



## Հայկական գիտահետազոտական հանգույց Armenian Research & Academic Repository



Սույն աշխատանքն արտոնագրված է «Ստեղծագործական համայնքներ  
ոչ առևտրային իրավասություն 3.0» արտոնագրով

**This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial  
3.0 Unported (CC BY-NC 3.0) license.**

Դու կարող ես.

պատճենել և տարածել նյութը ցանկացած ձևաչափով կամ կրիչով  
ձևափոխել կամ օգտագործել առկա նյութը ստեղծելու համար նորը

You are free to:

**Share** — copy and redistribute the material in any medium or format

**Adapt** — remix, transform, and build upon the material



6392

ՏԱՐԵՐՔ

ԶԱՓԱՐԵՐՈՒԹԵԱՆ

Ի ՊԷՏՍ ԱԶԳՍՅԻՆ ՎԱՐՃԱՐԱՆԱՅ

ԳՐԱՀԱՇԻԻ

ՄԱՍՆ Ա.

Ի ՎԵՆԵՏԻԿ

Ի ՏՊԱՐԱՆԻ ՄԻԻԹԱՐԵԱՆՑ

1858

51  
7-23

25

27 JUN 2005  
04 MAY 2010  
-6 NOV 2011

51

7-23 1/2: E. S. ...

up

Printed in Turkey

ՏԱՐԵՐՔ

ԶԱՓԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ

50

Կարգ. ...

1858

1858

50

2005 JUL 20 10 18 AM '05  
18 JUL 20 10 18 AM '05  
18 JUL 20 10 18 AM '05

1536

Handwritten text, possibly a name or title, in red ink.

Handwritten number or mark in blue ink.

Handwritten mark or signature in blue ink.



4834  
39



# Տ Ա Ր Ե Ր Ք

## Զ Ա Փ Ա Բ Ե Ր Ո Ւ Թ Ե Ա Ն

### Ն Ա Խ Ա Գ Ի Տ Ե Լ Ի Ք

1. **Զ** Ա Փ Ա Բ Ե Ր Ո Ւ Թ Ի Ւ Ն է գիտութիւն որ պարապի 'ի քննութիւն քանակութեան, և կամ չափէ զմեծութիւն :

2. Քանակութիւն կամ մեծութիւն կոչի այն ամենայն որում մարթ է աճել կամ նուազել յինքեան. և կամ այն ամենայն յորում են կամ մտածին լինել մասունք ինչ, որ կարող են կրկնիլ կամ կիսիլ, երեքկնիլ կամ յերիս բաժանիլ, . . . և ընդհանրապէս բազմապատկիլ կամ բաժանիլ. որպիսի են թիւք, գիծք, մակերևոյթք, միջոց, ժամանակ, շարժումն, և այլն, զի մտածին 'ի նոսա մասունք աճելիք կամ նուազելիք : Եւ զի ամենայն քանակութիւն կամ մեծութիւն մարթի յանհունա աճել կամ նուազել, վասն որոյ չիք տահման աճման նոցա կամ նուազման :

3. Առ 'ի չափել զքանակութիւն կամ զմեծութիւն, պարտ է 'ի բաղդատութիւն ածել զայն ընդ այլում որ ծանուցեալ և հաստատուն իցէ և նմին համասեր :

4. Քանակութիւնն որ չափէ զոյլ քանակութիւն՝ առեալ

լինի իբր Դո-Թի-ն համեմաքիչ, զի ցուցանէ զխտիրն որ ընդ ինքն  
և ընդ այն անցանէ :

Արպէս եթէ կամք իցեն մեզ գիտել զմեծութիւն գումարի  
դրամոց, ծանուցեալ համարիմք զդրամն կոչեցեալ դա-  
հեկան, և կամ զայլ ինչ դրամ, և անգէն իմանամք թէ քա-  
նիցս բովանդակիցի դրամն 'ի գումարն յայն :

Նոյնպէս եթէ կամք իցեն մեզ իմանալ զհեռաւորու-  
թիւնս վայրաց, առնումք 'ի ձեռս երկայնութիւն ինչ ծանու-  
ցեալ. որպիսի են կանգուն, միտն, փարսախ, և այլն, և ընդ  
այնմ բաղդատեմք զհեռաւորութիւնն չափելի :

Ըստ այսմ իմա և զծանրութենէ, զժամանակէ, զերա-  
գութենէ, և այլն: Եւ այս քանակութիւն, զոր մարթ է մեզ  
հաստատել ըստ կամս, առ որ համեմատին այլ ամենայն հա-  
մասեր քանակութիւնք, կոչի Դո-Թի-ն չափո- կամ Դո-Թի-ն  
Բաղդատո-Թի-ն: Եւ չափ քանակութեանն որ այսքանիցս կամ  
այնքանիցս բովանդակիցէ զմիութիւնն չափու կամ զմիու-  
թիւնն բաղդատութեան անուանեալ կոչի Թի- :

5. Մեծութիւնն կամ քանակութիւնն, յոր պարասիցին  
Չափաբերութիւնք, մարթի մտածիլ աննիւթ և չանձնաւոր,  
կամ զգալի և իրական: Ըստ այսմ տեսութեան բաժանի Չա-  
փաբերութիւնն յԱնխառն և 'ի Խառն:

6. Անխառն Չափաբերութիւն նկատէ զքանակութիւնն  
ըստ ինքեան կամ սոսկ մեծութիւն, վերացուցեալ զնա յամե-  
նայն ենթակայէ և կամ 'ի հանդամանաց ենթակայի: Իսկ վե-  
րացեալ քանակութեան է ինչ որ Գաւրոն է, և է ինչ որ շա-  
րունակ. սարորոշ կամ սարանջատ քանակութիւնն ծագի  
յայլ և այլ անջատ և ուրոյն մասանց, որոց քննի բաղմու-  
թիւնն որ կոչի թիւ, առանց հայելոյ 'ի մեծութիւն նոցին. և  
չարունակ իմանամք զքանակութիւնն վասն բաղկացեալ գո-  
լոյն 'ի բաղում շարունակ և յարակից մասանց. որպիսի են  
միջոց, և ժամանակ, և շարժումն:

Տարորոշ քանակութիւնն է ենթակայ համարողո-Թի-ն,  
չարունակն՝ Երկաւաթո-Թի-ն:

7. Համարողութեան կրկին ազգ են. Թո-աբանո-Թի-ն որ  
պարասի 'ի հաշիւ թուոց, որք են մասնաւոր քանակու-



Թիւնք . և Գրահաշիւ կամ Աւճեպրա , որ զքանակութիւնս ընդ-  
հանրագոյն իմն եղանակաւ առաջի առնէ , և է իբր ընդհա-  
նուր Թուաբանութիւն :

8 . Երկրաչափութիւնն բերի 'ի քննութիւն քանակու-  
թեանց ըստ երրեակ չափմանց . ըստ երկայնութեան , ըստ  
չայնութեան և ըստ բարձրութեան կամ ըստ խորութեան ,  
որովք կազմին երրեակ ազգք տարածութեան՝ գիծ , մակե-  
րևոյթ և մարմին :

9 . Գրահաշիւն ըստ բնութեան քանակութեանն յոր պա-  
րապիցի կամ քառեակն է և կամ Բարձրագոյն :

Բարձրագոյնն նկատէ զքանակութիւնն յանցանել նորա  
'ի միում պայմանէ մեծութեան իւրոյ յայլ . վասն որոյ

ա . է զի 'ի բացատրութենէ հունաւոր քանակութեանն ի-  
ջանէ 'ի բացատրութիւն անընդհատ աճման նորա և կամ նը-  
ւազման :

բ . Եւ է զի 'ի ծանօթութենէ աստի փոփոխման պայմանի  
նորին դառնայ վերստին 'ի քանակութիւնն հունաւոր :

Այս ազգ հաշուի բաժանի յերկուս . 'ի հաշիւ քառեակն  
կան , որ պարապի զառաջնոյն 'ի քննութեանց աստի . և 'ի հա-  
շիւ ամբողջական՝ որ զերկրորդէն ճառէ :

Նոյնպէս և Երկրաչափութիւնն կամ քառեակն է և կամ  
Բարձրագոյն : Բարձրագոյն երկրաչափութիւնն խորհի զկոր  
գծից , և զմակերևութից և զմարմնոց որք յայսպիսի կոր գծից  
ծնանին :

Ըստ այսմ տեսութեան անխառն Չափաբերութիւնն զա-  
նազանի 'ի քառեակն կամ 'ի քառեակն , և 'ի Բարձրագոյն կամ 'ի Գե-  
րազանցական վերլուծութիւնն , որ և անուանեալ կոչի հաշիւ Ան-  
հարգական :

10 . Խառն Չափաբերութիւն է զանմարմին և զիմանալի  
քանակութիւնս պատշաճել 'ի զգալիս և 'ի նիւթականս . և  
բաժանի յայնչափ ազգս , որչափ իցեն իրական էակք յորս  
մարթ իցէ մեզ նկատել զքանակութիւն :

Քանակութիւնն նկատեալ 'ի մարմինս որ հաւասարակըչ  
նին և շարժին կամ բերին 'ի շարժումն , ենթակայ է Մեքե-  
նականութեան :

Քանակութիւնն նկատեալ 'ի շարժմունս երկնային մարմնոց, տայ մեզ զԱստեղաբաշխութիւն, զՏիեզերագրութիւն, զԵրկրաբաշխութիւն, և այլն :

Քանակութիւնն նկատեալ 'ի լոյսն, աստարէզ է Տեսաբանութեան և ազգի ազգի մասանց նորին :

Քանակութիւնն նկատեալ 'ի ձայնն, յուժգնութիւնն նորին, 'ի շարժումն, յաստիճանս, յանդրադարձութիւնս, յերագութիւն, և այլն, տայ մեզ զԱստրանութիւն :

Համառօտ ասել, քանակութիւնն նկատեալ և յայլ յոր զինչ և իցէ իրական էակս, բանայ մեզ առջի աստարէզ ընդարձակ ազգի ազգի գիտութեանց, և մի մի 'ի գիտութեանց աստի բաժանի դարձեալ 'ի մասունս մասունս, որոց և ուրոյն ուրոյն անուանք են :

Մէք զՏարերս ստորին Չափաբերութեան ունիմք ընծայել 'ի լոյս առ այժմ 'ի սէսս Ազգային վարժարանաց, այլում ժամանակի թողեալ հրատարակել և զԲարձրագոյն և զԽառն Չափաբերութիւնս :

---



Տ Ա Ր Ե Ր Ք

Գ Ր Ա Հ Ա Շ Ո Ւ Ի

Գ Լ Ո Ւ Խ Ա Ռ Ա Ջ Ի Ն

ՅԱՂԱԳՍ ԱՌԱՋԻՆ ԾԱՆՕԹՈՒԹԵԱՆՑ ԵՒ ԿԱՆՈՐԱՑ

ԳՐԱՀԱՇՈՒԻ

Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Ծ Ա

Նախաշարիչ :

11. Գրահաշիւն է ընդհանուր թուաբանութիւնն, և ուսուցանէ ընդհանրապէս զոր ինչ թուաբանութիւնն աւանդէ վասն մասնաւոր դիպուածոց :

12. Ամենայն գործողութիւնք Գրահաշուի 'ի ձեռն ընդհանուր թուանշանաց կատարին. և զի թուաբանական թուանշանք ունին իւրեանց որոշեալ չափ և սեփական նշանակութիւն և միշտ զմի և զնոյն մեծութիւն յայտ առնեն, վասն որոյ չեն թուանշանք ընդհանուրք 'ի ցուցանել զամենայն կարելի քանակութիւնս. նմին իրի խնդրեցան այլ թուանշանք, որոց անորիչ նշանակութիւնն կարիցէ փոփոխիլ ըստ հաճոյս: Այս թուանշանք են տառք այբուբենից, զորս ամենայն ոք ճանաչէ, և ընդունակ են զիարդ և իցէ նշանակութեան, որ տուեալ նոցա միանգամ զառաջինն՝ պահի ապա 'ի բովանդակ գործողութեանն: Օրինակ իմն, տառս « կարող է նշանակել 1, 2, 5, 10, 100, 1000, . . . կամ  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{9}{11}$ , . . . և զայլ ա.

մենայն կարելի թիւս ըստ հաճոյս . ըստ նմին նմանութեան և  
Բ, Գ, Դ, Ե, . . . Գ, Ը, Ծ, - , † , † :

13. Սովորութիւնն է զծանօթ կամ զտուեալ քանակու-  
թիւնս առաջին տառիւք այբուբենից բացատրել , ա , Բ , Գ ,  
Դ , . . . և զանծանօթսն՝ որք դեռ ևս չիցեն ծանուցեալ թէ  
զինչ ինչ նշանակիցեն , և ՚ի համեմատութենէ անտի ծանօ-  
թիցն խնդրիցի հանել զծանօթութիւնն նոցին , ՚ի ձեռն վեր-  
ջին տառից նշանակել , Գ , Ը , Ծ , . . . :

14. Եթէ երբէք դէս լինիցի երկուց կամ բազում մեծու-  
թեանց ունել հանգիստութիւն ինչ առ միմեանս , մի և նոյն  
տառիւ նշանակին , և նշանախեցիւս՝ , կամ '' , կամ '' , . . . ո-  
րոշին ՚ի միմեանց . որպէս ա՛ , ա՛ , ա՛ , . . . և կամ դ՛նին յառա-  
ջոյ նոցա ստորև յո՛ւցիւն 1 , 2 , 3 , . . . որպէս ա<sub>1</sub> , ա<sub>2</sub> , ա<sub>3</sub> , . . .  
Բ<sub>1</sub> , Բ<sub>2</sub> , Բ<sub>3</sub> , . . . :

15. Ի նշանակել զհաւասարութիւն երկուց քանակու-  
թեանց , վարի նշանս (=) , որ կոչի նշան հասարակեան , և դնի  
՚ի մէջ երկուց հաւասար քանակութեանց :

Որպէս 2=2 , ա=Բ . և ընթերցեալ լինի եթէ քանակու-  
թիւնն 2 հաւասար է քանակութեանն 2 . քանակութիւնն ա  
հաւասար է քանակութեանն Բ :

16. Ի ցուցանել զանհաւասարութիւն երկուց քանակու-  
թեանց , վարի նշանս (>) կամ (<) , որ կոչի նշան անհասար-  
ակեան . որոյ բացուածն հայի առ մեծագոյն քանակութիւնն ,  
և սուր կողմնն՝ առ փոքրագոյնն :

Որպէս 3 > 2 կամ 5 < 6 , ա > Բ կամ Բ < ա . և ընթերցեալ  
լինի եթէ 3 մեծ է քան զ2 , կամ 5 փոքր է քան զ6 . ա մեծ է  
քան զԲ , կամ Բ փոքր է քան զա :

### Հ Ա Տ ՈՒ Ա Ծ Բ .

Յադագս քոչարական գործողութեանց :

17. Յաւելուսն է այնպիսի ինչ քանակութիւն գտանել, որ իւրով մեծութեամբն այլոց երկուց կամ բազում տուեալ քանակութեանց միանգամայն հաւասար իցէ :

Տուեալ քանակութիւնքն անուանեալ կոչին ճաստնս, կամ յաւելիս, և քանակութիւնն որ 'ի յաւելմանէ անտի ծագիցէ, ասի բովանդակութիւնն :

Նշան յաւելման այս (+) է, և ընթերցեալ լինի նս կամ յաւելեալ, որ իբրև 'ի մէջ երկուց կամ բազում քանակութեանց դնիցի, ցուցանէ եթէ քանակութիւնքն այնքիկ 'ի միմեանս ունին յաւելուլ :

Որպէս  $3 + 5 = 8$ , որ է ասել  $3$  ևս  $5$ , կամ  $3$  յաւելեալ 'ի  $5$  բովանդակութիւնն հաւասար է  $8$  :

18. Բարձրուսն է գտանել զտարբերութիւն երկուց տուեալ քանակութեանց :

Քանակութիւնն յորմէ խնդրիցի բառնալ այլ իմն քանակութիւն, անուանեալ կոչի նոսալիս. քանակութիւնն որ բարձեալ լինի, ասի բարձրալիս. իսկ այն որ ծագիցի 'ի բարձմանէ անտի, կոչի քարբերութիւն կամ քարգորտ :

Նշան բարձման այս (—) է, և ընթերցեալ լինի նոսալ կամ քարձեալ. որ իբրև 'ի մէջ երկուց քանակութեանց անկանիցի, յայտ արարեալ ցուցանէ եթէ պարտ է բառնալ զքանակութիւնն որ ընդ աջմէ նորին կայցէ, 'ի քանակութեանն որ ընդ ձախմէն է :

Որպէս  $8 - 3 = 5$ , որ է ասել  $8$  նուազ  $3$ , կամ յաէ բարձեալ  $5$ , տարբերութիւնն հաւասար է  $5$  :

19. Բազմապատակութիւնն է յաւելումն քանակութեան իրիք այնչափ ինչ յինքեան վերայ, որչափ ինչ միութիւնք յայլ իմն քանակութեան կայցեն : Զոր օրինակ, բազմապատ-

կուծիւն քանակութեանն \* քանակութեանն ք ոչ այլ ինչ է, եթէ ոչ զքանակութիւնն \* այնչափ ինչ յինքեան վերայ յաւելուլ, որչափ ինչ միութիւնք 'ի ք քանակութեանն կայցեն :

Յաւելլի քանակութիւնն անուանեալ կոչի Բազմապիւելի . իսկ այն որ յայտ առնիցէ եթէ քանիցս յաւելլի քանակութիւնն յինքեան վերայ յաւելուցու, ասի Բազմապիւել . և քանակութիւնն որ ծագիցի 'ի բազմապատկութենէ անաի, կոչի արատրեալ : Բազմապատկելին և բազմապատկիչն ասին արատրողք կամ արատրիչք :

Նշան բազմապատկութեան այս (X) կամ (·) է, և ընթերցեալ լինի Բազմապիւելաւ ընդ, որ իբրև 'ի մէջ բազմապատկելի քանակութեանցն դնիցի, յայտ արարեալ ցուցանէ զարտադրեալ նոցին :

Որպէս \*XԲ կամ \*·Բ. որ է ասել \* բազմապատկեալ ընդ Բ, արտադրեալն \*XԲ կամ \*·Բ :

Մանաւանդ եթէ բազմապատկութիւն համարի յորժամ տառ ինչ առ ընթեր գրիցի այլում կամ բազմաց առանց ընդ միջութեան նշանաց :

Որպէս \*XԲ = \*·Բ = \*Բ :

20. Բաժանումն է բարձունն քանակութեան իրիք այնչափ ինչ յայլ իմն քանակութենէ, որչափ ինչ առաջինն յերկրորդն բովանդակիցի : Չոր օրինակ, բաժանումն քանակութեանն \* 'ի քանակութիւնն ք ոչ այլ ինչ է, եթէ ոչ զքանակութիւնն ք այնչափ ինչ 'ի քանակութենէն \* բառնալ, որչափ ինչ երկրորդն յառաջինն բովանդակիցի :

Նուազելի քանակութիւնն անուանեալ կոչի Բաժանելի, բառնալի քանակութիւնն՝ Բաժանարար . իսկ այն որ յայտ արարեալ ցուցանիցէ եթէ քանիցս բաժանելին բովանդակիցէ զբաժանարարն, կոչի Բաժանող :

Նշան բաժանման այս (:) է. կամ գծիկ մի հորիզոնական, և ընթերցեալ լինի Բաժանելալ 'ի, որ իբրև 'ի մէջ երկուց քանակութեանց դնիցի, ցուցանէ եթէ քանակութիւնն որ ընդ ձախմէն կայցէ կամ 'ի վերայ գծին՝ յայն որ ընդ աջմէն իցէ կամ 'ի ներքոյ գծին՝ բաժանելոց է :

Որպէս  $m : f$ , կամ  $\frac{m}{f}$ . որ է ասել  $m$  բաժանեալ 'ի  $f$ , քա-

նորդն հաւասար է  $m : f$ , կամ  $\frac{m}{f}$  :

21. Եթէ քանակութիւն ինչ բազմապատկիցի ինքեամբ միանգամ, երկիցս, երկիցս, . . . բազմիցս առ 'ի հանել անտի արտագրեալ: ինչ, այս արտագրեալ ասի կարողութիւնն այնր քանակութեան, և գործողութիւնն որով գտանիցի այս արտագրեալ, կոչի սմբռչումն 'ի կարողութիւնն: Ուստի ամբառնայ քանակութիւն ինչ յերկրորդ, յերրորդ, 'ի չորրորդ, . . . 'ի ճերորդ կարողութիւն, յորժամ առցի քանակութիւնն այն 2, 3, 4, . . . ճանգամ իբր արտագրիչ:

Քանակութիւնն յորմէ կարողութիւնն կազմիցի, ասի  $m$  բազմապատկեալ այնր կարողութեան, և բոլորական թիւ հաւասար արմատոց բազմապատկելոց ընդ միմեանս, անուանեալ կոչի  $m$  փճան կարողութեանն այնորիկ:

Արմատ ինչ բազմապատկեալ ինքեամբ փոխանակ երկիցս, երկիցս, . . . ճիցս գրեւոյ, միանգամ գրի, դնելով թուանչան յաջակողմն 'ի բարձունս. որով ակնարկի եթէ քանիցս պարտիցէ առնուլ զարմատն զայն իբր արտագրիչ: Այս թուանչան ասի յայտարար:

Որպէս

- $m^2 = m \cdot m$
- $m^3 = m \cdot m \cdot m$
- $m^4 = m \cdot m \cdot m \cdot m$
- .....
- $m^f = m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot \dots$  ճիցս :

Յորժամ չգուցէ ինչ յայտարար միութիւնն զորութեամբ իմանի. զոր օրինակ  $m = m^1$ ,  $m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m = m^5$  :

22. Գործողութիւնն հակադարձ կազմութեան աստիճանաց, անուանեալ կոչի էլո-դո-մն սրճապոյ. որով խնդրի արմատն՝ գիտելով զկարողութիւնն և զյայտարարն: Ասան որոյ ելուզանել զերկրորդ, զերրորդ, . . . զճերորդ արմատ 'ի քանակութեանէ իմեքէ, է գտանել զքանակութիւն ինչ, որոյ 2, 3, . . . ճանգամ բազմապատկեալ իւրե արտագրեացէ ըզտուեալ քանակութիւնն:

Ի ցուցանել զարմատ քանակութեան իրիք, վարի նշանս (V) և կոչի նշան արժապահան, որ գրոշմի 'ի ձախմէ քանակութեանն այնորիկ, ունեւոյ՛ ի վերին կողմն զյայտարար արմատոյն :

Որպէս

<sup>2</sup>  
V " , կամ V " , ցուցանէ զերկրորդ արմատ քանակութեան "

<sup>5</sup>  
V " " զերրորդ " " " "

<sup>4</sup>  
V " " զչորրորդ " " " "

.....

<sup>8</sup>  
V " " զճերրորդ " " " "

25. Է միւս այլ գործողութիւն հակառակ կազմութեան աստիճանաց, որով խնդրի յայտարարն, գիտելով զկարողութիւնն և զարմատն : Չոր օրինակ եթէ կամք իցեն ամբառնալ զքանակութիւնն " յայնպիսի կարողութիւն որպէս զի գտանիցի 8, նշանակի այսպէս " 8 :

Կարողութիւն ինչ զայս ձև օրինակի " 8 , ուր յայտարարն է քանակութիւն անծանօթ, անուանեալ կոչի յայտարարան քանակութիւն, յայտարարն անծանօթ ասի նշանակ կարողութեանն և տուեալ արմատն կոչի խաբիս : Յօրինակիս " 8 , ք է նշանակ քանակութեանն 8 ըստ " խարսխի :

Նշանակ քանակութեան իրիք բացատրի սիւղբայիւս նշ. կամ նշ. որ դի 'ի ձախմէ նորա ունեւոյ՛ յառաջոյ ստորև զխարսխին : Որպէս նշ. " 8 , և ընթերցեալ լինի՛ եթէ նշանակ քանակութեանն " ըստ 8 խարսխի հաւասար է քանակութեանն 8 . որ է ասել եթէ սլարա է զխարսխին 8 ամբառնալ 'ի ներորդ կարողութիւն առ 'ի հանել անախ արտագրեալ ինչ " :



Հ Ա Տ ՈՒ Ա Ծ Գ .

Յադագս գրահաշուական բացատրութեանց :

24. Քանակութիւն որ առեալ լինի իբր յաւելի, ասի քանակութիւն դրական՝ և ՚ի ձախմէ նորա դնի նշանս (+) . ընդհակառակն քանակութիւն որ առեալ լինի իբր բառնալի՝ ասի քանակութիւն բացասական, և ՚ի ձախմէ նորա դնի նշանս (-) :

Որպէս + նշանակէ քանակութիւն դրական կամ յաւելի, և — նշանակէ քանակութիւն բացասական կամ բառնալի :

Նշանն (+) ՚ի սկզբան բացատրութեան իրիք և զկնի նշանի հաւասարութեան ոչ գրոշմի, վասն որոյ յորժամ քանակութիւն ինչ չունիցի ՚ի ձախմէ նշան, համարի դրական . բայց զնշանն (-) պարտ է միշտ դնել : Դրական և բացասական ասին քանակութիւնք, զի միմեանց հակադրեալ են յեղանակի գոլոյ, և վասն այսորիկ կոչին ևս հակառակ + անակոթիւն :

Ի ծանօթութենէ դրական և բացասական քանակութեանց իմացեալ ատանի

ա. Եթէ երկու հակառակ և հաւասար քանակութիւնք եղծանեն զմիմեանս : Չոր օրինակ, եթէ յաւելցի 10 և ասպա բարձցի ևս 10, այնպէս է որպէս թէ ոչինչ յաւելեալ էր կամ ոչինչ բարձեալ էր . վասն որոյ  $+10 - 10 = 0$  . և ընդհանրապէս  $+a - a = 0$  :

բ. Եթէ երկու հակառակ և անհաւասար քանակութիւնք ըստ մասին եղծանեն զմիմեանս . այսինքն է փոքրագոյնն եղծանի բոլորովիմք, և ՚ի մեծագունէն ՚ի բաց ձգի այնչափ ինչ որչափ էր փոքրագոյնն : Չոր օրինակ, եթէ յաւելցի 10 և բարձցի 6, համարիցի 10, որ է յաւելի, քակտեալ ՚ի 6 և ՚ի 4 . և զի 6 է նաև բառնալի, ասպա մնայ յաւելի 4 . վասն որոյ  $+10 - 6 = +4$  : Եւ եթէ հարկ իցէ յաւելուլ 6 և բառնալ 10, պարտ է նախ բառնալ զ6, որով յաւելին ոչնչանայ և մնայ տակաւին բառնալի 4 . վասն որոյ  $+6 - 10 = -4$  :

25. Յորժամ մի և նոյն քանակութիւնն առցի բազում անգամ իբր յաւելլի կամ իբր բառնալի, յայնժամ մի անգամ ևեթ գրի քանակութիւնն ընդհանուր, և յառաջոյ նորա 'ի ձախմէ դնի թիւ որ ցուցանէ եթէ քանիցս պարա իցէ կրկնիլ իբր յաւելլի կամ իբր բառնալի, նշանօք յաւելման կամ բարձման :

Որպէս փոխանակ գրելոյ

$+m + m + m + m$	գրի $+4m$ կամ $4m$
$+m^2 + m^2 + m^2$	» $+3m^2$ » $3m^2$
$-f^4 - f^4 - f^4$	» $-2f^4$
$-m^5 r^2 - m^5 r^2 - m^5 r^2$	» $-3m^5 r^2$

Թիւն յառաջոյ 'ի ձախմէ գրաւոր քանակութեանցն ե. գեալ, կոչի համարատարող : Եթէ տառ ինչ չունիցի համար. տադրող, միութիւնն իմանի. վասն որոյ  $m$  նոյն է ընդ  $1 \cdot m$ , և  $-m$  ընդ  $-1 \cdot m$  :

Համարտադրողն մարթի լինել երբեմն և թիւ ընդհանուր. որպէս 'ի բացատրութեան  $m$  ք մարթ է առնուլ զ $m$  իբր համարտադրող քանակութեանն  $f$  :

Ի ծանօթութենէ համարտադրողին և յայտարարին իմացեալ տեսանի տարբերութիւն նոցա 'ի միմեանց. քանզի

$$4m = m + m + m + m$$

$$m^4 = m \cdot m \cdot m \cdot m$$

յոյժ տարբեր են 'ի միմեանց : Եթէ իցէ  $m = 3$ , յայնժամ

$$4m = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$m^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 :$$

26. Քանակութիւնն որ չէ կից ընդ այլս նշանօքն (+) կամ (-), անուանեալ կոչի գրահաշուական բաղադրութիւնն պարզ կամ միաբաշխ :

Որպէս  $m$ ,  $4m$ ,  $12m^2$  ևն պարզ կամ միաբաշխ բացատրութիւնք :

Քանակութիւնն որ բովանդակէ յինքեան զերկուս կամ զբազում պարզ բացատրութիւնս յօդեալս նշանօքն (+) կամ (-), կոչի գրահաշուական բաղադրութիւնն բազադրեալ, և իւրաքանչիւր բաղադրիչ մասունք նորա ասին անգամ կամ է.

