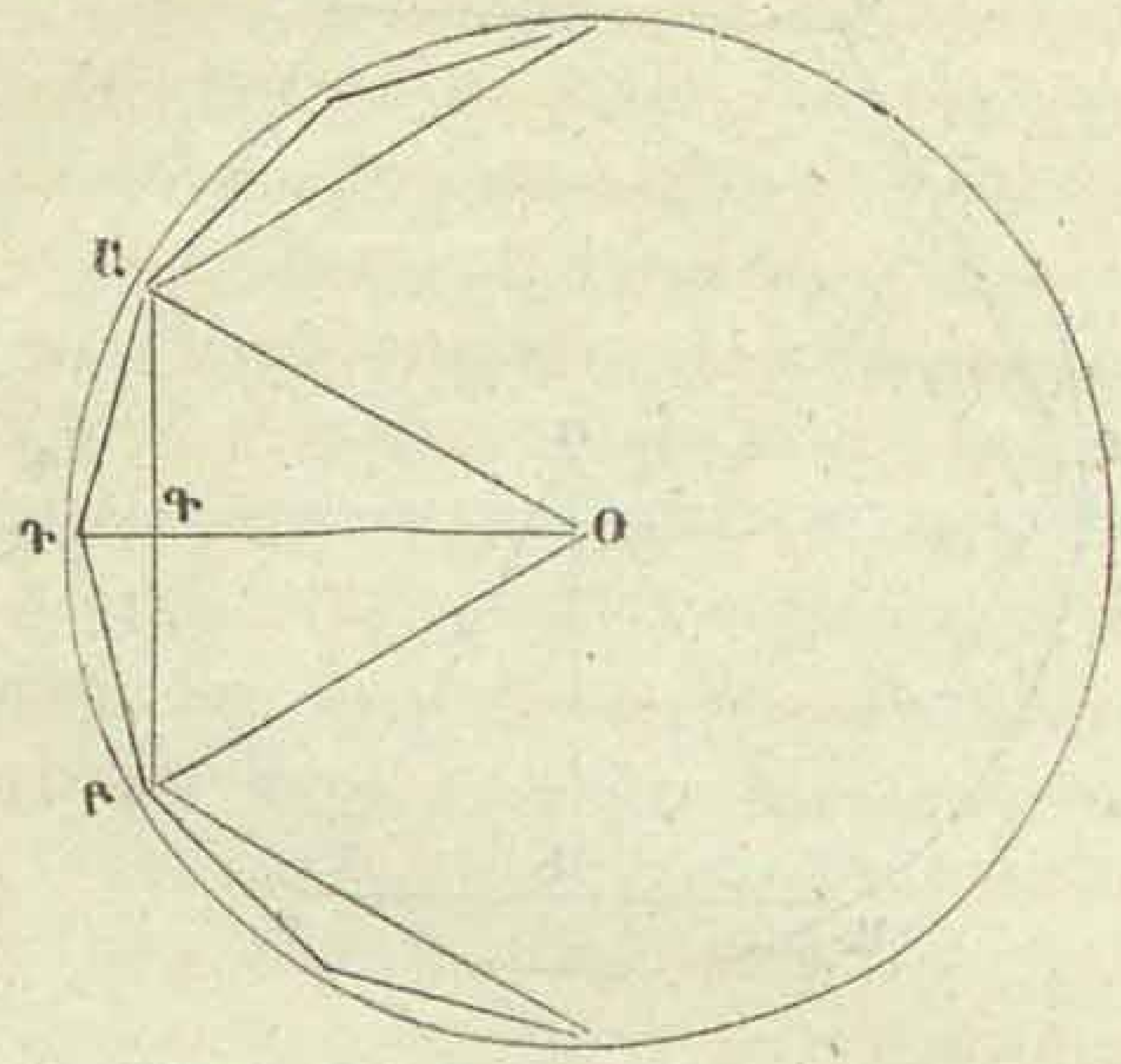
$$Երեսը = 3 \times 0.866 = 2.598\,\square′:$$

202. **Ներքը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան մը կողէն, կրնայ գտնուիլ նաեւ ներքը գծուած կրկնապատիկ կողերու թիւ ունեցող կանոնաւոր բազմանկեան կողը։**

Թէ որ ԱԲ (Ձեւ 186) բոլորակին ներքը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան մը կողն է, եւ անոր վրայ OԷն OԳ ուղղաձիգը քաշելու ըլլանք՝ որն որ երկընցնելով բոլորակը Գին վրայ կը կտրէ, ան ատեն ԱԳ ներքը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան մը կողն է՝ որն որ առջի բազմանկեան կրկնապատիկ կողն ունի։

Արդ՝ թէ որ ԱԲ եւ ԱO ծանօթ են, ան ատեն կրնանք ԱԳO ուղղանկիւն երեքանկիւնէն նախ ԳO հաշուելով գտնել. ետքէն՝ ԳOն ԴOէն հանուած ընելով՝ կ'ըլլէ ԳԴ.

Ձեւ 186։



վերջապէս ԱԳԴ ուղղանկիւն երեքանկիւնէն, որուն մէջ ԱԳ եւ ԳԴ ծանօթ են, նաեւ փնտռուած ԱԴ կողը կը գտնենք։

Օրինակի աղագաւ՝ ԱՕ=ԴՕ=1′ կէս տրամագծին համար՝ ներսը գծուած կանոնաւոր վեցանկեան ԱԲ կողն է = 1′, ուստի եւ ԱԳ=$\frac{1}{2}$′=0.5′։ Հիմայ՝ որպէս զի ասկից ներսը գծուած երկոտասանանկեան ԱԴ կողն ելլէ, աս գործողութիւնը կ'ըլլայ·

$$\text{ԳՕ}=\sqrt{\text{ԱՕ}^2-\text{ԱԳ}^2}=\sqrt{1^2-0{\cdot}5^2}=0{\cdot}8660254'$$

$$\text{ԳԴ}=\text{ԴՕ}-\text{ԳՕ}=1-0{\cdot}8660254=0{\cdot}1339746'$$

$$\text{եւ ԱԴ}=\sqrt{\text{ԱԳ}^2+\text{ԳԴ}^2}=\sqrt{0{\cdot}5^2+0.1339746^2}=0{\cdot}51763818'$$

Ուստի աս երկոտասանանկեան շրջապատն է

$$0{\cdot}51763818'\times 12=6{\cdot}211658'\text{։}$$

Հաշուէ նաեւ ներսը քաշուած կանոնաւոր 24 անկեան մը կողն ու շրջապատը, 1 կէս տրամագծով։

203. Տրուած ուղիղ գծի մը վրայ կանոնաւոր բազմանկիւն մը գծել:

Ա. Այս խնդրոյս լուծման համար՝ ուրիշ բան հարկաւոր չէ, բայց եթէ բոլորակին մեծութիւնը կամ չափը գտնել՝ որուն մէջ փնտռուած բազմանկիւնը իբրեւ ներսը գծուած երեւայ: Աս գտնելու համար՝ հաշուէ նախ բազմանկեան անկեան մը մեծութիւնը կամ չափը, քաշէ ուղիղ գիծ մը՝ որն որ ծանօթ կողին հաւասար ըլլայ եւ ամէն մէկ ծայրի կէտին վրայ տար նշանէ բազմանկեան անկեան կէսը: Անկէ ետքը՝ երկու նոր սրուններուն հատման կէտէն ուղիղ գծերուն ծայրերուն մէջ բոլորակ մը քաշելու է եւ ծանօթ կողը վրան պարագրելու է:

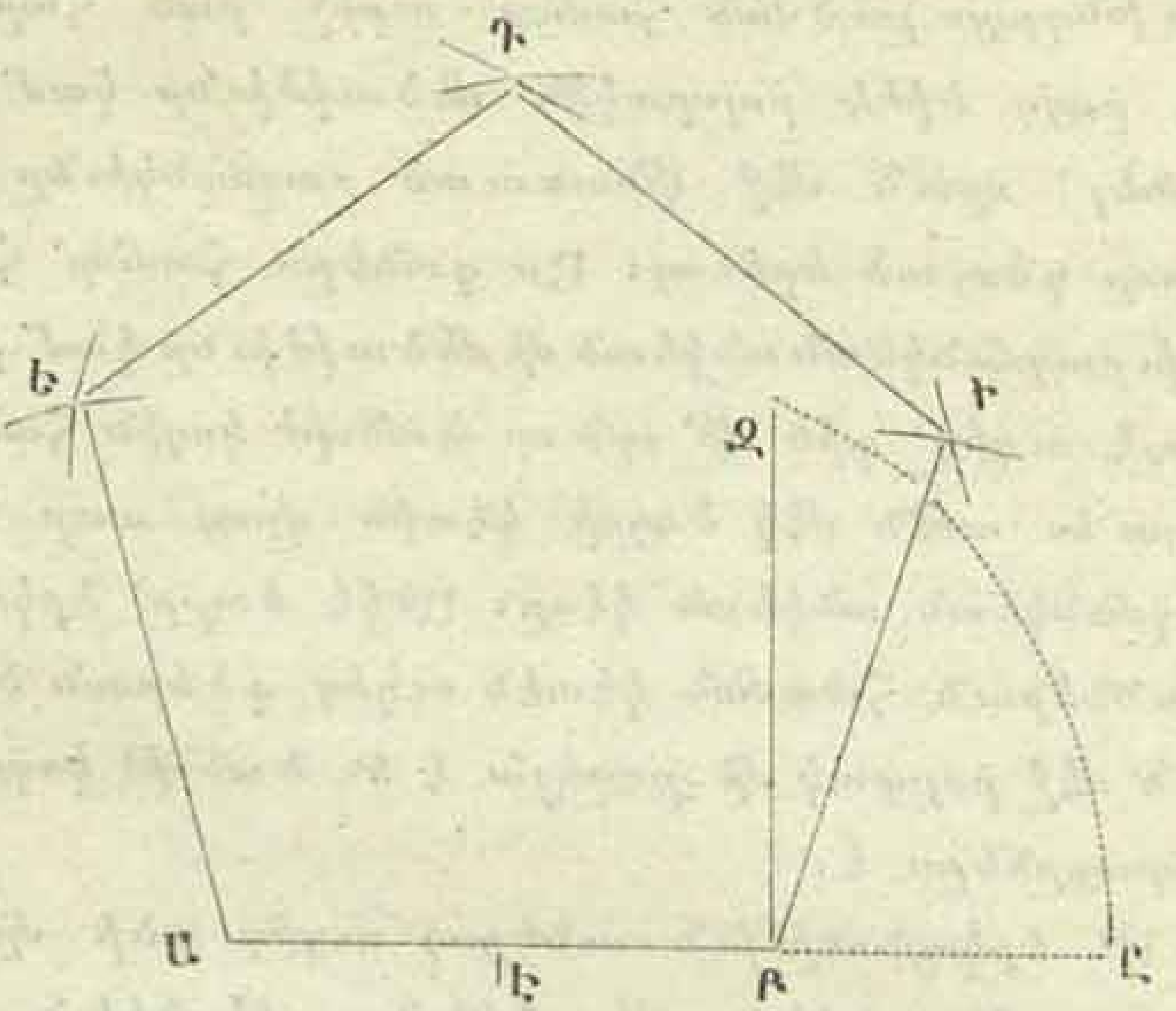
1'' երկայնութիւն ունեցող ուղիղ գծի մը վրայ՝ կանոնաւոր հնգանկիւն, վեցանկիւն, ութանկիւն, տասնանկիւն, երկոտասանանկիւն մը գծէ:

Բ. Կանոնաւոր հնգանկիւն մը՝ կրնայ հետեւեալ կերպով ալ շինուիլ:

Դնենք՝ որ ԱԲ (Ձեւ 187) ծանօթ ուղիղ գիծն ըլլայ: Բին վրայ ԲԶ=ԱԲ ուղղաձիգ գիծը շինէ, կիսէ ԱԲը Էին տեղը ու Էէն ԷԶ կէս տրամագծով բոլորակի աղեղ մը գծէ՝ որն որ երկընցուած ԱԲ գիծը Ըին վրայ կտրէ: Անկէ ետքը Աէն ու Բէն ԱԸ կէս տրամագծով աղեղներ քաշելու ըլլանք, Դ հատման կէտը՝ հնգանկեան ԱԲ գծին դիմացը կեցող Դ ծայրը կու տայ: Թէ որ ինչպէս Աէն ու Դէն նոյնպէս Բէն ու Դէն ալ ԱԲ կէս տրամագծով աղեղներ քաշելու ըլլանք, ան ատեն երեւան կ'ելլեն փնտռուած ԱԲԳԴԵ հնգանկեան դեռ պակաս Ե եւ Գ անկիւնակէտերը:

Գ. Թէ որ ծանօթ ուղիղ գծի մը վրայ կ'ուզենք մինակ կանոնաւոր վեցանկիւն, եօթնանկիւն, . . . երկոտա–

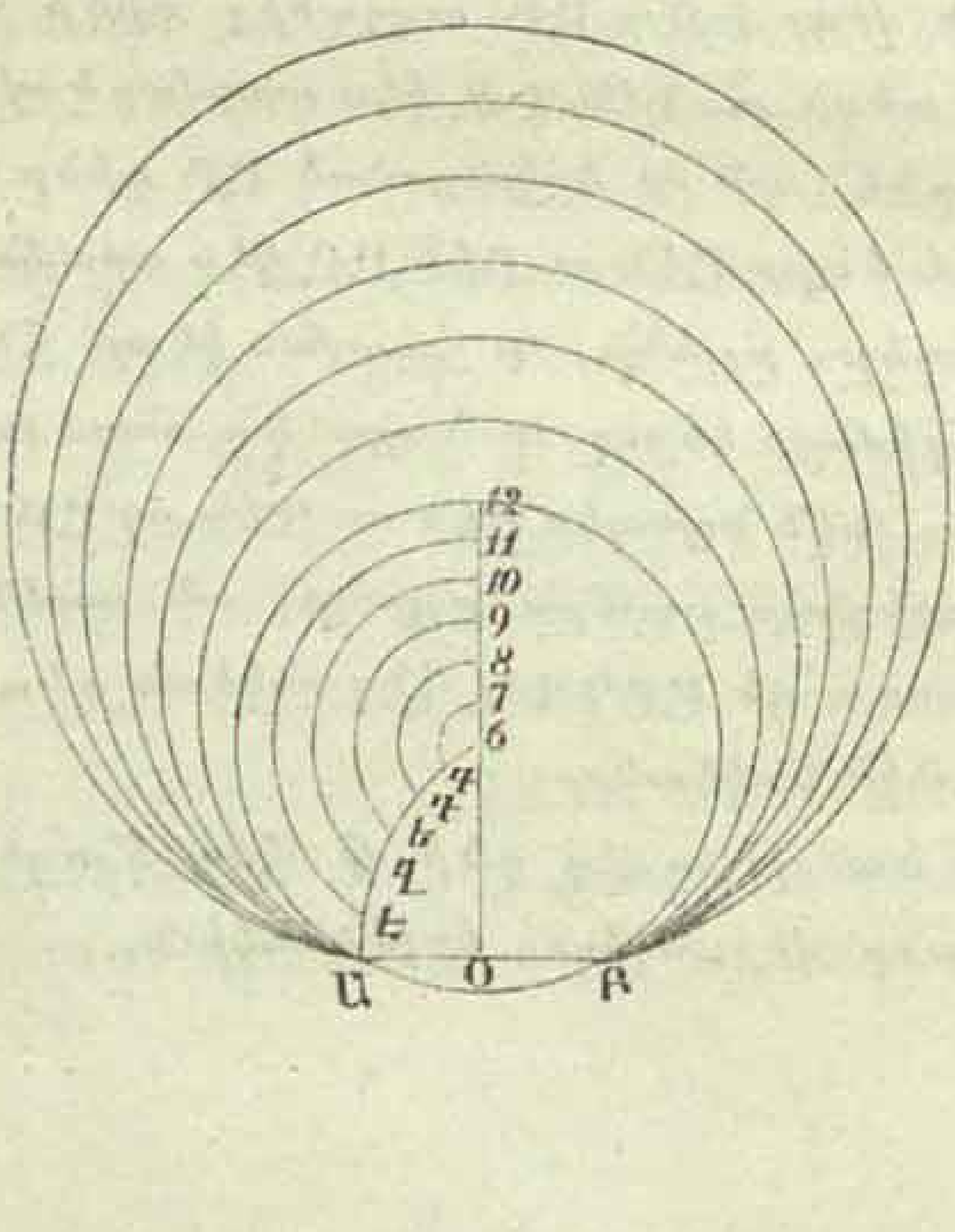
Ձեւ 187.



սանանկին շինել, կրնանք հետեւեալ մեքենական կերպով նոյները շինել։

Թէ որ ԱԲ (Ձեւ 188) ծանօթ գիծն է, O կիման

Ձեւ 188.



կէտին վրայ ուղղաձիգ գիծ մը ձգէ, եթէ ԱԲ կէս տրամագծով գծէ Ա6 աղեղը եւ աս աղեղը նախ 2 եւ ամէն մէկ կէսը դարձեալ 3 հաւասար մասերու բաժնէ. ետքէն 6 կէտէն՝ իբրեւ կեդրոնէ մը քաշէ գ7, դ8, ե9 եւ այլն աղեղները: Անկէ ետքը ան բոլորակին մէջ՝ որուն կեդրոնը 6 է եւ կէս տրամագիծն Ա6, ԱԲը 6 անգամ կրնայ կրկնուիլ. ան բոլորակին մէջ՝ որուն կեդրոնը 7 եւ կէս տրամագիծը Ա7, ԱԲը կրնայ 7 անգամ կրկնուիլ եւ այլն:

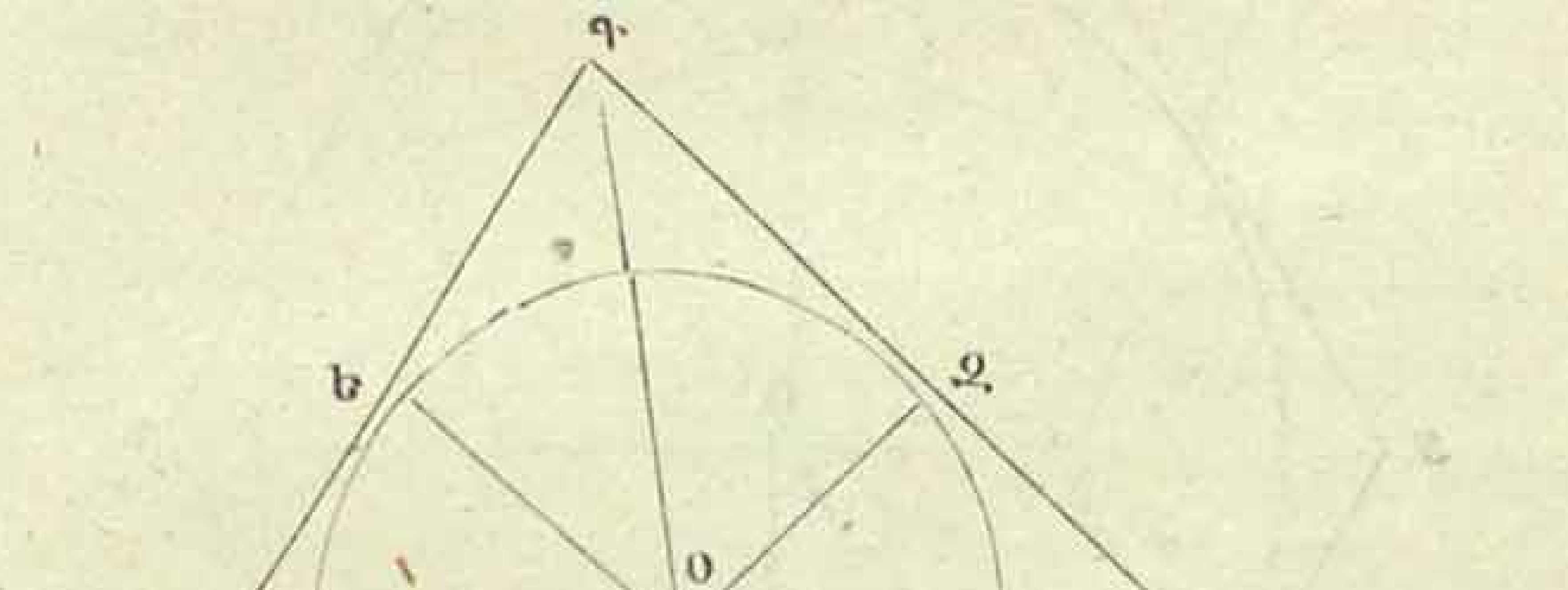
7. Բոլորակին բոլորտիքը ուղղագիծ ձեւեր:

204. Բազմանկիւն մը՝ որուն կողերը բոլորակի շօշափողներ են, բոլորակին բոլորտիքը գծուած կ'ըսուի, ու բոլորակը բազմանկեան մէջ գծուած կ'ըսուի:

Եռանկիւնեան մը մէջ՝ բոլորակ մը հետեւեալ կերպով կը գծուի:

Կիսէ (Ձեւ. 189) Ա եւ Բ անկիւնները եւ աս կիս-

Ձեւ. 189.

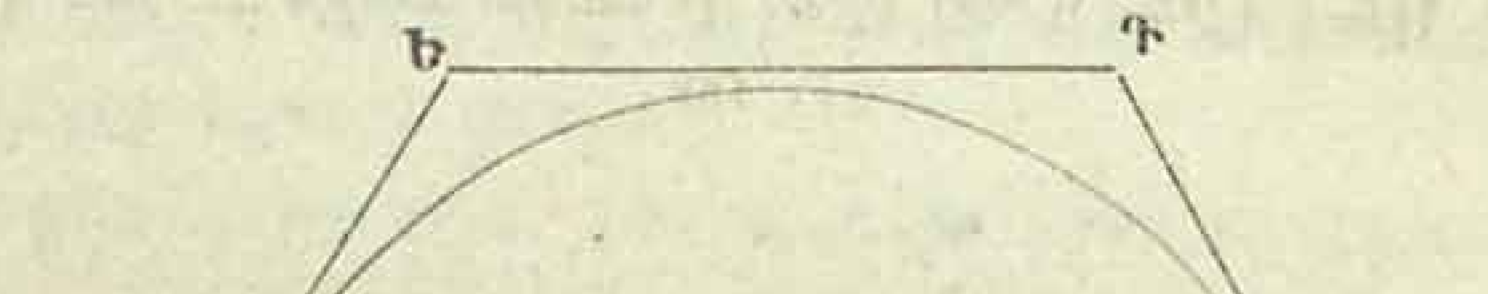


ման կէտերուն իրար կտրած Օ կէտէն ՕԴ ուղիղ գիծը ուղղահիղ ԱԲին վրայ ձգէ. տանելով ՕԷն ՕԳ կէս տրամագծով գծուած բոլորակը՝ երեքանկեան մէջ գծուած կ՚ըլլայ: Վասն զի թէ որ ՕԳ ուղիղ գիծը քաշես, դարձեալ ԱԳին ու ԲԳին վրայ ՕԵ ու ՕԶ ուղղահիղ գծերը քաշես, ան ատեն △ԱՕԳ ≅ △ ԱՕԵ ու △ԲՕԳ ≅ △ԲՕԶ, ուստի ՕԳ=ՕԵ եւ ՕԳ=ՕԶ: Ուրեմն Գ, Ե եւ Զ կէտերը ՕԷն հաւասարապէս հեռու են, եւ ՕԷն ՕԳով գծուած բոլորակը՝ ԱԲԳ երեքանկեան կողերը կը շօշափէ. տանելով աս բոլորակն իրօք աս երեքանկեան մէջ գծուած կ՚ըլլայ:

205. **Որ և է կանոնաւոր բազմանկեան մէջ կրնայ բոլորակ մը գծուիլ:**

ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկեան մը մէջ (Ձեւ. 190) բոլորակ մը գծելու համար՝ բազմանկեան Օ կենդրոնը

Ձեւ. 190.



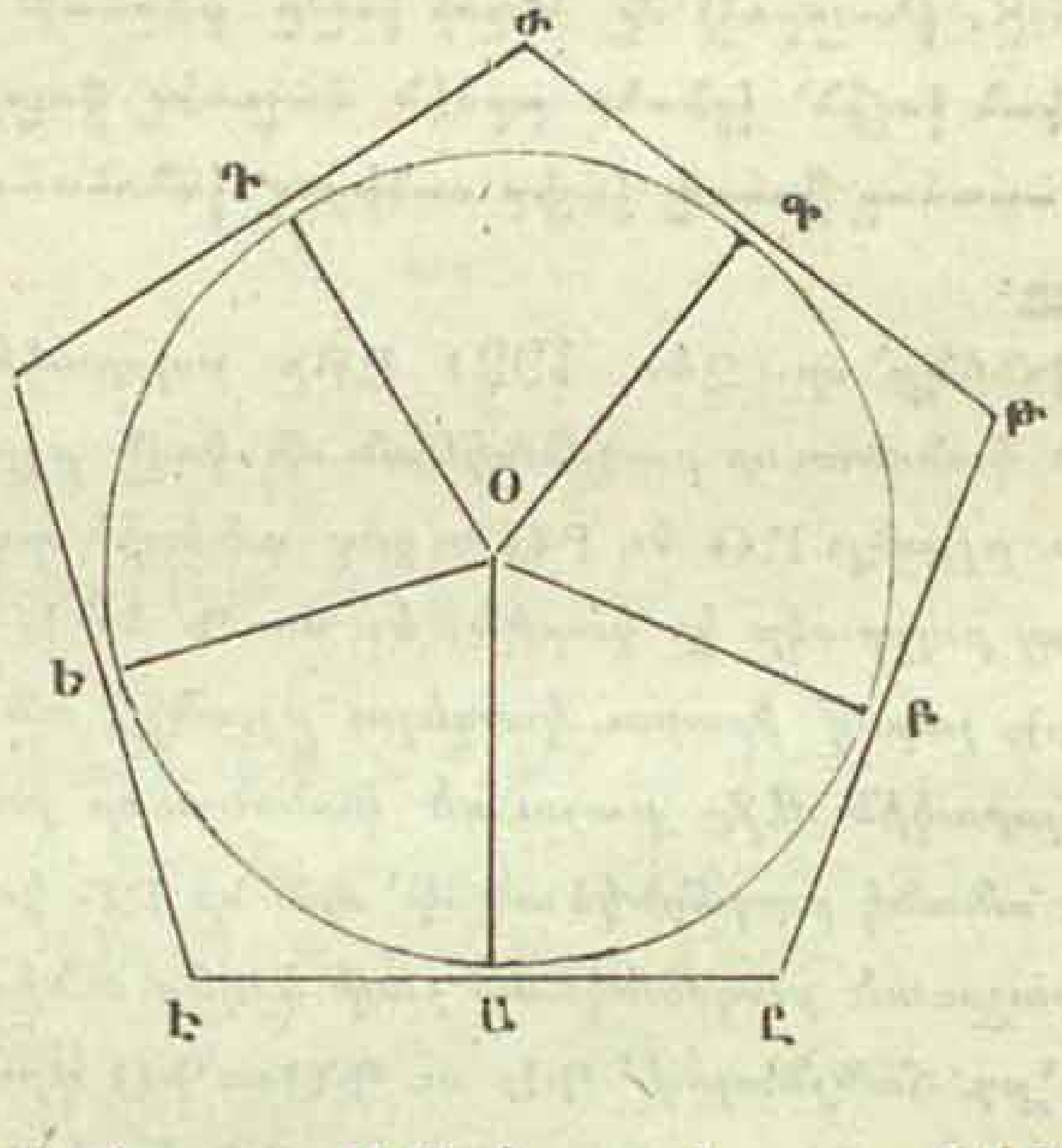
գտնելու, ՕԷ ⊥ ԱԲ քաշելու ենք եւ ՕԷն ՕԷ կէս տրա-

մաղձով բոլորակ մը գծելու ենք։ Որովհետեւ O կէտը ամէն կողմէն հաւասարապէս հեռու է, պէտք է որ ան բոլորակը նաեւ մնացած Oէն կողերուն վրայ ձգուած ուղղաձիգներուն ծայրերէն անցնի, եւ որովհետեւ կողերը՝ այս բոլորակին շօշափող են, ուստի՝ այս շրջանակն իրօք բազմանկեան մէջ գծուած է։

206. **Բոլորակի մը բոլորտիքը՝ կրնանք որ եւ իցէ կանոնաւոր բազմանկիւն գծել։**

Թէ *որ* (*Ձեւ* 191) *բոլորակին շրջապատն այնչափ*

Ձեւ 191.



հաւասար մասերու բաժնենք՝ որչափ որ բազմանկիւնը կողեր պիտ'որ ունենայ, եւ Ա, Բ, Գ, . . . բաժանման կէտերուն ձգուած կէս տրամագծերուն վրայ՝ ուղղաձիգ գծեր քաշենք, ան ատեն բոլորակին բոլորտիքը քաշուած ԳԸԻԿ . . . բազմանկիւնը կ'ունենանք ուզուած կողերու թուով։ Թէ բազմանկիւնը կանոնաւոր է՝ ուստի եւ հաւասար անկիւններ ու հաւասար կողեր ունի, ԱOԲԸ, ԲOԳԻ,

քառանկիւններուն պատշաճականութիւնէն կրնանք դիւ-
րաւ յառաջ բերել :

207. Ծանօթ բոլորակի մը բոլորտիքը քաշէ՝

Ա. հաւասարակող եռանկիւն մը,

Բ. քառակուսի մը,

Գ. կանոնաւոր հնգանկիւն մը,

Դ. կանոնաւոր վեցանկիւն մը,

Ե. կանոնաւոր ութանկիւն մը,

Զ. կանոնաւոր տասնանկիւն մը:

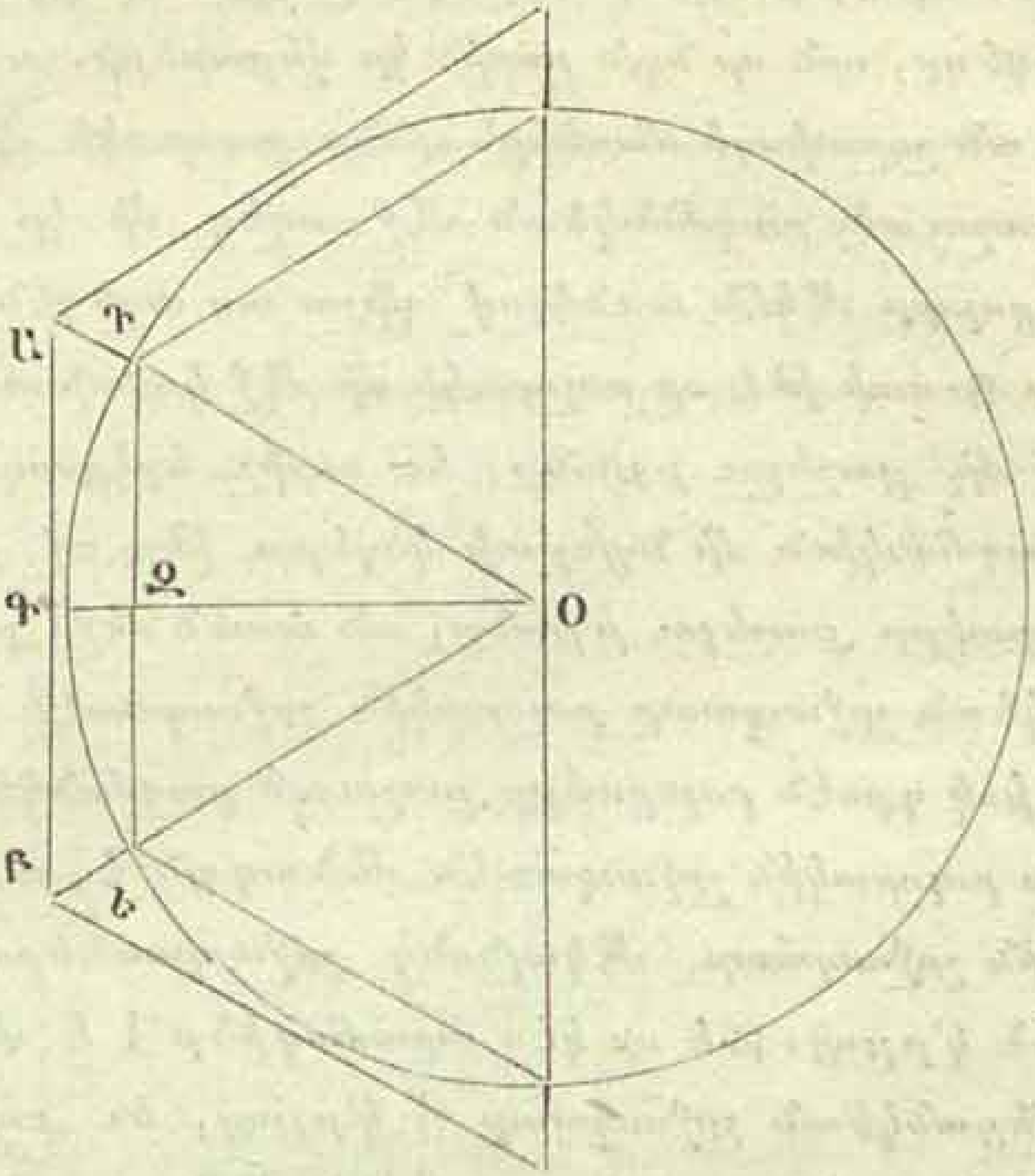
Ո՞րչափ է բոլորակի մը բոլորտիքը գծուած քառակուսւոյն կողը:

208. Բոլորակի մը ներսի կողմը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան կողէն՝ կրնանք դիւրաւ հաշուել բոլորտիքը քաշուած հաւասար թուով կողեր ունեցող կանոնաւոր բազմանկեան կողը:

Դնենք՝ որ (Ձեւ 192) ԱԲը բոլորակի մը վրայ գծուած կանոնաւոր բազմանկեան մը կողն ըլլայ: Թէ որ քաշելու ըլլանք ԱՕ եւ ԲՕ ուղիղ գծերը՝ որոնք Դին ու Եին վրայ բոլորակը կը կտրեն, եւ աս Դ եւ Ե երկու կէտերը ԴԵ լարով իրարու կապելու ըլլանք, ան ատեն աս լարը բոլորակին մէջը քաշուած կանոնաւոր բազմանկեան կողն է, անանկ բազմանկեան մը՝ որն որ ԱԲ կողով բոլորտիքը քաշուած բազմանկեան չափ կողեր ունի:

Արդ ճանչնալով՝ ԴԵ ու ԴՕ=ԳՕ դրուէն կրնանք դիւրաւ նաեւ ԱԲը գտնել: ԱԲ ու ԴԵ կողերը զուգահեռական են, որովհետեւ երկուքն ալ ԳՕին վրայ ուղղաձիգ են, ուստի եւ △ ԱԲՕ∾ԴԵՕ է, եւ պէտք է՝ որ աս եռանկեանց խարիսխները՝ նոյներուն բարձրութեանցը պէս իրարու համեմատին, ուրեմն ԱԲ:ԴԵ=ԳՕ:ԶՕ պիտ՚որ ըլլայ: Աս քանակութիւններէն ԴԵ եւ ԳՕ ծանօթ են, ԶՕ կրնայ ԴԶՕ եռանկիւնէն գտնուիլ. ու-

Ձեւ. 192.



րեմն կրնանք նոյն կշռութեամբ նաեւ ԱԲը հաշուել գտնել։

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ ԴԵը կանոնաւոր վեցանկեան մը կողը կը ցուցընէ, ան ատեն ԴՕ=1′ ի համար նաեւ ԴԵ=1′ է. դարձեալ կ'ելլէ՝

$$\text{ԶՕ}=\sqrt{\text{ԴՕ}^2-\text{ԴԶ}^2}=0.8660254,$$ ուստի

$$\text{ԱԲ}:1=1:0.8660254,$$

ուսկից՝ ԱԲ=1.1547005′ իբրեւ բոլորտիքը քաշուած կանոնաւոր վեցանկեան կողը կը հետեւի. աս վեցանկեան շրջապատը պիտ'որ ըլլայ $1.1547005\times6=6.928203'$։

Բոլորակին ներսի կողմը գծուած կանոնաւոր երկոտասանանկեան համար (ըստ 202 համարին) գտնուեցաւ 0.517638′ երկայնութիւնը. հաշուէ դուն բոլորտիքը քաշուած կանոնաւոր երկոտասանանկեան կողն ու շրջապատը։

8. Բոլորակին շրջապատն ինչպէս կը չափուի:

209. Բոլորակի մը մէջ՝ լարը միշտ փոքրագոյն է քան զաղեղը, որն որ նոյն լարին կը վերաբերի. ասոր հակառակ՝ ան շօշափողի մասերը՝ որոնք բոլորակի մը բոլորտիքը քաշուած բազմանկեան մէջ աղեղ մը կը պարունակեն, բոլորը մէկէն առնելով՝ միշտ աս աղեղէն մեծագոյն են: Ուստի թէ որ բոլորակի մը մէջ կանոնաւոր բազմանկիւն մը քաշելու ըլլանք, եւ ուրիշ երկրորդ կանոնաւոր բազմանկիւն մը նոյնչափ կողերու թուով բոլորակին բոլորտիքը քաշելու ըլլանք, ան ատեն մէջը քաշուած բազմանկեան շրջապատը բոլորակին շրջապատէն փոքրագոյն է, իսկ դրսէն բոլորտիքը քաշուած բազմանկեան շրջապատը բոլորակին շրջապատէն մեծագոյն է, ուստի եւ բոլորակին շրջապատը մէկալներուն շրջապատներուն մէջ փակուած կ՚ըլլայ: Թէ որ կէս տրամագիծը 1 է, մէջը քաշուած վեցանկեան շրջապատը 6 կ՚ըլլայ, եւ բոլորտիքը քաշուածին շրջապատը կ՚ըլլայ 6.928203. ուստի բոլորակին շրջապատը 6էն աւելի կ՚ըլլայ, բայց 6.928203 կէս տրամագծէն նուազագոյն կ՚ըլլայ: Իսկ թէ որ երկու բազմանկիւն առնունք՝ կրկին կողերու թուով, ուստի երկու երկոտասանանկիւն, որոնց մէկը բոլորակին մէջը գծուած, մէկալը բոլորակին բոլորտիքը դրսէն գծուած ըլլայ, ան ատեն իրենց շրջապատները բոլորակին շրջապատին արդէն կը մօտենան, եւ բոլորակին շրջապատը անձկագոյն սահմանի մէջ կը փակեն: Արդ ներսի կողմանէ գծուած կանոնաւոր 6անկեան կողէն (տես Հ. 202) հետզհետէ կրնան գտնուիլ ներսէն գծուած կանոնաւոր 12 անկեան, 24 անկեան, 48 անկեան, . . . կողերը, եւ աս կողերէն ալ (տես Հ. 208) կրնան գտնուիլ դրսէն բոլորտիքը գծուած 12 անկեան, 24 անկեան, 48 անկեան, . . . կողերը: Անկէ ետքը թէ որ կողերէն շրջապատները հաշուելով

գտնենք, անատեն՝ հաշիւը մինչեւ վեցերորդ տասնորդական տեղերը յառաջ տանելով, հետեւեալները ձեռք կը բերենք:

	Շրջապատ	
	մէջը գծուած	բոլորտիքը գծուած
6 անկեան	6.000000	6.928203
12 ,,	6.211658	6.430782
24 ,,	6.265257	6.319320
48 ,,	6.278700	6.292172
96 ,,	6.282065	6.285430
192 ,,	6.282905	6.283746
384 ,,	6.283115	6.283325
768 ,,	6.283168	6.283220
1536 ,,	6.283181	6.283194
3072 ,,	6.283183	6.283187

Արդ՝ որովհետեւ միշտ բոլորակի մը շրջապատը՝ հաւասար կողերու թուով մէջը գծուած բազմանկեան մը եւ բոլորտիքը գծուած բազմանկեան մը մէջ կ'իյնայ, եւ որովհետեւ մէջը գծուած ու բոլորտիքը գծուած 3072 անկեան շրջապատները՝ առջի հինգ տասնորդականներուն մէջ իրարու կը միաբանին, հարկ է որ 6.28318 թիւը նաեւ բոլորակին շրջապատը երեւցընէ մինչեւ հինգերորդ տասնորդական տեղերը: Ուստի բոլորակին շրջապատը կէս տրամագծին 6.28318պատիկն է կամ տրամագծին 3.14159պատիկն է:

Աս 3.14159, որն որ բոլորակի մը շրջապատին՝ բոլորակին տրամագծին հետ ունեցած յարաբերութիւնը կամ համեմատութիւնը կը ցուցընէ, հասարակօրէն Լուդոլֆեան Թիւ կ'ըսուի ու π գրով կը նշանակուի. ուրեմն $\pi = 3.14159$ է:

Շատ ճշդութիւն չպահանջող հաշիւներուն մէջ

$\pi=3\frac{1}{7}=3.14$ կը գրուի. ճշգրտագոյն հաշիւներու մէջ պէտք է աւելի տասնորդական տեղեաց մը գնել: Այս կոտորակը $\frac{355}{113}$ πին հետ կը միաբանի 6 տասնորդական տեղեաց մէջ:

210. Նախընթացէն հետեւեալ նախադասութիւնները յառաջ կու գան:

1. **Բոլորակի մը շրջապատը՝ հաւասար է տրամագծին կամ կրկին կէս տրամագծին՝ բազմապատկեալ Լուդոլֆեան թուոյն հետ:**

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ բոլորակի մը կէս տրամագիծը 3′ 4″ է, ան ատեն տրամագիծն է $=6' 8''=80''$ եւ շրջապատը՝

$$=80\times3.14159=251.3272''=3^{0}\ 2'\ 11.3272''$$

2. **Բոլորակի մը տրամագիծը՝ հաւասար է Լուդոլֆեան թուով բաժնուած շրջապատին:**

Օրինակի աղագաւ՝ բոլորակի մը շրջապատը 20″ է. որչափ է տրամագիծը:

$$20'':3\tfrac{1}{7}=6\tfrac{4}{11}''$$ տրամագիծ:

3. **Երկու բոլորակաց շրջապատներն իրարու այնպէս կը համեմատին՝ ինչպէս նոյներուն տրամագծերը կամ կէս տրամագծերը:**

Այսինքն՝ թէ որ երկու բոլորակներու տրամագծերն են Տ եւ տ, եւ շրջապատներն են Շ եւ շ, ան ատեն՝

Շ=Տ × 3.14 ու շ=տ × 3.14,

ուստի եւ Շ:շ=Տ:տ:

211. **Աստիճաններով բացատրուած աղեղի մը երկայնութիւնը** գտնելու համար՝ 175էն յառաջ եկած նախադասութիւնը կը գործածուի, որ է՝

Աղեղի մը երկայնութիւնը՝ շրջապատին հետ անանկ կը համեմատի, ինչպէս նոյնին համապատասխանող կեդրոնի անկիւնը առ 360° կը համեմատի:

Օրինակի աղագաւ՝ 45°ի աղեղի մը երկայնութիւնը գտնել, թէ որ կէս տրամագիծը 5′ է։

Շրջապատ =10×3.1416=31.416′, ուստի աղեղի երկայնութիւն: 31.416′=45°:360°, ասկից աղեղի երկայնութիւնը=3.927′։

Այս նախադասութեան համեմատ կրնանք նաեւ յետս ընդդէմ՝ աղեղին երկայնութենէն՝ աղեղին քանի աստիճան ըլլալը կամ ան աղեղին վերաբերեալ կեդրոնի անկեան քանի աստիճան ըլլալը գտնել։

Օրինակի աղագաւ՝ աղեղ մը 4′ ըլլայ եւ շրջապատը՝ որուն որ ան աղեղը կը վերաբերի 20′ ըլլայ․ քանի աստիճան կը բովանդակէ աղեղը։

$$4:20=x^{0}:360^{0},\ \text{ուստի}\ x=72^{0}։$$

212. Խնդիրներ։

1. Ո՞րչափ է բոլորակի մը շրջապատը, որուն տրամագիծն 2′ 8″ է։
2. Բոլորակի մը տրամագիծն է 3°, 2° 4′, 1° 5′ 10″, 3.92°, $3\frac{3}{5}$′ ո՞րչափ է բոլորակին շրջապատը։
3. Գտիր բոլորակին շրջապատը, թէ որ կէս տրամագիծը 3′ 7″, 1° 1′ 1″, $4\frac{7}{12}$°, 48.28′ է։
4. Ո՞րչափ է բոլորակի մը տրամագիծը, որուն շրջապատը 25° է։
5. Բոլորակի մը շրջապատն է 15° 3′, 129 2″, 1° 3′ 5. 5″. ո՞րչափ է կէս տրամագիծը։
6. Ո՞րչափ երկայնութիւն ունի 20°ի աղեղ մը՝ թէ որ բոլորակին տրամագիծը 5′ 11″ է։
7. Բոլորակի մը կէս տրամագիծը 2′ է․ ո՞րչափ է 30°ի, 125°ի, 57° 30′ի աղեղ մը։
8. 22.5′ տրամագիծ ունեցող բոլորակի մը աղեղը 20′ երկայնութիւն ունի, ո՞րչափ աստիճան կը պարունակէ աղեղը։

9. Բոլորակի մը կէս տրամագիծն է 8′, ո՞րչափ աստիճան ունի կենդրոնի անկիւնը՝ որն որ 5′, 7. 5′, 2° 7″ երկայնութեամբ աղեղան մը կը վերաբերի։

10. Ծառի մը բունին ամենէն հաստ կողման շրջապատը 7′ 2″ է. ո՞րչափ է տրամագիծը։

11. Ո՞րչափ ծառ կրնանք տնկել 87′ տրամագծով բոլորակ աւազանի մը բոլորտիքը, թէ որ ծառերը 12′ իրարմէ հեռու պիտ՚որ տնկուին։

12. Բոլորակ աւազանի մը բոլորտիքը պտըտելու 6 րոպէ կ՚ուզէ՝ ամէն մէկ երկրորդական վայրկենի մէջ 4 ոտնաչափ առնելով. ի՞նչ տրամագիծ ունի աս աւազանը։

13. Շոգեշարժ անիւ մը 3′ տրամագիծ ունի. ո՞րչափ անգամ պէտք է երկաթի ճամբուն վրայ դառնալ՝ որպէս զի մղոն մ՚առնու։

14. $3\frac{1}{4}$″ գնդակ մը՝ 36′ երկայնութեամբ կոնաձեւ ճամբու վրայ կը շարժի. ո՞րչափ անգամ ուրեմն կը հոլովի։

15. Հասարակածին մէկ աստիճանը 15 աշխարհագրական մղոն կը սեպուի, ո՞րչափ է հասարակածին կէս տրամագիծը (երկրիս տրամագիծը)։

16. 6′ 3″ տրամագծով անիւը քանի ակռայ պիտ՚որ ունենայ, թէ որ աս ակռաները իրարմէ $4\frac{1}{2}$″ հեռաւորութիւն ունին։

17. Կլոր սեղանի մը կէս տրամագիծը կամ ճառագայթը ո՞րչափ պէտք ըլլայ, թէ որ աս սեղանին առջեւ 8 հոգի պիտ՚որ նստի, ամէն մէկուն 2′ 3″ շրջապատի մաս հաշուելով։

18. Կառքի մը առջեւի անիւը 3′ տրամագիծ, ետեւի անիւը 5′ տրամագիծ ունի. առջեւի անիւն քանի՞ անգամ աւելի կը հոլովի՝ 12000′ հեռաւորութիւն մ՚առնելու ատեն։

19. Երկրագունդ մը 16″ տրամագիծ ունի, հասարակածի

աստիճան մը աս երկրագնդին վրայ ի՞նչ երկայնութիւն կ՚ունենայ։

20. 10″ կէս տրամագծով կլոր կոթողի մը բոլորտիքը չուան մը 18 անգամ պիտ՚որ պլլուի. ի՞նչ երկայնութիւն պէտք է որ ունենայ աս չուանը։

21. Ո՞րչափ է երկաթէ խողովակի մը ներսի եւ դրսի շրջապատը, որն որ 1″ հաստութիւն ու 1′ ծակի ընդարձակութիւն ունի։

22. Ջրոյ անիւ մը (փօսդանի գօլաղի անիւ մը) 24 դոյլ ունի, ամէն մէկ դոյլ իրարմէ 10.5″ հեռաւորութիւն ունին. ո՞րչափ է անուոյն տրամագիծը։

23. Ջրհորի մը չուանին գլանին տրամագիծը 1′ 2″ է. ի՞նչ խորութիւն ունի ջրհորը, թէ որ չուանը՝ որն որ մինչեւ յատակը կ՚իջնայ, 15 անգամ գլանին վրայէն կը բացուի։

24. Կ՚ուզենք կլոր լճի մը բոլորտիքը ցանկ շինել՝ այնպէս որ աս ցանկը շուրջանակի 3′ 6″ ջրին եզերքէն հեռու ըլլայ. աս ցանկին շրջապատը ո՞րչափ կ՚ըլլայ, թէ որ լճին տրամագիծը 158′ է։

25. Կարասի մը յատակի կողմին շրջապատը 12′ 2″ է, բերնի կողմին շրջապատը 13′ 6″, ո՞րչափ է երկու տրամագծերէն ամէն մէկը։

26. Կլոր աշտարակի մը մէջի կողման շրջապատն է 75.4′ ու դրսի կողման 120′. պատն ի՞նչ հաստութիւն ունի։

9. Բոլորակին երեսն ինչպէս կը չափուի։

213. Որովհետեւ բոլորակի մը երեսը, միշտ մէջը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան երեսէն մեծագոյն է եւ հաւասարաթիւ կողերով բոլորտիքը գծուած կանոնաւոր բազմանկեան երեսէն փոքրագոյն է, եւ բոլորտիքը

գծուած բազմանկեան երեսները այնչափ բոլորակին երեսին չափին կը մօտենան, որչափ որ իրենց կողերուն թիւը կրկնապատկելով շատցուին, անոր համար՝ կրնայինք բոլորակին երեսի չափը ան կերպով գտնել՝ որ կերպով որ բոլորակին շրջապատը գտանք, այսինքն կանոնաւոր բազմանկիւնները հաշուելով: Բայց աւելի պարզ կերպով վախճաններնուս կը հանենք աս հետեւեալ դիտողութեամբ:

Բոլորակի մը մէջ գծուած կանոնաւոր բազմանկեան մը կողերը որչափ շատ ըլլան, այնչափ փոքր կ՚ըլլան եւ այնչափ աւելի բոլորակին շրջապատին կը մօտենան. ատի նոյնչափ ալ կը պզտիկնայ բազմանկեան երեսին ու բոլորակին երեսին մէջ եղած տարբերութիւնը: Ուստի թէ որ սանկ բազմանկեան մը կողերուն թիւը յանբաւս շատցած մտածելու ըլլանք, վերջապէս կանոնաւոր բազմանկիւնը՝ բոլորակի դարձած կ՚ըլլայ: Անոր համար՝ կրնանք բոլորակը յանբաւս բազմանիւ կողերով կանոնաւոր բազմանկիւն մը սեպել: Արդ՝ որովհետեւ կանոնաւոր բազմանկեան մը երեսին չափը՝ կեդրոնէն դէպ ի մէկ կողը ձգուած ուղղաձիգ գծին կէսին հետ բազմապատկուած շրջապատին հաւասար է, եւ աս ուղղաձիգ գիծը բոլորակի վրայ կէս տրամագիծ է, կը հետեւի որ՝

Բոլորակի մը երեսին չափը՝ կէս տրամագծին կէսին հետ եւ կամ տրամագծին քառորդին հետ բազմապատկուած շրջապատին հաւասար է:

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ կէս տրամագիծն 8″ է, ան ատեն շրջապատն է $16 \times 3.14 = 50.24''$, ու երեսին չափը $50.24 \times 4 = 200.96 \square''$:

Որչափ է 44′ շրջապատ ունեցող բոլորակի մը երեսին չափը:

$44' : 3\frac{1}{7} = 14'$ տրամագիծ,

$44 \times \frac{14}{4} = 154 \square'$ երեսի չափ:

214. Նախընթաց նախադասութիւնն ուրիշ կերպով ալ կրնայ բացատրուիլ: Թէ որ ճ կը նշանակէ կէս տրամագիծը կամ ճառագայթը, շ շրջապատը, ու ե բոլորակին երեսի չափը, ան ատեն

$$\text{ե}=\text{շ}\cdot\frac{\text{ճ}}{2} \text{ կամ } \text{շ}=2\,\text{ճ}\,\pi \text{ ըլլալուն համար}$$

$$\text{ե}=2\,\text{ճ}\pi\cdot\frac{\text{ճ}}{2}=\text{ճ}^2\,\pi,$$

այսինքն՝ բոլորակի մը երեսին չափը՝ Լուդոլֆեան թուոյն հետ բազմապատկուած կէս տրամագծին կամ ճառագայթին քառակուսոյն հաւասար է:

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ կէս տրամագիծը կամ ճառագայթը 5' է, ան ատեն կ'ունենանք՝

$$\text{ե}=5^2\times 3.1416=25\times 3.1416=78.54\,\square':$$

Թէ որ յետս ընդդէմ կ'ուզենք բոլորակի մը երեսին չափէն կէս տրամագիծը գտնել, ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ երեսին չափը Լուդոլփեան թուով բաժնել. քանորդը կէս տրամագծին քառակուսին է: Ասկից քառակուսի արմատ հանելով՝ կ'ելլէ նոյն իսկ կէս տրամագիծը:

Օրինակի աղագաւ՝ 20□'' երեսի չափ ունեցող բոլորակի մը կէս տրամագիծն ո՞րչափ է:

$$20 : 3.14=6.37 \quad \sqrt{6.37''}=2.52 \text{ կէս տրամագիծ}:$$

215. Թէ որ Ճ ու ճ երկու բոլորակներու ճառագայթները կամ կէս տրամագծերը կը ցուցնեն, եւ Ե ու ե անոնց երեսները, ան ատեն

$$\text{Ե}=\text{Ճ}^2\,\pi \text{ ու } \text{ե}=\text{ճ}^2\,\pi,$$

$$\text{ուստի } \text{Ե} : \text{ե}=\text{Ճ}^2 : \text{ճ}^2,$$

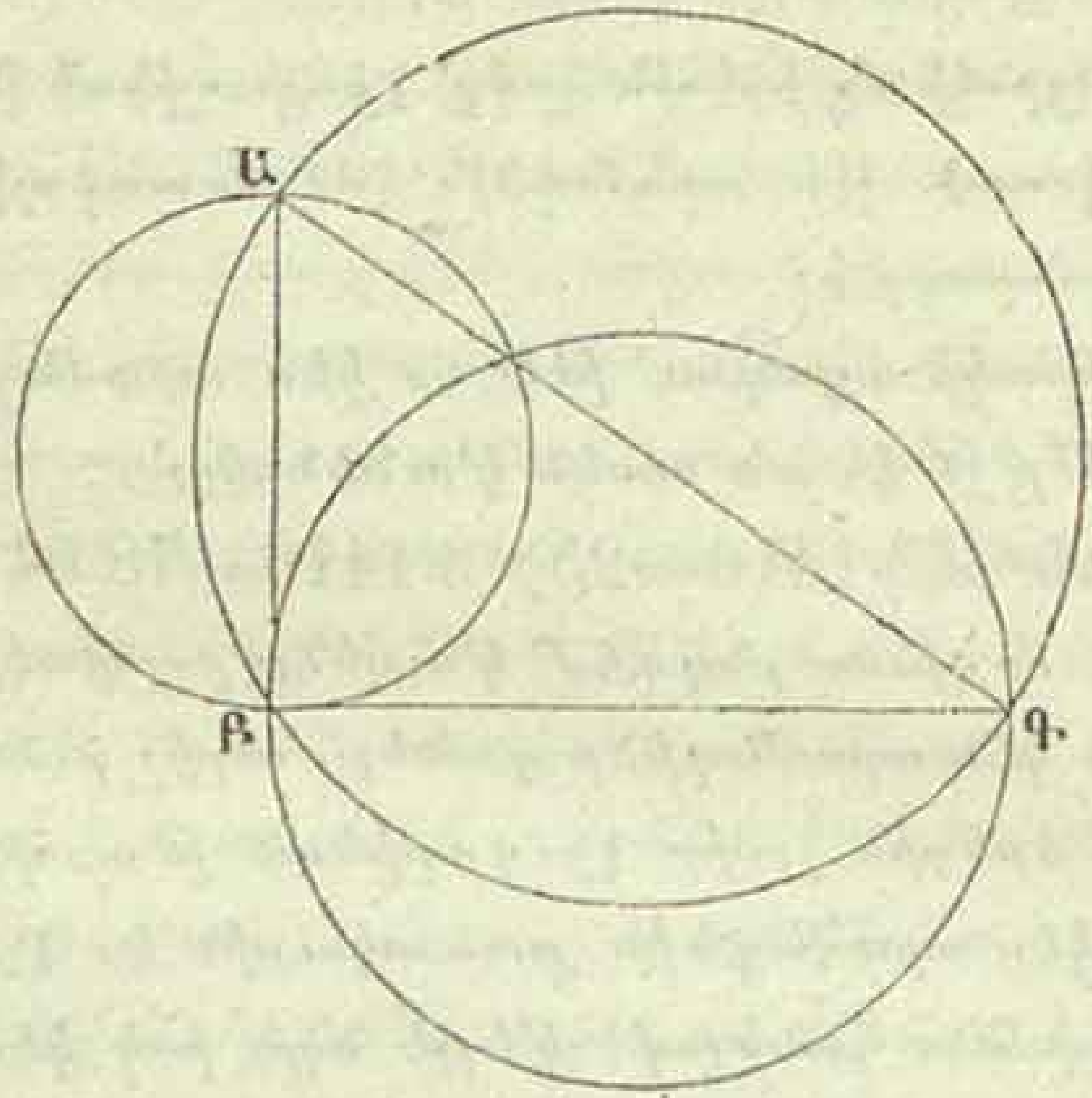
այսինքն՝ երկու բոլորակներու երեսներն՝ այնպէս իրարու կը համեմատին, ինչպէս իրենց կէս տրամագծերուն քառակուսիները կամ նաեւ ինչպէս իրենց տրամագծերուն քառակուսիները իրարու կը համեմատին:

Ասոր 2անգամ, 3անգամ, 4անգամ մեծագոյն

կէս տրամագիծը 4անգամ, 9անգամ, 16անգամ մեծագոյն երես ունի քան թէ պարզ կէս տրամագիծ ունեցող բոլորակը:

216. Թէ որ ԱԲԳ (Ձեւ 193) Բին վրայ ուղղան-

Ձեւ 193.



կիւն երեքանկիւն մըն է, եւ աս երեքանկեան երեք կողերուն վրայ՝ իբրեւ տրամագծերու վրայ՝ բոլորակներ քաշուելու ըլլան, ան ատեն Պիւթագորեան սկզբան համեմատ՝ կ'ըլլայ.

$$\text{ԱԳ}^2=\text{ԱԲ}^2+\text{ԲԳ}^2,$$

ուստի՝ թէ որ աս երկու ասութիւնները Լուդոլֆեան թուով բազմապատկելու ըլլանք՝ կ'ելլէ.

$$\text{ԱԳ}^2\cdot\pi=\text{ԱԲ}^2\cdot\pi+\text{ԲԳ}^2\cdot\pi:$$

Արդ աս երեք քանակութիւնները կը նշանակեն կարգաւ ներքնաձիգին ու երկու էջքերուն վրայ գծուած բոլորակաց երեսները: Ուրեմն՝ ներքնաձիգին վրայ գծուած բոլորակին երեսին չափը՝ հաւասար է երկու էջքերուն վրայ գծուած բոլորակաց երեսներուն գումարին:

Աս նախադասութեան վրայ կեցած է հետեւեալ խնդիրներուն լուծումը։

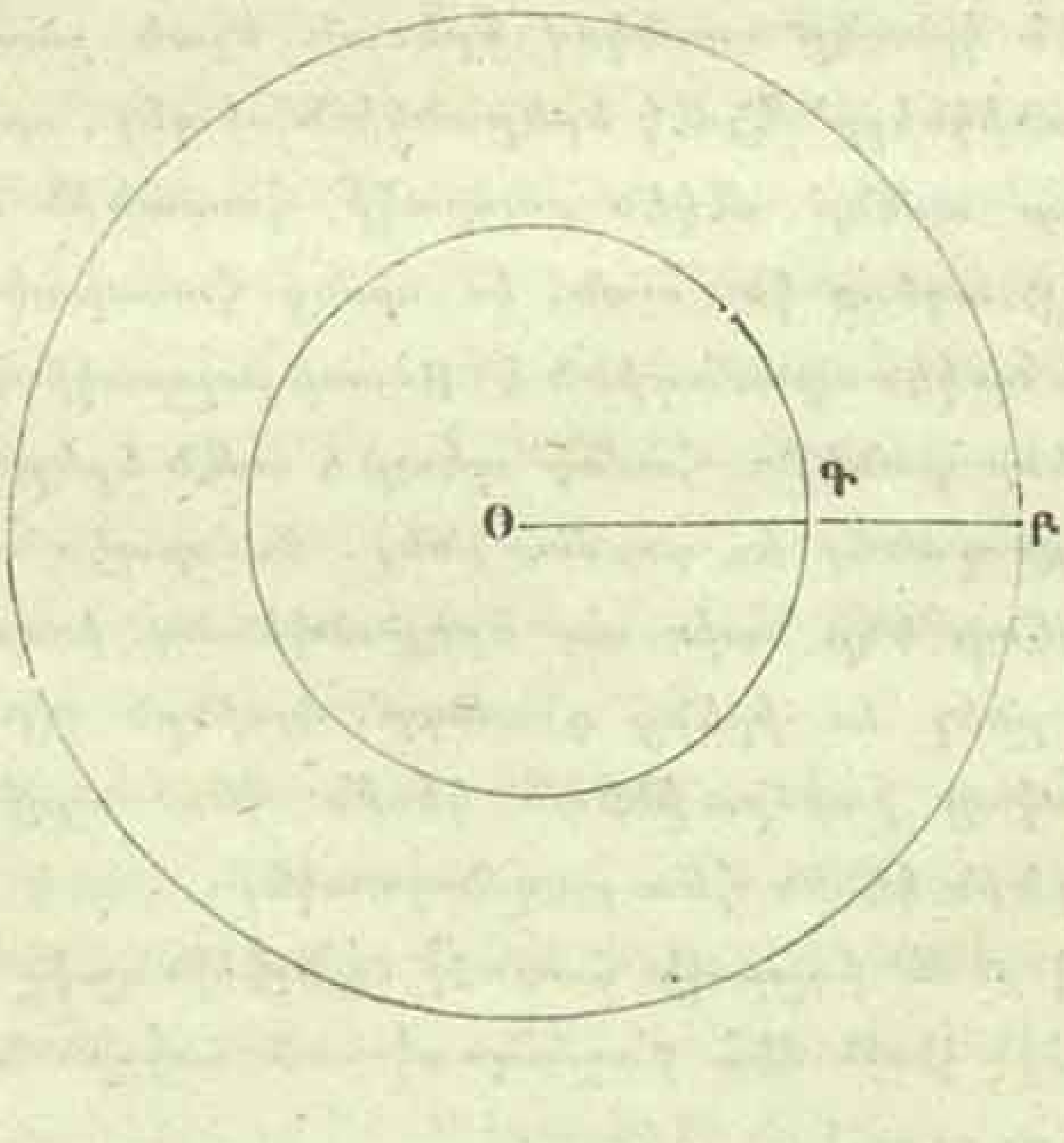
Ա. Բոլորակ մը գծել՝ որն որ երկու ծանօթ բոլորակներուն գումարին հաւասար ըլլայ։

Բ. Բոլորակ մը գծել՝ որն որ երկու ծանօթ բոլորակներուն տարբերութեանը հաւասար ըլլայ։

217. **Օղաբոլորակի մը մէջի պարունակածը** գտնելու համար՝ փոքրագոյն բոլորակին մէջը պարունակածը մեծագոյն շրջանակին մէջի պարունակածէն հանում պէտք է ընել. կամ աւելի համառօտ՝ փոքրագոյն կէս տրամագծին քառակուսին՝ մեծագոյն կէս տրամագծին քառակուսիէն հանում ընելու եւ մնացորդը Լուդոլֆեան թուոյն հետ բազմապատկելու է։

Գտնենք՝ որ օրինակի աղագաւ (Ձեւ 194) ՕԲ=5' եւ ՕԳ=3' ըլլայ։

Ձեւ 194.