զեր+ : Բացատրութիւն՝ որ զերկուս եզերս ունիցի, կոչի ներհ-  
 քաշի . որ զերիս եզերս ունիցի, կոչի նոսքաշի . և ընդհանրա-  
 պէս բացատրութիւն որ բազում եզերս ունիցի, կոչի քաշ-  
 յաքաշի :

Որպէս

$$* + ք$$

$$3* - 2$$

$$**^2 - 5ք$$

էն երկքաշիք . և

$$* + ք + 4$$

$$3*^2 - 5ք^2 + 7ք^3$$

$$** + քք - 4ք$$

էն եռաքաշիք . և ընդհանրապէս

$$* + ք - 4 + ք$$

$$**^3 - ք*^2 + 4* - ք$$

$$4*^2 - 4քք + 2ք^2 - 1 + 7$$

էն բազմաքաշիք :

Բաղադրեալ բացատրութիւնք որք մտանեն 'ի թուաքա-  
 նական գործողութիւնս, փակին ընդ փակադժիւք :

Որպէս — ( $* - 2**$ ) նշանակէ եթէ քանակութիւն  $* - 2**$   
 է բառնալի . ( $* + 2ք + 34$ ) . ( $4* + 5ք + 6ք$ ) եթէ քանակու-  
 թիւնն  $* + 2ք + 34$  բազմապատկի քանակութիւնն  $4* + 5ք + 6ք$  .  
 ըստ նմին օրինակի նշանակին ( $* + *$ ) : ( $* + *$ ) , ( $* + ք$ )<sup>5</sup> ,  
 $\sqrt{(*^2 - **^2)}$  , և այլն :

27. Յորժամ գրահաշուական բաղադրեալ բացատրու-  
 թիւն մի բովանդակիցէ յինքեան բազում կարողութիւնս մի և  
 նոյն արմատոյ, վասն դիւրութեան եզերք նորա ըստ կարգի  
 յայտարարացն գրին, սկսեալ 'ի մեծագոյն յայտարարէն մինչև  
 ցփոքրն կամ 'ի փոքրագունէն մինչև ցմեծն : Յայնժամ ասի  
 բազմաքաշին կարգեալ նոսալու կարգաս կամ աճեղող կարգաս :

Որպէս բացատրութիւնն

$$3*^2 + 4 + 5* - 6*^3 + **^4$$

կարգի նուազող կարգաւ

$$**^4 - 6*^3 + 3*^2 + 5* + 4$$

և կամ աճեցող կարգաւ

$$4 + 5x + 3x^2 - 6x^5 + x^4:$$

Չամենայն թիւ տասնկարգեան մարթ է համարել բազմաբաշխ կարգեալ ըստ կարողութեանց թուական խարրսխին 10 :

Որպէս

$$\begin{aligned}
7835 &= 7000 + 800 + 30 + 5 \\
&= 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5 \\
52074 &= 50000 + 2000 + 70 + 4 \\
&= 5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10 + 4 :
\end{aligned}$$

Իցէ ընդհանրապէս թ թիւ մի տասնկարգեան ճ թուանշանք, յորում  $m, p, q, r, \dots, x, r, y$  իցեն թուանշանք կարգեալ յաջմէ ՚ի ձախ, և լինիցի

$$\begin{aligned}
\theta &= y \cdot 10^{s-1} + r \cdot 10^{s-2} + x \cdot 10^{s-5} + \dots \\
&+ r \cdot 10^5 + q \cdot 10^2 + p \cdot 10 + m :
\end{aligned}$$

28. Քանակութիւնք յորս իցեն մի և նոյն գրաւոր բացատրութիւնք, ասին նճանք, թէպէտև այլևայլ իցեն համարտագրողք նոցա և նշանք :

Քանակութիւնք յորս չիցեն մի և նոյն գրաւոր բացատրութիւնք, ասին անճանք, թէպէտև նոյն իցեն համարտագրողք նոցա և նշանք :

Որպէս

$$\begin{aligned}
m, 3m \\
2m, -4m \\
3m^2p, 7m^2p
\end{aligned}$$

էն նման քանակութիւնք. և

$$\begin{aligned}
m, p, \\
2m, -3mp \\
-4pr^2, -4p^2r
\end{aligned}$$

էն աննման քանակութիւնք :

29. Երկու և կամ բազում նման բացատրութիւնք կարեն վերածիլ ՚ի մի միայն բացատրութիւն պարզ, և գործողութիւնս այս անուանեալ կոչի վերածումն : Ի ծանօթութենէ

համարտադրողին և հակառակ քանակութեանց խմացեալ տեսանի

ւ. Եթէ երկու նման բացատրութիւնք որք զնոյն նշան ունիցին՝ վերածին, եթէ դիցին յառաջոյ ՚ի ձախմէ հասարակաց գրաւոր բացատրութեանն նշանն հասարակաց և բովանդակութիւն համարտադրողացն :

Որպէս  $2^m + 5^m$  են նման բացատրութիւնք, վասն զի նոյն  $m$  առեալ է երկիցս և հնգիցս, և ընդ ամենայն եօթնիցս  $m$  ապա  $2^m + 5^m = 7^m$  :

Նոյնպէս  $-7^p - 3^p$  են նման բացատրութիւնք, վասն զի նոյն  $p$  բարձեալ լինի եօթնիցս և երկիցս, և ընդ ամենայն տասնիցս  $p$  ապա  $-7^p - 3^p = -10^p$  :

Ըստ նմին օրինակի վերածին և առաջիկայ նման բացատրութիւնքդ .

$$\begin{aligned} 5^m + 7^m &= 12^m \\ -m^2p - 3m^2p &= -4m^2p \\ 8^m + m^2q &= 9^m + m^2q \\ -10^m r^2 - 8^m r^2 &= -18^m r^2 \\ j^m + k^m &= (j+k) \cdot m \\ m \cdot 10^2 + p \cdot 10^2 &= (m+p) \cdot 10^2 : \end{aligned}$$

բ. Եթէ երկու նման բացատրութիւնք որք չունիցին զնոյն նշան՝ վերածին, եթէ դիցին յառաջոյ ՚ի ձախմէ հասարակաց գրաւոր բացատրութեանն նշանն մեծագոյն քանակութեան և տարբերութիւն համարտադրողացն :

Որպէս  $8^m - 5^m$  են նման բացատրութիւնք, բայց նոյն  $m$  առեալ է ութիցս յաւելի և հնգիցս բառնալի, վասն որոյ նոյն  $m$  մնայ երկիցս յաւելի  $m$  ապա  $8^m - 5^m = 3^m$  :

Ըստ նմին օրինակի վերածին և առաջիկայ նման բացատրութիւնքդ .

$$\begin{aligned} 10^m - 7^m &= 3^m \\ 3^p - 5^p &= -2^p \\ 8^m r^2 - 7^m r^2 &= m^2 r^2 \\ -4^m + 3^m &= -m^2 \\ m^m - r^m &= (m-r)^m \\ j \cdot 10^5 - k \cdot 10^5 &= (j-k) \cdot 10^5 : \end{aligned}$$

ի. Եթէ երկու հաւասար և հակառակ բացատրութիւնք  
եղծանեն զմիմեանս :

Որպէս  $5^m - 5^n$  են հաւասար և հակառակ բացատրու-  
թիւնք . վասն զի նոյն  $m$  և  $n$  առեալ է հնգիցս յաւելի և հնգիցս  
բառնալի , որ է առեւ ոչինչ յաւելի կամ ոչինչ բառնալի . ա-  
պա  $5^m - 5^n = 0$  :

ի. Եթէ բազում նման բացատրութիւնք յորոց ոմանք դրա-  
կանք իցեն և ոմանք բացասականք՝ վերածին , եթէ բովան-  
դակութիւն դրականացն և բովանդակութիւն բացասականացն  
վերածիցին :

Որպէս

$$\begin{aligned}
7^m + 3^m + m &= 11^m \\
-3^m - 8^m - 10^m &= -21^m \\
5^m - 4^m + 8^m &= 13^m - 4^m = 9^m \\
5^m + 5^m - 3^m - 8^m &= 6^m - 11^m = -5^m \\
3^m - 2^m + 4^m - 3^m + 7^m &= 14^m - 4^m = 10^m :
\end{aligned}$$

30. Գտանի թուական զօրութիւն դրահաշուական բացատրու-  
թեանց , յորժամ տացին մասնաւոր զօրութիւնք ընդհանուր  
քանակութեանց , և կատարեսցին ամենայն գործողութիւնք  
նշանակեալք :

ա. Խնդրի թուական զօրութիւն բացատրութեան  $m + 2f - 3g$ ,  
եղեալ  $m = 3$ ,  $f = 2$ ,  $g = 1$  :

$$m + 2f - 3g = 3 + 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 3 + 4 - 3 = 4 :$$

բ. Խնդրի թուական զօրութիւն բացատրութեանն  $m^5 - f^m^2 + g^m - \tau$ ,  
եղեալ  $m = 1$ ,  $f = 2$ ,  $g = 3$ ,  $\tau = 4$ ,  $\varphi = 2$  .

$$\begin{aligned}
m^5 - f^m^2 + g^m - \tau &= 1 \cdot 2^5 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 4 \\
&= 1 \cdot 8 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 4 \\
&= 8 - 8 + 6 - 4 = 2 :
\end{aligned}$$

գ. Խնդրի թուական զօրութիւն բացատրութեանն  $4\varphi^2 - 4\varphi\tau + \tau^2$ ,  
եղեալ  $\varphi = 3$ ,  $\tau = 5$  .

$$4\varphi^2 - 4\varphi\tau + \tau^2 = 4 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2 = 1 :$$

դ. Խնդրի թուական զօրութիւն բացատրութեանն  $\varphi^2 - 3(m + \varphi)(m - \varphi) + 2f\tau$ ,  
եղեալ  $m = 4$ ,  $f = 2$ ,  $\varphi = 2$ ,  $\tau = 6$  :

$$\varphi^2 - 3(m + \varphi)(m - \varphi) + 2f\tau = 2^2 - 3 \cdot 6 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 6 = -8 :$$

Է. Ինդիլի (Թուական զօրութիւն բացատրութեանցս

1.  $3m^2 - 5m + 3$ , եղեալ  $m=5$ ,  $n=4$ ,  $r=3$ .

2.  $m^3 + 5m^2 - 7m - 6$ , եղեալ  $m=3$ ,  $n=4$ .

3.  $m^4 + 5(m+n)(m-r) - 4nr^2$ , եղեալ  $m=5$ ,  $n=3$ ,  $r=2$ .

4.  $3mn - \frac{2(m-n)}{3(m+n)}$ , եղեալ  $m=4$ ,  $n=2$ .  $\frac{4}{26} = \frac{2}{13}$

5.  $(m^2 - n^2)(m^2 + n^2) - \frac{3(m-n)^2}{m+n}$ , եղեալ  $m=9$ ,  $n=4$ .

6.  $\frac{4(m^2 - n^2)}{m+n} + m^3 + m^2n + mn^2 + n^3$ , եղեալ  $m=4$ ,  $n=3$ .

ԵՅ  
ԿԵՐ  
Կ



# Գ Լ Ո Ւ Խ Ե Ր Կ Ր Ո Ր Դ

ՅԱՂԱԳՍ ԳՐԱՀԱՇՈՒԱԿԱՆ ԱՄԲՈՂՋԱԿԱՆ

ՔԱՆԱԿՈՒԹԵԱՆՑ

ՀԱՏՈՒԱԾ Ա.

Յաղագս յաշխման :

31. Ի յաւելման գրահաշուական ամբողջական քանակութեանց երկից դիպաց մարթին լինել .

ա. է զի յաւելի քանակութիւնքն նմանք են և նմանանշանք .

բ. է զի յաւելի քանակութիւնքն նմանք են և աննմանանշանք .

գ. Եւ է զի յաւելի քանակութիւնքն աննմանք են, կամ ըստ մասին նմանք են և ըստ մասին աննմանք :

32. Ա. ԴեՊ.Բ. — Յորժամ յաւելի քանակութիւնքն նշմանք իցեն և նմանանշանք, սարտ է յաւելուլ 'ի միմեանս ըզհամարտադրողս իւրաքանչիւր նոցա ըստ կանոնի հասարակ թուաբանութեան, և զբովանդակութիւնն նովին հասարակաց նշանաւ դնել իբր նոր համարտադրող 'ի ձախմէ հասարակաց գրաւոր մասինն :

Որպէս

1	2	3
3 <sup>ա</sup>	— 6 <sup>բ</sup>	2 <sup>ա</sup> <sup>2</sup> — 3 <sup>բ</sup> <sup>3</sup> + 4
2 <sup>ա</sup>	— <sup>բ</sup>	<sup>ա</sup> <sup>2</sup> — 2 <sup>բ</sup> <sup>3</sup> + 2
ա	— 4 <sup>բ</sup>	5 <sup>ա</sup> <sup>2</sup> — <sup>բ</sup> <sup>3</sup> + 8
5 <sup>ա</sup>	— 3 <sup>բ</sup>	8 <sup>ա</sup> <sup>2</sup> — 7 <sup>բ</sup> <sup>3</sup> + 5
<hr/>	<hr/>	<hr/>
11 <sup>ա</sup>	— 14 <sup>բ</sup>	16 <sup>ա</sup> <sup>2</sup> — 13 <sup>բ</sup> <sup>3</sup> + 19



Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ յաւելմունքդ .

4	5	6
$3m + r$	$— 5F + 2$	$3m + r — 4F + 5 + 7$
$m + r$	$— F + 2$	$m + r — 5F + 5 + 9$
$2m + r$	$— 6F + 2$	$15m + r — 14F + 5 + 15$
$5m + r$	$— 12F + 2$	$7m + r — F + 5 + 10$
7	8	9
$4m + r — 34 + 5$	$5m + r — 34^2 + 4F + r$	$8m + r — 4 + 2^2 + m + 5$
$8m + r — 54 + 3$	$18m + r — 4^2 + 5F + r$	$3m + r — 94 + 2^2 + m + 5$
$10m + r — 4 + 9$	$2m + r — 24^2 + F + r$	$7m + r — 34 + 2^2 + 5m + 5$
$m + r — 154 + 1$	$25m + r — 44^2 + 8F + r$	$m + r — 24 + 2^2 + 4m + 5$
$2m + r — 4 + 4$	$m + r — 4^2 + 3F + r$	$17m + r — 4 + 2^2 + 6m + 5$

55. Բ. Դ. Ե. Պ. Ք. — Յորժամ յաւելի քանակութիւնքն նըմանք իցեն և աննմանանչանք, պարտ է գտանել նախ զբովանդակութիւն համարտագրողաց գրականացն, և ապա զբովանդակութիւն համարտագրողաց բացասականացն, և զտարբերութիւն նոցա հանդերձ նշանաւ մեծագոյն բովանդակութեանն դնել իբր նոր համարտագրող 'ի ձախմէ հասարակաց գրաւոր մասինն :

Որպէս

1	2	5
$2m$	$5m + r^2$	$3m + r^5 — 104 + 5 + 12$
$— 7m$	$— 2m + r^2$	$— 2m + r^5 + 54 + 5 — 3$
$12m$	$3m + r^2$	$6m + r^5 + 84 + 5 + 16$
$m$	$— 9m + r^2$	$4m + r^5 — 64 + 5 — 8$
$— 6m$	$— m + r^2$	$— 14m + r^5 + 34 + 5 — 24$
$2m$	$— 4m + r^2$	$— 3m + r^5 — 7$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ յաւելմունքդ .

4	5	6	7
4m	6m	3m — 4r — 8	4r — 3r <sup>2</sup> — 9r + 5
— 3m	— 4m	— 2m + 5r + 6	5r — 5r <sup>2</sup> + 7r + 5
3m	— 5m	5m + 6r — 7	— r + 6r <sup>2</sup> + 3r + 5
— 2m	m	— 8m — 7r + 5	10r + 2r <sup>2</sup> — r + 5
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>

8	9
— 12r <sup>5</sup> — 4mm + 5r	2m <sup>4</sup> — 4m + 6
3r <sup>5</sup> + mm — 3r	— 3m <sup>4</sup> + 4m — 1
— 14r <sup>5</sup> — 24mm — 15r	5m <sup>4</sup> — 8m + 8
16r <sup>5</sup> + 36mm + 17r	25m <sup>4</sup> — m + 9
54r <sup>5</sup> + 4mm — 13r	— m <sup>4</sup> + 5m — 8
— 12r <sup>5</sup> — 13mm — 8r	— 7m <sup>4</sup> + 8m — 4
<hr/>	<hr/>

54. Գ. Դեղբ. — Յորժամ յաւելլի քանակութիւնքն ան-  
 նմանք իցեն, կամ ըստ մասինն նմանք իցեն և ըստ մասինն ան-  
 նմանք, պարտ է յաւելուլ ՚ի միմեանս ՚ի մի շար յօդելով զնո-  
 սա հանդերձ իւրեանց նախդիր նշանօք և համարտադրողօք, և  
 սպա վերածել եթէ ունիցի տեղի :

Որպէս

1	2
3m + r	3m <sup>3</sup> — 4r <sup>2</sup> + 8
— 4r + 5m	5r + 2m <sup>3</sup> + 15
— 3r + 2r	7 — 5m <sup>3</sup> + 2r <sup>2</sup>
14m + 5m	— 2r + 2r <sup>2</sup> + 6m <sup>3</sup>
— 7 — 3r	<hr/>
<hr/>	6m <sup>3</sup> + 5r — 2r
27m — 4r — 3r — 7	

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ յաւելմունքդ .

5	4	4
54r — 4m	5m — 34r	3m — 5m + 6
— 12 + 8r	— 4r + 24	— 3r + 5 + m
— 34r + 5m	— 84r — 2m	12 — 2r + 7
— 6 — 24r	— 3m + 154r	5r + 2m — 24
<hr/>	<hr/>	<hr/>

6.  $7^m + (2^m + 8) + (4 - 5^m) + 10 = \dots$

7.  $34 + 7 + (4f - 24) + (2f + 8) = \dots$

8.  $(2^m - 3r) + (2r - m) + 5^m + (6r - 1) = \dots$

Իցեն թ, ժ, երկու տասնհարգեան թիւք և իցէ

$\text{թ} = 7 \cdot 10^5 + 4 \cdot 40^2 + 7 \cdot 10 + m$

$\text{ժ} = 7 \cdot 10^2 + r \cdot 10 + m$

լինիցի

$\text{թ} + \text{ժ} = 7 \cdot 10^5 + (4 + 7) \cdot 10^2 + (7 + r) \cdot 10 + m + m :$

Ի տարազուս բովանդակին կանոնք յաւելման տասնհարգեան թուոց :

### ՀԱՏՈՒԱԾ Բ .

Յադագս քարձման :

ՅՅ . Ի բարձման դրահաշուական ամբողջական քանակութեանց է զի բառնալին դրական և է զի բառնալին բացասական է :

ա . Իցէ  $\pm^m$  նուազելին և  $+f$  բառնալին . տարբերութիւն սոցա այնպիսի հարկ է լինել զի եթէ յաւելուցու 'ի բառնալին  $+f$  , բովանդակութիւնն հաւասար իցէ  $\pm^m$  նուազելոյն . աստի ինքնին տեսանի եթէ  $\pm^m - (+f) = \pm^m - f$  լինել պարտ է , զի յորժամ տարբերութիւնն  $\pm^m - f$  յաւելուցու 'ի բառնալին  $+f$  , բովանդակութիւնն  $\pm^m - f + f = \pm^m$  նուազելոյն լինիցի :

բ . Իցէ  $\pm^m$  նուազելին և  $-f$  բառնալին . տարբերութիւն սոցա այնպիսի հարկ է լինել զի եթէ յաւելուցու 'ի բառնալին  $-f$  , բովանդակութիւնն հաւասար իցէ  $\pm^m$  նուազելոյն . աստի ինքնին տեսանի եթէ  $\pm^m - (-f) = \pm^m + f$  լինել պարտ է , զի յորժամ տարբերութիւնն  $\pm^m + f$  յաւելուցու 'ի բառնալին  $-f$  , բովանդակութիւնն  $\pm^m + f - f = \pm^m$  նուազելոյն լինիցի :

նալին  $-f$ , բովանդակութիւնն  $\pm m + f - f = \pm m$  նուազե-  
լւոյն լինիցի :

Եւ 'ի մի տարազ ամփոփելով զերկոսին գէսս բարձման ,  
տեսանեմք զի է

$$\pm m - (\pm f) = \pm m \mp f :$$

Յորմէ ծագէ ընդհանուր կանոնս . եթէ տարբերութիւն  
երկուց քանակութեանց գտանի , յորժամ նշան բառնալւոյն  
փոխիցի , և ապա 'ի նուազելին յաւելուցու :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot 5m - (+3r) = 5m - 3r .$$

$$2 \cdot \cdot 4mf - (+7qr) = 4mf - 7qr .$$

$$3 \cdot \cdot -3r^2 - (-6t^2) = -3r^2 + 6t^2 .$$

$$4 \cdot \cdot -7qr - (-pr) = -7qr + pr .$$

$$5 \cdot \cdot 3m^2 - 2r^2 - (+3pr) = 3m^2 - 2r^2 - 3pr .$$

$$6 \cdot \cdot 2m - 3f - (m - 2f) = m - f .$$

$$7 \cdot \cdot 5f - 3n - (2f + 4n^2) = 3f - 3n - 4n^2 .$$

$$8 \cdot \cdot m - 2f + 3q - (-2m - 3f + 3q) = 3m + f :$$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բարձմունք . և  
եթէ գնիցի բառնալին ընդ նուազելեալ , սպարտ է գրել 'ի  
ներքոյ նշանի բառնալւոյն զնշանն հակադրեալ , և ապա վե-  
րածել եթէ գուցէ տեղի :

$$9 \cdot \cdot 3m - 2f - (5m - 3f) = \dots$$

$$10 \cdot \cdot 3mp - 2r^2 - (-5mp - 8r^2) = \dots$$

$$11 \cdot \cdot 5mp - 3r^2 + 10 - (8r^2 + 3mp - 4) = \dots$$

12

$3mp$

$-5fr$

+

---

$3mp + 5fr$

13

$3m - 2f + 4$

$2m + f - 3q$

- - +

---

$m - 3f + 4q$

14

$2m^2 - 3m^2 + 9$

$m^2 + 5m^2 - 3$

- - +

---

$m^2 - 8m^2 + 12$

15

$2mp - 18 + 3pr$

-  $mp + 12 + 15pr$

+ - -

---

$3mp - 30 - 12pr$

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 2m^2 + 34r - 4pr \\
 - 2m^2 + 24r - 2pr \\
 + \quad - \quad + \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 3m^2 - 4m + 5 \\
 2m^2 - 5m + 4 \\
 - \quad + \quad - \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 6m^2 - 34r - 18 + 6p \\
 - 12 + 7m^2 - 6 + 5 \\
 + \quad - \quad + \quad - \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 4m^2 r^2 - 54r + 8p \\
 - 4r + 2m^2 r^2 - 44r \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 20 \\
 3m^2 - 5r^2 - 10pr \\
 - pr + 7m^2 - 6r^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 15m^2 r^2 - 3p^2 + 8r - 12 \\
 - 8 + 5p^2 - 4 - 8p^2 + 3p \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 3p^2 - 5r + 3m^2 pr \\
 - m^2 pr + 18 - 3p^2 + 5r \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 15m^2 r^2 - 11pr + 3m \\
 - 6pr + 7 - 2m - 5pr \\
 \hline
 \end{array}$$

24.  $6m^2 - 5r - (2r + 34p) + (34p - 5m) = m - 7r$   
 25.  $12m - 7r - [m - (3m - 2r)] = 15m - 9r - m$   
 26.  $9m - 7r + (2m + 3r) - (5m - 8r) = \dots$   
 27.  $(5m + 2r - 34) - (2m - 3r + 54) - (m - 2r - 44) = \dots$   
 28.  $7m - 3r - [2m + 4r - (3m - 3r + 2)] = \dots$   
 29.  $5r - 2m - [3r - | 2r - (r - 4) |] = \dots$   
 30.  $m + 2r - 3 + [(2m - r - (5r - 4)) - (m - )] = \dots$

Իցեն թ, ժ երկու տասնհարդեան թիւք, և իցէ

$$\begin{array}{l}
 \text{Թ} = r \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^2 = r \cdot 10 + m \\
 \text{Ժ} = \quad + p \cdot 10^2 + r \cdot 10 + m
 \end{array}$$

Լինիցի

$$\text{Թ} - \text{Ժ} = r \cdot 10^5 + (4 - p) \cdot 10^2 + (r - r) \cdot 10 + m - m :$$

Յորմէ յառաջ գայ կանոն բարձման տասնհարդեան  
 թուոց :

### ՀԱՏՈՒԱԾ Գ.

Յադագս բազմապատկոչքեան :

36. Ի բազմապատկութեան գրահաշուական ամբողջական քանակութեանց երկից դիպաց մարթին լինել.

ա. է զի երկոքին արտագրողք են պարզ բացատրութիւնք .

բ. է զի մին յարտագրողաց է պարզ բացատրութիւն և միւսն բաղադրեալ .

գ. Եւ է զի երկոքին արտագրողք ևս են բաղադրեալ բացատրութիւնք :

37. Ա. ԴԵՊՔ. — Յորժամ երկոքին արտագրողք իցեն պարզ բացատրութիւնք :

Որովհետև ամենայն եղբ գրահաշուական բաղկանայ 'ի չորից տարերաց, յառաջագիր գրական կամ բացասական նշանէն, 'ի համարտագրողէն ընդ որում կցի, 'ի տառից զորս բովանդակէ, և 'ի յայտարարաց նոցա, վասն որոյ բազմապատկութիւնն գրահաշուական սրահանջէ կանոնս վասն նշանաց, վասն համարտագրողաց, վասն տառից և վասն յայտարարաց :

Կանոն վասն նշանաց. — Արտագրողք որոց նման իցեն նշանք, տան արտագրեալ գրական. իսկ որոց աննման իցեն նշանք, տան արտագրեալ բացասական :

Ա. յսինքն է

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

ա. Իցէ +\* բազմապատկելին և +բ բազմապատկիչն: Ի բազմապատկութեան մին յարտագրիչ քանակութեանց այնչափ ինչ յաւելեալ լինի յինքն որչափ ինչ միութիւնք գտանին 'ի միւս արտագրիչն. վասն որոյ +\* այնչափ ինչ յաւելեալ լինի ինքն որչափ ինչ միութիւնս ունիցի +բ. արդ. ±բ բովան.

գակէ յինքեան Բ դրական միութիւնս, ապա և արտագրեալն սարաի բովանդակել յինքեան դրականաբար Բիցս զ+\* զորոյ զհետ գայ եթէ արտագրեալն լինի դրական, վասն որոյ

+\* . +Բ = +\* +\* +\* +\* +\* . . . Բիցս = +\*Բ :

Բ. Իցէ +\* բազմապատկելին, և —Բ բազմապատկիչն. վասն որոյ +\* այնչափ ինչ յաւելեալ լինի յինքն, որչափ ինչ միութիւնս ունիցի —Բ. արդ —Բ բովանդակէ յինքեան Բ բացասական միութիւնս, ապա և արտագրեալն սարաի բովանդակել յինքեան բացասաբար Բիցս զ+\* զորոյ զհետ գայ եթէ արտագրեալն լինի բացասական. վասն որոյ

+\* . —Բ = —\* —\* —\* —\* —\* . . . Բիցս = —\*Բ :

Գ. Իցէ —\* բազմապատկելին, և +Բ բազմապատկիչն. վասն որոյ —\* այնչափ ինչ յաւելեալ լինի յինքն, որչափ ինչ միութիւնս ունիցի +Բ. արդ +Բ բովանդակէ յինքեան Բ դրական միութիւնս, ապա և արտագրեալն սարաի բովանդակել յինքեան դրականաբար Բիցս զ—\* զորոյ զհետ գայ եթէ արտագրեալն լինի բացասական. վասն որոյ

—\* . +Բ = —\* —\* —\* —\* —\* —\* . . . Բիցս = —\*Բ :

Դ. Իցէ —\* բազմապատկելին, և —Բ բազմապատկիչն. վասն որոյ —\* այնչափ ինչ յաւելեալ լինի յինքն, որչափ ինչ միութիւնս ունիցի —Բ. արդ —Բ բովանդակէ յինքեան Բ բացասական միութիւնս, ապա և արտագրեալն սարաի բովանդակել յինքեան բացասաբար Բիցս զ—\* . և զի բացասականն առնուլ բացասաբար ոչ այլ ինչ է եթէ ոչ առնուլ զայն դրականաբար, զորոյ զհետ գայ եթէ արտագրեալն լինի դրական. վասն որոյ

—\* . —Բ = +\* +\* +\* +\* +\* +\* . . . Բիցս = +\*Բ :

Ուրեմն

- +\* . +Բ = +\*Բ
- +\* . —Բ = —\*Բ
- \* . +Բ = —\*Բ
- \* . —Բ = +\*Բ

և կամ

$$+5 \cdot +3 = +5 + 5 + 5 = +15$$

$$+5 \cdot -3 = -5 - 5 - 5 = -15$$

$$-5 \cdot +3 = -5 - 5 - 5 = -15$$

$$-5 \cdot -3 = +5 + 5 + 5 = +15 :$$

Յորժամ արտադրողք աւելի իցեն քան զերկուս, իմա, ցեալ տեսանի

ւօ. Եթէ դրական արտադրողք որչափ և բազում իցեն թըւով, ժիշտ տան արտադրեալ դրական :

Որպէս

$$+ \cdot + \cdot + = + \cdot + \cdot +$$

$$+ \cdot + \cdot + \cdot + = + \cdot + \cdot + \cdot +$$

և կամ

$$+2 \cdot +3 \cdot +4 = +6 \cdot +4 = +24$$

$$+2 \cdot +3 \cdot +4 \cdot +5 = +24 \cdot +5 = +120 :$$

բ. Եթէ բացասական արտադրողք երկու երկու տան արտադրեալ դրական. վասն որոյ դրական է և բոլորական արտադրեալ նոցա՝ եթէ թիւ բացասական արտադրողացն իցէ զոյգ, և բացասական է՝ եթէ իցէ անզոյգ :

Որպէս

$$- \cdot - \cdot - = + \cdot + \cdot +$$

$$- \cdot - \cdot - \cdot - = + \cdot + \cdot + \cdot +$$

$$- \cdot - \cdot - \cdot - \cdot - = + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot +$$

$$- \cdot - \cdot - \cdot - \cdot - \cdot - = + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot +$$

և կամ

$$-2 \cdot -3 \cdot -4 = +6 \cdot -4 = -24$$

$$-2 \cdot -3 \cdot -4 \cdot -5 = -24 \cdot -5 = +120$$

$$-2 \cdot -3 \cdot -4 \cdot -5 \cdot -6 = +120 \cdot -6 = -720$$

$$-2 \cdot -3 \cdot -4 \cdot -5 \cdot -6 \cdot -7 = -720 \cdot -7 = +5040 :$$

գ. Արտադրողք ըստ մասին դրական և ըստ մասին բացասական տան արտադրեալ դրական՝ եթէ զոյգ իցէ թիւ արտադրողացն բացասականաց. ապա թէ ոչ, տան արտադրեալ բացասական : — Որպէս

$$+ \cdot + \cdot - = + \cdot - \cdot -$$

$$+ \cdot + \cdot - \cdot - = + \cdot - \cdot - \cdot -$$

$$+ \cdot + \cdot - \cdot - \cdot - = + \cdot - \cdot - \cdot - \cdot -$$

$$+ \cdot + \cdot - \cdot - \cdot - \cdot - = + \cdot - \cdot - \cdot - \cdot - \cdot -$$



և կամ

$$+2 \cdot +3 \cdot -4 = +6 \cdot -4 = -24$$

$$+2 \cdot +3 \cdot -4 \cdot -5 = -24 \cdot -5 = +120$$

$$+2 \cdot +3 \cdot -4 \cdot -5 \cdot +6 = +120 \cdot +6 = +720$$

$$+2 \cdot +3 \cdot -4 \cdot -5 \cdot +6 \cdot -7 = +720 \cdot -7 = -5040 :$$

Կանոն վասն համարագրողաց . — Համարագրողք բազմապատկին ընդ միմեանս, որպէս 'ի թուաբանութեան. և արտագրեալ նոցին է համարագրող գրահաշուական արտագրելոյն .

Իցէ 4<sup>ա</sup> բազմապատկելին և Բ բազմապատկիչն . որովհետև 4<sup>ա</sup> է  $+ + + +$ , վասն որոյ բազմապատկել զ4<sup>ա</sup> ընդ Բ ոչ այլ ինչ է եթէ ոչ բազմապատկել զիւրաքանչիւր  $+ + + +$  բացարութեանն  $+ + + +$  ընդ Բ . բայց Բ բազմապատկեալ ընդ  $+ + + +$  արտագրէ  $+ + + +$ , բազմապատկեալ ընդ  $+ + + +$  երկրորդ՝ արտագրէ  $+ + + +$ , և ընդ  $+ + + +$  երրորդ՝ արտագրէ  $+ + + +$ , և ընդ  $+ + + +$  չորրորդ՝ արտագրէ  $+ + + +$  . այսինքն է Բ բազմապատկեալ ընդ  $+ + + +$  արտագրէ չորիցս  $+ + + +$  կամ  $+ + + +$   $+ + + +$  և կամ 4  $+ + + +$  . վասն որոյ 4<sup>ա</sup> բազմապատկեալ ընդ Բ արտագրէ 4<sup>ա</sup> :

Իցէ դարձեալ 4<sup>ա</sup> բազմապատկելին և 3<sup>բ</sup> բազմապատկիչն . որովհետև 3<sup>բ</sup> է  $+ + +$ , վասն որոյ բազմապատկել զ4<sup>ա</sup> ընդ 3<sup>բ</sup> ոչ այլ ինչ է եթէ ոչ բազմապատկել զ4<sup>ա</sup> ընդ իւրաքանչիւր Բ բացարութեանն  $+ + +$  . բայց 4<sup>ա</sup> բազմապատկեալ ընդ Բ  $+ + +$  արտագրէ 4<sup>ա</sup> , բազմապատկեալ ընդ Բ երկրորդ՝ արտագրէ 4<sup>ա</sup> , և 4<sup>ա</sup> բազմապատկեալ ընդ Բ երրորդ՝ արտագրէ 4<sup>ա</sup> . այս ինքն է 4<sup>ա</sup> բազմապատկեալ ընդ  $+ + +$  արտագրէ երիցս 4<sup>ա</sup> , կամ  $+ + +$   $+ + +$   $+ + +$  , և կամ 12<sup>ա</sup> . վասն որոյ 4<sup>ա</sup> բազմապատկեալ ընդ 3<sup>բ</sup> արտագրէ 12<sup>ա</sup> :

Արդ համարագրողն 12 գրահաշուական արտագրելոյն՝ է արտագրեալ թուաբանական բազմապատկութեան համարագրողաց 4 և 3 տուեալ արտագրողաց . ուրեմն համարագրողք բազմապատկին ընդ միմեանս որպէս 'ի թուաբանութեան . վասն որոյ

$4 \times F$ $(+ \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---})$ $+ \text{---} F$ $+ \text{---} F$ $+ \text{---} F$ $+ \text{---} F$ <hr style="width: 50%; margin-left: auto; margin-right: auto;"/> $4 \text{---} F$		$4 \times 3F$ $(+ \text{---} F \text{---} F \text{---} F)$ $+ \text{---} 4 \text{---} F$ $+ \text{---} 4 \text{---} F$ $+ \text{---} 4 \text{---} F$ <hr style="width: 50%; margin-left: auto; margin-right: auto;"/> $12 \text{---} F$
--	--	---

Անոն շան աստից . — Որպէս ասացաւ (19) սառք համարին բազմապատկեալ յորժամ գրիցին կից միմեանց առանց միջանկեալ նշանի պահելով զկարգ այբուբենից :

Իցէ բազմապատկելն  $m$  և բազմապատկելն  $F$  . վասն որոյ

$$m \cdot F = mF :$$

Անոն շան յայտարարաց . — Այլ և այլ կարողութիւնք միոյ արմատոյ յորժամ միմեամբք բազմապատկիցին , գործեն այլ իմն կարողութիւն նորին արմատոյ , որոյ յայտարարն է հաւասար բովանդակութեան յայտարարաց արտադրողացն :

Որպէս

$$m^2 \cdot m^2 = m^4 \quad m^5 \cdot m^2 = m^7$$

$$m^5 \cdot m^2 = m^7 \quad m^5 \cdot m^3 = m^8$$

$$m^5 \cdot m^2 \cdot m^4 = m^9 \quad m^5 \cdot m^2 \cdot m^4 = m^9$$

և ընդ հանրապէս

$$m^f \cdot m^n = m^{f+n} \quad \text{Տիցս} \times \text{նիցս} = m^f + m^n :$$

Քանզի որովհետև  $m^f$  արտադրեալ իմն է Տիցս  $m$  հաւասար արտադրողաց , և ըստ նմին օրինակի  $m^n$  արտադրեալ է նիցս  $m$  հաւասար արտադրողաց , վասն որոյ իբրև երկոքին կարողութիւնքս միմեամբք բազմապատկիցին  $m^f \cdot m^n$  , պարտ է  $m$  արտադրողին այնչափ ինչ անգամ յարտադրեալն բովանդակել , որչափ ինչ միանգամ ուրոյն ուրոյն յերկոսին արտադրողսն  $m^f$  և  $m^n$  գտանիցի . արդ յ $m^f$  գտանի Տիցս և յ $m^n$  գտանի նիցս , ուստի և յարտադրեալն գտանիցի  $(f+n)$  անգամ , յորմէ և  $m^f \cdot m^n = m^{f+n}$  :

Օրինակք բազմապատկութեան պարզ քանակութեանց .

1. . 4m . 3fr = 12mf .

2. . 3fm . — 5m = — 15mf .

3. . m<sup>4</sup> . — 3m = — 3m<sup>5</sup> .

4. . — 6m<sup>4</sup> . 3m<sup>2</sup> = — 18m<sup>6</sup> .

5. . — m<sup>4</sup>r<sup>5</sup> . — 2mr<sup>2</sup> = 2m<sup>5</sup>r<sup>6</sup> .

6. . 5m<sup>2</sup>r<sup>5</sup> . — 3mfr<sup>2</sup> = — 15m<sup>5</sup>fr<sup>5</sup> .

7. . m<sup>f</sup> . m<sup>h</sup> . m<sup>r</sup> = m<sup>f+h</sup> . m<sup>r</sup> = m<sup>f+h+r</sup> .

8. . m<sup>f</sup> . m<sup>h</sup> . m<sup>r</sup> . m<sup>r</sup> = m<sup>f+h</sup> . m<sup>r</sup> . m<sup>r</sup> = m<sup>f+h+r</sup> . m<sup>r</sup> = m<sup>f+h+r+r</sup> .

9. . 2m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q<sup>5</sup> . — 3m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q<sup>2</sup> . 4m<sup>2</sup>r<sup>5</sup>q = — 24m<sup>5</sup>r<sup>7</sup>q<sup>6</sup> .

10. . — 2m<sup>2</sup> . 3m<sup>2</sup>r<sup>2</sup> . 5m<sup>2</sup>r . — fr<sup>2</sup> = 30m<sup>5</sup>r<sup>5</sup>q<sup>2</sup>r<sup>2</sup> :

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բազմապատկութիւնք .

11. . 3mf . 4fr = . . .

12. . — 8mfr . 3fr = . . .

13. . — 5m<sup>4</sup> . — 4fr<sup>2</sup> = . . .

14. . 12fr<sup>2</sup> . — 5m<sup>5</sup>fr<sup>5</sup>q<sup>4</sup> = . . .

15. . — 3fr<sup>3</sup> . — 12m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q<sup>5</sup> = . . .

16. . 5m<sup>4</sup>fr<sup>5</sup> . 4m<sup>5</sup>r<sup>2</sup>q<sup>6</sup> = . . .

17. . — 7m<sup>5</sup>fr<sup>2</sup>q . 3m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q = . . .

18. . — 16q<sup>2</sup>m<sup>5</sup>q<sup>4</sup> . — 5q<sup>5</sup>fr<sup>2</sup>q = . . .

19. . 2m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q<sup>2</sup> . 4m<sup>2</sup>fr<sup>4</sup> . — m<sup>5</sup>fr<sup>4</sup>q = . . .

20. . 3r<sup>2</sup> . — 2fr . — m<sup>5</sup> . 4fr<sup>2</sup>fr = . . .

21. . 12m<sup>5</sup>r<sup>5</sup> . 5m<sup>2</sup>r<sup>2</sup>q<sup>4</sup> = . . .

22. . — 6m<sup>4</sup>q<sup>2</sup>q<sup>5</sup> . 3q<sup>6</sup>fr<sup>5</sup>q<sup>4</sup> = . . .

23. . 14m<sup>5</sup>r<sup>4</sup> . — 2q<sup>2</sup>m<sup>5</sup>q<sup>2</sup> = . . .

24. . — 15q<sup>4</sup>fr<sup>5</sup>q<sup>2</sup> . — 2m<sup>5</sup>r<sup>4</sup> = . . . :

38. Բ. Դեղք. — Յորժամ մին յարտադրողաց իցէ պարզ բացատրութիւն և միւսն բազադրեալ :

Իցէ բազմապատկելին m + f + q և բազմապատկելին m . ըստ սահմանի բազմապատկութեան m + f + q այնչափ ինչ յաւե .

լեալ լինի յինքն որչափ ինչ միութիւնս ունիցի ք. վասն որոյ պարտ է նախ զք յաւելուլ յինքն ք անդամ, սպա զք յաւելուլ յինքն ք, և զք յաւելուլ յինքն ք անդամ, և գումարել զայս ամենայն մասնական արտադրեալս : Աւտի

$$(x + f + g) \cdot x^2 = x^3 + f \cdot x^2 + g \cdot x^2 + x$$

որ է ասել. եթէ բազմապատկելին իցէ բացատրութիւն բազադրեալ և բազմապատկիչն բացատրութիւն պարզ, գտանի արտադրեալ նոցին բազմապատկելով ուրոյն ուրոյն զիւրաքանչիւր եզր բազմապատկելոյն ընդ բազմապատկիչն :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot (3x - 4f) \cdot 2g = 6xg - 8fg$$

$$2 \cdot \cdot (3x - 5f + 7) \cdot -2g = -6xg + 10fg - 14g$$

$$3 \cdot \cdot (2x^2 - 5f + 3g) \cdot 3x = 6x^3 - 15xf + 9xg$$

$$4 \cdot \cdot (x + 2x^2 - 3x^3) \cdot 5x^4 = 5x^5 + 10x^6 - 15x^7$$

$$5 \cdot \cdot (4x^5 - 3fg^2 + 34g - 7) \cdot 5x^5 = 20x^{10} - 15fg^2x^5 + 170g^2x^5 - 35x^5$$

$$6 \cdot \cdot (4x^5 - 3x^2f + 2xf^2 - f^3) \cdot -x^2f^2 = -4x^7f^2 + 3x^4f^3 - 2x^5f^4 + x^2f^5$$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բազմապատկութիւնք .

$$7 \cdot \cdot (5f + 4g - 7) \cdot 5 = \dots$$

$$8 \cdot \cdot (fg + 7g - 5) \cdot -3xg = \dots$$

$$9 \cdot \cdot (4x^2 - 34x^5 + 2x^3) \cdot -4xg = \dots$$

$$10 \cdot \cdot (3x - 5fg + 4g) \cdot -2xg = \dots$$

$$11 \cdot \cdot (6x^5 - 4x^2g^2 + 6x^5g - 3x^4) \cdot 2x^2g^2 = \dots$$

$$12 \cdot \cdot (2xg^2 - 3fg^4 - 8g^6 - 7) \cdot -5xfg = \dots$$

39. Գ. Դ. Ե. Պ. — Յորժամ երկոքին արտադրողք ևս իցեն բազադրեալ բացատրութիւնք :

Իցէ բազմապատկելին  $(x + f + g)$  և բազմապատկիչն  $(x + r + s)$ . ըստ սահմանի բազմապատկութեան  $(x + f + g)$  այնչափ ինչ յաւելեալ լինի յինքն որչափ ինչ միութիւնս ունիցի  $(x + r + s)$ . բայց  $(x + r + s)$  ունի յինքեան նախ ք միութիւնս :

Թիւնս , ապա ը միուԹիւնս և հուսկ յետոյ յ միուԹիւնս յաւելեալ 'ի միմեանս . վասն որոյ պարտ է նախ զբազմապատկելին  $(\ast + \text{բ} + \text{գ})$  յաւելուլ յինքն  $\ast$  անգամ , ապա ը անգամ , հուսկ յետոյ յ անգամ . այսինքն է բազմապատկել նախ ընդ  $\ast$  , ապա ընդ ը , հուսկ յետոյ ընդ յ , և գումարել զայս ամենայն արտագրեալս : Ուստի

$$\begin{aligned} (\ast + \text{բ} + \text{գ})(\ast + \text{բ} + \text{գ}) &= (\ast + \text{բ} + \text{գ}) \cdot \ast \\ &+ (\ast + \text{բ} + \text{գ}) \cdot \text{բ} \\ &+ (\ast + \text{բ} + \text{գ}) \cdot \text{գ} \end{aligned}$$

որ է ասել . եթէ բազմապատկելին և բազմապատկիչն բազադրեալ բացարուԹիւնք իցեն , գտանի արտագրեալ նոցին բազմապատկելով ուրոյն ուրոյն զիւրաքանչիւր եզր բազմապատկելոյն իւրաքանչիւր եզերք բազմապատկողին , և ապա գումարելով զամենայն արտագրեալս :

Մասնական արտագրեալք բազադրեալ արտագրողաց կարգաւորելոց (27) դիւրաւ վերածին եթէ բազմապատկիչն ընդ բազմապատկելեալ գնիցի , և մասնական արտագրեալք այնպէս իմն դրոշմիցին զի նման եզերք ընդ միմեամբք անկանիցին :

Որպէս

$$\begin{aligned} 1 \cdot \cdot (3\ast + 4\text{բ})(4\text{գ} - 3\text{դ}) &= (3\ast + 4\text{բ}) \cdot 4\text{գ} - (3\ast + 4\text{բ}) \cdot 3\text{դ} \\ &= 12\ast\text{գ} + 16\text{բ}\text{գ} - 9\ast\text{դ} - 12\text{բ}\text{դ} \end{aligned}$$

2	5
$\ast^2 - 2\ast + 1$	$2\ast^2 - 3\ast\ast + 2\ast^2$
$6\ast - 3$	$\ast - \ast$
$6\ast^3 - 12\ast^2 + 6\ast$	$2\ast^5 - 3\ast^2\ast + 2\ast\ast^2$
$- 3\ast^2 + 6\ast - 3$	$- 2\ast^2\ast + 3\ast\ast^2 - 2\ast^5$
$6\ast^5 - 15\ast^2 + 12\ast - 3$	$2\ast^5 - 5\ast^2\ast + 5\ast\ast^2 - 2\ast^5$

4	5
$3m^2 - 6m + 3$	$3m^2 - 3m + 4$
$2m + 2$	$3m^2 - 3m - 2$
$6m^3 - 12m^2 + 6m$	$9m^4 - 9m^2 + 12m^2$
$+ 6m^2 - 12m + 6$	$- 9m^3 + 9m^5 - 12m$
$6m^3 - 6m^2 - 6m + 6$	$- 6m^2 + 6m - 8$
	$9m^4 - 9m^3 - 9m^2 + 9m^5 +$
	$6m^2 - 12m + 6m^2 - 8$

6	
$4r^2 - 4r + 1$	
$4r^2 + 4r + 1$	
$16r^4 - 16r^3 + 4r^2$	
$+ 16r^3 - 16r^2 + 4r$	
$+ 4r^2 - 4r + 1$	
$16r^4 - 8r^2 + 1$	

7	
$7m^6 f^5 - 25m^5 f^4 + 9m^4 f^3 - m^3 f^2$	
$3m^4 f^2 + 7m^3 f^3 + m^2 f^4$	
$21m^{10} f^5 - 75m^9 f^6 + 27m^8 f^7 - 3m^7 f^8$	
$+ 49m^2 f^6 - 175m^8 f^7 + 63m^7 f^8 - 7m^6 f^9$	
$- 7m^8 f^7 - 25m^7 f^8 + 9m^6 f^9 - m^5 f^{10}$	
$21m^{10} f^5 - 26m^9 f^6 - 155m^8 f^7 + 35m^7 f^8 + 2m^6 f^9 - m^5 f^{10}$	

8.  $(m^4 - m^3 + m^2 - m + 1)(m + 1) = m^5 + 1.$

9.  $(m^4 + m^3 + m^2 + m + 1)(m - 1) = m^5 - 1.$

10.  $(m - 2r - 3)(3m + 2r - 2) = 3m^2 - 4mr - 10r^2 - 4r^2 + 3r^2.$

11.  $(4m^4 - 12m^2 f^3 + 9f^6)(2m^2 - 3f^3) = 8m^6 - 36m^4 f^3 + 54m^2 f^6 - 37f^5.$

12.  $(1 - 2m + 3m^2 - 4m^3)(1 - 3m + 5m^2 - 7m^3) = 1 - 5m + 14m^2 - 30m^3 + 41m^4 - 41m^5 + 28m^6.$

$$13 \cdot \cdot (3x^2 - 2x + 1)(3x + 5)(x - 1) = \\ (3x^3 - 5x^2 + 3x - 1)(3x + 5) = 9x^4 - 16x^2 + 12x - 5.$$

$$14 \cdot \cdot (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x - 3) = \\ x^6 - 2x^5 - 7x^4 + 20x^3 - 21x^2 - 18x + 27.$$

$$15 \cdot \cdot (x + 1)(x + 2)(x + 3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6.$$

$$16 \cdot \cdot (x + f + 4)(x + f - 4)(x - f + 4)(-x + f + 4) = \\ -x^4 + 2x^2f^2 + 2x^24^2 - f^4 + 2f^24^2 - 4^4.$$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բաղձապատկու թիւնք .

$$17 \cdot \cdot (x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = \dots$$

$$18 \cdot \cdot (x^2 + f^2 + 4^2 + 2xf - 2x4 + 2f4)(x^2 + f^2 - 4^2 - 2xf) = \dots$$

$$19 \cdot \cdot (3x - f)(x^2 - 2xf + 3f^2)(2x^3 - 3f^3) = \dots$$

$$20 \cdot \cdot 2x(x^2 - 3x + 4) + 5x(x^2 - 2x - 3)(x - 5) = \dots$$

$$21 \cdot \cdot (7x - 5f)(x + 2f - 3) - (3x - f)(2x - f + 5) = \dots$$

$$22 \cdot \cdot (4x^2 - 3x + 2)(3x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 3) = \dots$$

Իցէն թ, ժ երկու տասնկարգեան թիւք, և իցէ

$$\text{թ} = \tau \cdot 10^5 + \varphi \cdot 10^4 + \text{բ} \cdot 10 + x$$

$$\text{ժ} = \gamma \cdot 10^2 + \epsilon \cdot 10 + y,$$

ժասնական արտադրեալք նոցա լինիցին

$$\tau\gamma \cdot 10^5 + \varphi\gamma \cdot 10^4 + \text{բ}\gamma \cdot 10^3 + x\gamma \cdot 10^2 \\ + \tau\epsilon \cdot 10^4 + \varphi\epsilon \cdot 10^3 + \text{բ}\epsilon \cdot 10^2 + x\epsilon \cdot 10 \\ + \tau y \cdot 10^3 + \varphi y \cdot 10^2 + \text{բ}y \cdot 10 + xy =$$

Յայսմ տարազու բովանդակին կանոնք բաղձապատկու թեան տասնկարգեան թուոց :

40. Ի բաղձապատկու թեան են դէպք ինչ որոց յոյժ յաճախեալ է կիրառու թիւն, և առաջնորդեն ՚ի հայեցողութիւնս կարևորս :

ա. Խնդրի բաղձապատկել  $x + f$  ընդ  $x + f$ ,

$$x + f$$

$$x + f$$

---


$$x^2 + xf$$

$$+ xf + f^2$$

---


$$x^2 + 2xf + f^2$$

որ է ասել. Երկրորդ կարողութիւն բովանդակութեան երկուց քանակութեանց հաւասար է երկրորդ կարողութեան առաջնոյն, կրկնապատիկ արտագրելոյ առաջնոյն ընդ երկրորդին, և երկրորդ կարողութեան երկրորդին :

Հայեցողութիւնս այս գրահաշուօրէն այսպէս նշանակի

$$(m+f)(m+f) = (m+f)^2 = m^2 + 2mf + f^2 .$$

ուստի

$$(5m^3 + 8m^2f)^2 = 25m^6 + 80m^5f + 64m^4f^2$$

և

$$(7+3)^2 = 10^2 = 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 3^2 = 49 + 42 + 9 = 100 :$$

բ. Խնդրի բազմապատկել  $m-f$  ընդ  $m-f$ ,

$$\begin{array}{r} m-f \\ m-f \\ \hline m^2 - mf \\ -mf + f^2 \\ \hline m^2 - 2mf + f^2 \end{array}$$

որ է ասել. Երկրորդ կարողութիւն տարբերութեան երկուց քանակութեանց հաւասար է երկրորդ կարողութեան առաջնոյն, նուազեցուցեալ կրկնապատիկ արտագրելով առաջնոյն ընդ երկրորդին և յաւելեալ յերկրորդ կարողութիւն երկրորդին :

Հայեցողութիւնս այս գրահաշուօրէն այսպէս նշանակի

$$(m-f)(m-f) = (m-f)^2 = m^2 - 2mf + f^2 .$$

և զի հանգէտ է սա նախընթացին, վասն այնորիկ մարթ է վերածել զայն ընդ նմա 'ի մի տարազ

$$(m \pm f)^2 = m^2 \pm 2mf + f^2 .$$

ուստի

$$(7m^2f^2 - 12mf^5)^2 = 49m^4f^4 - 168m^3f^5 + 144m^2f^6 .$$

և

$$(7-3)^2 = 4^2 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 + 3^2 = 49 - 42 + 9 = 16 :$$

գ. Խնդրի բազմապատկել  $m+f$  ընդ  $m-f$ ,



$$\begin{array}{r} m + f \\ m - f \\ \hline m^2 + mf \\ - mf - f^2 \\ \hline m^2 - f^2 \end{array}$$

որ է ասել. Բովանդակուածիւն երկուց քանակուածեանց բազմապատկեալ տարբերուածեամբ նոցին, արտադրեալն հաւասար է տարբերուածեան երկրորդ կարողուածեան քանակուածեանցն այնոցիկ:

Հայեցողուածիւնս այս գրահաշուօրէն այսպէս նշանակի

$$(m + f)(m - f) = m^2 - f^2.$$

ուստի

$$(8m^5 + 7mf^2)(8m^5 - 7mf^2) = 64m^6 - 49m^2f^4.$$

և

$$(7 + 3)(7 - 3) = 10 \cdot 4 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40:$$

Այս հայեցողուածիւնք բազում անգամ համառօտեն զհաշիւս, և քան զսովորական կարգն՝ տան դիւրաւ գտանել զարտադրեալ քանակուածեանց:

Որպէս

$$(3m^5f + 2m^2f^2 + mf^5 - f^4)(3m^5f + 2m^2f^2 - mf^5 + f^4).$$

առաջին արտադրիչն է բովանդակուածիւն երկուց քանակուածեանցս

$$3m^5f + 2m^2f^2 \text{ և } mf^5 - f^4, \text{ կամ } (3m^5f + 2m^2f^2) + (mf^5 - f^4).$$

և երկրորդն է տարբերուածն նոցին քանակուածեց. այսինքն է

$$(3m^5f + 2m^2f^2) - (mf^5 - f^4).$$

ուրեմն ըստ երրորդ հայեցողուածեան խնդրեալ արտադրեալն լինիցի հաւասար տարբերուածեան երկրորդ կարողուածեան երկոցունց քանակուածեանցն այնոցիկ. այսինքն է

$$(3m^5f + 2m^2f^2)^2 - (mf^5 - f^4)^2:$$

Արդ մին յերկրորդ կարողուածեանց աստի է բովանդակուածեան և միւսն տարբերուածեան, վասն որոյ ըստ առաջին և ըստ երկրորդ հայեցողուածեանց խնդրեալ արտադրեալն լինիցի

$$9m^6f^2 + 12m^5f^3 + 4m^4f^4 - m^2f^6 + 2mf^7 - f^8 :$$

Ըստ նմին օրինակի

$$(2m + f^4 - 2f^2)(2m - f^4 + 2f^2) = (2m)^2 - (f^4 - 2f^2)^2 = \\ = 4m^2 - f^2f^4 + 4f^3f - 4f^4.$$

$$(5m^2 - 4mf + 3f^2)(5m^2 - 4mf - 3f^2) = (5m^2 - 4mf)^2 - (3f^2)^2 = \\ = 25m^4 - 40m^3f + 16m^2f^2 - 9f^4 :$$

### ՀԱՏՈՒԱԾ Դ.

Յադագս բաժանման .

41. Ի բաժանման գրահաշուական ամբողջական քանակութեանց քառեակ դիպաց մարթին լինել .

ա. է զի բաժանելին և բաժանարարն են պարզ բացատրութիւնք .

բ. է զի բաժանելին է բաղադրեալ բացատրութիւն , և բաժանարարն պարզ .

գ. է զի բաժանելին և բաժանարարն են բաղադրեալ բացատրութիւնք .

դ. Եւ է զի բաժանելին է պարզ բացատրութիւն և բաժանարարն բաղադրեալ :

42. Ա. ԴԵՊԲ. — Յորժամ բաժանելին և բաժանարարն իցեն պարզ բացատրութիւնք .

Յայսպիսի դէպս հարկ է զի և քանորդն իցէ պարզ բացատրութիւն . և զի ամենայն եզր գրահաշուական բաղկանայ 'ի չորից տարերաց , 'ի յառաջագիր նշանէն , 'ի համարտագրողէն , 'ի տառից և 'ի յայտարարաց նոցա , վասն որոյ և 'ի բաժանման գրահաշուական բացատրութեանց պահանջին կանոնք վասն նշանաց , վասն համարտագրողաց , վասն տառից և վասն յայտարարաց :

Կանոն վասն նշանաց . — Քանակութիւնք որոց նման իցեն նշանք , տան քանորդ գրական . իսկ որոց աննման իցեն նշանք , տան քանորդ բացասական :

Այսինքն է

$$+ : + = +$$

$$- : - = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

իօ. Ապացուցաւ (37) եթէ  $+ \cdot + = +$ , որում զհետ գայ եթէ  $+ \cdot + = +$ :

բ. Ապացուցաւ եթէ  $+ \cdot - = -$ , զհետ գայ եթէ  $- \cdot - = +$ :

դ. Ապացուցաւ եթէ  $- \cdot + = -$ , որում զհետ գայ եթէ  $- \cdot - = +$ :

դ. Ապացուցաւ եթէ  $- \cdot - = +$ , զհետ գայ եթէ  $+ \cdot + = +$ :

Այսինքն է

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$- \cdot + = -$$

$$+ \cdot - = -$$

և կամ

$$+15 : +3 = +5$$

$$-15 : -3 = +5$$

$$-15 : +3 = -5$$

$$+15 : -3 = -5$$

Կանոն շատ համարաբանական. — Համարաբանական բաժանին 'ի միմեանս որպէս 'ի թուաբանութեան, և գրի քանորդ ճիշդ' եթէ բաժանին առանց յաւելուածոյ. ապա թէ ոչ, գրի իբրև կոտորակ:

Որպէս

$$6 \cdot 3 = \frac{6 \cdot 3}{3} = 2 \cdot 3$$

$$2 \cdot 2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = \frac{2}{1}$$

$$3 \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{4} = \frac{3}{1}$$

Կանոն Հասն փառաբան . — Ի տառից բաժանելույն ջնջին տառք բաժանարարին , և որ ինչ մնայ է քանորդն . և եթէ չգտցին 'ի բաժանելին տառք բաժանարարին , քանորդն է կոտորակ :  
Որպէս

$$աբգդ : ագ = բդ .$$

$$աբգ : բգդ = \frac{ա}{դ} :$$

Կանոն Հասն յայտարարաց . — Յորժամ բաժանելին և բաժանարարն միոյ արմատոյ այլ և այլ կարողութիւնս ունիցին , քանորդն ևս ելանէ այլ իմն կարողութիւնս նորին արմատոյ , որոյ յայտարարն է հաւասար տարբերութեան յայտարարաց բաժանարարին 'ի բաժանելույն :

Իցէ  $ա^f : ա^b = ա^c$  , ուստի և  $ա^b \cdot ա^c = ա^f$  կամ  $ա^b + c = ա^f$  , յորմէ և  $ն + փ = ճ$  , որում զհետ գայ եթէ  $փ = ճ - ն$  . ապա ուրեմն  $ա^f : ա^b = ա^c = ա^{f-n}$  :

ւ. Եթէ յայտարար բաժանելույն մեծագոյն իցէ քան զյայտարար բաժանարարին , կամ  $f > b$  , ուստի և  $ն = ճ - ր$  , յայնժամ

$$ա^f : ա^b = ա^f : ա^{f-r} = ա^{f-f+r} = ա^r .$$

այսինքն յայտարար քանորդին դրական լինի :

բ. Եթէ յայտարար բաժանելույն և բաժանարարին հաւասար իցեն միմեանց , կամ  $f = b$  , յայնժամ

$$ա^f : ա^b = ա^f : ա^f = ա^{f-f} = ա^0 .$$

և քանզի  $ա^f : ա^f = 1$  . ուրեմն  $ա^0 = 1$  : Արդ եթէ յայտարար քանորդին կամ որպիսի ինչ և իցէ քանակութեան իցէ 0 , նըշան է եթէ քանակութիւնն այն յանձն իւր բաժանեալ իցէ . ուստի և քանորդն է հաւասար միութեան :

գ. Ապա եթէ յայտարար բաժանելույն փոքր իցէ քան զյայտարար բաժանարարին , կամ  $f < b$  , ուստի և  $ն = ճ + ր$  , յայնժամ

$$ա^f : ա^b = ա^f : ա^{f+r} = ա^{f-f-r} = ա^{-r} .$$

այսինքն յայտարար քանորդին բացասական լինի : Եւ քանզի

$$ա^f : ա^b = \frac{ա^f}{ա^{f+r}} = \frac{ա^f}{ա^f \cdot ա^r} = \frac{1}{ա^r} ,$$