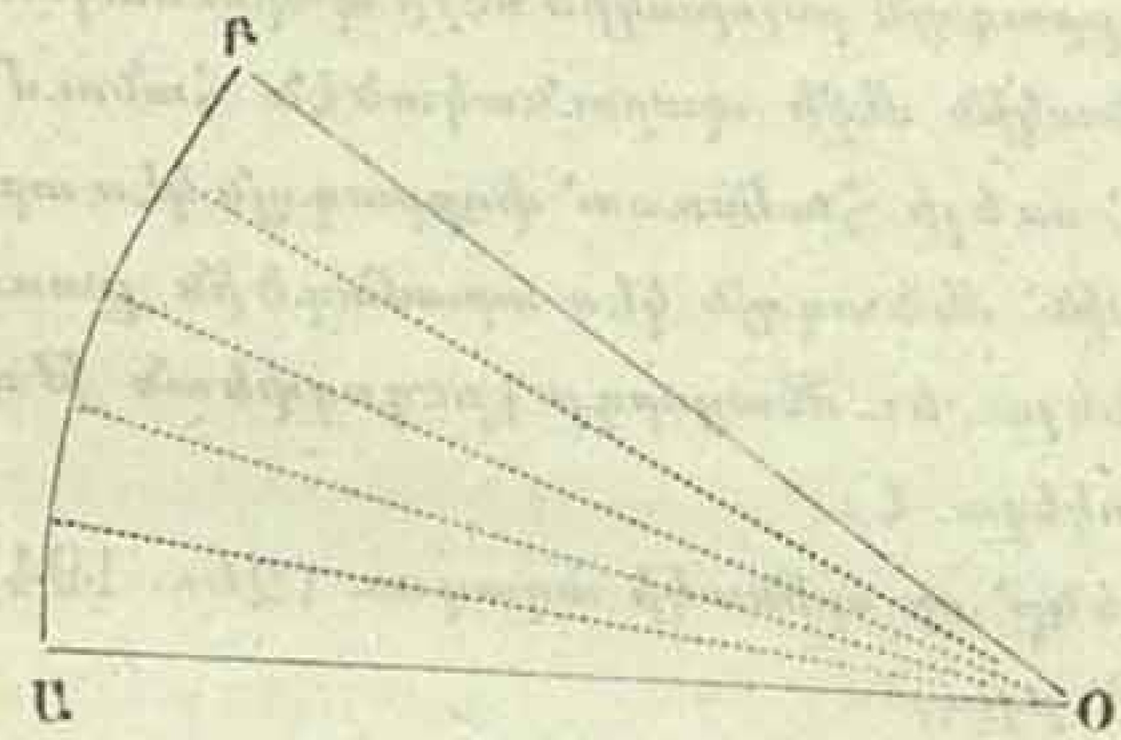


Կ՚ըլլէ՝

$$OԲ^2=25$$
$$OԳ^2=9$$
$$Օղաբոլորակ=16\times3.14=50.24\square'$$

218. **Բոլորակի հատուածի մը մեծին պարունակութիւնը:** Թող որ OԱԲ բոլորակի հատուածին վրայ (Ձեւ. 195)

Ձեւ. 195



անթիւ անհամար կէս տրամագծեր քաշուած մտածենք, ան ատեն կրնանք ատանկով երեւան ելած շատ մանրիկ հատուածիկները՝ մէյմէկ եռանկիւն սեպել, որոնց խարիսխները ամէնը մէկէն բոլորակի հատուածին վերաբերեալ ԱԲ աղեղը կու տան, եւ որոնց հասարակաց բարձրութիւնը կէս տրամագիծն է: Ուստի բոլորակի հատուածին երեսը գտնելու համար՝ պէտք է ամէն եռանկեանց երեսները գտնել եւ գումար ընել. եւ որպէս զի աս ընենք՝ պէտք ենք նախ աս եռանկեանց խարիսխները գումար ընել եւ իրենց գումարը՝ այսինքն ԱԲ աղեղը՝ հասարակաց բարձրութեան կէսին հետ՝ այսինքն կէս տրամագծին կէսին հետ բազմապատկել:

Ուրեմն՝ բոլորակի հատուածի մը երեսին չափը՝ իրեն կէս տրամագծին կէսին հետ բազմապատկուած աղեղան երկայնութեանը հաւասար է:

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ կէս տրամագիծը $=7''$ է, եւ ԱԲ աղեղը 35^0 է, բոլորակին շրջապատը շով, ԱԲ աղեղան երկայնութիւնը աով եւ բոլորակի հատածին երեսը հով նշանակելու որ ըլլանք, կ'ըլլէ այսպէս.

$$շ=14\times3\tfrac{1}{7}=44''.$$

$$ա : 44=35^0:360^0,\ ուստի\ ա=\tfrac{77}{18}'':$$

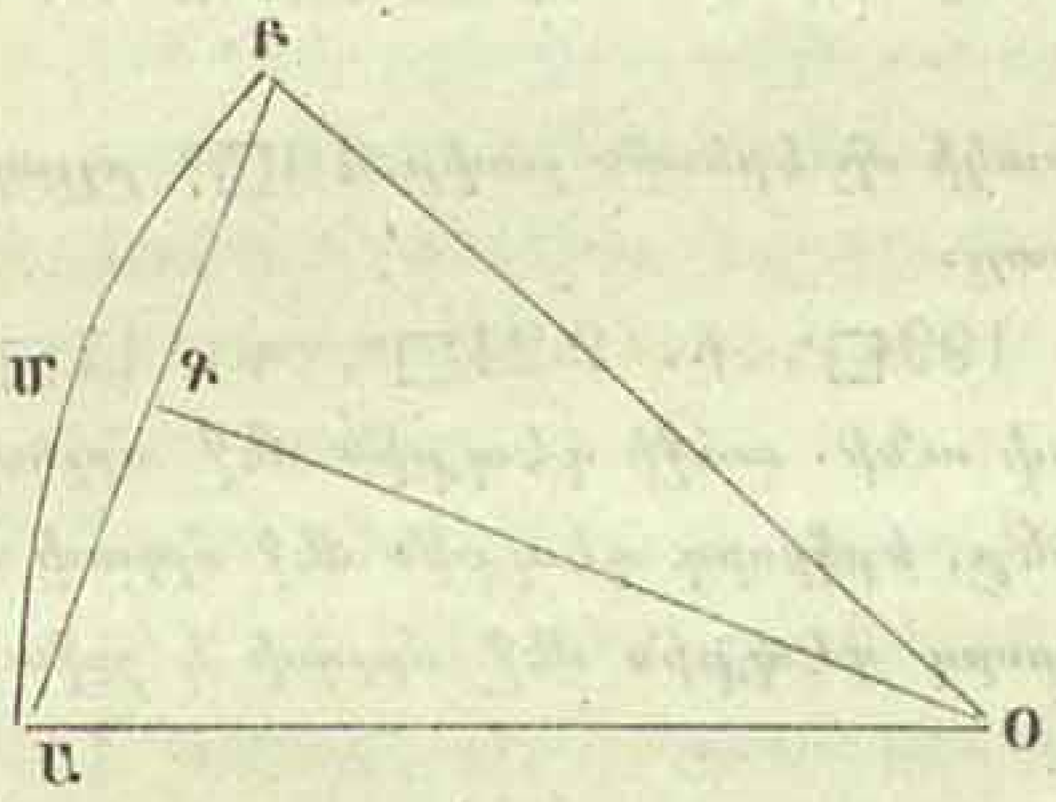
$$հ=\tfrac{77}{18}\times\tfrac{7}{2}=14\tfrac{35}{36}\square''.$$

Ինչպէս որ հօս բոլորակի հատուածին պարունակածին վրայ վարդապետեցինք, նոյն կերպով կրնայինք նաեւ 213ին մէջ բոլորակին երեսին վրայ վարդապետել։

219. Բոլորակի հատուածին մէջը կամ պարունակածը։

Թէ որ ԱԲՄ հատուածին վերաբերող ԱԲ լարին ծայրերուն (Ձեւ 196) կէս տրամագծեր քաշենք՝ կ'ըլլէ

Ձեւ 196.



ԱՕԲ բոլորակի կտորը, որն որ անբոլորակի հատուածէն եւ ԱՕԲ երեքանկիւնէն բաղադրեալ է։ Արդ՝ թէ որ հատածին պարունակածը գտնենք եւ նոյնէն երեքանկեան պարունակածը հանենք, մնացորդը բոլորակի հատուածին երեսը կամ երեսի պարունակածը կու տայ։

Օրինակի աղագաւ՝ դնենք որ կէս տրամագիծը ԱՕ$=20''$ ըլլայ, ԱԲ աղեղն ալ 40^0 ունենայ, եւ անոր վերաբերեալ ԱԲ լարը $6.84''$ ըլլայ. փնտռենք ԱԲՄ հատուածին երեսը։

Կը գտնենք՝ որ ԱՕԲ հատածին աղեղան երկայնութիւնը ԱԲ$=6{\cdot}98''$ է. ուստի հատածին երեսին պարունակածը կամ երեսին չափն է.

$$=6{\cdot}98\times5=349\,\square'':$$

ԱՕԲ եռանկեան մէջ ՕԳ բարձրութիւնն է $=\sqrt{\text{ԱՕ}^2=\text{ԱԳ}^2}=9\;39''$, ուստի եւ երեսին չափն է.

$$=3{\cdot}42\times9{\cdot}39=32{\cdot}11\,\square''.$$

Արդ համար ԱԲՄ հատուածին պարունակածն է.

$$34{\cdot}9-32{\cdot}11=2{\cdot}79\,\square'':$$

220. **Խնդիրներ:**

1. Գտնել $5^0\;4'$ կէս տրամագիծ ունեցող բոլորակի մը երեսին չափը:
2. Բոլորակի մը տրամագիծն է $15'$, $1^0\;2'\;5''$, $3{\cdot}75'$. որչափ է երեսին չափը:
3. Որչափ է բոլորակ երես մը՝ որուն շրջապատն է 26^0:
4. Որչափ է $5\square'\;48\square''$ երես ունեցող բոլորակի մը կէս տրամագիծը:
5. Գտնել՝ որ բոլորակի մը երեսին չափը $10\square^0$ ըլլայ, որչափ է շրջապատը:
6. Բոլորակ մը Ա. $199\square'$, Բ. $9{\cdot}24\square^0$, Գ. $17\square^0\;63\square$ երեսի չափ ունի. առջի դէպքին մէջ որչափ է կէս տրամագիծը, երկրորդ դէպքին մէջ որչափ է տրամագիծը, երրորդ դէպքին մէջ որչափ է շրջապատը,
7. Բոլորակի մը կէս տրամագիծը $5,\;8''$ է. որչափ պիտ՚որ ըլլայ անանկ բոլորակի մը տրամագիծը, որն որ $2\frac{1}{2}$ պատիկն է:
8. Բոլորակի մը տրամագիծը $8\frac{1}{2}''$ է. որչափ է ուրիշ մէկ բոլորակի մը տրամագիծը, որուն երեսը առջի բոլորակին երեսին իբրեւ 3 առ 4 կը համեմատի:
9. Երկու բոլորակներու կէս տրամագծերը $2'\;4''$ ու $3'\;2''$ են. որչափ է ան բոլորակին տրամագիծը, որուն

մեծութիւնն ան երկու բոլորակներուն միանգամայն հաւասար է։

10. Գտնենք՝ որ բոլորակի մը շրջապատը 27.35″ ըլլայ, ուրիշ բոլորակի մ'ալ 12.78″. որչափ պիտ'որ ըլլայ անանկ բոլորակի մը շրջապատը, որուն երեսը ան երկու բոլորակներուն տարբերութեան հաւասար ըլլայ։

11. Երկու բոլորակներուն Ա. կէս տրամագծերը 5′ ու 4′ են, Բ. տրամագծերը 2′ 8″ ու 2′ 3″ են, Գ. շրջապատները 57′ 2 ու 93.25″ են։ Կ'ուզենք ան ամէն դէպքերուն մէջ բոլորակ մը հանել՝ որն որ երկու ծանօթ բոլորակներուն գումարին հաւասար ըլլայ, եւ առջի դէպքին մէջ պէտք ենք գտնել նոր բոլորակին կէս տրամագիծը, երկրորդին մէջ՝ անոր տրամագիծը, երրորդին մէջ՝ նոյնին շրջապատը։

12. Բոլորակ մը՝ 8″ կող ունեցող քառակուսւոյ մը հետ հաւասար շրջապատ ունի. աս երկուքին երեսներն իրարու ինչ համեմատութիւն ունին։

13. Երկու համակենդրոն բոլորակներ 3′ 5″ ու 2′ 8″ կէս տրամագիծ ունին. որչափ է անոնց մէջ պարունակուած օղը։

14. Երկու համակենդրոն բոլորակներուն շրջապատները 137″ ու 152″ են. որչափ է բոլորակի օղը։

15. Բոլորակի օղի մը երկայն կէս տրամագիծը որչափ է, թէ որ օղին մեծութիւնն 86.24□′ է ու կարճ կէս տրամագիծն ալ 4.2′ է։

16. Բոլորակի մը տրամագիծն է 10′. որչափ է համակենդրոն կտրուած հանուած բոլորակը, թէ որ օղը 1′ 7″ լայնութիւն ունի։

17. Բոլորակի մը կտրուած դուրս հանուած մասին երեսը որչափ է, թէ որ կէս տրամագիծը 3.24′ է եւ աղեղան երկայնութիւնը 4.5′ է։

18. Բոլորակի մը շրջապատն է 249″. ո՞րչափ է հատածի մը երեսը, որուն կենդրոնի անկիւնը 75° է:

19. Ի՞նչ աստիճան կը պարունակէ բոլորակի հատածի մը աղեղը, թէ որ այս հատածին երեսը 28.85□″, ու կէս տրամագիծը 3.5″ է:

20. Ո՞րչափ է բոլորակի հատուածի մը պարունակածը, որուն մէջ թէ կէս տրամագիծը թէ լարը 3′ 11″ է:

21. Օղակի մը բունին կտրուած երեսին բոլորտիքը 7 10″ է. ո՞րչափ է կտրուածքին երեսը:

22. Գեղ մը աւազան մը կայ 2° 3′ տրամագծով. որովհետեւ այս աւազանն այս գեղին համար պզտիկ է, կ՚ուզեն մեծցընել, անանկ՝ որ տրամագիծը 3° 4′ ըլլայ. ասանկով ո՞րչափ պիտ՚որ մեծնայ ջրին երեսը:

23. 18° 4′ շրջապատ ունեցող խոտաւէտ տեղւոյ մը բոլորտիքը 4′ լայնութեամբ ճամբայ մը կը պտըտի. ո՞րչափ երես ունի այս ճամբան:

24. Սլոր ծառի կոճղ մը վերէն վարէն շիտակ կտրուած 8□′ 35□″ երես ունի ու վեց եզրանկիւններով պիտ՚որ տաշուի. այս կանոնաւոր վեցանկեան երեսը ո՞րչափ է թէ վերի եւ թէ վարի կողմանէ:

25. Խողովակ մը ներսէն 4″ ու դրսէն ½″ է. ո՞րչափ է ասոր կողմնակի կտրուածքը:

26. Սլոր 1.1″ տրամագծով տուփի մը մէջ 100 հատ լուցկի փայտիկներ կը մտնեն. ո՞րչափ փայտիկ նոյն հաստութեամբ կրնան ուրիշ տուփի մը մէջ մտնել՝ որուն տրամագիծը 2″ է:

27. Կողերը 9″ երկայնութեամբ քառակուսի թղթի մը միջակէտէն՝ 4″ կէս տրամագծով բոլորակ մը քաշեցինք. ո՞րչափ է բոլորակին դուրս մնացած թղթին երեսը:

28. Ներսի տրամագիծը 4° կլոր տեսարանի մը բոլորտիքը

որչափ տեղ պիտ՚որ առնուի՝ որպէս զի 500 հոգի կարող ըլլան նստիլ, թէ որ ամէն մէկ հանդիսականին 4□՝ հարկաւոր է։

29. Կլոր աւազան մը եւ քառակուսի աւազան մը հաւասար շրջապատ ունին՝ այսինքն 60° են. երկուքին բոլորտիքն ալ 2° լայնութեամբ խոտաւէտ եզերք կան. ո՞ր խոտաւէտ եզերքին երեսը փոքրագոյն է, եւ ո՞րչափ է երկուքին տարբերութիւնը։

30. Նշան առնելու համար նպատակ դրուած սկաւառակի մը վրայ 3 սեւ եւ 2 ճերմակ օղի երեսներ կան, ամէն մէկը $2\frac{1}{2}''$ լայնութեամբ. սկաւառակին մէջտեղը ճերմակ բոլորակ մը կայ $2''$ տրամագծով։ Ո՞րչափ է Ա. ամբողջ սկաւառակը, Բ. միջին բոլորակի երեսը. Գ. ամէն մէկ բոլորակի օղը։

31. Բոլորակի մը կէս տրամագիծն է $32''$. աս բոլորակին երեսը ո՞րչափ մեծագոյն է հետեւեալներուն երեսներէն, այսինքն Ա. մէջը քաշուած քառակուսւոյ մը երեսէն, Բ. մէջը քաշուած կանոնաւոր վեցանկեան մը երեսէն։ — Նոյն բոլորակին երեսը՝ ո՞րչափ փոքրագոյն է հետեւեալներուն երեսներէն, այսինքն Գ. բոլորտիքը քաշուած քառակուսւոյ մը երեսէն, Դ. բոլորտիքը քաշուած կանոնաւոր վեցանկեան մը երեսէն։

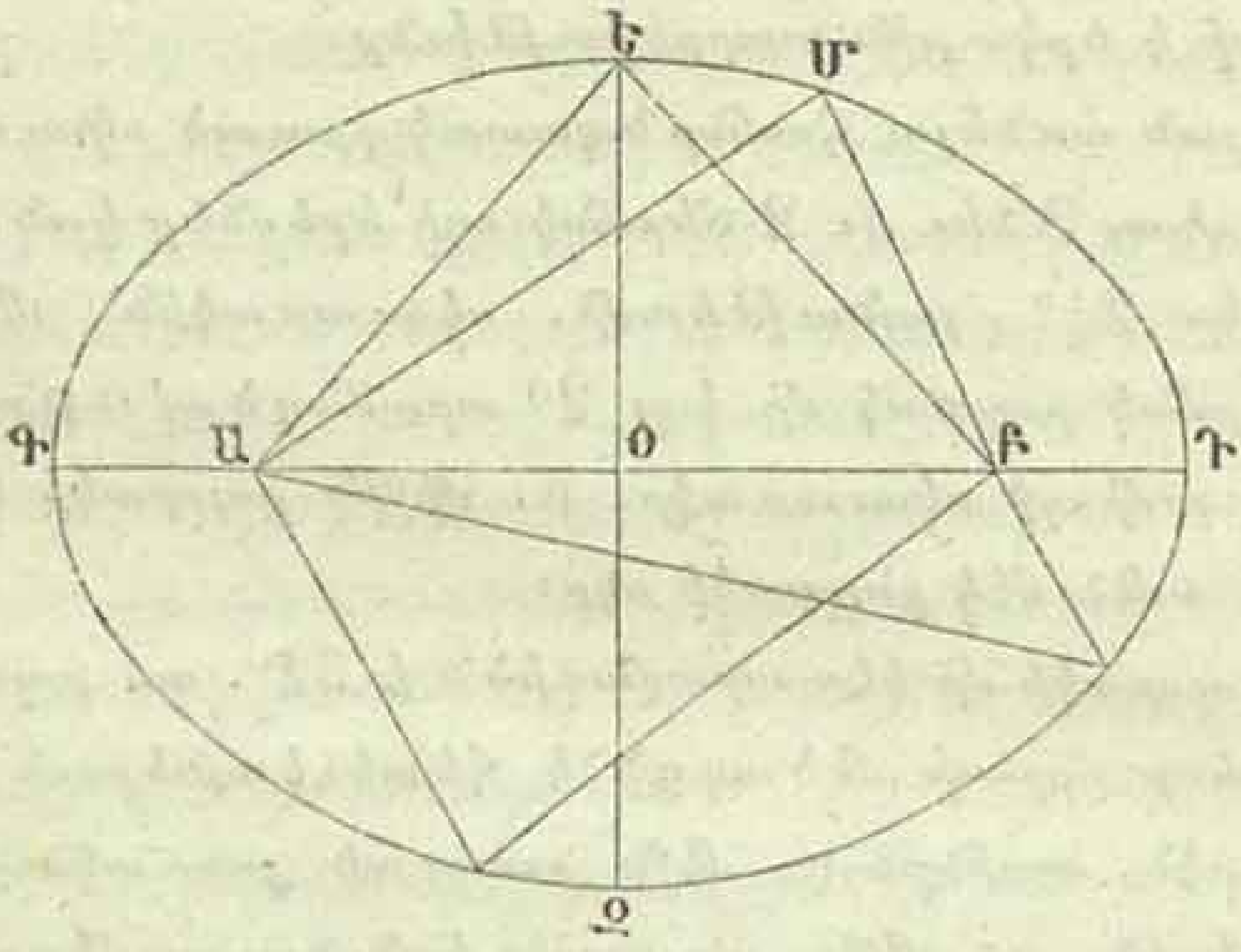
Թ. ԶԱՆԱԶԱՆ ԿՈՐ ԳԾԵՐ

1. *Ձուաձիր* (*Ellipse*).

221. Դնենք՝ որ ԳԴ ուղիղ գծին վրայ (Ձեւ 197) Ա եւ Բ կէտերը՝ Գ եւ Դ կէտերէն հաւասարապէս հեռու ըլլան։ Թէ որ Ային եւ Բին վրայ երկու տեղ դնենք եւ անոնց վրայ ԳԴ գծին երկայնութեանը հաւասար դեր-

ձանի մը երկու ծայրերը հաստատենք, Մ կապարագրիչով մը նոյն դերձանը ձիգենք ու ԳԴ գծին բոլորտիքն անանկ դարձրնենք՝ որ դերձանը միշտ ձիգուած մնայ, ան ատեն կապարագրիչն աս շարժման մէջ ինք իր վրայ դարձող կոր գիծ մը կը գծէ՝ որն որ Ձուածիր կ՚ըսուի։

Ձեւ 197.



ԳԴ ուղիղ գիծը ձուածրին մեծ առանցքը կ՚ըսուի, Գ եւ Դ ծայրերը՝ գագաթները եւ Օ կիսման կէտը՝ կենդրոնը, Աը եւ Բը ձուածրին Վառարանները կ՚ըսուին, եւ ԱՄ ու ԲՄ ուղիղ գծերը՝ որոնք վառարանէն դէպ ի ձուածրին մէկ Մ կէտը կը քաշուին՝ աս Մ կէտին տանող ճառագայթները կ՚ըսուին։

Դերձանի մը ձեւօք շինուած ձուածրին ստորագրութենէն կը ցուցուի՝ որ ԱՄ եւ ԲՄ դերձանին երկու մասերուն՝ այսինքն երկու տանող ճառագայթներուն երկայնութիւնք կէտէ կէտ անցնելով կը փոխուի, որովհետեւ տանող ճառագայթներուն մէկը կ՚աճի եւ մէկալը կը նուազի, բայց իրենց գումարը միշտ մեծ առանցքին հաւասար կը մնայ։

Ուրեմն՝ ձուածրի վրայ ամէն մէկ կէտին տանող ճառագայթներուն գումարը՝ մեծ առանցքին հաւասար է։

ԵԶ ուղիղ գիծը՝ որն որ կենդրոնին տեղը մեծ առանցքին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ, ձուածրին փոքր առանցքը կ՚ըսուի։ Ե եւ Զ կէտերուն համար՝ երկու տանող ճառագայթները հաւասար մեծութիւն ունին, ուստի եւ ամէն մէկը մեծ առանցքին կէսին հաւասար է։

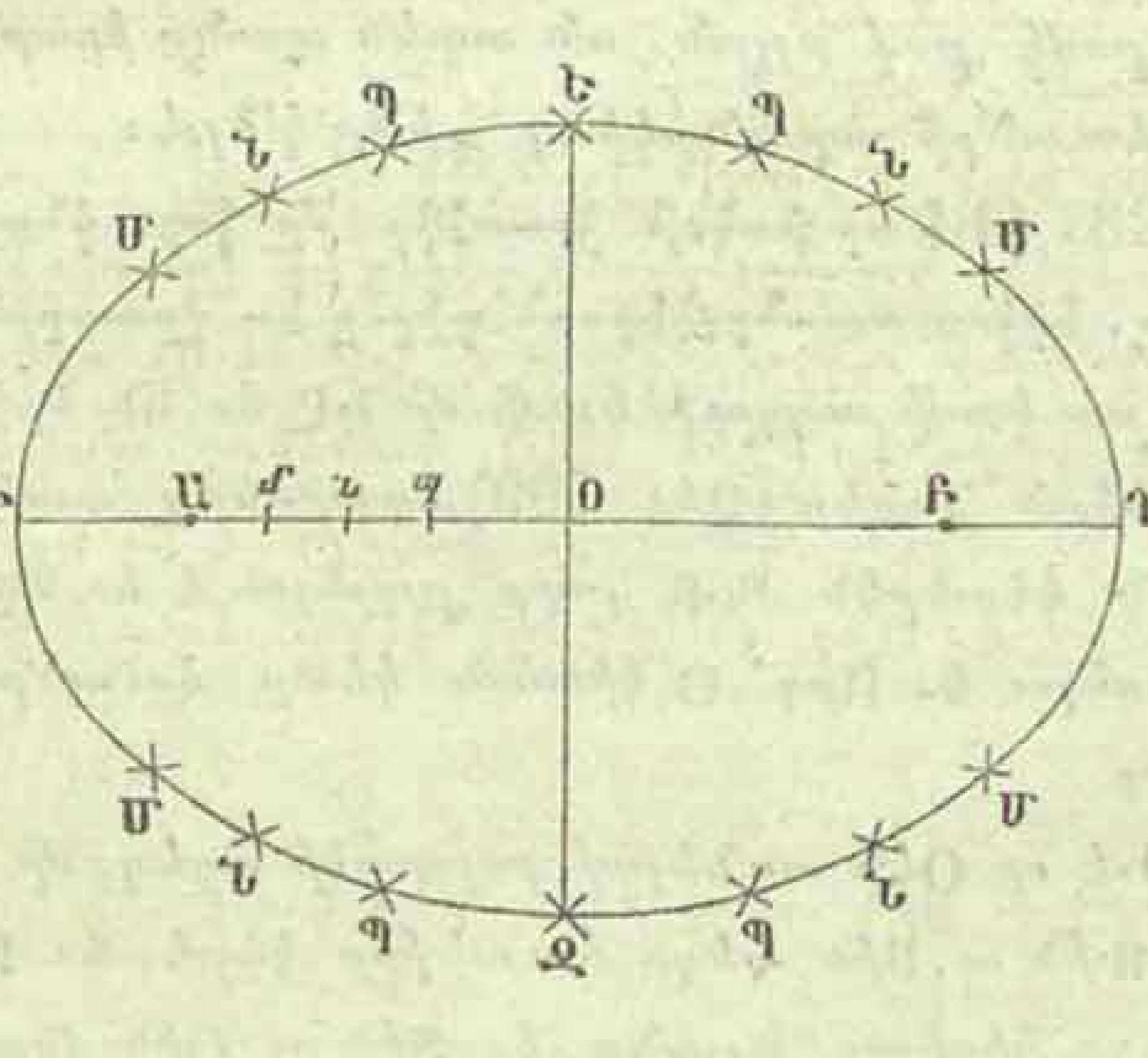
Վառարանի մը կենդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնը, ինչպէս ԱՕ կամ ԲՕ, ձուածրին կենդրոնազանցութիւնը կ՚ըսուի։ Կենդրոնազանցութիւնը որչափ փոքր է, այնչափ ձուածիրը բոլորակին կը մօտենայ։

Զանազան ձեւերու կազմութեան եւ հաշիւներու համար ԱՕԵ երեքանկիւնը կարեւորութիւն ունի։ Ասոր ամէն մէկ կողն ինչ կը ցուցնէ։

222. Թէ որ մեծ առանցքն ու երկու վառարանները ծանօթ են, ըստ կամի ձուածրին բազմաթիւ կէտերը երկրաչափապէս գտնել։

Դնենք՝ որ Ա եւ Բ (Ձեւ 198) ձուածրին երկու

Ձեւ 198.



վառարաններն ու ԳԴ մեծ առանցքն ըլլան։ Թէ որ նախ ԳՕ մեծ առանցքին կէսովը իբրեւ կէս տրամագծով ԸԷն ու ԲԷն աղեղներ քաշենք, ասոնց իրար կտրած Ե եւ Զ կէտերը՝ փոքր առանցքին ծայրերը կու տան։

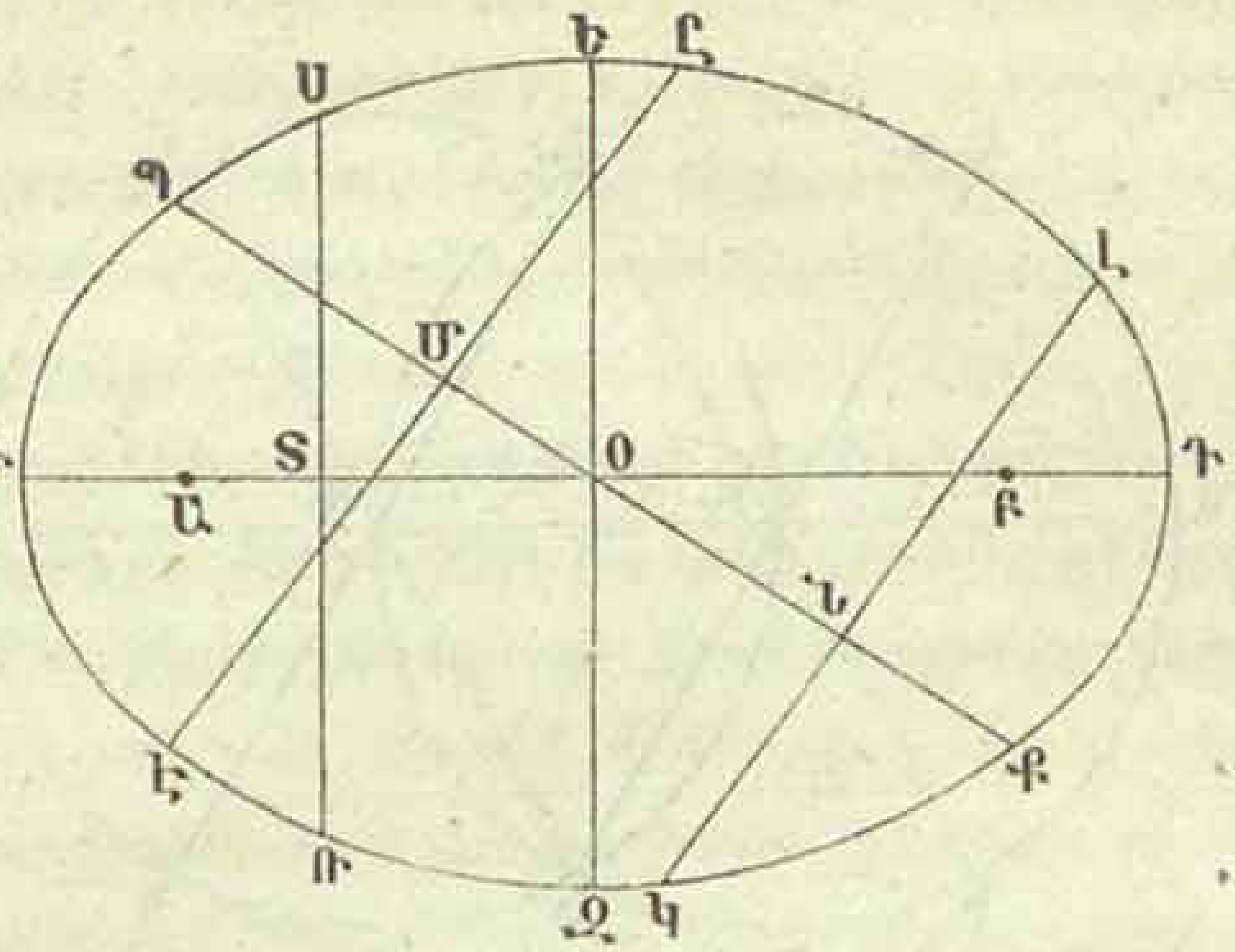
Արդ՝ թէ որ Աին եւ Օին մէջտեղը ըստ կամի Ֆ կէտ մը առնելու ըլլանք ու ԳՖ կարկինի բացմամբ ան իւրաքանչիւր վառարանէն դէպ ի վեր եւ դէպ ի վար աղեղներ քաշենք, եւ կտրենք զանոնք ուրիշ չորս աղեղներով՝ որոնք երկու վառարաններէն՝ ԴՖ կէս տրամագծով գծուին, ան ատեն չորս Մ հատման կէտերը ձուածրին կէտերն են, որովհետեւ ամէն մէկուն նկատմամբ՝ մէկ տանող ճառագայթը՝ ԳՖ ուղիղ գծին եւ մէկալ տանող ճառագայթը՝ ԴՖ ուղիղ գծին հաւասար է, ուստի երկուքին մէկէն գումարը, ԳՖ + ԴՖ, այսինքն՝ ԳԴ մեծ առանցքը կ'ըլլայ։ Նոյն կերպով կրնանք Ն կէտին ձեւոք՝ չորս Ն կէտերը գտնել, Պ կէտին ձեւոք՝ չորս Պ կէտերը գտնել, եւ ասանկով հետզհետէ ձուածրին ըստ կամի բազմաթիւ կէտերը գտնել։ Թէ որ աս կէտերը շատ իրարու քովէ քով ըլլան, ան ատեն ասոնք իրարու կապելով՝ ձուածրի շարունակեալ գիծը կ'ելլէ։

223. Թէ որ ձուածրի յուածիր մը կայ, գտնելու է կեդրոնը, երկու առանցքներուն դիրքը եւ վառարանները։

Ըստ կամի ուղղութեամբ մը ԷԸ եւ ԿԼ երկու զուգահեռական լարեր (Ձեւ 199), դարձեալ ասոնց Մ եւ Ն կիսման կէտերէն ՊՔ լարը քաշելու է եւ նոյնը Օին վրայ կիսելու է։ Արդ՝ Օ կիսման կէտը ձուածրին կեդրոնն է։

Թէ որ Օէն առնելով բոլորակի աղեղ մը գծենք՝ որն որ Ռին ու Սին տեղը ձուածիրը կտրէ, եւ ՌՍ լարը Տին տեղը կիսելու ըլլանք եւ Տին ու Օին վրայէն ԳԴ

Ձեւ 199:



լարը քաշելու ըլլանք, աս լարը ձուաձրին մեծ առանցքն է եւ Օին տեղը ԳԴին վրայ ձգուած ԵԶ ուղղաձիգ գիծը փոքր առանցքն է:

Վերջապէս՝ թէ որ Եէն ԳՕ մեծ առանցքին կէսովը իբրեւ կէս տրամագծով՝ աղեղներ քաշելու ըլլանք՝ որոնք Աին ու Բին տեղերը մեծ առանցքը կտրեն, աս երկու վառարաններն երեւան կ՚ելլեն:

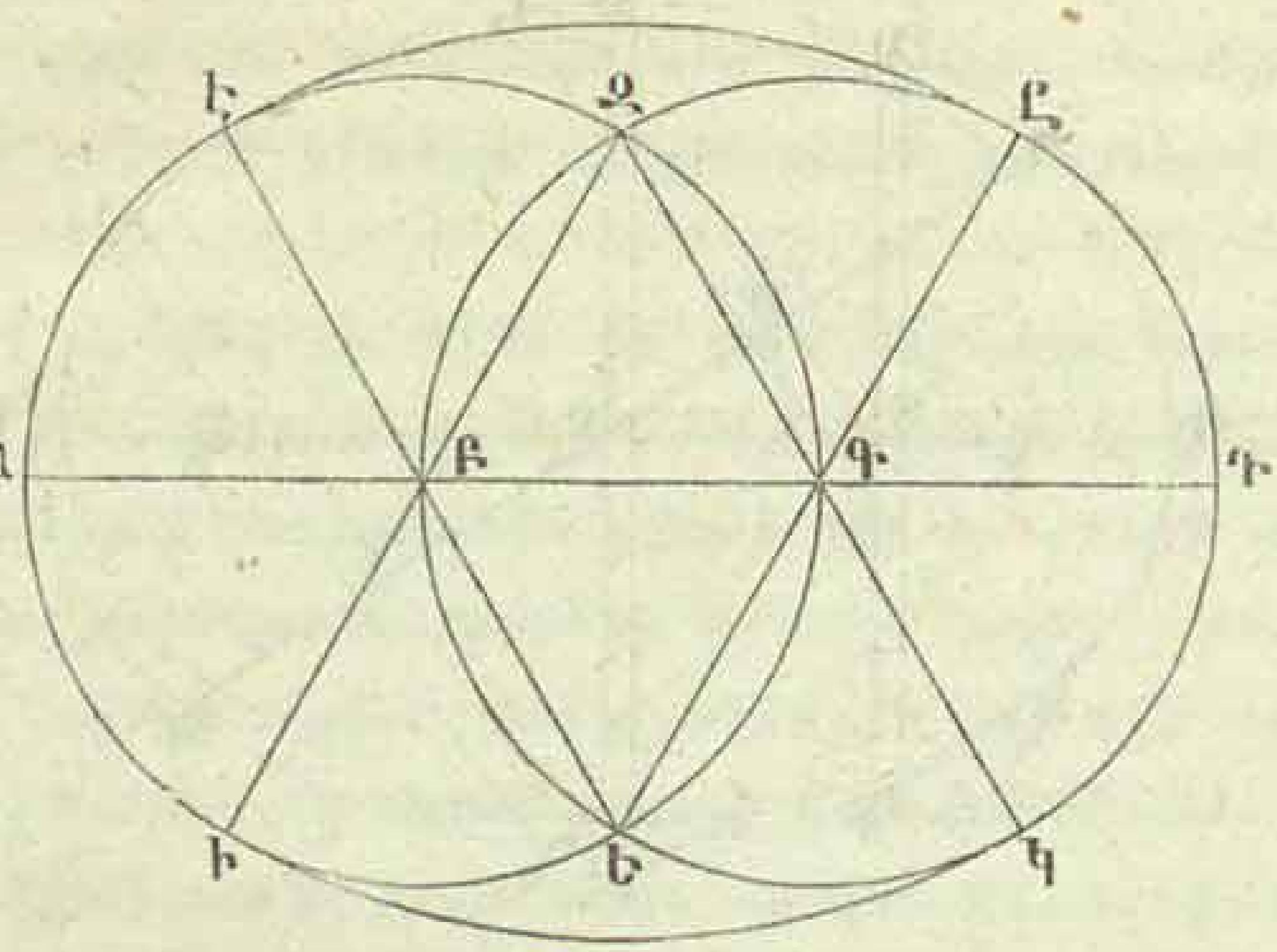
224. Շատ մը բոլորակի աղեղներ իրարու քով բերելով, ձուածրի նման կոր գիծ մը գծել:

Ա. Երբ որ երկու առանցքներն անծանօթ են:

Ուղիղ գծի մը վրայ (Ձեւ 200) երեք հաւասար կտոր որոշելու է ԱԲ=ԲԳ=ԳԴ, եւ Բէն ու Գէն ԲԳ կէս տրամագծով բոլորակներ գծելու է, որոնք Ե եւ Զ երկու կէտերուն վրայ իրար կտրեն: Անկէ ետքը՝ աս կէտերուն վրայէն եւ երկու կեդրոններէն՝ ԵԷ, ԵԸ, ԶԻ եւ ԶԿ չորս ուղիղ գծերը քաշելու է, եւ Եէն ու Զէն՝ ԵԷով, իբրեւ կէս տրամագծով՝ ԷԸ ու ԻԿ աղեղները քաշելու է:

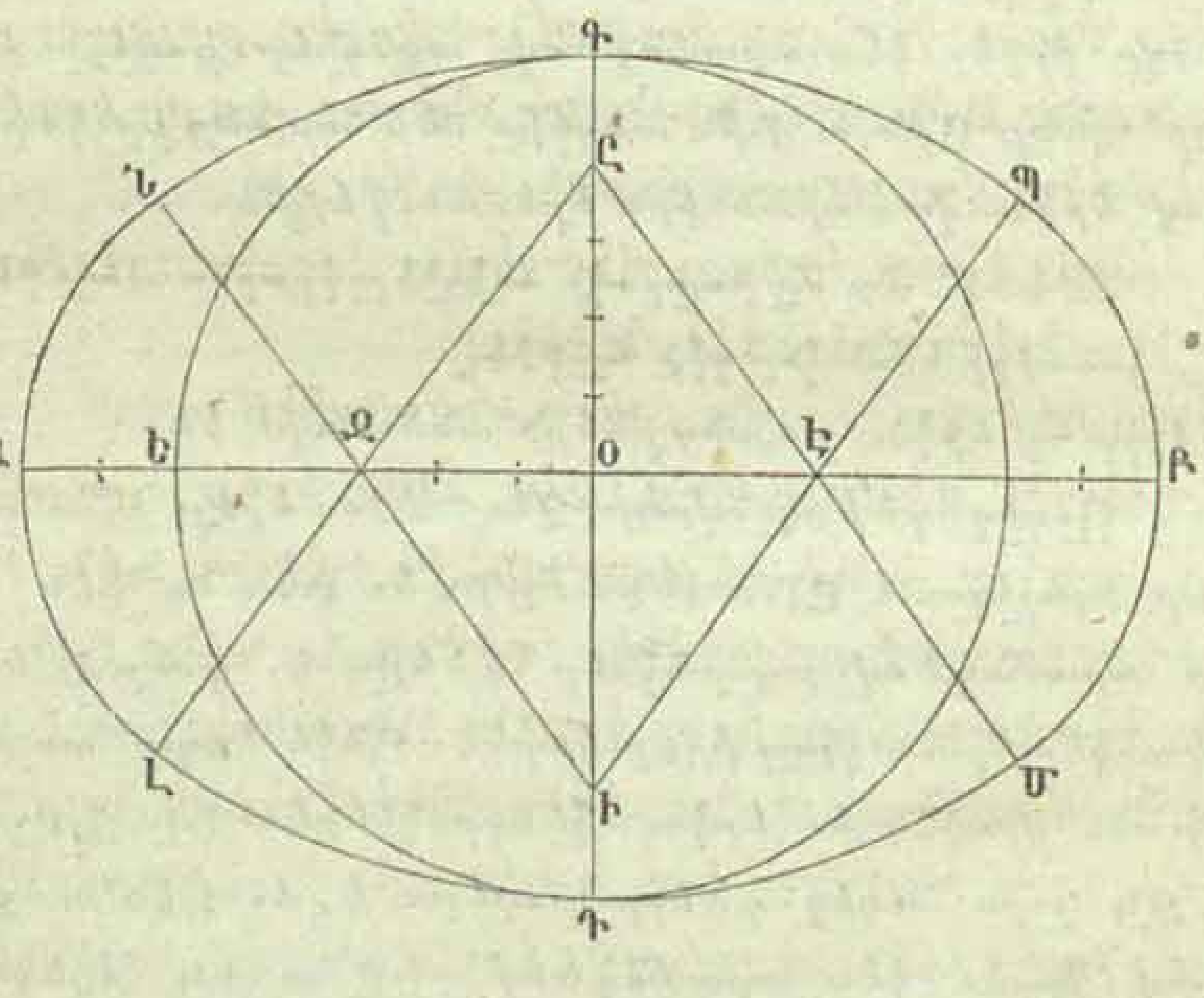
Բ. Երբ որ մեծ առանցքը ծանօթ է:

Ձեւ 200.



Ան մեծ առանցքը (Ձեւ 201) չորս հաւասար մաս

Ձեւ 201.

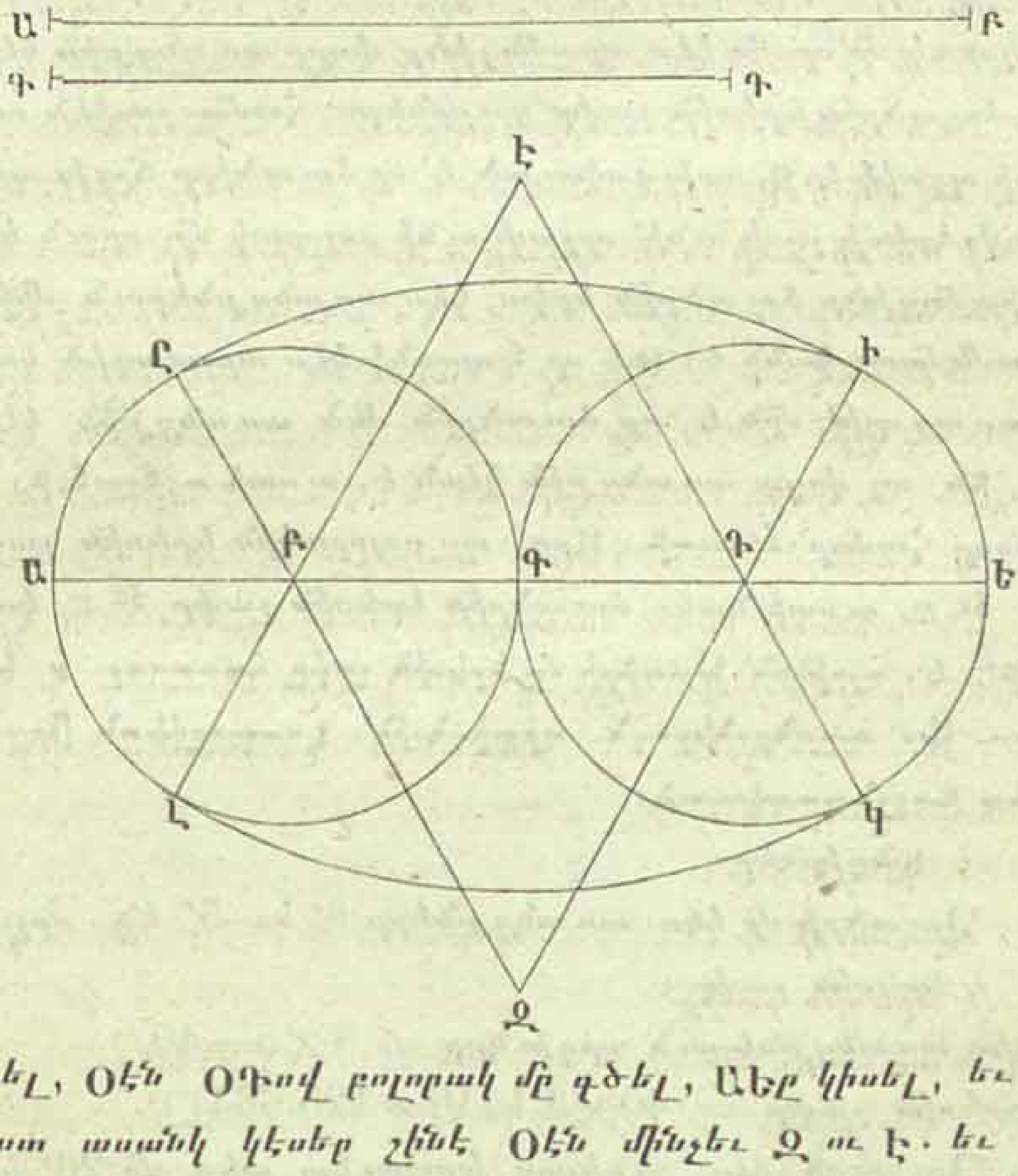


պէտք է բաժնել եւ Բէն ու Գէն ԲԳ կէս տրամագծով երկու բոլորակ պէտք է գծել, որոնք Գին վրայ իրար շօշափին։ Ետքը՝ ԲԴին վրայ երկու հաւասարակող երեքանկիւններ ԲԴՋ ու ԲԴԷ քաշելու է, որոնց չհաւասարակաց կողերն երկընցընելով Ը, Ի, Կ ու Լ կէտերուն վրայ առաջի բոլորակները կարեն։ Անկէ ետեւ՝ Ջ եւ Է կէտերէն՝ ՋԸ ով, իբրեւ կէս տրամագծով, ԸԻ եւ ԿԼ աղեղները կը գծուին։

գ. Երբ որ երկու առանցքներն ալ ծանօթ են։

Պէտք է երկու ԱԲ եւ ԳԴ առանցքները (Ձեւ 202) իրենց կիսման կէտերուն վրայ՝ ուղղաձիգ վրայէ վրայ

Ձեւ 202.



դնել, ՕԷն ՕԴով բոլորակ մը գծել, ԱԵը կիսել, եւ 3 հատ տասնակ կէտեր շինէ ՕԷն մինչեւ Ջ ու Է. եւ 4 հատ տասնակ մասեր ՕԷն մինչեւ Ը եւ Ի շինէ։ Ետքէն գծելու է ԸԼ, ԸՄ, ԻՆ ու ԻՊ, եւ ԱՋով քաշելու է ՋԷն եւ ԷԷն՝ ԼՆ եւ ՊՄ աղեղները, եւ անկէ ետքն ալ

ԸԼով, իբրեւ ճառագայթով մը, ԸԷՆ եւ ԽԷՆ՝ ԼՄ ու ՆՊ աղեղները քաշելու է։

225. **Ձուածրին երեսին չափը։**

Թէ որ մեծ առանցքին վրայ բոլորակ մը քաշենք եւ ուրիշ երկրորդ բոլորակ մ՚ալ փոքր առանցքին վրայ, պէտք է որ ձուածրին երեսին չափը՝ առջի բոլորակին երեսին չափէն պզտիկ ու երկրորդ բոլորակին երեսին չափէն մեծ ըլլայ։ Ուրեմն բոլորակ մը՝ որուն կէս տրամագիծը մեծ առանցքին կէսն է, ձուածրին երեսին չափը ցուցընելու համար չափէն աւելի մեծ է, ասոր հակառակ՝ բոլորակ մը՝ որուն կէս տրամագիծը փոքր առանցքին կէսն է, ձուածրին երեսին չափը ցուցընելու համար չափէն աւելի պզտիկ է։ Աստի գտնուած է՝ որ ձուածիրը ճշդիւ այնչափ երեսի չափ ունի՝ որչափ ունի բոլորակ մը, որուն կէս տրամագիծը ձուածրին երկու կէս առանցքներուն միջին համեմատականն է։ Թէ որ ճ ասանկ կէս տրամագիծ կամ ճառագայթ մըն է, աը ձուածրին մեծ առանցքին կէսն է, բն ալ փոքր առանցքին կէսն է, ուստի ա:ճ=ճ:բ, եւ անոր համար՝ ճ²=աբ։ Արդ՝ աս բոլորակին երեսին չափն է ճ² π. ուստի նաեւ ձուածրին երեսին չափը ճ² π կամ աբπ է, **այսինքն՝ ձուածրի մը երեսին չափը հաւասար է երկու կէս առանցքներուն արդիւնքին՝ Լուդոլֆեան թուոյն հետ բազմապատկուած։**

Խնդիրներ։

1. Ձուածրի մը կէս առանցքները 8' եւ 5' են. ո՞րչափ է երեսին չափը։

Կէս առանցքներուն արդիւնքը = 8×5=40.

Երեսին չափը = 40×3.1416=125.664□'.

2. Ձուածրի ձեւ ունեցող խոտաւէտ տեղ մը 26' երկայնութիւն ու 16' լայնութիւն ունի. ո՞րչափ երես ունի։

3. Վերոնայի Ամփիթէատրոնը՝ ձուածիր մըն է 77° երկայնութեամբ եւ 61 լայնութեամբ. որչափ է երեսը:

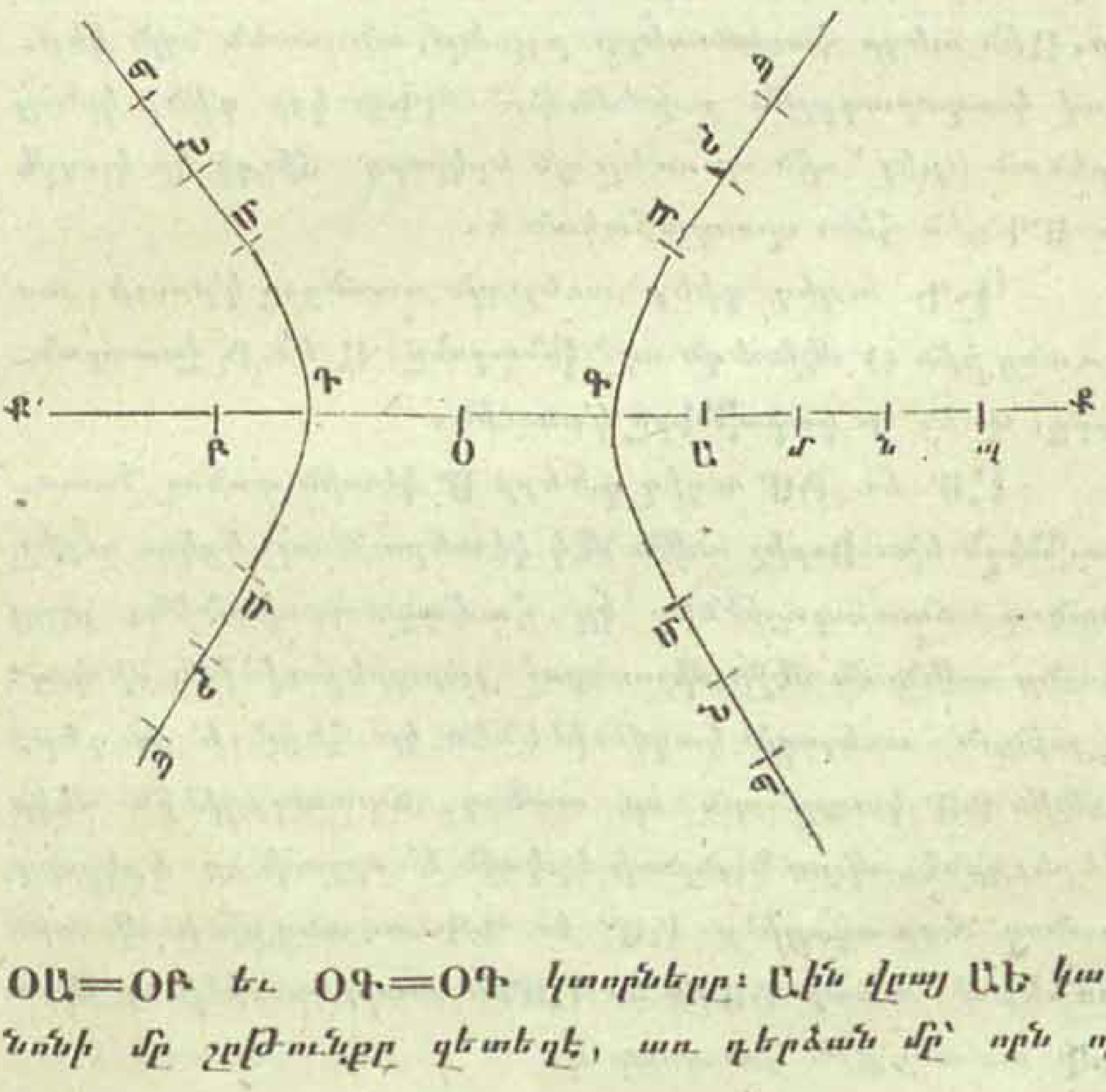
4. Ձուածրի մը կեդրոնազանցութիւնն է 5′ 4″, մեծ առանցքը 17′ 8″. ինչ երկայնութիւն ունի երկրորդ առանցքը եւ որչափ է երեսը:

5. Ձուածիր մը 80□′ կը պարունակէ, եւ մեծ առանցքը 12′ է. որչափ պիտ՝ որ ըլլայ անոր փոքր առանցքը, եւ իրեն վառարաններն իրարմէ որչափ հեռու են:

2. Անեցիմ: (Hyperbole.)

226. Բ.Ք՝ ուղիղ գծին վրայ (Ձեւ 203) կտրէ

Ձեւ 203.



ՕԱ=ՕԲ եւ ՕԳ=ՕԴ կտորները: Այն վրայ ԱԵ կանոնի մը չըթունքը գետեղէ, առ դերձան մը՝ որն որ

ԳԴի չափ կանոնին շրթունքէն մեծագոյն ըլլայ եւ աս գերձանին մէկ ծայրը՝ Եին տեղը հաստատէ, մէկալ ծայրն ալ Բին տեղը: Անկէ ետքը՝ թէ որ կանոնը Աին վրայ պտըտ-ցնելու ըլլանք եւ աս ընելու ատեն գերձանին ներսի դին՝ Մ կապարագրիչն անանկ մը ԵԱ եզրին վրայէն վար տանինք՝ որ գերձանը միշտ պրկուած մնայ, այն ատեն կապարագրիչը կոր գծի կտոր մը կը գծէ՝ որն որ Ա-ելլէ (Hyperbole) կ՚ըսուի: Թէ որ կապարագրիչը Գին տեղն հասած ատեն՝ ԱԵ կանոնը դէպ ի վար դարձընենք եւ հոնկից դարձեալ աս մեկնուած գործողութիւնը յառաջ տանինք, այն ատեն աւելցոյն ԳՆ վարի մասը կ՚ելլէ՝ որն որ վերի ԳՄ մասին հետ պատշաճական է: Անկէ ետքը՝ թէ որ կանոնին շրթունքը Բին տեղը դնելու ըլլանք, եւ գերձանին երկրորդ ծայրը՝ որն որ յառաջագոյն Բին տեղն էր, Աին տեղը հաստատելու ըլլանք, այն ատեն նոյն կեր-պով կապարագրչին շարժմամբը՝ ՊԴՓ կոր գիծը կ՚ելլայ երեւան ելլել՝ որն որ աւելցոյն երկրորդ ճիւղը կը կազմէ եւ ՄԳՆին հետ պատշաճական է:

ԳՕԴ ուղիղ գիծը՝ աւելցոյն առանցքը կ՚ըսուի, աս առանցքին Օ մէջտեղն ալ՝ կեդրոնը, Ա եւ Բ վառարան-ները, Գ եւ Դ գագաթները կ՚ըսուին:

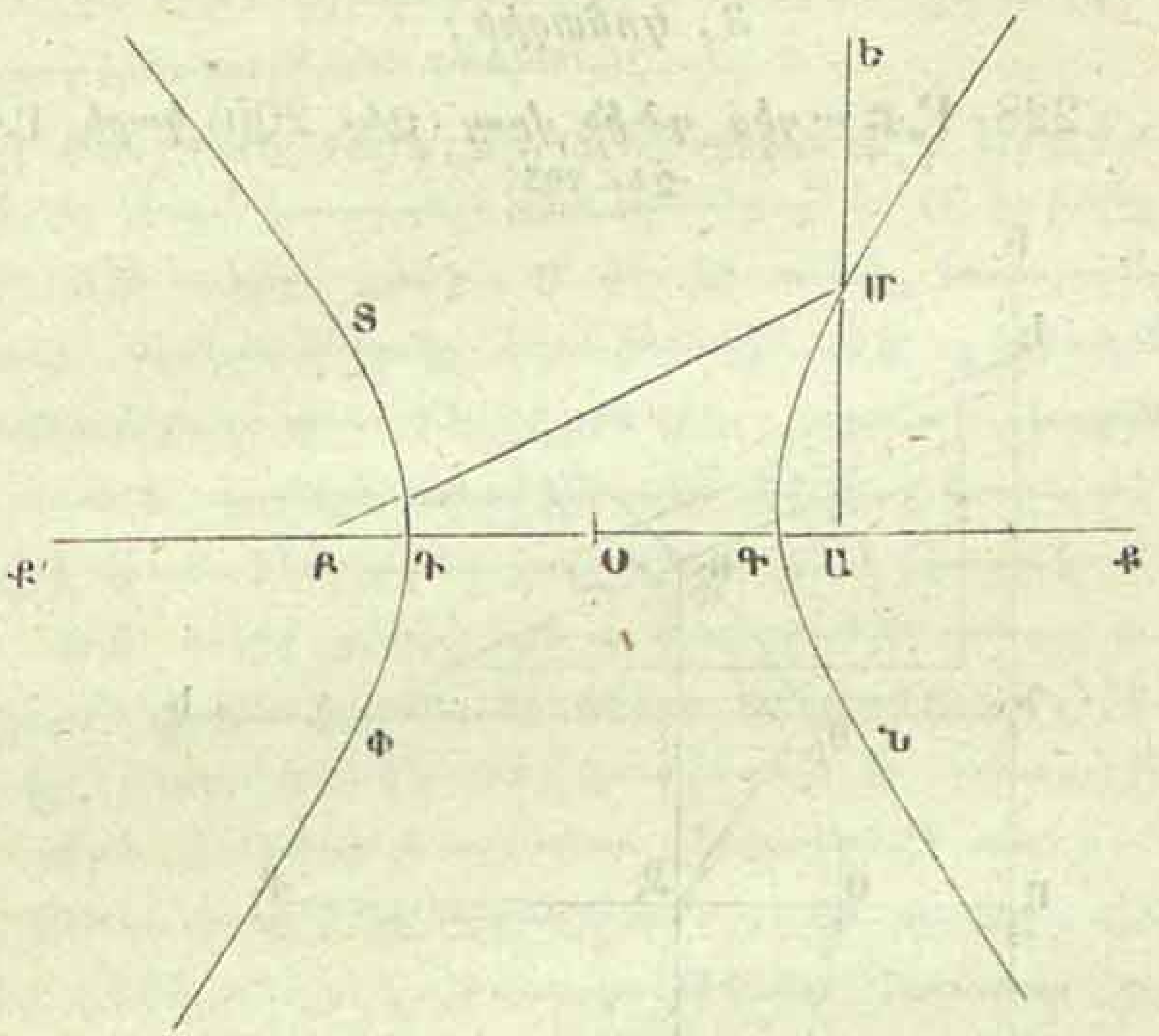
ԱՄ եւ ԲՄ ուղիղ գծերը Մ կէտին տանող ճառա-գայթներն են: Ուրիշ ամէն մէկ կէտերուն ալ երկու ուրիշ տանող ճառագայթներ կը համապատասխանեն, բայց անոնց ամենուն մէջը միշտ որոշ յարաբերութիւն մը կայ: Այսինքն՝ աւելցոյն կազմութենէն կը հետեւի՝ որ գեր-ձանին ԲՄ կտորը՝ որն որ տանող ճառագայթին մէկը կ՚երեւցընէ, միշտ նոյնչափ երկայն է՝ որչափ որ երկրորդ տանող ճառագայթը ԱՄ եւ ԳԴ առանցքը ի միասին առնելով. ուստի ԲՄին եւ ԱՄին տարբերութիւնը միշտ ԳԴ առանցքին հաւասար է:

Ուրեմն՝ տեղւոյ մը ամէն մէկ կէտին երկու տանող ճառագայթներուն տարբերութիւնը առանցքին հաւասար է։

227. Թէ որ առանցքն ու վառարանները ծանօթ են, տեղւոյն վրայ ըստ կամի բազմաթիւ կէտեր կարկինով գտնել։

Դնենք՝ որ (Ձեւ. 204) Ա եւ Բ երկու վառարան-

Ձեւ. 204.



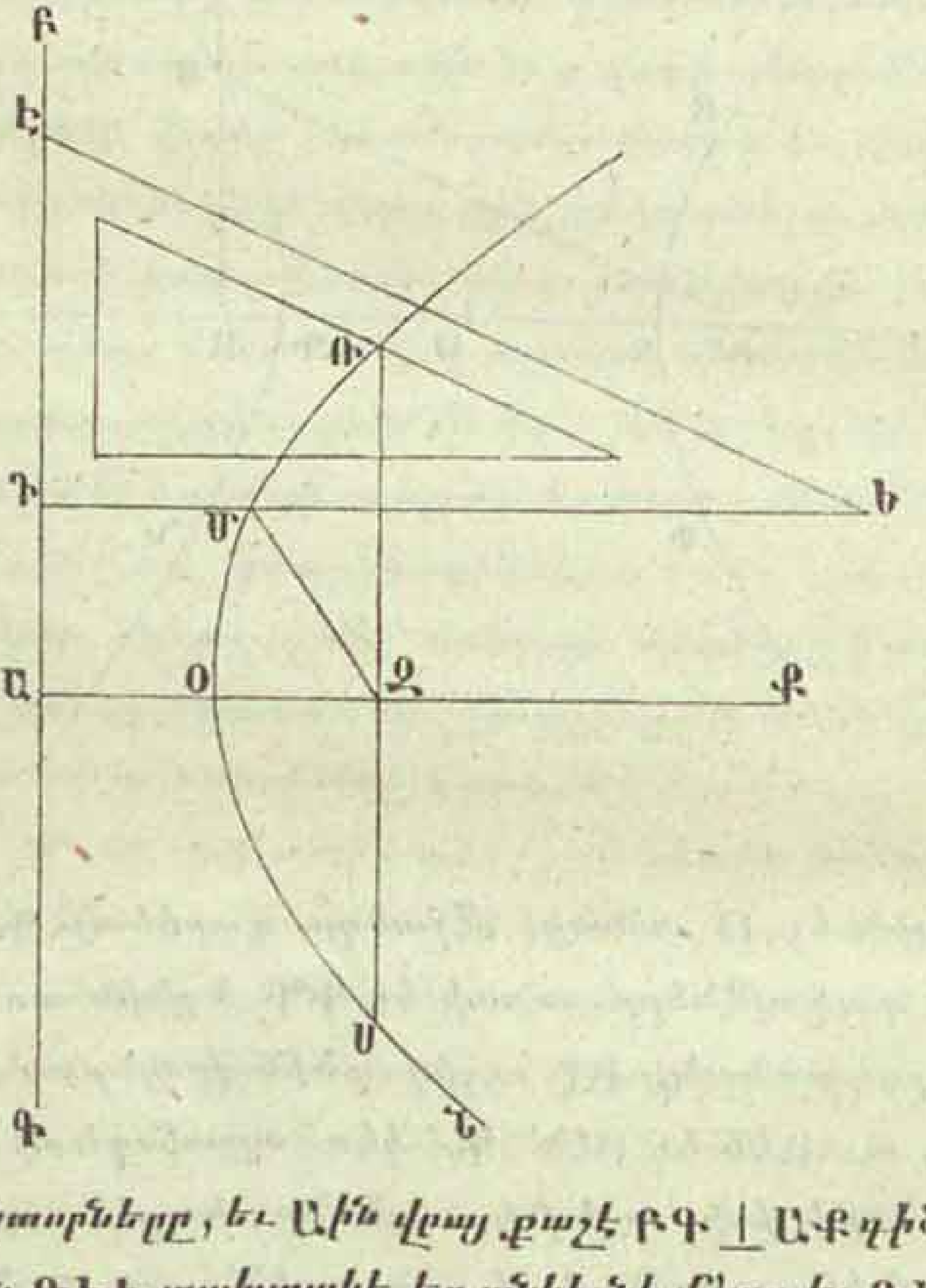
ները ըլլան եւ O անոնց մէջտեղը, դարձեալ Գ եւ Գ տեղւոյն գագաթները, ուստի եւ ԳԳ նոյնին առանցքն ըլլայ։ Արդ՝ առնունք ԱԲ ուղիղ գծին վրայ՝ ըստ կամի Տ կէտ մը, ու Աէն եւ Բէն՝ ԳՏ կէս տրամագծով դէպ ի վեր եւ դէպ ի վար աղեղներ գծենք, ետքէն ալ նոյնն ընենք ԳՏ կէս տրամագծով. ան ատեն՝ չորս Մ հատման կէտերը ամէնն ալ տեղւոյ կէտեր կ'ըլլան, որովհետեւ աս ամէն մէկ կէտին տանող ճառագայթին մէկը՝ ԳՏ ուղիղ գծին հաւասար կ'ըլլայ, եւ մէկալ տանող ճառագայթը

ԳՄ ուղիղ գծին հաւասար կ՚ըլլայ, ուստի եւ ԴՄ — ԳՄ տարբերութիւնն ալ ԳԴ առանցքին հաւասար կ՚ըլլայ։ Նոյն կերպով կրնանք Ն կէտին ձեւօք չորս Ն կէտերը գտնել, պէն չորս Պ կէտերը, եւ հետզհետէ ըստ կամի բազմաթիւ կէտեր գտնել աւելոյն վրայ։ Թէ որ աս կէտերը շարունակեալ գծերով կապենք՝ աւելին երեւան կ՚ելլէ։

3. Կոնագիծ։

228. Աք ուղիղ գծին վրայ (Ձեւ 205) կտրէ ԱՕ

Ձեւ 205.



= ՕՋ կտորները, եւ Ային վրայ քաշէ ԲԳ ⊥ ԱՔ գիծը։ Անկէ ետքն ԴԻԷ տախտակէ եռանկիւնի մ՚առ եւ ԴԻ էջքին երկայնութեամբ դերձան մը՝ որուն մէկ ծայրը Իին վրայ եւ միւսը Ջին վրայ հաստատուած ըլլայ, ու ետքը եռանկիւնին ԴԷ էջքով ԱԷն՝ ԱԲ ուղիղ գծին երկայնութեամբը յառաջ շարժէ, ան ատեն՝ Մ կապարագրիչը՝ զորն որ ԴՆ էջքին երկայնութեամբը անանկ յառաջ կը շարժեն՝ որ դերձանը միշտ պրկած մնայ, կոր գիծ մը կը գծէ՝ որն որ **Կոնագիծ** կ'ըսուի: Կոնագծին վարի Օ՝ն ճիւղը ձեռք բերելու համար ուրիշ բան պէտք չէ ընել, բայց եթէ եռանկիւնն այնպէս դարձընել՝ որ ԴՆ էջքը ԱԳ ուղղութեան գայ եւ անկէ ետքը նախընթաց գործողութիւնն ընել:

ԲԳ՝ ուղիղ գիծը՝ կոնագծին **ուղղութեան գիծը** կ'ըսուի, Զ կէտը՝ **վառարանը**, ՕՔ՝ **առանցքը**՝ եւ Օ՝ **գագաթը**:

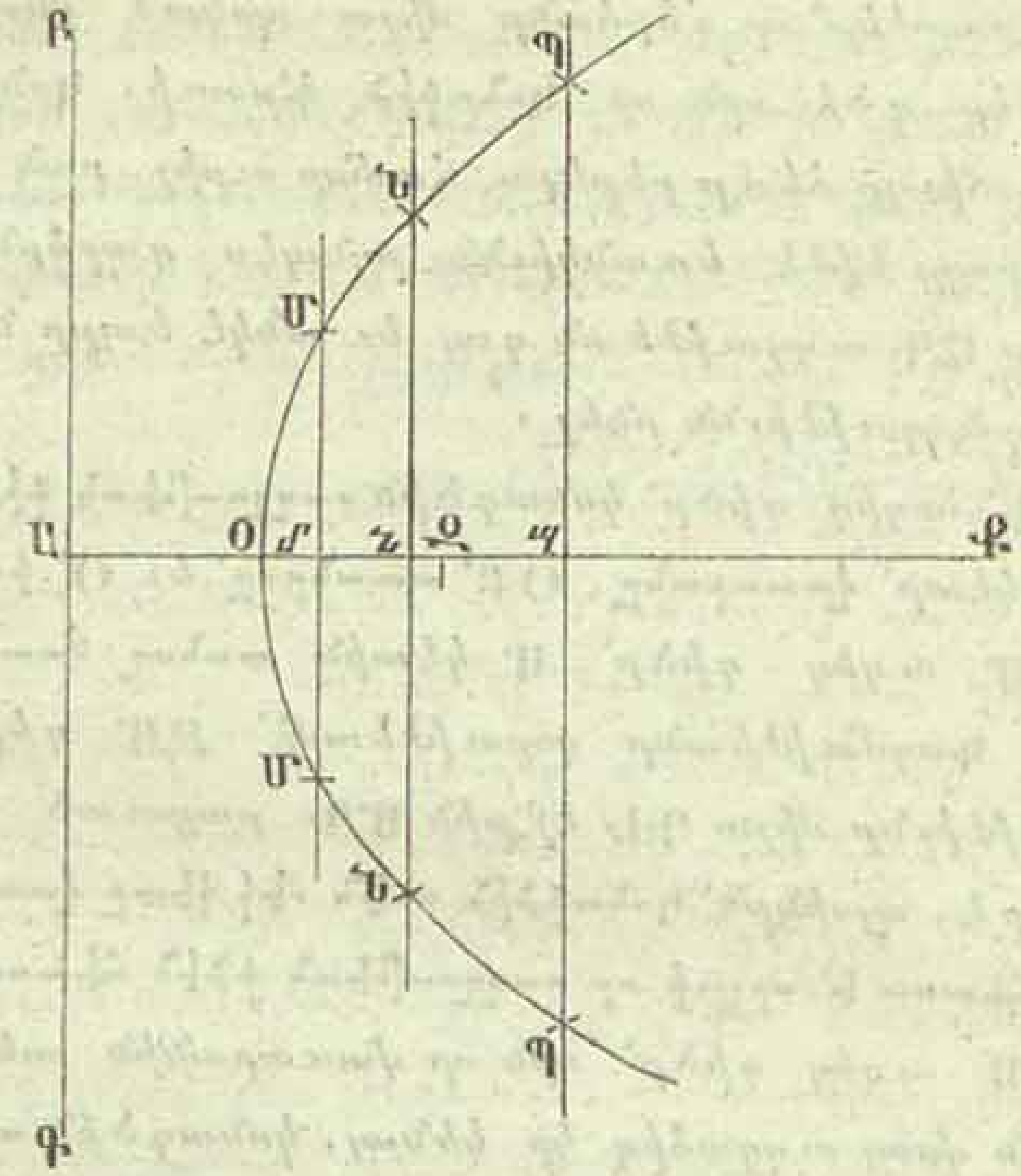
ԶՄ ուղիղ գիծը՝ Մ կէտին տանող **ճառագայթը** կ'ըսուի: Կազմութեան զօրութեամբ՝ ԶՄ դերձանին երկայնութիւնը միշտ ԴՆ էջքին ՄԴ բացուած կտորին հաւասար է, այսինքն՝ **Կոնագծին ամէն մէկ կէտը վառարանէն նոյնչափ հեռու է՝ որչափ որ ուղղութեան գծէն հեռու է:**

ՌՍ ուղիղ գիծը՝ որն որ վառարանին տեղը առանցքին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, կոնագծին **առընթերաչափը** (paramètre) կ'ըսուի: Որովհետեւ Ռ՝ կոնագծին մէկ կէտն է, պէտք է որ անոր վառարանէն ունեցած ԶՌ հեռաւորութիւնն ուղղութեան գծէն՝ այսինքն ԱԶ ուղիղ գծէն ունեցած հեռաւորութեանը հաւասար ըլլայ. ուրեմն ԱԶ=ԶՌ է, այսինքն **Վառարանին ուղղութեան գծէն ունեցած հեռաւորութիւնն առընթերաչափին կէսին հաւասար է:**

229. **Ուղղութեան գիծն ու վառարանը ծանօթ եղած ատեն՝ ըստ կամի բազմաթիւ կէտեր գտնել կոնագծի մը վրայ:**

Դնենք՝ որ (Ձեւ 206) Զ վառարանն ըլլայ եւ ԲԳ ուղղութեան գիծը: Թէ որ ԶԱ ⊥ ԲԳ քաշելու ըլլանք, ատ ուղղաձիգներուն Օ կիսման կէտը կոնագծին գագաթն է, իսկ ԶԷն դուրս երկընցուած ՕՔ ուղիղ գիծը՝ կոնագծին առանցքն է:

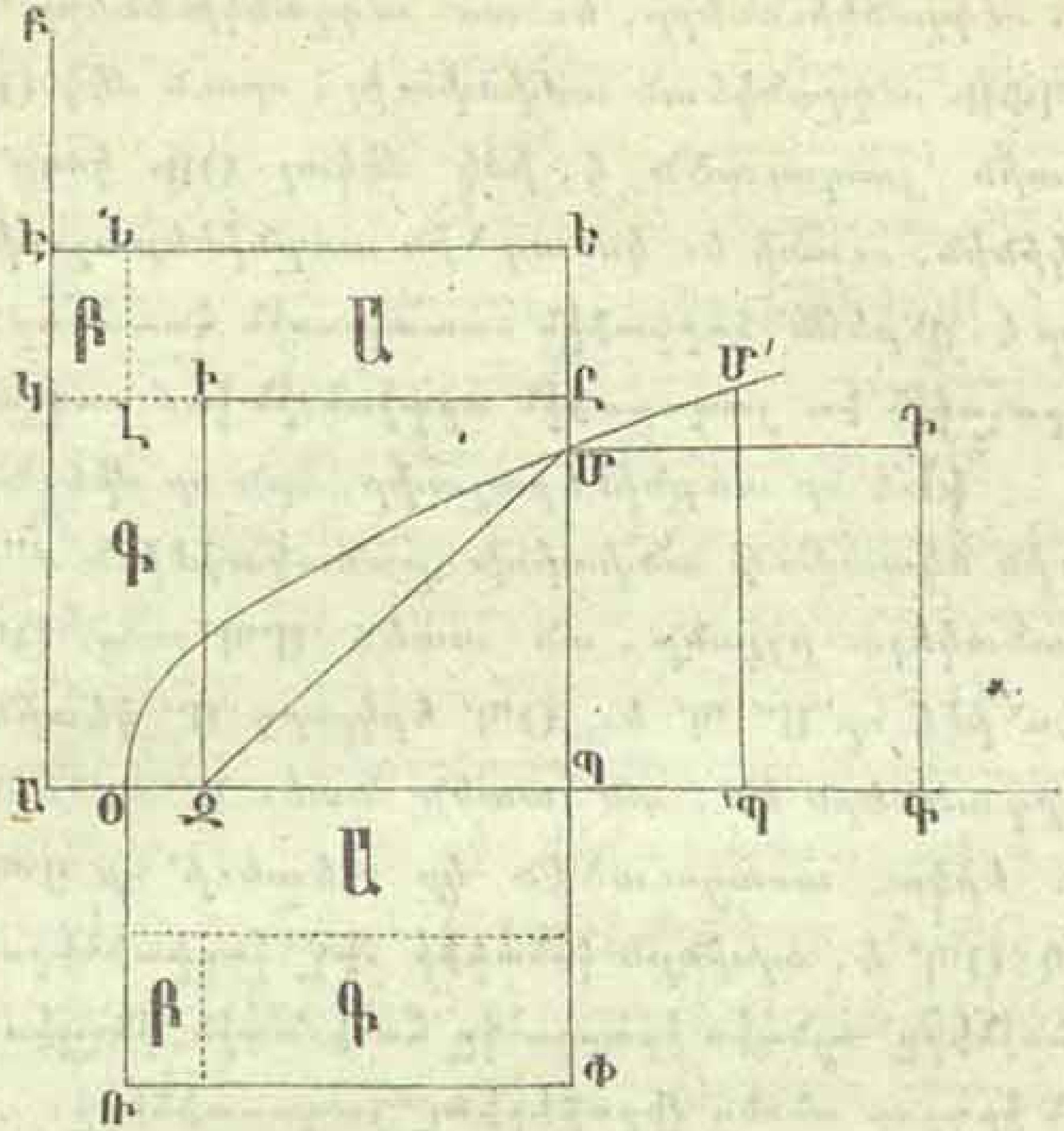
Ձեւ. 206.



Արդ՝ ըստ կամի առանցքին մ կէտի մը վրայ առանցքին ուղղաձիգ գիծ մը շինելու ըլլանք եւ նոյնը Զէն անանկ աղեղներով կտրելու ըլլանք՝ որոնց տրամագիծը Ամ ըլլայ, ան ատեն Մ կիմանն կէտերը՝ որովհետեւ վառարանէն եւ ուղղութեան գծէն հաւասար հեռու են, կոնագծին երկու կէտերն են: Նոյն կերպով Ն կէտէն կոնագծին երկու Ն կէտերը կը գտնուին, պ կէտէն ալ երկու Պ կէտերը: Աս կերպով կոնագծի այնչափ կէտեր կը գտնուին՝ որչափ որ հարկաւոր եղած ճշդութեամբ կրնան նշանակուիլ:

230. *Կոնագծին Մ կէտէն* (Ձեւ 207) *առանցքին վրայ ձգուած ՄՊ ուղղաձիգ գիծը՝* **Կարգորդ** (Ordinate) *կ'ըսուի, եւ առանցքին* ՕՊ *կտորը՝ որն որ գագաթն*

Ձեւ 207.



ու կարգածին մէջ կը կենայ՝ Մ կէտին Յապաւածը (abscisse) կ՚ըսուի։ Երկուքը մէկտեղ կ՚ըսուին նաեւ նոյն կէտին ի միասին կարգածները (Coordinate)։

ՋԳՄ ուղղանկիւն երեքանկեան մէջ Պիւթագորեան կանոնին համեմատ՝ ՄԳ կարգածին վրայ կեցած ՄԳԳԴ քառակուսին, հաւասար է ՋՄ բառնալի ճառագայթին վրայի կամ նոյն մեծութիւնն ունեցող ԱԳ ուղիղ գծին քառակուսոյն, այսինքն ԱԳԵԷին, հանելով ասկից ՋԳ էջքին վրայի ՋԳԸԻ քառակուսին. իսկ աս վերջին երկու քառակուսիներուն տարբերութիւնն է ԱՋԻԸԵԷ. երեսը ուրեմն ՄԳԳԴ քառակուսին՝ ԱՋԻԸԵԷ ձեւոյն հաւասար է։

Ասաի՝ աս վերջին ձեւոյն կազմիչ մասերն են (թէ որ ԸԻ գիծը կ՚երկնցընենք եւ ԻԿով ԱՕ հեռաւորութեան մէջ ԼՆ զուգահեռականը քաշենք․) ԼԵ, ԿՆ եւ ԱԻ ուղղանկիւնները, եւ այս ուղղանկիւնները կրնան մէկ ՕԳՓՌ ուղղանկեան ամփոփուիլ, որուն մէկ ՕԳ կողը՝ Մ կէտին յապաւածն է, իսկ մէկալ ՕՌ կողը՝ ԱԶ գծին կրկինին, ուստի եւ կոնադծին առընթերաչափին հաւասար է։ Ուրեմն՝ կարգածին քառակուսին հաւասար է առընթերաչափին եւ յապաւածին արդիւնքին կամ ուղղանկեան։

Թէ որ առընթերաչափը, որն որ միեւնոյն կոնադծին նկատմամբ անփոփոխ քանակութիւն մ՚ունի, պով նշանակելու ըլլանք, այն ատեն ՄԳ^2 = պ · ՕԳ է։ Նոյնպէս՝ թէ որ Մ′ Գ′ եւ ՕԳ′ երկրորդ Մ′ կէտին ի միասին կարգածներն են, այն ատեն նաեւ Մ′ Գ′^{2} = պ · ՕԳ′ է։ Այս երկու ասացուածէն կը հետեւի՝ որ ՄԳ^2 : ՄԳ′^{2} = ՕԳ : ՕԳ′ է, այսինքն կոնադծի մէջ կարգածներուն քառակուսիները՝ այնպէս իրարու կը համեմատին, ինչպէս կը համեմատին իրարու անոնց վերաբերեալ յապաւածները։

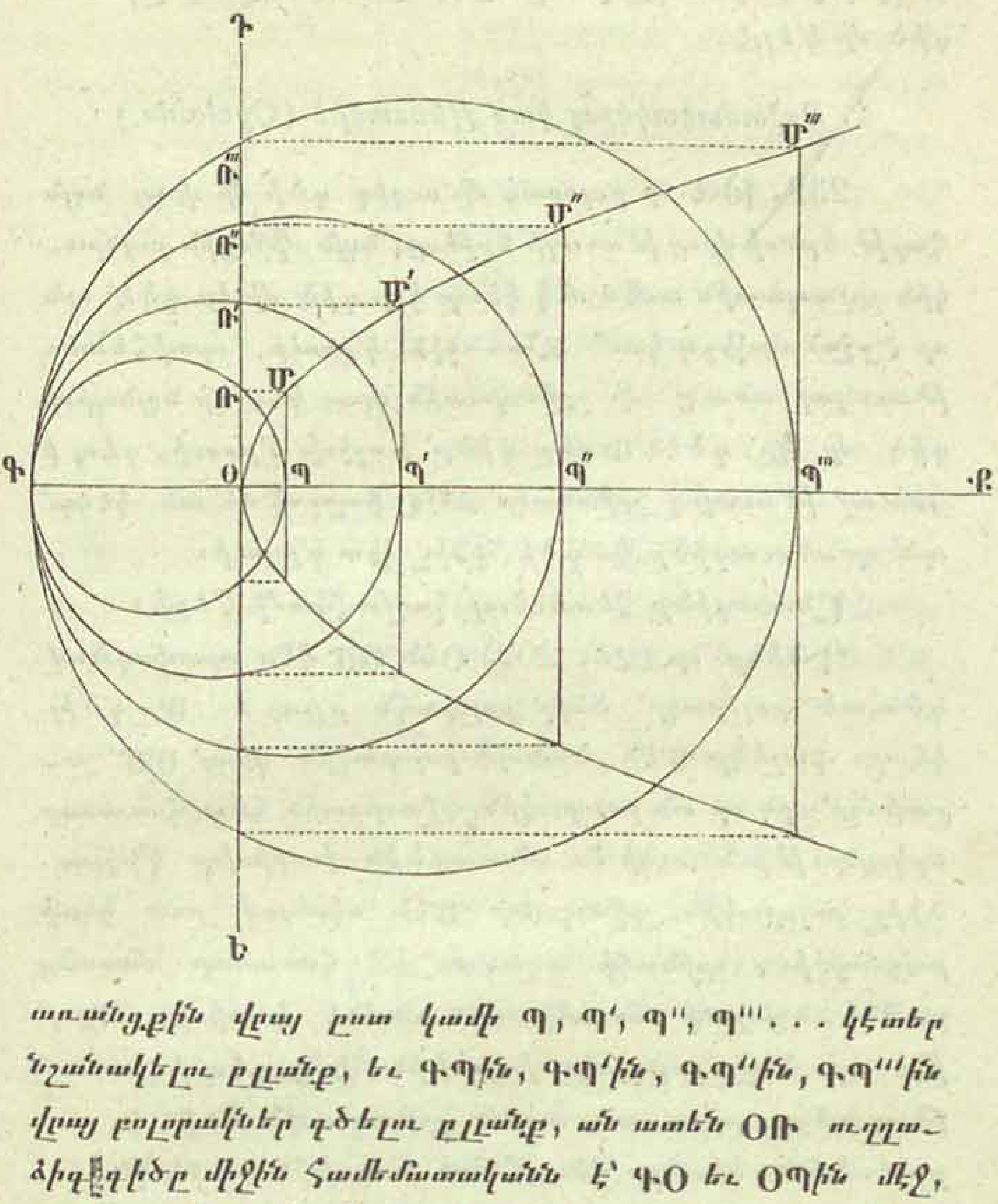
Ուստի՝ թէ որ կոնադծին մէջ Օ կէտէն՝ 1, 4, 9, 16, 25 յապաւածներ բաժնենք, որոնք բնական թուերուն քառակուսիներն են, այն ատեն անոնց վերաբերեալ կարգածները 1, 2, 3, 4, 5 բնական թուերուն պէս կ՚աճին։

231. ՄԳ^2 = պ · ՕԳ ասացուածը կրնայ ասանկ ալ բացատրուիլ պ : ՄԳ = ՄԳ : ՕԳ, եւ ասկից կը հետեւի՝ որ ամեն մէկ կէտին կարգածը՝ միջին համեմատականն է առընթերաչափին ու յապաւածին։

Այս նախադասութեան ուժով՝ թէ որ առընթերաչափը ծանօթ է, կրնանք կոնաձեւը հետեւեալ կերպով ալ ձեւացընել։

Դնենք որ Օ (Ձեւ 208) կոնաձեւին գագաթն է, ՕՔ առանցքն է, եւ ՕԴ ծանօթ առընթերաչափին հաւասար է, դարձեալ ԴԽ ⊥ ԴՔ է։ Արդ՝ թէ որ ՕՔ

Ձեւ 208.



առանցքին վրայ ըստ կամի Պ, Պ՛, Պ՛՛, Պ՛՛՛ . . . *կէտեր նշանակելու ըլլանք, եւ* ԳՊ*ին*, ԳՊ՛*ին*, ԳՊ՛՛*ին*, ԳՊ՛՛՛*ին վրայ բոլորակներ գծելու ըլլանք, ան ատեն* ՕՌ *ուղղաձիգ֊գիծը միջին համեմատականն է՝* ԳՕ *եւ* ՕՊ*ին մէջ,* ՕՌ՛ *ալ միջին համեմատականն՝ է* ԳՕ*ին եւ* ՕՊ՛*ին մէջ, եւ այլն ։ Թէ որ անկէ ետքը՝* ՕՊՄՌ, ՕՊ՛Մ՛Ռ՛, ՕՊ՛՛Մ՛՛Ռ՛՛ . . . *ուղղանկիւնները շինելու ըլլանք, ան ատեն* Մ, Մ՛, Մ՛՛ . . . *անկիւնագծի կէտեր են, վասն զի ամէն մէկուն կարգածը միջին համեմատականն է առընթերաչափին ույապաւածին մէջտեղը ։ Նոյն կերպով երեւան կ'ելլեն* նաեւ այն կէտերը՝ որոնք առանցքին տակը կը կենան։ Աս կերպով կէտերը գծով մը իրարու միացընելով կոնագիծ մը կ'ելլէ։

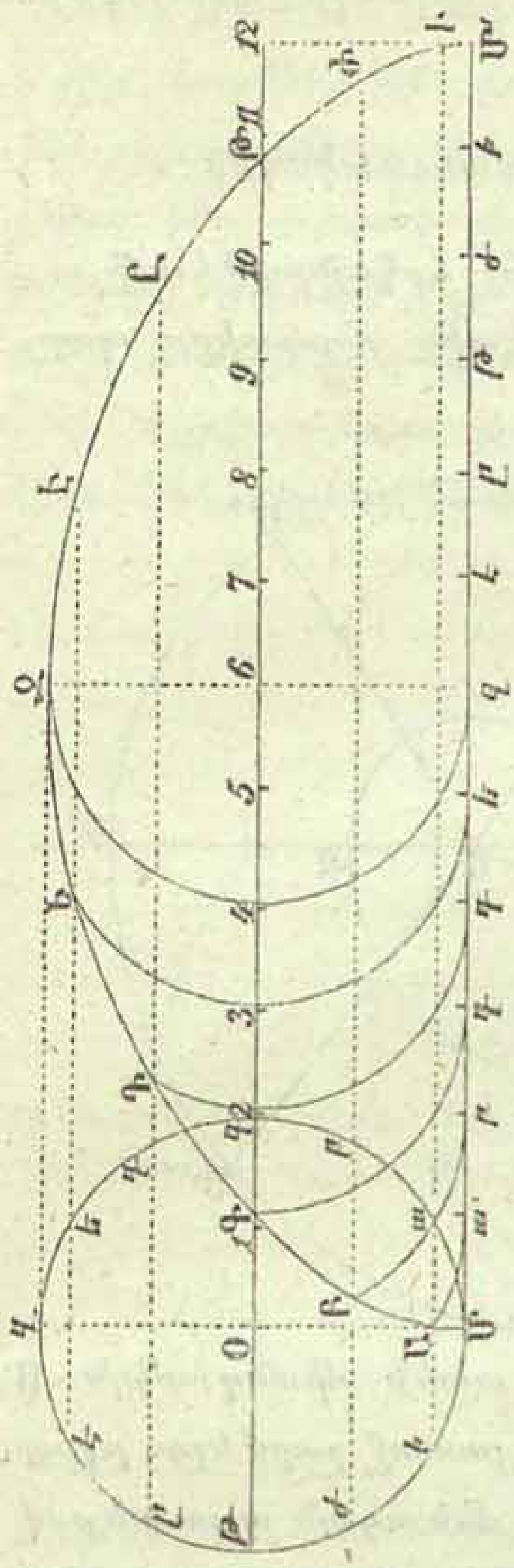
4. Շրջանակակերպ կամ Անուագիծ (Cycloide.)

232. Թէ որ բոլորակ մը ուղիղ գծի մը վրայ նոյն հարթ երեսի վրայ թաւալի երթայ, նոյն միջոցին բոլորակին շրջապատին ամէն մէկ կէտը կոր գիծ մը կը գծէ՝ որն որ **Շրջանակակերպ** կամ **Անուագիծ** կ'ըսուի, որովհետեւ թաւալող անուոյ մը շրջապատին վրայ կէտ մը նոյնպիսի գիծ մը կը գծէ։ Ուղիղ գիծը՝ **խարիսխ** կ'ըսուի, դէպ ի յառաջ թաւալող շրջանակը՝ **ծնիչ բոլորակ** եւ այն կէտը՝ որն որ անուագիծը կը գծէ, **ծնիչ կէտ** կ'ըսուի։

Անուագիծը հետեւեալ կազմութեամբ կ'ելլէ։

Դնենք՝ որ (Ձեւ 209) ՕԷն ՕՄ կէս տրամագծով գծուած բոլորակը՝ ծնիչ բոլորակն ըլլայ եւ Մը գծիչ կէտը։ Քաշենք ՄԷն ծանօթ բոլորակին վրայ՝ ՄՄ' շօշափողը՝ որն որ այն բոլորակին շրջապատին հետ հաւասար երկայնութիւն ունի եւ անուագծին խարիսխը կ'ըլլայ․ ծնիչ բոլորակին շրջապատը ՄԷն սկսելով բառ կամ բազմաթիւ, օրինակի աղագաւ՝ 12 հաւասար մասանց բաժնէ, նոյնչափ մասանց ալ բաժնէ խարիսխը։ Արդ՝ թէ որ ծնիչ բոլորակը խարսխին վրայ դէպ ի յառաջ թաւալելու ըլլայ, այն ատեն շրջապատին ա, բ, գ, . . . բաժանման կէտերը հետզհետէ խարսխին ա', բ', գ', . . . համապատասխանող բաժանման կէտերուն կը պատահին. O կեդրոնը աս շարժման ատեն պէտք է՝ որ խարսխին հետ զուգահեռական ուղիղ գծի մը վրայ դէպ ի յառաջ թաւալի եւ համեմատաբար 1ին, 2ին, 3ին . . . վրայ հասնի, թէ որ աս կէտերը իրարմէ այն հեռաւորութիւնն ունենան՝ որ հեռաւորութիւնն որ ունին խարս-

Ձեւ 209.



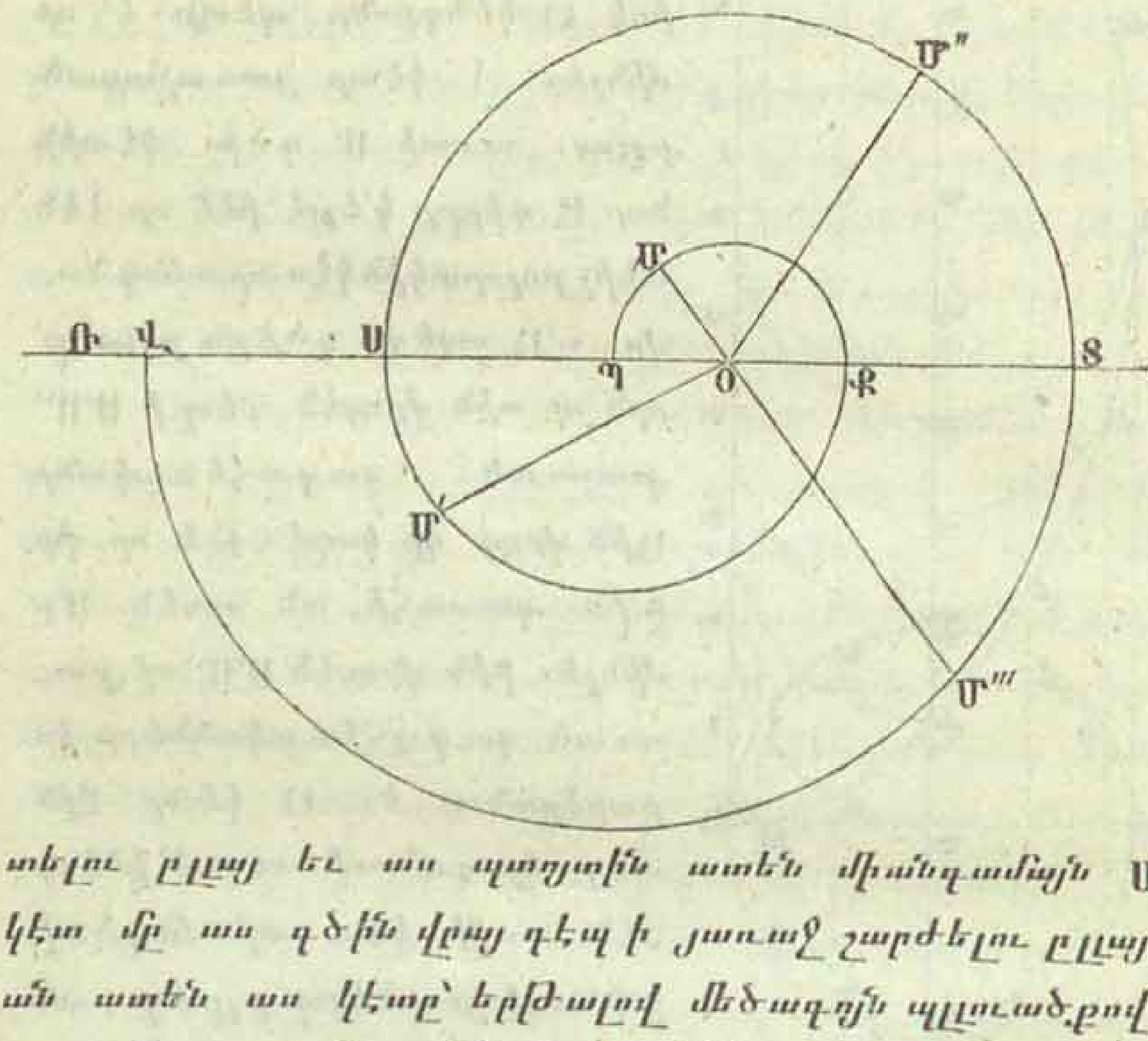
խին՝ բաժանման կէտերը։ Թէ որ ծնիչ բոլորակը այնչափ յառաջ շարժի՝ որ ա կէտը ա՛ կէտին պատահի, նոյն միջոցին կէտը խարսխէն այնչափ բարձրացած պիտ՛որ ըլլայ՝ որ անէն ՄՄ՛ին հետ զուգահեռական գծի մը վրայ պէտք է որ իյնայ. իսկ O կենդրոնը պէտք է՝ որ մինչեւ 1 կէտը յառաջացած ըլլայ. ուստի Մ գծիչ կէտին նոր Ա դիրքը կ՚ըլլէ՝ թէ որ 1էն ծնիչ բոլորակին կէս տրամագծովը ա՛Ա աղեղը գծելու ըլլանք՝ որն որ ային վրայէն դէպ ի ՄՄ՛ քաշուած զուգահեռականը Աին վրայ կը կտրէ։ Թէ որ բը բ՛ին պատահի, ան ատեն Մը մինչեւ բին վրայէն ՄՄ՛ով քաշուած զուգահեռականները կը բարձրանայ եւ O կէտը 2ին տեղը կը գտնուի. ուստի՝ թէ որ 2էն առջի կէս տրամագծով բ՛Բ աղեղը գծելու ըլլանք, ան ատեն Բին ան զուգահեռականին հետ կտրուածքը Մ կէտին նոր դիրքը կու տայ։ Նոյն կերպով կը գտնուին նաեւ Գ, Դ, Ե, . . . կէտերը Մը հետզհետէ աս կէտերուն վրայ գալով, եւ աս կէտերը շարունակեալ գծով իրարու կապելով՝ Անուադիծը կ՚ըլլէ։

Ինք իրմէ յայտնի է՝ թէ Մ կէտը Մ՛ին հանելէն եաքը, բոլորակին թաւալումը յառաջ երթալու ըլլայ՝ նոր Անուադիծ մը կը գծէ, որն որ առջի անուադծին հետ պատշաճական է ։

5. Պտուտակաձեւ կամ պտուտակագիծ ։

233. Թէ որ ՕՔ անորոշ երկայնութեամբ ուղիղ գիծ մը, (Ձեւ 210) Օ կէտին բոլորտիքը պար-

Ձեւ 210.



տելու ըլլայ եւ սա պտոյտին առեն միանգամայն Մ կէտ մը սա գծին վրայ դէպ ի յառաջ շարժելու ըլլայ, ան առեն սա կէտը՝ երթալով մեծագոյն պլլուածքով յառաջ գալով նոր գիծ մը կը գծէ՝ որն որ պտուտակագիծ կամ խխունջի ձեւով գիծ կ'ըսուի ։

Իրարմէ եաքը եղող պլլուածքներն երկու երկուանելով՝ կամ իրարու հաւասար եւ կամ երթալով մեծնալու վրայ եղող հեռաւորութիւն ունին ։

234. Հաւասար հեռաւորութեամբ պլլուածք ունեցող պտուտակագծի մը կազմութիւնը ։

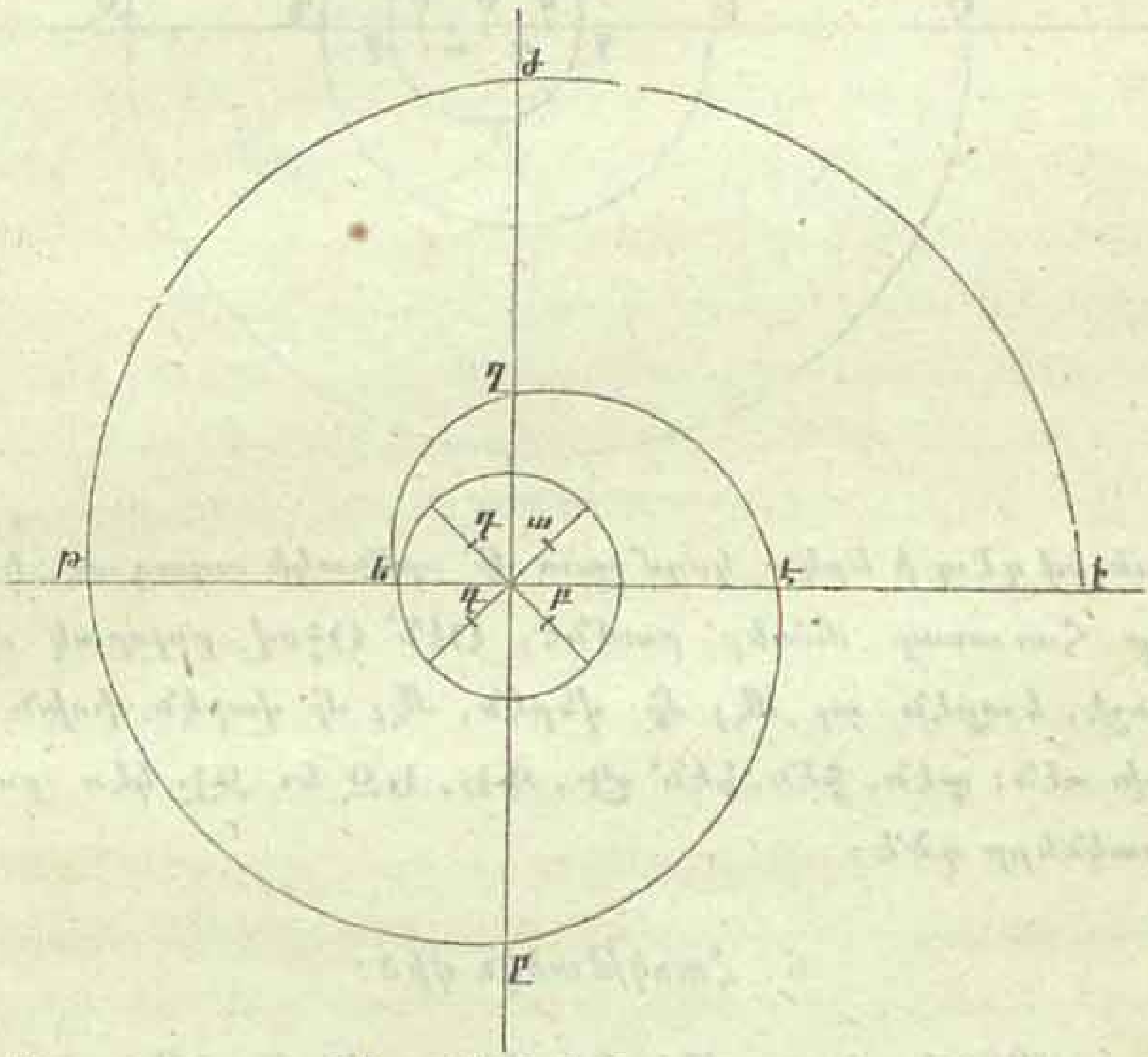
Ա. Կէս բոլորակներով։

Օէն (Ձեւ 210) փոքր կէս բոլորակ մը քաշէ դէպ ի վեր, կարկինը Գին վրայ դիր եւ ԳՔ կէս տրամագծով կէս բոլորակ մը քաշէ դէպ ի վար. ետքը՝ դարձեալ Օէն՝ ՕՍով կէս բոլորակ մը դէպ ի վեր, եւ Գէն՝ ԳՏով կէս բոլորակ մը դէպ ի վար եւ այլն։

Բ. Քառորդ բոլորակներով։

Երկու իրարու վրայ ուղղաձիգ ուղիղ գծեր քաշէ (Ձեւ 211), իրենց հատման կէտէն փոքր բոլորակ մը գծէ

Ձեւ 211.

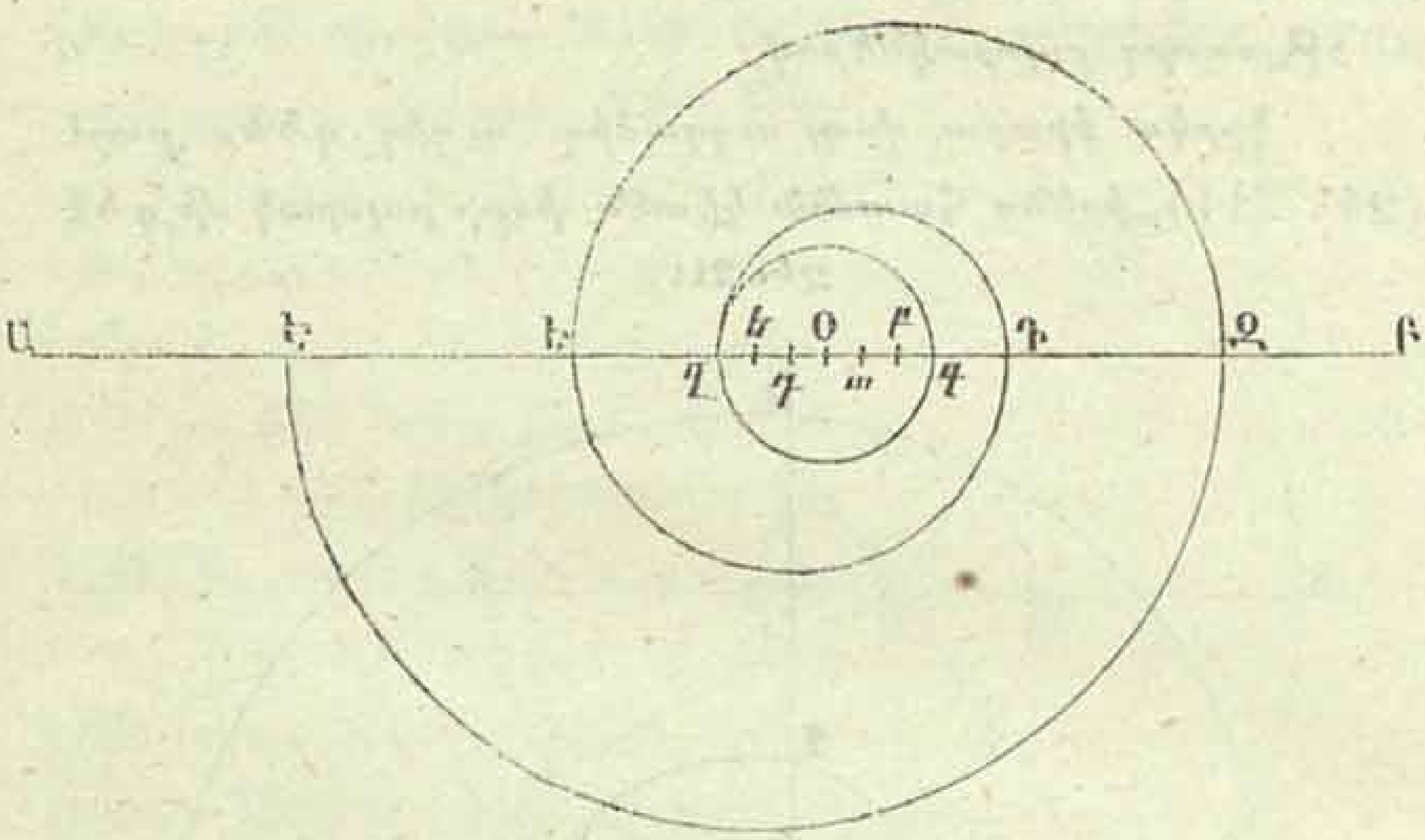


եւ ետքը քառորդները կիսէ երկու իրար ուղղաձիգ կտրող տրամագծերով՝ որոնց ամէն մէկը չորս հաւասար մասանց կը բաժնենք։ Անկէ ետքը՝ աէն աբ ճառագայթով՝ եզ աղեղը գծէ, ետքը՝ բէն զէ աղեղը, գէն եւ դէն էը եւ ըթ եւ այլն աղեղները, ասանկով կ'ըլլէ փնտռուած պտուտակագիծը։

235. Անանց պտուտակագիծ մը գծել՝ որուն իրարու յաջորդող պլլուածքը երկու երկու՝ երթալով իրարմէ մեծագոյն հեռաւորութիւն ունենան։

ԱԲ ուղիղ գծի մը վրայ (Ձև. 212) Օ կէտէն

Ձև. 212.



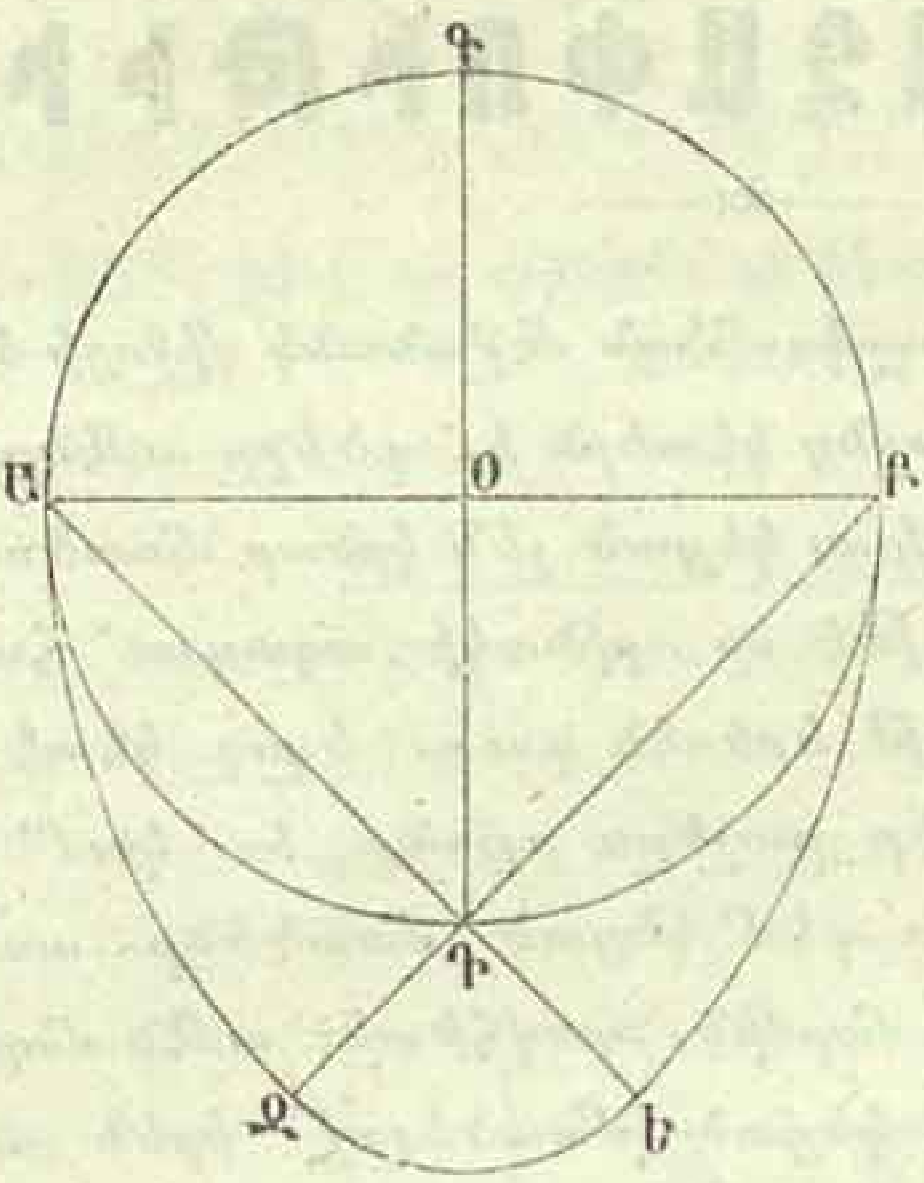
սկսելով դէպ ի երկու կողմ շատ մը օրինակի աղագաւ, երեք հաւասար մասեր բաժնէ, Օէն՝ Օգով բոլորակ մը քաշէ, ետքէն ալ մէկ մը վերէն, մէկ մը վարէն փոխն ի փոխ աէն, գէն, բէն, եէն՝ գԴ, ԴԵ, ԵԶ և ԶԷ կէս բոլորակները գծէ։

6. Հաւկթաձև գիծ։

236. Երկայնութեամբ կտրուած հաւկթի մը եզերքը երկընկէկ կոր գիծ մը կը ձևացընէ՝ որն որ Հաւկթաձև գիծ (Oval) կ՚ըսուի։

Աս գիծը գծելու համար՝ Օէն (Ձև. 213) բոլորակ մը քաշելու է, մէջը երկու իրար ուղղաձիգ կտրող ԱԲ և ԳԴ տրամագծեր, և ԱԴԵ և ԲԴԶ ուղիղ գծեր

Ձև. 213.



քաշելու է։ Ետքը Ա էն՝ Բ Ե աղեղը, Բ էն՝ Ա Զ աղեղը, Գ էն ալ Ե Զ աղեղը ձգելու է։

ՀԱՍՏԱՏԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

237. Հաստատաչափութեան մէջանանկ միջոցի ձեւերու վրայ կը խօսուի՝ որոնց կէտերն եւ գծերը ամէնքը մի եւ նոյն հարթ երեսի վրայ կեցած չեն կրնար մտածուիլ: Ասանկ ձեւեր կ'ըլլեն՝ թէ որ օրինակի աղագաւ՝ հարթ երեսի մը վրայ ան հարթ երեսէն դուրս եղող կէտէ մը այլ եւ այլ ուղիղ գծեր քաշելու ըլլանք, եւ կամ՝ երկու հարթ երես իրարու դէմ կեցած մտածենք. ասանկ միջոցի ձեւեր են ամէն մարմին, որովհետեւ ամէն մարմին հարթ երեսի մը վրայ կեցած մտածելով՝ իրեն ամէն եզրներովը նոյն հարթ երեսին վրայ չ'իյնար, հապա նոյն հարթ երեսէն դուրս ալ միջոց մը կը բռնէ:

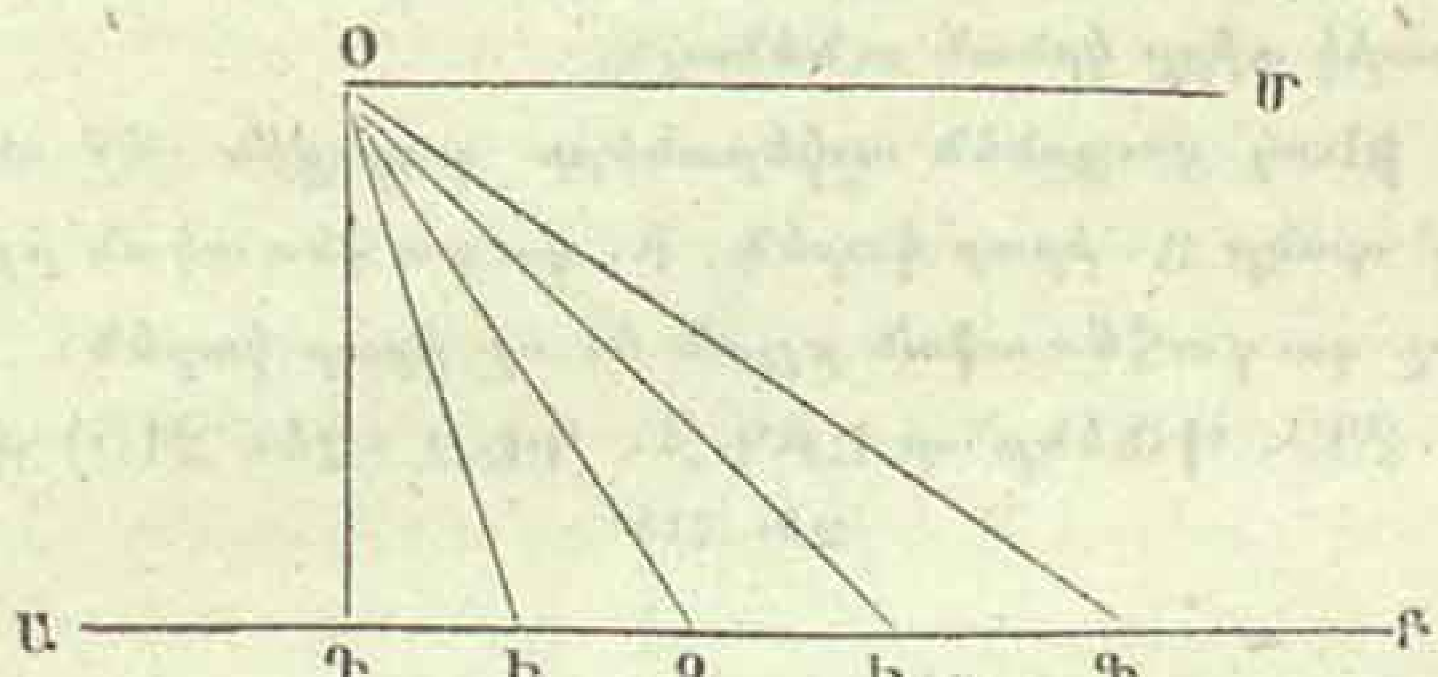
Որովհետեւ հաստատաչափական միջոցի ձեւերը հարթ երեսի մը վրայ երեւցնելու ատեն՝ գծերը եւ անկիւնները հաւասարակօրէն իրենց ճշմարիտ մեծութեամբը եւ դիրքը չեն կրնար գծուիլ, անոր համար պէտք է՝ որ ամէն բանէ յառաջ աշակերտաց երեւակայութեան ոյժը կրթուի եւ զօրացուի կրկին կրկին ասանկ գծագրութիւններ դիտելով եւ զգալի ընելու յարմար միջոցներ բանեցնելով, որպէս զի կարող ըլլան՝ գծագրութիւնը տեսածնուն պէս՝ գծերուն եւ անկիւններուն իրական դիրքն ու մեծութիւնն իմանալ: Ուղիղ գիծ մը զգալի ընելու կը ծառայէ բարակ գլանիկ մը կամ պրկուած թել մը. հարթ երեսը կրնայ զգալի ըլլալ կտոր մը խաւաթերթով, աղէկ ողորկուած տախտակով մը, դպրոցի տախտակով, սենեկին յատակովը կամ որմովը, վերջապէս մարմինները զգալի կրնանք ընել փայտէ կամ խաւաթերթէ շինուած կաղապարներով:

Ա. ՈՒՂԻՂ ԳԾԵՐ ՄԻՋՈՑԻ ՄԷՋ

1. *Ուղիղ գծերուն իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը:*

238. *Թէ որ միջոցին* O *կէտին վրայէն* (Ձև. 214)

Ձև. 214.



եւ ԱԲ *ծանօթ ուղիղ գծի վրայէն հարթ երես մը գնենք, եւ աս հարթ երեսին վրայ* O *կէտին բոլորտիքը անեղը* OԳ *ուղիղ գիծ մը պտըտցընենք, ան ատեն ան ուղիղ գիծը՝ ամէն մէկ նոր դիրք մէջ ծանօթ* ԱԲ *ուղիղ գիծը նորանոր կէտի վրայ պիտ՚որ կտրէ:* Oին *եւ* ԱԲ *ուղիղ գծին մէջ պտըտող ուղիղ գծին կտորը՝ երբեմն պիտ՚որ մեծնայ, երբեմն պիտ՚որ պզտիկնայ: Ամենէն կարճը կ'ըլլայ* OԴ *ուղղահայեաց գիծը. որ եւ իցէ* OԵ, OԶ, . . . *շեղ գծերը երթալով այնչափ աւելի կ'երկըննան եւ Դէն այնչափ աւելի հեռացուն* ԱԲ *ուղիղ գծին կը հանդիպին որչափ մեծագոյն է ան անկիւնը՝ զորն որ ուղղահիգ գծին հետ կը շինեն: Թէ որ վերջապէս անեղը ուղիղ գիծը պտըտելու ատեն* OՄ *դիրք գալու ըլլայ՝ ուր որ* ԴOՄ *անկիւնն ուղիղ անկիւն մըն է, ան ատեն աս անեղը ուղիղ գիծը՝ ամենեւին* ԱԲ *ուղիղ գծին պիտ՚որ չհանդիպի հապա նոյնին հետ նոյն ուղղութեամբ յառաջ պիտ՚որ քալէ, այսինքն* OՄը ԱԲին *զուգահեռական պիտ՚որ ըլլայ:*

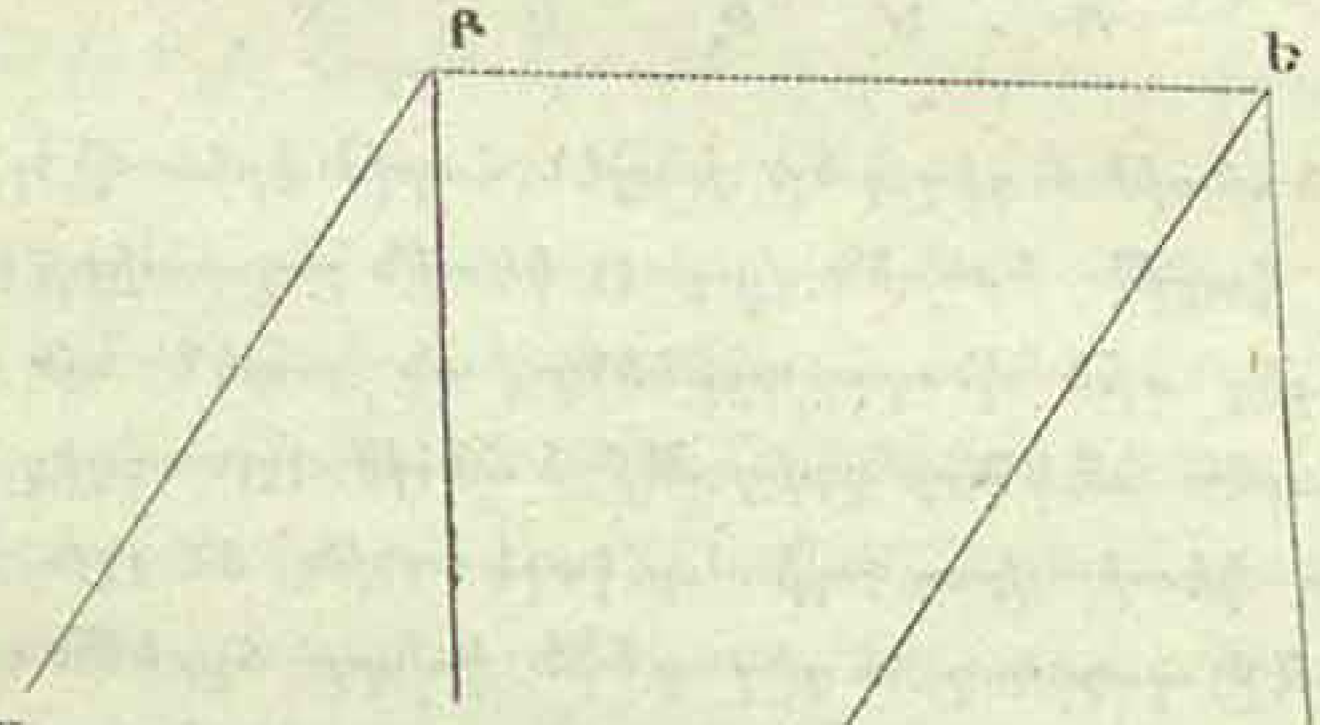
Օ կէտին վրայէն ալ կրնան անթիւ անհամար ուղիղ գծեր քաշուիլ՝ որոնք Օին եւ ԱԲին վրայ դրուած հարթ երեսին վրայ չկենան. որ եւ իցէ անանկ ուղիղ գիծ մը չիկրնար ոչ ԱԲ ուղիղ գիծը կտրել եւ ոչ ալ նոյնին զուգահեռական ըլլալ:

Ուստի երկու ուղիղ գծեր իրարու նկատմամբ քանիպատիկ դիրք կրնան ունենալ:

Թող ցուցընեն աշակերտները դպրոցին մէջ ուղիղ գծեր՝ որոնք Ա. իրար կտրեն, Բ. զուգահեռական ըլլան, Գ. ոչ զուգահեռական ըլլան եւ ոչ իրար կտրեն:

239. Դնենք՝ որ ԱԲԳ եւ ԴԵԶ (Ձեւ 215) միջա-

Ձեւ. 215.



ցի մը մէջ երկու անկիւններ ըլլան եւ ըլլայ ԱԲ ∥ ԴԵ եւ ԲԳ ∥ ԵԶ: Թէ որ ԱԲԳ անկիւնը մտածենք՝ թէ անանկ յառաջ շարժի որ Բ գագաթը ԲԵ ուղիղ գծին վրայ յառաջ խաղայ եւ սրունները ամէն նոր դիրքի մէջ սկզբնական դիրքի հետ զուգահեռական մնան, ան ատեն Բը Ե կէտին հասած ատեն, հարկ է որ ԱԲ սրունը ԴԵին հետ եւ ԲԳը ԵԶին հետ մէկտեղ պատահին եւ անոր համար ԱԲԳ պէտք է որ ԴԵԶ անկիւնը բոլորովին գոցէ:

Ուստի աս նախադասութիւնը թէ՝

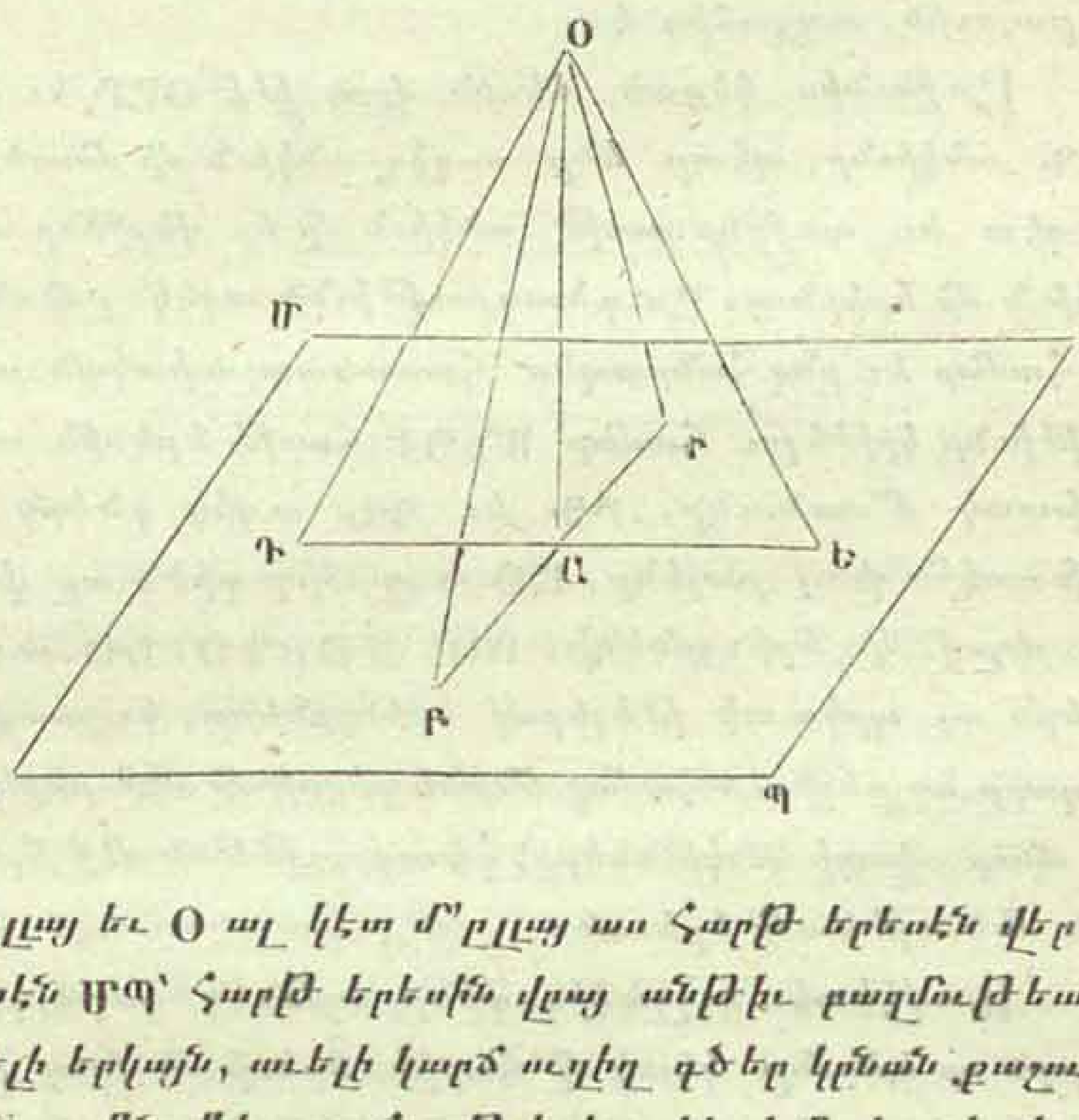
Այն անկիւնները՝ որոնց սրունները դէպ ի նոյն կողմ զուգահեռական կեցած են, իրարու հաւասար են,

նաեւ միջոցի մէջ եղած անկիւններուն համար կ'արժէ:

2. Ուղիղ գծերուն դէպ ի հարթ երես մ'ունեցած դիրքը:

240. Դնենք՝ որ ՄՆՊՔ (Ձեւ. 216) հարթ երես

Ձեւ. 216.