ուրեմն

$$m^{-r} = \frac{1}{m^r} :$$

Ապա ուրեմն ամենայն քանակութիւն, որոյ բացասական յայտարար իցէ, հաւասար է միութեան՝ բաժանեալ ՚ի նոյն քանակութիւնն դրական յայտարարաւ :

Օրինակք բաժանման պարզ բացատրութեանց .

$$1 \cdot 15^m r : 3^m = 5^m .$$

$$2 \cdot -4^m r : 4^r = -4^m .$$

$$3 \cdot 24^m r^4 : -4^m r = -6^4 .$$

$$4 \cdot 8^m r : -2^m r = \frac{4^m}{r} .$$

$$5 \cdot 18^m r^7 : 6^m r^4 = 3^m r^3 .$$

$$6 \cdot 28^m r^5 r^2 : 7^m r^2 = 4^m r^2 .$$

$$7 \cdot 12^m r^4 : 6^m r^6 = \frac{2}{m^2} .$$

$$8 \cdot -15^m r^5 r^5 : -3^m r^4 = \frac{5^m r^2}{r} :$$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բաժանումք .

$$9 \cdot 6^m r : 2^m = \dots$$

$$10 \cdot 12^m r : -3^m = \dots$$

$$11 \cdot -10^m r^2 : -5^m r = \dots$$

$$12 \cdot -35^m r^4 r^2 : 5^m r = \dots$$

$$13 \cdot 48^m r^5 r^5 : 6^m r^2 = \dots$$

$$14 \cdot 10^m r : -2^m r^4 = \dots$$

$$15 \cdot -8^m r : -r^2 = \dots$$

$$16 \cdot m^m r : 5^m r^r = \dots$$

$$17 \cdot -3^m r^r : 4^m r^2 = \dots :$$

45. Բ. ԴԵՊԳ. — Յորժամ բաժանելին իցէ բաղադրեալ բացատրութիւն և բաժանարարն պարզ :

Որովհետև ըստ կանոնի բաղմապատկութեան

$$(m + r + q) \cdot r = m^m + r^r + q^q$$

ասլա և

$$(\ast\ast + \text{բ}\ast + \text{գ}\ast) : \ast = \ast\ast : \ast + \text{բ}\ast : \ast + \text{գ}\ast : \ast \\ = \ast + \text{բ} + \text{գ}.$$

որ է ասել. Եթէ բաժանելին իցէ բացատրութիւն բաղադրեալ, և բաժանարարն բացատրութիւն սլարզ, դտանի քանորդն բաժանելով սւրոյն ուրոյն զիւրաքանչիւր եզր բաժանելոյն 'ի բաժանարարն, և յաւելլով 'ի միմեանս զմասնական քանորդսն :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot (15\ast\ast - 20\text{բ}\ast + 35\text{գ}\ast) : 5\ast = 3\ast - 4\text{բ} + 7\text{գ}.$$

$$2 \cdot \cdot (18\ast\ast^2 - 27\text{բ}\ast^2 + 36\text{գ}\ast^2) : -3\ast^2 = -6\ast\ast + 9\text{բ}\ast - 12\text{գ}\ast.$$

$$3 \cdot \cdot (20\ast^5\text{բ}\ast^5 + 16\ast^2\ast^2 - 9\ast\ast) : 4\ast\ast = 5\ast^2\text{բ}\ast^2 + 4\ast\ast - \frac{9\ast}{4}.$$

$$4 \cdot \cdot (5\ast^4\ast - 4\ast^5\ast^2 - 3\ast^2\ast^5) : \ast^2\ast = 5\ast^2 - 4\ast\ast - 3\ast^2.$$

$$5 \cdot \cdot (16\ast^5 - 12\ast^2 + 8\ast - 4) : 2\ast^2 = 8\ast - 6 + \frac{4}{\ast} - \frac{2}{\ast^2}.$$

$$6 \cdot \cdot (16\ast^f - 4\ast^{f-4} + 6\ast^{f-8}) : 4\ast^{f-6} = 4\ast^6 - \ast^2 + \frac{3}{2\ast^2}.$$

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բաժանմունք .

$$7 \cdot \cdot (8\ast\text{բ} - 12\ast\text{գ}) : 4\ast = \dots$$

$$8 \cdot \cdot (15\ast^f - 10\text{բ}\ast^f + 20\text{գ}\ast^f) : -5\ast^f = \dots$$

$$9 \cdot \cdot (18\ast\ast^2 + 27\text{բ}\ast^2 - 36\text{գ}\ast^2) : -9\ast^2 = \dots$$

$$10 \cdot \cdot (21\ast^6\text{բ}\ast^5 - 35\ast^5\text{բ}\ast^4 + 56\ast^8\text{բ}\ast^5) : 7\ast^4\text{բ}\ast^5 = \dots$$

$$11 \cdot \cdot (24\ast^5\ast^4 - 6\ast^2\ast^5 + 42\ast^4\ast^5) : 6\ast^2\ast^5 = \dots$$

$$12 \cdot \cdot (6\ast^7\text{բ}\ast^4 - 48\ast^5\text{բ}\ast^2 + 40\ast^6\text{բ}\ast^5 - 16\ast^4\text{բ}\ast^5) : -8\ast^5\text{բ}\ast^2 = \dots$$

$$13 \cdot \cdot (3\ast\ast^f - 4\text{բ}\ast^{f-1} + 3\text{գ}\ast^{f-2}) : 2\ast^{f-1} = \dots$$

44. Գ. ԴԵՊԲ. — Յորժամ բաժանելին և բաժանարարն ևս իցեն բաղադրեալ բացատրութիւնք :

Որովհետև բաժանելին է արտադրեալ բաժանարարին ընդ քանորդն, ասլա իւրաքանչիւր եզր քանորդին բաղմասպատկեալ է ընդ ողջոյն բաժանարարն. վասն որոյ արտադրող որոյ իւրաքանչիւր եզր բաղմասպատկեալ ընդ բաժանարարն տայցէ զբաժանելին, է քանորդն խնդրեալ :

Իցէ բաժանարարն \*+բ+գ, քանորդն \*+բ+գ, արտադրեալ երկուց բացատրութեանցս այսոցիկ է խնդրեալ բաժանելին. վասն որոյ

Բաժանարար \* +բ +գ

Քանորդ \* +բ +գ

$$\left\{ \begin{array}{l} **+բ*+գ* \\ +*բ +բբ +գգ \\ +*գ +բգ +գգ : \end{array} \right.$$

Արդ առաջին եզր բաժանելոյն \*\* է արտադրեալ առաջին եզեր բաժանարարին \* ընդ առաջին եզր քանորդին \* . ապա գտանիցի առաջին եզր քանորդին բաժանելով զառաջին եզր բաժանելոյն յառաջին եզր բաժանարարին , և ելանէ առաջին եզր քանորդին \* : Եւ զի բաժանումն է հակառակ բազմապատկութեան , պարտ է բառնալ 'ի բաժանելոյն զայն ամենայն մասունս զոր եմոյժ \* յարտադրեալն . և այս մասունք գտանին՝ բազմապատկելով \* ընդ բաժանարարն , որք են \*\*+բ\*+գ\* , զոր բարձեալ 'ի բաժանելոյն՝ գտանեմք մնացորդ

\*բ +բբ +գգ

+\*գ +բգ +գգ ,

որոյ առաջին եզր \*բ է արտադրեալ առաջին եզեր բաժանարարին \* ընդ երկրորդ եզր քանորդին բ . ապա գտանի երկրորդ եզր քանորդին բաժանելով զառաջին եզր մնացորդին \*բ յառաջին եզր բաժանարարին \* , և ելանէ երկրորդ եզր քանորդին բ : Արդ պարտ է բառնալ 'ի բաժանելոյն զայն ամենայն մասունս զոր եմոյժ բ յարտադրեալն . և այս մասունք գտանին՝ բազմապատկելով բ ընդ բաժանարարն , որք են \*բ +բբ +գգ , զոր բարձեալ 'ի բաժանելոյն , գտանեմք մնացորդ

\*գ +բգ +գգ ,

որոյ առաջին եզր \*գ է արտադրեալ առաջին եզեր բաժանարարին \* ընդ երրորդ եզր քանորդին գ . ապա գտանի երրորդ եզր քանորդին բաժանելով զառաջին եզր մնացորդին \*գ յառաջին եզր բաժանարարին \* և ելանէ երրորդ եզր քանորդին գ , և այլն ըստ կարգի :

Յասացելոցս իմացեալ տեսանի եթէ 'ի բաժանել զբացա-  
տրուծիւն բաղադրեալ 'ի բացատրուծիւն բաղադրեալ

ւ. Պարտ է կարգել զնոսին և ապա բաժանել զառաջին  
եզր բաժանելոյն 'ի ձախմէ յառաջին եզր բաժանարարին 'ի  
ձախմէ առ 'ի գտանել զառաջին եզր քանորդին, և բազմա-  
պատկեալ զմասնական քանորդս զայս ընդ բովանդակ բաժա-  
նարարին՝ բառնալ զարտադրեալն յողջոյն բաժանելոյն:

բ. Պարտ է բաժանել զառաջին եզր մնացորդին յառաջին  
եզր բաժանարարին առ 'ի գտանել զերկրորդ եզր քանորդին,  
և զարտադրեալ քանորդիս ընդ ողջոյն բաժանարարին՝ բառ-  
նալ 'ի բովանդակ մնացորդէն:

գ. Պարտ է բաժանել զառաջին եզր նոր մնացորդիս յա-  
ռաջին եզր բաժանարարին առ 'ի գտանել զերրորդ եզր քա-  
նորդին, և զարտադրեալ քանորդիս ընդ ողջոյն բաժանարա-  
րին՝ բառնալ 'ի բովանդակ մնացորդէն:

դ. Եթէ երեկոյս միւսանգամ մնացորդ, պարտ է բաժանել  
զայն դարձեալ յառաջին եզր բաժանարարին, մինչև ամենայն  
եզերք բաժանելոյն բաժանիցին յառաջին եզր բաժանարա-  
րին. եթէ չյաւելցի ինչ մնացորդ, քանորդն է ճիշդ. և եթէ  
յաւելցի ինչ մնացորդ՝ պարտ է բաժանել և զայն 'ի բաժան-  
արարն և քանորդն նշանակել 'ի ձև կոտորակի՝ եթէ առաջին  
եզր մնացորդիս չբաժանիցի յառաջին եզր բաժանարարին:  
Բովանդակուծիւն մասնական քանորդացս է ողջոյն քանորդն  
խնդրեալ:

Որպէս

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 8xy + 4y^2 \\
 4x^2 - 4xy \\
 \hline
 -4xy + 4y^2 \\
 -4xy + 4y^2 \\
 \hline
 + \quad -
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 2x - 2y \\
 \hline
 2x - 2y
 \end{array}$$



2

$$\begin{array}{r|l}
 3m^2r^2 - mfr - 2f^2r^2 & m - fr \\
 3m^2r^2 - 3mfr & \hline
 & 3m + 2fr \\
 \hline
 & \\
 & + 2mfr - 2f^2r^2 \\
 & + 2mfr - 2f^2r^2 \\
 & \hline
 & \hline
 \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r|l}
 12m^5 - 11m^2f + 17mf^2 + 24f^3 & 4m + 3f \\
 12m^5 + 9m^2f & \hline
 & 3m^2 - 5mf + 8f^2 \\
 \hline
 & \\
 & - 20m^2f + 17mf^2 \\
 & - 20m^2f - 15mf^2 \\
 & + \quad + \\
 & \hline
 & + 32mf^2 + 24f^3 \\
 & + 32mf^2 + 24f^3 \\
 & \hline
 & \hline
 \end{array}$$

4

$$\begin{array}{r|l}
 6m^4 - 5m^5 + 4m^2 + 11m - 4 & 2m^2 - 3m + 4 \\
 6m^4 - 9m^5 + 12m^2 & \hline
 & 3m^2 + 2m - 1 \\
 \hline
 & \\
 & + 4m^5 - 8m^2 + 11m \\
 & + 4m^5 - 6m^5 + 8m \\
 & - \quad + \quad - \\
 & \hline
 & - 2m^2 + 3m - 4 \\
 & - 2m^2 + 3m - 4 \\
 & + \quad - \quad + \\
 & \hline
 \end{array}$$

5

$$\frac{4m^5 - 7m^2f + 5mf^2}{3m^2 + 7mf - 8}$$

$$\begin{array}{r} 12m^5 + 7m^4f - 34m^5f^2 + 35m^2f^5 - 32m^5 + 56m^2f - 40mf^2 \\ 12m^5 - 21m^4f + 15m^5f^2 \\ \hline - + - \\ + 28m^4f - 49m^5f^2 + 35m^2f^5 \\ + 28m^4f - 49m^5f^2 + 35m^2f^5 \\ \hline - + - \end{array}$$

$$\frac{-32m^5 + 56m^2f - 40mf^2 + 32m^5 - 56m^2f + 40mf^2}{-}$$

6

$$\frac{m^2 + 2mf + f^2}{4m^5 + 7m^2f - \frac{2m^5f^2 + 5m^2f^5}{m^2 + 2mf + f^2}}$$

$$\begin{array}{r} 4m^5 + 15m^4f + 16m^5f^2 + 2m^2f^5 \\ 4m^5 + 8m^4f + 4m^5f^2 \\ \hline - - - \\ + 7m^4f + 12m^5f^2 + 2m^2f^5 \\ - 7m^4f - 14m^5f^2 - 7m^2f^5 \\ \hline - 2m^5f^2 - 5m^2f^5 \end{array}$$

7. . .  $(m^5 + 5m^2r + 3mr^2 + r^5) : (m^2 + 4mr + r^2) = m + r$ .
8. . .  $(r^5 - 9r^2 + 27r - 27) : (r - 3) = r^2 - 6r + 9$ .
9. . .  $(m^5 - r^5) : (m^2 + mr + r^2) = m - r$ .
10. . .  $(2m^5 - m^2r - 3mr^2 - 4r^5) : (m^2 - 2mr - r^2) = 2m + 2r$   
 $+ \frac{5mr - r^5}{m^2 - 2mr - r^2}$ .
11. . .  $(m^5 - 5m^4r + 10m^3r^2 - 10m^2r^3 + 5mr^4 - r^5) :$   
 $(m^2 - 2mr + r^2) = m^3 - 3m^2r + 3mr^2 - r^3$ .
12. . .  $(15r^4 + 8m^5r - 41m^2r^2 + 10mr^3 + 9r^4) : (5r^2 + 6mr - 8r^2)$   
 $= 3r^2 - 2mr - r^2$ .
13. . .  $(4 + 5m - 16m^2 - 4m^3 + 4m^4 - 5m^5 + 4m^6) :$   
 $(1 + 2m - 3m^2 - 4m^3) = 4 - 3m + 2m^2 - m^3$ .
14. . .  $(m^6 - r^6) : (m + r) = m^5 - m^4r + m^3r^2 - m^2r^3 + mr^4 - r^5$ .
15. . .  $(81r^3 - 16r^8) : (3r^2 - 2r^2) = 27r^6 + 18r^4r^2 + 12r^2r^4$   
 $+ 8r^6$ .
16. . .  $(32m^{10}r^5 - 243r^5) : (2m^2r - 3r) = 16m^8r^4 + 24m^6r^5r$   
 $+ 36m^4r^2r^2 + 54m^2r^3r^3 + 81r^4$ .
17. . .  $(6r^4 - 11r^5 - 3r^2 + 19r - 15) : (3r - 1) = 2r^5 - 3r^2$   
 $- 4r + 5$ .
18. . .  $(2 - 7r + 16r^2 - 25r^3 + 24r^4 - 16r^5) : (2 - 3r + 4r^2)$   
 $= 1 - 2r + 3r^2 - 4r^3$ .
19. . .  $(r^4 - 2r^2r^2 + r^4) : (r^2 + 2mr + r^2) = r^2 - 2mr + r^2$ .
20. . .  $(30m^5 - 21m^4 - 2m^3 + 26m^2 - 80m + 15) : (2m^2 - m + 3)$   
 $= 15m^3 - 3m^2 - 25m + 5$ .

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բաժանմունք .

21. . .  $(6r^4 - 96) : (3r - 6) = \dots$
22. . .  $(4m^6 - 25m^2r^4 + 20mr^5 - 4r^6) : (2m^5 - 5mr^2 + 2r^3) = \dots$
23. . .  $(6m^4 + 4m^5r - 9m^2r^2 - 3mr^3 + 2r^4) : (2m^2 + 2mr - r^2) = \dots$
24. . .  $(r^6 - 3r^4r^2 + 3r^2r^4 - r^6) : (r^5 - 3r^2r + 3r^2r^2 - r^5) = \dots$
25. . .  $(4r^4 - 12r^5 + 13r^2 - 6r + 1) : (2r^2 - 3r + 1) = \dots$
26. . .  $(243m^5 - 405m^4 + 270m^3 - 90m^2 + 15m - 1) :$   
 $(9m^2 - 6m + 1) = \dots$

$$27 \cdot \cdot (32 - 80\varphi + 80\varphi^2 - 40\varphi^3 + 10\varphi^4 - \varphi^5) : \\ (8 - 12\varphi + 6\varphi^2 - \varphi^3) = \dots$$

$$28 \cdot \cdot (m^8 + 2m^7f - 2m^6f^2 - 6m^5f^3 + 6m^4f^4 + 2m^3f^5 - 2m^2f^6 \\ - 3mf^7 - f^8) : \\ (m^5 + 3m^2f + 3mf^2 + f^3) = \dots$$

Իցէ տասնկարգեան թիւն

$$\tau\gamma \cdot 10^5 + (\varphi\gamma + \tau\epsilon) \cdot 10^4 + (\epsilon\gamma + \varphi\epsilon + \tau\varphi) \cdot 10^3 \\ + (m\gamma + \epsilon\epsilon + \varphi\varphi) \cdot 10^2 + (m\epsilon + \epsilon\varphi) \cdot 10 + m\varphi$$

կամ լաւ ևս

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} \tau\gamma \cdot 10^5 + \varphi\gamma & \cdot 10^4 + \epsilon\gamma & \cdot 10^3 + m\gamma & \cdot 10^2 + m\epsilon & \cdot 10 + m\varphi \\ + \tau\epsilon & + \varphi\epsilon & + \epsilon\epsilon & + \epsilon\varphi & \\ & + \tau\varphi & + \varphi\varphi & & \end{array}$$

բաժանելի և

$$\tau \cdot 10^5 + \varphi \cdot 10^2 + \epsilon \cdot 10 + m$$

բաժանարար . ըստ կանոնի բաժանման քանորդն լինիցի

$$\gamma \cdot 10^2 + \epsilon \cdot 10 + \varphi \cdot$$

ուստի մարթ է հանել զկանոնս բաժանման տասնկարգեան թուոց :

45. Դ. ԴԵՊՔ. — Յորժամ բաժանելին իցէ պարզ բացատրութիւն և բաժանարարն բաղադրեալ :

Յայտոսիկ դէպս քանորդն նշանակի 'ի ձև կոտորակի :

Որպէս

$$\varphi : (1 - \varphi) = \frac{\varphi}{1 - \varphi} :$$

Այլ սակայն մարթ է յառաջ վարել զբաժանումն ըստ նախասացեալ կանոնաց , և յանբաւս ձգել զքանորդն , քան զի անմարթ է գտանել զճշմարիտ քանորդ . վասն որոյ

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 * \\
 * - *^2 \\
 \hline
 - + \\
 \hline
 + *^2 \\
 + *^2 - *^3 \\
 \hline
 - + \\
 \hline
 + *^3 \\
 + *^3 - *^4 \\
 \hline
 - + \\
 \hline
 + *^4 \\
 + *^4 - *^5 \\
 \hline
 - + \\
 \hline
 + *^5 \text{ l.u.}
 \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 1 - * \\
 \hline
 * + *^2 + *^3 + *^4 + *^5 + \dots \text{ l.u.}
 \end{array} \right.$$

- 2. . . \* : (1 + \*<sup>2</sup>) = \* - \*<sup>3</sup> + \*<sup>5</sup> - \*<sup>7</sup> + . . .
- 3. . . 1 : (1 - \*) = 1 + \* + \*<sup>2</sup> + \*<sup>3</sup> + \*<sup>4</sup> + . . .
- 4. . . 1 : (1 + \*) = 1 - \* + \*<sup>2</sup> - \*<sup>3</sup> + \*<sup>4</sup> - . . .
- 5. . . \* : (1 - \*) = \* + \*<sup>2</sup> + \*<sup>3</sup> + \*<sup>4</sup> + . . .

Ըստ նմին օրինակի կատարին և առաջիկայ բաժանումները .

- 6. . . 1 : (1 + \*<sup>2</sup>) = . . .
- 7. . . \* : (\* + \*) = . . .
- 8. . . \*<sup>5</sup> : (\*<sup>7</sup> + \*<sup>7</sup>) = . . .
- 9. . . \*<sup>7</sup> : (\*<sup>5</sup> - \*<sup>2</sup> + \*<sup>2</sup>) = . . .

46. Յազգի ազգի օրինակս գրահաշուական բաժանման երևելի է մինս վասն բազմապատիկ գործածութեանց, և այնչափ յաճախեալ 'ի խնդիրս մինչ զի 'ի չափաբերաց վերածեցաւ 'ի հայեցողութիւն :

Տեսաւ (40) եթէ

$$(* + *) (* - *) = *^2 - *^2,$$

ուրեմն փոխադարձաբար

$$(a^2 - b^2) : (a - b) = a + b.$$

նոյնպէս

$$(a^3 - b^3) : (a - b) = a^2 + ab + b^2.$$

$$(a^4 - b^4) : (a - b) = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3.$$

$$(a^5 - b^5) : (a - b) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4.$$

և ընդհանրապէս ըստ նոյնութեան

$$(a^n - b^n) : (a - b) = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + a^{n-4}b^3 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1} :$$

Եւ օրէնք կազմութեան քանորդիս է այս .

ա. Յայտարար տառին  $a$  է  $n-1$  յառաջնում եղեր, և հետզհետէ երթալով երթայ և նուազէ միութեամբ մինչև ցվերջին եզրն, յորում է 0 :

բ. Յայտարար տառին  $b$  է 0 յառաջնում եղեր, և հետզհետէ երթալով երթայ և աճէ միութեամբ մինչև ցվերջին եզրն, յորում է  $n-1$  :

գ. Աստիճան իւրաքանչիւր եղեր է  $n-1$  :

դ. Բոլորական թիւ եղերաց քանորդին է  $n$  :

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Մ Ե .

Յաղագս անջատման արտադրողաց :

47 . Ի բաղմապատկութենէ և 'ի բաժանմանէ ծագէ հինգերորդ իմն գործողութիւն սեփական Գրահաշուի, և ասի անջատման արտադրողաց, որով արտադրեալ ինչ արոհի յարտադրողս իւր : Սակայն չիք ինչ ընդհանուր կանոն, բայց ի սակաւուց որք մարթեն 'ի դէպս ինչ գիւրինս նպաստել :

ա. Եթէ ամենայն եղերաց բացատրութեան իրիք մի հասարակաց արտադրող իցէ, մարթ է զայն փոխանակ միայ

յարտագրողացն առնուլ, և զբովանդակութիւնս այլոց եզերացն՝ փոխանակ միւսոց արտագրողին :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot \cdot m + f + 4 = m(m + f + 4).$$

$$2 \cdot \cdot \cdot 3m - 4f + 54 = m(3m - 4f + 54).$$

$$3 \cdot \cdot \cdot 20m^4 - 16m^5 + 12m^2 - 4m = 4m(5m^5 - 4m^2 + 3m - 1).$$

$$4 \cdot \cdot \cdot 10f^5 4^2 + 15f^2 4^5 - 25f 4^4 = 5f 4^2(2f^2 + 3f 4 - 54^2).$$

$$5 \cdot \cdot \cdot 6m^5 f^2 m - 3m f^2 m^5 + 9m^2 f^5 m^5 = 3m f^2 m(2m^2 - m^2 + 3m f m^2).$$

$$6 \cdot \cdot \cdot 12m^4 f^5 - 18m^6 f^2 m^2 - 24m^5 f r^5 = \\ = 6m^5 f(2m f^2 - 3m^5 f m^2 - 4r^5).$$

$$7 \cdot \cdot \cdot 21m^7 f^6 m^4 - 7m^5 f^4 m^5 + 14m^4 f^5 m^5 = \\ = 7m^5 f^4 m^5(3m^4 f^2 m - 1 + 2m f m^2):$$

Է. Թէպէտև ամենայն եզերաց բացատրութեան իրիք չիցէ մի հասարակաց արտագրող, այլ սակայն անջատելով զհասարակաց արտագրողս ոմանց յեզերաց ելանէ այնպիսի քանորդ՝ որ հաւասար է քանորդին ծագելոյ յանջատմանէ հասարակաց արտագրողաց միւս եզերացն :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot \cdot m^2 - mf + m4 - f4 = m(m - f) + 4(m - f) = (m - f)(m + 4).$$

$$2 \cdot \cdot \cdot m^2 + mm + fm + mf = m(m + m) + f(m + m) = (m + m)(m + f).$$

$$3 \cdot \cdot \cdot m^4 - 1 = m^2 \cdot m^2 - 1 \cdot 1 = (m^2 + 1)(m^2 - 1) = \\ = (m^2 + 1)(m^2 - 1^2) = (m^2 + 1)(m + 1)(m - 1).$$

$$4 \cdot \cdot \cdot mm^2 - mm^2 r + fm^2 - fm^2 r - m + mr - f + fr = \\ = mm^2(1 - r) + fm^2(1 - r) - m(1 - r) - f(1 - r) = \\ = (1 - r)(mm^2 + fm^2 - m - f) = (1 - r)\{m^2(m + f) - (m + f)\} = \\ = (1 - r)(m + f)(m^2 - 1) = (1 - r)(m + f)(m + 1)(m - 1):$$

Ը. Երբեմն առ անջատել զհասարակաց արտագրողս բացատրութեան իրիք, հարկ է քակտել յերկուս զմին յեզերաց առաջարկեալ բացատրութեանն . և այս յորժամ բացատրու-

Թիւնն այն ծագիցէ 'ի վերածմանէ մասնական արտագրելոց  
բազմապատկութեան իրիք :

Որպէս

$$1 \cdot \cdot m^2 + 2mf + f^2 = m^2 + mf + mf + f^2 = m(m+f) + f(m+f) = \\ = (m+f)(m+f) = (m+f)^2 .$$

$$2 \cdot \cdot 4^2 - 24m^2 + m^4 = 4^2 - 4m^2 - 4m^2 + m^4 = \\ = 4(4 - m^2) - m^2(4 - m^2) = (4 - m^2)(4 - m^2) = (4 - m^2)^2 .$$

$$3 \cdot \cdot m^5 + 3m^2 + 2m = m^5 + m^2 + 2m^2 + 2m = \\ = m^2(m+1) + 2m(m+1) = (m+1)(m^2+2m) = m(m+1)(m+2) .$$

$$4 \cdot \cdot m^5 + 3m^2 + 2m = m(m^2 + 3m + 2) = m(m^2 + m + 2m + 2) = \\ = m \{ m(m+1) + 2(m+1) \} = m(m+1)(m+2) .$$

$$5 \cdot \cdot m^5 + 3m^2f + 3mf^2 + f^5 = m^5 + m^2f + 2m^2f + 2mf^2 + mf^2 + f^5 \\ = m^2(m+f) + 2mf(m+f) + f^2(m+f) = \\ = (m+f)(m^2 + 2mf + f^2) = (m+f)(m+f)^2 = (m+f)^3 .$$

$$6 \cdot \cdot 24m^5 + 38m^2f - 15mf^2 - 14f^5 = \\ = 24m^5 + 42m^2f - 4m^2f - 7mf^2 - 8mf^2 - 14f^5 = \\ = 6m^2(4m + 7f) - mf(4m + 7f) - 2f^2(4m + 7f) = \\ = (4m + 7f)(6m^2 + 3mf - 4mf - 2f^2) = \\ = (4m + 7f) \{ 3m(2m + f) - 2f(2m + f) \} = \\ = (4m + 7f)(2m + f)(3m - 2f) .$$

$$7 \cdot \cdot m^4 + 4m^5f + 6m^2f^2 + 4mf^5 + f^4 = \\ = m^4 + m^5f + 3m^5f + 3m^2f^2 + 3m^2f^2 + 3mf^5 + mf^5 + f^4 = \\ = m^5(m+f) + 3m^2f(m+f) + 3mf^2(m+f) + f^5(m+f) = \\ = (m+f)(m^5 + 3m^2f + 3mf^2 + f^5) = \\ = (m+f)(m+f)^5 = (m+f)^4 .$$

$$8 \cdot \cdot m^2 + 7m + 10 = (m+2)(m+5) .$$

$$9 \cdot \cdot m^2 - 3m - 40 = (m-8)(m+5) .$$

$$10 \cdot \cdot m^2 + 10m + 24 = (m+6)(m+4) .$$

$$11 \cdot \cdot m^2 + 9m + 20 = (m+5)(m+4) .$$



$$12 \cdot \cdot x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) \cdot$$

$$15 \cdot \cdot x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) \cdot$$

$$14 \cdot \cdot x^2 + x - 2 = \dots$$

$$15 \cdot \cdot x^2 - 2x + 1 = \dots$$

$$16 \cdot \cdot x^2 - 13x + 40 = \dots$$

$$17 \cdot \cdot x^2 - x - 132 = \dots$$

## ԳՆՈՒԽ ԵՐՐՈՐԳ

ՅԱՂԱԳՍ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՅԱՏԿՈՒԹԵԱՆՑ ԹՈՒՈՑ

### ՀԱՏՈՒԱԾ Ա.

Յաղագս ըստանականորևան քոչոց :

48. Թիւ ինչ ասի բաժանական յորժամ կարէ բաժանիլ աւանց մնացորդի 'ի վերայ այլոյ : Թիւքն յոր այլք ճշգիւ բաժանիցին, անուանեալ կոչին արարչոյ, բաժանարար, անորդական ճան, իշխո, սորաբաղձապարի՛ այնր թուոյ . իսկ թիւն բաժանական՝ կոչի բաղձապարի՛ առաջնոյն :

Որպէս աբ բաժանական է յա, վան որոյ ա լինի բաժանարար կամ սորաբաղձապարի՛ թուոյս աբ . նոյնպէս 18 բաժանական է 'ի 6, վան որոյ 6 լինի բաժանարար կամ սորաբաղձապարի՛ թուոյս 18 :

49. Ամենայն թիւ բաժանական է յինքն և 'ի միութիւն . իսկ թիւն որ յինքն ևեթ և 'ի միութիւն բաժանական իցէ, կոչի նախական :