մ'ըլլայ եւ O ալ կէտ մ'ըլլայ աս հարթ երեսէն վեր: O կէտէն ՄՊ՝ հարթ երեսին վրայ անթիւ բազմութեամբ, աւելի երկայն, աւելի կարճ ուղիղ գծեր կրնան քաշուիլ, որոնց ամէն մէկը աս հարթ երեսը կէտի մը վրայ կը կտրէ, որն որ գծին ոտից կէտը կ'ըսուի: Դնենք՝ որ աս գծերուն մէջ OԱ ամենէն կարճն է: Թէ որ աս գծին Ա ոտից կէտէն ծանօթ հարթ երեսին վրայ ըստ կամի ԲԳ, ԴԵ ուղիղ գծեր քաշենք, ան ատեն OԱ միանգամայն ամենէն կարճ գիծը՝ պիտ'որ ըլլայ՝ որն որ Oէն աս ուղիղ գծերուն ամէն մէկուն կարող ըլլայ քաշուիլ, այսինքն

ՕԱ պէտք է որ աս ամէն ուղիղ գծերուն վրայ ուղղաձիգ կենայ: Անոր համար՝ նոյնիսկ ՕԱ ուղիղ գիծը՝ ՄՊ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կ'անուանուի, ուր որ Օէն քաշուած ուրիշ որ եւ իցէ ուղիղ գիծ, ինչպէս ՕԲ, ՕԳ, . . . ան հարթ երեսին վրայ շեղ կը կենայ:

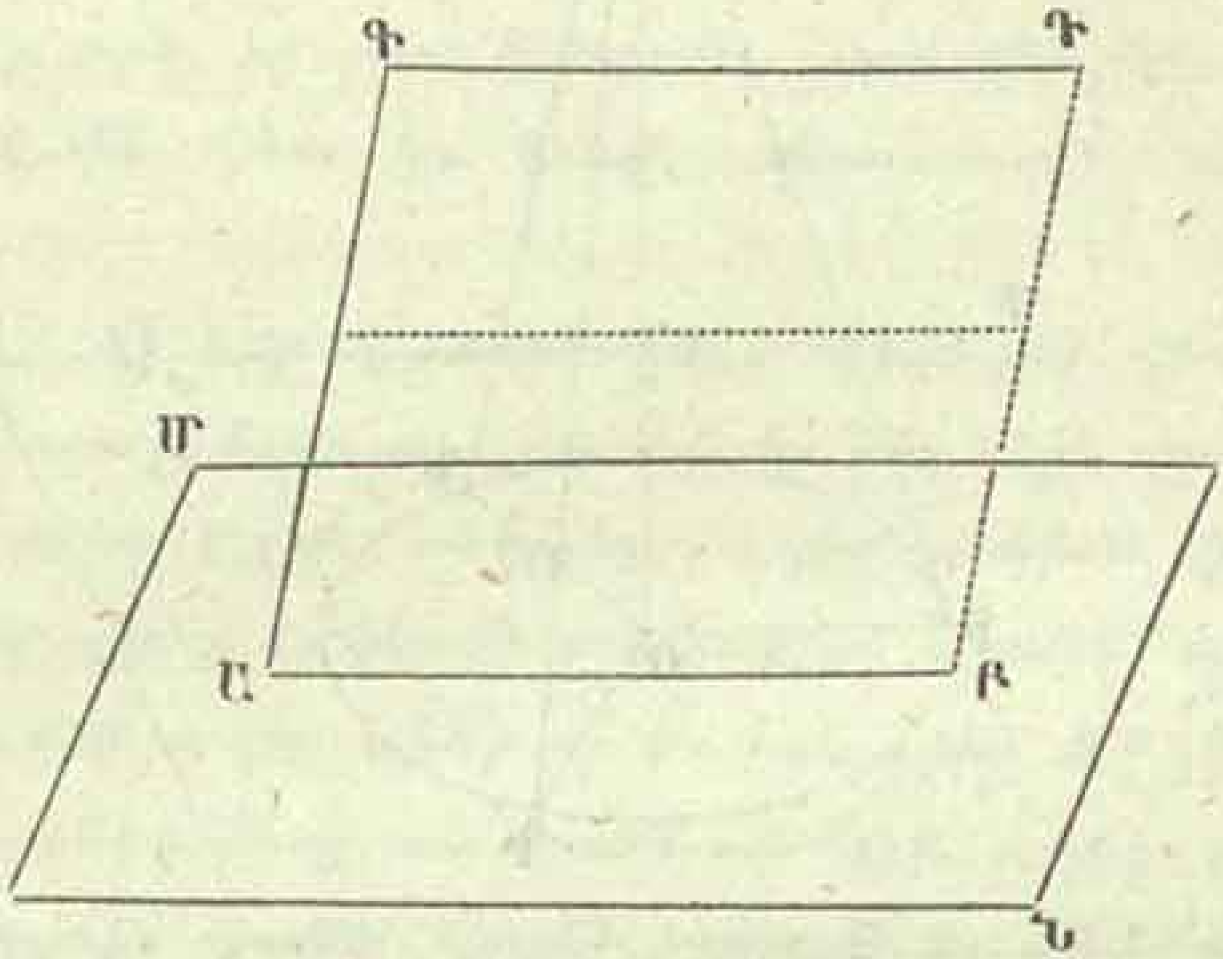
Ուստի՝ ուղիղ գիծ մը հարթ երեսի մը վրայ ուղղաձիգ կը կենայ՝ թէ որ աս ուղիղ գիծը բոլոր ուղիղ գծերուն վրայ՝ որոնք իրենց ոտից կէտերէն աս հարթ երեսին վրայ կը քաշուին, ուղղաձիգ է:

Նախընթաց կեցած ձեւին վրայ թէ ՕԱԲ եւ թէ ՕԱԳ անկիւնը, պէտք ենք ուղիղ անկիւն մը մտածել, թէպէտ եւ առջինը բութ անկիւն մը եւ վերջինը սուր անկիւն մը երեւնայ: Աս գծագրութիւնն աղէկ ըմբռնելու համար եւ ընդհանրապէս հաստատաչափական տեսութիւնը կրթելու համար՝ ՄՆՊՔ հարթ երեսին տեղ տախտակ մ'առնունք, ԲԳ եւ ԴԵ ուղիղ գծերն աս տախտակին վրայ քաշենք, ԱՕ ուղղաձիգ գիծն ալ փայտէ շիւղով մը երեւցրնենք, ԲՕ, ԳՕ, ԴՕ, ԵՕ ուղիղ գծերն ալ պրկուած թելերով երեւցրնենք, եւ աս կաղապարը աչքերնուս համար անանկ դիրքի մը մէջ բերենք՝ որ անոր վրայի անկիւնները՝ գծագրութեան մէջ երեւցած մեծութեամբ երեւան:

Որովհետեւ ուղղաձիգ գիծը ամենէն կարճ գիծն է՝ զոր որ կրնանք կէտէ մը հարթ երեսի մը վրայ քաշել, հարկաւ աս ուղղաձիգ գիծը՝ կէտին հարթ երեսէն ունեցած հեռաւորութիւնը կը ցուցընէ:

Գիտենք՝ որ ՄՆ (Ձեւ 217) հարթ երես մը կը ցուցընէ, ԱԲն աս հարթ երեսին վրայ պառկած ուղիղ գիծ մը կը ցուցընէ, ԱԳ ալ աս հարթ երեսէն դուրս ելլող ուղիղ գիծ մը կը ցուցընէ: Արդ՝ թէ որ ԱԲ գիծը հարթ երեսէն դուրս ԱԳ գծին երկայնութեամբը զուգահեուական յառաջ տանելու ըլլանք՝ մինչեւ որ ԳԴ դիրքը գայ, ան ատեն սա ԳԴ ուղիղ գիծը, որովհետեւ ԱԲ գծին հետ զուգահեռական է, չիկրնար երբեք սա ԱԲ

Ձեւ 217.



ուղիղ գծին, ուստի եւ ոչ ՄՆ հարթ երեսին հանդիպիլ: Ան ատեն կ'ըսենք՝ թէ ԳԴ ուղիղ գիծը, ՄՆ հարթ երեսին զուգահեռական է:

Ուստի՝ ուղիղ գիծ մը հարթ երեսի մը զուգահեռական է՝ երբ որ ան հարթ երեսին վրայ գտնուած ուղիղ գծի մը հետ զուգահեռական կ'ըլլայ:

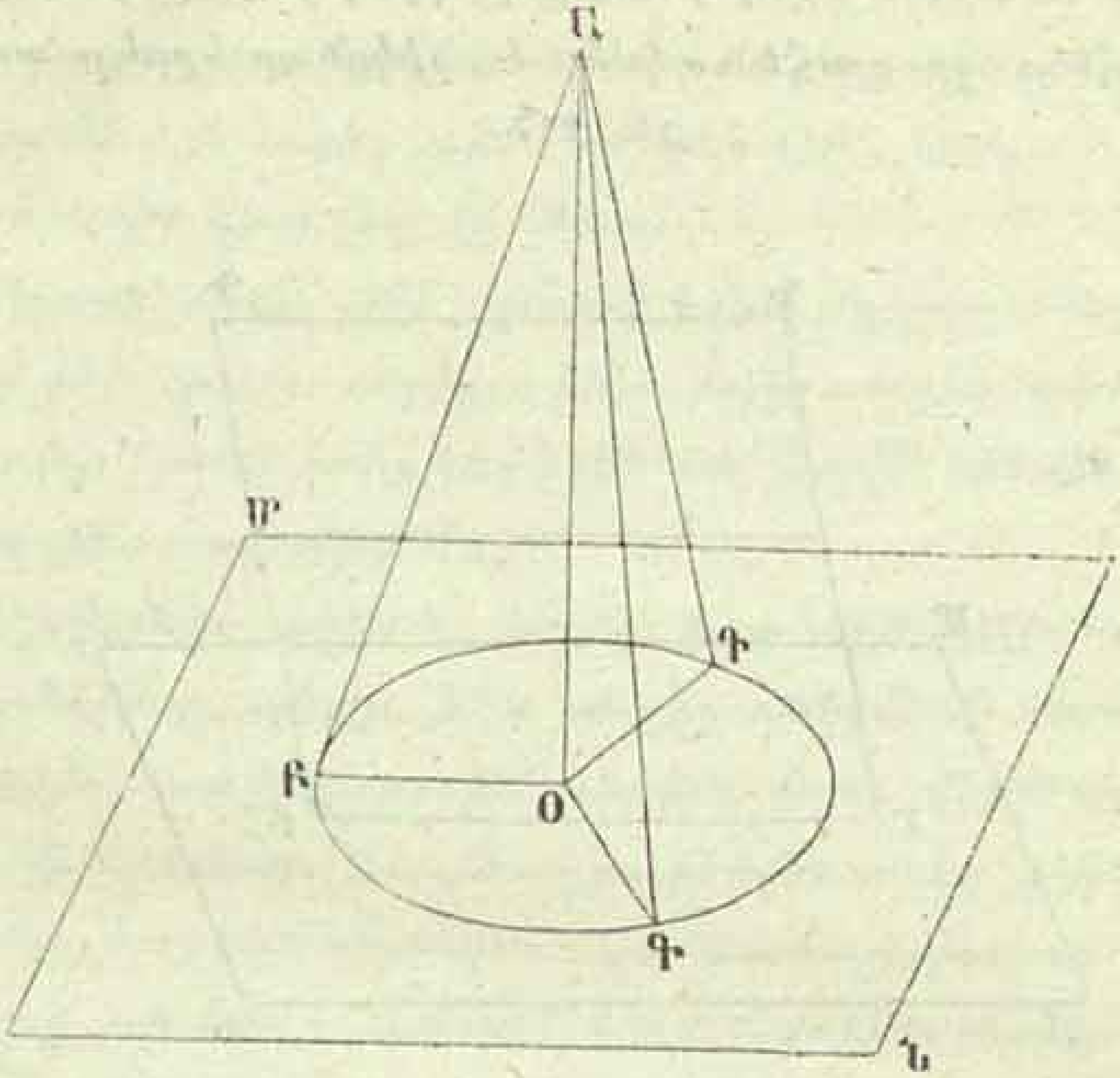
Ուրեմն ուղիղ գիծ մը հարթ երեսի մը նկատմամբ քանիպատիկ դիրք կրնայ ունենալ:

Պարզին մէջ ուղիղ գծեր ցուցուր, որոնք Ա. դէպ ի հարթ երես մը հակած ըլլան. Բ. հարթ երեսի մը հետ զուգահեռական երթան:

Հարթ երեսէ մը դուրս եղած կէտէ մը այս հարթ երեսին հետ զուգահեռական ուղիղ գիծ մը, ինչպէս կը քաշուի:

241. Դնենք՝ որ ԱՕ ուղիղ գիծը (Ձեւ 218)

Ձեւ. 218.



ՄՆ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ իջնայ. դարձեալ ԱԲ, ԱԳ եւ ԱԴ նոյն երկայնութիւն ունեցող դէպ ի ՄՆ հարթ երեսը շեղ քաշուած երեք հատ ուղիղ գծեր ըլլան։ Արդ՝ թէ որ ՕԲ, ՕԳ եւ ՕԴ ուղիղ գծերը քաշելու ըլլանք, ան ատեն ԱՕԲ, ԱՕԳ եւ ԱՕԴ ուղիղ անկիւններ են եւ ԱՕԲ, ԱՕԳ ու ԱՕԴ երեքանկիւնները պատշաճական են. (Ինչու), ուստի նաեւ ՕԲ=ՕԳ=ՕԴ է, այսինքն Օ՝ Բ, Գ, Դէն գծուած բոլորակին կենդրոնն է։

Ուստի՝ թէ որ հարթ երեսէ մը դուրս եղած կէտէ մը դէպ ի այս հարթ երեսը ուղղաձիգ գիծ մը եւ միանգամայն երեք հատ հաւասար երկայնութեամբ շեղ ուղիղ գծեր քաշելու ըլլանք, ուղղաձիգ գծին ոտից կէտը ան բոլորակին կենդրոնը կ՚ըլլայ՝ որն որ շեղ ուղիղ գծերուն երեք ոտից կէտերուն վրայէն գծուած է։

Ուրեմն՝ հարթ երեսի մը վրայ՝ նոյն հարթ երեսէն դուրս կեցող կէտէ մը ուղղահայեաց գիծ մը իջեցնելու համար՝ ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ աս կէտէն դէպ ի հարթ երեսը (պրկուած լարի մը ձեւով) երեք հաւասար երկայնութեամբ ուղիղ գծեր քաշել եւ անոնց ոտից կէտերուն վրայէն անցնող բոլորակի մը կենդրոնը փնտռել: Ան ուղիղ գիծը՝ որն որ աս կենդրոնը յառաջուընէ ծանօթ եղած կէտին հետ կը կապէ, փնտռուած ուղղահայեաց գիծն է:

242. Վերը դրուած ձեւը դիտելով հետեւեալ վարդապետութիւնն ալ յառաջ կը բերենք, այսինքն՝

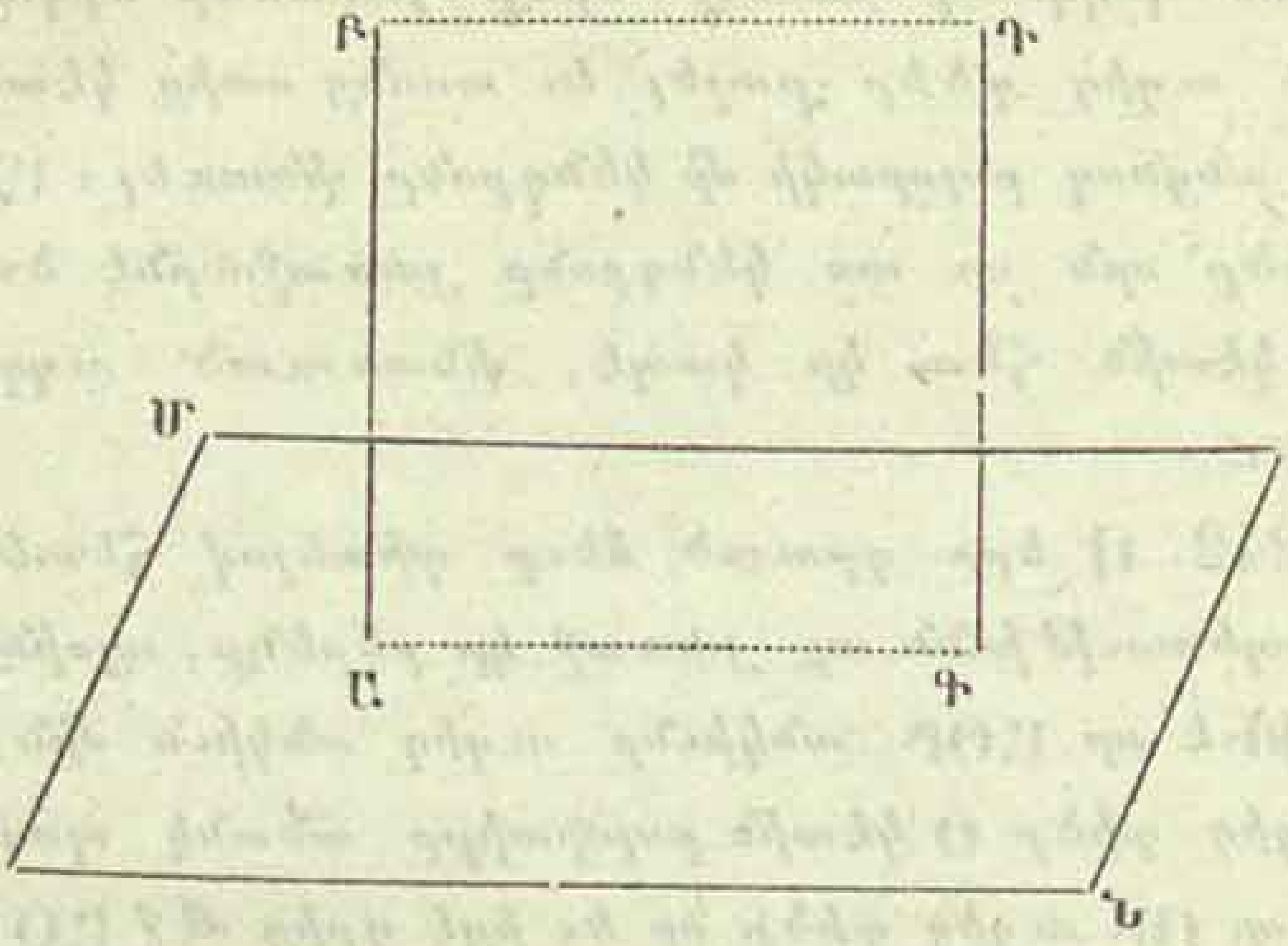
Թէ որ ԱՕԲ անկիւնը ուղիղ անկիւն մըն է եւ ՕԲ ուղիղ գիծը Օ կէտին բոլորտիքը անանկ պտըտցընենք, որ ՕԲ ուղիղ գիծը որ եւ իցէ դիրք մէջ ԱՕ գծին վրայ ուղղահայեաց մնայ, անատեն աս ՕԲ ուղիղ գիծը իրեն պտըտին ատեն՝ հարթ երես մը կը գծէ՝ որն որ Օ կէտին տեղը ԱՕ գծին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ: Անանկ հարթ երես մը արդէն կատարելապէս գտնուած է պտըտող ուղիղ գծերուն երկու դիրքը, օրինակի աղագաւ ՕԲ եւ ՕԳ ուղիղ գծերով որոնք ԱՕին վրայ ուղղահայեաց են:

Աս յատկութեան վրայ հիմնուած է, այս պարզ գործողութիւնը, որով կրնանք ուղիղ գծի մը մէկ կէտէն այս ուղիղ գծին վրայ ուղղահայեաց հարթ երես մը գտնել:

Ուրիշ բան պէտք չէ բայց եթէ ան կէտին տեղը ուղիղ գծին վրայ երկու ուղղահայեաց գծեր կանգնել եւ անոնց վրայէն հարթ երես մը գնել, ասանկով խնդիրը լուծուած կ'ըլլայ:

243. Դնենք որ ԱԲ եւ ԳԴ ուղիղ գծերը (Ձեւ 219) ՄՆ հարթ երեսին վրայ ուղղահայեաց ըլլան: Արդ թէ որ ԱԲ ուղիղ գիծը ԱԳ ուղիղ գծին երկայնութեամբը զուգահեռական յառաջ քալէ, աս շարժման ատեն ԱԲ ուղիղ գծին դէպ ի հարթ երես անուած գիծը չփոխուիր.

Ձև. 219.



ուստի պէտք է որ ԱԲը որ եւ իցէ դրից մէջ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կենայ, ու անոր համար Ա կէտը Գ հասնելու ատեն ԳԴ ուղղաձիգ գծին հետ վրայէ վրայ կ'իյնայ։ Ասկից կը հետեւի որ ԳԴ ∥ ԱԲ է։

Ուրեմն՝ Թէ որ հարթ երեսի մը վրայ երկու ուղիղ գծեր ուղղահայեաց կը կենան, պէտք է որ զուգահեռական ըլլան։

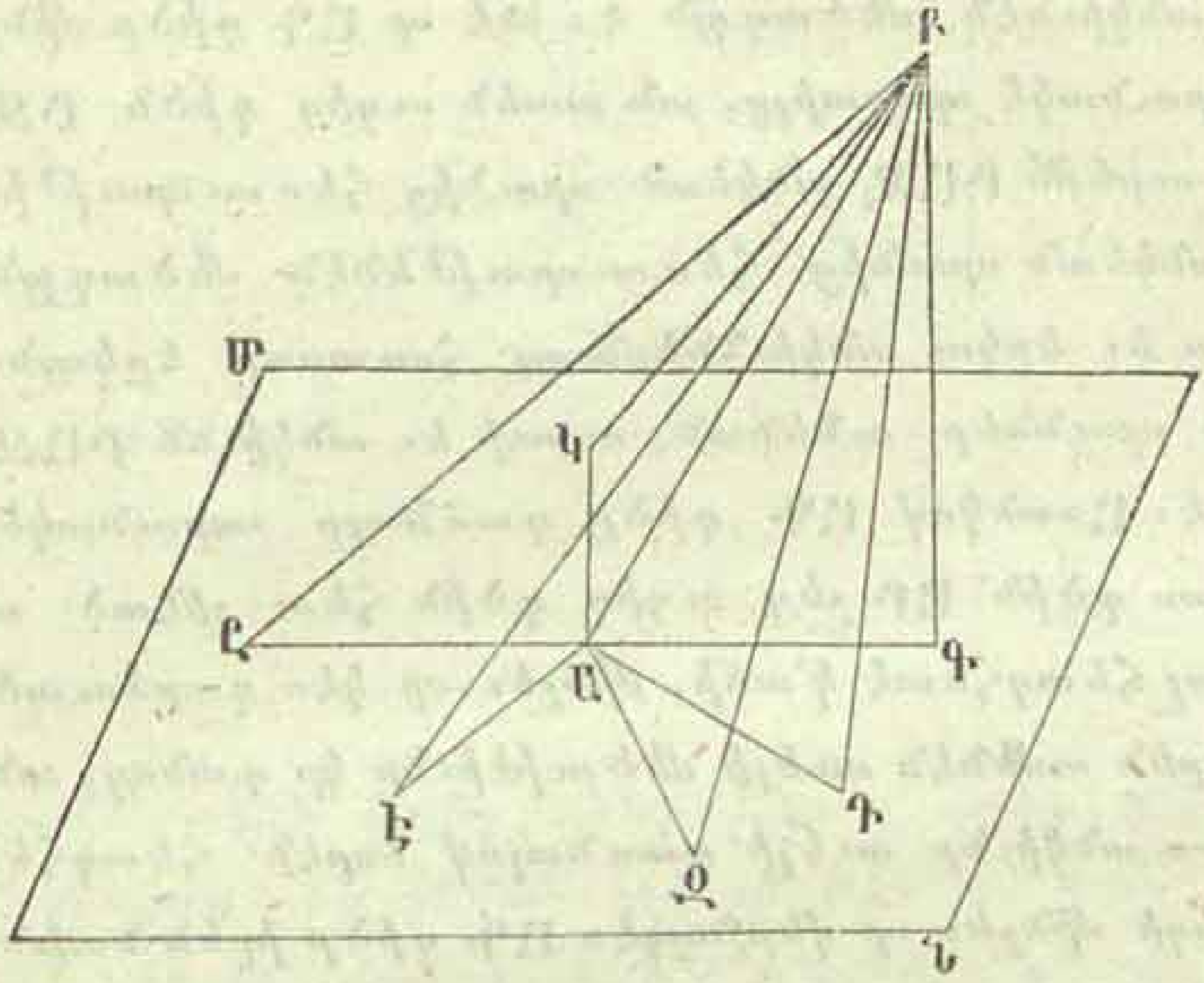
Նախընթաց գիտողութենէն կը հետեւի հակադարձ նախադասութեան ճշմարտութիւնն ալ, այսինքն՝

Թէ որ ուղիղ գիծ մը հարթ երեսի մը ուղղահայեաց է ան ատեն որ եւ իցէ նոյնէն զուգահեռական ուղիղ գիծը նոյն հարթ երեսին վրայ ուղղահայեաց կը կենայ։

Աս նախադասութեան զօրութեամբ կարող կ'ըլլանք ՄՆ հարթ երեսի մը կէտին տեղը աս հարթ երեսին վրայ ուղղահայեաց գիծ մը շինել։ Այսինքն՝ հարթ երեսէն դուրս կեցած Բ կէտէ մը աս հարթ երեսին վրայ ԲԱ ուղղաձիգ գիծ մը կը ձգենք, Գին եւ ԲԱին վրայէն հարթ երես մը կը դնենք, եւ աս հարթ երեսին վրայ Գէն՝ ԳԴ գիծը կը քաշենք ԱԲին ուղղահայեաց. աս որ ընենք՝ ԳԴ ուղիղ գիծը փնտռուած ուղղաձիգ գիծն է:

244. Դնենք՝ որ ԱԲ (Ձեւ 220) ՄՆ հարթ երե-

Ձեւ 220.



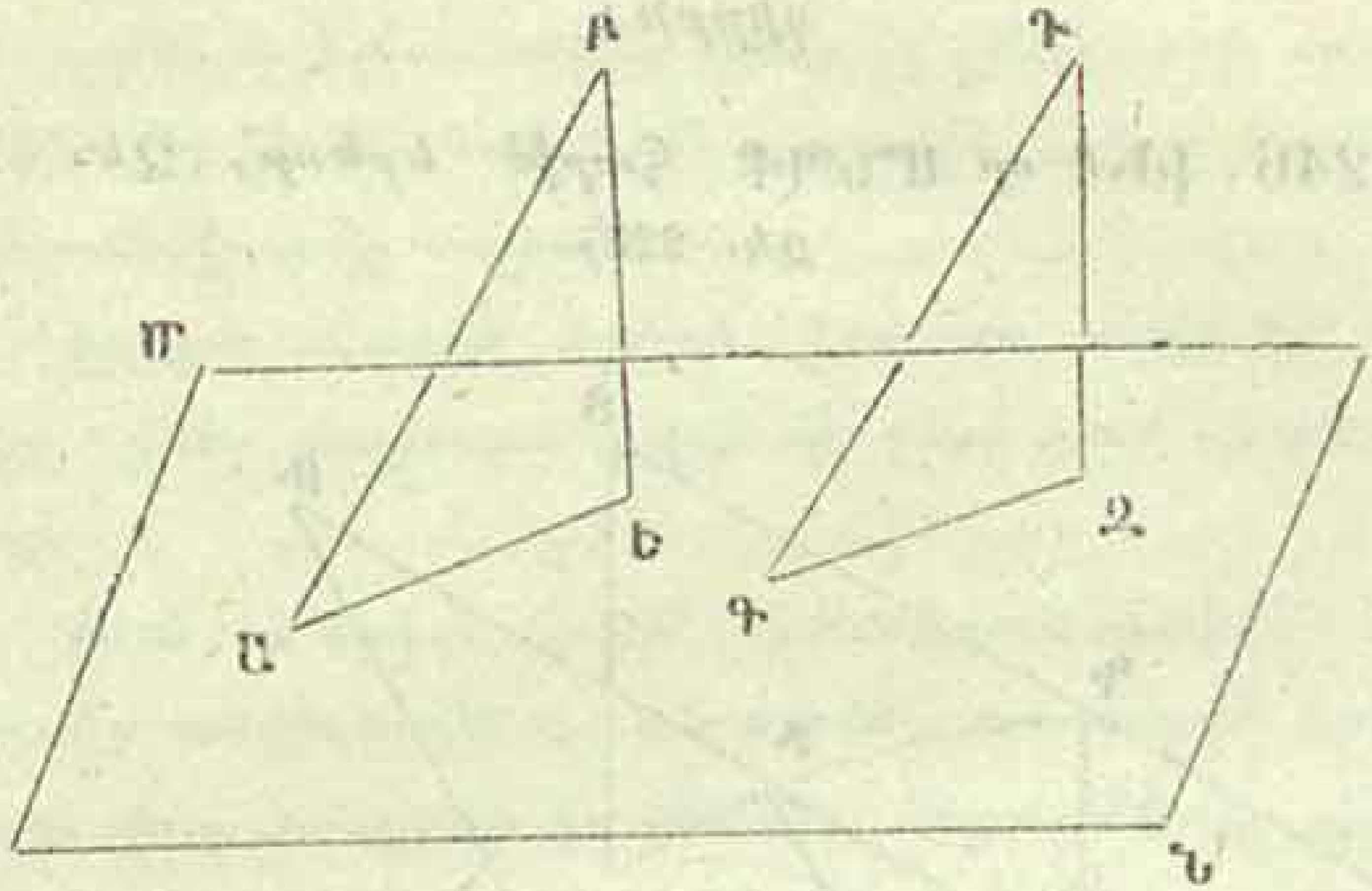
սին վրայ շեղ կեցած ուղիղ գիծ մըն է: Թէ որ աս ուղիղ գծին Բ ծայրէն հարթ երեսին վրայ ԲԳ ուղղաձիգ գիծը քաշենք, եւ Ա ու Գ ոտից կէտերը ԱԳ ուղիղ գծով մը կապենք, ան ատեն աս ԱԳ ուղիղ գիծը ԱԲ շեղ ուղիղ գծին ՄՆ հարթ երեսին վրայ եղող յառաջձգութիւնն է: Ուղիղ գծի մը յառաջձգութիւնը միշտ ուղիղ գծէն փոքրագոյն է: Ան անկիւններն իրարու համեմատելու համար՝ զորոնք որ ԱԲ շեղ ուղիղ գիծ մը ուրիշ աս շեղ ուղիղ գծին ոտից կէտովը՝ ՄՆ հարթ երեսին վրայ քաշուած ուղիղ գծերուն հետ կը շինէ, անանկ մտածելու է՝ որ ԱԳ յառաջձգութեան գիծը՝ Ային բոլորտիքը աս հարթ երեսին մէջ դրեթէ մինչեւ ԱԳ պտըտած ըլլայ: Թէ որ ԲԳ ուղիղ գիծը քաշելու ըլլանք, ան ատեն աս ԲԳ ուղիղ գիծը՝ ԲԳ ուղղաձիգ գծէն երկայն է, ուստի եւ երկու ԲԱԴ եւ ԲԱԳ անկիւնները հաւասար սրունքներ ունին, բայց սրունքներու անհաւասար հեռաւորութիւն. եւ անոր համար անհաւասար են. անանկ՝ որ ԲԱԴ անկիւնը՝ որուն սրունքներուն ծայրերն իրարմէ աւելի հեռու են, ԲԱԳ անկիւնէն մեծագոյն է: Թէ որ ԱԳ գիծը մինչեւ ԱԶ շարունակէ պտըտիլը, ան ատեն ուղիղ գիծն ԲԶ > ԲԳ է. ուրեմն ԲԱԶ անկեան սրունից հեռաւորութիւնը ԲԱԳ անկեան սրունից հեռաւորութենէն մեծագոյն է՝ թէպէտ եւ երկու անկիւններն ալ հաւասար երկայնութեամբ սրունքներ ունենան, ուստի եւ անկիւնն ԲԱԶ > ԲԱԳ է: Ասանկով ԱԳ գիծը դառնալը շարունակելու ատեն աս գծին՝ ԱԲ շեղ ուղիղ գծին հետ շինած անկիւնն ալ հետզհետէ կ՚աճի, մինչեւ որ կէս դարձուածէն ետքը իրեն ամենէն աւելի մեծութիւնը կը գտնայ, անկէ ետքը աս անկիւնը աւելի դառնալով նորէն հետզհետէ կը նուազի մինչեւ որ վերջապէս ԱԳ գիծը իրեն նախնական դիրքը կու գայ եւ ան դիրքին մէջ ԱԲ գծին հետ ամենէն պզտիկ անկիւնը կը կազմէ:

Որովհետեւ ուղիղ գծի մը իրեն յառաջձգութեամբ հետ հարթ երեսի մը վրայ շինած անկիւնը, ան անկիւնէն փոքրագոյն է, զորն որ նոյն գիծը ուրիշ որ եւ իցէ նոյն հարթ երեսին վրայ ոտից կէտէն քաշուած ուղիղ գծերուն հետ կը շինէ, անոր համար ան անկիւնը ուղիղ գծի մը հարթ երեսի մը նկատմամբ ունեցած հակումը ցուցնելու կը ծառայէ: Ուստի ԲԱԳը ԱԲ շեղ ուղիղ գծին ՄՆ հարթ երեսին նկատմամբ ունեցած հակման անկիւնն է:

Թէ որ մէկը գաւազան մը բռնէ շեղ դիրքով մէկ ծայրը սեղանին յատակը ուղղուած եւ ետքէն գաւազանը թող տայ որ իյնայ, ան անկիւնը զորն որ գաւազանը իյնալու ատեն կը գծէ, սեղանին յատակին նկատմամբ իրեն հակման անկիւնն է:

245. Դնենք որ (Ձեւ 221) ԱԲ եւ ԳԴ երկու

Ձեւ 221.



զուգահեռական ուղիղ գծեր ըլլան, որոնք ՄՆ հարթ երեսին վրայ չեն կենան։ Թէ որ՝ Բէն ու Դէն դէպ ի հարթ երեսին վրայ ԲԷ ու ԴԶ ուղղաձիգ գծերը ձգենք ու ԱԷ եւ ԳԶ ուղիղ գծերը քաշենք, ան ատեն ԲԱԷ եւ ԴԳԶ՝ երկու շեղ ուղիղ գծերուն՝ հարթ երեսին նկատմամբ ունեցած հակման անկիւններն են։ Արդ որովհետեւ ԱԲԷ եւ ԳԴԶ երեքանկեանց մէջ Է եւ Զ անկիւնները իբրեւ ուղիղ անկիւն եւ Բ ու Դ անկիւնները իրենց զուգահեռական սրունքներուն համար հաւասար են, անոր համար նաեւ երրորդ անկիւնները ԲԱԶ եւ ԴԳԶ հարկաւ հաւասար պիտ'որ ըլլան։

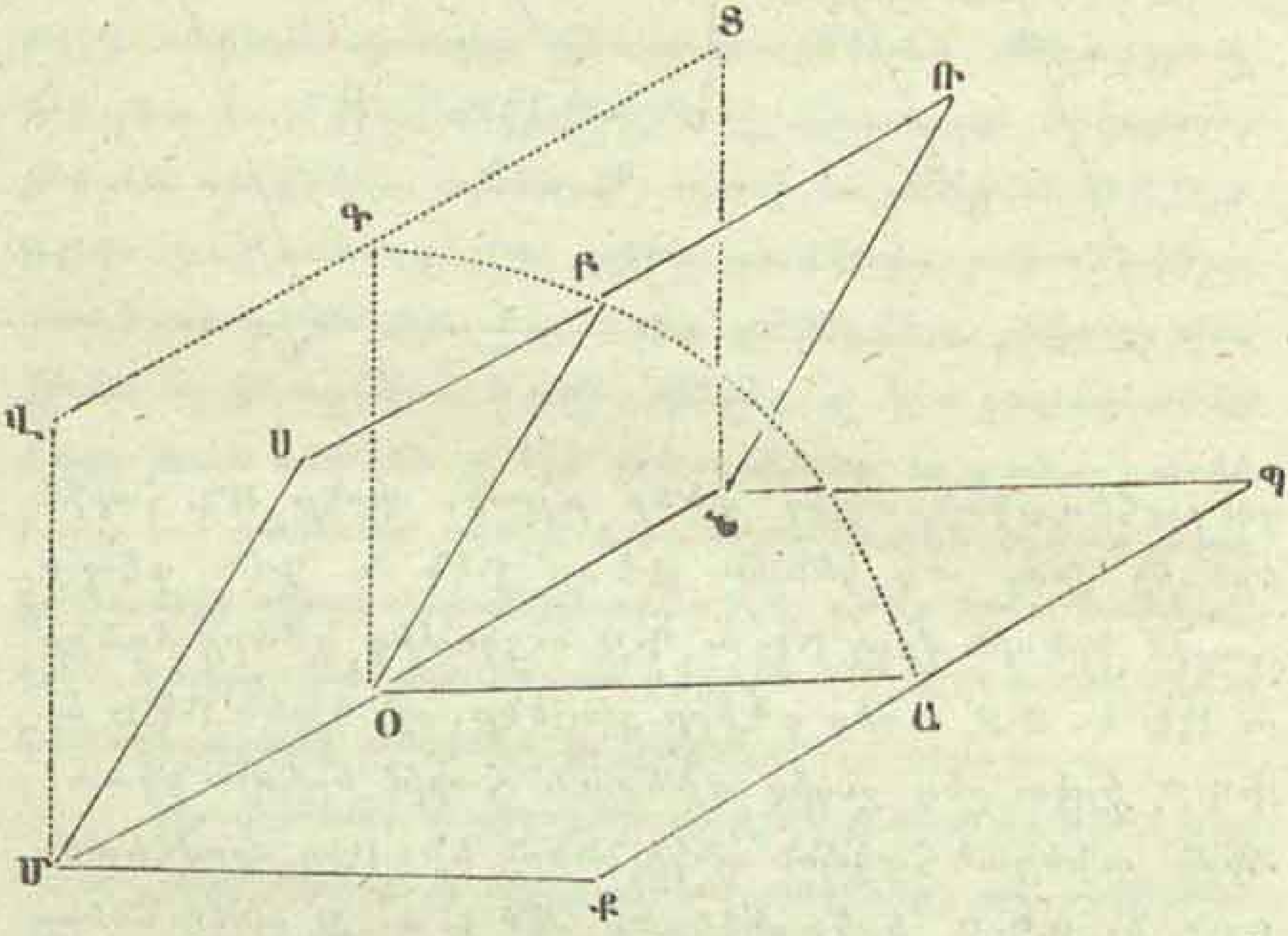
Ուստի երկու զուգահեռական ուղիղ գծեր նոյն հարթ երեսի նկատմամբ հաւասարապէս հակեալ են։

Բ. ՄԻՋՈՑԻ ՄԷՋ ՀԱՐԹ ԵՐԵՍՆԵՐ

1. *Հարթ երեսներուն իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը։*

246. Թող որ ՄՆՊՔ *հարթ երեսը*, (Ձեւ 222)

Ձեւ 222։



որուն մէջ ԱՕ՝ ՄՆ *ուղիղ գծին վրայ ուղղաձիգ կեցած է, այս ուղիղ գծին բոլորտիքը անանկ դարձուի որ մինչեւ* ՄՆՌՍ *դիրքը գայ, յայտնի է թէ այս դարձման ատեն* Ա *կէտը* ԱԲ *աղեղը կը գծէ եւ* ԱՕ, ՄՆ*ին վրայ ուղղաձիգ ուղիղ գիծը՝* ԱՕԲ *անկիւնը կը գծէ։ Երկու հարթ երեսները* ՄՆՊՔ *եւ* ՄՆՌՍ՝ ՄՆ *ուղիղ գծին վրայ իրար կը կտրեն՝ եւ իրենց ուղղութեան կողմանէ այնչափ աւելի իրարմէ կը տարբերին, որչափ որ* ԱՕԲ *անկիւնը կը մեծնայ, ուստի եւ այս անկիւնը անոնց իրարու նկատմամբ ունեցած հակումը կը ցուցնէ։ Անկից կը հետեւի որ՝*

Ա. Թէ որ երկու հարթ երեսներ իրար կտրեն, իրար կտրած տեղը ուղիղ գիծ մըն է։

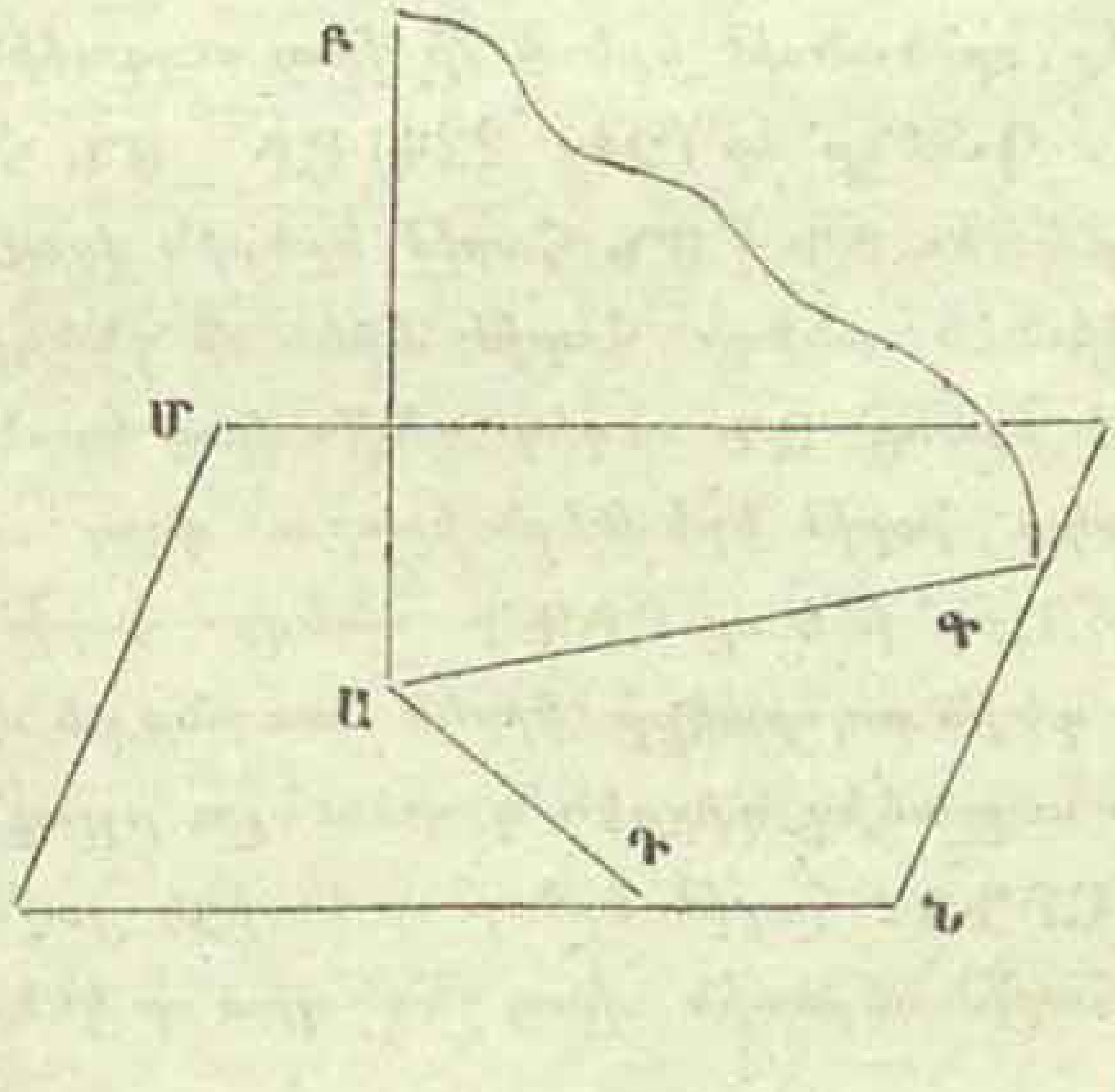
Բ. Երկու հարթ երեսներուն հակման անկիւնը այն անկիւնն է, զոր որ երկու ուղիղ գծեր կը շինեն, երբ որ հատման գծին մէկ կէտէն նոյն գծին ուղղայեց՝ երկու հարթ երեսներուն վրայ կը քաշուին։

Երկու հարթ երեսի հակման անկիւնը կրնանք զգալի ընել բացուած գրքի մը վերի կամ վարի եզերներովը։

Թէ որ երկու հարթ երեսներուն հակման անկիւնը ուղիղ անկիւն մըն է, այն ատեն այս հարթ երեսները իրարու վրայ ուղղայեց կը կենան, ապա թէ ոչ շեղ։ Թէ որ վերի Ձեւին մէջ երկու հարթ երեսները դառնալով իրարմէ այնչափ հեռանան՝ որ ԱՕԳ անկիւնը ուղիղ անկիւն մ'ըլլայ, այն ատեն ՄՆՏՎ հարթ երեսը՝ ՄՆԳՔ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ. ասոր հակառակ ՄՆԳՔ եւ ՄՆՈՍ իրարու վրայ շեղ կը կենան։

247. Դնենք որ (Ձեւ 223) ԱԲ ⊥ ՄՆ հարթ ե-

Ձեւ 223.



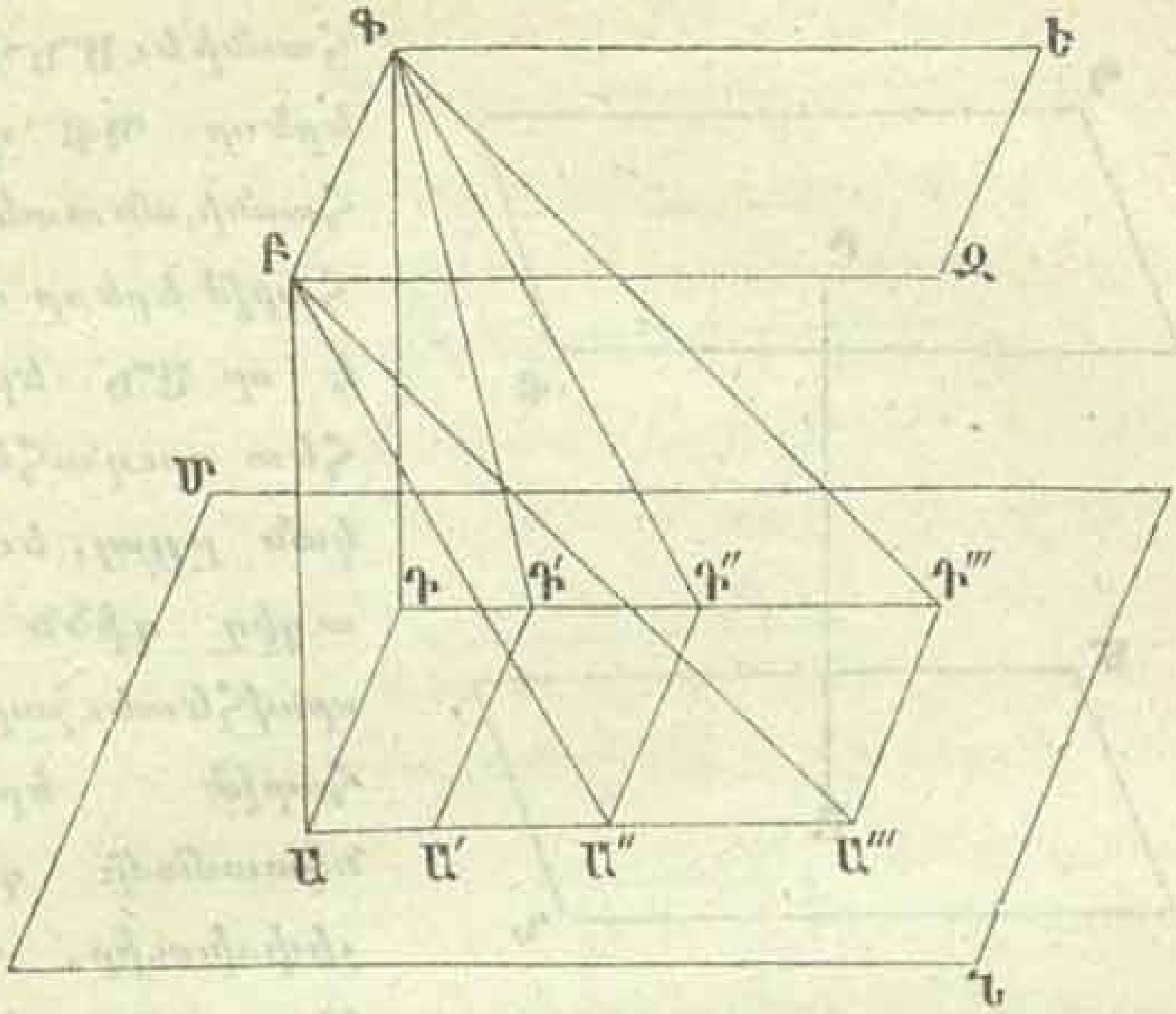
րեսին վրայ է, ու ԱԲին վրայէն ԱԲԳ հարթ երես մը գտնենք՝ որն որ ՄՆ հարթ երեսը ԱԳ ուղիղ գծին վրայ կտրէ։ Ան երկու հարթ երեսներուն իրարու նկատմամբ ունեցած դիրքը գտնելու համար, պէտք է անոնց հատման անկիւնը փնտռել՝ այսինքն ԱԳ հատման գծին մէկ կէտին վրայ դէպ ի աս գիծը երկու ուղղաձիգ գծեր ձգել, որոնցմէ ամէն մէկը երկու հարթ երեսներէն մէկուն մէջն իյնայ։ Արդ ԱԳին վրայ Ա կէտին տեղը արդէն ԱԲ գիծը ԱԲԳ՝ հարթ երեսին մէջ ուղղաձիգ կեցած է։ Թէ որ ՄՆ երեսին մէջն ալ ԱԳ ուղղաձիգ գիծը ձգենք, ան ատեն ԲԱԳ՝ ԱԲԳ եւ ՄՆ երկու հարթ երեսներուն հատման անկիւնն է։ Բայց աս անկիւնը ուղիղ անկիւն մըն է, վասն զի ԱԲը ՄՆ հարթ երեսին վրայ՝ ուստի եւ ԱԳ ուղիղ գծին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, անոր համար ԱԲԳ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ։

Ուստի՝ Թէ որ ուղիղ գիծ մը հարթ երեսի մը վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, պէտք է որ ան ուղիղ գծին վրայէն անցուած որ եւ իցէ հարթ երես նոյն հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կենայ։

Ինչպէս կրնանք կէտի մը վրայէն անանկ հարթ երես մը գտնել, որ ծանօթ երեսի մը վրայ ուղղաձիգ կենայ։

248. Գտնենք՝ որ (Ձեւ 224) ԱԲ ⊥ ՄՆ հարթ երեսին վրայ է, եւ ԲԳ ∥ ՄՆ հարթ երեսին վրայ։ Թէ որ ԱԲԳ անկիւնէն անցող հարթ երես մը գտնենք՝ որն որ ՄՆ հարթ երեսը՝ ԱԴ ուղիղ գծին վրայ կտրէ, ան ատեն աս երկու հարթ երեսներն իրարու վրայ ուղղաձիգ կը կենան։ Արդ՝ Թէ որ ԱԲԳԴ անցող հարթ երեսը՝ ԲԳ ուղիղ գծին բոլորտիքը իբրեւ առանցքի մը բոլորտիքը իրեն ուղղաձիգ դիրքէն դարձունելու ըլլայ, ան ատեն աս ԱԲԳԴ հարթ երեսը որ եւ իցէ յաջորդ դրից մէջ ՄՆ հարթ երեսին վրայ շեղ պիտ'որ կենայ եւ աս

Ձև. 224.



մերձի երեսը այնչափ աւելի ԱԳէն հեռու պիտ՚որ կտրէ, որչափ որ մեծագոյն է հակման անկիւնը՝ զորն որ անիկայ ԱԲԳԴ ուղղաձիգ հարթ երեսին հետ կը շինէ։ Վերջապէս՝ թէ որ անեզր հարթ երեսը դառնալու առնը ԲԳԵԶ դիրքը գայ՝ ուր որ ԱԲԶ հակման անկիւնը՝ զորն որ ԱԲԳԴ հարթ երեսին հետ կը շինէ, ուղիղ անկիւն մը կ'ըլլայ, ան ատեն ՄՆ հարթ երեսը ամենեւին չիկտրեր, հապա նոյնին հետ զուգահեռական կ'երթայ։

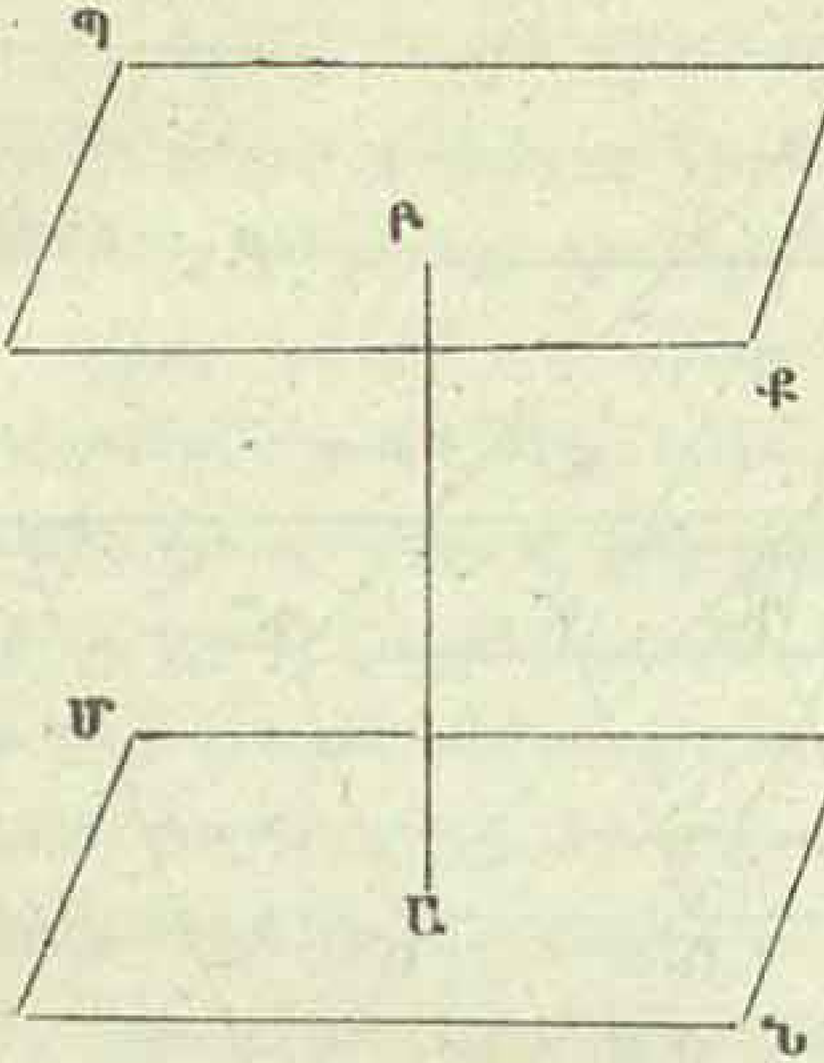
Զուգահեռական հարթ երեսներն անոնք են՝ որոնք ըստ կամի երկընցուելով՝ իրար երբեք չեն կտրեր։

Ուրեմն՝ երկու հարթ երեսներ իրարու նկատմամբ քանիպատիկ դիրք կրնան ունենալ։

Փնտռէ դպրոցին մէջ հարթ երեսներ՝ որոնք Ա. իրար կտրեն, Բ. զուգահեռական ըլլան։

249. Դնենք՝ որ (Ձեւ 225) ուղիղ գիծը ԱԲ ⊥ ՄՆ հարթ երեսին վրայ է։ Արդ՝ թէ որ ՄՆ հարթ երեսը Ա կէտը՝ ԱԲ գծին երկայնութեանը յառաջ խաղալու ատեն՝ զուգահեռապէս դէպ ի յառաջ շարժելու ըլլայ՝ մեն-

Ձեւ 225.



չեւ որ Ա կէտը Բին համնի եւ ՄՆ հարթ երեսը ԳՔ դիրքը համնի, ան ատեն ԳՔ հարթ երեսը պէտք է որ ՄՆ երեսին հետ զուգահեռական ըլլայ, եւ ԱԲ ուղիղ գիծն ալ, որովհետեւ շարժող հարթ երեսին նկատմամբ դիրքը չփոխուիր, հարկ է՝ որ ԳՔ հարթ երեսին վրայ ուղղաձիգ կենայ։

Ասկից կը հետեւի որ՝

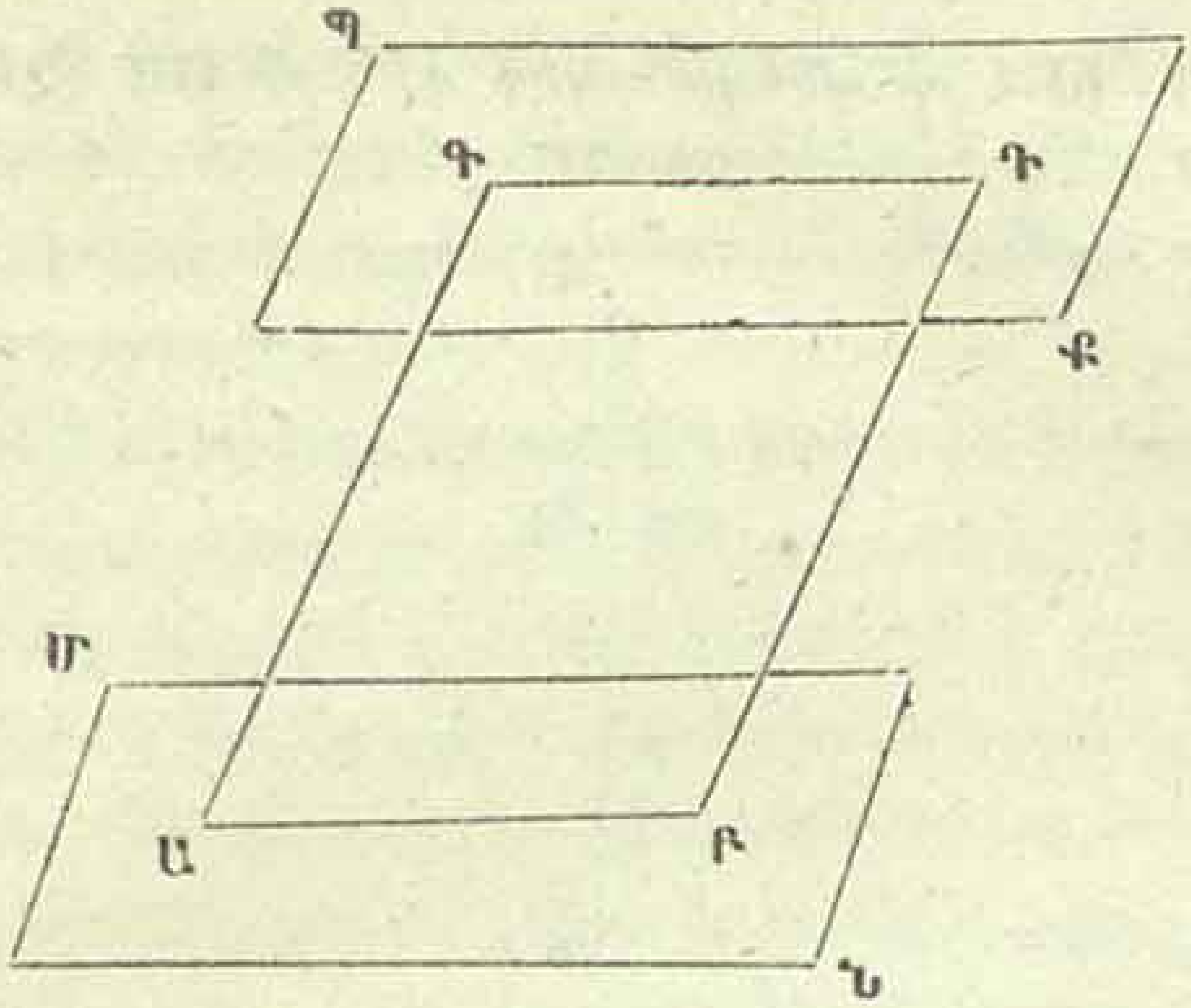
Ա. Թէ որ ուղիղ գիծ մը երկու զուգահեռական հարթ երեսներէն մէկուն վրայ ուղղաձիգ է, պէտք է որ մէկալին վրայ ալ ուղղաձիգ ըլլայ։

Բ. Թէ որ երկու հարթ երեսներ մի եւ նոյն ուղիղ գծին վրայ ուղղաձիգ կը կենան, պէտք է որ զուգահեռական ըլլան։

Ուստի՝ թէ որ Բ կէտէ մը ուղիղ հարթ երես մը գտնել ուզենք՝ որն որ ՄՆ ծանօթ երեսին հետ զուգահեռական ըլլայ, պէտք ենք Բէն ՄՆ հարթ երեսին վրայ ԲԱ ուղղաձիգ գիծը ձգել եւ Բէն ԱԲին վրայ ուղղաձիգ հարթ երես մը զետեղել (242)։

250. Գնենք՝ որ (Ձեւ 226) ԱԲ ուղիղ գիծ մ'ըլլայ ՄՆ ուղիղ երեսին մէջ, եւ ԱԳն ալ սա հարթ երեսէն դուրս եղող ուղիղ գիծ մ'ըլլայ։ Արդ՝ թէ որ Ա կէտը՝ ԱԳ գծին վրայ դէպ ի յառաջ շարժած ատեն

Ձեւ. 226.