Որպէս ա, բ, գ, . . . և 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, . . . են նախական թիւք :

50. Ամենայն թիւ որ ոչ միայն յինքն և 'ի միութիւն բաժանական իցէ, այլ նաև յայլ թիւս կամ յայլ ևս բաղումս, կոչի բաղարեալ :

Որպէս աբգ, արո, . . . և 4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18, . . . են բաղարեալ թիւք :

31. Թիւն յոր երկու կամ բազում թիւք բաժանական իցեն, անուանեալ կոչի հասարակաց իշխու կամ հասարակաց բաժանարար թուոցն այնոցիկ :

Որպէս 8 է հասարակաց բաժանարար թուոցն 4, 2, և 3 է հասարակաց բաժանարար թուոցն 21 և 12 :

32. Մեծագոյն թիւն յոր երկու կամ բազում թիւք բաժանական իցեն, կոչի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար թուոցն այնոցիկ :

Որպէս 3\*7, 5\*7 ունին հասարակաց բաժանարար 7, 5, 7\*5 բայց մեծագոյնն ՚ի նոսա է 7, վասն որոյ 7 է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար թուոցն այնոցիկ . նոյնպէս 12, 36, 60 ունին հասարակաց բաժանարար 2, 3, 4, 6, 12 . բայց մեծագոյնն ՚ի նոսա է 12, վասն որոյ 12 է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար թուոցն այնոցիկ :

33. Երկու և կամ բազում թիւք որոյ չէ մարթ ունել հասարակաց բաժանարար բաց ՚ի միութենէ, կոչին նախնական և միմեանս :

Որպէս 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 293, 299, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 403, 407, 409, 413, 427, 437, 439, 443, 449, 451, 457, 463, 467, 473, 479, 481, 487, 491, 493, 497, 499, 511, 523, 527, 529, 533, 539, 541, 547, 553, 559, 567, 573, 579, 583, 589, 597, 601, 603, 607, 609, 613, 627, 637, 639, 643, 649, 651, 657, 663, 667, 673, 679, 681, 687, 691, 693, 697, 699, 711, 723, 727, 729, 733, 739, 741, 747, 753, 759, 767, 773, 779, 783, 789, 797, 801, 803, 807, 809, 813, 827, 837, 839, 843, 849, 851, 857, 863, 867, 873, 879, 881, 887, 891, 893, 897, 899, 911, 923, 927, 929, 933, 939, 941, 947, 953, 959, 967, 973, 979, 983, 989, 997, 1001, 1003, 1007, 1009, 1013, 1027, 1037, 1039, 1043, 1049, 1051, 1057, 1063, 1067, 1073, 1079, 1081, 1087, 1091, 1093, 1097, 1099, 1111, 1123, 1127, 1129, 1133, 1139, 1141, 1147, 1153, 1159, 1167, 1173, 1179, 1181, 1187, 1191, 1193, 1197, 1199, 1211, 1223, 1227, 1229, 1233, 1239, 1241, 1247, 1253, 1259, 1267, 1273, 1279, 1281, 1287, 1291, 1293, 1297, 1299, 1311, 1323, 1327, 1329, 1333, 1339, 1341, 1347, 1353, 1359, 1367, 1373, 1379, 1381, 1387, 1391, 1393, 1397, 1399, 1411, 1423, 1427, 1429, 1433, 1439, 1441, 1447, 1453, 1459, 1467, 1473, 1479, 1481, 1487, 1491, 1493, 1497, 1499, 1511, 1523, 1527, 1529, 1533, 1539, 1541, 1547, 1553, 1559, 1567, 1573, 1579, 1581, 1587, 1591, 1593, 1597, 1599, 1611, 1623, 1627, 1629, 1633, 1639, 1641, 1647, 1653, 1659, 1667, 1673, 1679, 1681, 1687, 1691, 1693, 1697, 1699, 1711, 1723, 1727, 1729, 1733, 1739, 1741, 1747, 1753, 1759, 1767, 1773, 1779, 1781, 1787, 1791, 1793, 1797, 1799, 1811, 1823, 1827, 1829, 1833, 1839, 1841, 1847, 1853, 1859, 1867, 1873, 1879, 1881, 1887, 1891, 1893, 1897, 1899, 1911, 1923, 1927, 1929, 1933, 1939, 1941, 1947, 1953, 1959, 1967, 1973, 1979, 1981, 1987, 1991, 1993, 1997, 1999, 2011, 2023, 2027, 2029, 2033, 2039, 2041, 2047, 2053, 2059, 2067, 2073, 2079, 2081, 2087, 2091, 2093, 2097, 2099, 2111, 2123, 2127, 2129, 2133, 2139, 2141, 2147, 2153, 2159, 2167, 2173, 2179, 2181, 2187, 2191, 2193, 2197, 2199, 2211, 2223, 2227, 2229, 2233, 2239, 2241, 2247, 2253, 2259, 2267, 2273, 2279, 2281, 2287, 2291, 2293, 2297, 2299, 2311, 2323, 2327, 2329, 2333, 2339, 2341, 2347, 2353, 2359, 2367, 2373, 2379, 2381, 2387, 2391, 2393, 2397, 2399, 2411, 2423, 2427, 2429, 2433, 2439, 2441, 2447, 2453, 2459, 2467, 2473, 2479, 2481, 2487, 2491, 2493, 2497, 2499, 2511, 2523, 2527, 2529, 2533, 2539, 2541, 2547, 2553, 2559, 2567, 2573, 2579, 2581, 2587, 2591, 2593, 2597, 2599, 2611, 2623, 2627, 2629, 2633, 2639, 2641, 2647, 2653, 2659, 2667, 2673, 2679, 2681, 2687, 2691, 2693, 2697, 2699, 2711, 2723, 2727, 2729, 2733, 2739, 2741, 2747, 2753, 2759, 2767, 2773, 2779, 2781, 2787, 2791, 2793, 2797, 2799, 2811, 2823, 2827, 2829, 2833, 2839, 2841, 2847, 2853, 2859, 2867, 2873, 2879, 2881, 2887, 2891, 2893, 2897, 2899, 2911, 2923, 2927, 2929, 2933, 2939, 2941, 2947, 2953, 2959, 2967, 2973, 2979, 2981, 2987, 2991, 2993, 2997, 2999, 3011, 3023, 3027, 3029, 3033, 3039, 3041, 3047, 3053, 3059, 3067, 3073, 3079, 3081, 3087, 3091, 3093, 3097, 3099, 3111, 3123, 3127, 3129, 3133, 3139, 3141, 3147, 3153, 3159, 3167, 3173, 3179, 3181, 3187, 3191, 3193, 3197, 3199, 3211, 3223, 3227, 3229, 3233, 3239, 3241, 3247, 3253, 3259, 3267, 3273, 3279, 3281, 3287, 3291, 3293, 3297, 3299, 3311, 3323, 3327, 3329, 3333, 3339, 3341, 3347, 3353, 3359, 3367, 3373, 3379, 3381, 3387, 3391, 3393, 3397, 3399, 3411, 3423, 3427, 3429, 3433, 3439, 3441, 3447, 3453, 3459, 3467, 3473, 3479, 3481, 3487, 3491, 3493, 3497, 3499, 3511, 3523, 3527, 3529, 3533, 3539, 3541, 3547, 3553, 3559, 3567, 3573, 3579, 3581, 3587, 3591, 3593, 3597, 3599, 3611, 3623, 3627, 3629, 3633, 3639, 3641, 3647, 3653, 3659, 3667, 3673, 3679, 3681, 3687, 3691, 3693, 3697, 3699, 3711, 3723, 3727, 3729, 3733, 3739, 3741, 3747, 3753, 3759, 3767, 3773, 3779, 3781, 3787, 3791, 3793, 3797, 3799, 3811, 3823, 3827, 3829, 3833, 3839, 3841, 3847, 3853, 3859, 3867, 3873, 3879, 3881, 3887, 3891, 3893, 3897, 3899, 3911, 3923, 3927, 3929, 3933, 3939, 3941, 3947, 3953, 3959, 3967, 3973, 3979, 3981, 3987, 3991, 3993, 3997, 3999, 4011, 4023, 4027, 4029, 4033, 4039, 4041, 4047, 4053, 4059, 4067, 4073, 4079, 4081, 4087, 4091, 4093, 4097, 4099, 4111, 4123, 4127, 4129, 4133, 4139, 4141, 4147, 4153, 4159, 4167, 4173, 4179, 4181, 4187, 4191, 4193, 4197, 4199, 4211, 4223, 4227, 4229, 4233, 4239, 4241, 4247, 4253, 4259, 4267, 4273, 4279, 4281, 4287, 4291, 4293, 4297, 4299, 4311, 4323, 4327, 4329, 4333, 4339, 4341, 4347, 4353, 4359, 4367, 4373, 4379, 4381, 4387, 4391, 4393, 4397, 4399, 4411, 4423, 4427, 4429, 4433, 4439, 4441, 4447, 4453, 4459, 4467, 4473, 4479, 4481, 4487, 4491, 4493, 4497, 4499, 4511, 4523, 4527, 4529, 4533, 4539, 4541, 4547, 4553, 4559, 4567, 4573, 4579, 4581, 4587, 4591, 4593, 4597, 4599, 4611, 4623, 4627, 4629, 4633, 4639, 4641, 4647, 4653, 4659, 4667, 4673, 4679, 4681, 4687, 4691, 4693, 4697, 4699, 4711, 4723, 4727, 4729, 4733, 4739, 4741, 4747, 4753, 4759, 4767, 4773, 4779, 4781, 4787, 4791, 4793, 4797, 4799, 4811, 4823, 4827, 4829, 4833, 4839, 4841, 4847, 4853, 4859, 4867, 4873, 4879, 4881, 4887, 4891, 4893, 4897, 4899, 4911, 4923, 4927, 4929, 4933, 4939, 4941, 4947, 4953, 4959, 4967, 4973, 4979, 4981, 4987, 4991, 4993, 4997, 4999, 5011, 5023, 5027, 5029, 5033, 5039, 5041, 5047, 5053, 5059, 5067, 5073, 5079, 5081, 5087, 5091, 5093, 5097, 5099, 5111, 5123, 5127, 5129, 5133, 5139, 5141, 5147, 5153, 5159, 5167, 5173, 5179, 5181, 5187, 5191, 5193, 5197, 5199, 5211, 5223, 5227, 5229, 5233, 5239, 5241, 5247, 5253, 5259, 5267, 5273, 5279, 5281, 5287, 5291, 5293, 5297, 5299, 5311, 5323, 5327, 5329, 5333, 5339, 5341, 5347, 5353, 5359, 5367, 5373, 5379, 5381, 5387, 5391, 5393, 5397, 5399, 5411, 5423, 5427, 5429, 5433, 5439, 5441, 5447, 5453, 5459, 5467, 5473, 5479, 5481, 5487, 5491, 5493, 5497, 5499, 5511, 5523, 5527, 5529, 5533, 5539, 5541, 5547, 5553, 5559, 5567, 5573, 5579, 5581, 5587, 5591, 5593, 5597, 5599, 5611, 5623, 5627, 5629, 5633, 5639, 5641, 5647, 5653, 5659, 5667, 5673, 5679, 5681, 5687, 5691, 5693, 5697, 5699, 5711, 5723, 5727, 5729, 5733, 5739, 5741, 5747, 5753, 5759, 5767, 5773, 5779, 5781, 5787, 5791, 5793, 5797, 5799, 5811, 5823, 5827, 5829, 5833, 5839, 5841, 5847, 5853, 5859, 5867, 5873, 5879, 5881, 5887, 5891, 5893, 5897, 5899, 5911, 5923, 5927, 5929, 5933, 5939, 5941, 5947, 5953, 5959, 5967, 5973, 5979, 5981, 5987, 5991, 5993, 5997, 5999, 6011, 6023, 6027, 6029, 6033, 6039, 6041, 6047, 6053, 6059, 6067, 6073, 6079, 6081, 6087, 6091, 6093, 6097, 6099, 6111, 6123, 6127, 6129, 6133, 6139, 6141, 6147, 6153, 6159, 6167, 6173, 6179, 6181, 6187, 6191, 6193, 6197, 6199, 6211, 6223, 6227, 6229, 6233, 6239, 6241, 6247, 6253, 6259, 6267, 6273, 6279, 6281, 6287, 6291, 6293, 6297, 6299, 6311, 6323, 6327, 6329, 6333, 6339, 6341, 6347, 6353, 6359, 6367, 6373, 6379, 6381, 6387, 6391, 6393, 6397, 6399, 6411, 6423, 6427, 6429, 6433, 6439, 6441, 6447, 6453, 6459, 6467, 6473, 6479, 6481, 6487, 6491, 6493, 6497, 6499, 6511, 6523, 6527, 6529, 6533, 6539, 6541, 6547, 6553, 6559, 6567, 6573, 6579, 6581, 6587, 6591, 6593, 6597, 6599, 6611, 6623, 6627, 6629, 6633, 6639, 6641, 6647, 6653, 6659, 6667, 6673, 6679, 6681, 6687, 6691, 6693, 6697, 6699, 6711, 6723, 6727, 6729, 6733, 6739, 6741, 6747, 6753, 6759, 6767, 6773, 6779, 6781, 6787, 6791, 6793, 6797, 6799, 6811, 6823, 6827, 6829, 6833, 6839, 6841, 6847, 6853, 6859, 6867, 6873, 6879, 6881, 6887, 6891, 6893, 6897, 6899, 6911, 6923, 6927, 6929, 6933, 6939, 6941, 6947, 6953, 6959, 6967, 6973, 6979, 6981, 6987, 6991, 6993, 6997, 6999, 7011, 7023, 7027, 7029, 7033, 7039, 7041, 7047, 7053, 7059, 7067, 7073, 7079, 7081, 7087, 7091, 7093, 7097, 7099, 7111, 7123, 7127, 7129, 7133, 7139, 7141, 7147, 7153, 7159, 7167, 7173, 7179, 7181, 7187, 7191, 7193, 7197, 7199, 7211, 7223, 7227, 7229, 7233, 7239, 7241, 7247, 7253, 7259, 7267, 7273, 7279, 7281, 7287, 7291, 7293, 7297, 7299, 7311, 7323, 7327, 7329, 7333, 7339, 7341, 7347, 7353, 7359, 7367, 7373, 7379, 7381, 7387, 7391, 7393, 7397, 7399, 7411, 7423, 7427, 7429, 7433, 7439, 7441, 7447, 7453, 7459, 7467, 7473, 7479, 7481, 7487, 7491, 7493, 7497, 7499, 7511, 7523, 7527, 7529, 7533, 7539, 7541, 7547, 7553, 7559, 7567, 7573, 7579, 7581, 7587, 7591, 7593, 7597, 7599, 7611, 7623, 7627, 7629, 7633, 7639, 7641, 7647, 7653, 7659, 7667, 7673, 7679, 7681, 7687, 7691, 7693, 7697, 7699, 7711, 7723, 7727, 7729, 7733, 7739, 7741, 7747, 7753, 7759, 7767, 7773, 7779, 7781, 7787, 7791, 7793, 7797, 7799, 7811, 7823, 7827, 7829, 7833, 7839, 7841, 7847, 7853, 7859, 7867, 7873, 7879, 7881, 7887, 7891, 7893, 7897, 7899, 7911, 7923, 7927, 7929, 7933, 7939, 7941, 7947, 7953, 7959, 7967, 7973, 7979, 7981, 7987, 7991, 7993, 7997, 7999, 8011, 8023, 8027, 8029, 8033, 8039, 8041, 8047, 8053, 8059, 8067, 8073, 8079, 8081, 8087, 8091, 8093, 8097, 8099, 8111, 8123, 8127, 8129, 8133, 8139, 8141, 8147, 8153, 8159, 8167, 8173, 8179, 8181, 8187, 8191, 8193, 8197, 8199, 8211, 8223, 8227, 8229, 8233, 8239, 8241, 8247, 8253, 8259, 8267, 8273, 8279, 8281, 8287, 8291, 8293, 8297, 8299, 8311, 8323, 8327, 8329, 8333, 8339, 8341, 8347, 8353, 8359, 8367, 8373, 8379, 8381, 8387, 8391, 8393, 8397, 8399, 8411, 8423, 8427, 8429, 8433, 8439, 8441, 8447, 8453, 8459, 8467, 8473, 8479, 8481, 8487, 8491, 8493, 8497, 8499, 8511, 8523, 8527, 8529, 8533, 8539, 8541, 8547, 8553, 8559, 8567, 8573, 8579, 8581, 8587, 8591, 8593, 8597, 8599, 8611, 8623, 8627, 8629, 8633, 8639, 8641, 8647, 8653, 8659, 8667, 8673, 8679, 8681, 8687, 8691, 8693, 8697, 8699, 8711, 8723, 8727, 8729, 8733, 8739, 8741, 8747, 8753, 8759, 8767, 8773, 8779, 8781, 8787, 8791, 8793, 8797, 8799, 8811, 8823, 8827, 8829, 8833, 8839, 8841, 8847, 8853, 8859, 8867, 8873, 8879, 8881, 8887, 8891, 8893, 8897, 8899, 8911, 8923, 8927, 8929, 8933, 8939, 8941, 8947, 8953, 8959, 8967, 8973, 8979, 8981, 8987, 8991, 8993, 8997, 8999, 9011, 9023, 9027, 9029, 9033, 9039, 9041, 9047, 9053, 9059, 9067, 9073, 9079, 9081, 9087, 9091, 9093, 9097, 9099, 9111, 9123, 9127, 9129, 9133, 9139, 9141, 9147, 9153, 9159, 9167, 9173, 9179, 9181, 9187, 9191, 9193, 9197, 9199, 9211, 9223, 9227, 9229, 9233, 9239, 9241, 9247, 9253, 9259, 9267, 9273, 9279, 9281, 9287, 9291, 9293, 9297, 9299, 9311, 9323, 9327, 9329, 9333, 9339, 9341, 9347, 9353, 9359, 9367, 9373, 9379, 9381, 9387, 9391, 9393, 9397, 9399, 9411, 9423, 9427, 9429, 9433, 9439, 9441, 9447, 9453, 9459, 9467, 9473, 9479, 9481, 9487, 9491, 9493, 9497, 9499, 9511, 9523, 9527, 9529, 9533, 9539, 9541, 9547, 9553, 9559, 9567, 9573, 9579, 9581, 9587, 9591, 9593, 9597, 9599, 9611, 9623, 9627, 9629, 9633, 9639, 9641, 9647, 9653, 9659, 9667, 9673, 9679, 9681, 9687, 9691, 9693, 9697, 9699, 9711, 9723, 9727, 9729, 9733, 9739, 9741, 9747, 9753, 9759, 9767, 9773, 9779, 9781, 9787, 9791, 9793, 9797, 9799, 9811, 9823, 9827, 9829, 9833, 9839, 9841, 9847, 9853, 9859, 9867, 9873, 9879, 9881, 9887, 9891, 9893, 9897, 9899, 9911, 9923, 9927, 9929, 9933, 9939, 9941, 9947, 9953, 9959, 9967, 9973, 9979, 9981, 9987, 9991, 9993, 9997, 9999, 10011, 10023, 10027, 10029, 10033, 10039, 10041, 10047, 10053, 10059, 10067, 10073, 10079, 10081, 10087, 10091, 10093, 10097, 10099, 10111, 10123, 10127, 10129, 10133, 10139, 10141, 10147, 10153, 10159, 10167, 10173, 10179, 10181, 10187, 10191, 10193, 10197, 10199, 10211, 10223, 10227, 10229, 10233, 10239, 10241, 10247, 10253, 10259, 10267, 10273, 10279, 10281, 10287, 10291, 10293, 10297, 10299, 10311

իցէ  $m : n = p$ , և  $f : n = r$ , և  $q : n = g$ , յորս  $p, r, g$  են ամբողջա-  
կան թիւք • ուստի  $m = n \cdot p$ ,  $f = n \cdot r$ ,  $q = n \cdot g$ , յորմէ

$$m + f + q = n \cdot p + n \cdot r + n \cdot g,$$

և բաժանեալ 'ի  $n$

$$(m + f + q) : n = (n \cdot p + n \cdot r + n \cdot g) : n = p + r + g .$$

ուրեմն բովանդակու թիւնն  $m + f + q$  բաժանեալ 'ի  $n$  տայ քա-  
նորդ զթիւն ամբողջական  $p + r + g$ , և կամ որ նոյն է  $m + f + q$   
բաժանական է 'ի  $n$  :

Զոր օրինակ, քանզի թիւքս 100, 75 և 50 բաժանական  
են 'ի 25, վասն այնորիկ և բովանդակու թիւն նոցա 225 բա-  
ժանական է 'ի նոյն թիւ :

37. Հայեցողութիւն . — Եթէ երկու թիւք առանձինն բա-  
ժանական իցեն 'ի թիւ ինչ, ըստ նմին օրինակի և տարբերու-  
թիւն նոցա բաժանական է 'ի նոյն թիւ :

Համարեսցուք եթէ  $m, f$  բաժանական իցեն 'ի  $n$ , և իցէ  
 $m : n = p$ , և  $f : n = r$ , ուստի  $m = n \cdot p$  և  $f = n \cdot r$ , յորմէ

$$m - f = n \cdot p - n \cdot r,$$

և բաժանեալ 'ի  $n$

$$(m - f) : n = (n \cdot p - n \cdot r) : n = p - r .$$

ուրեմն տարբերութիւնն  $m - f$  բաժանական է 'ի  $n$  :

Զոր օրինակ, քանզի թիւքս 125 և 75 բաժանական են 'ի  
25, վասն այնորիկ և տարբերութիւն նոցա 50 բաժանական է  
'ի նոյն թիւ :

38. Հայեցողութիւն . — Եթէ թիւ ինչ բաժանական իցէ  
յայլ իմն թիւ, իւրաքանչիւր բազմապատիկ նորա բաժանա-  
կան է յայն թիւ բաժանարար :

Համարեսցուք եթէ  $m$  բաժանական իցէ 'ի  $n$ , և իցէ  
 $m : n = p$ , ուստի  $m = n \cdot p$ . արդ եթէ հաւասարք հաւասար  $r$   
թուով բազմապատկիցին, ընին

$$m \cdot r = n \cdot p \cdot r,$$

և քանզի

$$m \cdot r : n \cdot p \cdot r = n \cdot p \cdot r : n \cdot p \cdot r .$$

ուրեմն և բազմապատկին  $m \cdot r$  բաժանական է 'ի  $n$  :

Չոր օրինակ, քանզի թիւս 25 բաժանական է 'ի 5, վասն այնորիկ և բազմապատիկ նորա 25x3 կամ 25+25+25 բաժանական է 'ի նոյն թիւ (36):

39. Հայեցողութիւն. — Եթէ բաժանելին և բաժանարարն բաժանական իցեն 'ի թիւ ինչ, ըստ նմին օրինակի և մնացորդ նոցա բաժանական է 'ի նոյն թիւ:

Համարեցուք եթէ  $m$  և  $F$  բաժանական իցեն 'ի  $n$ , և  $m$  բաժանեալ 'ի  $F$ , տայցէ քանորդ  $+$  և մնացորդ  $\delta$ , այսինքն

$$m : F = + + \frac{\delta}{F}, \text{ ուստի } m = F + + \delta, \text{ յորմէ}$$

$$J = m - F + .$$

և զի  $m$  բաժանական է 'ի  $n$ , և  $F$  և ամենայն բազմապատիկք նորա  $F+$  բաժանական են 'ի  $n$  (38), ապա ուրեմն և տարբերութիւնն  $m - F +$  կամ  $\delta$  բաժանական է 'ի  $n$  (37):

Չոր օրինակ, քանզի բաժանելի թիւս 360 և բաժանարար թիւս 75 բաժանական են 'ի 15, վասն այնորիկ և մնացորդ նոցա 60 բաժանական է 'ի նոյն թիւ:

Ի հայեցողութենէ աստի ծագէ, եթէ

Ամենայն հասարակաց բաժանարար բաժանելոյն և բաժանարարին՝ է հասարակաց բաժանարար բաժանարարին և մնացորդին:

60. Հայեցողութիւն. — Եթէ բաժանարար և մնացորդ բաժանմանն բաժանական իցեն 'ի թիւ ինչ, հարկ է զի և բաժանելին բաժանական իցէ 'ի նոյն թիւ:

Համարեցուք եթէ  $m$  բաժանեալ 'ի  $F$ , տայցէ քանորդ  $+$  և մնացորդ  $\delta$ . այսինքն  $m : F = + + \frac{\delta}{F}$ , ուստի  $m = F + + \delta$ . և թէ

$F$  և  $\delta$  բաժանական իցեն 'ի  $n$ : Արդ քանզի  $F$  և ամենայն բազմապատիկք նորա  $F+$ , ևս և  $\delta$  բաժանական են 'ի  $n$ , ապա ուրեմն և բովանդակութիւնն նոցա  $F + + \delta$  բաժանական է 'ի  $n$  (36). վասն այնորիկ և  $m$  որ հաւասար է բովանդակութեանս հարկ է զի բաժանական իցէ 'ի  $n$ :

Չոր օրինակ, քանզի բաժանարարն 75 և մնացորդ բաժանմանն 60 բաժանական են 'ի 15, վասն այնորիկ և բաժանելին 360 բաժանական է 'ի նոյն թիւ:

Հայեցողութիւնս այս բացատրի նաև այսպէս .

Ամենայն հասարակաց բաժանարար բաժանարարին և մը-  
նացորդի բաժանմանն է նաև հասարակաց բաժանարար բա-  
ժանեւելոյն և բաժանարարին :

61 . Եւ զի ըստ վերջին երկուց հայեցողութեանց բաժանե-  
լին և բաժանարարն ունին զ՛ի և զնոյն հասարակաց բաժան-  
արար զինչ և իցէ հասարակաց բաժանարար բաժանարարին  
և մնացորդին . վասն որոյ

Հայեցողութիւն . — Մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  
բաժանարարին և մնացորդին , է նաև մեծագոյն հասարակաց  
բաժանարար բաժանեւելոյն և բաժանարարին :

62 . Հայեցողութիւն . — Մեծագոյն հասարակաց բաժանա-  
րար երկուց թուոց մնայ անփոփոխ եթէ մին 'ի նոցանէ բազ-  
մապատկիցի կամ բաժանիցի այնպիսի թուով որ չիցէ արտա-  
գրող միւսոյն :

Ստուգութիւն հայեցողութեանս յառաջ գայ անգստին  
'ի ծանօթութենէ մեծագոյն հասարակաց բաժանարարի եր-  
կուց թուոց :

---

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Ծ Բ .