ՄՆ հարթ երեսը եւ անոր մէջ գտնուած ԱԲ ուղիղ գիծը զուգահեռապէս այնչափ յառաջ շարժելու ըլլանք՝ որ ՄՆ հարթ երեսը ՊՔ դիրքը գայ, եւ ԱԲ ուղիղ գիծն ալ՝ ԳԴ դիրքը, ան ատեն Ա եւ Բ կէտերը աս շարժման ատեն՝ ԱԳ եւ ԲԴ զուգահեռական եւ հաւասարաչափ գծերը կը գծեն. իսկ ԱԲ ուղիղ գիծը՝ ԱԲԴԳ հարթ երես մը կը գծէ՝ որն որ ՄՆ եւ ՊՔ զուգահեռական հարթ երեսները՝ ԱԲ եւ ԳԴ զուգահեռական ուղիղ գծերուն վրայ կը կտրէ: Ուստի աս դիտողութենէն յառաջ կու գայ որ՝

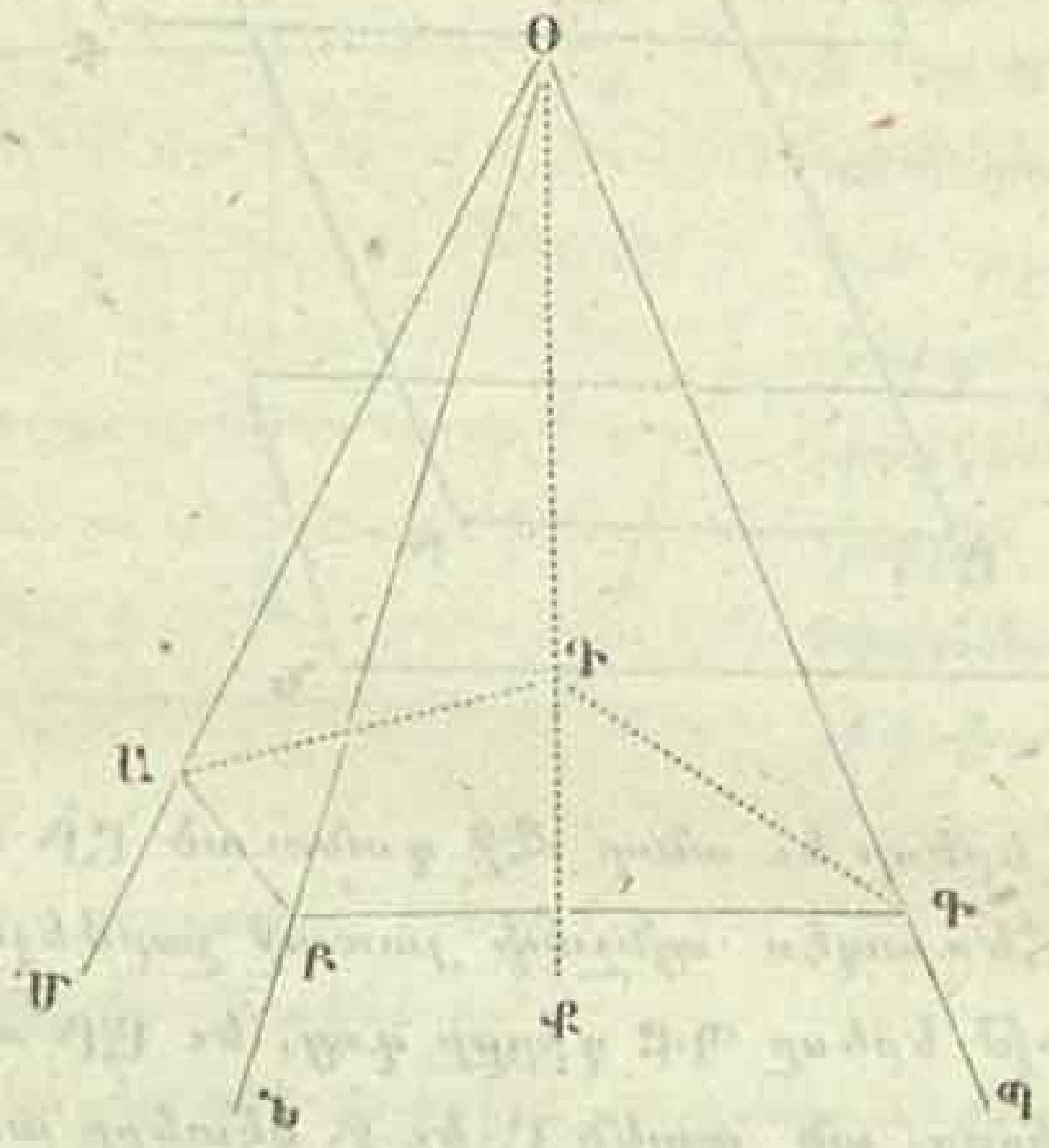
Ա. **Զուգահեռական հարթ երեսներու մէջ զուգահեռական ուղիղ գծերն իրարու հաւասար են:**

Բ. **Թէ որ երկու զուգահեռական հարթ երեսներ երրորդ հարթ երեսէ մը կտրուելու ըլլան, հատման գծերը զուգահեռական են:**

2. Մարմնոյ անկիւններ :

251. Թէ որ անեզր ուղիղ գիծ մը ՕՄ (Ձեւ 227)

Ձեւ 227.



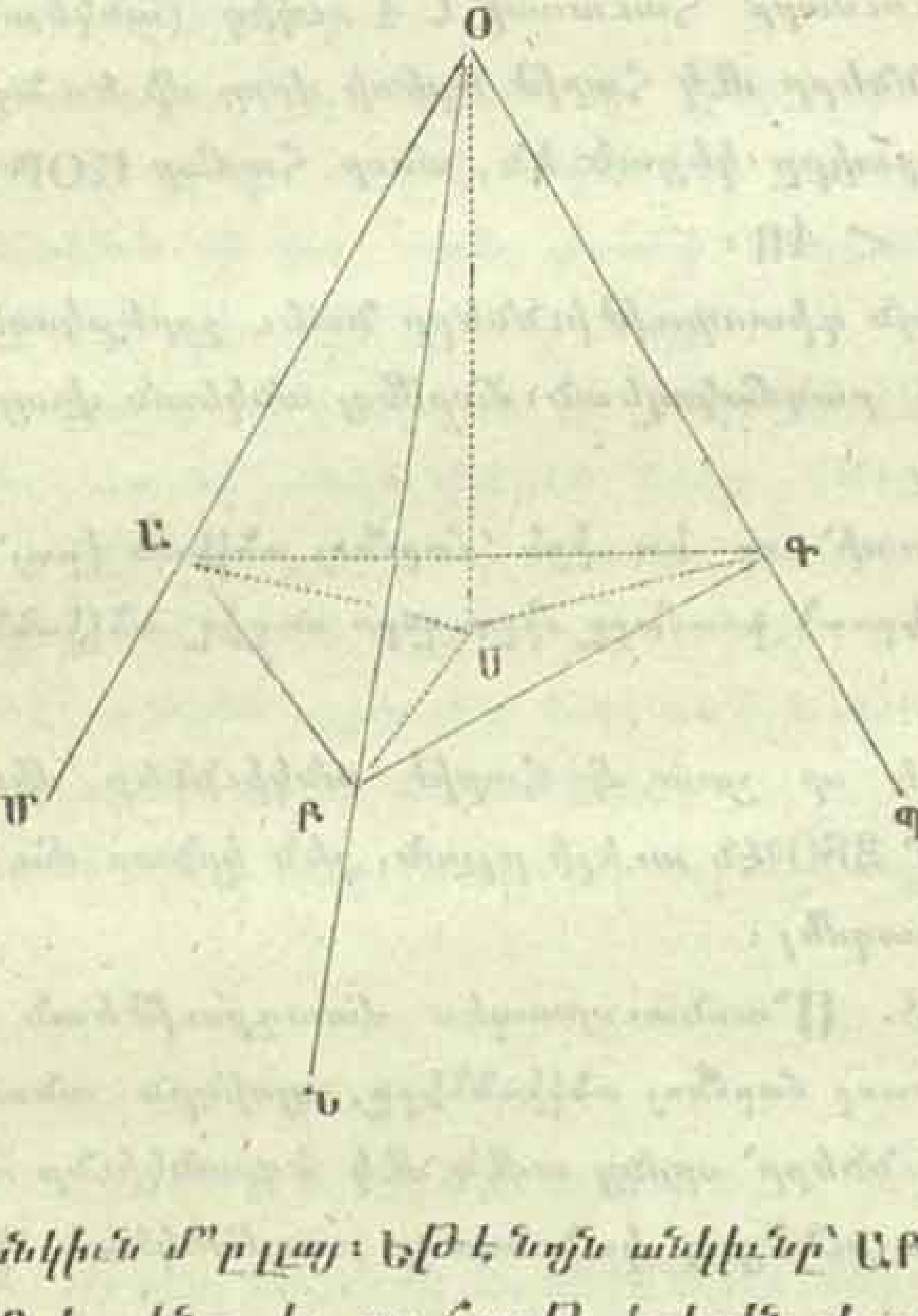
անանկ մը Օ հաստատուն կէտին բոլորտիքը դառնայ՝ որ հետզհետէ ԱԲԳԴ քառակուսային շրջապատին ամէն մէկ կէտերէն անցնի, ան ատեն սա ՕՄ գիծը՝ ՄՕՆ, ՆՕՊ, ՊՕՔ, . . . անեզր հարթ երեսները կը գծէ՝ որոնք ամէնքն ալ Օ հաստատակայ կէտին վրայ իրար կը կտրեն: Արդ՝ սա հարթ երեսներուն մէջ եղած՝ դէպ ի մէկ կողմ անեզր միջոցը մարմնոյ անկիւն մը կ'ըսուի:

Հաստատակայ Օ հատման կէտը ծայր կամ գագաթ կ'ըսուի: Ամէն երկու հարթ երեսներուն ՕՄ, ՕՆ, ՕՊ, . . . հատման գծերը կողեր կամ եզրագծեր (kante) կ'ըսուին, իսկ ՄՕՆ, ՆՕՊ, . . : հարթ անկիւնները՝ որոնք իրարու յաջորդող եզրագծերէ շինուած են, մարմնոյ անկեան եզրանկիւնք կ'ըսուին:

Որպէս զի մարմնոյ անկիւն մը ծագի՝ գոնէ երեք հարթ երեսներ հարկաւոր են։ Եզրանկեանց թիւը միշտ անկիւն մը կազմելու համար միաբանած հարթ երեսներուն թուոյն հաւասար է։ Եզրանկեանց թուոյն համեմատ՝ երեքկողեան, չորեքկողեան, . . . մարմնոյ անկիւններ կը զանազանուին։

252. Գտնենք՝ որ ՕՄՆԳ (Ձեւ 228) երեքկողեան

Ձեւ 228։



մարմնոյ անկիւն մ՚ըլլայ։ Եթէ նոյն անկիւնը՝ ԱԲԳ հարթ երեսով մը կտրենք, եւ այս հարթ երեսին վրայ ՕէՆ ՕՍ ուղղահայեացը քաշենք, ան ատեն ԱՍ, ԲՍ, ԳՍ կ՚ըլլան ԱՕ, ԲՕ, ԳՕ ուղիղ գծերուն յատակագծերը ԱԲԳ հարթ երեսին վրայ. եւ իբր յառաջգութիւն կարճագոյն են քան ԱՕ, ԲՕ, ԳՕ ծուռ ուղիղ գծերը։ Արդ՝ եթէ ԱՕԲ եւ

ԱՍԲ անկիւններուն մօտ դնենք՝ կը տեսնենք որ ամէնուն սրունից բացութիւնը՝ հաւասարապէս ԱԲ է. իսկ ԱՕ ու ԲՕ սրունքն աւելի երկայն են քան ԱՍ եւ ԲՍ: Բայց եթէ երկու անհաւասարասրուն անկիւններ հաւասար սրունից բացութիւն ունենան, ան ատեն մէջերնէն ան է աւելի պզտիկը՝ որուն որ սրունքն աւելի երկայն է. ուստի անկիւն ԱՕԲ < ԱՍԲ է: Նոյն պատճառաւ ալ ԲՕԳ < ԲՍԳ, եւ ԱՕԳ < ԱՍԳ: Ուրեմն եռանկեանց գումարն է՝ ԱՕԲ + ԲՕԳ + ԱՕԳ < ԱՍԲ + ԲՍԳ + ԱՍԳ. բայց վերջին գումարը հաւասար է 4 ուղիղ (անկեան), վասն զի անկիւնները մէկ հարթ երեսի վրայ մի եւ նոյն Ս կէտին բոլորտիքը կեցած են, անոր համար ԱՕԲ + ԲՕԳ + ԱՕԳ < 4Ո:

Նոյն դիտողութիւնները նաեւ չորեքկողեան կամ որ եւ իցէ բազմակողեան մարմնոյ անկեան վրայ ալ կըրնան ըլլալ:

Ուստի՝ որ եւ իցէ մարմնոյ անկեան վրայ՝ բոլոր եզրանկիւններուն գումարը միշտ չորս ուղիղ անկիւններէն փոքրագոյն է:

Թէ որ շատ մը հարթ անկիւններ միահամուռ 360° կամ 360°էն աւելի ըլլան, չեն կրնար մարմնոյ անկիւն մը կազմել:

253. Մասնաւորապէս մտադրութեան արժանի են **կանոնաւոր մարմնոյ անկիւնները**, այսինքն անանկ մարմնոյ անկիւնները՝ որոնց ամէն մէկ եզրանկիւնը որոշ կազմութիւն ունեցող կանոնաւոր բազմանկեան մը անկեան հաւասար է:

Հաւասարակողմ երեքանկեան մը անկիւնը 60° է: Երեք ասանկ անկիւններ 180° կ'ընեն, ուստի եւ մարմնոյ անկիւն մը կը կազմեն. չորս ասանկ անկիւններ 240° կ'ընեն, եւ նոյնպէս մարմնոյ անկիւն մը կը կազմեն. նոյնպէս նաեւ հինգ ասանկ անկիւններ՝ որոնց գումարը 300° է։ Վեց ասանկ անկիւններ 360°ի հաւասար են, ուստի վեց կամ ալ աւելի ասանկ անկիւններէ մարմնոյ անկիւն մը չիկրնար կազմուիլ։ Ուրեմն՝ քանի՞ կանոնաւոր մարմնոյ անկիւններ կրնան ըլլալ հաւասարակողմ երեքանկեան մը անկիւններէն։

Քառակուսւոյ մը անկիւնը 90° է։ Երեք ասանկ անկեան գումարը 270° է եւ երեքը մէկէն մարմնոյ անկիւն մը կը կազմեն. աս անկիւններէն չորս հատը արդէն բաւական են 360° ընելու։

Կանոնաւոր հնգանկեան մը վրայ ամէն մէկ անկիւն 108° է։ Երեք ասանկ անկիւններ կ'ընեն 324° ու մարմնոյ անկիւն մը կու տան, ասանկ անկիւններ չորս հատ եղածնուն պէս 432 պիտ'որ տային։

Կանոնաւոր վեցանկեան մը անկիւնը 120° է։ Եւ որովհետեւ ասանկ անկիւններէն երեք հատը արդէն բաւական է 360° տալու, անոր համար՝ ասանկ անկիւնները մարմնոյ անկիւն մը չիկրնար կազմուիլ։ Եւս աւելի անկարելի է որ նոյնն ըլլայ վեց կողէ աւելի ունեցող կանոնաւոր բազմանկեան մը անկիւններէն։

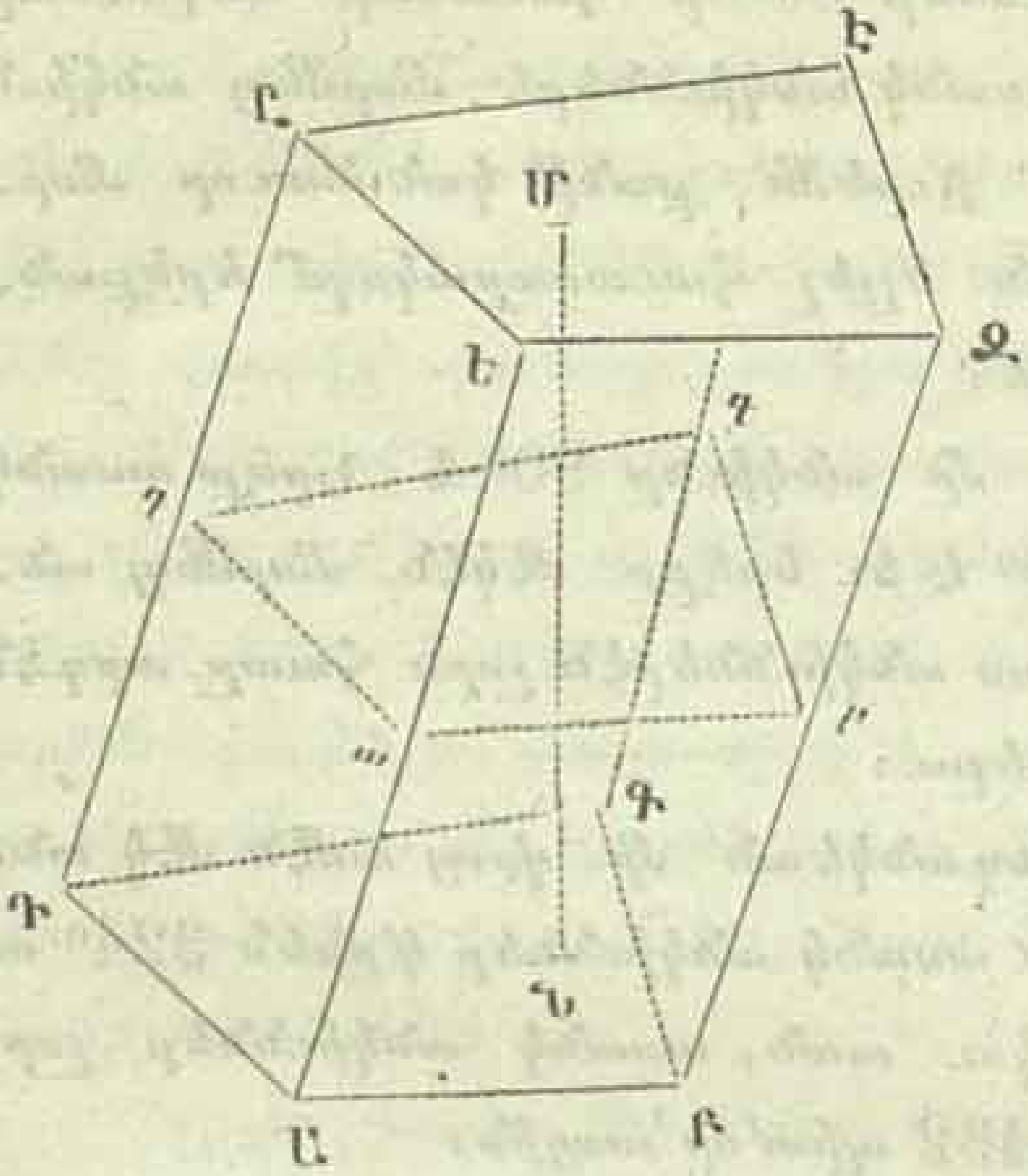
Ուրեմն՝ մինակ հինգ կանոնաւոր մարմնոյ անկիւն կրնայ ըլլալ։

Գ. ՍՂՈՑԱԾՆԵՐ

1. Ասոնց ծագումը եւ մակերեւոյթները։

254. Դնենք՝ որ ԱԲԳԴ (Ձեւ 229) բազմանկիւն մ'ըլլայ, եւ ԱԵը աս բազմանկեան հարթ երեսէն դուրս ելլող ուղիղ գիծ մ'ըլլայ։ Արդ՝ թէ որ աս ուղիղ գիծը զուգահեռապէս յառաջ շարժելու ըլլայ, Ա կէտը հետ-

Ձեւ 229.



դհեռէ ձանօթ բազմանկեան շրջապատին ամէն կէտերէն անցած ատեն, թէ Ե կէտը եւ թէ ԱԵ շարժող ուղիղ գծին ուրիշ որեւիցէ կէտը՝ ԱԲԳԴին զուգահեռական եւ պատշաճական բազմանկեան շրջապատը կը գծէ. իսկ ինք ԱԵ ուղիղ գիծը ԱԲԶԵ ԲԳԷԶ, ... զուգահեռագծերը կը գծէ։ Արդ՝ թէ որ ԵԶԷԸ շրջապատին վրայ հարթ երես մը դրուելու ըլլայ, ԱԲԳԴԵԶԷԸ մարմինը կ'ելլէ՝ որն որ երկու պատշաճական եւ զուգահեռական բազմանկիւններէ եւ բազմանկիւնը որչափ կող որ ունի՝ այնչափ զուգահեռագծերէ առհմանաւորեալ է։ Այսանկ մարմին մը Աղցած կ'ըսուի։

Կրնանք աղցածը սա կերպով ալ ձեւացած մտածել՝ այսինքն մտածելով որ ԱԲԳԴ բազմանկիւնը ԱԵ ուղիղ գծին երկայնութեանը անանկ դէպ ի վեր շարժի որ բազմանկեան բոլոր դիրքերը զուգահեռական ըլլան։

Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ թղթի կտոր մը ներքեւ դրուած երեսի մը հետ զուգահեռականապէս արեւուն դէմ բռնուի, ներքեւ դրուած երեսին վրայ ձեւացած ստուերը առջեւը բռնուած թղթին երեսին հետ պատշաճական է եւ սա երկու երեսներուն մէջ պարունակուած անլոյս մէջոցը աղցած մըն է։

Փնտռէ զանազան իրեր՝ որոնք սղոցածի ձեւ ունենան:

255. Երկու պատշաճական եւ զուգահեռական բազմանկիւնները ԱԲԳԴ եւ ԵԶԷԸ՝ **խարիսխ երեսներ** կ'ըսուին, իսկ անոնց կողերէն զուգահեռագծերը սղոցածին **կողք երեսները** կ'ըսուին:

Ամէն երկու հարթ երեսի իրար կտրած սահմանագլխոյն գիծը կող կ'ըսուի: Ամէն երկու իրարմէ ետքը եկող կողմնական երեսներուն իրար կտրած գծերը ինչպէս ԱԵ, ԲԶ, ... մանաւորապէս **կողմնական կողերը** կ'ըսուին: **Սղոցածի մը բոլոր կողմնական կողերը իրարու հաւասար եւ իրարու զուգահեռական են:**

ՄՆ ուղղաձիգ գիծ մը մէկ խարսխի երեսէն մեկալ խարսխի երեսը սղոցածին **բարձրութիւնը** կ'ըսուի:

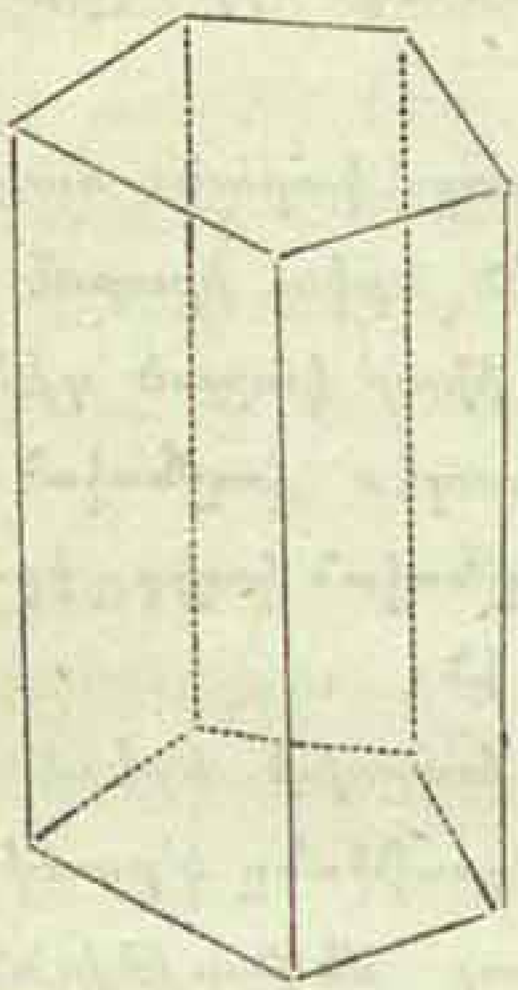
Թէ աս եւ թէ հետեւեալ մեկնութիւնները յարմար կաղապարներով լուսաւորելու եւ զգալի ընելու է: Աս ընելու ատեն՝ մտադիր ըլլալու է իւրաքանչիւր անկիւնաւոր մարմնոյ խարսխի երեսներուն, կողի երեսներուն եւ կողերուն ըստ թուոյ, ըստ դրից եւ ըստ մեծութեան. դարձեալ նաեւ մարմնոյ անկիւններուն ալ պէտք է միտ դնել:

2. Սղոցածներու տեսակները:

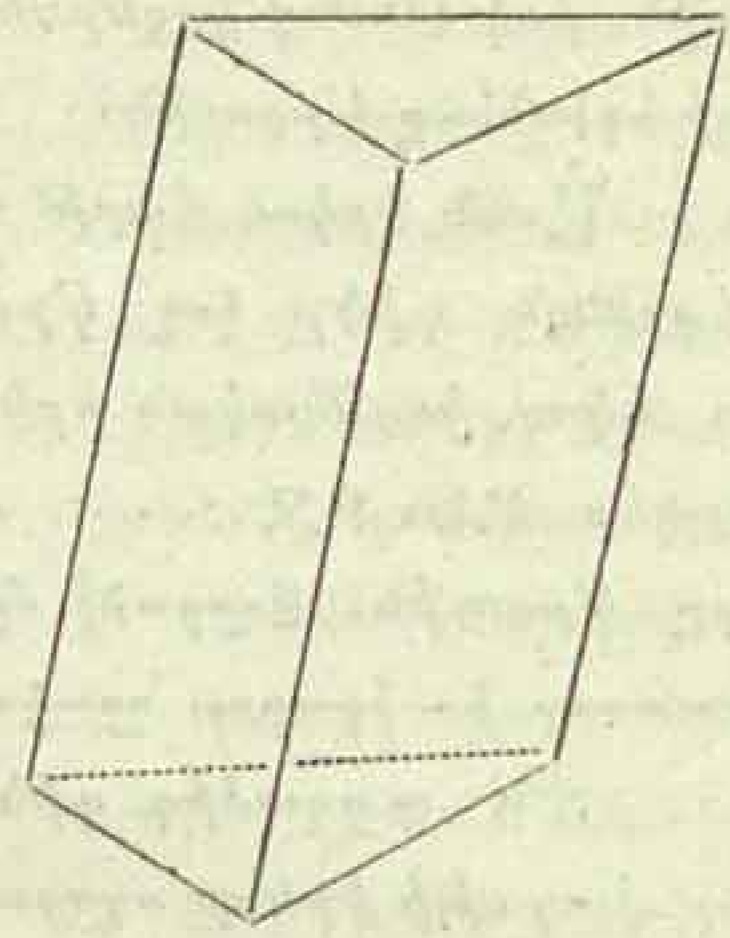
256. **Կողմնական կողերու թուոյն համեմատ՝ երեքկողեան, չորեքկողեան եւ բազմակողեան** սղոցածներ կը զանազանուին:

Սղոցածին **կողմնական կողերուն դէպ ի խարիսխ երեսն ունեցած դիրքը նայելով՝** սղոցածը կամ **ուղիղ** կ'ըսուի եւ կամ **ծուռ**, վասն զի կողմնական կողերը խարսխի երեսին վրայ կամ ուղղաձիգ եւ կամ ծուռ կը կենան: Ուղիղ սղոցածի մը վրայ կողի երեսները Ուղղանկիւններ են եւ՝ կողմնական կողերուն ամէն մէկը միանգամայն սղո-ցածին բարձրութիւնը կ'երեւցընէ ։

Ձեւ 230.

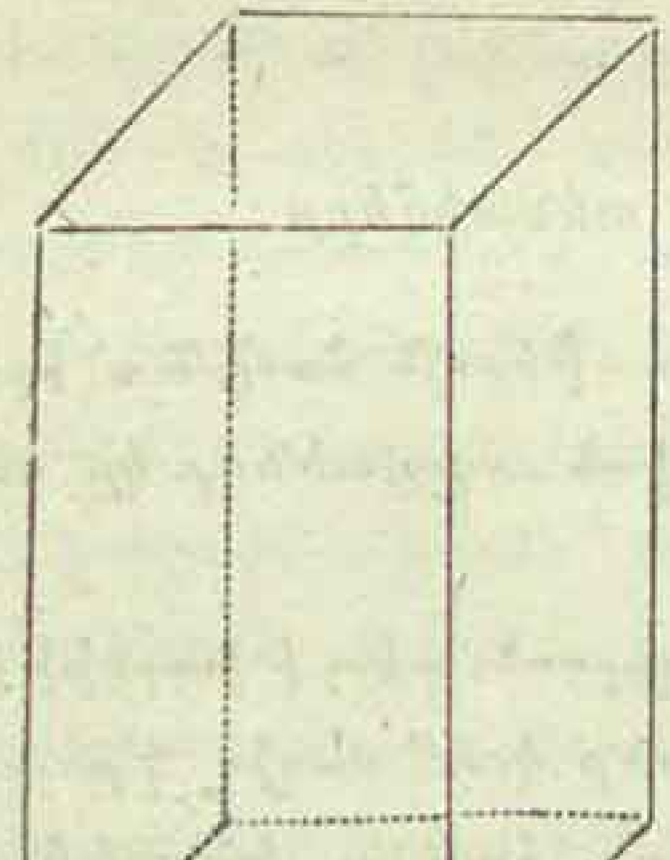


Ձեւ 231.



Ձեւ 230ը ուղիղ հնգկողեան սղոցած մը կ'երեւ-ցընէ. Ձեւ 231ը ծուռ երեքկողեան սղոցած մը ։

Ձեւ 232.



257. Սղոցած մը՝ որուն խարսխի երեսները զու-գահեռագծեր են, Զուգահեռանիստ (Parallélipipède) կ'ըսուի (Ձեւ 232)։ Անիկայ, ինչպէս ուրիշ որ եւ իցէ սղոցած կրնայ ու-ղիղ կամ ծուռ ըլլալ ։ Զուգահեռանիստ մը վեց զուգահեռագծերէ գո-ցուած է ։

Սղոցած մը՝ որն որ ա-մէն կողմանէ քառակու-

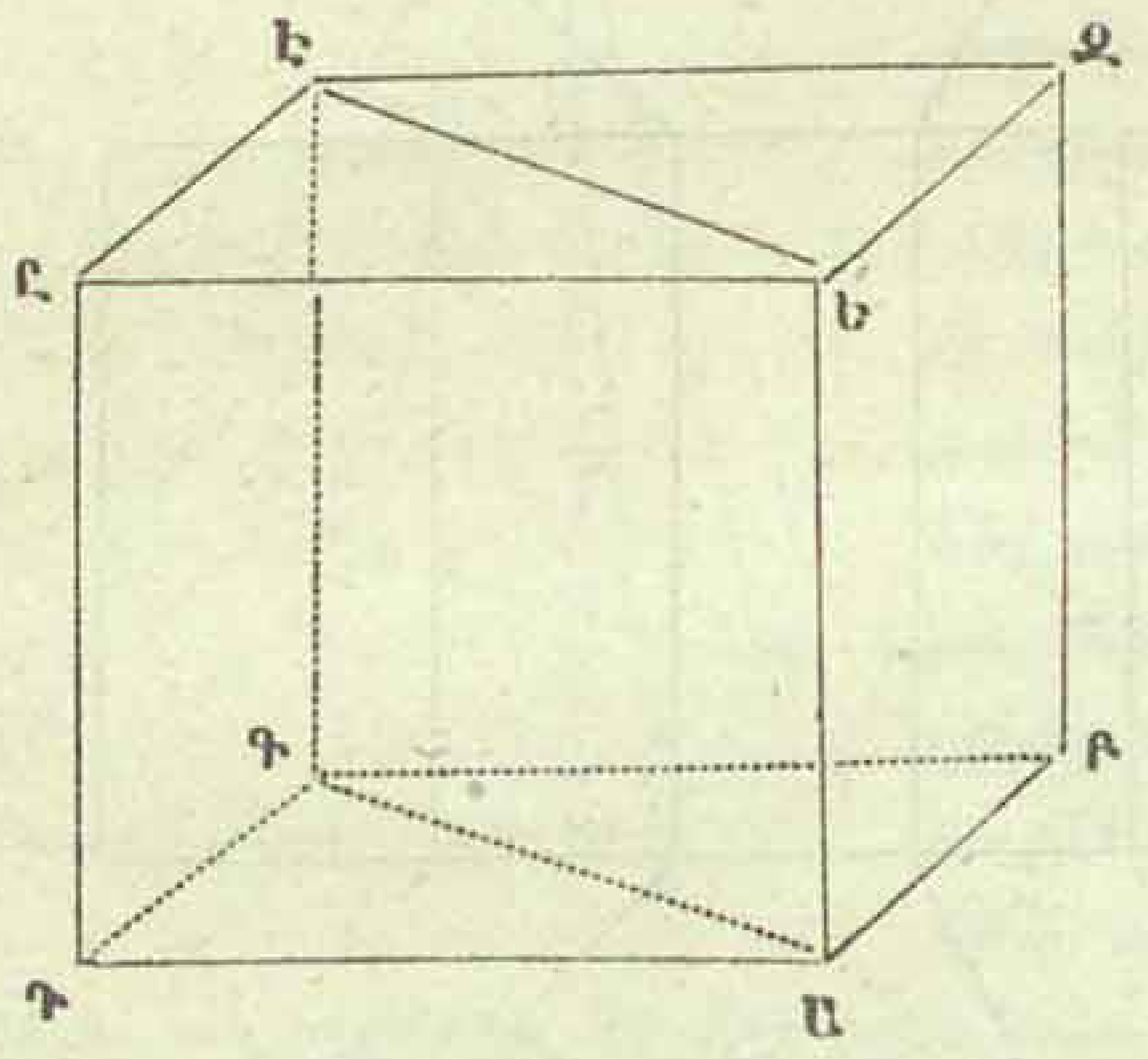
ոններով գոյացած է, խորանարդ կամ քուպ (cube) կ'ըսուի: Ասիկայ ուղղանկիւն զուգահեռանիստ մըն է հաւասար կողերով եւ պատշաճական երեսներով:

3. Սղոցածի մը կտրուածքը եւ ցանցը:

258. *Արդէն սղոցածին ծագման կերպէն* (254) *կրնայ յառաջ բերուիլ՝ որ եթէ սղոցած մը խարսխի երեսին զուգահեռական ըլլող հարթ երեսէ մը կտրուի, պէտք է՝ որ կտրուածքին ձեւը խարսխին երեսին հետ պատշաճական ըլլայ: — Ասանկով կտրուած սղոցածը ինչպիսի մարմնոց կը բաժնուի:*

Եթէ որ սղոցածի մը երկու ԱԵ եւ ԳԷ իրարու դիմացը կեցող կողերէն (*Ձեւ* 233) *հարթ երես մը դնենք, անտեն ԱԵԷԳ կտրուածքը զուգահեռագիծ մըն է (ինչու), եւ սղոցածին անկիւնագծական հատուածը կ'ըսուի: — Զուգահեռանիստ մը անկիւնագծական կտրուածքով բաժնելով եղած երեքկողեան սղոցածներն ինչ յատկութիւն ունին:*

Ձեւ 233.

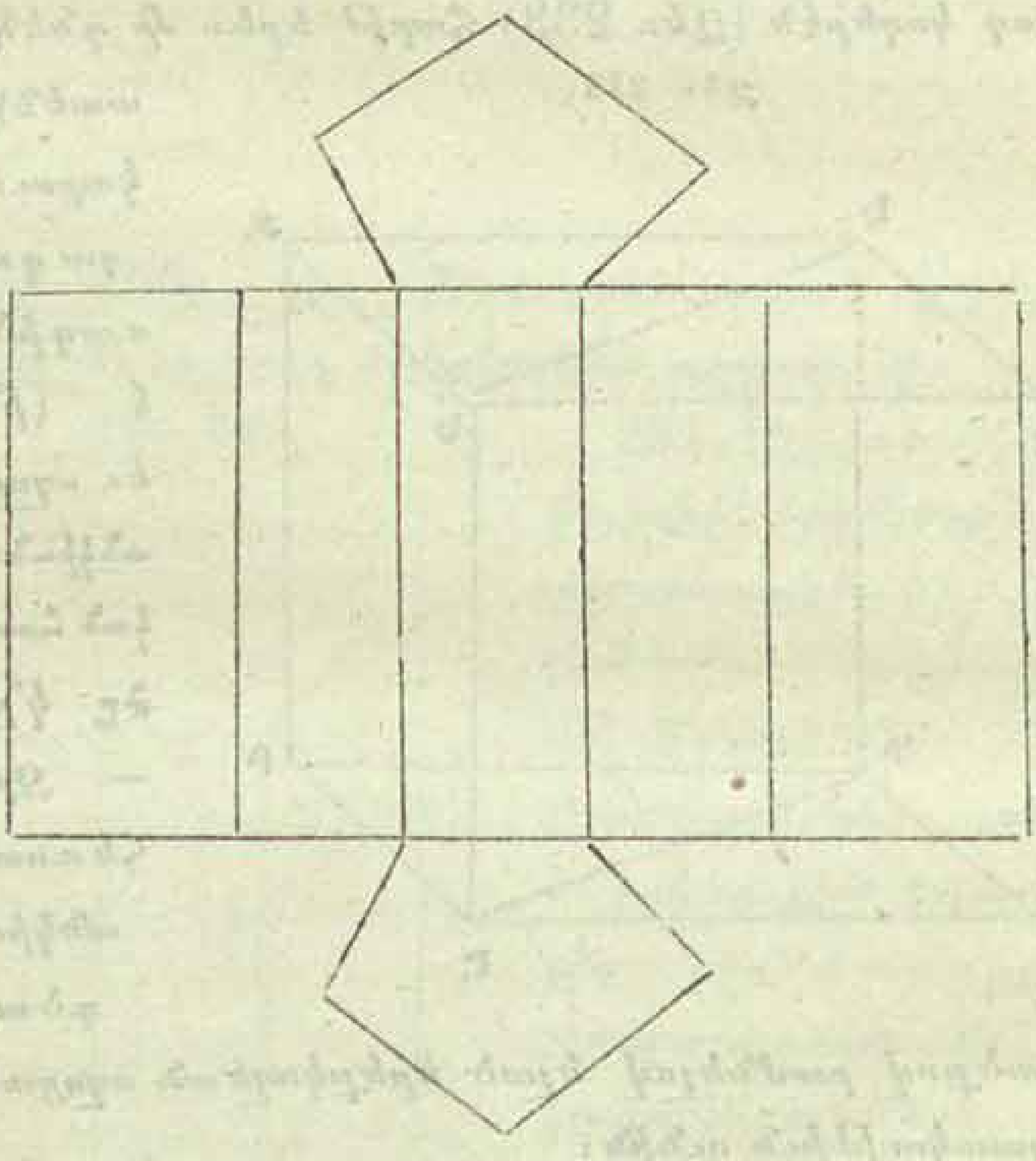


259. *Եթէ որ մարմնոյ մը երեսները հարթ երեսի մը վրայ անանկ իրարու քով երեւցընենք՝ որ կտրելով եւ ըստ պատշաճի իրարու կպցընելով նոյն մարմինը կու*

տան առանձին գծագրութիւն մը նոյն մարմնոյն ցանցը կը-տուի: Մարմնոյ անանկ ցանցերը գլխաւորաբար կաղապարներ շինելու համար պէտք են, եւ սկսնող աշակերտաց խորհուրդ կը տրուի՝ որ չէ թէ միայն առանձին ցանցեր գծագրեն, հապա ան ցանցերէն մարմինները ալ կազմեն:

Սղոցաձի մը ցանցը շինելու համար՝ պէտք է իրարու-քով կողի երեսները գծել եւ այս երեսներուն մէկուն քովը վերէն վարէն խարսխի երեսները պէտք է զետեղել: Ձեւ. 234ը՝ 230ին ցուցուած հնգակողեան սղոցաձին ցանցը կ'երեւցնէ:

Ձեւ. 234.

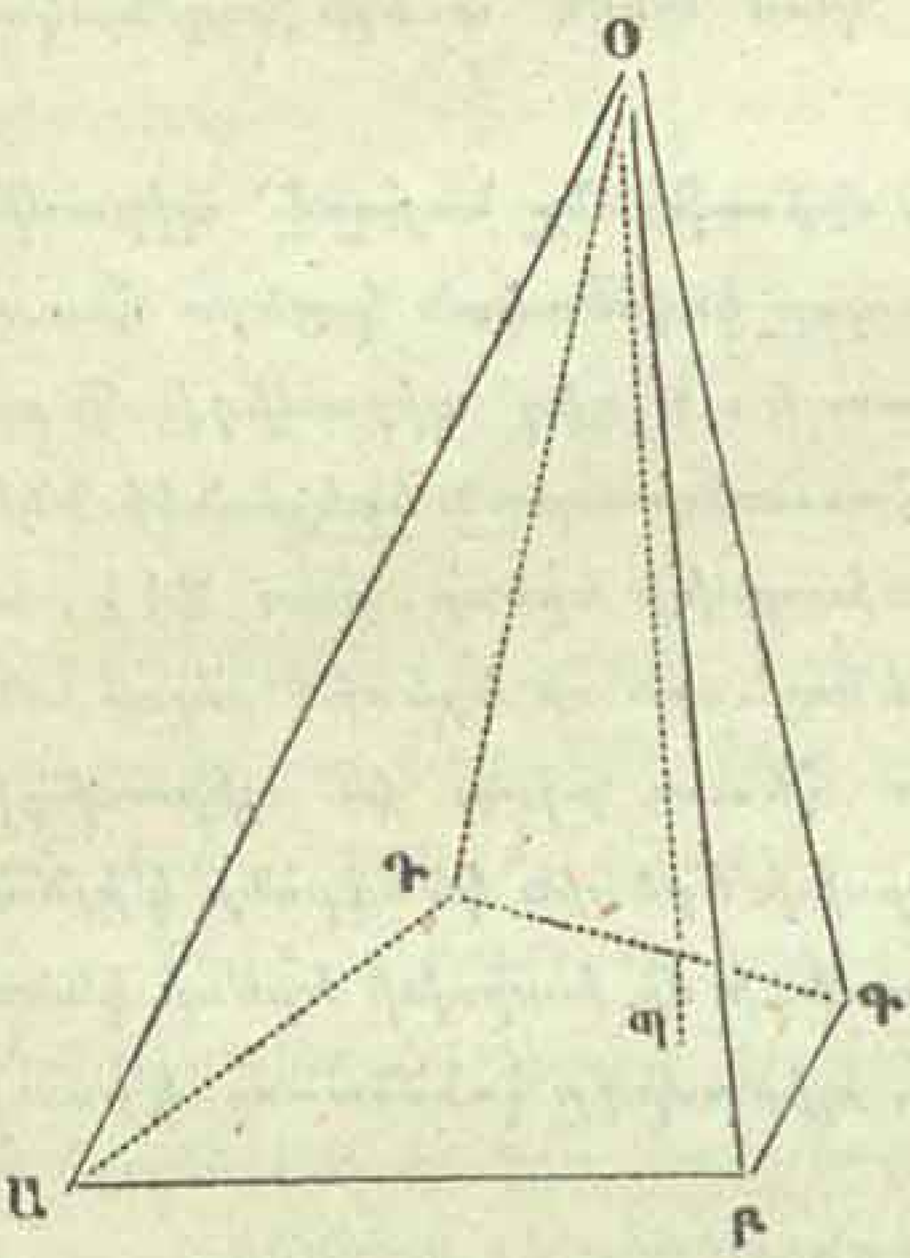


Դ. ՊԻՐԱՄԻԴՆԵՐ ԿԱՄ ՑՈՒՐԱՆՆԵՐ

1. Անոնց ծագումը եւ մակերեւոյթները:

260. Թէ որ ԱՕ ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 235) անանկ յառաջ շարժուի որ շարժման ատեն միշտ ԱԲԳԴ բազմանկեան իրարու յաջորդող կէտերուն վրայէն, եւ այս բազմանկեան հարթ երեսէն դուրս կեցող Օ կէտին վրայէն անցնի, այն ատեն նոյն ուղիղ գիծը այս շարժման ատեն ԱՕԲ, ԲՕԳ, ԳՕԴ, . . . երեքանկիւնները կը գծէ՝ որոնք ամէնն ալ Օ կէտին տեղը իրարու կը պատահին եւ ԱԲԳԴ ծանօթ բազմանկեան հետ մարմին մը կը պարունակեն՝ որն որ Պիրամիդ կ'ըսուի:

Ձեւ 235.



Կրնանք պիրամիդ մը ուրիշ կերպով ալ յառաջ եկած մտածել, այսինքն որ ԱԲԳԴ բազմանկիւն մը ԱՕ ուղիղ գծին երկայնութեանը ինք իրեն հետ զուգահեռական շարժի եւ այս շարժման մէջ ինք իրեն նման մնալով միօրինակ կերպով նուազի մինչեւ որ վերջապէս Օ կէտին տեղը հատնի լմննայ:

Ցուցուր շատ մը իրեր՝ որոնք պիրամիդի մը ձեւն ունենան:

261. ԱԲԳԴ բազմանկիւնը պիրամիդին խարիսխ

երեսն է, ԱՕԲ, ԲՕԳ, ԳՕԴ, . . . եռանկիւնները պիրամիդին **կողք երեսներն** են:

ԱՕ, ԲՕ, ԳՕ, . . . ուղիղ գծերը **կողմնական կողեր** կ'ըսուին եւ Օ կէտին տեղը ամէնքն ալ իրարու կը պատահին. այս Օ կէտն ալ **ծայր կամ գագաթ** կ'ըսուի:

ՕՊ ուղղաձիգ գիծը ծայրէն դէպ ի խարսխի երեսը՝ պիրամիդին բարձրութիւնը կ'երեւցընէ:

2. Պիրամիդներուն տեսակները:

262. **Կողմնական կողերուն թուոյն նայելով**՝ պիրամիդ մը երեքկողեան, չորեքկողեան կամ բազմակողեան է, վասն զի կամ երեք, կամ չորս կամ անկէ աւելի կողմնական կողեր ունի:

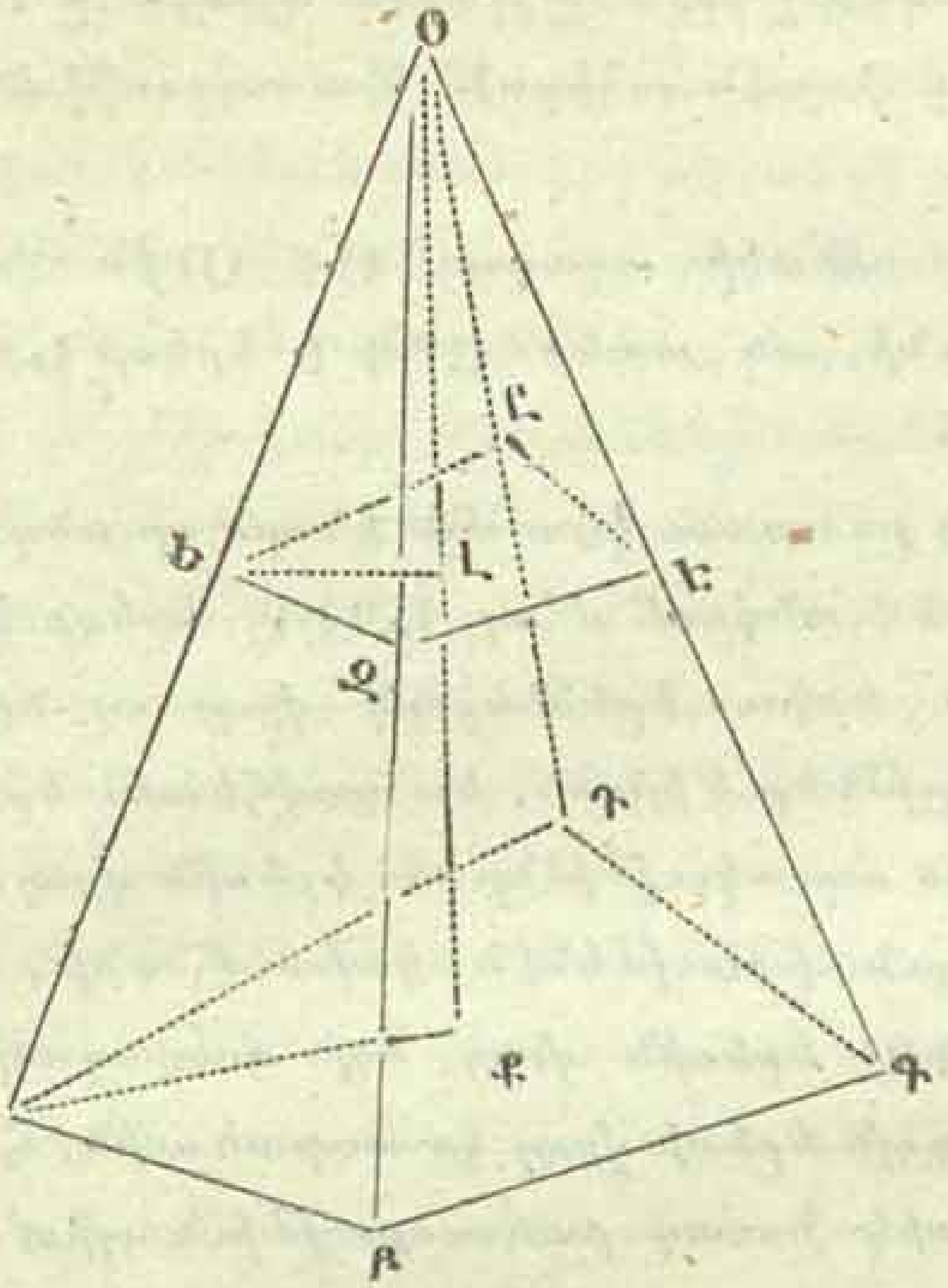
Կողմնական կողերուն մեծութեանը նայելով՝ պիրամիդ մը **ուղիղ** կ'ըսուի՝ թէ որ բոլոր կողմնական կողերը հաւասար են, ապա թէ ոչ՝ **ծուռ** է: Ուղիղ պիրամիդի մը բոլոր կողմնական երեսները հաւասարասրուն եռանկիւններ են: Ասանկ պիրամիդի մը խարսխի երեսը, ըստ 241, անանկ կէտ մը պիտ'որ ունենայ՝ որն որ երեսին բոլոր անկիւնակէտերէն հաւասար հեռու ըլլայ եւ պիրամիդին բարձրութիւնը ճշդիւ խարսխի երեսին կեդրոնը կ'իյնայ:

Թէ որ ուղիղ պիրամիդի մը խարսխի երեսը կանոնաւոր բազմանկիւն մըն է, պիրամիդը **կանոնաւոր** կ'ըսուի:

3. Պիրամիդի հատուածներ եւ ցանցեր:

263. Թէ որ ՕԱԲԳԴ պիրամիդ մը (Ձեւ. 236) խարսխի երեսին հետ զուգահեռական հարթ երեսով մը կտրուելու ըլլայ՝ **կտրուածքին կամ հատուածին ձեւը**՝ ԵԶԷԸ **խարսխի երեսին հետ նման է**, որովհետեւ պիրամիդը միօրինակ կերպով դէպ ի վեր կը նուազի, որն որ արդէն պիրամիդին ծագումէն կրնայ հետեւիլ (260):

Ձեւ 236.



Խարսխի երեսին ու կտրուածքի երեսին մէջ եղած համեմատութիւնը գտնելու համար՝ Օէն խարսխի երեսին վրայ ՕՔ ուղղաձիգ գիծը ձգենք՝ որն պէտք որ է որ ԵՁԷԸ կտրուածքի երեսին վրայ ուղղաձիգ կենայ, եւ ԱՕՔ անկիւնէն հարթ երես մը գնենք՝ որն որ խարսխի երեսը եւ աս խարսխին հետ զուգահեռական կտրուածքի երեսը՝ ԱՔ եւ ԵԼ զուգահեռական ուղիղ գծերուն վրայ կտրէ։ ԱԲԳԴ եւ ԵՁԷԸ նման բազմանկեանց երեսները՝ այնպէս իրարու կը համեմատին, ինչպէս կը համեմատին ԱԲ եւ ԵՁ համասար դիրք ունեցող կողերուն քառակուսիները։ Բայց որովհետեւ ԱԲՕ եւ ԵՁՕ երեքանկեանց նմանութեանը համար՝ ԱԲ եւ ԵՁ ուղիղ գծերը այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս ԱՕ եւ ԵՕ, ասանք ալ դարձեալ ԱՔՕ եւ ԵԼՕ երեքանկեանց նմանութեանը համար՝ ՔՕ եւ ԼՕին համեմատական են. նոյնպէս ԱԲԳԴ եւ ԵՁԷԸ երեսներն այնպէս իրարու կը համեմատին՝ ինչպէս ՔՕ եւ ԼՕին քառակուսիները։

Ուրեմն՝ պիրամիդի մը խարիսխ երեսը եւ անոր զուգահեռական կտրուածքի երես մը իրարու այնպէս կը համեմատին՝ ինչպէս իրենց ծայրէն ունեցած հեռաւորութիւններուն քառակուսիները:

Թէ որ օրինակի աղագաւ՝ ՕՔ՝ ՕԼին 2պատիկ մեծութիւնն ունի, ան ատեն ԱԲԳԴ երեսը ԵԶԷԸէն 4պատիկ մեծ է:

Թէ որ Օ լուսատու կէտ մըն է՝ որն որ անգամ մը ԱԲԳԴ երեսը եւ անգամ մ'ալ ԵԶԷԸ երեսը կը լուսաւորէ, հարկաւ երկու երեսներուն վրայ ալ նոյնչափ լուսոյ ճառագայթներ կ'իյնան, եւ որովհետեւ երեսի մը լուսաւորութեան սաստկութիւնը ան երեսին վրայ ինկող ճառագայթներուն խտութենէն կախում ունի, եւ որովհետեւ ԱԲԳԴ երեսին վրայ նոյն ճառագայթները 4անգամ մեծագոյն երեսի վրայ կը տարածուին, հարկաւ ան երեսը 4պատիկ նուազ լուսաւորութիւն պիտ'որ ունենայ քան թէ ԵԶԷԸ երեսը: Ընդհանրապէս հաւասար պարագաներու մէջ երես մը 4պատիկ, 9պատիկ, 16պատիկ տկար լուսաւորութիւն կ'ունենայ՝ թէ որ լուսատու կէտէն ունեցած հեռաւորութիւնին՝ սկզբնական հեռաւորութեան 2պատիկը, 3պատիկը եւ չորեքպատիկն ընենք:

264. Խարսխի երեսէն զուգահեռական հատուած մը պիրամիդը երկու մասին կը բաժնուի, այսինքն ՕԵԶԷԸ փոքր պիրամիդի մը՝ որն որ կտրուած պիրամիդին նման է, եւ մէյ մ'ալ երկու հարթ երեսի մէջ բովանդակուած ԱԲԳԴԵԶԷԸ մասին մը՝ որն որ համառօտեալ պիրամիդ կ'ըսուի: Թէ որ կտրուած պիրամիդը ուղիղ կամ կանոնաւոր է, ան ատեն նաեւ համառօտեալ պիրամիդը ուղիղ կամ կանոնաւոր կ'ըսուի:

Համառօտեալ պիրամիդը միշտ ան երկու պիրամիգներուն տարբերութիւնն է՝ որոնց խարսխի երեսները համառօտեալ պիրամիդին վարի եւ վերի երեսներն են եւ իրենց հասարակաց ծայրը՝ համառօտեալ պիրամիդին կողմնական կողերուն իրար կտրած տեղն է:

Կրնանք համառօտեալ պիրամիդ մը գտալէ կերպով ցուցընել՝ թէ որ օրինակի աղագաւ ճրագի լուսոյն դիմացը թղթի կտոր մը բռնենք՝ անանկ որ շուքը՝ տա թերթին հետ զուգահեռական պատի մը վրայ իյնայ. երկու զուգահեռական անհաւասար երեսներուն մէջ պարունակուած անլոյս միջոցը՝ համառօտեալ պիրամիդ մընէ:

Համառօտեալ պիրամիդի մը Բարձրութիւնն ըսելով ԼՔ ուղղաձիգ գիծը կ'իմացուի՝ որն որ մէկ խարսխի երեսին մէկ կէտէն մէկալ խարսխին երեսը կը ձգուի:

265. Թէ որ համառօտեալ պիրամիդի մը ԼՔ բարձրութիւնը եւ վարի ու վերի խարսխի երեսներուն ԱԲ եւ ԵԶ երկու զուգահեռական կողերը ծանօթ են ան ատեն կրնանք ատոնցմէ՝ երկու պիրամիդներուն ՕՔ եւ ՕԼ բարձրութիւնները գտնել. երկու պիրամիդներուն՝ որոնց տարբերութիւնն է համառօտեալ պիրամիդը:

Վասն զի ՕՔ:ՕԼ=ՕԱ:ՕԵ, եւ

ԱԲ:ԵԶ=ՕԱ:ՕԵ է՝ անոր համար նաեւ

ՕՔ:ՕԼ=ԱԲ:ԵԶ

Արդ՝ որովհետեւ ամէն համեմատութեան մէջ երկու առջի անդամներուն տարբերութիւնը՝ վերջի երկու անդամներուն տարբերութեան անանկ կը համեմատի՝ ինչպէս առջի անդամը երրորդ անդամին եւ կամ ինչպէս երկրորդը չորրորդին, անոր համար՝ կ'ըլլէ այսպէս.

ՕՔ—ՕԼ:ԱԲ—ԵԶ=ՕՔ:ԱԲ,

ՕՔ—ՕԼ:ԱԲ—ԵԶ=ՕԼ:ԵԶ.

կամ ՕՔ—ՕԼ=ՔԼ ի համար

ՔԼ:ԱԲ—ԵԶ=ՕՔ:ԱԲ,

ՔԼ:ԱԲ—ԵԶ=ՕԼ:ԵԶ:

ուսկից

$$ՕՔ = \frac{ԲԼ}{ԱԲ - ԵԶ} \times ԱԲ \text{ եւ } ՕԼ = \frac{ԲԼ}{ԱԲ - ԵԶ} \times ԵԶ$$

կը հետեւի, որն որ խօսքով ասանկ կը բացատրուի:

Համառօտեալ պիրամիտին բարձրութիւնը՝ բաժնելով երկու խարիսխ երեսներուն զուգահեռական կողերուն տարբերութեանը վրայ եւ աս քանորդը ան կողերուն մեծագոյնին հետ բազմապատկելով՝ մեծագոյն պիրամիտին բարձրութիւնը կու տայ, իսկ փոքրագոյն կողին հետ բազմապատկելով՝ փոքրագոյն պիրամիտին բարձրութիւնը կու տայ:

Թէ որ օրինակի աղագաւ՝ 6′ եւ 4′ը կրկին խարիսխի երեսներուն երկու զուգահեռական կողերն են եւ 5′ը համառօտեալ պիրամիդին բարձրութիւնն է, ան ատեն՝

մեծագոյն պիրամիդին բարձրութիւնը կ'ըլլայ $= 5/2 \times 6 = 15'$
փոքրագոյն " " " $= 5/2 \times 4 = 10'$

266. Պիրամիդի մը ցանցը կը շինուի՝ թէ որ նախ կողերուն երեքանկիւնները անանկ իրարու քով կարգենք՝ որ ծայրը ամենուն հասարակաց ըլլայ եւ աս երեքանկեանց մէկուն վարի կողմը խարիսխը դնենք:

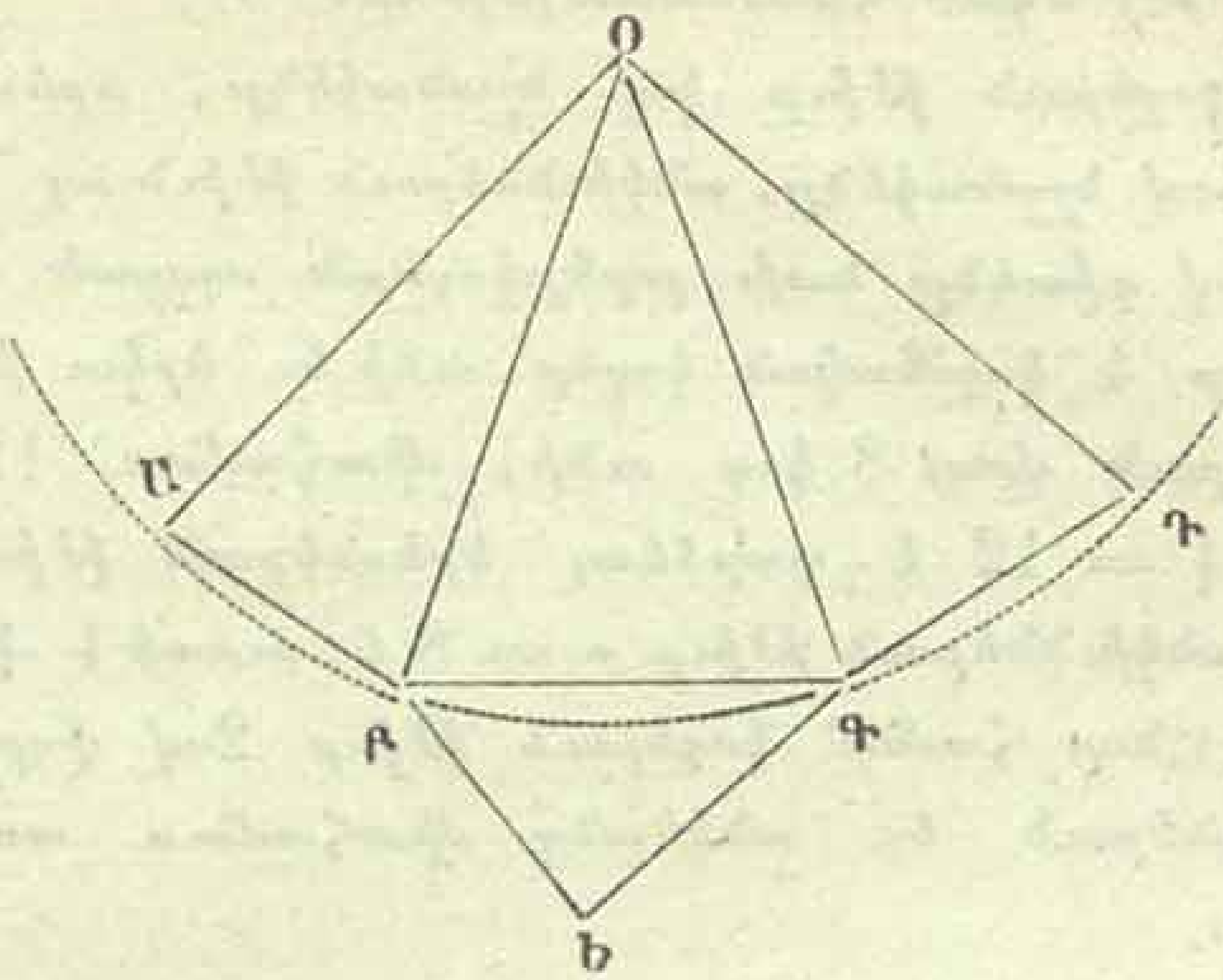
Ի մասնաւորի՝ ուղիղ պիրամիդի մը ցանցը շինելու համար՝ ՕԷն (Ձեւ 237) կողմնական կողով գծէ աղեղ մը եւ մէջը ԱԲ, ԲԳ, ԳԴ լարերը քաշէ խարիսխի երեսին կողերուն հաւասար եւ ետքէն ԲԳին տակը՝ ԲԳԵ խարիսխի երեսը գծէ:

Շինէ նաեւ

Ա. կանոնաւոր հնգկողեան պիրամիդի մը ցանցը,

Բ. կանոնաւոր չորեքկողեան համառօտեալ պիրամիդի մը ցանցը:

Ձև 237.



Ե. ԲԱԶՄԱՆԻՍՏԵՐ

1. Բազմանիստերուն տեսակներն ու յատկութիւնները:

267. Մարմին՝ մը որն որ միայն հարթ երեսներով փակուած է, անկիւնաւոր մարմին կամ բազմանիստ կ'ըսուի: Բազմանիստերուն անուն կը տրուի իրենց հարթ երեսներուն թուոյն համեմատ եւ ան ալ (Եւրոպացւոց մէջ) հասարակօրէն Յունաց թուական անուամբք: Ամէն զուգահեռանիստ՝ վեց երեսով բազմանիստ մըն է, ամէն երեքկողեան պիրամիդ՝ չորս երեսով բազմանիստ մըն է:

Բազմանիստ մը՝ որն որ ամէն կողմանէ անանկ պատշաճական եւ կանոնաւոր բազմանկիւններէ փակուած է, որոնք իւրաքանչիւր (մարմնոյ) անկեան վրայ հաւասար թուով իրարու կը հանդիպին, կանոնաւոր բազմանիստ կ'ըսուին. օրինակի աղագաւ՝ քուէ մը: Ուստի կանոնաւոր բազմանիստ մը միայն կանոնաւոր անկիւններ ունի:

268. Մադրութեան արժանի է բազմանիստին

կողերուն թուոյն, երեսներուն թուոյն եւ անկիւններուն թուոյն մէջ եղած համեմատութիւնը :

Կողերուն թիւը կով նշանակենք, երեսներուն թիւը եով նշանակենք, անկիւններուն թիւն ալ աով ու անանկով դիտենք նախ չորեքկողեան սլացած մը : Աս սլացածը 4 կողմնական կողեր ունի եւ երկու խարսխի երեսներուն վրայ 8 կող ունի, միահամուռ՝ 12 կող, ուստի կ = 12 է. դարձեալ երեսներուն թիւը ե = 6, եւ անկիւններուն թիւր ա = 8 է, ուստի ե + ա = 14 է: Անոր համար՝ կողերուն թիւը 2ով փոքրագոյն է երեսներուն եւ անկեանց միահամուռ առնուած թուէն :

Թէ որ 5կողեան պիրամիդ մը դիտելու ըլլանք՝ վրան կը տեսնենք կ = 10, ե = 6, ա = 6, ուստի ե + ա = 12. եւ սանկով դարձեալ կողերուն թիւը երեսներուն եւ անկեանց գումարէն 2ով փոքրագոյն է.

Որովհետեւ որ եւ իցէ անկիւնաւոր մարմին մը դիտելու ատենիս աս համեմատութիւնը կ'ըլլէ, անոր համար՝ աս նախադասութիւնը կը հանենք.

Ամէն բազմանիստի վրայ կողերուն թիւը երեսներուն եւ անկիւններուն միահամուռ թուէն 2ով փոքրագոյն է:

2. Կանոնաւոր բազմանիստներ:

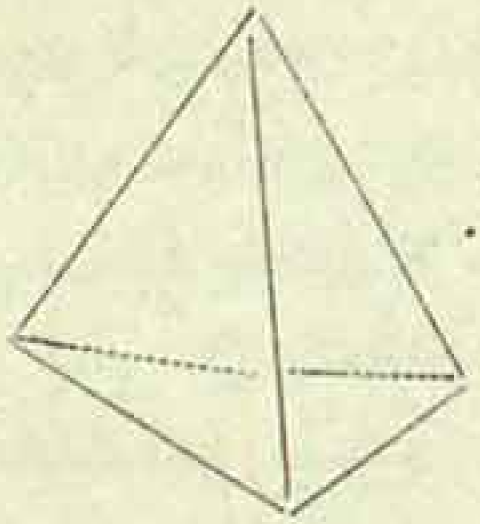
269. Որովհետեւ միայն հինգ կանոնաւոր մարմնոյ անկիւններ կան, անոր համար՝ միայն **հինգ** կանոնաւոր բազմանիստ կրնայ ըլլալ:

Աս կանոնաւոր բազմանիստներն են :

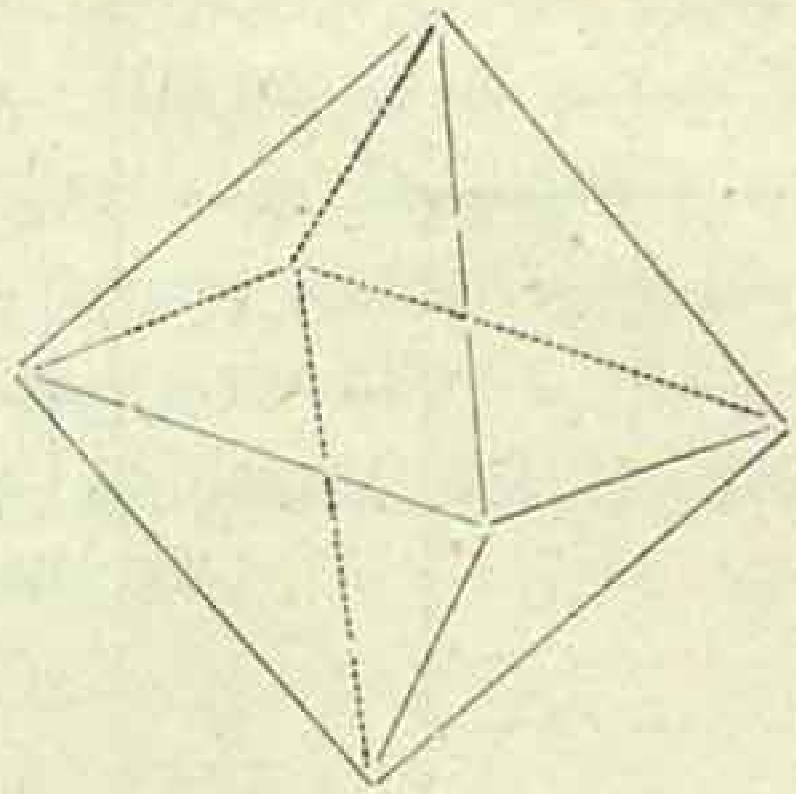
1. **Չորեքնիստ** (Ձեւ 238). 4 հաւասարակող երեքանկիւններէ կը փակուի՝ որոնք երեք երեք (մարմնոյ) մէյ մէկ անկիւն մը կը կազմեն, 4 սանկ անկիւններ եւ 6 կողեր ունի:

2. **Ութանիստ** (Ձեւ 239) որն որ 8 հաւասարակող երեք-

Ձեւ 238.

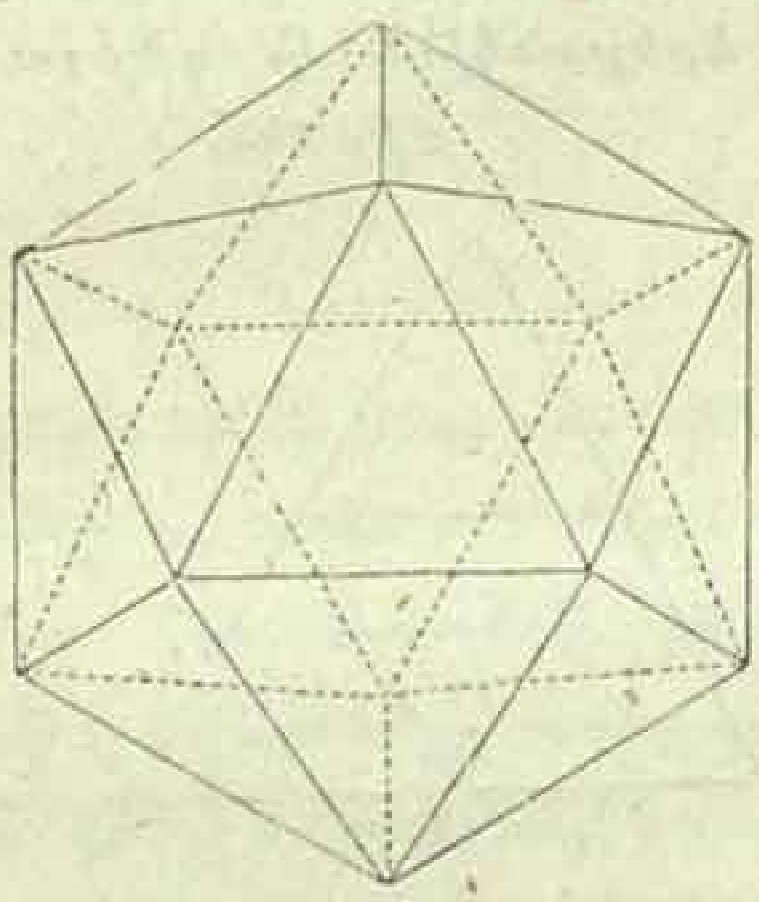


Ձեւ 239.



անկիւններէ փակուած է՝ որոնք չորս չորս մէյմէկ անկիւն կը կազմեն. 6 անկիւն եւ 12 կող ունի։

Ձեւ 240.

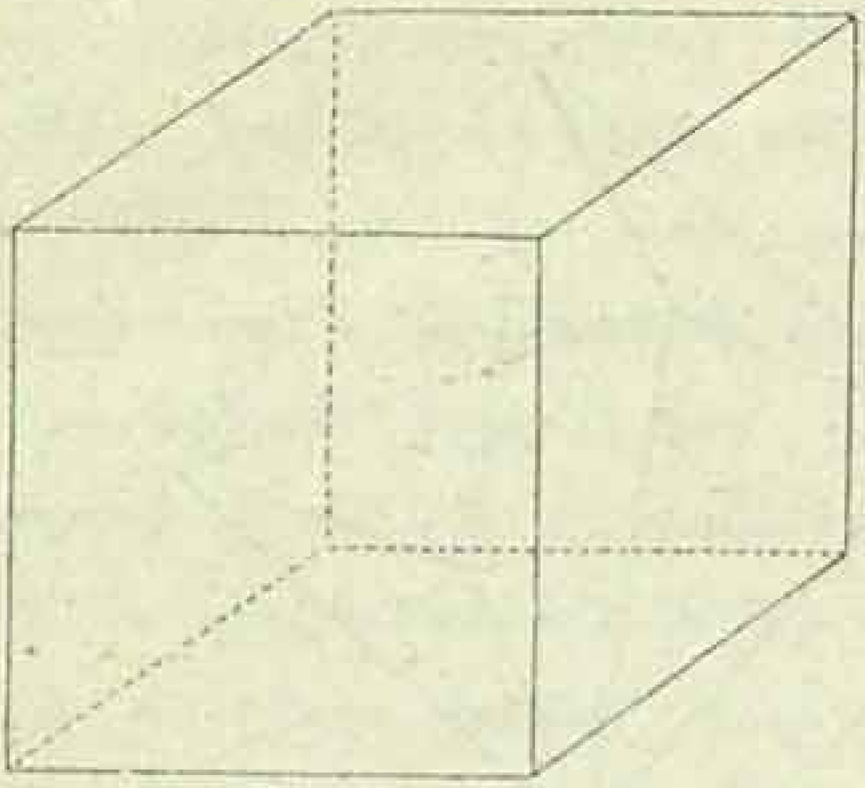


3. **Քսանանիստ** (Ձեւ 240). 20 հաւասարակող երեքանկիւններէ փակուած է, 12 հինգկողեան անկիւններ եւ 30 կողեր ունի։

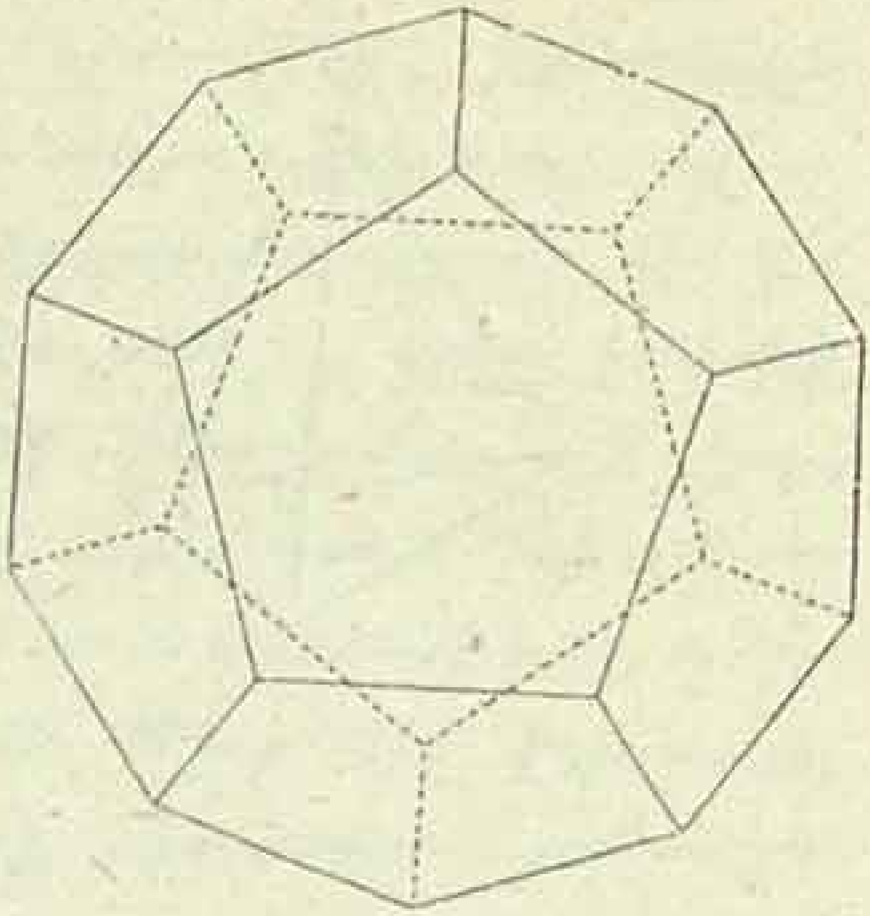
4. **Վեցանիստ**, (քուէ). 6 քառակուսիներէ փակուած է՝ որոնք երեք երեք անկեանմը վրայ իրարու կը պատահին, 8 սաանկ մարմնոյ անկիւններ եւ 12 կողեր ունի (Ձեւ 241.

5. **Երկոտասանանիստ** (Ձեւ 242), որն որ 12 կանոնաւոր հնգանկիւններէ փակուած է. 20 երեքկողեան անկիւն ու 30 կող ունի։

Ձեւ. 241.



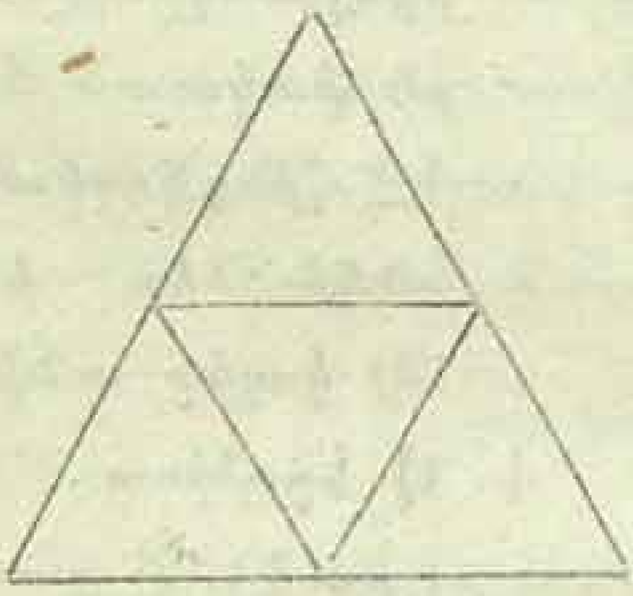
Ձեւ. 242.



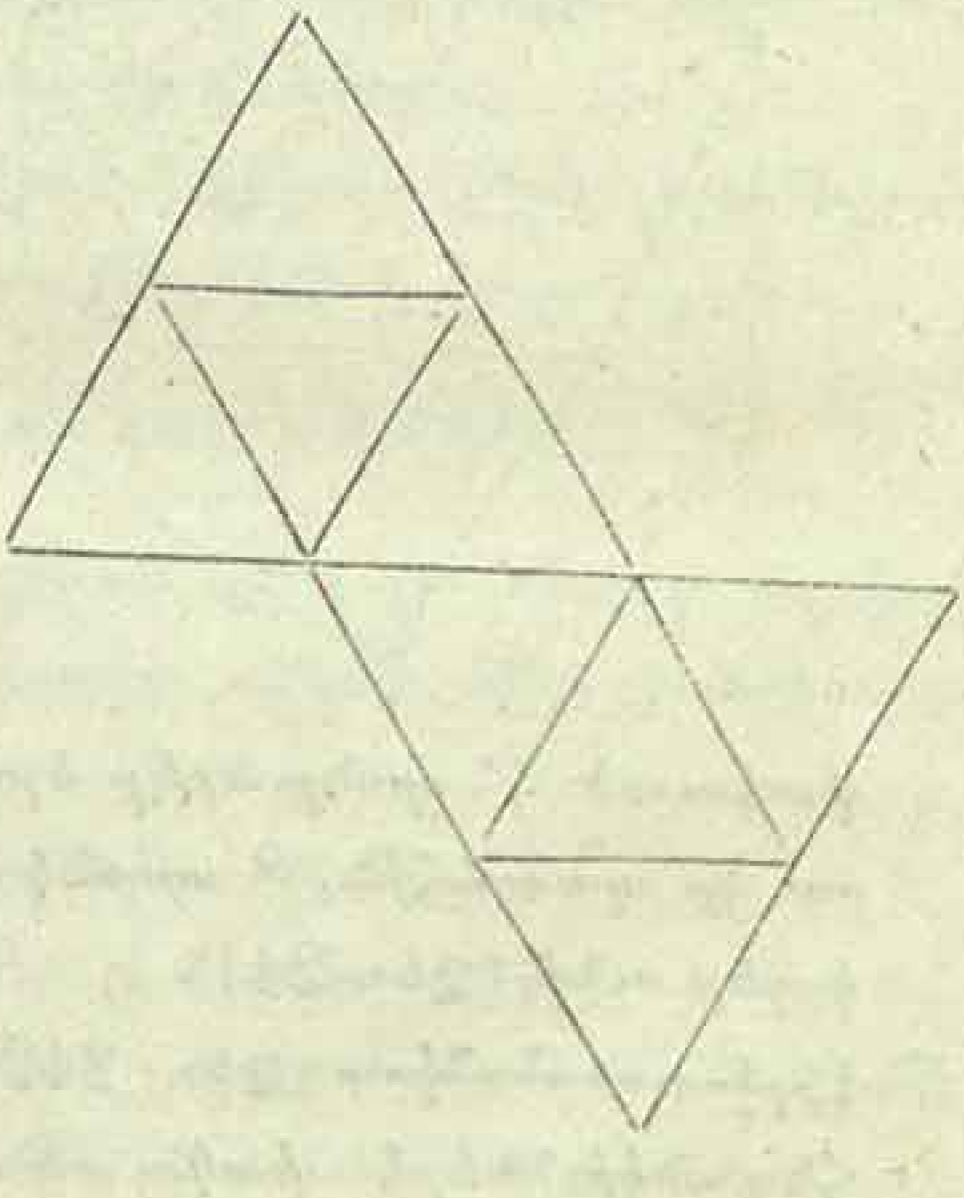
3. Կանոնաւոր մարմնոց ցանցերը:

270. 1. Չորեքնիստի մը ցանցը շինելու համար՝ (Ձեւ. 243) հաւասարակող երեքանկիւն մը գծելու է ո-

Ձեւ. 243.



Ձեւ. 244.

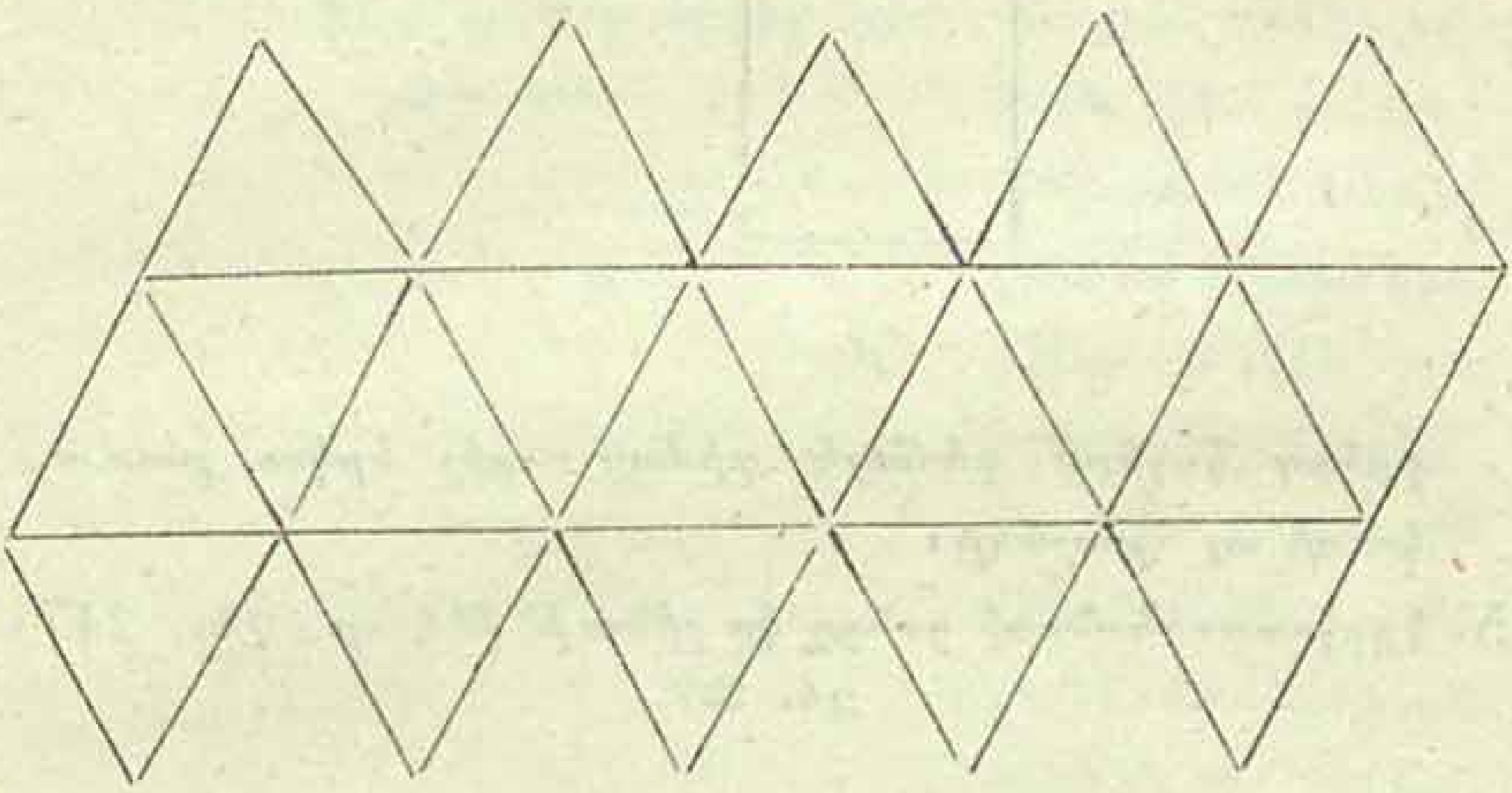


րուն կողը չորեքնիստին ծանօթ կողին կրկնապատիկն ըլլայ, ամէն կողերը կիսելու է եւ կիսման կէտերէն ուղիղ գծեր քաշելու է։

2. **Ութանիստի** ցանցը կը շինուի՝ թէ որ (Ձեւ 244) ծանօթ կողին համար չորեքնիստի մը ցանցը շինենք եւ ետքը ատոր քովը ուրիշ ատոր բոլորովին հաւասար չորեքնիստի ցանց մ՚ալ անանկ գծենք՝ որ երկու ցանցերը կող մը հասարակաց ունենան։

3. **Քսանանիստի** ցանց մը կը շինուի՝ թէ որ (Ձեւ 245)

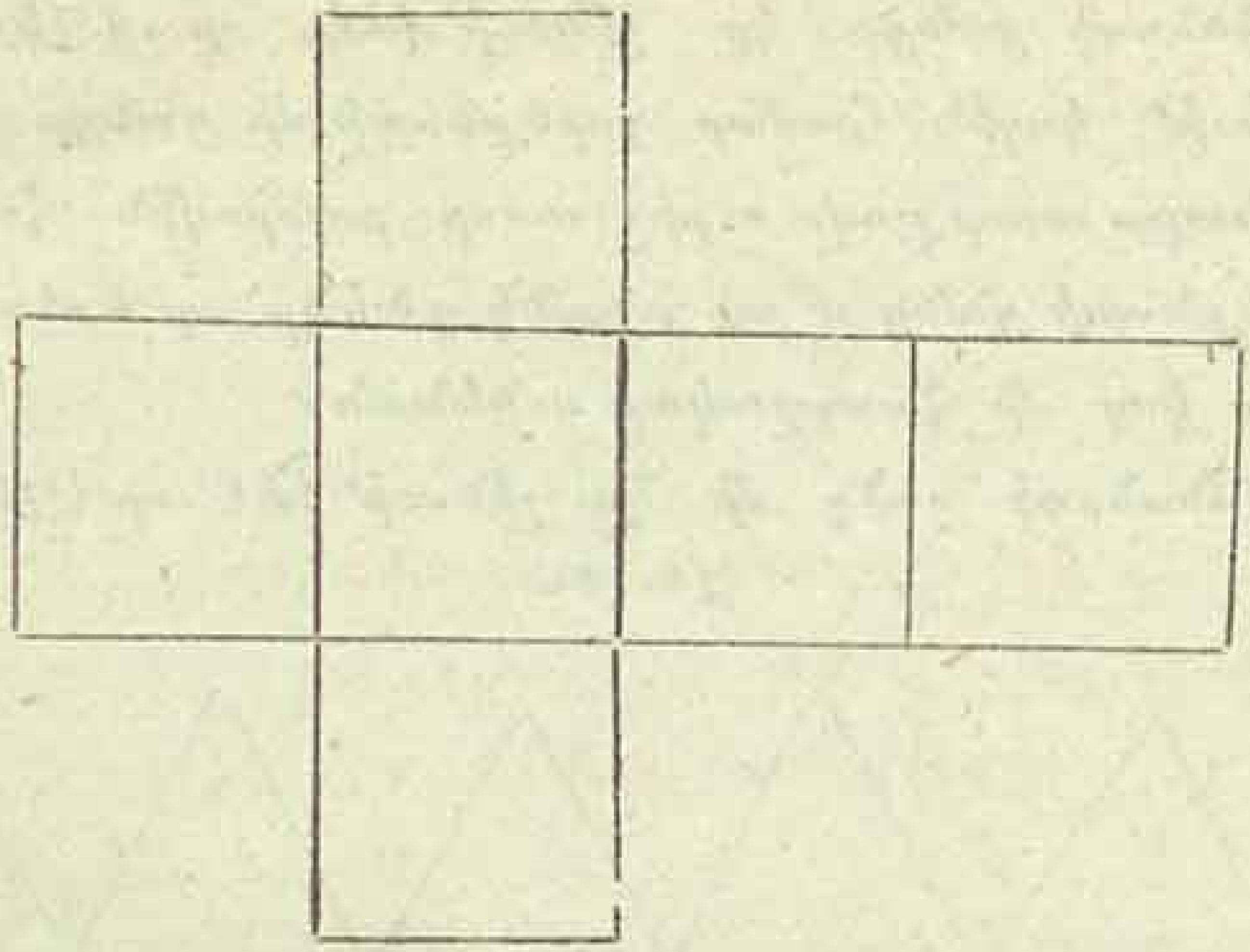
Ձեւ 245.



ուղիղ գծի մը վրայ ծանօթ կողը կարգաւ 5 անգամ գծենք եւ ամէն մէկ մասին վրայ դէպ ի վեր եւ դէպ ի վար հաւասարակող երեքանկիւններ շինենք, ետքը բոլոր գագաթները ուղիղ գծով մը կապենք եւ այն ուղիղ գիծը երկընցընելէն ետքը անոր երկայնութեանը նորէն հաւասարակող երեքանկիւններ գծենք՝, անանկ՝ որ ուղիղ գծերուն վերի եւ վարի կողմերը հինգ հինգ երեքանկիւններ ըլլան։

4. **Վեցանիստի** մը կամ քուէի մը ցանցը կը շինուի՝ թէ որ քուէին կողովը երկու զուգահեռական ուղիղ գծերուն մէջ քովէ քով 4 քառակուսի գծենք (Ձեւ 246) եւ անկէ ետքը ատ քառակուսիներէն մէկուն հակա-

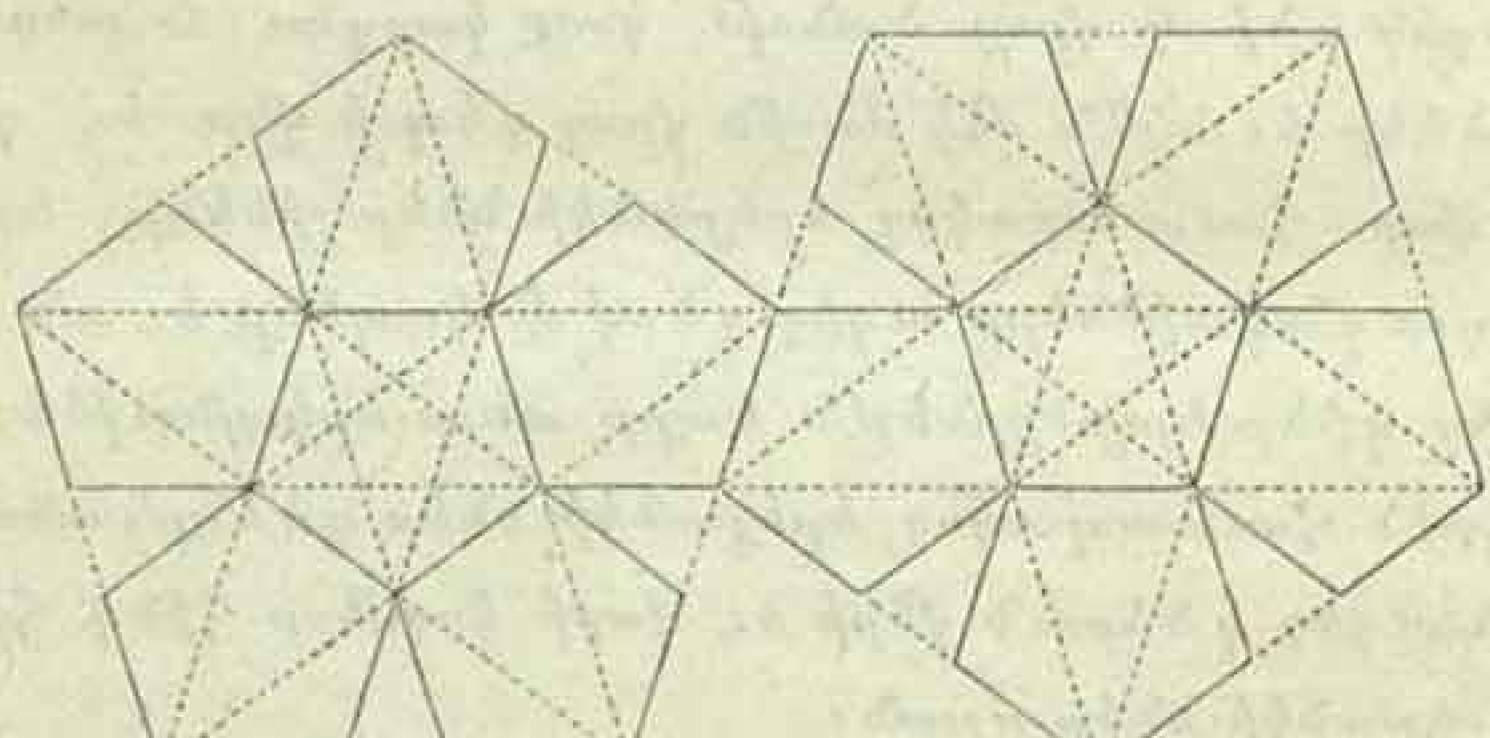
Ձեւ 246.



դրեալ կողերը դիմացէ դիմաց ուրիշ երկու քառա-
կուսի ալ քաշենք ։

5. Երկոտասանանիստ ցանցը կը շինուի՝ թէ որ (Ձեւ 247)

Ձեւ 247.



ծանօթ կողով կանոնաւոր հնգանկիւն մը կը գծենք
եւ անոր ամէն մէկ կողին վրայ նորէն մէյմէկ կանո-
նաւոր հնգանկիւն շինենք, եւ աս վերջինները շի-

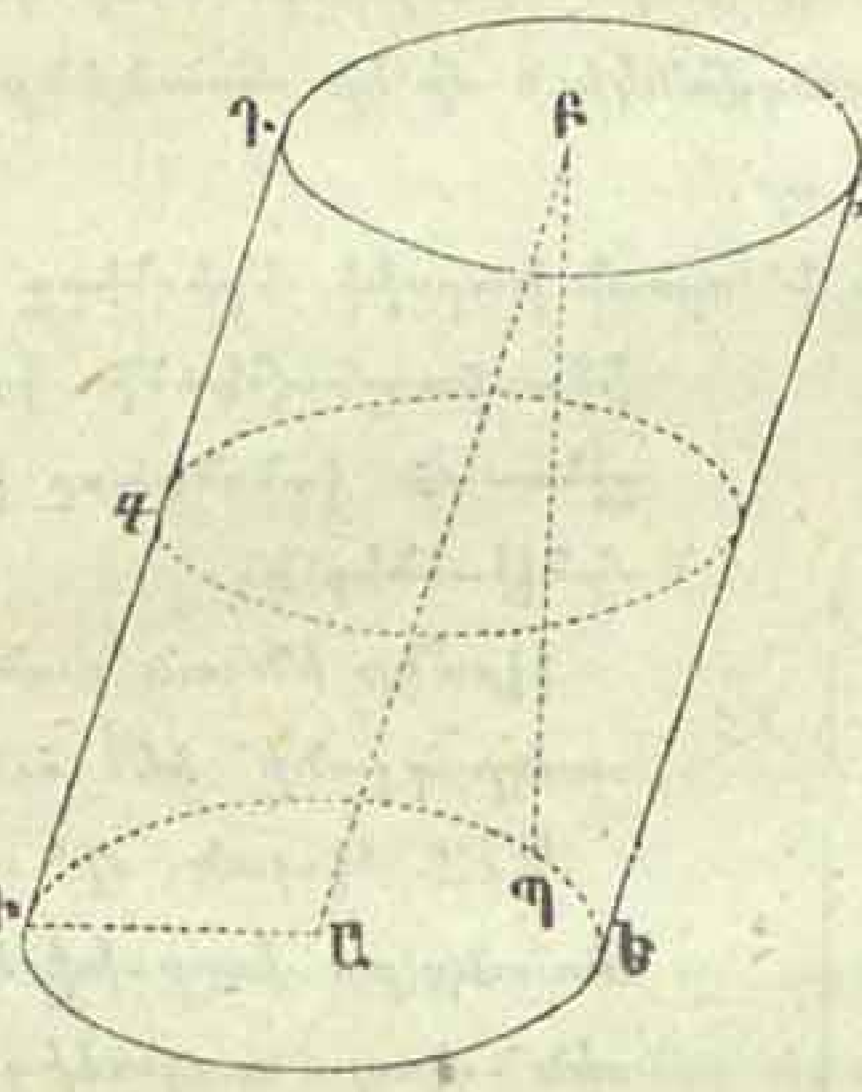
նելու առեն անկիւնագծերու երկայնութիւնները կրնան գործածուիլ, եւ աս ցանցին քովը ուրիշ ըստ ամենայնի անոր հաւասար ցանց մը կը շինենք, բայց անանկ՝ որ աս երկու ցանցերը մէկ հատ մը հասարակաց կող ունենան:

Զ. ԳԼԱՆ

1. Գլանին ծագումն եւ տեսակները:

271. Թէ որ ԳԴ ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 248) ինք իրեն հետ զուգահեռապէս անանկ յառաջ շարժելու ըլլայ՝ որ ԱԷՆ ԱԳ երկակորով գըծուած բոլորակին շրջապատին ամէն կէտերէն անցնի, ան ատեն՝ Դ կէտը, ինչպէս նաեւ ԳԴ ուղիղ գծին որ եւ իցէ փ կէտը՝ ծանօթ բոլորակին հետ զուգահեռական եւ հաւասար բոլորակի մը շրջապատը կը գծէ, իսկ ԳԴ ուղիղ գիծը կոր երես մը կը գծէ: Անկէ ետքը՝ թէ որ Դ կէտէն գծուած ԴԶ շրջապատին վրայ բոլորակի երես մը գնենք, ան ատեն երկու բոլորակի երեսներէն եւ ան կոր երեսէն կլոր մարմին մը փակուած կ՚ըլլայ՝ որն **գլան** կ՚ըսուի,

Ձեւ 248.



Երկու բոլորակները գլանին **խարիսխ երեսներն** են, կոր կողի երեսը՝ գլանին **մէջարկան** կ՚ըսուի:

ԱԲ ուղիղ գիծը՝ որն որ երկու բոլորակի երեսներուն կենդրոններն իրարու կը կապէ, գլանին առանցքը կ'ըսուի:

Ինք զինք շարժող ԳԴ ուղիղ գիծը իր ամէն դիրքին մէջ առանցքին հաւասար եւ զուգահեռական է, եւ գլանին մէկ կողը կ'ըսուի:

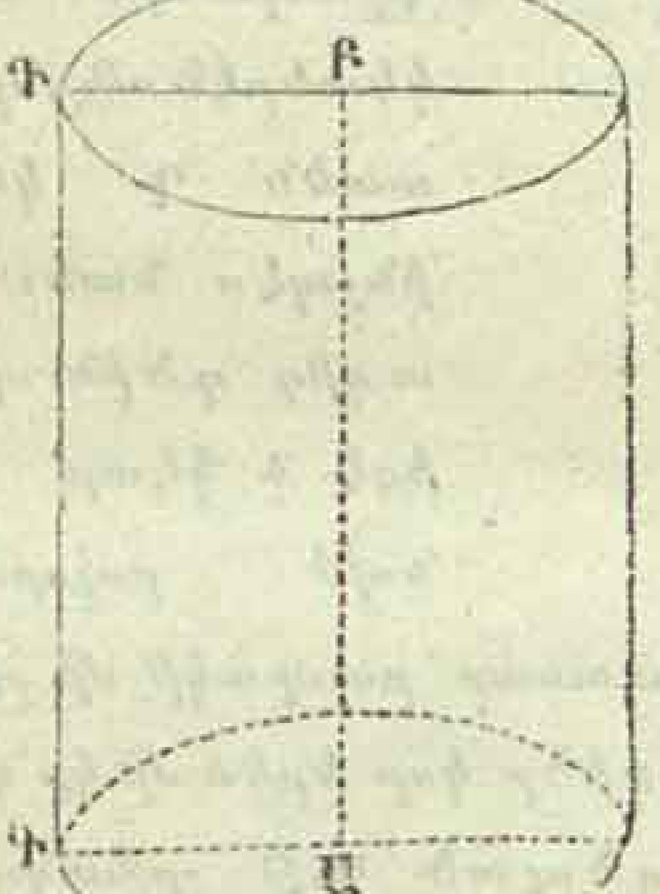
Երկու խարսխի երեսներուն ԲԴ հեռաւորութիւնը գլանին բարձրութիւնը կ'երեւցնէ:

Կրնանք գլանի մը ծագումը տանիլ ալ մտածել, այսինքն բոլորակի երես մը առնենք ինք իրեն հետ զուգահեռապէս դէպ ի յառաջ շարժի՝ որ Ա կենդրոնը՝ ԱԲ ուղիղ գծին երկայնութեանը յառաջ խաղայ:

Որովհետեւ բոլորակը անբաւ բազմութեամբ կողերէ շինուած կանոնաւոր բազմանկիւն մը կը մտածենք՝ անոր համար կրնանք ըսել որ՝

Գլանը պրիզմայ մըն է՝ որուն խարսխի երեսները՝ անթիւ բազմութեամբ կողերէ շինուած կանոնաւոր բազմանկիւններ են:

Ձեւ 249.



Որո՞նք են ան բաները՝ որոնք գլանի ձեւ ունին:

272. Գլան մը՝ որուն առանցքը խարսխի երեսին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, **ուղիղ գլան** կ'ըսուի (Ձեւ 249). ուրիշ որ եւ իցէ գլան **ծուռ** կ'ըսուի: Ուղիղ գլանին ծագումը կրնանք տանիլ մտածել, այսինքն ԱԲԴԳ ուղղանկիւն մը իրեն կողերուն մէկուն բոլորտիքը, օրինակի աղագաւ՝ ԱԲին բոլորտիքը, իբրեւ առանցքի մը բոլորտիքը պտտի:

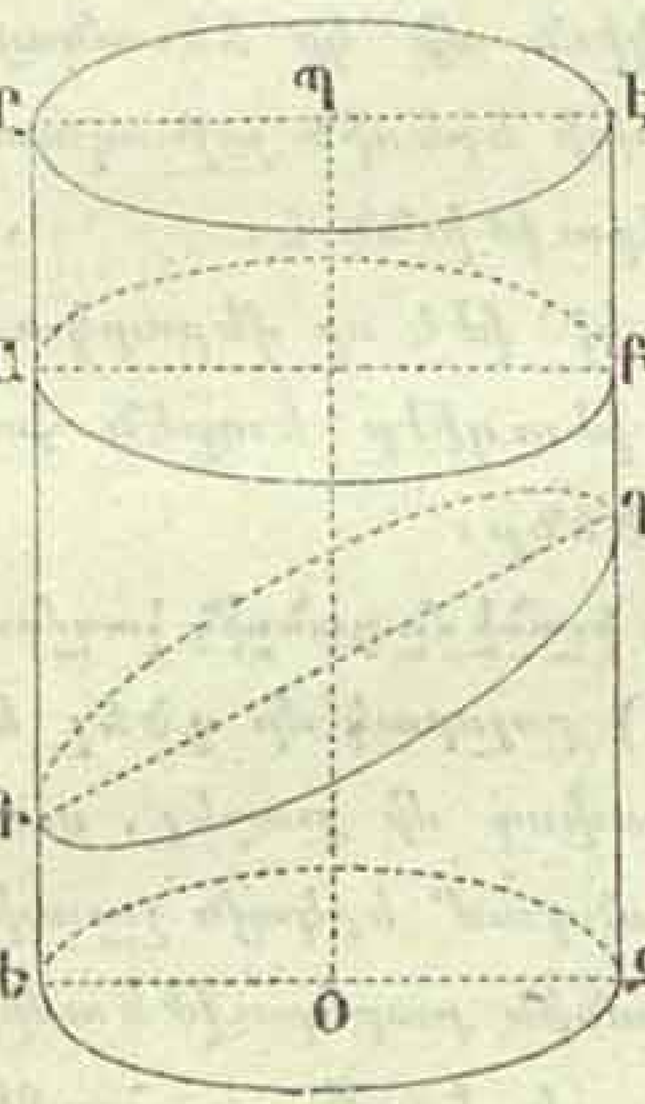
Ուղիղ գլանի մը վրայ բարձրութիւնը առանցքին հաւասար է։

Թէ որ ուղիղ գլանի մը կողը խարսխի երեսին տրամագծին հաւասար է, այն ատեն գլանը հաւասարակող է։

2. Գլանին հատման ձեւերը եւ ցանցը։

273. Թէ որ ուղիղ գլան մը (Ձեւ 250) խարսխի երեսին հետզուգահեռական հարթ երեսով կտրուելու ըլլայ, այն ատեն ԱԲ հատման ձեւը՝ բոլորակ մըն է, որն որ խարսխի երեսին հաւասար կէս տրամագիծ ունի, ինչպէս նոյնը գլանին ծագման կերպէն ալ (271) յառաջ կու գայ։ Իսկ թէ որ հատուածը խարսխի երեսին հետզուգահեռական չըլլայ, ասոր եւ ոչ ալ առանցքին վրայ ուղղաձիգ, այն ատեն ԳԴ հատման ձեւը ձուածիր մըն է։

Ձեւ 250.



Աս երկու հատուածը կրնանք գլանաձեւ գրեթէ մինչեւ կէսը ջրով լեցուն գաւաթով մը զգալի ընել. թէ որ գաւաթին առանցքը ուղղաձիգ է, այն ատեն ջրոյն հորիզոնական երեսին հատուածը՝ գաւաթին վերարկուի երեսին հետ բոլորակ մը կը ձեւանայ. իսկ թէ որ գաւաթը անանկ ծռենք՝ որ գաւաթին առանցքը դէպ ի ջրոյն երեսը ծուռ կենայ, այն ատեն հատման ձեւը ձուածիր մը կ՚երեւայ։

Վերջապէս՝ թէ որ ուղիղ գլան մը՝ առանցքին հետ զուգահեռական հարթ երեսով մը կտրուի, ԵԶԷԸ կտրուածքը ուղղանկիւն մըն է։

Նա եւ կլոր մարմինները եւ անոնց հատուածները կրնանք իրենց համաձայն կաղապարներով զգալի ընել։

274. Թէ որ ուղիղ գլանը հարթ երեսի մը վրայ անանկ տարածուած մտածենք՝ որ ան գլանը աս հարթ երեսը մէկ կողմը շօշափէ, եւ նոյն գլանը այնչափ գլտորենք որ նոյն երեսը նորէն հարթ երեսը շօշափէ, ան ատեն վերարկուին երեսը ուղղանկիւն մը կը ձեւանայ՝ որուն խարիսխը բոլորակաձեւ խարիսխի երեսին շրջապատն է եւ բարձրութիւնը գլանին բարձրութիւնն է։

Ասոր կրնանք համոզուիլ՝ թէ որ վերարկուի երեսը թղթով պատենք եւ աս թուղթը ետքէն հարթ երեսի մը վրայ բանանք տարածենք։

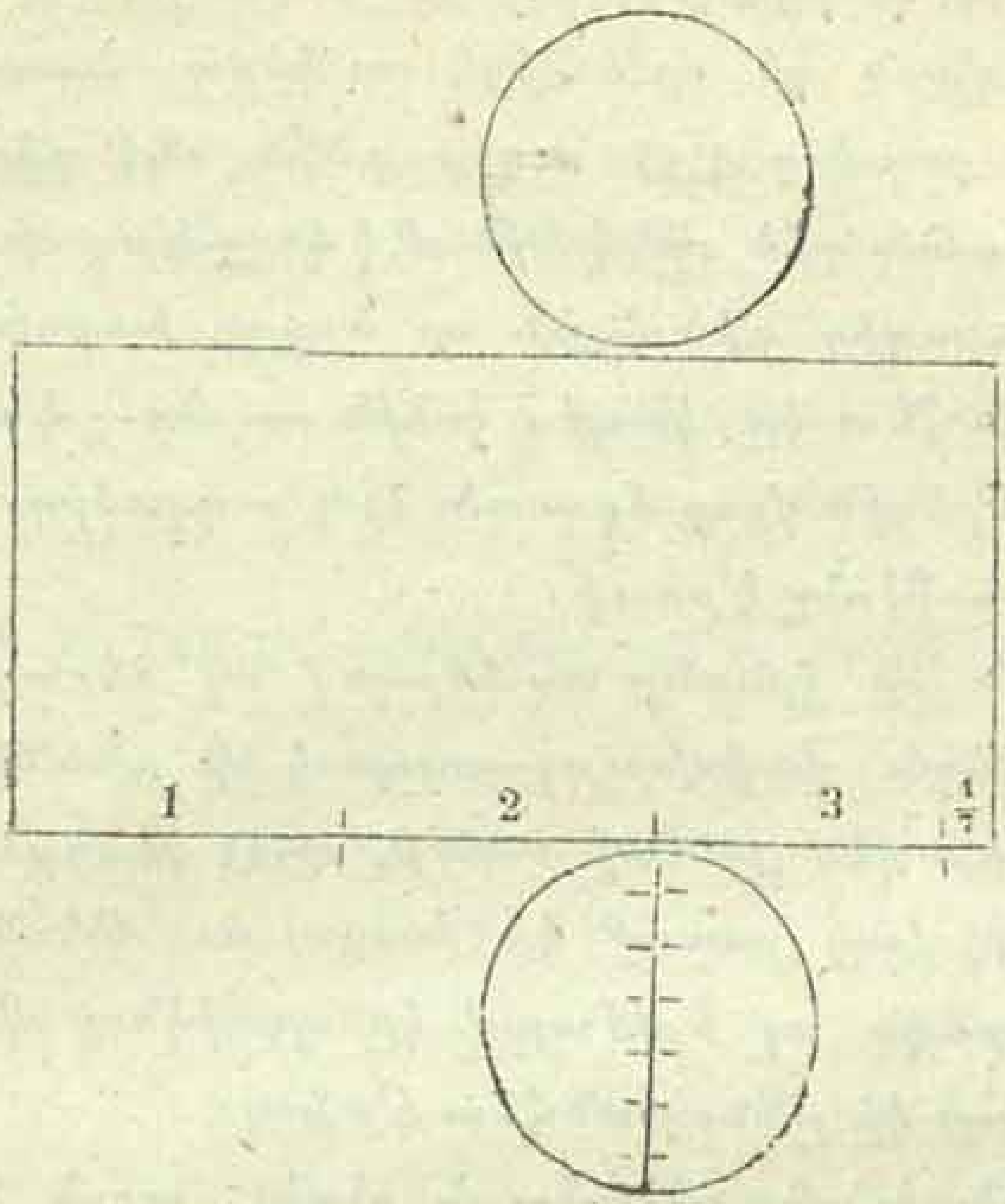
Ասոր վրայ հիմնուած է գլանի մը ցանցին կազմութիւնը։ Այսինքն պէտք է (Ձեւ 251) բոլորակ մը գծել եւ անոր վրայ շրջապատին չափ շօշափող մը քաշել, ուստի ան բոլորակին տրամագծէն $3\frac{1}{7}$ անգամ երկայն շօշափող մը, եւ աս ուղիղ գծին վրայ գլանին բարձրութեամբը ուղղանկիւն մը շինել եւ հակառակ կողմն ալ առջի բոլորակին մեծութեամբը բոլորակ մ'ալ շինել։

Է. ԿՈՆ

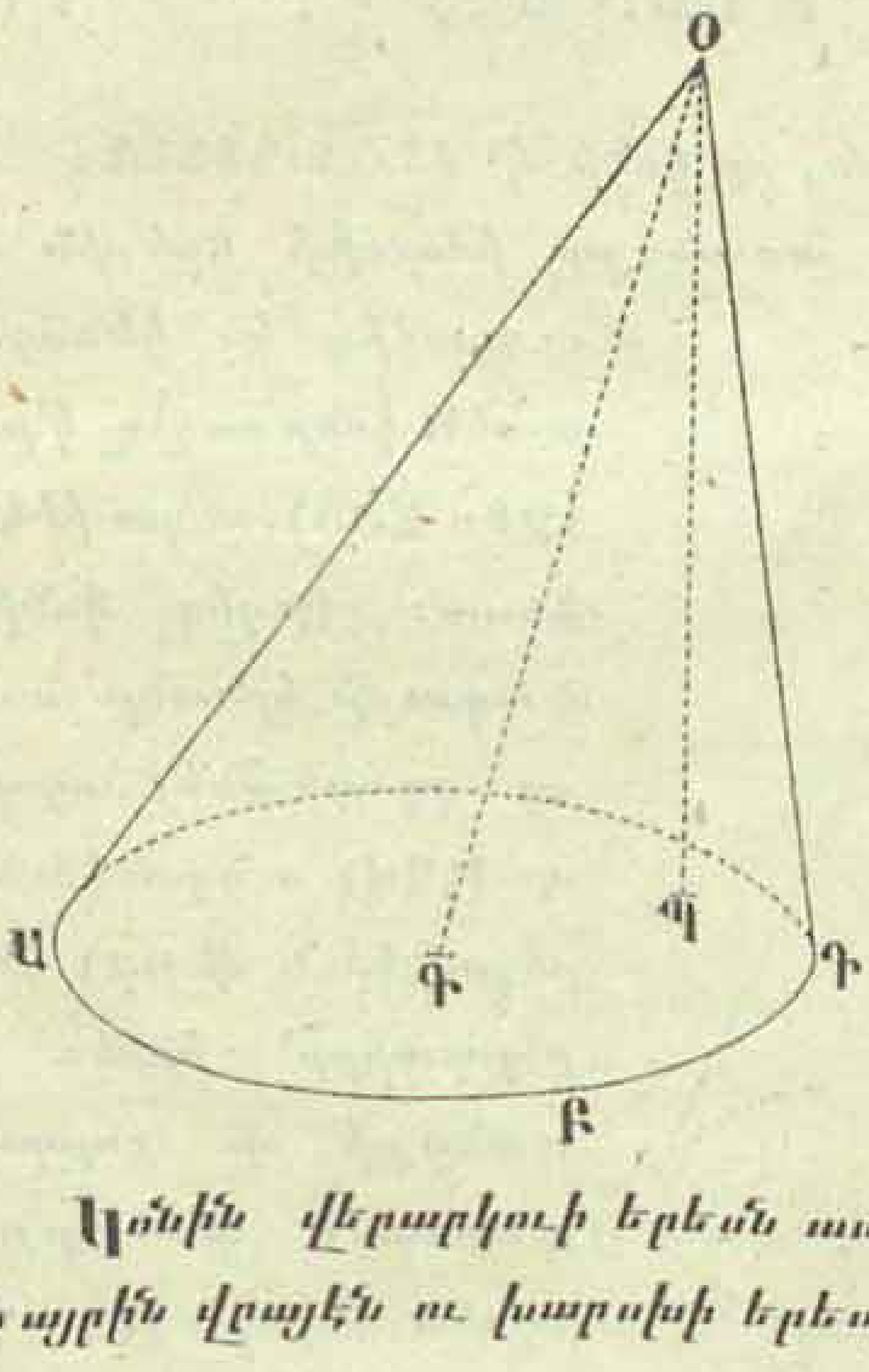
1. Կոնին ծագումն եւ տեսակները։

275. Թէ որ ՕԱ ուղիղ գիծ մը (Ձեւ 252) անանկ շարժի որ միշտ Օ կէտին վրայէն եւ բոլորակի մը իրարու յաջորդող կէտերուն վրայէն անցնի, ան ատեն ՕԱ ուղիղ գիծը Օ կէտին վրայ ամփոփուող կոր երես

Ձև. 251.



Ձև. 252.



մը կը գծէ՝ որն որ ծանօթ բոլորակին երեսին հետ մէկտեղ կլոր մարմին մը կը պարունակէ. աս մարմինը կոն կ'ըսուի։

Օ կէտը՝ կոնին **ծայրը** կ'ըսուի, ԱԲԳԴ բոլորակի երեսը՝ կոնին **խարիսխ երեսը** եւ կոր կողի երեսը՝ կոնին **վերարկու երեսը** կ'ըսուին։

Կոնին վերարկուի երեսն աս յատկութիւնն ունի՝ որ ծայրին վրայէն ու խարսխի երեսին մէկ կէտին վրայէն ձգուած որ եւ իցէ հարթ երեսէն ուղիղ գծով մը կը կտրուի. վասն զի որ եւ իցէ սա կերպ հատման գիծը՝ ինք զինք շարժող ԱՕ ուղիղ գծին մէկ դիրքն է։ Սա կերպ հատման գիծ մը՝ կոնին մէկ կողը կ'ըսուի։

ՕԳ ուղիղ գիծը՝ որն որ ծայրը խարսխի երեսին կեդրոնին հետ կը կապէ, կոնին առանցքը կ'ըսուի, իսկ խարսխի երեսին վրայ ձգուած ՕՊ ուղղաձիգ գիծը՝ կոնին բարձրութիւնը կ'ըսուի։

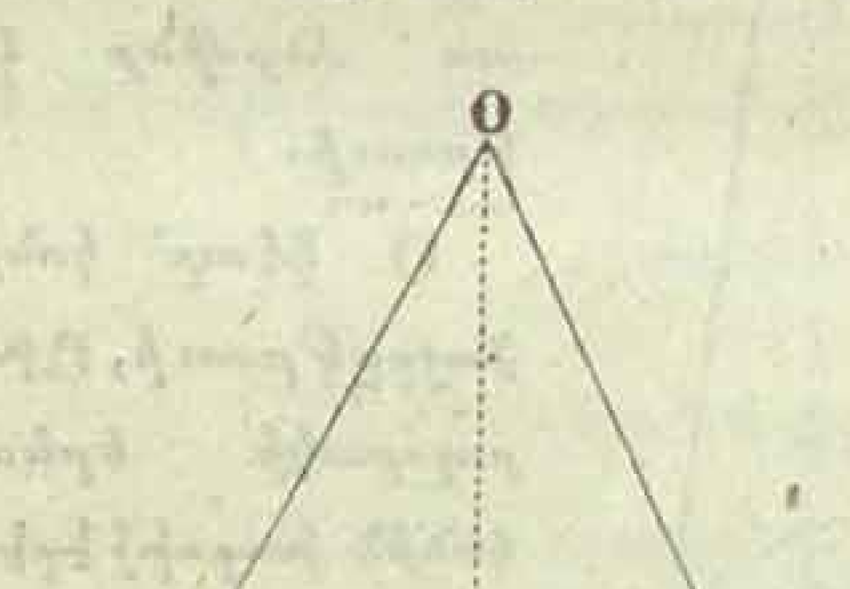
Կոն մը կրնանք սա կերպով ալ ձեւացած մտածել, այսինքն փոփոխուող բոլորակ մը անանկ ինք իրեն զուգահեռապէս յառաջ շարժի, որ Օ կեդրոնը՝ ԳՕ առանցքին վրայ յառաջ կը խաղայ եւ միեւնոյն ատեն ինք բոլորակն ալ երթալով կը պզտիկնայ մինչեւ որ Օ կէտին վրայ կը լմննայ անհետ կ'ըլլայ։

Կոնը կրնանք պիրամիտ մը սեպել, որուն խարսխին երեսը անթիւ բազմութեամբ կողերէ շինուած կանոնաւոր բազմանկիւն եղած ըլլայ։

Ի՞նչ բաներ կան, որ կոնի մը ձեւ ունենան։

276. Թէ որ առանցքը խարսխի երեսին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ, ան ատեն կոնը ուղիղ կ'ըսուի (Ձեւ. 253), ապա թէ ոչ՝ ծուռ։ Ուղիղ կոնի մը ծագումը կրնանք սանկ ալ զգալի ընել, այսինքն որ ԱԳՕ ուղղանկիւն երեքանկիւն մը ԳՕ էջքին բոլորտիքը՝ իբրեւ առանցքի մը բոլորտիքը դառնայ. սա ըլլալու ատեն մէկալ ԱԳ էջքը

Ձեւ. 253.



կոնին խարսխի երեսը կը գծէ, իսկ ԱՕ ներքնաձիգը՝ կոնին վերարկուի երեսը :

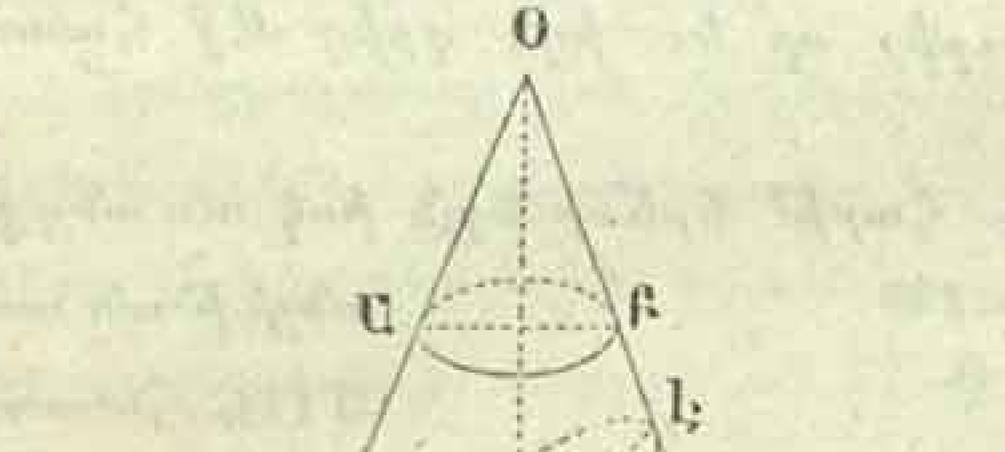
Ուղիղ կոնի մը վրայ առանցքը միանգամայն բարձրութիւնը կ՚ներեւցընէ եւ կոնին ամէն կողերն իրարու հաւասար են:

Ուղիղ կոն մը որուն կողը խարսխի երեսին տրամագծին հաւասար է, հաւասարակող կ՚ըսուի:

2. Կոնին հատման ձեւերն ու ցանցերը:

277. Հարթ երեսով մը կտրուած կոնի հատուածին որպիսութիւնը սա հարթ երեսին դիրքէն կախում ունի: Թէ որ (Ձեւ 254) ուղիղ կոն մը՝ առանցքին վրայ ուղղաձիգ հարթ երեսով մը կտրենք, ան ատեն ԱԲ հատուածը բոլորակ մըն է, որն որ արդէն կոնին ծագման կերպէն կրնայ հետեւիլ: Իսկ թէ որ կտրող հարթ երեսը առանցքին վրայ ծուռ կը կենայ, ան ատեն հատման ձեւը կամ ԳԴԵ կոնադիծ մըն է, կամ ԶԷ ձուաձիր մը, եւ կամ ԸԻԿ աւելի մըն է: Վասն զի, կտրող հարթ երեսը կոնին հակադրեալ

Ձեւ 254.

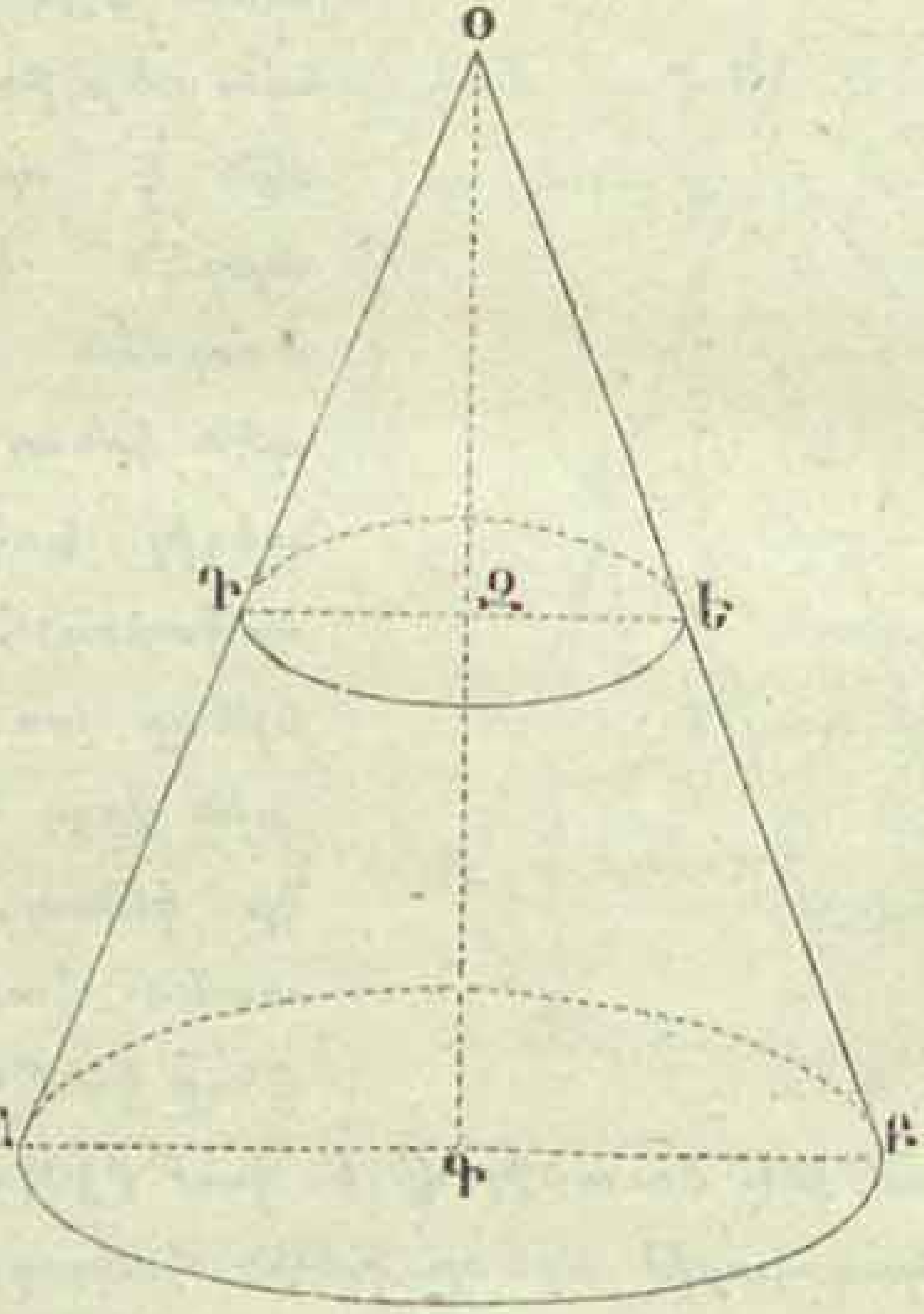


կողմն հետ զուգահեռական է, կամ ան հակադրեալ կողմն հակած է եւ կամ անկից հեռացած է: Ասոր համար աս կոր գծերը կոնի հատուածի գծեր ալ կ՚անուանին:

Աս հատուածները զգալի ընելու համար՝ կոնաձեւ սրածայր գաւաթ մը գրեթէ մինչեւ կէսը ջրով լեցուր: Թէ որ գաւաթին առանցքը ուղղաձիգ կը կենայ, ան ատեն ջրոյն հորիզոնական երեսը գաւաթին վերարկուի երեսը բոլորակով մը կը կտրէ. Թէ որ գաւաթը վերէն գոցուած ըլլայ եւ անանկ ծռուի որ ջրին մակերեւոյթը կոնին կողմն հետ զուգահեռական ըլլայ, ան ատեն հատուածը կոնագիծ մըն է. իսկ թէ որ գաւաթը աւելի եւս ծռի մինչեւ որ օրինակի աղագաւ ջրոյն երեսը առանցքին հետ զուգահեռական ըլլայ, ան ատեն աւելի մը կ՚ելլէ. ուրիշ որ եւ իցէ դրից մէջ համան ձեւր ձուածիր մըն է:

Թէ որ կտրող հարթ երեսը նոյն իսկ առանցքէն անցնի՝ ան ատեն ՄՕՆ հատուածը հաւասարասրուն եռանկիւն մըն է:

Ձեւ 255.