Յադագս յատուկ նշանաց բաժանակիսնուշրեանս  
մասնաւոր րոշոց :

63 . Համարեացուք եթէ թ իցէ թիւ ինչ մասնաւոր , յո-  
րում \* , Բ , Գ , Դ , . . . զթուանշանս միութեանց , տասնե-  
կաց , հարիւրեկաց , . . . յայտ արարեալ ցուցանիցեն , այն-  
պէս զի իցէ թ = Է Դ Գ Բ \* , կամ մասնաւոր ըստ հիմնական  
սկզբանց տասնորդական թուարկութեան իցէ

$$\text{Թ} = * + 10Բ + 100Գ + 1000Դ + 10000Է + 100000Դ + 1000000Է + \dots =$$

Աս ՚ի կարող լինելոյ հասանել ՚ի վերայ եթէ բաժանիցի թիւ ինչ թ. յայլ զինչ և իցէ թիւ 2, պարտ է զթիւն զայն արոհել ՚ի մասունս տասնորդական կարգաւ, և զամենայն եզերան ուրոյն ուրոյն բաժանել ՚ի բաժանարարն տուեալ: Եթէ ամենայն եզերք նորա առանձինն բաժանիցին յայն թիւ, բաժանի և բովանդակու թիւն նոցա, ապա եթէ ելցէ մնացորդ յեզերաց անախ և բաժանիցի ևս բովանդակու թիւն մնացորդացն ՚ի նոյն թիւ, բաժանի և ողջոյն թիւն:

Արդ համարեացուք եթէ

$$(* + 10\text{Բ} + 100\text{Գ} + 1000\text{Դ} + 10000\text{Ե} + 100000\text{Զ} + \dots) : 2$$

տայցէ \* , \*<sub>1</sub> , \*<sub>2</sub> , \*<sub>3</sub> , ... քանորդս, և ճ , ճ<sub>1</sub> , ճ<sub>2</sub> , ճ<sub>3</sub> , ... մնացորդս, վասն որոյ բոլորական քանորդն լինիցի

$$* + \frac{\text{ճ}}{2} + *_{1} + \frac{\text{ճ}_{1}}{2} + *_{2} + \frac{\text{ճ}_{2}}{2} + *_{3} + \frac{\text{ճ}_{3}}{2} + *_{4} + \frac{\text{ճ}_{4}}{2} + \dots$$

և կամ

$$* + *_{1} + *_{2} + *_{3} + *_{4} + \dots + \frac{\text{ճ}}{2} + \frac{\text{ճ}_{1}}{2} + \frac{\text{ճ}_{2}}{2} + \frac{\text{ճ}_{3}}{2} + \frac{\text{ճ}_{4}}{2} + \dots$$

64. Ամենայն թիւ թ. բաժանեալ յ2, լինիցի

$$\text{Թ} : 2 = (* + 10\text{Բ} + 100\text{Գ} + 1000\text{Դ} + 10000\text{Ե} + \dots) : 2$$

կամ

$$\text{Թ} : 2 = \frac{*}{2} + 5\text{Բ} + 50\text{Գ} + 500\text{Դ} + 5000\text{Ե} + \dots$$

Արդ եթէ \* մնացորդն իցէ 0 կամ բաժանական յ2, բաժանական է և թ. յ2: Ուրեմն ամենայն թիւք, որոց միաւորն իցէ 0, 2, 4, 6, 8 բաժանական են յ2:

65. Թիւք որոց միաւորն իցէ 0, 2, 4, 6, 8 կոչին զպզ. և զի զոյգ թիւք բաժանական են յ2, վասն այնորիկ ամենայն զոյգ թիւք բազմապատիկ են 2ց, որք ընդհանրապէս բացարին այսպէս 2\*, 2Բ, 2Գ, ... 2<sup>ն</sup>:

Թիւքն որոց առաջին աւելին ընդ աջմէ այսինքն միաւորն իցէ 1, 3, 5, 7, 9 կոչին ա՛նպզ. և զի անզոյգ թիւն միու թեամբ առաւելու կամ նուազէ ՚ի զոյգ թուոյ, վասն որոյ 2<sup>ն</sup>+1, կամ 2<sup>ն</sup>-1, և կամ 2<sup>ն</sup>±1 ցուցանէ զամենայն անզոյգ թիւս:

66. Ամենայն թիւ թ քաժանեալ 3, ելանէ

$$\theta : 3 = ( * + 10\text{բ} + 100\text{գ} + 1000\text{դ} + 10000\text{է} + \dots ) : 3$$

կամ

$$\theta : 3 = \frac{* + \text{բ} + \text{գ} + \text{դ} + \text{է} + \dots}{3} + 3\text{բ} + 33\text{գ} + 333\text{դ} + \dots$$

և քանզի \* + բ + գ + դ + է + ... մնացորդքն ցուցանեն զբովանդակութիւն թուանշանաց թուոցն առանց զորութեան տեղեաց, վասն որոյ թիւ ինչ քաժանական է 3, եթէ բովանդակութիւն թուանշանաց նորա քաժանական իցէ 3 :

Զոր օրինակ, թիւս 635427810 քաժանական է 3, քանզի բովանդակութիւն թուանշանաց նորա

$$6 + 3 + 5 + 4 + 2 + 7 + 8 + 1 = 36$$

քաժանական է 3 :

Ըստ նմին օրինակի

$$\theta : 9 = ( * + 10\text{բ} + 100\text{գ} + 1000\text{դ} + 10000\text{է} + \dots ) : 9$$

կամ

$$\theta : 9 = \frac{* + \text{բ} + \text{գ} + \text{դ} + \text{է} + \dots}{9} + \text{բ} + 11\text{գ} + 111\text{դ} + 1111\text{է} + \dots$$

վասն որոյ թիւ ինչ քաժանական է 9, եթէ բովանդակութիւն թուանշանաց նորա քաժանական իցէ 9 :

Զոր օրինակ, թիւս 3425670351 քաժանական է 9, քանզի բովանդակութիւն թուանշանաց նորա

$$3 + 4 + 2 + 5 + 6 + 7 + 3 + 5 + 1 = 36$$

քաժանական է 9 :

67. Ամենայն թիւ թ քաժանեալ ՚ի 4, ելանէ

$$\theta : 4 = ( * + 10\text{բ} + 100\text{գ} + 1000\text{դ} + 10000\text{է} + \dots ) : 4$$

կամ

$$\theta : 4 = \frac{* + 10\text{բ}}{4} + 25\text{գ} + 250\text{դ} + 2500\text{է} + \dots :$$

Յայտ է եթէ փոքրագոյն թիւն որ քաժանական իցէ ՚ի 4 է 100 և թէ այլքն որ զկնի նորա գան կարգ ըստ կարգէ 1000, 10000, ... գոլով բազմապատիկ նորին՝ քաժանական են ՚ի 4 (58) : Արդ մնան \* + 10բ որք զյեաին երկուս թուանշանս ընդ



աջմէ ցուցանեն, որք եթէ բաժանական իցեն 'ի 4, բաժանական է և ողջոյն թիւն : Վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 4, եթէ աջակողմեան յետին երկու տեղիք նորա բաժանական իցեն 'ի 4 :

Զոր օրինակ, թիւս 97863524 բաժանական է 'ի 4, քանզի երկու յետին տեղիք նորա ընդ աջմէ 24 բաժանական են 'ի 4 :

Ըստ նմին օրինակի

Թ : 25 = ( \* + 10բ + 100գ + 1000դ + 10000է + ... ) : 25  
կամ

$$\text{Թ} : 25 = \frac{* + 10բ}{25} + 4գ + 40դ + 400է + \dots$$

վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 25, եթէ աջակողմեան յետին երկու տեղիք նորա բաժանական իցեն 'ի 25 :

Զոր օրինակ, թիւս 13246975 բաժանական է 'ի 25, քանզի երկու յետին տեղիք նորա ընդ աջմէ 75 բաժանական են 'ի 25 :

68. Ամենայն թիւ Թ բաժանեալ 'ի 5, ելանէ

Թ : 5 = ( \* + 10բ + 100գ + 1000դ + 10000է + ... ) : 5  
կամ

$$\text{Թ} : 5 = \frac{*}{5} + 2բ + 20գ + 200դ + 2000է + \dots :$$

Արդ եթէ \* իցէ 0 կամ բաժանական 'ի 5, բովանդակ թիւն բաժանական է 'ի 5 : Վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 5, եթէ թուանշան միութեանցն իցէ 0 կամ 5 :

69. Ամենայն թիւ Թ բաժանեալ 'ի 10, ելանէ

Թ : 10 = ( \* + 10բ + 100գ + 1000դ + 10000է + ... ) : 10  
կամ

$$\text{Թ} : 10 = \frac{*}{10} + բ + 10գ + 100դ + 1000է + \dots :$$

Որպէս զի Թ բաժանական իցէ 'ի 10, հարկ է զի \* իցէ 0 : Վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 10, եթէ յետին թուանշանն ընդ աջմէ իցէ 0 :

70. Ամենայն թիւ Թ բաժանեալ 18, ելանէ

$\text{Թ} : 8 = (\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ} + 1000\text{Դ} + 10000\text{Ե} + \dots) : 8$   
 կամ

$$\text{Թ} : 8 = \frac{\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ}}{8} + 125\text{Դ} + 1250\text{Ե} + \dots :$$

Արդ եթէ յետին երեք թուանշանքն ընդ աջմէ  $\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ}$  բաժանական իցեն յ8, բաժանական է և ողջոյն թիւն, քանզի այլքն որ զկնի գան կարգ ըստ կարգէ 1000, 10000, ... գոլով բազմապատիկ 100ոց բաժանական են յ8 : Վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է յ8, եթէ աջակողմեան երեք տեղիք նորա բաժանական իցեն յ8 :

Ըստ նմին օրինակի

$\text{Թ} : 125 = (\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ} + 1000\text{Դ} + 10000\text{Ե} + \dots) : 125$   
 կամ

$$\text{Թ} : 125 = \frac{\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ}}{125} + 8\text{Դ} + 80\text{Ե} + \dots$$

Վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 125, եթէ աջակողմեան երեք տեղիք նորա բաժանական իցեն 'ի 125 :

Զոր օրինակ, թիւս 97531864 բաժանական է յ8, քանզի երեք յետին տեղիք նորա ընդ աջմէ 864 բաժանական են յ8. ըստ նմին օրինակի, թիւս 193804625 բաժանական է 'ի 125, քանզի երեք յետին տեղիք նորա ընդ աջմէ 625 բաժանական են 'ի 125 :

71. Ամենայն թիւ Թ բաժանեալ 'ի 11 ելանէ

$\text{Թ} : 11 = (\ast + 10\text{Բ} + 100\text{Գ} + 1000\text{Դ} + 10000\text{Ե} + \dots) : 11$   
 կամ

$$\text{Թ} : 11 = (\ast + 11\text{Բ} - \text{Բ} + 99\text{Գ} + \text{Գ} + 1001\text{Դ} - \text{Դ} + 9999\text{Ե} + \dots) : 11$$

և կամ

$$\text{Թ} : 11 = \frac{(\ast + \text{Գ} + \text{Ե} + \dots) - (\text{Բ} + \text{Դ} + \text{Զ} + \dots)}{11} + \text{Բ} + 9\text{Գ} +$$

$$91\text{Դ} + 909\text{Ե} + 9091\text{Զ} + \dots :$$

Արդ բացատրու թին  $\ast + \text{Գ} + \text{Ե} + \dots$  ցուցանէ զբովանդակու թի թուանշանաց առաջին, երրորդ, հինգերորդ, ... տեղեացն ընդ աջմէ, այսինքն անզոյգ տեղեաց, և  $\text{Բ} + \text{Դ} + \text{Զ} + \dots$

ընդ հակառակն ցուցանէ զբովանդակութիւն թուանշանաց երկրորդ, չորրորդ, վեցերորդ, . . . տեղեացն ընդ աջմէ, այսինքն զոյգ տեղեաց: Ասան որոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 11, եթէ տարբերութիւն բովանդակութեանց թուանշանաց զոյգ և անզոյգ տեղեացն ընդ աջմէ իցէ 0 կամ բաժանական 'ի 11:

Զոր օրինակ, թիւս 84379625 բաժանական է 'ի 11, քանզի բովանդակութիւն թուանշանաց զոյգ տեղեացն ընդ աջմէ է  $2+9+3+8=22$ , և անզոյգ տեղեացն ընդ աջմէ է  $5+6+7+4=22$ , և տարբերութիւն նոցա է 0: Նոյնպէս և թիւս 718964579025 բաժանական է 'ի 11, քանզի տարբերութիւն բովանդակութեանց թուանշանաց զոյգ և անզոյգ տեղեացն ընդ աջմէ է 11, որ բաժանական է 'ի 11:

72. Ամենայն թիւ թ բաժանեալ 7, ելանէ

$$\theta : 7 = ( * + 10\text{բ} + 100\text{գ} + 1000\text{դ} + 10000\text{է} + 100000\text{զ} + 1000000\text{ը} + \dots ) : 7 :$$

Եթէ զառաջին երիս տեղիսն ընդ աջմէ նշանակիցեմք տառիւս \*', այսինքն

$$(* + 10\text{բ} + 100\text{գ}) = *' ,$$

և զերիս տեղիսն ևս որ զինի \*' քանակութեանն իցեն՝

$$\begin{aligned} (1000\text{դ} + 10000\text{է} + 100000\text{զ}) &= 1000(\text{դ} + 10\text{է} + 100\text{զ}) \\ &= 1000\text{բ}' = 1001\text{բ}' - \text{բ}' , \end{aligned}$$

և զերիս տեղիսն ևս որ զինի բ' քանակութեանն իցեն

$$\begin{aligned} (1000000\text{ը} + 10000000\text{զ} + 100000000\text{թ}) &= \\ &= 1000000(\text{ը} + 10\text{զ} + 100\text{թ}) \\ &= 1000000\text{գ}' , \end{aligned}$$

և զայլս ևս ըստ նմին օրինակի նշանակեալ, լինիցին երեք երեք տեղիքն

$$\theta : 7 = (*' + 1001\text{բ}' - \text{բ}' + 1000000\text{գ}' + 1000000001\text{դ}' - \text{դ}' + \dots) : 7$$

կամ

$$\begin{aligned} \theta : 7 = \frac{(*' + \text{գ}' + \text{է}' + \dots) - (\text{բ}' + \text{դ}' + \text{ը}' + \dots)}{7} + 143\text{բ}' \\ + 142857\text{գ}' + 142857143\text{դ}' + 142857142847\text{է}' + \dots \end{aligned}$$

Արդ բացատրութիւնն  $m' + 4' + 1' + \dots$  ցուցանէ զբովանդակութիւնն առաջին, երրորդ, հինգերորդ,  $\dots$  բաժնիցն ընդ աջմէ յորս երեք երեք թուանշանք կայցեն, և  $F' + T' + U' + \dots$  ընդհակառակն ցուցանէ զբովանդակութիւնն երկրորդ, չորրորդ, վեցերորդ,  $\dots$  բաժնիցն ընդ աջմէ յորս երեք երեք թուանշանք կայցեն: Ասան որոյ թիւ ինչ բաժանական է 17, եթէ տարբերութիւն բովանդակութեանց զոյգ և անզոյգ բաժնիցն ընդ աջմէ բաժանական իցէ 17:

Զոր օրինակ թիւս

3,649,580,932,649,512,036,751,647	905
	36 751
	649 512
	580 932
	3 649
	1915 3749 ԲՆԷ. անդ. ԲԽԺ.
	1915 ԲՆԷ. զոյգ ԲԽԺ.
	1834 : 7 = 262 :

Ըստ նմին օրինակի

$$\theta : 13 = (m + 10f + 100t + 1000r + 10000e + 100000u + \dots) : 13$$

կամ

$$\theta : 13 = (m' + 1001f' - f' + 1000000t' + 100000000r' - r' + \dots) : 13$$

և կամ

$$\theta : 13 = \frac{(m' + 4' + 1' + \dots) - (f' + r' + u' + \dots)}{13} + 77f' + 769234t' + 76923076r' + \dots$$

վասն որոյ թիւ ինչ բաժանական է 13, եթէ տարբերութիւն բովանդակութեանց զոյգ և անզոյգ բաժնիցն ընդ աջմէ բաժանական իցէ 13:

Չոր օրինակ թիւս

1, 695, 428, 100, 923	674
428	100
1	695
1352	1469 Բ՝Լ. անշոյֆ Բ՝Ժ.
	1352 Բ՝Լ. շոյֆ Բ՝Ժ.
117 : 13 = 9 :	

73. Են և այլոց թուոց յատուկ նշանք բաժանականութեան, սակայն կանոնքն դժուարինք են և գործադրութիւնն երկար: Իսկ յատուկ նշանք բաժանականութեան թուոց 'ի 6, յ12, 'ի 15, յ18, յ36, 'ի 45 որք են բազմապատիկ թուոցս 2, 3 և 5, պարզք են և դիւրիմաց:

ա. Թիւ ինչ բաժանական է 'ի 6 կամ յ18, եթէ գոլով զոյսք, բովանդակութիւն բացարձակ զօրութեան թուանշանաց նորա բաժանական իցէ յ3 կամ յ9:

Քանզի յայնժամ թիւն այն բաժանական է յ2 և յ3 կամ յ9. արդ 2 և 3, կամ 2 և 9 են միմեանց նախնականք, ուրեմն թիւն այն բաժանական է 'ի 6 և կամ յ18:

բ. Թիւ ինչ բաժանական է յ12 կամ յ36, եթէ երկու թուանշանք նորա ընդ աջմէ ըստ վերբերական զօրութեան իւրեանց գոլով բազմապատիկ 4ից, բովանդակութիւն թուանշանաց նորա բաժանական իցէ յ3 կամ յ9:

Քանզի յայնժամ թիւն այն բաժանական է 'ի 4, և յ3 կամ յ9. ուրեմն բաժանական է և 'ի  $4 \times 3$  կամ 'ի  $4 \times 9$ , այսինքն յ12 կամ յ36:

գ. Հուսկյետոյ թիւ ինչ բաժանական է 'ի 15 կամ 'ի 45, եթէ վերջին թուանշանն ընդ աջմէ գոլով 0 կամ 5, բովանդակութիւն թուանշանաց նորա բաժանական իցէ յ3 կամ յ9:

Քանզի յայնժամ թիւն այն բաժանական է 'ի 5 և յ3 կամ յ9, և հետևաբար 'ի 15 և 'ի 45:

74. Աստանօր մարթ է սպացուցանել զփորձ 9ի, որ 'ի գործ արկանի 'ի բազմապատկութեան և 'ի բաժանման ամբողջական թուոց:

Իցեն  $\ast$  և  $\text{F}$  երկու արտադրողք, որ բաժանեալ  $\text{յԾ}$  տայ-  
ցեն քանորդ  $+ \text{և} +_1$ , և մնացորդ  $\text{ճ}$  և  $\text{ճ}_1$ , ուստի

$$\ast = \text{Ծ} + \text{ճ}$$

$$\text{F} = \text{Ծ}_1 + \text{ճ}_1$$

յորմէ

$$\ast\text{F} = 81 \ast \ast_1 + 9 \ast_1 \text{ճ} + 9 \ast \text{ճ}_1 + \text{ճ}\text{ճ}_1 :$$

Արդ ինքնին տեսանի թէ ՚ի բաժանելն Ծիւ զ $\ast\text{F}$  գտանի  
նոյն մնացորդ՝ որ ինչ ՚ի բաժանելն զ $\text{ճ}\text{ճ}_1$   $\text{յԾ}$ , վասն զի այլ  $\ast$ -  
մենայն եզերք արտադրելոյն բաժանական են  $\text{յԾ}$ , զի են բազ-  
մապատիկ նորին (58) :

### ՀԱՏՈՒՄԾ Գ.

Յադագս նախնական և բադադրեալ բուռց :

73. Աւ ՚ի հասանել ՚ի վերայ եթէ թիւ ինչ  $\text{Թ}$  նախնական  
իցէ կամ եթէ բազադրեալ, պարա է յամենայն նախնական  
թուոց գտանել զփոքրագոյնն և բաժանել յայն :

Իցէ  $\ast$  փոքրագոյն քան զամենայն նախնական թիւս, սկը-  
սեալ  $\text{յԶԳ}$ , յոր բաժանական իցէ  $\text{Թ}$ , և բովանդակիցի ՚ի նմա  
 $\text{ճ}$  իցս իբր արտադրող, այնպէս զի իցէ  $\text{Թ} = \ast \times \text{Թ}'$ , և ոչ ևս  
բովանդակիցի ՚ի  $\text{Թ}'$  արտադրողն  $\ast$  :

Իցէ  $\text{F}$  փոքրագոյն նախնական թիւն յոր բաժանական իցէ  
 $\text{Թ}'$ , և բովանդակիցի ՚ի նմա նիցս իբր արտադրող, այնպէս զի  
իցէ  $\text{Թ}' = \text{F} \times \text{Թ}''$ , ուստի  $\text{Թ} = \ast \text{F} \times \text{Թ}''$ , և ոչ ևս բովան-  
դակիցին ՚ի  $\text{Թ}''$  արտադրողքն  $\ast$  և  $\text{F}$  :

Իցէ դարձեալ  $\text{Գ}$  փոքրագոյն նախնական թիւն յոր բա-  
ժանական իցէ  $\text{Թ}''$ , և բովանդակիցի ՚ի նմա ՚իցս իբր արտա-  
դրող, այնպէս զի իցէ  $\text{Թ}'' = \text{Գ} \times \text{Թ}'''$ , ուստի  $\text{Թ} = \ast \text{F} \text{Գ} \times \text{Թ}'''$ ,  
և ոչ ևս բովանդակիցին ՚ի  $\text{Թ}'''$  արտադրողքն  $\ast$ ,  $\text{F}$ ,  $\text{Գ}$  :

Արդ բաժանելով զայս օրինակ, և զքանորդն յայլ փոքրագոյն թիւ նախնական կարգ ըստ կարգէ, հուսկ յետոյ ելանիցէ թիւ ինչ նախնական կամ կարողութիւն ինչ նախնական թուոյ, այնպէս զի առեալ հեազհեաէ զնախնական թիւն զայն իբր բաժանարար, վերջին քանորդն լինիցի միութիւն :

Առ այս համարեացուք եթէ  $\theta'' = \tau''$  իցէ, գուրով  $\tau$  թիւ ինչ նախնական, վասն որոյ  $\theta = \tau^4$ , յորում  $\omega$ ,  $\epsilon$ ,  $\phi$ ,  $\tau$ , զնախնական արտադրողս  $\theta$  թուոյն ցուցանեն, և թիւն  $\theta$  ասի լուծեալ ՚ի նախնական արտադրողս իւր :

76. Ի գտանել զնախնական արտադրողս մանաւոր թրւոց, պարտ է փորձել հեազհեաէ զբաժանմունս նոցա ՚ի վերայ նախնական թուոց սկսեալ յ2ց, և անդադար բաժանել մի և նոյն թուով որչափ և հնար իցէ, և այսպէս յառաջ խաղալ մինչև ցվերջին նախնական թիւն յոր այլ ևս ոչ բաժանիցին :

Զոր օրինակ, խնդրիցի լուծանել ՚ի նախնական արտադրողս իւր զթիւն 772200,

$$772200 : 2 = 386100, \text{ ուստի } 772200 = 2 \cdot 386100$$

$$386100 : 2 = 193050, \quad \text{»} \quad 386100 = 2 \cdot 193050, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 193050 \cdot$$

$$193050 : 2 = 96525, \quad \text{»} \quad 193050 = 2 \cdot 96525, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 96525 \cdot$$

$$96525 : 3 = 32175, \quad \text{»} \quad 96525 = 3 \cdot 32175, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 32175 \cdot$$

$$32175 : 3 = 10725, \quad \text{»} \quad 32175 = 3 \cdot 10725, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10725 \cdot$$

$$10725 : 3 = 3575, \quad \text{»} \quad 10725 = 3 \cdot 3575, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3575 \cdot$$

$$3575 : 5 = 715 \quad \text{»} \quad 3575 = 5 \cdot 715, \text{ ուրեմն } \\ 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 715 \cdot$$

$$715 : 5 = 143$$

$$» \quad 715 = 5 \cdot 143, \text{ ուրեմն}$$

$$772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 143 \cdot$$

$$143 : 11 = 13$$

$$» \quad 143 = 11 \cdot 13, \text{ ուրեմն}$$

$$772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot$$

$$\text{որով և } 772200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 13:$$

Եւ կամ

$$772200 \quad | \quad 2$$

$$386100 \quad | \quad 2$$

$$193050 \quad | \quad 2$$

$$96525 \quad | \quad 3$$

$$32175 \quad | \quad 3$$

$$10725 \quad | \quad 3$$

$$3575 \quad | \quad 5$$

$$715 \quad | \quad 5$$

$$143 \quad | \quad 11$$

$$13 \quad | \quad 13$$

Ըստ նմին օրինակի դասնին նախնական արտադրողք և աւաջիկայ թուոցդ .

$$630 \quad | \quad 2$$

$$660 \quad | \quad 2$$

$$39780 \quad | \quad 2$$

$$315 \quad | \quad 3$$

$$330 \quad | \quad 2$$

$$19890 \quad | \quad 2$$

$$105 \quad | \quad 3$$

$$165 \quad | \quad 3$$

$$9945 \quad | \quad 3$$

$$35 \quad | \quad 5$$

$$55 \quad | \quad 5$$

$$3315 \quad | \quad 3$$

$$7 \quad | \quad 7$$

$$11 \quad | \quad 11$$

$$1105 \quad | \quad 5$$

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7, \quad 660 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11,$$

$$221 \quad | \quad 13$$

$$17 \quad | \quad 17$$

$$39780 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17:$$

77. Նախնական արտադրողք գրահաշուական պարզ բազատրուածեանց կազմին յիւրաքանչիւր տառից և ՚ի նախնական արտադրողաց համարտադրողացն :

Որպէս

$$*F4 = * \cdot F \cdot 4$$

$$*F^2 \tau^2 = * \cdot F \cdot F \cdot \tau \cdot \tau$$



$$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F},$$

$$21 = 3 \cdot 7 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \omega,$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F},$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot (\omega - \mathbb{F}),$$

$$121 = 11 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot (\omega + \mathbb{F})(\mathbb{F} - \omega) =$$

$$= 11 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot (\omega + \mathbb{F})(\mathbb{F} - \omega),$$

$$77 = 7 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$11 = 11 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\omega = \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\mathbb{F} = \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\mathbb{F} = \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\mathbb{F} = \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$15 = 3 \cdot 5 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$5 = 5 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\omega = \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\mathbb{F} = \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$\mathbb{F} = \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$$

$$77 = 7 \cdot 11 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F},$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}.$$

Իսկ նախնական արտադրողք բազմաբաշխ քանակութեց  
 դասանին անջատմամբ (47) :

78. Ամենայն թիւ թ որ բաժանական իցէ յերկուս կամ  
 յայլ ևս բազում թիւս  $\omega, \mathbb{F}, \mathbb{F}, \dots$  նախնականս միմեանց,  
 բաժանական է յարտադրեալ նոցին :

Իցէ թ բաժանական  $\omega$ , վասն որոյ  $\theta = \omega +$ , գուրով  $\theta$  թիւ  
 ինչ ամբողջական. բայց ըստ մերուսն ենթադրութեան  $\theta$   
 բաժանական է և թ  $\mathbb{F}$ , ուրեմն  $\omega +$ , որ հաւասար է  $\theta$  թուոյ,  
 բաժանական է թ  $\mathbb{F}$ . և որովհետև  $\omega$  և  $\mathbb{F}$  են նախնականք մի-  
 մեանց, հարկ է զի  $\theta$  բաժանական իցէ թ  $\mathbb{F}$ , և  $\mathbb{F} +_1 = \theta$  իցէ  
 ուստի  $\theta = \omega \cdot \mathbb{F} +_1 = \omega \cdot \mathbb{F} +_1$ , և այսպէս  $\theta$  բաժանական է  $\omega \cdot \mathbb{F}$  :

Ըստ նմին օրինակի, քանզի  $\theta$  բաժանական է և թ  $\mathbb{F}$ ,  
 հարկ է զի և  $\omega \cdot \mathbb{F} +_1$  բաժանական իցէ թ  $\mathbb{F}$ . և զի  $\mathbb{F}$  նախնական  
 է առ  $\omega$  և առ  $\mathbb{F}$ , հետևաբար և առ  $\omega \cdot \mathbb{F}$ . ուրեմն հարկ է զի  
 $\theta +_1$  բաժանական իցէ թ  $\mathbb{F}$ , յորմէ  $\theta +_1 = \mathbb{F} +_2$ . ուստի  $\theta = \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} +_2$   
 $= \omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F} +_2$ , և այսպէս  $\theta$  բաժանական է  $\omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$ , այլովքն հան-  
 դերձ :

Թիւքն  $\omega, \mathbb{F}, \mathbb{F}, \dots$  գուրով նախնականք միմեանց, եթէ  
 իւրաքանչիւրն թ նոցանէ մտանիցէ թ  $\theta$  իբր արտադրող ճիցս,  
 նիցս, իցս,  $\dots$  թիւն  $\theta$  բաժանական է  $\omega \cdot \mathbb{F} \cdot \mathbb{F}$ , և յայլ ա-

մենայն թիւս որ ծագին 'ի բազմապատկուածէնէ երկու երկու, երեք երեք, . . . այլ և այլ կարողութեանց ա, ք, գ, . . . թուոց ընդ միմեանս, սկսեալ յառաջին կարողութենէ մինչև 'ի ճերորդ կարողութիւն ա թուոյ, 'ի ներորդ կարողութիւն ք թուոյ, յերրորդ կարողութիւն գ թուոյ, և արտագրեալքն այնոքիկ անուանեալ կոչին բազադրեալ արտագրողք թ թրւոյն :

79. Ի գտանել զբազադրեալ արտագրողս մասնաւոր թրւոց, պարտ է նախ գտանել զնախնական արտագրողս նոցին, և ապա բազմապատկել զնոսա միմեամբք երկու երկու, երեք երեք, . . . և արտագրեալքն այնոքիկ լինին բազադրեալ արտագրողք :

Զոր օրինակ, նախնական արտագրողք 5880 թուոյն են 2, 2, 2, 3, 5, 7, 7, առ 'ի գտանել զբազադրեալ արտագրողս նորա պարտ է գրել 'ի վերայ հօրիզոնական դժի զբառեակ թիւս 1, 2, 4, 8, որ են արտագրողք 5880 թուոյն, քանզի 1 է բաժանարար ամենայն թուոց, և  $2^1, 2^2, 2^3$  են արտագրողք 5880 թուոյն, և ապա բազմապատկել զամենայն առաջին կարգն ընդ արտագրողն 3, և զարտագրեալն 3, 6, 12, 24 գնել 'ի ներքոյ իւրաքանչիւր եզերաց նորա ըստ առաջիկայ օրինակիդ .

1	2	4	$8=2^3$
3	6	12	$24=2^3 \cdot 3$
5	10	20	40
15	30	60	$120=2^3 \cdot 3 \cdot 5$
7	14	28	56
21	42	84	168
35	70	140	280
105	210	420	$840=2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
49	98	196	392
147	294	588	1176
245	490	980	1960
735	1470	2940	$5880=2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$

Ձեզերս նախընթաց երկուց կարգացն սարտ է բազմա-  
սլատիկէլ ընդ արտագրողն 5, և զարտագրեալն 5, 10, ...  
60, 120 գնէլ յերկուս յայլ կարգս :

Ձեզերս նախընթաց քառեակ կարգացն սարտ է բազմա-  
սլատիկէլ ընդ արտագրողն 7, և զարտագրեալն 7, 14, ...  
21, 32, ... 420, 840 գնէլ 'ի քառեակ այլ կարգս, և զի այս  
արտագրող 7 երկիցս մտանէ 'ի թիւն առաջարկեալ, վասն  
որոյ զամենայն եզերս վերջին քառեակ կարգացն սարտ է  
բազմասլատիկէլ ընդ արտագրողն 7, և զարտագրեալն 49,  
98, ... 147, 294, ... 245, 490, ... 735, 1470, ... գնէլ  
'ի քառեակ այլ կարգս :

Եւ այսպէս ընդ ամենայն լինին 12 կարգք՝ 4 թիւք յիւ-  
րաքանչիւրում, այսինքն 48 թիւք, յորս բաժանական է առա-  
ջարկեալ թիւն 5880 :

Ըստ նմին օրինակի գտանին և բազադրեալ արտագրողք  
գրահաշուական քանակութեանց : Որպիսի ինչ  $6^{*2}F4 =$   
 $2 \cdot 3 \cdot * \cdot * \cdot F \cdot 4$ , որոյ բազադրեալ արտագրողքն են խառն ընդ  
նախնականս

1	*	$*^2$
F	$*F$	$*^2F$
4	$*4$	$*^24$
F4	$*F4$	$*^2F4$
2	$2*$	$2*^2$
2F	$2*F$	$2*^2F$
24	$2*4$	$2*^24$
2F4	$2*F4$	$2*^2F4$
3	$3*$	$3*^2$
3F	$3*F$	$3*^2F$
34	$3*4$	$3*^24$
3F4	$3*F4$	$3*^2F4$
6	$6*$	$6*^2$
6F	$6*F$	$6*^2F$
64	$6*4$	$6*^24$
6F4	$6*F4$	$6*^2F4$ :

Նոյնպէս և  $2^m(f^2 - \varphi^2) = 2^m(f + \varphi)(f - \varphi)$ , վասն որոյ

- 1,  $m$
- 2,  $2^m$
- $f + \varphi$ ,  $m(f + \varphi)$
- $2(f + \varphi)$ ,  $2^m(f + \varphi)$
- $f - \varphi$ ,  $m(f - \varphi)$
- $2(f - \varphi)$ ,  $2^m(f - \varphi)$
- $f^2 - \varphi^2$ ,  $m(f^2 - \varphi^2)$
- $2(f^2 - \varphi^2)$ ,  $2^m(f^2 - \varphi^2)$  :

30. Իբրև թիւ ինչ յիւր նախնական արտադրողս լուծաւ, դիւրին է այնուհետև գտանել զբոլորական թիւ համարոյ ամենայն արտադրողաց բովանդակելոց 'ի նմա :

Առ այս դարձցուք վերստին յընդհանուր բացատրութիւնն

$$\theta = m^f \varphi^n \tau^m$$

և 'ի քնին առցուք զառաջին կարգ արտադրողացն

$$1, m^1, m^2, m^3, m^4, \dots, m^f$$

որոց թիւ համարոյ է  $(f+1)$  :

Զամենայն եզերս այսր առաջին կարգի բազմապատկեալ հետզհետէ ընդ  $f^1, f^2, f^3, f^4, \dots, f^n$ , որոց թիւ համարոյ է  $n$ , ելանեն ն նոր կարգք արտադրողաց,  $(n+1)$  եզերք յիւրաքանչիւրում, այսինքն  $(f+1)n$  արտադրողք, որք յաւելեալ 'ի  $(f+1)$  արտադրողս առաջնոյ կարգին, լինին ընդ ամենայն  $(f+1)n + (f+1)$ , և կամ  $(f+1)(n+1)$  արտադրողք :

Զամենայն եզերս այլ և այլ կարգացս այսոցիկ բազմապատկեալ հետզհետէ ընդ  $\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \dots, \varphi^m$ , որոց թիւ համարոյ է  $m$ , ելանեն  $(f+1)(n+1)m$  նոր կարգք արտադրողաց, որք յաւելեալ 'ի  $(f+1)(n+1)$  նախընթաց արտադրողն, լինին ընդ ամենայն  $(f+1)(n+1)m + (f+1)(n+1)$ , և կամ  $(f+1)(n+1)(m+1)$  արտադրողք. այլովքն հանդերձ :

Աստի ծագէ առաջիկայ կանոնդ, եթէ սրտ է յաւելուլ միութեամբ ուրոյն ուրոյն զյայտարարսն  $f, n, m$ , այլևայլ նախնական արտադրողաց որ մտանեն 'ի թիւն  $\theta$ , և ապա բազմապատկել միմեամբք. արտադրեալն ցուցանէ զբոլորական

Թիւ արտադրողաց Թուոյն Թ, սկսեալ 'ի միութենէ մինչև 'ի նոյն ինքն 'ի Թիւն Թ :

Արպէս յորինակին  $5880 = 2^5 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^2$  բոլորական Թիւ արտադրողացն է  $(3+1)(1+1)(1+1)(2+1)$ , կամ  $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$  և կամ 48 :

81. Յորժամ խնդրիցին նախնական արտադրողք Թուոյ իրիք Թ, և փորձելով հետզհետէ զբաժանմունս նորա 'ի վերայ նախնական Թուոցս 2, 3, 5, 7, ... մինչև ցամբողջական մասն քառակուսի արմատոյ նորա, չգտանիցի արտադրող նախնական յոր բաժանական իցէ, աւելորդ է յառաջ վարել զբաժանումն և Թ է նախնական :

Չոր օրինակ 79 է նախնական, քանզի քառակուսի արմատ նորա անկանի ընդ մէջ 8 և 9 Թուոց, և չիք Թիւ ամբողջական մինչև 98, յոր բաժանական իցէ 79 :

Առ այս իցէ Թ արտադրեալ \* և Բ Թուոց, և + քառակուսի արմատ նորա, վասն որոյ

$$*Բ = ++ :$$

Արդ առ 'ի կալ հաւասարութեանս հարկ է զի եթէ իցէ \* > + և Բ < + իցէ, յորմէ տեսանի եթէ անմարթ է լինել 'ի Թ արտադրող մեծ քան զ+, քանզի չիք 'ի նմա արտադրող փոքր քան զ+, վասն որոյ Թիւն այն է նախնական :

Ըստ այսմ դիտողութեան առաջիկայ Թիւքդ 113, 719, 977, 3329, 8123, ... են նախնականք :

82. Համարեացուք եթէ կամք իցեն գտանել զամենայն նախնական Թիւս սկսեալ 'ի միութենէ մինչև 'ի 1000 :

ա. Ամենայն Թիւ զոյդ բաց 129 ոչ կարէ լինել նախնական. վասն որոյ նախնական Թիւք գտանին սլարունակեալք 'ի շարս անզոյդ Թուոց

- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23,
- 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45,
- 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67,
- 69, 71, 73, 75 ... :

բ. Սկսեալ յետ 3ից, և առեալ զԹիւս շարին յերրորդէ

յերրորդ, որպէս 9, 15, 21, . . . բաժանական են յ3, վասն որոյ արտաքսելիք :

դ. Սկսեալ յետ 4ից, և առեալ ՚ի հնգէ ՚ի հինգ, որպէս 15, 25, 35, . . . բաժանական են ՚ի 5, վասն որոյ արտաքսելիք :

դ. Սկսեալ յետ 7ան, և առեալ զնոսա յեօթնէ յեօթն, բաժանական են յ7, վասն որոյ արտաքսելիք, և այսպէս մի ըստ միօջէ : Թիւքն մնացեալք յետ այս ամենայն բացառու թեանց են նախնականք :

Յայտնի է սրտաճառն, ամենայն թիւ մեծ է քան զնախընթացն 2 միութեամբք, ապա յառնուին զնոսա յերրորդէ յերրորդ տարբերին ՚ի միմեանց 6 միութեամբք, և զի առաջինն է 9 բաժանական յ3, լինին և այլքն ամենեքին բաժանական յ3 :

Թիւքն առեալք ՚ի հնգէ հինգ տարբերին 10 միութեամբք, և զի առաջինն է 15 բաժանական ՚ի 5, նոյնպէս և ամենեքին լինին բաժանական ՚ի 5. այլովքն հանդերձ :

Այս եղանակ գտանելոյ զնախնական թիւս կոչի ճաշ Երասմուսէնէնայ :

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Տ Դ .

Յաղագս մեծագոյն հասարակաց բաժանարարի :

85. Մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց և կամ բազում թուոց գտանի, յորժամ թիւքն այնոքիկ առանձինն յիւրաքանչիւր նախնական արտադրողս իւրեանց լուծանիցին, և այնոքիկ որ ամենայն թուոց հասարակաց իցեն՝ առեալ մի մեամբք բազմաստակիցին, արտադրեալն է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար :

Թ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար (մ. հ. բ.) 300 և 420 թուոց .

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

մ. հ. բաժանարարն է  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 :$

բ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար 320, 400  
և 680 թուոց .

$$320 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$400 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$

$$680 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17$$

մ. հ. բաժանարարն է  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40 :$

գ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $4m^2f^4$  և  
 $6mf^4^2$  քանակութեանց .

$$4m^2f^4 = 2 \cdot 2 \cdot m \cdot m \cdot f \cdot f$$

$$6mf^4^2 = 2 \cdot 3 \cdot m \cdot f \cdot f \cdot f$$

մ. հ. բաժանարարն է  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 2 \cdot m \cdot f \cdot f = 2mf^2 :$

դ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $10m^2r^5g^4$ ,  
 $20m^5r^2g^4$  և  $5m^5r^5g^5$  քանակութեանց .

$$10m^2r^5g^4 = 2 \cdot 5 \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot r \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g$$

$$20m^5r^2g^4 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot m \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g$$

$$5m^5r^5g^5 = 5 \cdot m \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot r \cdot g \cdot g \cdot g$$

մ. հ. բաժանարարն է  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 5m^2r^2g^5 :$

ե. Խնդրի մ. հ. հասարակաց բաժանարար  $4mf(m^2 - f^2)$  և  
 $6m^2(m + f)^2$  քանակութեանց .

$$4mf(m^2 - f^2) = 2 \cdot 2 \cdot m \cdot f \cdot (m + f)(m - f)$$

$$6m^2(m + f)^2 = 2 \cdot 3 \cdot m \cdot m \cdot (m + f)(m + f)$$

մ. հ. բաժանարարն է  $\underline{\hspace{1.5cm}} = 2m(m + f) :$

զ. Ըստ նմին օրինակի գտանին և մեծագոյն հասարակաց  
բաժանարարք առաջիկայ քանակութեանց .

$$108 = \dots$$

$$450 = \dots$$

$$540 = \dots$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= \dots :$

$$420 = \dots$$

$$560 = \dots$$

$$620 = \dots$$

$$760 = \dots$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= \dots :$

$$12m^4r^m = \dots$$

$$14m^2r^m = \dots$$

$$16m^4r^{m^2} = \dots$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= \dots :$

$$28m^2r(q^2 - r^2) = \dots$$

$$14m^2r^2(q + r) = \dots$$

$$150m^2r^4(q + r)^2 = \dots$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= \dots :$

Յ4. Նոյնպէս դտանի և մ. Հ. բ. գրահաշուական բաղադրեալ քանակութեանց .

Թ. Ննդրի մեծագոյն հասար. բաժան.  $9r^2 - 3r^2 - 6r + 2r$  և  $6r^4 - 4r^5 - 3r^2 + 2r^2$  քանակութեանց .

$$3r(3r - r) - 2(3r - r) = (3r - 2)(3r - r)$$

$$2r^5(3r - 2) - r^2(3r - 2) = (2r^5 - r^2)(3r - 2)$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= 3r - 2 :$

Թ. Ննդրի մեծագոյն հ. բ.  $3f^4 + 5f^2 + 30f + 18f^4$  և  $4m^4 + 7m^2 + 24m^2 + 42m^2$  քանակութեանց .

$$3f^4(+ + 6) + 5f^2(+ + 6) = (3f^4 + 5f^2)(+ + 6)$$

$$4m^4(+ + 6) - 7m^2(+ + 6) = (4m^4 - 7m^2)(+ + 6)$$

Մ. Հ. բաժանարարն է  $= + + 6 :$



7. Խնդրի մեծագոյն հասար. բաժան.  $m^5 + m^2f - mf^2 - f^5$   
 և  $m^5 - m^2f - mf^2 + f^5$  քանակութեանց .

$$m^2(m+f) - f^2(m+f) = (m^2 - f^2)(m+f)$$

$$m^2(m-f) - f^2(m-f) = (m^2 - f^2)(m-f)$$

մ. հ. բաժանարարին է  $\frac{m^2 - f^2}{m^2 - f^2} :$

Բայց ոչ միշտ այսպէս դիւրին է ճանաչել զարտագրողս  
 գրահաշուական բաղադրեալ քանակութեանց , և եղանակն  
 գտանելոյ զմեծագոյն հասարակաց բաժանարարս պահանջէ  
 այլ ևս տեղեկութիւնս :

83. Մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց և կամ  
 բազում թուոց գտանի և առանց իսկ յարտագրողսն լուծա-  
 նելոյ :

Իցեն  $m$  և  $f$  քանակութիւնք , որոց խնդրիցի մեծագոյն հա-  
 սարակաց բաժանարար , և իցէ  $m > f :$

ա. Արդ բաժանեցի  $m$  ՚ի  $f$  , եթէ քանորդն իցէ թիւ ամ-  
 բողջական , այսինքն

$$m : f = + , \text{ յորմէ } m = f + ,$$

յայտ է եթէ  $f$  է հասարակաց բաժանարար  $m$  և  $f$  թուոց ,  
 քանզի և երկոքին իսկ միանգամայն բաժանական են ՚ի  $f$  . որ  
 և է մեծագոյն բաժանարար , քանզի չիք նոցա այլ բաժանա-  
 րար հասարակաց որ մեծագոյն իցէ քան զփոքրագոյնն յեր-  
 կուց առաջարկեալ թուոց :

Ապա եթէ չիցէ բաժանական  $m$  ՚ի  $f$  , և քանորդն իցէ  $+$  և  
 մնացորդն  $\delta$  , այսինքն

$$m = f + \delta ,$$

ըստ կանխագոյն ասացելոցս ամենայն հասարակաց բաժանա-  
 րար է բաժանելոյն  $m$  և բաժանարարին  $f$  , հարկ է զի հասա-  
 րակաց բաժանարար իցէ նաև բաժանարարին  $f$  և մնացորդին  
 $\delta$  . քանզի

$$\frac{m}{f} = \frac{f + \delta}{f} = 1 + \frac{\delta}{f} , \text{ կամ } \frac{\delta}{f} = \frac{m}{f} - 1 ,$$

եթէ չիցէ  $\delta$  բաժանական ՚ի  $f$  , ամբողջական թիւն  $\frac{m}{f} - 1$

հաւասար լինէր կոտորակային թուոյս  $\frac{S}{4}$ , որ է անտեղի . ուրեմն ըստ նմին օրինակի և մեծագոյն հասարակաց բաժանարար բաժանելոյն  $\ast$  և բաժանարարին  $F$ , մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է բաժանարարին  $F$  և մնացորդին  $S$ : Վասն որոյ փոխանակ խնդրելոյ զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\ast$  և  $F$  թուոյ, պարտ է խնդրել զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $F$  և  $S$  թուոյ, որ և առաւել զիւրագոյն գտանի, քանզի թիւքն  $F$  և  $S$  փոքրագոյն են քան զթիւս  $\ast$  և  $F$ :

$F$  . Բաժանեացի դարձեալ բաժանարարն  $F$  'ի մնացորդն  $S$ , եթէ քանորդն իցէ թիւ ամբողջական, այսինքն

$$F : S = +_1, \text{ յորմէ } F = S +_1,$$

յայտ է եթէ  $S$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $F$  և  $S$  թուոյ, և հետևաբար  $\ast$  և  $F$  թուոյ:

Իսկ եթէ չիցէ բաժանական  $F$  'ի  $S$ , և քանորդն իցէ  $+_1$  և մնացորդն  $S_1$ , այսինքն

$$F = S +_1 + S_1,$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է բաժանելոյն  $F$  և բաժանարարին  $S$ , հարկ է զի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար իցէ նաև բաժանարարին  $S$  և մնացորդին  $S_1$  . քանզի

$$\frac{F}{4} = \frac{S +_1}{4} + \frac{S_1}{4}, \text{ կամ } \frac{S_1}{4} = \frac{F}{4} - \frac{S +_1}{4},$$

որովհետև  $F$  և  $S$  բաժանական են 'ի  $4$ , հարկ է զի և  $S_1$  բաժանական իցէ 'ի  $4$  . ապա թէ ոչ ամբողջական թիւն  $\frac{F}{4} - \frac{S +_1}{4}$

հաւասար լինէր կոտորակային թուոյս  $\frac{S_1}{4}$ , որ է անտեղի . ուրեմն մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $S$  և  $S_1$  թուոյ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է  $F$  և  $S$  թուոյ, և հետևաբար  $\ast$  և  $F$  թուոյ . վասն որոյ փոխանակ խնդրելոյ զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $F$  և  $S$  թուոյ, պարտ է խնդրել զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $S$  և  $S_1$  թուոյ, որ և առաւել զիւրագոյն գտանի, քանզի թիւքն  $S$  և  $S_1$  փոքրագոյն են քան զթիւս  $F$  և  $S$ , և հետևաբար քան զթիւս  $\ast$  և  $F$ :

դ. Բաժանեցի վերափոխման անաշին մնացորդն  $\delta$  յերկրորդն  $\delta_1$ , եթէ քանորդն իցէ թիւ ամբողջական, այսինքն

$$\delta : \delta_1 = +_2, \text{ յորմէ } \delta = \delta_1 +_2,$$

յայտ է եթէ  $\delta_1$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta$  և  $\delta_1$  թուոց, և հեռաբար  $\varepsilon$  և  $\delta$  թուոց, և հուսկ յետոյ  $\omega$  և  $\varepsilon$  թուոց :

Իսկ եթէ չիցէ բաժանական  $\delta$  ՚ի  $\delta_1$  և քանորդն իցէ  $+_2$  և մնացորդն  $\delta_2$ , այսինքն

$$\delta = \delta_1 +_2 + \delta_2,$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta$  բաժանելոյն  $\delta$  և բաժանարարին  $\delta_1$ , հարկ է զի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար իցէ նաև  $\delta_1$  և  $\delta_2$  թուոց. քանզի

$$\frac{\delta}{\delta_1} = \frac{\delta_1 +_2 + \delta_2}{\delta_1} = 1 + \frac{\delta_2}{\delta_1}, \text{ յորմէ } \frac{\delta}{\delta_1} = 1 + \frac{\delta_2}{\delta_1},$$

որովհետև  $\delta$  և  $\delta_1$  բաժանական են ՚ի  $\delta_1$ , հարկ է զի և  $\delta_2$  բաժանական իցէ ՚ի  $\delta_1$ . ասպա թէ ոչ ամբողջական թիւն  $\frac{\delta}{\delta_1} = 1 + \frac{\delta_2}{\delta_1}$

հաւասար լինէր կոտորակային թուոյս  $\frac{\delta}{\delta_1}$ , որ է անտեղի. ուրեմն մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta_1$  և  $\delta_2$  թուոց մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է  $\delta$  և  $\delta_1$  թուոց, և հեռաբար  $\varepsilon$  և  $\delta$  թուոց, և հուսկ յետոյ  $\omega$  և  $\varepsilon$  թուոց: Ասան որոյ փոխանակ խնդրելոյ զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta$  և  $\delta_1$  թուոց, պարտ է խնդրել զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta_1$  և  $\delta_2$  թուոց, որ և առաւել դիւրագոյն դտանի, քանզի թիւքն  $\delta_1$  և  $\delta_2$  փոքրագոյն են քան զթիւս  $\delta$  և  $\delta_1$ , և հեռաբար քան զթիւս  $\varepsilon$  և  $\delta$ , և հուսկ յետոյ քան զթիւս  $\omega$  և  $\varepsilon$ :

դ. Եւ այսպէս հետզհետէ առնելով զբաժանարարն բաժանելի և զմնացորդն բաժանարար, մնացորդքն երթալով երթան և նուազեն, մինչև դայ ելանէ այնպիսի մնացորդ յոր յետին բաժանարարն բաժանական է ճշգիւ: Առ այս իցէ

$$\delta_1 : \delta_2 = +_3, \text{ յորմէ } \delta_1 = \delta_2 +_3,$$

յայտ է եթէ  $\delta_2$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $\delta_1$  և  $\delta_2$  թուոց, և հեռաբար  $\delta$  և  $\delta_1$  թուոց,  $\varepsilon$  և  $\delta$  թուոց, և հուսկ յետոյ  $\omega$  և  $\varepsilon$  թուոց :

Առ ՚ի կարող լինելոյ հասանել ՚ի վերայ եթէ  $\delta_2$  իցէ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար, յառաջիկայ հաւասարութիւնսդ.

$$w = F + \delta$$

$$F = \delta_1 + \delta_1$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\delta_1 = \delta_2 + \delta_3$$

արասցուք կարգաւ զկարևոր փոխանակութիւնսն ՚ի ստորէ ՚ի վեր ելանելով,

$$\delta = \delta_2 + \delta_3 + \delta_2$$

$$F = \delta_2 + \delta_3 + \delta_2 + \delta_2 + \delta_3$$

$$w = \delta_2 + \delta_3 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_2$$

ուրեմն  $\delta_2$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $w$  և  $F$  թուոց :

36. Արդ յայտ է յասացելոցս, եթէ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց թուոց գտանիցի, յորժամ մեծագոյնն ՚ի փոքրագոյնն բաժանիցի, ապա բաժանարարն ՚ի մնացորդն, նոր բաժանարարն ՚ի նոր մնացորդն, և այսպէս կարգաւ մի ըստ միովէ, մինչև ելանիցէ այնպիսի մնացորդ յոր վերջին բաժանարարն բաժանական իցէ ճշգիւ, և այն մնացորդ է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար առաջարկեալ երկուց թուոց : Եթէ վերջին մնացորդն իցէ միութիւն, յայնժամ նշան է եթէ առաջարկեալ երկուց թուոց չիք մեծագոյն հասարակաց բաժանարար, վասն որոյ նախնականք են միմեանց :

Ինչքի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար 3654 և 1134 թուոց .

$$3654 : 1134 = 3 \text{ մնացորդաւ } 252$$

$$1134 : 252 = 4 \text{ » } 126$$

$$252 : 126 = 2 \text{ » } 0$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարարն է 126 :

Կամ համառօտիւ ևս

$$\begin{array}{r} \overset{5}{\curvearrowright} \quad \overset{4}{\curvearrowright} \quad \overset{2}{\curvearrowright} \\ 3654 : 1134 : 252 : 126 \\ \hline 3402 \quad 1008 \quad 252 \\ \hline 252 \quad 126 \quad 0 \end{array}$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարարն է 126 :

բ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար 4277 և 637  
Թուոց .

$$\begin{aligned} 4277 : 637 &= 6 \text{ մնացորդաւս } 455 \\ 637 : 455 &= 1 \quad \text{»} \quad 182 \\ 455 : 182 &= 2 \quad \text{»} \quad 91 \\ 182 : 91 &= 2 \quad \text{»} \quad 0 \end{aligned}$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարարն է 91 :

Կամ համառօտիւ ևս

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} & \overset{6}{\curvearrowright} & & \overset{1}{\curvearrowright} & & \overset{2}{\curvearrowright} & & \overset{2}{\curvearrowright} \\ 4277 & : & 637 & : & 455 & : & 182 & : & 91 \\ \hline 3822 & & 455 & & 364 & & 182 & & \\ \hline 455 & & 182 & & 91 & & 0 & & \end{array} \end{array}$$

գ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար 848 և 377  
Թուոց .

$$\begin{aligned} 848 : 377 &= 2 \text{ մնացորդաւս } 94 \\ 377 : 94 &= 4 \quad \text{»} \quad 1 \end{aligned}$$

Կամ համառօտիւ ևս

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} & \overset{2}{\curvearrowright} & & \overset{4}{\curvearrowright} & & \overset{94}{\curvearrowright} & & \\ 848 & : & 377 & : & 94 & : & 1 & \\ \hline 754 & & 376 & & 94 & & & \\ \hline 94 & & 1 & & 0 & & & \end{array} \end{array}$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանարարն է 1, ուրեմն 484 և 377  
նախնականք են միմեանց :

դ. Ըստ նմին օրինակի դստանին մեծագոյն հասարակաց բա-  
ժանարարք առաջիկայ Թուոց .

1. · 7774 և 3718 ,

2. · 27671 և 21708 ,

3. · 61778 և 35234 ,

4. · 3654 և 1134 ,

5 · 5784 և 148,

6 · 50149 և 51119,

7 · 5143 և 3552 :

87. Ի դատանել զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար գրա-  
հաշուական բաղադրեալ բացատրութեանց, յուշ լիցի հայե-  
ցողութիւնն (62) եթէ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  
երկուց քանակութեանց մնայ անփոփոխ եթէ մին 'ի նոցանէ  
բազմապատկիցի կամ բաժանիցի այնպիսի քանակութեամբ  
որ չիցէ արտագրող միւսոյն :

Ձոր օրինակ, եթէ իցեն աբ և ագ երկու բաղադրեալ բա-  
ցատրութիւնք, յորս բ և գ նախնականք իցեն միմեանց, յայտ  
է եթէ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար նոցա է \* : Արդ  
եթէ բազմապատկիցի աբ քանակութեամբն չ, որ չիցէ ար-  
տագրող բացատրութեանն ագ, կամ չբովանդակիցէ արտա-  
գրող հասարակաց, մեծագոյն հասարակաց բաժանարար նո-  
ցա մնայ անփոփոխ, և աբք և ագ ունին միշտ մեծագոյն հա-  
սարակաց բաժանարար զքանակութիւնն \*, որ մեծագոյն  
հասարակաց բաժանարար էր նաև քանակութեանցն աբ և ագ :  
Չնոյն է ասել եթէ աբ բաժանիցի 'ի չ :

Բայց եթէ բազմապատկիցի կամ բաժանիցի աբ այնպիսի  
քանակութեամբ որ իցէ արտագրող ագ բացատրութեանն,  
որպիսի է գ, յայնժամ մեծագոյն հասարակաց բաժանարարն  
ոչ ևս լինիցի \*, այլ ագ : Յորմէ զհետ գայ

ա. Եթէ 'ի կատարելն զբաժանմունս մարթ է 'ի բաց ձգել  
զայն ամենայն արտագրողս որ զբաժանելին միայն կամ զբա-  
ժանարարն բազմապատկեն :

բ. Եթէ մարթ է բազմապատկել զբաժանելին կամ զբա-  
ժանարարն որ զինչ և իցէ քանակութեամբ, շատ է զի չիցէ  
արտագրող միւսոյն :

ա. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց  
քանակութեանցս

$a^4 - b^4$  և  $a^5 - a^5 b^2$  .

տեսանեմ զի  $a^5$  հասարակաց արտագրող է եզերաց երկրորդ  
բացատրութեանն, բայց սչ առաջնոյն, ուստի ձգեմ զայն 'ի

բաց, զի չիք նորա մասն ընդ մեծագոյն հասարակաց բաժանարարին որ խնդրի, որով լինին երկու բացատրութիւնքն

$$m^4 - f^4 \text{ և } m^2 - f^2,$$

որոց մի և նոյն մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է ընդ առաջինն : Բաժանելով ըստ օրինի, տեսանեմ զի  $m^4 - f^4$  բաժանական է  $m^2 - f^2$ , և տայ քանորդ  $m^2 + f^2$  առանց մնացորդի, ուրեմն  $m^2 - f^2$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար առաջարկեալ երկուց քանակութեանց, որք բաժանեալ  $m^2 - f^2$ , առաջինն տայ քանորդ  $m^2 + f^2$ , և երկրորդն՝  $m^2$ , որոց չիք այլ հասարակաց արտադրող :

բ. խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց քանակութեանցս

$$m^2 - 3mf + 2f^2 \text{ և } m^2 - mf - 2f^2,$$

կարգելով ըստ օրինի և բաժանելով ելանէ

$$\begin{array}{r|l} m^2 - 3mf + 2f^2 & m^2 - mf - 2f^2 \\ \hline -2mf + 4f^2 & 1 \end{array}$$

կամ լաւ ևս  $+2f(-m + 2f)$  :

Արդ ստորա է բաժանել զբաժանարարն  $m^2 - mf - 2f^2$  'ի մնացորդն  $-2mf + 4f^2$ , և տեսանեմ զի նոր բաժանարարն կարէ բաժանիլ  $2f$ , բայց ոչ բաժանելին, վասն որոյ ձգեմ 'ի բաց զ $2f$  և ելանէ

$$\begin{array}{r|l} m^2 - mf - 2f^2 & -m + 2f \\ \hline +mf - 2f^2 & -m - f \end{array}$$

ուրեմն  $-m + 2f$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար առաջարկեալ բազմաբաշխից, յոր բաժանեալ առաջինն տայ քանորդ  $-m + f$ , և երկրորդն՝  $-m - f$ , որոց չիք այլ հասարակաց արտադրող :

գ. խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց բազմաբաշխից

$$5r^5 - 18r^2\gamma + 11r\gamma^2 - 6\gamma^5 \text{ և } 7r^2 - 23r\gamma + 6\gamma^2 :$$

Տեսանեմ զի 5 չկարէ բաժանիլ  $7$ , և որովհետև  $7$  չէ

Հասարակաց արտադրող ամենայն եղերաց երկրորդ բացա-  
արութեանն, վասն որոյ բազմապատկեմ զեղերս առաջնոյն  
ընդ 7, և ելանէ

$$\begin{array}{r|l} 35r^5 - 126r^2r + 77r^2 - 42r^5 & 7r^2 - 23r + 6r^2 \\ \hline - 11r^2r + 47r^2 - 42r^5 & 5r \end{array}$$

կամ լաւ ևս  $+r(-11r^2 + 47r - 42r^2)$  :

Բաժանեմ դարձեալ ՚ի նոյն բաժանարար զմնացորդս  
զայս բազմապատկեալ նախ ընդ 7 և ՚ի բաց ձգեալ զհասա-  
րակաց արտադրողն 7, և ելանէ

$$\begin{array}{r|l} -77r^2 + 329r - 294r^2 & 7r^2 - 23r + 6r^2 \\ \hline + 76r - 228r^2 & -11 \end{array}$$

կամ լաւ ևս  $+ 76r(r - 3r)$  :

Արդ պարս է բաժանել  $7r^2 - 23r + 6r^2$  յ  $76r - 228r^2$ ,  
կամ լաւ ևս ՚ի  $r - 3r$ , ՚ի բաց ձգեալ զհասարակաց արտա-  
դրողն 76, որ չէ հասարակաց բաժանելոյն, և ելանէ

$$\begin{array}{r|l} 7r^2 - 23r + 6r^2 & r - 3r \\ \hline - 2r + 6r^2 & 7r - 2r \end{array}$$

ուրեմն  $r - 3r$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար առա-  
ջարկեալ երկուց բացարութեանց, յոր բաժանեալ՝ առա-  
ջինն ապ քանորդ  $5r^2 - 3r + 2r^2$ , և երկրորդն  $7r - 2r$  :

ի. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց  
բազմաբաշխից

$$6r^5 - 6r^2r + 2r^2 - 2r^5 \text{ և } 12r^2 - 15r + 3r^2 :$$

Տեսանեմ զի առաջինն կարէ բաժանիլ յ2, բայց ոչ եր-  
կրորդն, և երկրորդն յ3, բայց ոչ առաջինն, ուստի բաժա-  
նեալ լինին

$$3r^5 - 3r^2r + r^2 - r^5 \text{ և } 4r^2 - 5r + r^2 :$$

առ ՚ի կարող լինելոյ բաժանել զառաջինն յերկրորդն՝ պարս  
է բազմապատկել զբաժանելին ընդ 4, որովհետև 4 չէ հա-  
սարակաց արտադրող եղերաց բաժանարարին, ուստի ելանէ



$$\begin{array}{r|l} 12r^5 - 12r^2v + 4rv^2 - 4v^5 & 4r^2 - 5rv + v^2 \\ \hline + 3r^2v + rv^2 - 4v^5 & 3r + 3v \\ \hline + 12r^2v + 4rv^2 - 16v^5 & \\ \hline & + 19rv^2 - 19v^5 \\ \hline & + 19v^2(r - v) : \end{array}$$

կամ լաւ ևս

Արդ պարտ է բաժանել  $4r^2 - 5rv + v^2$  ի  $r - v$ , և ելանէ

$$\begin{array}{r|l} 4r^2 - 5rv + v^2 & r - v \\ \hline - rv + v^2 & 4r - v \\ \hline \end{array}$$

ուրեմն  $r - v$  է մեծադոյն հասարակաց բաժանարար առաջարկեալ երկուց բացատրութեանց, յոր բաժանեալ՝ առաջինն ապա քանորդ  $12r - 3v$ , և երկրորդն՝  $6r^2 + 2v^2$  :

Է. Ըստ նմին օրինակի գտանին մեծադոյն հասարակաց բաժանարարք առաջիկայ բացատրութեանց .