278. Թէ որ կոն մը խարսխին զուգահեռական ԴԵ հարթ երեսով մը (Ձեւ. 255) կտրուելու ըլլայ՝ ան ատեն կոնը երկու մասին կը բաժնուի, ո-

բունցմէ մէկը փոքրագոյն կոն մըն է եւ մէկալն ալ երկու զուգահեռական երեսներու մէջ բովանդակուած մարմին մը, որն որ **հատուածեալ** կամ **ծայրատեալ կոն** կ'ըսուի։ Թէ որ կտրուած կոնը ուղիղ կոն մըն է, ան ատեն նաեւ ծայրատեալ կոնն ալ ուղիղ է։

Կրնանք սանկ ուղիղ ծայրատեալ կոն մը առաջ ձեւացած մտածել՝ որ ԱԳԶԴ սեղան մը որուն վրայ զուգահեռական չեղող կողերուն մէկը ԳԶ երկու զուգահեռական կողերուն վրայ ալ ուղղաձիգ կենայ, եւ աս ԳԶ կողին բոլորտիքը իբրեւ առանցքի մը բոլորտիքը պտըտի։ Աս ըլլալու ատեն՝ մէկալ զուգահեռական չեղող ԱԴ կողը վերարկուի երեսը կը գծէ. իսկ ԱԳ եւ ԴԶ երկու զուգահեռական կողերը ծայրատեալ ուղիղ կոնին խարսխին երեսները կը գծեն։

Ծայրատեալ կոն մը կրնայ միշտ երկու կոներուն տարբերութիւնը սեպուիլ, որոնց խարսխի երեսները ծայրատեալ կոնին խարսխի երեսներուն հետ նոյն է, եւ որոնց հասարակաց ծայրը ան կէտն է, որուն վրայ ծայրատեալ կոնին երկընցուած վերարկուի երեսը իրարու կ'ամփոփուի։ ԱԴ ուղիղ գիծը՝ ծայրատեալ կոնին **կողը** կ'ըսուի, երկու խարսխի երեսներուն հեռաւորութիւնն ալ **բարձրութիւնը** կ'ըսուի։

279. Ծայրատեալ կոնը համառօտեալ պիրամիդին հետ նոյն համեմատութիւնն ունի, ինչ համեմատութիւն որ ունի կոնը պիրամիդին հետ։ Ինչպէս որ համառօտեալ պիրամիդին վրայ երկու խարսխի երեսներուն երկու հաւասարադիր երեսները իրարու կը համեմատին, սանկ ալ ծայրատեալ կոնին վրայ կը համեմատին երկու բոլորակի երեսներուն կէս տրամագծերը։

Ուստի՝ թէ որ ծայրատեալ կոնին բարձրութիւնը եւ երկու խարսխի երեսներուն տրամագծերը ծանօթ են, կրնանք առնել (265ին) նայելով երկու կոներուն բարձրութիւնները հաշուել որոնց տարբերութիւնը ծայրատեալ կոնն է։

Մեծագոյն կոնին բարձրութիւնը կը գտնենք՝ թէ որ ծայրատեալին բարձրութիւնն երկու բոլորակի երեսներուն կէս տրամագծերուն տարբերութեան վրայ բաժնենք, և ելած քանորդը մեծագոյն կէս տրամագծով բազմապատկենք. փոքրագոյն կոնին բարձրութիւնը կը գտնուի՝ թէ որ այն քանորդը փոքրագոյն կէս տրամագծով բազմապատկենք։

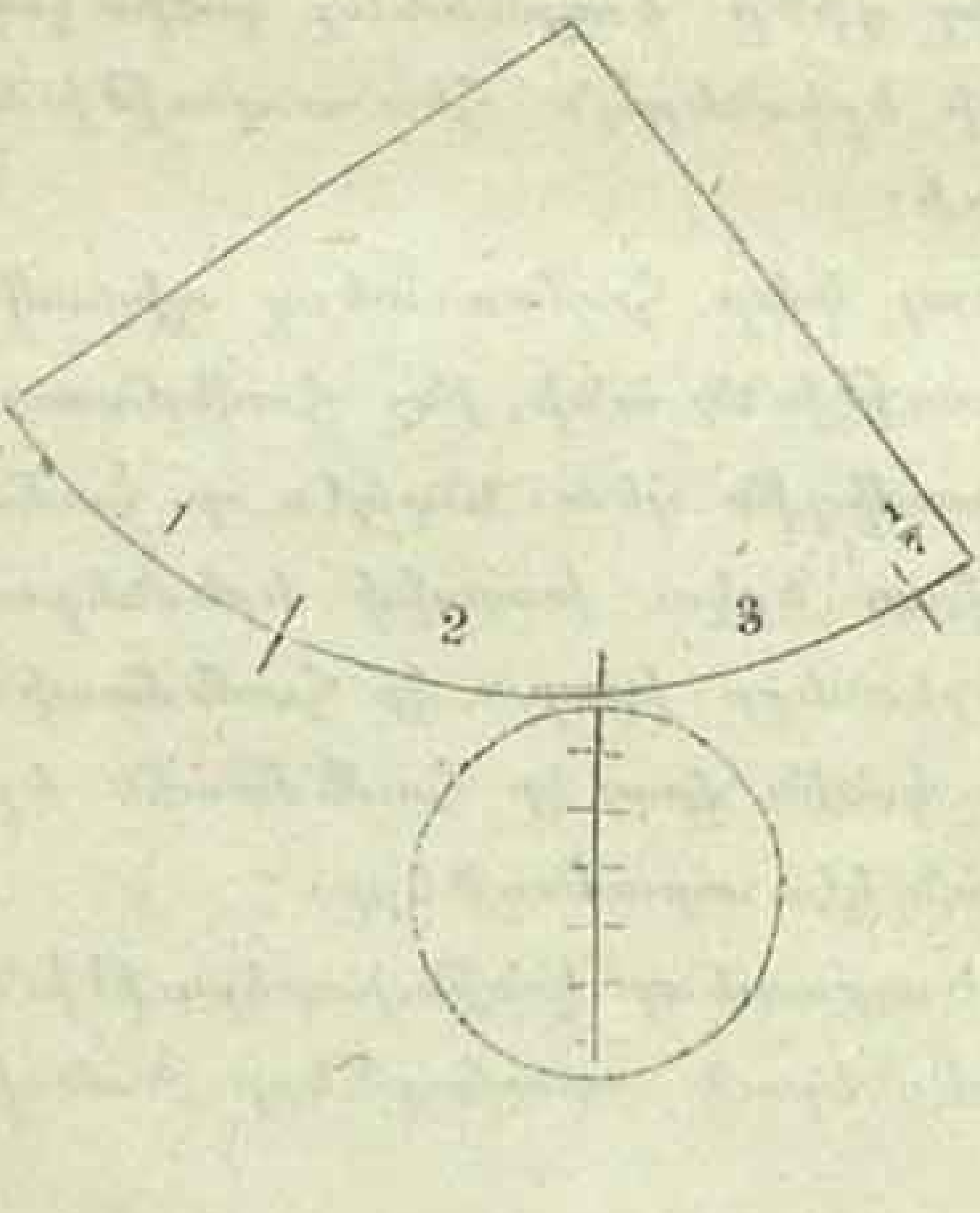
Օրինակի աղագաւ՝ թէ որ 5ը՛ և 4ը՛ երկու խարիսխի երեսներուն կէս տրամագծերն են, և 3′ 6″ը ծայրատեալ կոնին բարձրութիւնն է, ան ատեն՝

մեծագոյն կոնին բարձրութիւնն է $= \frac{3{\cdot}5}{5-4} \times 5 = 17{\cdot}5'$

փոքրագոյն " " " $= \frac{3{\cdot}5}{5-4} \times 4 = 14'$

280. Թէ որ ուղիղ կոնի մը վերարկուի երեսը կողի մը ուղղութեամբ կտրուած, ետքն ալ բանալով հարթ երեսի մը վրայ տարածուած համարենք, ան ատեն աս

Ձև. 256.



վերարկուին երեսը բոլորակի հատուած մը կը ձևացընէ՝ ուրուն աղեղը խարիսխի երեսին շրջապատին հաւասար է և կէս տրամագիծն ալ կոնին կողին հաւասար է։ Ասոր վրայ հիմնուած է **կոնի մը ցանցին** առաջիկայ գծագրութիւնը։

Գծէ բոլորակաձեւ խարոխի երեսը (Ձեւ. 256), եւ ապա՝ կոնին կողմը քաշէ նոյն բոլորակը շօշափող աղեղ մը, եւ աս աղեղին վրայ $3\frac{1}{7}$ անգամ առաջի բոլորակին տրամագիծը նշանակէ, եւ ապա բոլորակի հատուածն ամբողջացուր։

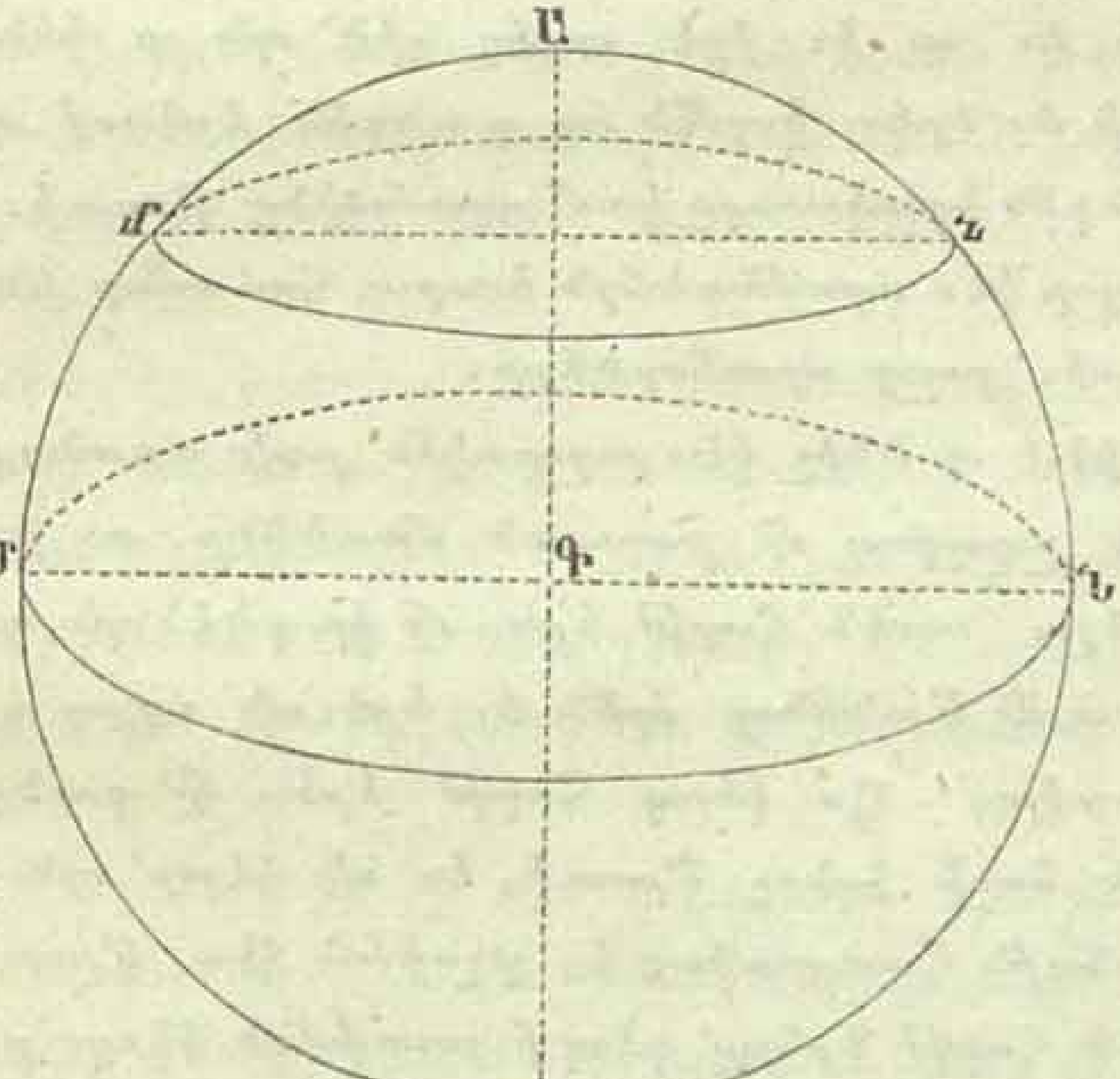
«Նայէ՝ որ ծայրատեալ ուղիղ կոնի մը ցանցն ալ շինես:

Ը. ԳՈՒՆԴ

1. Ծագումն ու մեկնութիւնները:

281. Թէ որ ԱՄԲ կէս բոլորակը (Ձեւ. 257) ԱԲ

Ձեւ. 257.



տրամագծին բոլորտիքը, իբրեւ առանցքի մը բոլորտիքը պտըտցընենք, մէկ անգամ մը ամբողջ դառնալով կլոր մարմին մը կ՚ելլէ՝ որն որ գունդ կ՚ըսուի։ ԱՄԲ կէս բոլոբանը աս շարժման ատեն գունդի երեսը կամ մակերեւոյթը կը գծէ, իսկ Ա ու Բին մէջ եղած կէս բոլորակին որ եւ իցէ կէտը բոլորակ մը կը գծէ՝ որուն կենդրոնը ԱԲ առանցքին վրայ է. աս բոլորակները իրարու զուգահեռական են, եւ այնչափ փոքր են՝ որչափ որ Ա եւ Բ կէտերուն կը մօտենան, եւ աս Ա եւ Բ՝ ան զուգահեռական բոլորակներուն բեւեռները կ'ըսուին։ Ամենէն մեծ բոլորակը կը գծէ կէս բոլորակին Մ կիսման կէտը։

Գունդին ծագման կերպէն յառաջ կու գայ՝ որ գունդի երեսին որ եւ իցէ կէտը ծնիչ կէս բոլորակին Գ կենդրոնէն հաւասարապէս հեռու է. անոր համար աս կէտը՝ նաեւ գունդին կենդրոնը կ'ըսուի։

Կենդրոնին՝ գունդին երեսին որ եւ իցէ կէտէն ունեցած հեռաւորութիւնը կէս տրամագիծ կամ ճառագայթ կ'ըսուի, եւ որ եւ իցէ ուղիղ գիծ՝ որն որ կենդրոնէն կ'անցնի եւ երկու կողմէն ալ գունդին երեսով պատած է՝ գունդին երկայնքը կամ տրամագիծը կ'ըսուի։ Գունդին բոլոր կէս տրամագծերն իրարու հաւասար են. նոյնպէս նաեւ՝ բոլոր տրամագծերը։

Թէ որ ծնիչ կէս բոլորակին քովը առանցքին մէկ ծայրէն շօշափող մը քաշուած մտածենք, աս շօշափողը պտըտելու ատեն հարթ երես մը կը գծէ՝ որն որ մինակ մէկ կէտ մը կ'ունենայ իրեն եւ երեւան ելլող գունդին հասարակաց։ Աս կերպ հարթ երես մը՝ գունդին շօշափման հարթ երեսը կ'ըսուի, եւ ան կէտը՝ որն որ իրեն եւ գունդին հասարակաց է, շօշափման կէտ կ'ըսուի։ Շօշափման հարթ երեսը՝ դէպ ի շօշափման կէտը քաշուած կէս տրամագծին վրայ ուղղաձիգ կը կենայ։

Գունդի ձեւ ունեցող բաները որո՞նք են։

2. Գունդին հատուածներն ու ցանցը ։

282. Թէ որ գունդը հարթ երեսով մը կտրենք՝ հատման ձեւը **բոլորակ** մըն է՝ որն որ այնչափ մեծ կ'ըլլայ որչափ որ կեդրոնին մօտէն կտրուած է ։ Ամենէն մեծ հատման բոլորակը կ'ըլլայ՝ երբ որ կտրող հարթ երեսը կեդրոնէն կ'անցնի ։ Աս հատման բոլորակը նոյն կեդրոնն ու այն կէս տրամագիծն ունի զորն որ գունդն ունի եւ գունդին **ամենամեծ բոլորակը** կ'ըսուի ։ Գունդին բոլոր ամենամեծ բոլորակներն իրարու հաւասար են ։

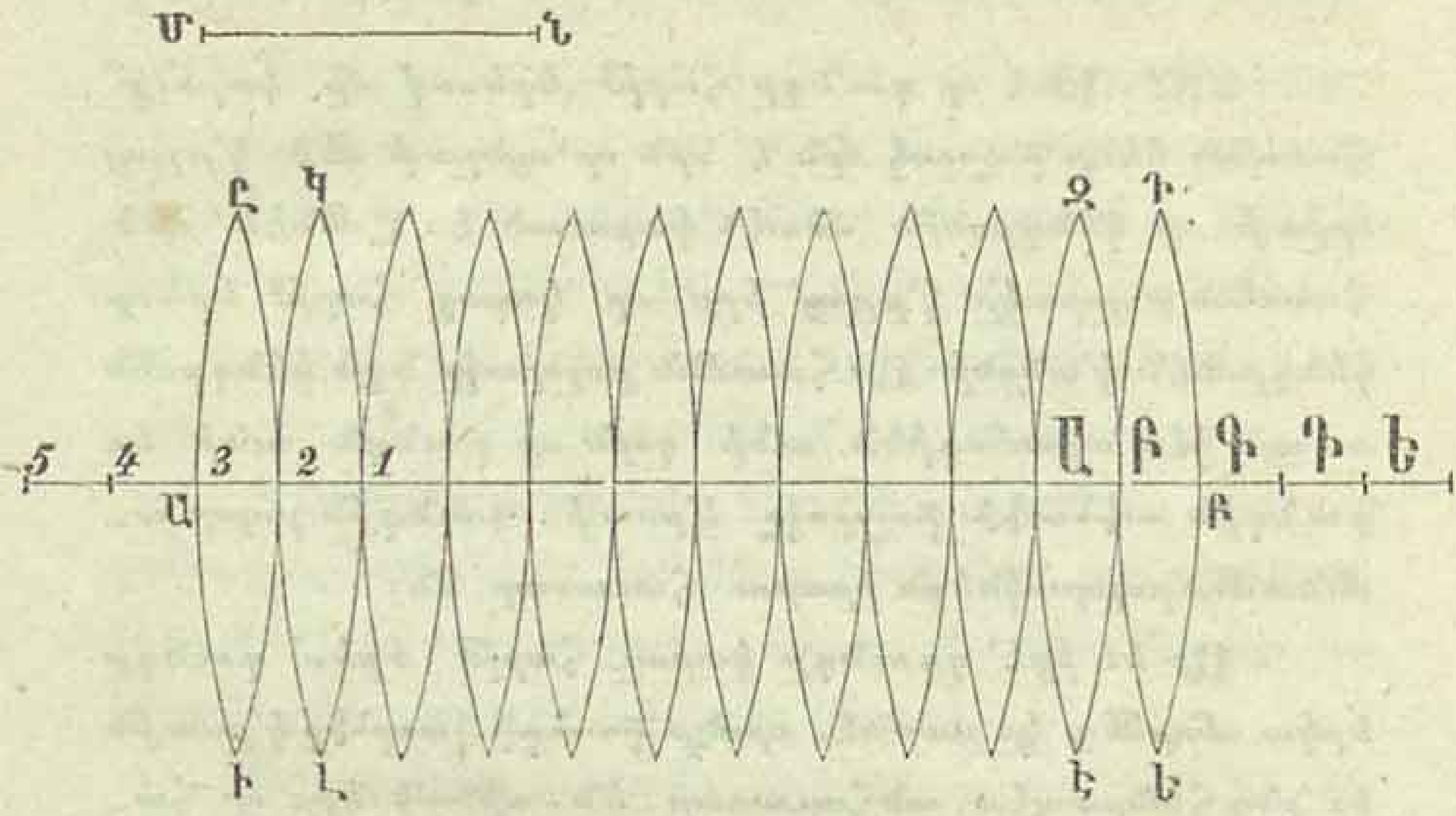
Որ եւ իցէ՝ զգունդը կտրող հարթ երես՝ գունդը երկու մարմնոյ կը բաժնէ, որոնք **գունդի կտորներ** կ'ըսուին եւ ընդհանրապէս անհաւասար են . միայն երբ որ հատումը կեդրոնէն կ'անցնի , այն ատեն գունդի երկու կտորներն իրարու հաւասար են եւ այն ատեն **կիսագունդ** կ'ըսուին ։ Ամէն գունդի կտոր շրջապատուած է հարթ երեսով բոլորակէ մը եւ գնդի երեսին մէկ մասէն՝ որն որ **գնդի խոյր** (Calotte) կ'ըսուի ։

Թէ որ գունդ մը երկու զուգահեռական հարթ երեսներով կտրուելու ըլլայ , հատուածները երկու զուգահեռական բոլորակներ են ։ Երկուքին մէջ գտնուած օղակաձեւ երեսը **գօտի** (Zone) կ'ըսուի ։ ՄՆ աղեղը (Ձեւ 257) ԱՄԲ կէս տրամագծին շուրջ դառնալու ատենը գօտի մը կը գծէ ։

283. Գունդի մը երեսը չիկրնար գլանին կամ կոնին երեսին պէս , հարթ երեսի մը վրայ տարածուիլ . անոր համար գունդը միայն **մերձաւորական ցանց** մը կրնայ ունենալ , եւ աս ալ հետեւեալ կերպով կը շինուի ։

Ուղիղ գծի մը վրայ (Ձեւ 258) Աէն մինչեւ Բ՝ գունդին ՄՆ տրամագիծը $3\frac{1}{7}$ անգամ նշանակելու է , եւ ԱԲ գիծը՝ որն որ գունդին ամենէն մեծ բոլորակներուն

Ձև. 258.



մէկուն շրջապատին չափ երկայնութիւն ունի, 12 հաւասար մասերու բաժնելու է, եւ աս գծին ԱԷն եւ ԲԷն անդին երկրնցած մասին վրայ 9 հատ ալ նոյնպիսի մասեր նշանակելու է: Անկէ ետեւ՝ թէ որ 10 նոյնպիսի մասանց կէս տրամագծովը՝ 1, 2, 3, . . . էն ԴԵ, ԶԷ . . . աղեղները գծելու ըլլանք, եւ Ա, Բ, Գ, . . . էն ԸԻ, ԿԼ, . . . աղեղները գծելու ըլլանք, ան ատեն աս աղեղները 12 ոսպնաձեւ ձեւեր կը փակեն՝ որոնք ըստ պատշաճի իրարու քով ծռելով բաւական ճիշդ գնդի երես մը կը ձեւացընեն:

Թ. ՄԱՐՄՆՈՑ ՄԱԿԵՐԵՒՈՅԹԸ

1. Անկիւնաւոր մարմիններ:

284. Մարմնոյ մը մակերեւոյթն ըսելով կ'իմանանք մարմինը ծածկող բոլոր երեսներուն գումարը: Կողմնական երեսներուն գումարը մանաւորապէս մարմնոյն կողմնական մակերեւոյթը կ'ըսուի:

285. Սղոցածի մը մակերեւոյթը գտնելու համար նախ կողմնական կամ կողի երեսները իբրեւ զուգահեռագծեր հաշուելու է, որով կողմնական մակերեւոյթը կ'ելլէ. ետքէն խարսխի երեսին կրկինը վրան կ'աւելցուի:

Թէ որ ուղիղ սղոցած մըն է, ան ատեն կողմնական մակերեւոյթը, եթէ հարթ երեսի մը վրայ բացուած ու տարածուած մտածենք, ուղղանկիւն մը կը ձեւանայ՝ որուն խարիսխը սղոցածին խարսխի երեսին շրջապատին հաւասար է եւ բարձրութիւնն ալ սղոցածին մէկ կողմնական կողին. ուստի ուղիղ սղոցածին կողմնական մակերեւութին հաշիւը կը գտնուի՝ Թէ որ խարսխի երեսին շրջապատը մէկ կողմնական կողին հետ բազմապատկենք:

Օրինակի աղագաւ՝ ուղիղ սղոցածի մը խարսխի երեսը 5′ երկայնութեամբ եւ 3′ լայնութեամբ ուղղանկիւն մըն է եւ մէկ կողմնական կողը 7′ է. ո՞րչափ է մակերեւոյթը:

Խարսխի երեսին շրջապատը = 16′ խարսխի երեսը = 15 □′
Կողմնական կողը = 7′
Կողմնական մակերեւոյթը = 112 □′
Կրկին խարսխի երեսը = 30 „
Մակերեւոյթը = 142 □′ = 3 □° 34 □′

286. Պիրամիտի վրայ նախ կողմնական եռանկիւնները հաշուելու է եւ անոնց գումարին վրայ խարսխի երեսն աւելցնելու է:

Թէ որ կանոնաւոր պիրամիտ է, ան ատեն կողմնական մակերեւոյթը գտնելու համար՝ ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ՝ միայն մէկ կողմնական եռանկիւն մը հաշուել եւ անոր երեսը կողմնական կողերուն թուոյն հետ բազմապատկել:

Գտնել կանոնաւոր պիրամիտի մը մակերեւոյթը, որուն կողմնական կողը 11′ եւ խարսխի երեսը քառակուսի մըն է 8″ կողով:

Կողմնական երեքանկեան մը բարձրութիւնը $= \sqrt{11^2-4^2} = \sqrt{105}$
$= 10.25''$
,, ,, խարիսխը $= 8''$
,, ,, երեսը $= 41\square''$
կողմնական մակերեւոյթը $= 164\square''$
խարսխի երեսը $= 8^2 = 64$,,
մակերեւոյթը $= 228\square''$

287. Թէ որ ծայրատեալ պիրամիտ մըն է, նախ պէտք է կողմնական երեսներուն հաշիւը իբրեւ սեղաններու հաշիւ գտնել եւ ետքէն անոնց գումարին վրայ երկու խարսխի երեսներն աւելցնել:

Թէ որ ծայրատեալ պիրամիդը կանոնաւոր է, ան ատեն ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ միայն մէկ կողմնական սեղանին հաշիւը գտնել եւ անոր երեսը կողմնական կողերուն թուովը բազմապատկել. անոր վրայ երկու խարսխի երեսներն ալ պէտք է աւելցնել:

Օրինակի աղագաւ՝ ծայրատեալ պիրամիդի մը վարի խարսխի երեսը հաւասարակող երեքանկիւն մըն է 2′ 1″ կողով, վերի խարսխի երեսն ալ հաւասարակող երեքանկիւն մըն է, 1′ 9″ կողով. կողմնական սեղաններուն բարձրութիւնները 3′ 4″, 3′ 2″ եւ 2′ 10″ է. ո՞րչափ է մակերեւոյթը:

ա. Սեղան $= \frac{25+21}{2} \times 40 = 920\square''$

բ. ,, $= \frac{25+21}{2} \times 38 = 874$,,

գ. ,, $= \frac{25+21}{2} \times 34 = 782$,,

վարի խարսխի երեսը $= 270.6$,,
վերի ,, ,, $= 190.9$,,
մակերեւոյթը $3037.5\square''$

288. Կանոնաւոր մարմնոյ մը մակերեւոյթը կը

գտնուի թէ որ մէկ հարթ երեսը հաշուենք եւ անոր երեսը հարթ երեսներուն թուոյն հետ բազմապատկենք:

Ո՞րչափ է չորեքնիստի մը մակերեւոյթը, որուն կողը 4'' է:

4'' կողով հաւասարակող երեքանկեան մը երեսին չափը 6.93 □'' է, ուրեմն չորեքնիստին մակերեւոյթը = 6.93 × 4 = 27.72 □'' է:

2. Կլոր մարմիններ:

289. Ուղիղ գլանի մը մակերեւոյթը երկու հաւասար բոլորակներէ եւ կոր վերարկուի երեսէ մը կազմուած է: Ուստի բոլորաձեւ խարսխի երեսներէն մէկուն երեսը հաշուելէն ետքը՝ նոյնը կրկնապատկելու է. ետքէն վերարկուի երեսին հաշիւը գտնելու է՝ խարսխի երեսին շրջապատը գլանին բարձրութեանը հետ բազմապատկելով (274), եւ աս չափը երկու բոլորակներուն չափին վրայ աւելցնելու է:

Օրինակի աղագաւ՝ ուղիղ գլանի մը բարձրութիւնը 5' է եւ խարսխի երեսին կէս տրամագիծը 2'. որչափ է մակերեւոյթը:

Խարսխի երեսին շրջապատն է	= 4 × 3.14 = 12.56'
Գլանին վերարկուի երեսը	= 12.56 × 5 = 62.8 □''
Խարսխի երեսը	= 12.56 × 1 = 12.56 □''
Կրկին խարսխի երես	= 25.12 ,,
Մակերեւոյթ	= 87.92 □'

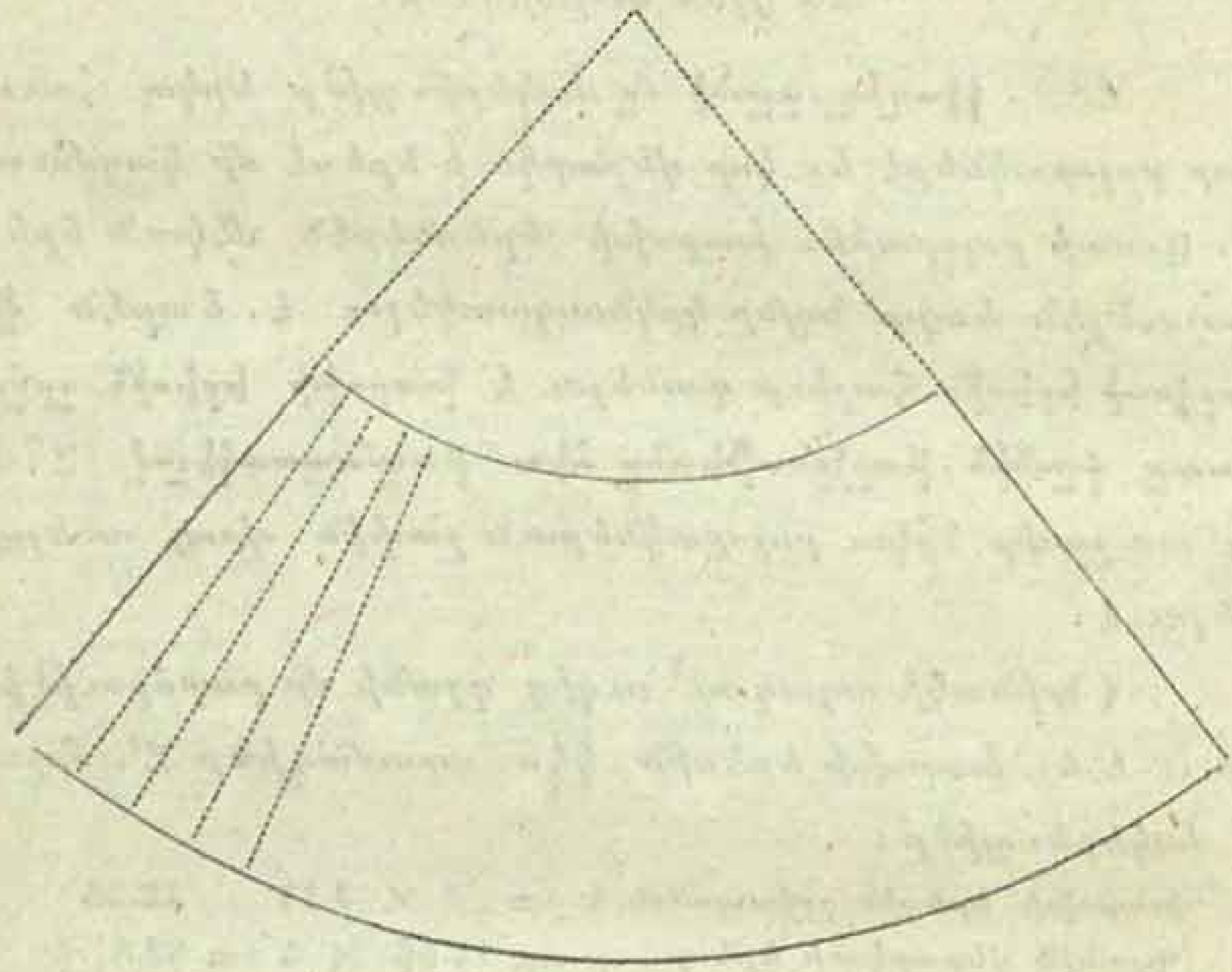
290. Ուղիղ կոնի մը մակերեւոյթը գտնելու համար՝ պէտք է նախ վերարկուի երեսը փնտռել գտնել՝ նոյնը (280ին համեմատ) բոլորակի հատած մը սեպելով. ուստի եւ խարսխի երեսին շրջապատը կէս կողի հետ բազմապատկելով. ետքէն պէտք է բոլորակաձեւ խարսխի երեսին չափը վրան աւելցնել:

Գտնենք՝ օրինակի աղագաւ, որ ուղիղ կոնի մը կողը 3' 4" է եւ խարսխի երեսին տրամագիծը 2' 4", ո՞րչափ է մակերեւոյթը։

Խարսխի երեսին շրջապատն է	= 28 × 3.1416 = 87.9648"
Վերարկուի երեսը	= 87.9648 × 20 = 1759.296□"
Խարսխի երեսը	= 87.9648 × 7 = 615.7536 „
Մակերեւոյթ	= 2375.0496□"
	= 16□' 71□"

291. Թէ որ (Ձեւ. 259) ուղիղ ծայրատեալ կոնի

Ձեւ. 259.



մը վերարկուի երեսը հարթ երեսի մը վրայ տարածուած մտածենք, ան ատեն բոլորակաձեւ օղակի մը կտորի պէս կ՚երեւայ՝ որուն աղեղները երկու խարսխի երեսներուն շրջապատներուն հաւասար են եւ ծայրատեալ կոնին կողին չափ իրարմէ հեռաւորութիւն ունին։ Աս օղի կտորը կրնանք անթիւ բազմութեամբ սեղաններէ կազմուած սեպել, ուստի եւ կրնանք հաշիւը գտնել՝ թէ որ ամէն մէկ սեղանին վրայ երկու զուգահեռական կողերուն այսինքն երկու դիմացէ դիմաց կեցող աղեղի կտորներուն գումարը կէս հեռաւորութեան հետ՝ այսինքն ծայրատեալ կոնին կէս կողին հետ բազմապատկելէն ետեւ, աս սեղանի երեսները վրան աւելցնենք, եւ կամ որն որ մի եւ նոյն է՝ թէ որ անմիջապէս բոլոր դիմացէ դիմաց կեցող աղեղի կտորները, այսինքն երկու խարսխի երեսներուն շրջապատները գումար ընենք եւ աս գումարը ծայրատեալ կոնին կէս կողին հետ բազմապատկենք:

Ուրեմն՝ ուղիղ ծայրատեալ կոնի մը վերարկուի երեսը հաւասար է երկու խարսխի երեսներուն շրջապատներուն գումարին՝ ընէ որ աս գումարը կէս կողին հետ բազմապատկուի: Թէ որ վերարկուի երեսին վրայ երկու խարսխի երեսներն ալ աւելցունին՝ բոլոր մակերեւոյթը կ'ելլէ:

Օրինակի աղագաւ՝ ուղիղ ծայրատեալ կոնի մը խարսխի երեսներուն կէս տրամագծերը 9′ եւ 6′ են. մէկ կողը 4′ է. որչափ է մակերեւոյթը:

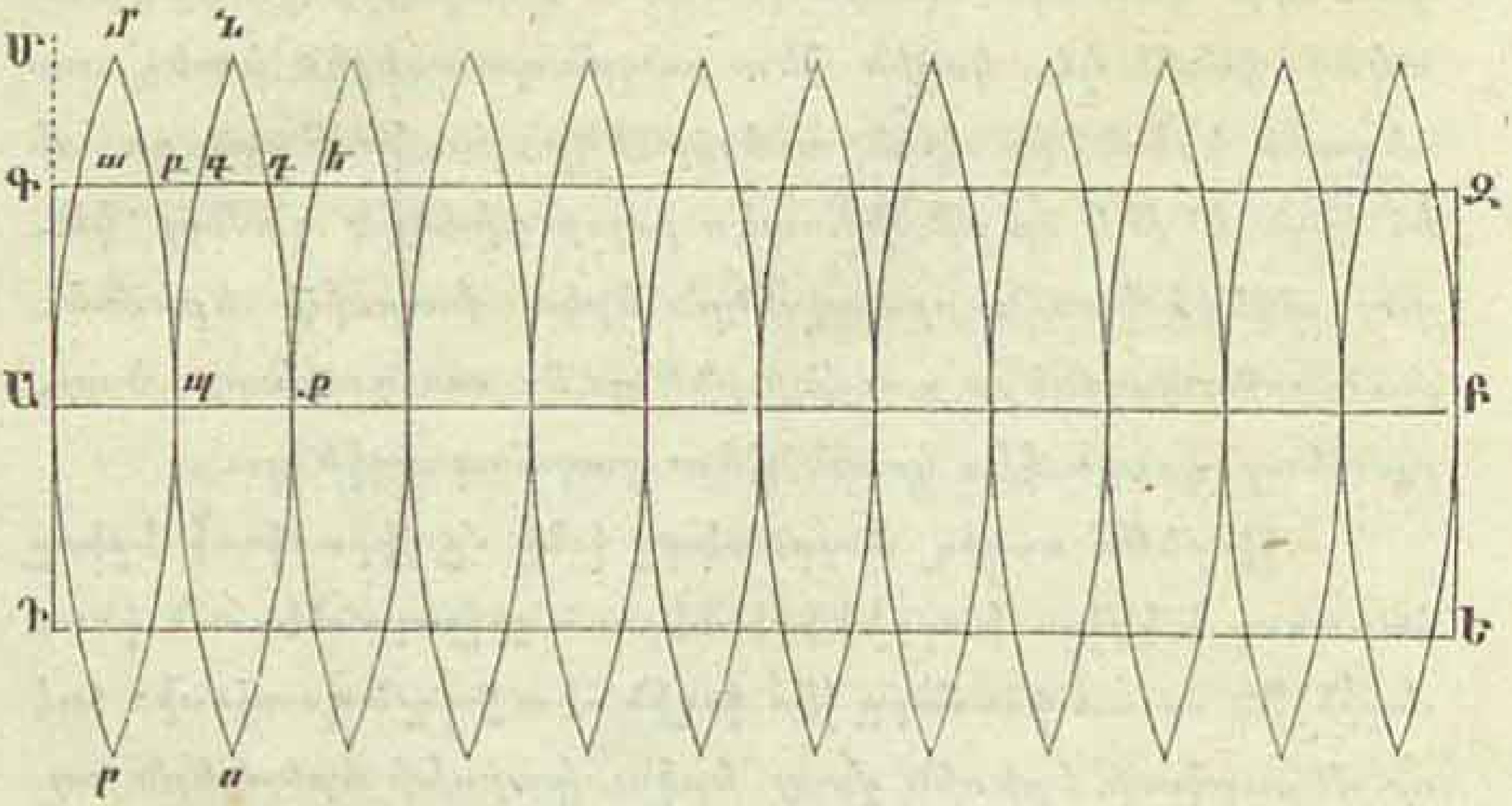
Վարի խարսխի երեսին շրջապատն է = 18 × 3.14 = 56.52′
Վերի " " " = 12 × 3.14 = 37.68′
94· 2′

Վերարկուի երեսը = 94. 2 × 2 = 188. 3 □′
Վարի խարսխի երեսը = 56.52 × 4.5 = 254.34 □′
Վերի " " = 37.68 × 3 = 113.04 □′
Մակերեւոյթը = 555.78 □′

292. **Գունդի** մը մակերեւոյթը գտնելու համար՝ յարմար միջոցն է՝ գունդին ցանցը օգնութեան առնել:

Թէ որ 260 ձեւը ԳԴ տրամագծով գունդի մը՝ 283ին համեմատ շինուած ցանցն է, ուստի եւ ԱԲը ամենէն մեծ բոլորակներէն մէկուն շրջապատն է եւ ԱՄ գրեթէ ³/₄ տրամագծին կը մօտենայ, ան ատեն ԱՄդր, պնգօ, . . . սապնաձեւ ձեւերը բոլորը մէկէն առնելով շատ մերձաւորապէս բոլոր գունդին մակերեւոյթը կու

Ձեւ 260.



տան: Արդ՝ թէ որ ԱԳբ եւ ԱԴբ գնդին կէս տրամագծին հաւասարեցընենք եւ ԳԴԵԶ ուղղանկիւնը կազմենք, անտեն անմիջապէս կը տեսնենք որ ամբ, գնդ... ուպնաձեւ կտորները՝ ուղղանկեան բպգ, դքե... կազմիչ մասերուն հաւասար են, կամ գոնէ շատ քիչ բանով կը տարբերին: Ուստի ստուգիւ ճշմարտութենէ շատ հեռացած չենք ըլլար՝ թէ որ ամբ, գնդ, ... ձեւերուն տեղ՝ բպգ, դքե, ... ձեւերը դնելու ըլլանք, որով գունդին մակերեւոյթը ԳԴԵԶ ուղղանկեան երեսին կը փոխուի եւ աս ուղղանկեան ԴԵ խարսխի երեսը՝ ամենէն մեծ բոլորակներէն մէկուն շրջապատին հաւասար է, եւ ԳԴ բարձրութիւնն ալ գունդին տրամագծին հաւասար է: Արդ՝ աս ուղղանկեան երեսի չափը ամենէն մեծ բոլորակին շրջապատին եւ տրամագծին արդիւնքին հաւասար է. անոր համար գունդին մակերեւոյթն ալ հաւասար է՝ ամենէն մեծ բոլորակի մը շրջապատին՝ տրամագծին հետ բազմապատկելով:

Աս նախադասութեան՝ որուն մերձաւորական ապղութիւնը զգալի կազմութեամբ մը ցուցուցինք, ճիշդ ապացոյցը երկրաչափութեան գիտնական մասին կը վերաբերի:

Գտնենք որ օրինակի համար 8'' գնդի մը տրամագիծն ըլլայ. որչափ է աս գնդին մակերեւոյթը:

Ամենէն մեծ բոլորակներուն մէկուն շրջապատն է 8 × 3.14 = 25.12'', ուստի մակերեւոյթն 25.12 × 8 = 200.96 □'':

293. Թէ որ Մ գնդի մը մակերեւոյթն է եւ Տ անոր կէս տրամագիծը, ուստի 2Տ տրամագիծն է, ան ատեն թէ որ լուդոլփեան թիւը π ով նշանակելու ըլլանք, կ'ըլլէ Մ = 2Տπ × 2Տ, կամ թէ որ բազմապատկութիւնը իրօք կատարուի կ'ըլլէ Մ = 4Տ²π:

Արդ որովհետեւ Տ² π ամենէն մեծ բոլորակաց մէկուն երեսի չափը կը ցուցընէ, կրնանք ըսել որ՝

Գնդի մը մակերեւոյթը ամենէն մեծ բոլորակի մը երեսին քառապատիկ չափին հաւասար է:

Թէ որ Մ' երկրորդ գնդի մը մակերեւոյթը եւ Ճ կէս տրամագիծը կը ցուցընէ, ան ատեն կ'ըլլէ՝

Մ' = 4 Ճ² π

Աս երկու վերջին բացատրութիւններէն կը հետեւի որ Մ : Մ' = Տ² : Ճ²

ըլլայ, այսինքն երկու գնդերու մակերեւոյթները անանկ իրարու հետ կը համեմատին, ինչպէս իրենց կէս տրամագծերուն քառակուսիները:

294. Գնդի մը ծանօթ մակերեւոյթէն կրնանք անոր կէս տրամագիծը գտնել: Այսինքն մակերեւոյթը 4 լուդոլփեան թուոյն եւ կէս տրամագծին քառակուսոյն արդիւնքն է. ուստի թէ որ մակերեւոյթը 4 լուդոլփեան թուոյն վրայ բաժնուի՝ կէս տրամագծին քառակուսին քանորդ կ'ըլլէ. անկէ ետքը կէս տրամագիծը գտնելու

համար ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ ան քանորդէն քառակուսի արմատ հանել ։

Օրինակի համար ո՞րչափ է գնդի մը կէս տրամագիծը, թէ որ մակերեւոյթը $10\,\square'$ է ։

$$4\pi = 12.566 \quad 10 : 12.566 = 0.7951$$

$\sqrt{0.7951} = 0.892' = 10.704''$ կէս տրամագիծ ։

Մարմնոց մակերեւոյթը հաշուելու համար խնդիրներ ։

295. 1. Ուղիղ սղոցածի մը բարձրութիւնն է 5', անոր խարսխի երեսը քառակուսի մըն է 3' կողմով. ո՞րչափ է մակերեւոյթը ։

2. Ո՞րչափ է ուղիղ սղոցածի մը մակերեւոյթը, որուն խարսխի երեսը 2.3' երկայնութեամբ եւ 1.2' լայնութեամբ ուղղանկիւն մըն է եւ բարձրութիւնն ալ 3.5' է ։

3. Ուղիղ երեքկողեան սղոցածի մը կողմնական մակերեւոյթն է $2\square^{0}\ 14\square'\ 90\square''$. խարսխի երեսին կողմերն են $2^{0}\ 0'\ 2''$, $1^{0}\ 4'\ 10''$ եւ $0^{0}\ 1'\ 9''$. ո՞րչափ է սղոցածին մէկ կողմնական կողը ։

4. Ո՞րչափ է քուէի մը մակերեւոյթը, որուն կողը 2' 8'' է ։

5. Քուէի մը մակերեւոյթը $41\square^{0}\ 12\square'\ 54\square''$ է. հաշուէ մէկ կողման երկայնութիւնը ։

6. $2^1/_3$ բարձրութեամբ ուղիղ սղոցածի մը խարսխի երեսը $1^1/_2$ կողմնական երկայնութեամբ կանոնաւոր վեցանկիւն մըն է. ո՞րչափ է մակերեւոյթը ։

7. Ո՞րչափ է կանոնաւոր 6կողմեան բրգան մը կողմնական մակերեւոյթը, թէ որ սա բրգան խարսխի երեսին շրջապատը 2' 6'' է եւ անոր կողմերուն երեքանկեանց բարձրութիւնը 9'' է ։

8. Հաշուէ կանոնաւոր բրգան մը մակերեւոյթը, որուն կողմնական կողը 10.8″ է, եւ խարսխի երեսը հաւասարակող երեքանկիւն մըն է 4.5″ կողմնական երկայնութեամբ։

9. Ուղիղ յապաւեալ բրգան մը խարսխի երեսները քառակուսիներ են 5′ 8″ ու 3′ 4″ շրջապատներով, կողմնական սեղաններէն մէկուն բարձրութիւնն է 2′ 3″. ո՞րչափ է մակերեւոյթը։

10. Կանոնաւոր յապաւեալ բրգան մը կողմնական երեսն է 3□°20□′60□″. երկու խարսխի երեսներն երեքկողմանի երեքանկիւններ են, այսինքն վարի խարսխի երեսը 4′ 2″ կողմնական երկայնութեամբ, վերի խարսխի երեսն ալ 3′ 6″ կողմնական երկայնութեամբ. ո՞րչափ է կողմնական սեղանի մը բարձրութիւնը։

11. Կ'ուզենք ութանիստի մը մակերեւոյթը գտնել, որուն կողը 1′ է։

12. Քուէ մը եւ քառանիստ մը 3.4″ կող ունին. անոնց մակերեւոյթներն իրարու ի՞նչպէս կը համեմատին։

13. 3′ բարձրութեամբ ուղիղ գլանի մը մակերեւոյթը ո՞րչափ է, թէ որ իրեն խարսխի երեսը 1′ 4″ տրամագիծ ունի։

14. Հաշուէ ուղիղ գլանի մը մակերեւոյթը, որուն բարձրութիւնը 7.5″ ըլլայ եւ խարսխի երեսը 17.4 շրջապատ ունենայ։

15. Ուղիղ գլանի մը վերարկուի երեսը 488.4□′ է խարսխի երեսին կէս տրամագիծը 5′. ո՞րչափ է բարձրութիւնը։

16. Ո՞րչափ է 1′ 5″ բարձրութեամբ ուղիղ գլանի մը խարսխի երեսին կէս տրամագիծը, թէ որ վերարկուի երեսը 1□′ 138.6□″ է։

17. Հաւասարակող գլանի մը տրամագիծը 2′ 2″ է.

վերարկուի երեսը բոլոր մակերեւութին հետ ինչ-
պէս կը համեմատի։

18. Ուղիղ կոնի մը կողմն է 1′ 8″, խարսխի երեսին կէս տրամագիծն է 0.72′. որչափ է մակերեւոյթը։

19. Գտիր 3′ բարձրութեամբ ուղիղ կոնի մը մակերեւոյթը, երբ որ կոնին խարսխի երեսը 7′ շրջապատ ունի։

20. Հաւասարակող կոնի մը մակերեւոյթը որչափ է, թէ որ կողմը 10″ է։

21. 8″ կողմ ունեցող ուղիղ կոնի մը վերարկուի երեսն է 2□′ 12′43□″. փնտռելու է խարսխի երեսին տրամագիծը։

22. Ուղիղ յապաւեալ կոնի մը խարսխի երեսները 12′ եւ 8″ տրամագիծ ունին. որչափ է մակերեւոյթը թէ որ կողմը 10″ է։

23. Գտիր ուղիղ յապաւեալ կոնի մը վերարկուի երեսը, որուն խարսխի երեսները 5□′ եւ 4□′ են, եւ կողմը 3′։

24. Գնդի մը կէս տրամագիծն է 2′ 7″. որչափ է մակերեւոյթը։

25. Գտիր գնդի մը մակերեւոյթը, որուն ամենէն մեծ բոլորակը 20″ շրջապատ ունենայ։

26. Գունդի մը մակերեւոյթն է 19□′ 90□″, որչափ է կէս տրամագիծը։

27. Որչափ է գնդի մը մակերեւոյթը, թէ որ ամենէն մեծ բոլորակը 12.56□′ է։

296. 28. Բոլորովին սրածայր ձագար մը 11″ տրամագիծ եւ 1′ 2″ կողմնական երկայնութիւն ունի, որչափ □′ թիթեղ պէտք է տար։

29. Որչափ է 14′ երկայնութիւն, 2′ լայնութիւն եւ $1\frac{3}{4}$ հաստութիւն ունեցող չորս երեսով կոթողի մը բովանդակ մակերեւոյթը։

Ս. Պարտէզի մէջ աշտարակի մը տանիքը ութ երեսով բուրգ մըն է, որուն կողմնական կողը 1° 5′ է, եւ խարսխի երեսը 1° կողմ ունի, նոյնը կ՚ուզենք պղնձով գոցել. ո՞րչափ □′ պղնձէ դրուագ հարկաւոր է։

31. Ջրոյ աւազան մը 5′ բարձրութեամբ ուղղանկիւն զուգահեռանիստ մըն է, անանկ՝ որ խարսխի երեսը 7 երկայնութեամբ եւ 4′ լայնութեամբ ուղղանկիւն մ՚ըլլայ. ո՞րչափ է իրեն ներքին յատակին եւ կողմնական մակերեւոյթը։

32. Ո՞րչափ □′ թիթեղ հարկաւոր է թիթեղէ մէջը պարապ գլան մը շինելու՝ որն որ 10′ 2″ երկայնութիւն եւ 4½″ լայնութիւն պիտ՚որ ունենայ։

33. Ո՞րչափ □′ թիթեղ պէտք է 2′ բարձրութեամբ աման մը շինելու՝ որուն յատակին տրամագիծը 2′ 2″ եւ խուփին տրամագիծը 3′ ըլլայ։

34. Երկրիս հասարակածին շրջապատը 5400 աշխարհագրական մղոն է. ո՞րչափ է մեր երկրին մակերեւոյթը, թէ որ երկիրնիս կատարեալ գունդ մը սեպենք՝ եւ հասարակածը անոր ամենէն մեծ շրջանակներէն մէկը դնենք։

35. Երկրագունդի մը տրամագիծն է 1′. ասոր մակերեւոյթը երկրիս մակերեւութին հետ ի՞նչ համեմատութիւն ունի։

36. Ի՞նչ մեծութիւն պէտք է ունենայ երկրագունդի մը տրամագիծը, թէ որ աս գունդին վրայ 1 աշխարհագրական մղոնը իբրեւ 1□‴ պիտ՚որ երեւայ։

37. Շէնքի մը մէջ շատ մը գլանաձեւ խողովակներ պիտ՚որ դրուին, որոնք 5½″ տրամագիծ եւ բոլորը մէկէն 142′ երկայնութիւն պիտ՚որ ունենան. ասոր ո՞րչափ □′ թիթեղ պէտք է։

38. 18′ երկայնութեամբ չորս երեսով գերան մը դէպ ի

վերի ծայրը երթալով կը բարակնայ. երկու ծայրերն ալ քառակուսիներ են, մէկը $1\frac{3}{4}'$ եւ մէկալը $1\frac{1}{2}'$ երկայնութիւն ունեցող կողմերով. որչափ է գերանին բովանդակ մակերեւոյթը։

39. Աշտարակի մը գնդաձեւ կոճակը՝ որն որ 8.5'' տրամագիծ ունի, կ'ուզենք ոսկեզօծել. որչափ □'' պիտ'որ ոսկեզօծուի։

40. Սոր պղնձէ աման մը կ'ուզենք շինել, որուն յատակի տրամագիծը 2' 2'', վերի տրամագիծը 2' 10'', եւ կողմնական երկայնութիւնը 2' 4'' ըլլայ. ասոր որչափ □' պղնձի թիթեղ պէտք է.

41. Խուփով մէկտեղ տախտակէ սնտուկ մը շինելու համար՝ որչափ քառակուսի տախտակ հարկաւոր է, թէ որ սնտուկը ուղղանկիւն զուգահեռանի մը ձեւ եւ 7' երկայնութիւն 4' լայնութիւն, եւ $3\frac{1}{2}$ բարձրութիւն պիտ'որ ունենայ։

42. Աշտարակի մը կոնաձեւ տանիքը պղնձի թիթեղով կ'ուզենք պատել. տանիքը 14' տրամագիծ եւ 11 բարձրութիւն ունի. որչափ □' թիթեղ պէտք է։

43. Ծխանի փող մը 13' երկայնութիւն եւ 5'' տրամագիծ ունի. որչափ □' թիթեղ պէտք եղած է։

297. 44. Երկրագնդի մը տրամագիծը 16'' է, ուրիշ երկրագնդի մ'ալ տրամագիծը 12' է. որչափ □'' թուղթ հարկաւոր է երկու գունդին վրայ ալ անցընելու։

45. Ուղիղ գլան մը 10'' տրամագծով խարիսխ երես մ'ունի եւ 8'' բարձրութիւն. ուրիշ գլան մ'ալ մինակ 5'' բարձրութիւն ունի եւ առջի գլանին հաւասար վերարկուի երես ունի, որչափ է վերջինին խարիսխի երեսին տրամագիծը։

46. 1' 2'' երկայնութեամբ կող ունեցող քուէաձեւ

տուփի մը վրայ գոյնզգոյն թուղթ անցընել կ'ուզենք. որչափ թերթ թուղթ հարկաւոր է, թէ որ ամէն մէկ թերթը 1' 6'' երկայնութիւն եւ 1' 4' լայնութիւն ունի։

47. Գունդի մը տրամագիծն 8'' է, նոյնչափ է քուէի մը կողմն ալ. գունդին մակերեւոյթը քուէին մակերեւութէն որչափ պզտիկ է։

48. Ինչ կ'արժէ խուփով մէկտեղ սնտուկ մը շինելը, որն որ 8' երկայնութիւն, 5' լայնութիւն եւ 3' բարձրութիւն պիտ'որ ունենայ, թէ որ 1□'ի վրայ 5 սանդիմ հաշուենք։

49. Աշտարակի մը տանիքը չորս երեսով պիրամիդի մը ձեւ ունի, խարսխի երեսին կողը 13', եւ կողմնական կողը 15' է. արդ՝ թէ որ աս տանիքը թիթեղով պատելը 420 ֆիորին կ'արժէ, ամէն մէկ □'ին ինչչափ կու գայ։

50. 2'' հաստութիւն ունեցող գլանաձեւ խողովակի մը ներքին տրամագիծը 7'' է, եւ բարձրութիւնը 8'. որչափ է ասոր ներքին եւ արտաքին վերարկածները։

51. Գունդի մը տրամագիծը 1' 4'' է. որչափ պիտ'որ ըլլայ երկրորդ գունդի մը տրամագիծը, որուն մակերեւոյթը առջի գունդին մակերեւութին կրկինն է։

52. Ջրհոր մը 5' բացութիւն եւ 28' խորութիւն ունի. աս ջրհորին կ'ուզենք 1' հաստութեամբ պատ շինել 1' երկայնութիւն, 6'' լայնութիւն եւ 2'' հաստութիւն ունեցող աղիւսներով. որչափ աղիւս պէտք է։

53. Երկու գունդ կայ, ասոնցմէ մէկը 8'', եւ մէկալը 5' տրամագիծ ունի. ինչ տրամագիծ պէտք է տալ ուրիշ երրորդ գունդի մը՝ որուն մակերեւոյթը մէկալ երկու գունդերուն մակերեւոյթներուն գումարին հաւասար ըլլայ։

54. Ուղիղ կոն մը 5′ տրամագիծ եւ 4′ բարձրութիւն ունի. ո՞րչափ պիտ՚որ ըլլայ անանկ գունդի մը տրամագիծը, որն որ ան կոնին մակերեւութին հաւասար մակերեւոյթ ունի։

55. Արծաթի բաժակ մը՝ որն որ 5″ խորութիւն ունի, եւ վերը 4.2″, վարը 2.6″ բացութիւն ունի. կ՚ուզենք ներսէն ոսկեզօծել. ո՞րչափ պիտ՚որ արժէ՝ թէ որ ամէն մէկ քառակուսի մատնաչափին 34 սանդիմ վճարենք։

56. Աշտարակի մը բրգաձեւ չորս երեսով տանիքը ծածկելու քանի սալաքար պէտք է, տանիքին վարի դին 10′ 8″ եւ կողմնական կողը 18′ 5″ ըլլալով, թէ որ սալաքարին մէկ կտորը 1′ 2″ երկայնութիւն եւ 8″ լայնութիւն ունի, եւ ամէն մէկ կտորը $1\frac{1}{2}$″ վրայէ վրայ պիտ՚որ գրուին։

57. 2′ 8″ տրամագծով գունդ մը ոսկեզօծել կ՚ուզենք. ո՞րչափ 2″ երկայնութիւն եւ $1\frac{3}{4}$″ լայնութիւն ունեցող ոսկի թիթեղիկներ պէտք են, թէ կորուսելքին համար $^{0}/_{0}$ին 6 վրան աւելցընենք։

58. Որմի մը մէջ շինուած պահարան մը վերի կողմանէ քառորդ գունդի ձեւով կամարով մը պիտ՚որ գոցուի. պահարանը մինչեւ քառորդ գունդին շրջապատը կէս գլան մը կը կազմէ 2′ կէս տրամագծով եւ 6′ բարձրութեամբ. ո՞րչափ է պահարանին մակերեւոյթը։

Ժ․ ՄԱՐՄՆՈՑ ԽՈՐԱՆԱՐԴ ՉԱՓԸ

1. Մեկնութիւններ:

298. Մարմնոյ մը երեսներուն մէջ փակուած միջոցը ծաւալ կ'ըսուի: Ծաւալը գտնելու կամ որոշելու համար ծանօթ մարմին մը իբրեւ չափոյ միութիւն կ'առնուի եւ կը փնտռուի՝ թէ աս իբրեւ միութիւն առնուած մարմինը չափելի մարմնոյն մէջ քանի՛ անգամ կայ:

Մարմնոյ չափոյ միութիւն ըլլալու ամենէն յարմարն է քուէն կամ խորանարդը: Քուէ մը՝ որուն կողմը 1 մատնաչափ է, խորանարդ չափ կ'ըսուի: Ուստի ի՛նչ կը նշանակէ խորանարդ ոտնաչափ մը կամ խորանարդ յարդաչափ մը, խորանարդ մղոն մը:

Խորանարդ ոտնաչափը եւ խորանարդ մատնաչափը յարմար կաղապարներով զգալի ընելու է:

Արդ՝ մարմնոյ մը չափը գտնելը յայսմ կը կայանայ՝ որ մարդ իմանայ՝ թէ մարմինը ո՛րչափ խորանարդ ձողաչափ, խորանարդ ոտնաչափ, խորանարդ մատնաչափ կը պարունակէ, եւ եթէ խոշոր մարմիններու երեսը չափել պէտք կ'ըլլայ, իմանայ թէ մարմինը ո՛րչափ խորանարդ մղոն կը պարունակէ: Անոր համար՝ մարմնոյ չափը մարմնոյն խորանարդ չափն ալ կ'ըսուի:

Օրինակի համար՝ դպրոցին միջոցը չափել ուզելու ըլլանք, այնչափ անգամ պէտք է խորանարդ ձողաչափը քովէ քով եւ վրայէ վրայ դնել, որչափ անգամ որ խորանարդ ձողաչափէն տեղը կ'առնու. եթէ մնացորդ մը կը մնայ՝ որն որ փոքր ըլլայ, ան ատեն նոյն մնացորդին վրայ խորանարդ ոտնաչափ մը այնչափ անգամ պէտք է կրկնել որչափ որ կարելի է. թէ որ դեռ մնացորդ մը մնայ, ան ատեն նոյնը պէտք կ'ըլլայ խորանարդ մատնաչափով մը չափել: Ասանկով կրնար մարդ իմանալ թէ դպրոցին մի-

Ջուր որչափ խորանարդ ծողաչափ, որչափ խորանարդ ոտ-նաչափ եւ որչափ խորանարդ մատնաչափ կը պարունակէ։ Բայց ասանկ անմիջական կերպով մարմինները չափելը շատ երկայն կ'ըլլայ եւ շատ քիչ անգամ կ'ըլլայ՝ որ կարող ըլլայ գործադրուիլ. ուստի ինչպէս երեսներուն չափը գտնելու համար, նոյնպէս մարմնոց չափն ալ գտնելու համար միջնորդական գործողութեան մը կը դիմենք, անանկ որ պարզ եզրակացութիւններով նախադասութիւններ յառաջ կը բերենք, որոնցմէ մարմնոյ մը մեծութիւնը յայտնի կերպով որոշող գծերուն եւ երեսներուն չափերէն, հաշուով մը խորանարդ չափը կը գտնուի։

2. Սղոցածի մը խորանարդ չափը։

299. Թէ որ փայտէ կամ խաւաթերթէ 8 խորանարդ մատնաչափ առնունք եւ անոնցմէ 4 խորանարդ մատնաչափը անանկ իրարու քով դնենք՝ որ քառակուսի երես մը գոյենք եւ ճիշդ նոյներուն վրայ մէկալ 4 խորանարդ մատնաչափերը դնենք, ան ատեն քուէ մը կ'ելլէ՝ որուն կողմը 2 մատնաչափ է։ Ուստի ասանկ քուէ մը իրեն մէջ 8 անգամ խորանարդ մատնաչափ մը կը բովանդակէ, անոր համար իրեն խորանարդ չափը 8 խորանարդ մատնաչափ է։

Թէ որ 3 մատնաչափ կողմով քուէ մը դիտելու ըլլանք, կը տեսնենք որ իրեն խարսխի երեսը $3 \times 3 = 9$ խորանարդ մատնաչափ կը բովանդակէ։ Ուրեմն խարսխի երեսին վրայ քանի՞ խորանարդ մատնաչափ իրարու քով կրնան դրուիլ։ Քանի՞ հատ ասանկ 9 խորանարդ մատնաչափերու շարք քուէին բոլոր երկայնութեանը վրայէ վրայ կրնան դրուիլ։ Ուրեմն քուէին խորանարդ չափն է $9 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ խորանարդ մատնաչափ։

Թէ որ քուէի մը կողմը 4 ոտնաչափ է, ան ատեն խարսխի երեսին վրայ 4 × 4 = 16 խորանարդ ոտնաչափ կրնայ դրուիլ, եւ այս քուպին բոլոր երկայնութեանը 4 հատ ասանկ ամէն մէկը 16 խորանարդ ոտնաչափով շարք վրայէ վրայ դիզուած են։ Ուրեմն այս քուպին խորանարդ չափն է 16 × 4 = 4 × 4 × 4 = 64 խորանարդ ոտնաչափ։

5 ձողաչափ կողմով քուպի մը մէջ՝ խորանարդ ձողաչափ մը քանի՞ անգամ կը բովանդակի։

Ուրեմն՝ քանի՛ անգամ մարմնոյ միութիւնը քանի մը մէջ գտնուած ըլլալը ցուցնող թիւը կը գտնուի՝ թէ որ երեք անգամ իրարու առնելէ կրկնենք այն թիւը՝ որն որ երկայնութեան միութիւնը գծի մը վրայ քանի՛ անգամ ըլլալը կը ցուցնէ։

Անոր համար՝ թիւ մը երեք անգամ իրարու առնելէ կրկնելն ուրիշ բան չէ, բայց եթէ այս թիւը խորանարդէ (կամ քուպէ) հանել։

Նախընթաց վարդապետութիւնը համարակօրէն ասանկ կը համառօտուի։

Քուպէի մը խորանարդ չափը կը գտնուի՝ թէ որ կողէրուն մէկը խորանարդի հանենք։

Թէ որ խորանարդի համար կողերնիս մատնաչափով, ոտնաչափով կամ ձողաչափով բացատրած ենք, հարկաւ իրբեւ խորանարդ չափ ելած թիւն ալ՝ խորանարդ մատնաչափ, խորանարդ ոտնաչափ, խորանարդ ձողաչափ կը նշանակէ։

300. Որովհետեւ խորանարդ ձողաչափի մը վրայ ամէն մէկ կողմը 6 ոտնաչափ է, անոր համար ասանկ պիտ՚որ ըլլայ։

1 խորանարդ° = 6 × 6 × 6 = 216 խորանարդ'

Ասանկ ալ՝

1 խորանարդ' = 12 × 12 × 12 = 1728 խորանարդ',

1 խորանարդ″ $= 12 \times 12 \times 12 = 1728$ խորանարդ‴

1 խորանարդ մղոն $= 4000 \times 4000 \times 4000$

$= 64\,000\,000\,000$ խորանարդ⁰։

Թէ որ կողմի մը երկայնութիւնը ցուցընող ծանօթ թիւը շատ մասունք ունի, պէտք է աս թիւը նախ կամ ամենէն բարձր եւ կամ ամենէն ստորին անուանակոչութեանը վերածել եւ ետքը խորանարդի հանել։

Օրինակի համար՝ քուէի մը խորանարդ չափը ո՞րչափ է, թէ որ կողմը 1⁰, 2′ 8″ է։

$1^0\, 2'\, 8'' = 8'\, 8'' = 104''$

104×104

416

10816×104

43264

1124864 խորանարդ″ : 1728

8806 — 650 խորան.′ : 216

1664 խորան.″ — 2 խորան.′ — 3 խորան.⁰

խորանարդ չափը $= 3$ խոր.⁰ 2 խոր.′ 1664 խոր.⁰

301. Թէ որ ասոր հակառակ քուէի մը խորանարդ չափէն կ՚ուզենք մէկ կողման երկայնութիւնը գտնել, ուրիշ բան պէտք չէ, բայց եթէ ան թիւը գտնել՝ զոր որ երեք անգամ իբրեւ առնելի կրկնելով խորանարդ չափը կու տայ, այսինքն ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ ծանօթ խորանարդ չափէն խորանարդ արմատ հանել։

Օրինակի համար՝ դնենք որ քուէի մը խորանարդ չափը 2 խորանարդ⁰ 45 խորանարդ′, ո՞րչափ է մէկ կողին երկայնութիւնը։

2 խորանարդ⁰ 45 խորանարդ′ $=$ 477 խորանարդ′

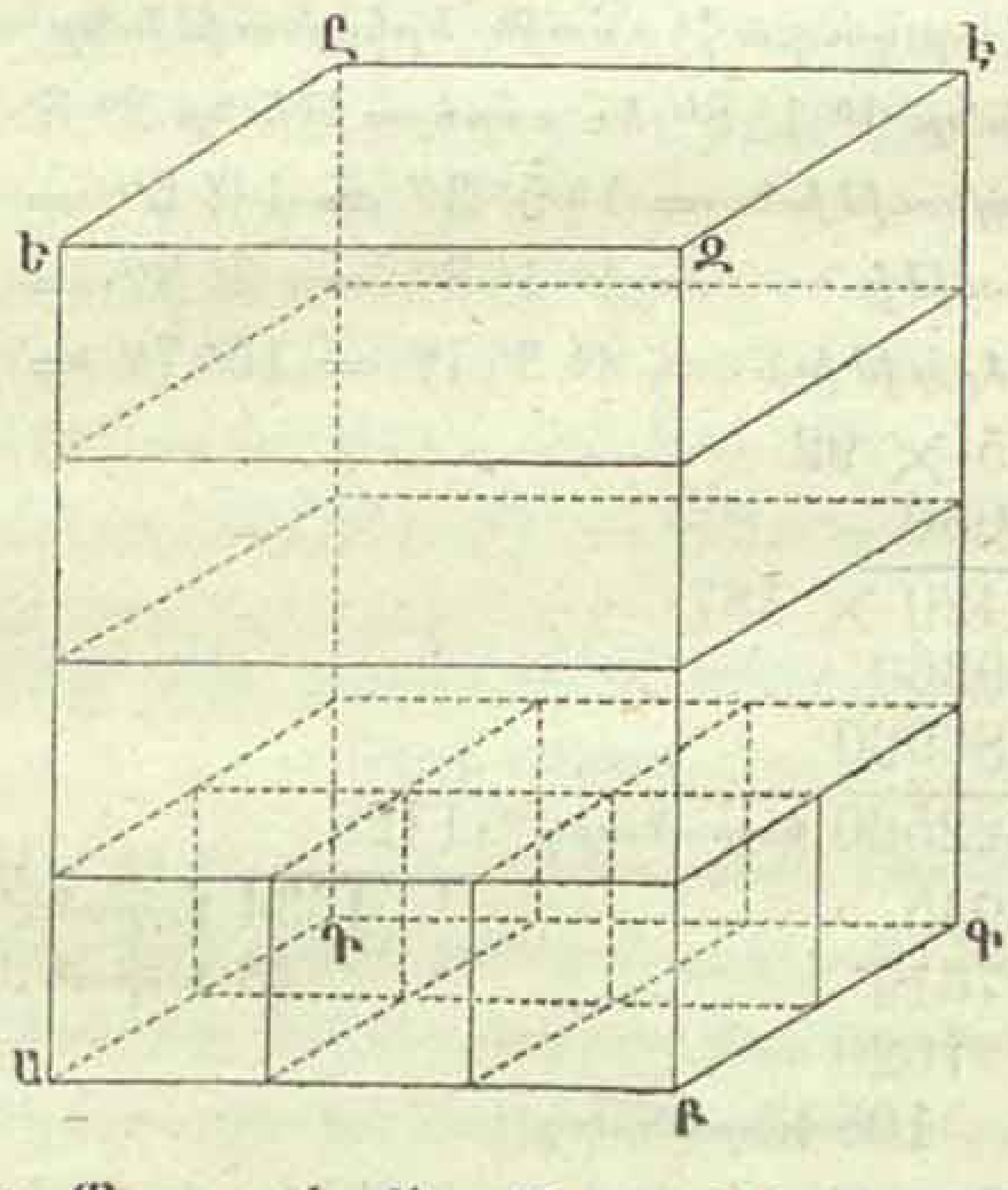
$\sqrt[3]{477} = 7\;813' = 1^0\, 1'\, 9.8''$ կողին երկայնութիւն։

302. Թէ որ հարթ երեսի մը վրայ փայտէ կամ

խաւաթերթէ 4 խորանարդ մատնաչափ իրարու քով դնելու ըլլանք եւ աս քուէներուն վրայ դարձեալ երկու անգամ 4 խորանարդ մատնաչափ, ան ատեն աս 12 խորանարդ մատնաչափերն ուղղանկիւն զուգահեռուտն մը կ'երեւցընեն՝ որուն խարսխի երեսը 4 քառակուսի մատնաչափ եւ բարձրութիւնը 3 մատնաչափ է: Ուստի թէ որ ուղղանկիւն զուգահեռուտն մ'ըլլայ 4□'' խարսխի երեսով եւ 3'' բարձրութեամբ, խորանարդ չափը = 12 խորանարդ'' է։

Արդ՝ ըսենք որ (Ձեւ 261) ուղղանկիւն զուգահե-

Ձեւ 261.



ռուտին մարմնոյ չափը կ'ուզենք գտնել, որուն մէջ երկայնութիւնն ԱԲ = 3' է, լայնութիւնն ԱԳ = 2' եւ բարձրութիւնն ԱԵ = 4' է։ Եւ որովհետեւ խարսխի երեսը 3 × 2 = 6□' կը բովանդակէ, անոր համար ան 6 խորանարդը՝ 4 անգամ վրայէ վրայ կրնայ դրուիլ. ուրեմն զուգահեռանիստին խորանարդ չափը $6 \times 4 = 3 \times 2 \times 4 = 24$ խորանարդ է։

Ըս կերպով գտիր ուղղանկիւն զուգահեռանիստի մը մարմնոյ չափը, որուն մէջ՝

Ա. Երկայնութիւնը $4''$, լայնութիւնը $3''$, բարձրութ. $5''$

Բ. Երկայնութիւնը $7'$, լայնութիւնը $2'$, բարձրութիւնը $6'$

Գ. Երկայնութիւնը 3^{0}, լայնութիւնը 6^{0}, բարձրութ. 2^{0} է։

Ուստի՝ ուղղանկիւն զուգահեռանիստի մը խորանարդ չափը գտնելու համար՝ պէտք է երկայնութիւնը, լայնութիւնն ու բարձրութիւնն իրարու հետ բազմապատկել, կամ որ նոյն է, խարսխի երեսը բարձրութեան հետ բազմապատկել։

Որչափ է ուղղանկիւն զուգահեռանիստի մը մարմնոյ չափը թէ որ զուգահեռանիստին երկայնութիւնը $1^{0}\ 5'\ 3''$, լայնութիւնը $1^{0}\ 1'\ 8''$ եւ բարձրութիւնը $2^{0}\ 3'\ 7''$ է։

Երկայնութիւն $= 1^{0}\ 5'\ 3'' = 11'\ 3'' = 135''$

Լայնութիւն $= 1^{0}\ 1'\ 8'' = 7'\ 8'' = 92''$

Բարձրութիւն $= 2^{0}\ 3'\ 7'' = 15'\ 7'' = 187''$

135×92

1080

12420 $\times$ 187

99360

86960

2322560 խորանարդ″ : 1728

5945   1334 խորան.′ : 216

7614   48 խորան.′   6 խոր°.

7020

108 խորանարդ″

Մարմնոյ չափ՝ 6 խոր°. 48 խոր′. 108 խոր″.

303. Թէ որ ողացած մը խարսխի երեսին հետ զուգահեռական հարթ երեսով մը կտրուելու ըլլայ, կտրուածքը որ եւ իցէ բարձրութեան մէջ խարսխի երեսին հետ պատշաճական է։ Ուստի թէ որ երկու ողացած

հաւասար (թէ եւ ոչ պատշաճական) խարսխի երեսներ ունենան, հարկաւ երկուքն ալ որ եւ իցէ բարձրութեան մէջ մի եւ նոյն կտրուածքի մեծութիւն կամ հաւասարութիւն պիտ՚որ ունենան. ուստի թէ որ նոյն բարձրութիւնն ալ ունենալու ըլլան հաւասար միջոց կը բռնեն։

Ուրեմն՝ երկու ալոցած՝ որոնք հաւասար խարսխի երես եւ հաւասար բարձրութիւն ունին, հաւասար ալ մեծութիւն (կամ տարողութիւն) ունին։

Ասկից կը հետեւի՝ թէ որ եւ իցէ ալոցած՝ հաւասար խարսխի երեսով եւ բարձրութեամբ ուղղանկիւն զուգահեռոտի մը հաւասար խորանարդ չափ ունի։ Բայց վերջնոյն մարմնոյ չափը՝ խարսխի երեսին եւ բարձրութեան արդիւնքին հաւասար է. ուստի՝ **որ եւ իցէ յեռանեցող ալոցածի մը խորանարդ չափը բարձրութեան հետ բազմապատկուած խարսխի երեսին հաւասար է։**

Ո՞րչափ է ալոցածի մը խորանարդ չափը, թէ որ խարսխի երեսը 25□' 64□'' *եւ բարձրութիւնը* 4' 8'' *է։*

25□' 64□'' = 3664□''. 4' 8'' = 56''

3664 × 56 = 205184 խոր.'' = 118 խոր.' 1280 խոր.''

3. Պիրամիդի մը եւ յապաւեալ պիրամիդի մը խորանարդ չափը։

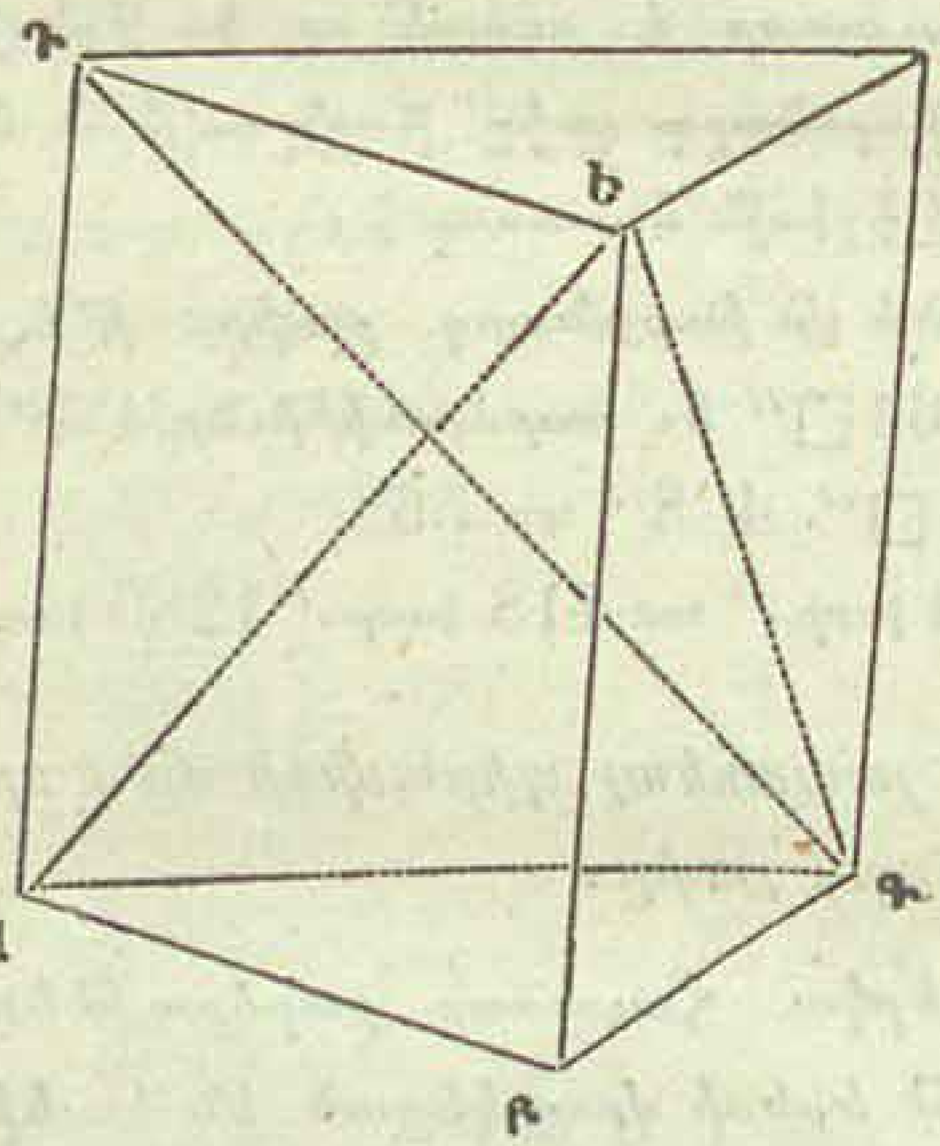
304. **Թէ** *որ երկու հաւասար բարձրութեամբ պիրամիդներ նոյն հարթ երեսի վրայ կեցած են եւ եթէ նոյները խարսխի երեսներուն զուգահեռական հարթ երեսով կտրելու ըլլանք, հարկաւ հատման ձեւերը խարսխի երեսներուն նման պիտ՚որ ըլլան եւ նոյներուն անանկ պիտ՚որ համեմատին, ինչպէս հատման հարթ երեսին ծայրէն ունեցած հեռաւորութեան քառակուսին կը համեմատի հասարակաց բարձրութեան քառակուսւոյն։ Արդ՝ թէ որ երկու պիրամիդներուն խարսխի երեսները*

իրարու հաւասար են, հաւասար են նաեւ երկու հատուածները։ Ասկէ կը հետեւի՝ որ երկու պիրամիդները որոնք հաւասար խարսխի երես եւ մի եւ նոյն բարձրութիւն ունին, դէպ ի ծայրն միօրինակ կը նուազին, այսինքն թէ՝ որ եւ իցէ հաւասար բարձրութեան մէջ՝ հաւասար ալ ընդարձակութիւն ունին, ուստի եւ հաւասար միջոցներ կը պարունակեն։

Ուրեմն՝ երկու պիրամիդք՝ որոնք հաւասար խարսխի երես եւ հաւասար բարձրութիւն ունին, հաւասար ալ մեծութեան քանակութիւն ունին։

306. Դնենք՝ որ ԱԲԳԴԵԶ (Ձեւ 262) երեքկողեան սղոցած մըն է։ Թէ որ նոյնը ԱԵԳ հարթ երեսով կտրելու ըլլանք, ան ատեն ԵԱԲԳ երեքկողեան պիրամիդի մը եւ ԵԱԳԶԴ չորեքկողեան պիրամիդի մը կը բաժնուի։ Վերջինը՝ ԳԵԶ հարթ երեսով նորէն երկու

Ձեւ 262.



ԵԱԳԴ եւ ԵԳԴԶ երեքկողեան պիրամիդներու կը բաժնուի, անանկ՝ որ երեքկողեան սղոցածը երեք երեքկողեան պիրամիդներէ բաղադրուած կ՚երեւայ։ Արդ՝ կրնայ ցուցուիլ՝ որ աս երեք պիրամիդներն իրարու հաւասար են։ Այսինքն՝ ԵԱԳԴ եւ ԵԳԴԶ պիրամիդները ԱԳԴ եւ ԳԴԶ հաւասար խարսխի երեսներ ունին, որոնք նոյն հարթ երեսին վրայ կեցած են եւ մի եւ նոյն է գագաթն, ուստի եւ մի եւ նոյն բարձրութիւնն ունին. հետեւապէս՝ հաւասար մեծութիւն (քանակութիւն) ունին: Նոյն կերպով նաեւ ԵԱԳԴ եւ ԵԱԲԳ պիրամիդներուն վրայ՝ Գին վրայ եղած ծայրը կրնայ առնուիլ, եւ անտեն ԵԱԲ եւ ԵԱԳ խարսխի երեսները մի եւ նոյն հարթ երեսի վրայ կը կենան եւ իրարու հաւասար են. անոր համար երկու պիրամիդներն ալ միանգամայն հաւասար խարսխի երես եւ մի եւ նոյն բարձրութիւն ունին, ուստի եւ իրարու հաւասար են: Ասանկով երեք պիրամիդներն ալ իրարու հաւասար են եւ անոր համար՝ ԵԱԲԳ **եռանկիւնեան պիրամիդը՝ ԱԲԳԴԵԶ պրիզմային երեք մասին մէկն է՝ որն որ պիրամիդին խարսխի երեսին եւ բարձրութեան հաւասար խարսխի երես եւ բարձրութիւն ունի:**

Արդ՝ որովհետեւ պրիզմայի մը խորանարդ չափը խարսխի երեսին եւ բարձրութեան արդիւնքին հաւասար է, անոր համար ալ **եռանկիւնեան պիրամիդի մը խորանարդ չափը հաւասար է խարսխի երեսին եւ բարձրութեան երրորդ մասին արդեանցը:**

Եւ որովհետեւ որ եւ իցէ **բազմանկիւնեան պիրամիդ** հաւասար խարսխի երեսով եւ բարձրութեամբ երեքկողեան պիրամիդի մը կրնայ փոխուիլ, անոր համար՝ ընդհանրապէս կ'արժէ աս հետեւեալ նախադասութիւնը թէ.

Պիրամիդի մը խորանարդ չափը կը գտնուի՝ թէ որ խարսխի երեսը բարձրութեան երրորդ մասին հետ բազմապատկուի:

Օրինակի համար՝ գտնենք որ պիրամիդի մը խարսխի երեսը 3□′ 87□″, եւ բարձրութիւնը 4′ 9″ ըլլայ. որչափ է խորանարդ չափը:

$$3\square' \, 87\square'' = 519\square''. \quad 4' \, 9'' = 57''$$

$$519 \times \tfrac{57}{3} = 9861 \text{ խոր.}'' = 5 \text{ խոր.}' \, 1221 \text{ խոր.}''$$

306. **Յապաւեալ** պիրամիդի մը խորանարդ չափը գտնելու համար՝ պէտք է երկու պիրամիդներուն մար-

մնոյ չափը գտնել՝ որոնց որ տարբերութիւնն է ան յապաւեալ պիրամիտը եւ պէտք է փոքրագոյն պիրամիտին չափը մեծագոյն պիրամիտին չափէն հանել:

Օրինակի համար՝ թէ որ յապաւեալ պիրամիտի մը խարսխի երեսները քառակուսիներ են եւ վարի խարսխի երեսին մէկ կողը 2՛ 5՛՛, վերի խարսխի երեսին մէկ կողը 1՛ 9՛՛, եւ բարձրութիւնն 2՛ է. որչափ է մարմնոյ չափը:

մեծ պիրամիտ

խարսխի երես $= 29^2 = 841 \square''$

Բարձրութիւն $= \frac{24}{29-21} \times 29 = 87''$

Խորանարդ չափ $= 841 \times \frac{87}{3} = 24389$ խոր.''

փոքր պիրամիտ

խարսխի երես $= 21^2 = 441 \square''$

Բարձրութիւն $= \frac{24}{29-21} \times 21 = 63''$

Խորանարդ չափ $= 441 \times \frac{63}{3} = 9261$ խոր.''

Յապաւեալ պիրամիտին մարմնոյ չափը $= 15128$ խոր.''

$= 8$ խոր.՛ 1304 խոր.''

4. Կանոնաւոր մարմնոյ մը խորանարդ չափը:

307. Որովհետեւ վեցանիստն՝ իբրեւ քուէ կը հաշուըւի եւ չորեքնիստն՝ իբրեւ պիրամիտ, անոր համար հոս ուրիշ բանի վրայ պէտք չըլլար խօսելու՝ բայց եթէ Ութնանիստին, Քսանանիստին եւ Երկոտասանանիստին խորանարդ չափը գտնելու կերպին վրայ: Այս երեք մարմիններէն ամէն մէկը կրնայ պատշաճական պիրամիտներու բաժնուիլ՝ որոնց խարսխի երեսները մարմինը գոցող հարթ երեսներն են եւ իրենց հասարակաց գագաթը բոլոր մարմինը գոցող հարթ երեսներէն հաւասարապէս հեռու է. ուրեմն սանկ պիրամիտի մը բարձրութիւնը կանոնաւոր մարմնոյն երկու դիմացէ դիմաց կեցող հարթ երեսներուն կէս հեռաւորութիւնն է:

Օրինակի համար՝ դնենք որ քսանանիստի մը կողը 4″ ըլլայ, եւ երկու դիմացէ դիմաց կեցող հարթ երեսներուն հեռաւորութիւնը 6.04″ ըլլայ. որչափ է մարմնոյ չափը:

Հարթ երես մը = 6.8□″
Մասնական պիրամիդի բարձրութիւնը = 3.02″
„ „ մարմնոյ չափը = 6.847 խոր.″
Քսանանիստի մը մարմնոյ չափը = 137 խոր.″

5. Գլանի մը խորանարդ չափը:

308. Որովհետեւ գլան մը կրնանք ողոյած մը սեպել՝ որուն խարսխի երեսներն անթիւ բազմութեամբ կողմերէ շինուած կանոնաւոր բազմանկիւններ ըլլան, անոր համար 303ին նայելով կ'արժէ աս հետեւեալ նախադասութիւնը.

Գլանի մը խորանարդ չափը՝ բարձրութեան հետ բազմապատկուած խարսխի երեսին հաւասար է:

Օրինակի համար՝ թէ որ գլանի մը բարձրութիւնը 7″ եւ խարսխի երեսին ճառագայթը 6″ է, ան ատեն աս կ'ըլլէ:

Խարսխի երես $= 6^2 \times 3.1416 = 113.0976$□″
Խորանարդ չափը $= 113.0976 \times 7 = 7916.832$ խոր.″

309. **Գլանաձեւ խողովակի** մը մարմնոյ չափը գտնելու համար՝ պէտք է երկու գլաններուն խորանարդ չափը գտնել՝ որոնց փոքրագոյնը մեծագունին մէջն է, եւ ետքը փոքրագոյն գլանին խորանարդ չափը մեծագունին խորանարդ չափէն հանել:

Օրինակի համար՝ գլանաձեւ խողովակ մը 2″ հաստութիւն ունի եւ մէջի միջոցը 8″ ընդարձակութիւն ունի. որչափ է խորանարդ չափը՝ թէ որ երկայնութիւնը 40″ է:

Մեծագոյն գլան.

Խարսխի երես $= 6^2 \times 3.1416 = 113.0976$ □″

Խորանարդ չափ $= 113.0976 \times 40 = 4523.904$ խոր.″

Փոքրագոյն գլան.

Խարսխի երես $= 4^2 \times 3.1416 = 50.2556$ □″

Խորանարդ չափ $= 50.2556 \times 40 = 2010.224$ խոր.″

Գլանաձեւ խողովակին խորանարդ չափը = 2513.68 խոր.″

= 1 խ.′ 786 խոր.″

310. Տակառները գլանի նման ձեւ մ'ունին, այս տարբերութեամբ որ տակառները ամէն կողմ մի եւ նոյն ընդարձակութիւն չունին, մէջ տեղը փորը դուրս ելած կ'ըլլայ եւ հոն մեծագոյն հատման երես մ'ունին քան թէ երկու յատակի երեսները։ Տակառի մը միջնորդական չափը գտնելու համար, պէտք է անանկ գլանի մը չափը գտնել՝ որուն բարձրութիւնը տակառին երկայնութեանը հաւասար է եւ խարսխի երեսը տակառին խարսխի երեսին եւ փորի երեսին կէս գումարին հաւասար է։

Օրինակի համար՝ ո՞րչափ է 4′ երկայնութիւն ունեցող տակառի մը չափը՝ թէ որ յատակին տրամագիծը 2′ 4″ է, եւ փորինը 2′ 10″։

Խարսխի երեսը = 615.7536 □″
Փորի երեսը = 1017.8784 ,,
1633.632
Միջին գլանին խարսխի երեսը = 816.816 □″
Տակառին խորանարդ չափը = $816.816 \times 48 = 39207$
= 22 խոր.′ 1191 խոր.″

6. Կոնի մը եւ յապաւեալ կոնի մը խորանարդ չափը։

311. Պիրամիդի մարմնոյ չափոյն համար յառաջ բերուած նախադասութիւնը՝ կոնի համար ալ կ'արժէ, որովհետեւ կրնանք կոնը պիրամիդ մը սեպել՝ որուն

խարսխի երեսը անբաւ բազմութեամբ կողմերով կանոնաւոր բազմանկիւն մ'եղած ըլլայ :

Ուրեմն՝ կոնի մը խորանարդ չափը՝ բարձրութեան երրորդ մասին հետ բազմապատկուած խարսխի երեսին հաւասար է :

Օրինակի համար՝ թէ որ կոնին խարսխի երեսը 7'' է, եւ բարձրութիւնը 6'', ատանկ կ'ըլլայ ·

Խարսխի բարձրութիւն $= 7^2 \times 3.14 = 153.86\square''$

Կոնին խորանարդ չափը $= 153.86 \times \frac{6}{3} = 307.72$ խոր.''

312. Յապաւեալ կոնի մը խորանարդ չափը կը գտնուի՝ թէ որ անոր երկու կոներուն մարմնոյ չափը գտնենք՝ որոնց որ տարբերութիւնն է յապաւեալ կոնը եւ իրարմէ հանենք :

Օրինակի համար՝ ո՞րչափ է յապաւեալ կոնի մը մարմնոյ չափը՝ թէ որ բարձրութիւնը 3' 6'' է եւ խարըսխի երեսներուն տրամագծերը 5' եւ 4' է :

մեծ կոն.

Խարսխի երեսը $= 2.5^2 \times 3.14 = 19.625\square'$

Բարձրութիւնը $= \frac{3.5}{2.5-2} \times 2.5 = 17.5'$

Մարմնոյ չափը $= 19.625 \times \frac{17.5}{3} = 114.479$ խոր.'

փոքր կոն.

Խարսխի երես $= 2^2 \times 3.14 = 12.56\square'$

Բարձրութիւն $= \frac{3.5}{2.5-2} \times 2 = 14'$

Մարմնոյ չափ $= 12.56 \times \frac{14}{3} = 58.613$ խոր.'

Յապաւեալ կոնին խորանարդ չափը $= 55.866$ խոր.'

7. Գունդի մը խորանարդ չափը :

313. Թէ որ գունդի մը կեդրոնէն անթիւ բազմութեամբ հարթ երեսներ դնելու ըլլանք, այն ատեն գունդը անբաւ բազմութեամբ պիրամիդի պէս մարմիններու կը բաժնուի՝ որոնք այնչափ աւելի պիրամիդի կը մօտե-

նան՝ որչափ որ գունդին մակերեւութին կտորները՝ որոնք անոնց խարսխի երեսի տեղ են, փոքրագոյն են: Կրնանք գունդին կէս տրամագիծը կամ ճառագայթը՝ ասանկ անսահմանապէս փոքր խարսխի երեսով պիրամիդին բարձրութիւնը սեպել: Աս ամէն պիրամիդներուն՝ որոնք ամէնը մէկէն գունդը կը կազմեն, մարմնոյ չափը կը գտնենք՝ թէ որ ամէն մէկ խարսխի երեսը՝ հասարակաց բարձրութեան՝ այսինքն գունդին կէս տրամագծին երրորդ մասին հետ բազմապատկենք, եւ արդիւնքները գումար ընենք. եւ կամ աւելի համառօտ՝ թէ որ անմիջապէս բոլոր խարսխի երեսները գումար ընենք, որով գունդին մակերեւոյթը երեւան կ'ելլէ, եւ ետքէն աս գումարը գունդին կէս տրամագծին երրորդ մասին հետ բազմապատկենք:

Ուրեմն՝ գունդի մը մարմնոյ չափը մակերեւոյթին եւ կէս տրամագծին երրորդ մասին արդիւնքին հաւասար է:

Օրինակի համար՝ թէ որ 10'' տրամագծով գունդի մը մակերեւոյթը $= 4 \times 5^2 \times 3.14 = 314\square''$ է, ուստի եւ մարմնոյ չափն է $= 314 \times \frac{5}{3} = 523.33$ խոր.''

314. Թէ որ ընդհանրապէս տ գունդի մը կէս տրամագիծն կամ ճառագայթն է եւ մ մարմնոյ չափը, ան ատեն գունդին մակերեւոյթը $= 4$ տ$^2 \pi$, ուստի եւ

$$մ = 4տ^2\pi \times \frac{տ}{3},\ կամ\ մ = \frac{4}{3}\pi \times տ^3$$

Ասոր համար՝ գունդի մը մարմնոյ չափը նաեւ ան ատեն կը գտնուի՝ երբ որ կէս տրամագծին խորանարդը Լուդոլֆեան թուոյն $\frac{4}{3}$ին հետ բազմապատկենք:

Թէ որ ճ ուրիշ երկրորդ գունդի մը կէս տրամագիծը կը ցուցընէ եւ Մ նոյնին խորանարդ չափը, ան ատեն ասանկ կ'ելլէ $Մ = \frac{4}{3}\pi \times ճ^3$,

եւ ասկից կը հետեւի՝ $մ : Մ = տ^3 : ճ^3$

այսինքն՝ Երկու գունդերու մարմնոյ չափերն իրարու այն-

պէս կը համեմատին՝ ինչպէս անոնց կէս տրամագծերուն երրորդ կարողութիւնները:

315. Թէ որ գնդի մը մարմնոյ չափը կը ճանչնանք եւ անոր կէս տրամագիծը գտնել կ'ուզենք, ալ ուրիշ բան պէտք չէ բայց եթէ մարմնոյ չափը Լուդոլփեան թուոյն $\frac{4}{3}$ովը բաժնել, քանորդը կէս տրամագծին խորանարդը կը ցուցնէ. թէ որ աս քանորդէն խորանարդ արմատ հանուի, անմիջապէս կէս տրամագիծը կ'ունենանք:

Օրինակի համար՝ որչափ է գունդի մը կէս տրամագիծը, թէ որ 5 խոր.' չափ ունի:

$$3.14 \times \tfrac{4}{3} = 4.19 \cdot \quad 5 : 4.19 = 1.193$$

$$\sqrt[3]{1.193} = 1.04' \text{ կէս տրամագիծ:}$$

8. *Խորանարդ չափը հաշուելուն զանազան կերպերը:*

316. Քանի մը՝ մանաւանդ բոլորովին անկանոն մարմնոյ ծաւալին մէջի չափը գտնելու համար՝ մինակ երկրաչափական գործողութիւնը բաւական չէ, ուրիշ հաշիւներու ալ դիմելու հարկ կ'ըլլայ:

Շատ պարզ կերպով մը կրնանք ուզած մարմիններուս խորանարդ չափին իմանալ ուղղաձիգ ջեռով կամ փլանոյշ ամանի մը ջեռօք, անանկ ամանի մը՝ որուն խարսխի երեսը ծանօթ է եւ որուն ներսի կողման կամ պատին վրայ բարձրութեանը երկայնութեամբ մատնաչափի եւ գծաչափերու բաժնուած չափիչ գործիք մը կայ: Այսինքն՝ չափուելու մարմինն անանկ ամանի մը մէջ դնելու է, այնչափ ջրով լեցընելու է ամանը՝ որ մարմինը բոլորովին ջրով գոցուի, եւ միտ դնելու է թէ ջուրը ուր հասաւ. ետքէն մարմինը դուրս հանելու է եւ նայելու է թէ ջուրը որ աստիճանի եկած է: Արդ չափը գտնել ուզուած մարմնոյն խորանարդ չափը հաւասար է անանկ սլլյածի մը կամ գլանի մը ներսի չափին, որն որ ամանին խարսխի երեսին հաւատար խորանի երես ունենայ եւ բարձրութիւնն ալ երկու ջրոյ երեսներուն տարբերութեան հաւասար ըլլայ։ Թէ որ չափել ուզած մարմիննիս ջուր կը ծծէ, այն ատեն ջուրի տեղ աւազ կը գործածուի։

Օրինակի համար՝ թէ որ ամանը քառակուսի խարսխի երես մ'ունի $12''$ ներքին ընդարձակութեամբ եւ մարմինը ծածկող ջուրը ամանին մէջ $8''\ 10'''$ բարձրութեամբ կը կենայ, եւ մարմինը դուրս հանելով՝ $4''\ 4'''$ի կ'իջնայ, այն ատեն երկու ջրոյ երեսներուն տարբերութիւնն է $4''\ 6''' = 4{\cdot}5''$, ուստի՝

Մարմնոյն ներքին չափն է $= 12 \times 12 \times 4{\cdot}5 = 648$ խոր.''

Նաեւ ամանի մը ձեռօք կրնանք ուրիշ որ եւ իցէ անկանոն մէջը պարապ ամանի մը ներքին չափը գտնել։ Աս չափել ուզած անկանոն ամանը պէտք է ջրով լեցնել եւ ետքէն ջուրը տափձաններով (սքալայով) բաժնուած ամանին մէջ թափելու է եւ բուն այնմ ջրին խարսխի երեսէն եւ բարձրութենէն փնտռուած ներքին չափը հաշուելու է։

317. Մարմնոյ մը խորանարդ չափը կրնանք կշռով ալ գտնել։

Գիտենալի խորանարդ ոտնաչափ զուտ ջուրը $56\frac{1}{2}$ լիտր կը կշռէ։ Ուստի՝ ջրոյ քանակութեան մը խորանարդ չափը խորանարդ ոտնաչափի վրայ կ'ունենանք՝ թէ որ լիտրի վրայ բացատրուած կշիռքը $56\frac{1}{2}$ով բաժնենք։

Օրինակի համար՝ ամանի մը մէջ գտնուած ջրոյն կշիռքը 24 լիտր է. ուստի՝

$24:56\frac{1}{2} = 0{\cdot}4242$ խոր.$' = 733$ խոր.$''$ ամանին ներսի չափը։

Նոյն կերպով նաեւ ուրիշ որ եւ իցէ մարմնոյ կշիռքէն նոյն մարմնոյն ծաւալը կրնայ գտնուիլ՝ թէ որ նոյն մարմնոյն մէկ խորանարդ ոտնաչափին կշիռքը ծանօթ է։ Աս ալ կրնայ դիւրաւ գիտցուիլ մարմնոյն տե-

տեսակարար ծանրութիւնն, այսինքն՝ այն թիւն որն որ կը ցուցնէ թէ մարմնոյ մը խորանարդ ոտնաչափը զուտ ջրոյ մէկ խորանարդ ոտնաչափէն քանի՞ անգամ աւելի կամ նուազ է. ուրիշ բան պէտք չէ՝ բայց եթէ $56\frac{1}{2}$ լիտրը մարմնոյն տեսակարար ծանրութեան հետ բազմապատկել:

Օրինակի համար՝ Մարմարիոնին տեսակարար ծանրութիւնը 2.7 է, այսինքն մարմարիոնին խորանարդ ոտնաչափը ջրոյ խորանարդ ոտնաչափին 2.7 պատիկն է, ուրեմն $56.5 \times 2.7 = 152.55$ լիտր: Արդ՝ թէ որ մարմարիոնի կտոր մը 248 լիտր կը կշռէ, այն ատեն $248 : 152.55 = 1.6257$ խոր.՝ մարմնոյ չափ ունի:

Քանի մը մարմիններու տեսակարար ծանրութիւնը հոս նշանակենք.

Ալիտակակուճ (albâtre)	2.70	Մուճկի փայտ	0.24
Աւթ	1.08	Կռանուած պղինձ	9.00
Կապար	11.39	Ձուլ պղինձ	8.79
Թեղօշի փայտ	0.65	Մարմարիոն	2.70
Կռանուած երկաթ	7.79	Արոյր	8.40
Ձուլ երկաթ	7.60	Փլատին (կռանուած)	21.34
Փղոսկր	1.83	Սնդիկ	13.60
Եղեւնափայտ	0.76	Աւազաքար	2.50
Սեւ պրուսիկներու ապակի	2.73	Արծաթ	10.51
Ճերմակ ապակի	3.35	Պողպատ	7.80
Սանտակերպ ապակի	2.89	Սարոյի փայտ	0.48
Զանգակի մետաղ	8.81	Զինկ	7.56
Ոսկի	19.36	Անագ	7.45
Զմարած կիր	3.05		

Վերը նշանակուած թուերը վրայէ վրայ առնուած թուեր են, որովհետեւ մետաղներուն տեսակարար կշիռք կրնայ կազմիչ մասերուն զանազանութեան համեմատ՝ աւելի կամ նուազ ըլլալ, ինչպէս նաեւ փայտի տեսակներուն չորութեան, դեռնին որպիսութեան եւ ուրիշ շատ պարագաներու համեմատ՝ կրնայ աւելի կամ նուազ ըլլալ:

Պողպատի կտոր մը 35 լիտր կը կշռէ. ո՞րչափ է խորանարդ չափը:

1 խոր.՛ պողպատը կը կշռէ 56.5 × 7.8 = 440.7 լիտր.
35:440.7 = 0.0794 խոր.՛ = 137.2 խոր.՛՛:

Ձուլ երկաթէ քուէի մը կողը 1.2՛ է. ո՞րչափ է կշիռը:
Խորանարդ չափ = 1.2^3 = 1.728 խոր.՛
Կշիռ = 56.5 × 7.6 × 1.728 = 742 լիտր:

9. Մարմնոց խորանարդ չափը գտնելու համար՝ խնդիրներ:

318. 1. Ո՞րչափ է քուէի մը խորանարդ չափը, թէ որ կողը 5՛ 4՛՛ է:

2. Գտիր քուէի մը կողը, որուն խորանարդ չափը 5 խոր.՛ 59 խոր.՛՛ է:

3. Քուէի մը մակերեւոյթը 30□՛ է. ո՞րչափ է խորանարդ չափը:

4. Ուղղանկիւն զուգահեռանիստ մը 4՛ 5՛՛ երկայնութիւն, 2՛ 8՛՛ լայնութիւն եւ 3՛ 10՛՛ բարձրութիւն ունի. ի՞նչ է անոր խորանարդ չափը:

5. Սղոցածի մը խարսխի երեսը 31□՛ 78□՛՛ է, խորանարդ չափը 1 խոր.⁰ 25 խոր.՛ 805՛՛. ո՞րչափ է բարձրութիւնը:

6. 4՛ 6՛՛ բարձրութիւն ունեցող սղոցածի մը խարսխի երեսն ո՞րչափ է, թէ որ խորանարդ չափն է 124 խոր.՛ 260 խոր.՛՛:

7. 5՛ 2՛՛ բարձրութեամբ սղոցածի մը խարսխի երեսը հաւասար կողերով 3՛ 4՛՛ կողմնական երկայնութեամբ երեքանկիւն մըն է. գտիր խորանարդ չափը:

8. Ուղիղ բրգան խարսխի երեսը՝ 4՛՛ կողմնական երկայնութեամբ քառակուսի մըն է եւ կողմնական կողը 1՛ 3՛՛ է. ո՞րչափ է խորանարդ չափը:

9. Բրգան մը խարսխի երեսը 3՛ 5՛՛ երկայնութեամբ եւ 1՛ 10՛՛ լայնութեամբ ուղղանկիւն մըն է, խորանարդ

չափն ալ 5' խոր.' 380 խոր.' ո՞րչափ է բարձրութիւնը։

10. 2' 9'' բարձրութեամբ բրգան մը խարսխի երեսը՝ 1' 2'' կողմնական երկայնութեամբ կանոնաւոր վեցանկիւն մըն է. գտիր մարմնոյ չափը։

11. Յապաւեալ բուրգ մը 5' 10'' բարձրութիւն ունի, խարսխի երեսները հաւասարակող երեքանկիւններ են. ո՞րչափ է խորանարդ չափը՝ թէ որ վարի խարսխի երեսին մէկ կողը 2' 6'' է եւ վերի խարսխի երեսին կողը 1' 2'' է։

12. Գտիր ութանիստի մը մարմնոյ չափը, որուն կողը 1' 8'' է եւ երկու դիմացէ դիմաց կեցող կողմնական երեսները 1' 4.19''ով իրարմէ հեռու են։

13. Գլանի մը տրամագիծը 4', բարձրութիւնը 5' է. ո՞րչափ խորանարդ ոտնաչափ է գլանը։

14. Գլանի մը խարսխի երեսին շրջապատը 3' 8'' է, բարձրութիւնն է 7' 6''. ո՞րչափ է խորանարդ չափը։

15. 4' 3'' բարձրութեամբ գլանի մը ներսի չափը 20 խորանարդ է. ո՞րչափ է խարսխի երեսին կէս տրամագիծը։

16. Գլանի մը ներսի չափը 37.268 խորանարդ՝ է. ո՞րչափ է բարձրութիւնը, թէ որ խարսխի երեսին տրամագիծը 3' 7'' է։

17. Գլանաձեւ խողովակ մը 35' երկայնութիւն, եւ ներսի դին 1' 4'' ընդարձակութիւն՝ ունի. ո՞րչափ խորանարդ չափ ունի աս խողովակը՝ թէ որ հաստութիւնը 2'' է։

18. 2' 9'' բարձրութեամբ կոն մը ո՞րչափ խորանարդ ոտնաչափ է՝ թէ որ խարսխի երեսին կէս տրամագիծը 8'' է։

19. Ուղիղ կոնի մը խարսխի երեսին շրջապատը 25.37'' է,

եւ կողմնական կող մը 18.45'' է․ որչափ է խորանարդ չափը:

20․ Ի՞նչ բարձրութիւն ունի կոն մը՝ որուն ներսի չափը 35 խորանարդ', 56 խորանարդ'' է եւ խարսխի երեսին շրջապատը 2' 8''։

21․ Կոնի մը խորանարդ չափը 84.78 խորանարդ'' է, բարձրութիւնը 9''․ որչափ է խարսխի երեսին տրամագիծը․

22․ 10' բարձրութիւն ունեցող ուղիղ յապաւեալ կոնի մը մեծագոյն բոլորակի երեսին կէս տրամագիծը 9' ըլլայ, փոքրագոյն բոլորակի երեսին կէս տրամագիծն ալ 2'․ որչափ է խորանարդ չափը:

23․ Ուղիղ յապաւեալ կոն մը 2° 5' 8'' բարձրութիւն ունի, մեծագոյն խարսխի երեսը 2□' 26.16□'' է, փոքրագոյնը 1□' 56.96□''․ գտիր մարմնոյ չափը:

24․ Գունդ մը 1' 8'' տրամագիծ ունի․ որչափ է սոր խորանարդ չափը:

25․ Ո՞րչափ է գնդի մը մարմնոյ չափը, որուն մակերեւոյթը 15□'' է:

26․ Գունդի մը կէս տրամագիծը գտիր՝ որուն ներսի չափը 5 խորանարդ', 712 խորանարդ'' է:

27․ Գունդի մը մարմնոյ չափը 15 խորանարդ' է․ կ'ուզենք մակերեւութին չափը գտնել:

28․ Ո՞րչափ է գունդի մը կէս տրամագիծը, թէ որ իրեն ներսի չափը 10□' 75□'' մակերեւոյթ ունեցող գնդի մը ներսի չափին կրկինն է:

29․ Գունդի մը տրամագիծը 1' երկայնութիւն ունի․ նոյնչափ է հաւասարակող գլանի մը տրամագիծն ալ․ ասոր երկու մարմնոյ ներսի չափերն իրարու ի՞նչ համեմատութիւն ունին:

30․ Գունդի մը տրամագիծը 1' է, նոյնչափ է կոնի մը խարսխի երեսին կէս տրամագիծն եւ բարձրութիւնը. այս երկու մարմնոց ներքին չափերն իրարու ինչպէս կը համեմատին:

319. 31. Ո՞րչափ խորանարդ ոտնաչափ է պատ մը՝ որն որ 34' երկայնութիւն, 2' հաստութիւն եւ 10' բարձրութիւն ունի:

32. Մէջը պարապ կիսագունդի ձեւով տաշտ մը 5' տրամագիծ ունի. ո՞րչափ է ներքին չափը:

33. Կրի գուբ մը $9\frac{1}{2}'$ երկայնութիւն, $4\frac{2}{3}'$ լայնութիւն եւ $5\frac{3}{4}'$ խորութիւն ունի. քանի՞ խորանարդ ոտնաչափ կիր կայ մէջը՝ թէ որ գուբը մինչեւ բերանը լեցունէ:

34. Գլանաձեւ աման մը 5 խորանարդ՝ պիտ'որ առնու. ինչ բարձրութիւն պէտք է ունենալ՝ թէ որ ներքին պարապ տեղւոյն տրամագիծը 2' պիտ'որ ըլլայ:

35. Ո՞րչափ է երկրիս ներքին չափը՝ թէ որ զանի կատարեալ գունդ մը սեպենք՝ որուն տրամագիծը 1719 աշխարհագրական մղոն ըլլայ:

36. Արեւուն տրամագիծն երկրիս տրամագծին 111պատիկը գտնենք. արեւուն խորանարդ չափը երկրիս խորանարդ չափուն հետ ինչ համեմատութիւն ունի:

37. Սարդի բուն մը կոն մը սեպելով վարի ծայրը 5' շրջապատ ունենայ եւ մինչեւ գագաթը 5^0 4' բարձրութիւն ունի. քանի՞ խորանարդ ոտնաչափ կը պարունակէ այդ բունը:

38. Կուզենք փոս մը փորել՝ որն որ 10' երկայնութեամբ 4' 6'' խորութեամբ 175 խորանարդ՝ ներքին չափ ունենայ. ո՞րչափ լայնութիւն պէտք է ունենալ այս փոսը:

39. Տակառ մը 2' 3'' տրամագծով յատակ ունի ու 3' տրամագծով բերան եւ 4' 7'' երկայնութիւն՝ քանի՞ մատ կրնայ առնուլ:

40. 3'' կողի երկայնութեամբ արոյրէ քուէ մը 7⅖ լիտր կը կշռէ, որչափ կը կշռէ խորանարդ մատնաչափ մը արոյրը:

41. Երկաթի խողովակի մը ներքին տրամագիծը 8'' է, հաստութիւնը ¾'' եւ երկայնութիւնը 2⁰ 4' 8''. որչափ խորանարդ մատնաչափ երկաթ կը պարունակէ խողովակը:

42. 22' երկայնութեամբ կլոր, ծայրը բութ ծառաբուն մը քանի՞ խորանարդ ոտնաչափ է՝ թէ որ մեծագոյն խոտորնակի հատուածին երեսին տրամագիծը 3' է եւ փոքրագունին 2' է:

Թէ որ ծառին բունը յապաւեալ կոն մը սեպենք՝ ան ատեն ներսի չափը 437 խորանարդ' կ'ելլէ: Բայց գործածութեան մէջ հասարակօրէն միայն մերձաւորապէս կը հաշուըեն, եւ ծառին բունը գլան մը կը սեպուի որուն բարձրութիւնը երկայնութեան, եւ խարսխի երեսը բունին երկու հատուածի երեսներուն գումարին կէսին հաւասար է. աս ենթադրութեամբ յիշեալ բունին ներսի չափը 449 խորանարդ' կ'ելլէ:

43. Որչափ խորանարդ ոտնաչափ հող պէտք է փորել հանել՝ փոս մը շինելու համար՝ որն որ 188' երկայնութիւն, 5' 2'' խորութիւն վերը, 7' եւ վարը 5' լայնութիւն ունենայ:

44. Ուղիղ կոնի մը բարձրութիւնը 5' 8'' է, մէկ կողը 6' 4''. որչափ է խորանարդ չափը:

45. Թեղօշի փայտէ գերան մը 13½' երկայնութիւն, 2½' լայնութիւն եւ նոյնչափ ալ հաստութիւն ունի, ինչ պիտ'որ արժէ՝ թէ որ ամէն մէկ խորանարդ'ին 1½ ֆիորին վճարենք:

46. Սան մը յապաւեալ կոնի ձեւն ունի, վերի շրջապատը 5' է, վարի շրջապատը 6', բարձրութիւնը, 5'. որչափ է խորանարդ չափը:

47. Կապարի կտոր մը 85 լիտր կը կշռէ. որչափ է մարմնոյ չափը։

48. Արտաքին շրջապատը 38' գլանաձեւ աշտարակի մը բարձրութիւնը 20' է, պատերուն հաստութիւնն ալ 2' 10''. որչափ խորանարդ՝ որմ ունի աշտարակը։

49. Մէկ ձողաչափ փայտ 6' լայնութիւն եւ 6' բարձրութիւն ունի եւ կողի երկայնութիւնն է 24''. որչափ խորանարդ՝ մեծագոյն է ձողաչափը՝ թէ որ փայտը 32 մատնաչափնոց է։

50. Քանի՞ օխա կը բովանդակէ գլանաձեւ աման մը 1' տրամագծով եւ 10' բարձրութեամբ (310)։

51. Մէջը պարապ քուէաձեւ աման մը 8 օխա կ'առնու. մէկ կողը որչափ պիտ'որ ըլլայ։

52. Ջրհորի մը դոյլը $7\frac{1}{2}$' երկայնութիւն, 1' լայնութիւն եւ $\frac{3}{4}$' խորութիւն ունի. որչափ ջուր կ'առնու։

53. Քանի՞ մառ կ'առնու 5' 8'' երկայնութիւն ունեցող տակառ մը՝ որուն յատակին շրջապատը 9' 2'' է եւ բերնին շրջապատը 10' 4'' է։

54. 8'' երկայնութեամբ եւ 2' հաստութեամբ կլոր ծառի բունի մը $58\frac{1}{2}$ Փր. կը վճարուի. ամէն մէկ խորանարդ ոտնաչափը քանի՞ կու գայ։

55. Արճճէ գլան մը 42 լիտր պիտ'որ կշռէ եւ 10'' երկայնութիւն պիտ'որ ունենայ. ինչ տրամագիծ պէտք ենք տալ գլանին։

56. Տակառի մը վերի դին ներքէն 5' 2'' տրամագիծ ունի, վարի դին 7' 4'' տրամագիծ, եւ բարձրութիւնն է 5'. որչափ մառ կ'առնու։

57. Փղոսկրէ գնդակ մը 3'' տրամագիծ ունի. որչափ է ծանրութիւնը։

58. Որչափ է քուէի մը կողը, թէ որ սա քուէն՝ 4' 9''

տրամագծով գունդի մը ներսի չափին հաւասար չափ ունի։

59. Ո՞րչափ բարձրութիւն ունի ջրակոծէ շինուած փոքր կոն մը՝ որն որ 10 ունկի ծանրութիւն ունի եւ խարսխի երեսը 1'' տրամագիծ ունի։

60. Օդըն՝ երեսի մը վրայ բրած ճնշման չափը հաւասար է սնդիկի սեան մը՝ որուն խարսխի երեսը ան երեսն է եւ բարձրութիւնը 28'' է։ Ուստի ո՞րչափ է օդոյ ճնշումը 1 քառակուսի ոտնաչափ երեսի վրայ։

320. 61. Ո՞րչափ ստակի կ'ելլէ հատաքարէ բրգաձեւ կոթող մը՝ որուն բարձրութիւնը 15' է եւ խարսխի երեսը՝ 4' կողմնական երկայնութեամբ քառակուսի մը, թէ որ ամէն մէկ քառակուսի ոտնաչափին 4 Փր. 20 սանդիմ վճարուի։

62. Քանի՞ լիտր կը կշռէ ձոյլ երկաթէ դրուագ մը՝ որն որ 6' 2'' երկայնութիւն, 1' 8'' լայնութիւն եւ 7'' հաստութիւն ունի։

63. Շտեմարան մը ներսանց 5' երկայնութիւն, 3' լայնութիւն եւ 4' բարձրութիւն ունի. քանի՞ քոռ ցորեն կրնանք մէջը լեցընել՝ թէ որ 1 քոռը = 1:9471 խորանարդ' է։

64. Կ'ուզենք 10.5' երկայնութեամբ, 0.8' արտաքին եւ 0.7' ներքին տրամագծով պղնձի խողովակ մը ձուլել. քանի՞ լիտր պղինձ պէտք է։

65. Ո՞րչափ կը կշռէ 5'' տրամագծով թնդանօթի գունդ մը, թէ որ ամէն մէկ խորանարդ մատնաչափը $8\frac{3}{4}$ ունկի կը կշռէ։

66. Կ'ուզենք գլանաձեւ 8'' բարձրութեամբ աման մը շինել՝ որն որ մէկ քոռ առնու. ի՞նչ տրամագիծ պէտք է տալ խարսխի երեսին։

67. Ո՞րչափ է ան գնդին կէս տրամագիծը, որն որ՝

Ա. 3' 1'' կողի երկայնութեամբ քուէի մը՝

Բ. 5' բարձրութեամբ եւ 2.4 տրամագծով գլանի մը՝

Գ. 4' 7'' խարսխի երեսի տրամագիծ եւ 5' 5'' կող ունեցող ուղիղ կոնի մը ներսի չափին հաւասար ներսի չափ ունի։

68. Ի՞նչ ծանրութիւն ունի կռանակուռ պղնձի մը կտորը՝ որն որ ուղղանկիւն զուգահեռագծի մը ձեւն ունի եւ 13' երկայնութիւն, $5\frac{1}{4}$'' լայնութիւն, $1\frac{1}{4}$'' հաստութիւն ունի։

69. 16' երկայնութեամբ, 9'' լայնութեամբ եւ 8'' բարձրութեամբ գերան մը դէպ ի երկայնութեանը գլանաձեւ մէջը փորուած է. ո՞րչափ է ներսի չափը՝ թէ որ փորուածքին տրամագիծը 5'' է։

70. Սարոյ մը քանի՞ ձողաչափ 36 մատնաչափնոց փայտ կու տայ, թէ որ իրեն տրամագիծը վարի կողմը 2' 8'' է, եւ բարձրութիւնը 9° 5' է, ենթադրելով՝ որ հերձմամբ եւ վրայէ վրայ դիզուելով՝ փայտին միջոցի չափը (կամ ծաւալը) $\frac{1}{4}$ կը շատնայ։

71. Գետնափոր շտեմարան մը կը փորուի՝ որն որ 7° 2' երկայնութիւն, 4° 2' լայնութիւն եւ 2° 1' խորութիւն պիտ'որ ունենայ. քանի՞ խորանարդ ոտնաչափ երկիր պէտք է փորել՝ եւ քանի՞ սայլ հող պէտք է վերցընել տանիլ, թէ որ ամէն մէկ սայլին 24 խորանարդ' հող դնենք։

72. Ո՞րչափ է մէջը պարապ երկաթի գունդի մը ներսի չափը՝ թէ որ տրամագիծը 1' 6'' է եւ հաստութիւնը $1\frac{1}{4}$'' է. եւ ո՞րչափ կը կշռէ աս գունդը։

73. 2' 9'' բարձրութեամբ կանոնաւոր պիրամիդի մը խարսխի երեսը՝ 10'' կողի երկայնութեամբ վեցանկիւն մըն է. ո՞րչափ է նոյնչափ ներսի չափ ունեցող քուէի մը կողը։

74. 5 լիտր կապարէ ո՞րչափ գնդակ կրնայ ձուլուիլ $\frac{1}{2}''$ տրամագծով։

75. Երկու գունդ ունինք, մէկը 3' եւ մէկալը 1' 8'' տրամագծով. ո՞րչափ պէտք է ըլլալ երրորդ գունդի մը տրամագիծը՝ որուն ներսի չափը մէկալ երկու գունդերուն ներսի չափերուն միանգամայն առնելով հաւասար է։

76. 3' երկայնութեամբ եւ 2' 8'' լայնութեամբ դարան մը բաւ մասին ջրով լեցուած էր։ Երբ որ քար մը մէջը նետուեցաւ՝ ջուրը 10'' վեր ելաւ եւ քարը ծածկեց. ո՞րչափ եղած պիտ՚որ ըլլայ քարին խորանարդ չափը

77. 3' 6'' երկայնութեամբ եւ 3' լայնութեամբ դարանի մը մէջ՝ որն որ բաւ մասին ջրով լեցուած էր, անկանոն մարմին մը կ'իջեցուի, անանկ որ ջուրը զանի ծածկեց. անկէ ետքը ջուրը 1' 2'' բարձրութեան մէջ կեցաւ։ Մարմինը դուրս առնելէն ետքը՝ ջուրը 9'' բարձրութեան մէջ կեցաւ. մարմինը ի՞նչ միջոց բռնած է։

78. Կ'ուզենք արոյրէ գլան մը թափել՝ որն որ ճիշդ 1 լիտր կշռէ եւ 21'' տրամագիծ ունենայ. ո՞րչափ պիտ՚որ ըլլայ երկայնութիւնը։

79. 4° 4' երկայնութեամբ ծառի բուն մը վարի ծայրը 8' 2'' է եւ մէկալ ծայրը 5' 10'' տրամագիծ ունի. ո՞րչափի կը հանի՝ թէ որ խորանարդ ոտնաչափին $1\frac{3}{10}$ Փր. կը վճարուի։

80. Պատ մը 15° 4' երկայնութիւն $1\frac{1}{2}$ հաստութիւն եւ 8' բարձրութիւն պիտ՚որ ունենայ. ո՞րչափ աղիւս հարկաւոր է 1' երկայնութեամբ, 6'' լայնութեամբ եւ $1\frac{3}{4}''$ հաստութեամբ, թէ որ շաղախը $\frac{1}{2}''$ դնենք։

81. Մէջը պարապ անագէ գունդ մը՝ որն որ 10'' ներ-

քին տրամագիծ ունի, 12 լիտր կը կշռէ. ի՞նչ հաստութիւն ունի անագէ թիթեղը:

82. 1' երկայնութեամբ եւ 8' լայնութեամբ աւազանի մը մէջ՝ 25 խորանարդ" ի ամսն մը 15 անգամ կը պարպուի. աւազանին մէջ ի՞նչ բարձրութեամբ պիտ՚որ կենայ ջուրը:

83. Շոգւոյ գլան մը 2' 10" ընդարձակութիւն եւ 5' երկայնութիւն ունի եւ երկու ծայրը երկու կիսագունդի ձեւով կորներ ունի. ո՞րչափ խորանարդոտնաչափ շոգի կ՚առնու:

84. Երկու կոր կապար ունինք, մէկը 5 լիտր կը կշռէ, մէկալը 3 լիտր. ո՞րչափ պիտ՚որ ըլլայ ան գունդերուն տրամագիծը՝ որոնք զատ զատ ան կորներէն կը ձուլուին, եւ ո՞րչափ պիտ՚որ ըլլայ ան գունդին տրամագիծը, որն որ երկու կորներէն ձուլուած է:

85. Թեղոշի փայտէ 5' 6" երկայնութեամբ գլանէ մը՝ խարսխի երեսներուն հետ զուգահեռական հատմամբ այնչափ կտրելու ըլլանք՝ որ գլանին կշիռը կենդինար մը նուազի. աս հատումն ո՞րչափ խարսխի երեսներուն մէկէն հեռու պիտ՚որ կատարուի, թէ որ խարսխի երեսներուն տրամագիծը 2' 2" է:

86. Գլանաձեւ ցորենի չափիչ աման մը՝ որն որ 1' 8" տրամագիծ եւ 8" խորութիւն ունի, այնպէս ցորենով լեցուի՝ որ ցորենը ամանին վերի խարսխի երեսէն 4" բարձրութեամբ կոնաձեւ դիզուի. ո՞րչափ մար կ՚առնու ասանկ լեցուած աման մը:

87. Ձուլ երկաթէ խողովակ մը՝ որն որ 3' 10" արտաքին շրջապատ եւ 10' երկայնութիւն ունի, 1842 լիտր կը կշռէ. ո՞րչափ հաստ է մետաղը:

88. Գլանաձեւ գաւաթ մը՝ որուն ներսի բարձրութիւնը 4' եւ տրամագիծը $5\frac{1}{2}$" է, բոլորովին ջրով լեցուն է.

արդ՝ թէ որ 3" տրամագծով գունդ մը գաւաթին մէջ խոթուի, մաս մը ջուր անկէ դուրս կը թափի։ Ո՞րչափ վար պիտ՚որ ըլլայ ջուրը գաւաթին մէջ՝ թէ որ գունդը նորէն դուրս հանուի։

89. *Կրակի ջրհան մը երկու գլան ունի, որոնց ներքին տրամագիծը 7" է. ամէն մէկ գլանին թեւը 10' վեր կ՚ելլէ, եւ ան ալ՝ րոպէի մէջ 24 անգամ. այս ջրհանը կէս ժամու մէջ ո՞րչափ մար ջուր կը թափէ։*

ՅԱՆԿ.

Հաստատաչափութիւն։