1.  $r^5 - v^5$  և  $r^5 - r^3v^2$ , մ. հ. բ.  $= r - v$ .
2.  $r^6 + m^5r^5$  և  $r^4 - m^2r^2$ , մ. հ. բ.  $= r + m$ .
3.  $r^{15} - m^{15}$  և  $r^5 - m^5$ , մ. հ. բ.  $= r - m$ .
4.  $5m^5 + 10m^4r + 5m^3r^2$  և  $m^5r + 2m^2r^2 + 2mr^3 + r^4$ ,  
մ. հ. բ.  $= m + r$ .
5.  $3m^5 - 2m^2 - 3mr^2 + m + 2r^2 + r$  և  $m^2 - r^2$ , մ. հ. բ.  $= m + r$ .
6.  $10v^2 + 14v - 12$  և  $7v^2 + 22v + 16$ , մ. հ. բ.  $= v + 2$ .
7.  $4r^5 - 16r^2 + 23r - 20$  և  $6r^2 - 7r - 20$ , մ. հ. բ.  $= 2r - 5$ .
8.  $6v^5 + 16v^2 - 22v + 40$  և  $9v^5 - 27v^2 + 35v - 25$ , մ. հ. բ.  $= 3v^2 - 4v + 5$ .
9.  $6m^4 - m^2r^2 - 12r^4$  և  $9m^5 + 12m^3r^2 - 6m^2r^5$ , մ. հ. բ.  $= 3m^2 + 4r^2$ .
10.  $r^5 - m^2r$  և  $r^5 - m^5$ .
11.  $r^5 - 4r^2 +$  և  $r^2 + 24r + 4^2$ .
12.  $m^2 - 5m + 4r^2$  և  $m^5 - m^2r + 3mr^2 - 3r^3$ .

13. . .  $r^5 - 49r - 120$  և  $r^2 + 10r + 25$ .

14. . .  $m^4 - m^2r + 3mr^2 - 3r^3$  և  $m^2 - 5mr + 4r^2$ .

15. . .  $6m^5 - 6m^2r + 2mr^2 - 2r^3$  և  $12m^2 - 15mr + 3r^2$ .

16. . .  $m^2r^4 - m^2r^4$  և  $r^4 + r^5 + 2$ .

17. . .  $6m^4 - 5m^2r^2 - 6r^4$  և  $4m^5 - 6m^3r^2 - 2m^2r^5 + 3r^5$ .

18. . .  $m^8 - m^8$  և  $m^{19} - m^{19}$ .

19. . .  $6r^5 - 4r^4 - 11r^3 - 3r^2 - 3r - 1$  և

$4r^4 + 2r^3 - 18r^2 + 3r - 5$ .

20. . .  $15r^5 + 10r^4 + 4r^3 + 6r^2 + 3r + 1$  և

$12r^5 + 38r^4 + 16r^3 - 10r^2$ .

88. Կանոնն որ տուաւ վասն գիւտի մեծագոյն հասարակաց բաժանարարի երկուց թուոց վարի նաև ՚ի գասնել զմեծագոյն հասարակաց բաժանարար երկուց և կամ բազում թուոց :

Իցէն  $m, r, q, \dots$  թիւք, որոց խնդրիցի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար

Խնդրեցի նախ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $m$  և  $r$  թուոց, և իցէ  $m$  խնդրեցի ապա մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $m$  և  $q$  թուոց, և իցէ  $r$  ուրեմն  $r$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $m, r$  և  $q$  թուոց :

Քանզի ըստ ենթադրութեան մերոյ  $m$  բովանդակէ զամենայն արտադրողս հասարակաց  $m$  և  $r$  թուոց,  $r$  բովանդակէ զամենայն արտադրողս հասարակաց  $m$  և  $q$  թուոց, և հետևաբար զամենայն արտադրողս հասարակաց  $m, r, q$  թուոց, ուրեմն  $r$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $m, r, q$  թուոց :

Ըստ նմին օրինակի գտանի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար և այլ բազում թուոց :

Թ. Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար 1554, 3552 և 5143 թուոց .

$$\begin{array}{r}
 \overset{2}{\text{---}} \quad \overset{5}{\text{---}} \quad \overset{2}{\text{---}} \\
 3552 : 1554 : 444 : 222 \\
 3108 \quad 1332 \quad 444 \\
 \hline
 444 \quad 222 \quad 0
 \end{array}$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանորար 1554 և 4552 թուոյ է 222 .

$$\begin{array}{r} \overset{25}{\curvearrowright} \quad \overset{6}{\curvearrowright} \\ 5143 : 222 : 37 \\ 5106 \quad 222 \\ \hline 37 \quad 0 \end{array}$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանորար 222 և 5143 թուոյ է 37 . ուրեմն մեծագոյն հասարակաց բաժանորար 1554 , 3552 և 5143 թուոյ է 37 :

բ . Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանորար բաղմաբաշխից

$$m^5 + m^2f - mf^2 - f^5, m^5 - 2m^2f - mf^2 + 2f^2 \text{ և } m^5 - 3mf^2 + 2f^5 :$$

Մեծագոյն հասարակաց բաժանորար քանակութեանց

$$m^5 + m^2f - mf^2 - f^5 \text{ և } m^5 - 2m^2f - mf^2 + 2f^2$$

$$\text{է } m^2 - f^2,$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանորար քանակութեանց

$$m^2 - f^2 \text{ և } m^5 - 3mf^2 + 2f^5$$

է  $m - f$  . ուրեմն  $m - f$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանորար առաջարկեալ երկից բացատրութեանց :

գ . Խնդրի մեծագոյն հասարակաց բաժանորար քանակութեանց

$$3m^2 - 2mf - 5f^2, 2m^2 + 9mf + 7f^2 \text{ և } 2m^2 - 2f^2 :$$

Մեծագոյն հասարակաց բաժանորար քանակութեանց

$$3m^2 - 2mf - 5f^2 \text{ և } 2m^2 + 9mf + 7f^2$$

$$\text{է } m + f .$$

մեծագոյն հասարակաց բաժանորար քանակութեանց

$$m + f \text{ և } 2m^2 - 2f^2$$

է դարձեալ  $m + f$  . ուրեմն  $m + f$  է մեծագոյն հասարակաց բաժանորար առաջարկեալ երկից բացատրութեանց :

### ՀԱՏՈՒԱԾ Ե.

Յադագս փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկի :

89. Փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկի երկուց և կամ բազում թուոց գտանի, յորժամ թիւքն այնոքիկ առանձինն յիւրաքանչիւր նախնական արտադրողս իւրեանց լուծանիցին, և այնոքիկ որ այլակերպից իցեն ՚ի միմեանց՝ առեալ մեծագոյն յայտարարաւն միմեամբք բազմապատկիցին, արտադրեալ նոցա է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկի առաջարկեալ թուոց. քանզի բովանդակէ յինքեան զամենայն արտադրողս իւրաքանչիւր նոցա, և է նաև փոքրագոյն բազմապատկի՝ քանզի անմարթ է թողուլ ՚ի բաց զմի յարտադրողացս յայտցանէ, ապա թէ ոչ չլինէր բաժանական ՚ի թիւս յայտսիկ միանգամայն :

ա. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկի (փ. հ. բ.) 320 և 480 թուոց .

$$320 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^6 \cdot 5$$

$$480 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$$

փ. հ. բազմապատկին է  $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5 = 960 :$

բ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկի 12, 18, 30, 70, 105 թուոց .

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

փ. հ. բազմապատկին է  $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260 :$

Գ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $4m^2r^5$  և  $6r^4g^5$  քանակութեանց .

$$4m^2r^5 = 2 \cdot 2 \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r$$

$$6r^4g^5 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g$$

Ֆ. հ. բազմապ.  $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g = 12m^2r^4g^5 :$

Դ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $6m^2r$  ,  $10m^2r^2$  և  $5m^2r^3$  քանակութեանց .

$$6m^2r = 2 \cdot 3 \cdot m \cdot m \cdot r$$

$$10m^2r^2 = 2 \cdot 5 \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r$$

$$5m^2r^3 = 5 \cdot m \cdot m \cdot r \cdot r \cdot r$$

Ֆ. հ. բազմապատիկն է  $= 30m^2r^2r^3 :$

Ե. Ըստ նմին օրինակի գտանին և փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկք առաջիկայ քանակութեանց .

$$300 = \dots$$

$$620 = \dots$$

Ֆ. հ. բազմապատիկն է  $= \dots :$

$$120 = \dots$$

$$168 = \dots$$

$$192 = \dots$$

Ֆ. հ. բազմապատիկն է  $= \dots :$

$$6r^2r^5g^4 = \dots$$

$$8m^2r^5g^6 = \dots$$

Ֆ. հ. բազմապատիկն է  $= \dots :$

$$18m^2r = \dots$$

$$60m^2r^2 = \dots$$

$$72m^2r^2 = \dots$$

Ֆ. հ. բազմապատիկն է  $= \dots :$

$$24m^5f^2g^2 = \dots$$

$$18m^4f^5g^5 = \dots$$

$$50m^3f^2g^5 = \dots$$

$$30m^5fg = \dots$$

$$f \cdot g \cdot \text{բազմապատիկն է} = \dots :$$

90. Նոյնպէս գտանին և  $f \cdot g \cdot \text{գրահաշուական բաղադրեալ քանակութեանց} :$

ա. Ննդրի  $f \cdot g \cdot 6m^5g - 6m^2fg$  և  $4m^5 - 4m^2$  քանակութեանց .

$$6m^2g(m - f) = 2 \cdot 3 \cdot m \cdot m \cdot g \cdot (m - f)$$

$$4m(m^2 - f^2) = 2 \cdot 2 \cdot m \cdot (m + f)(m - f)$$

$$f \cdot g \cdot \text{բազմապատիկն է} = 12m^2g(m^2 - f^2) :$$

բ. Ննդրի  $f \cdot g$  սար . բազմապատիկ  $21m^2fg^2 - 21m^2fg^2$  ,  $14m^2fg + 14m^2fg$  , և  $150m^2fg^2 - 150m^2fg$  քանակութեանց .

$$21m^2f(g^2 - f^2) = 3 \cdot 7 \cdot m \cdot m \cdot f \cdot (g + f) \cdot (g - f)$$

$$14m^2f^2(g + f) = 2 \cdot 7 \cdot m \cdot f \cdot f \cdot (g + f)$$

$$150m^2fg(g - f) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot m \cdot f \cdot g \cdot (g - f)$$

$$f \cdot g \cdot \text{բազմապատիկն է} = 1050m^2fg^2(g^2 - f^2) :$$

գ. Ննդրի  $f \cdot g$  սարակաց բազմապատիկ  $6m^2g^2 - 6m^2g^2$  և  $4m^5fg - 4m^2fg^2 - 4m^5fg + 4m^4g$  քանակութեանց .

$$6m^2(m - f) = \dots$$

$$4m^2fg(m - f) - 4m^5g(m - f) = \dots$$

$$f \cdot g \cdot \text{բազմապատիկն է} = 12m^2g(m + f)(m - f)^2 :$$

Բայց ոչ միշտ այսպէս գիւրին է ճանաչել զարտագրողս գրահաշուական բաղադրեալ բացատրութեանց , և եղանակն գտանելոյ զփոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկս պահանջէ այլ ևս տեղեկութիւնս :

91. Փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ երկուց և կամ

բազում թուոց գտանի և առանց իսկ յարտագրողն լուծա-  
նելոյ :

Իցեն  $m$  և  $F$  քանակութիւնք, որոց խնդրիցի փոքրագոյն  
հասարակաց բազմապատիկ . եթէ չիցեն նոցա հասարակաց  
արտագրողք, արտագրեալ նոցա է միայն փոքրագոյն բազ-  
մապատիկ նոցին : Իսկ եթէ  $m$  և  $F$  բովանդակիցեն արտագրողս  
հասարակաց, և իցէ  $d$  մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  
նոցա, վասն որոյ և  $m : d = m', F : d = F'$ , յորս  $m'$  և  $F'$  նախնականք  
իցեն միմեանց, ուստի  $m = d m'$ , և  $F = d F'$  : Աստի յայտ է եթէ  
ամենայն բազմապատիկ  $m$  քանակութեան սարաի բովանդա-  
կել զարտագրողս  $d$  և  $m'$ , և ամենայն բազմապատիկ  $F$  քանա-  
կութեան սարաի բովանդակել զարտագրողս  $d$  և  $F'$ , և հե-  
տևաբար ամենայն բազմապատիկ  $m$  և  $F$  քանակութեանց սար-  
աի բովանդակել զարտագրողս  $d, m', F'$  . ուրեմն արտագրեալն  
 $d m' F'$  որ զարտագրողս զայսոսիկ և եթ բովանդակէ՝ հարկաւորա-  
պէս սարաի գոլ փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $m$  և  
 $F$  քանակութեանց :

Քանզի  $d m' = m, d F' = F$  և  $m : d = m', F : d = F'$ , զորոց զհետ գայ  
եթէ

$$\begin{aligned} d m' F' &= d m' \cdot d F' = m (F : d) \\ &= d F' \cdot m = F (m : d) \end{aligned}$$

և կամ

$$d m' F' = \frac{d^2 m' F'}{d} = \frac{d m' \cdot d F'}{d} = \frac{m \cdot F}{d} :$$

Ուրեմն 'ի գտանել զփոքրագոյն հասարակաց բազմապա-  
տիկ երկուց քանակութեանց խնդրեցի նախ մեծագոյն հա-  
սարակաց բաժանարար նոցա, և ապա բաժանեալ 'ի սա զմին  
յառաջարկեալ քանակութեանց, քանորդն բազմապատիկեցի  
ընդ միւսոյն, արտագրեալն է փոքրագոյն հասարակաց բազմա-  
պատիկ քանակութեանցն այնոցիկ : Եւ կամ սարղապէս ար-  
տագրեալ առաջարկեալ երկուց քանակութեանց բաժանեա-  
ցի 'ի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար իւրեանց, քա-  
նորդն է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ քանակու-  
թեանցն այնոցիկ :

Ծ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ 648 և 972 թուոց .

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\curvearrowright} \quad \quad \quad \overset{2}{\curvearrowright} \\ 972 : 648 : 324 \\ \underline{648} \quad \underline{648} \\ 324 \quad 0 \end{array}$$

Վեճագոյն հասարակաց բաժանարարն է 324, ուստի

$$972 : 324 = 3, \quad 648 \cdot 3 = 1944,$$

$$648 : 324 = 2, \quad 972 \cdot 2 = 1944,$$

վասն որոյ փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկն է 1944 :

Թ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ 880 և 904 թուոց .

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\curvearrowright} \quad \overset{56}{\curvearrowright} \quad \overset{1}{\curvearrowright} \quad \overset{2}{\curvearrowright} \\ 904 : 880 : 24 : 16 : 8 \\ \underline{880} \quad \underline{864} \quad \underline{16} \quad \underline{16} \\ 24 \quad 16 \quad 8 \quad 0 \end{array}$$

Վեճագոյն հասարակաց բաժանարարն է 8, ուստի

$$904 : 8 = 113, \quad 880 \cdot 113 = 99440,$$

$$880 : 8 = 110, \quad 904 \cdot 110 = 99440,$$

վասն որոյ փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկն է 99440 :

Պ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $12m^4n^6$  և  $18m^2n^2r^4$  քանակութեանց .

$$Մ. հ. բ. = 6m^2n^2,$$

վասն որոյ

$$\Psi. հ. բ. = \frac{12m^4n^6}{6m^2n^2} \times 18m^2n^2r^4 = 2n^2n^4 \times 18m^2n^2r^4 = 36m^4n^6r^4:$$

Պ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $10m^2n^4r^2$  և  $15m^4r^2\gamma^2$  քանակութեանց .

$$Մ. հ. բ. = 5m^4r^2,$$

վասն որոյ

$$\Psi. հ. բ. = \frac{15m^4r^2\gamma^2}{5m^4r^2} \times 10m^2n^4r^2 = 30m^2n^4r^6\gamma^2:$$



Է. Ըստ նմին օրինակի գտանին փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկք առաջիկայ բացատրութեանց .

$$1. \cdot 12m^5q^8r^6 \text{ և } 18m^5p^5, \text{ փ. հ. բ. } = 36m^5q^8r^6.$$

$$2. \cdot 18m^4r^5q \text{ և } 24m^2p^2q^2, \text{ փ. հ. բ. } = 72m^2p^4r^5q^2.$$

$$3. \cdot 6m^4q^6 \text{ և } 18q^2q^{10}, \text{ փ. հ. բ. } = 18m^4q^{10}.$$

$$4. \cdot 120m^6p^4q^5 \text{ և } 64q^4pr^4q, \text{ փ. հ. բ. } = 960m^6p^4q^4r^4q^5.$$

$$5. \cdot 25m^4r^4 \text{ և } 30m^4p^2q^5.$$

$$6. \cdot 5m^4q^2p \text{ և } 8m^5q^5r^4.$$

Ծ. Նոյնպէս գտանին և փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկք գրահաշուական բազադրեալ բացատրութեանց :

ա. Խնդրի փ. հասարակաց բազմապատիկ  $4m(m^2 - p^2)$  և  $6p^2(m^5 - p^5)$  քանակութեանց .

$$\text{մ. հ. բ. } = 2(m - p),$$

վան որոյ

$$\begin{aligned} \text{փ. հ. բ. } &= 2m(m + p) \times 6p^2(m^5 - p^5) = 12mp^2(m + p)(m^5 - p^5) \\ &= 12mp^4(m^5 + m^5p - mp^5 - p^4): \end{aligned}$$

բ. Խնդրի փ. հասարակաց բազմապատիկ  $9m^4p^2 - 4r^2r^4$  և  $9m^4p^2 - 12m^2r^2p^2 + 4r^2r^4$  քանակութեանց .

$$\text{մ. հ. բ. } = 3m^2p - 2r^2r^2,$$

վան որոյ

$$\begin{aligned} \text{փ. հ. բ. } &= (9m^4p^2 - 4r^2r^4)(3m^2p - 2r^2r^2) = \\ &= 27m^6p^5 - 12m^2r^2p^2r^4 - 18m^4r^2r^2 + 8r^5r^6: \end{aligned}$$

գ. Ըստ նմին օրինակի գտանին փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկք առաջիկայ բացատրութեանց .

$$1. \cdot 4m^2(m^2 - p^2) \text{ և } 6mp^4(m^4 - p^4), \text{ փ. հ. բ. } = 12m^2p^4(m^4 - p^4).$$

$$2. \cdot 8mr(m^5 + r^5) \text{ և } 12m^4(m + r)^2, \text{ փ. հ. բ. } = 24m^4r(m + r)(m^5 + r^5) = 24m^4r(m + r)^2(m^2 - mr + r^2).$$

$$3. \cdot 24m^6(m^5 - p^5) \text{ և } 5m^2p^2(m + p)(m - p), \text{ փ. հ. բ. } = 120m^6p^2(m + p)(m^5 - p^5) = 120m^6p^2(m + p)(m - p)(m^2 + mp + p^2).$$

$$4. \cdot r^5 - 3r^2q + 3r^2q^2 - q^5 \text{ և } r^2 - q^2:$$

95. Կանոնն որ տուաւ վասն գիւտի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ երկուց թուոց վարի նաև ՚ի գտանել զփոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ երկից և կամ բազում թուոց :

Իցեն  $\ast$ ,  $\text{բ}$ ,  $\text{գ}$ , ... թիւք, որոց խնդրեցի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ :

Խնդրեացի նախ փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $\ast$  և  $\text{բ}$  թուոց, և իցէ այն  $\ast$ . Խնդրեացի ապա փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $\ast$  և  $\text{գ}$  թուոց, և իցէ շ. ուրեմն շ է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $\ast$ ,  $\text{բ}$  և  $\text{գ}$  թուոց :

Քանզի ըստ ենթադրութեան մերոյ  $\ast$  բովանդակէ զփոքրագոյն բազմապատիկն հասարակաց  $\ast$  և  $\text{բ}$  թուոց, շ բովանդակէ զփոքրագոյն բազմապատիկն հասարակաց  $\ast$  և  $\text{գ}$  թուոց, և հետևաբար զփոքրագոյն բազմապատիկն հասարակաց  $\ast$ ,  $\text{բ}$  և  $\text{գ}$  թուոց. ուրեմն շ է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $\ast$ ,  $\text{բ}$  և  $\text{գ}$  թուոց :

Ըստ նմին օրինակի գտանի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ և այլ բազում թուոց :

$\text{ա}$ . Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ 15, 18 և 24 թուոց .

$$\text{փ. հ. բ. } 15 \text{ և } 18 \text{ թուոց է } = 90,$$

և

$$\text{փ. հ. բ. } 90 \text{ և } 24 \text{ թուոց է } = 360,$$

ուրեմն 360 է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ 15, 18 և 24 թուոց :

$\text{բ}$ . Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ 2, 3, 4, 18, 24, 32, 45 և 80 թուոց .

$$\text{փ. հ. բ. } 2 \text{ և } 3 \text{ թուոց է } = 6,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 6 \text{ և } 4 \text{ թուոց է } = 12,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 12 \text{ և } 18 \text{ թուոց է } = 36,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 36 \text{ և } 24 \text{ թուոց է } = 72,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 72 \text{ և } 32 \text{ թուոց է } = 288,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 288 \text{ և } 45 \text{ թուոց է } = 1440,$$

$$\text{փ. հ. բ. } 1440 \text{ և } 80 \text{ թուոց է } = 1440,$$

ուրեմն 1440 է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ առաջարկեալ ութ թուոց :

Դ. Խնդրի փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ  $4m^2$ ,  $3m^5$  և  $6m^2r^5$  քանակութեանց .

Վ. հ. բ.  $4m^2$  և  $3m^5$  քանակութեանց է  $\equiv 12m^5$ ,

Վ. հ. բ.  $12m^5$  և  $6m^2r^5$  քանակութեանց է  $\equiv 12m^5r^5$  :

ուրեմն  $12m^5r^5$  է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ առաջարկեալ երկց քանակութեանց :

Ե. Խնդրի Վ. հասարակաց բազմապատիկ  $8m^2(m+r)$ ,  $3m^2$  և  $4r^2$  քանակութեանց .

Վ. հ. բ.  $8m^2(m+r)$  և  $3m^2$  քանակութեանց է  $\equiv$   
 $\equiv 24m^2r^2(m+r)$ ,

Վ. հ. բ.  $24m^2r^2(m+r)$  և  $4r^2$  քանակութեանց է  $\equiv$   
 $\equiv 24m^2r^2(m+r)$ ,

ուրեմն  $24m^2r^2(m+r)$  է փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկ առաջարկեալ երկց քանակութեանց :

Զ. Ըստ նմին օրինակի գտանին և փոքրագոյն հասարակաց բազմապատիկք առաջարկեալ քանակութեանց .

1.  $\cdot 12m^2r^2$ ,  $6m^5$  և  $8r^4r^2$ , Վ. հ. բ.  $\equiv 24m^5r^4r^2$ .

2.  $\cdot m$ ,  $2m^2$ ,  $3m^2r^2$ , և  $12m^2r^2$ , Վ. հ. բ.  $\equiv 12m^2r^2$ .

3.  $\cdot 8r^2(r-m)$ ,  $3m^4r^2$  և  $12m^2r^2$ , Վ. հ. բ.  $\equiv 24m^4r^2r^2(m-r)$ .

4.  $\cdot 3(m-r)$ ,  $2m^4r^2$ ,  $(m-r)^2$ ,  $3m^2$  և  $6r^4$ , Վ. հ. բ.  $\equiv$   
 $\equiv 6m^4r^4(m-r)^2$ .

5.  $\cdot 10m^2r^2(m-r)$ ,  $15m^5(m-r)^2$  և  $12(m^2-r^2)$ , Վ. հ. բ.  $\equiv$   
 $\equiv 60m^2r^5(m-r)^2(m+r)$ .

6.  $\cdot 6m^2r^4$ ,  $3m(m-r)$ ,  $12m^2(m^2-r^2)$  և  $18m^2r(m^4-r^4)$ ,  
 Վ. հ. բ.  $\equiv 36m^2r^4(m^4-r^4)$ .

7.  $\cdot 8(m-r)$ ,  $4r^2(m^5-r^5)$ , և  $6m^2(m^2-r^2)$ , Վ. հ. բ.  $\equiv$   
 $\equiv 24m^2r^2(m^2-r^2)(m^2+mr+r^2) \equiv$   
 $\equiv 24m^2r^2(m^4+m^3r-mr^3-r^4) :$

## ԳՂՈՒԽ ԶՈՐՐՈՐԳ

ՅԱՂԱԳՍ ԳՐԱՀԱՇՈՒԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԱՑ

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Տ Ա .

Նախագիտելիք զկոտորակաց :

ԾԿ. Յորժամ միութիւնն մի կամ իր մի ամբողջական 'ի բազում հաւասար մասունս բաժանիցի, իւրաքանչիւր մասն աւուանեալ կոչի քանակութիւնն կոտորակային կամ կոտորակ և կամ ճանրորդ. որպիսի ինչ կէսն է, երրորդ մասն, չորրորդ մասն, և այլ ևս նոյնպիսիք, որ ծագիցին 'ի բաժանելոյ անտի միութեանն 'ի հաւասար մասունս: Ասան այսորիկ բնութիւնն կոտորակի բովանդակէ զթիւ և զտեսակ մասանցն հաւասարից յորս բաժանեալ է ամբողջական քանակութիւնն. զոր օրինակ կէս մի, երկու երրորդք, երեք չորրորդք, չորս հինգերորդք, և այլն, ցուցանեն զկէս միութեան, զերկու երրորդ մասունս, նոյնպէս և այլք:

Յասացելոցս իմացեալ տեսանի եթէ կոտորակն միշտ կըրկին թուովք կողմի. քանզի որովհետև նշանակիչ է մասին կամ մասանց միոյ ամբողջական իրի, առ 'ի բացատրութիւնն նորա հարկաւ պահանջին կրկին թիւք, յորոց մին յայտարացէ զքանորդութիւնն մասանցն, այսինքն եթէ 'ի քանի ինչ մասունս հաւասարս իցէ բաժանեալ իր մի ամբողջական, և միւսն ցուցցէ եթէ որչափ ինչ հաւասար մասունք առեալ իցեն 'ի բոլոր մասանց անտի: Առաջինն ասի անասնիչ կամ

յարանոսանող, զի տայ նոցա անուն, և երկրորդն կոչի համարիչ, զի համարէ զայնոսիկ. և երկրորդն միանգամայն ասին հասարակաբար շնորհք հոգորակի :

Անուանիչն գրի 'ի ներքոյ համարչին, որոց 'ի միջոցին ձգի գիծ հորիզոնական : Որպէս, եթէ զմիութիւն մի կամ զեր մի ամբողջական 'ի ք մասունս հաւասարս բաժանեալս ամիցեմք զմտաւ, և առնուցումք անտի \* [Թուով մասունս, ծագիցի կոտորակն  $\frac{m}{F}$ , որ ասի \* Բերորդք, յորում \* համարիչ է և ք անուանիչ :

95. Յերկուս բաժանին կոտորակք 'ի յասո-իս և յանյասո-իս :

Յատուկ է կոտորակն որոյ համարիչն փոքր իցէ քան զա-

նուանիչն. որպէս կոտորակն  $\frac{m}{F}$  յատուկ է եթէ իցէ \* < ք :

Անյատուկ է կոտորակն որոյ համարիչն մեծ իցէ քան զանուանիչն, որ և յերկուս կերպարանս զանազանի : Առաջին 'ի կոտորակ անյատուկ, որոյ համարիչն հաւասար իցէ անըւանչին կամ բազմապատիկ անուանչին, որ և ասի \* Երկուսի

հոգորակ. որպէս կոտորակն  $\frac{m}{F}$  առերևոյթ է, եթէ իցէ \* = ք

կամ \* = ք, գուով ճ որ զինչ և իցէ [Թիւ ամբողջական : Երկրորդ 'ի կոտորակ անյատուկ, որոյ համարիչն մեծ իցէ քան զանուանիչն, բայց ոչ բազմապատիկ անուանչին, որ և ասի

Խառն հոգորակ. որպէս կոտորակն  $\frac{m}{F}$  խառն է եթէ իցէ \* > ք,

բայց ոչ բազմապատիկ ք քանակութեանն :

96. Ամենայն կոտորակ ոչ այլ ինչ է եթէ ոչ քանորդ նըշանակեալ, յորում համարիչն իցէ բաժանելի և անուանիչն բաժանարար :

Քանզի կոտորակն  $\frac{m}{F}$  ցուցանէ զբերորդ մասն միութեան առեալ \* անգամ, և կամ բազմապատիկեալ ընդ \*, բայց սակայն Բերորդ մասն միութեան գտանիցի եթէ միութիւնն բաժանիցի 'ի ք, ուրեմն

$$\frac{m}{F} = (1 : F) * :$$

Արդ որ զինչ և իցէ քանորդ 1:բ բազմապատկի ընդ  $m$ , եթէ բազմապատկիցի բաժանելին ընդ  $m$ , ուրեմն  $\frac{m}{f} = m : f :$

Յասացելոցս աստի ծագէ եթէ ՚ի բաժանման թուոց կամ գրահաշուական քանակութեց յաւելուցու մնացորդ, սարա է ՚ի քանորդն յաւելուլ զմնացորդն ըստ նմանութեան կոտորակաց, զմնացորդն առեալ իբր համարիչ և զբաժանարարն իբր անուանիչ, որպէս վերագոյն ( $\frac{4}{4}$ ) ասացաք:

97. Կոտորակ ինչ բազմապատկեալ ընդ անուանչին, տայ զհամարիչն:

$$\text{Քանզի } \frac{m}{f} \cdot f = (m : f) \cdot f = mf : f = m : 1 = m :$$

98. Կոտորակ ինչ ամբողջական քանակութեամբ բազմապատկի, եթէ բազմապատկիցի համարիչ նորա, առանց ինչ փոփոխելոյ անուանչին. կամ եթէ բաժանիցի անուանիչ նորա, առանց ինչ փոփոխելոյ համարչին:

$$\text{Քանզի } \frac{m}{f} \cdot f = (m : f) \cdot f = mf : f = \frac{mf}{f}, \text{ և կամ } \frac{m}{f} \cdot f =$$

$$= (m : f) \cdot f = m : (f : f) = \frac{m}{f : f} :$$

99. Կոտորակ ինչ ամբողջական քանակութեամբ բաժանի, եթէ բաժանիցի համարիչ նորա, առանց ինչ փոփոխելոյ անուանչին. կամ եթէ բազմապատկիցի անուանիչ նորա, առանց ինչ համարիչն փոփոխելոյ:

$$\text{Քանզի } \frac{m}{f} : f = (m : f) : f = \frac{m : f}{f}, \text{ և կամ } \frac{m}{f} : f = (m : f) : f =$$

$$= m : f f = \frac{m}{f f} :$$

100. Կոտորակ ինչ չփոփոխէ զզօրութիւն իւր, եթէ բազմապատկիցին կամ բաժանիցին միանգամայն և համարիչն և անուանիչն նուլին քանակութեամբ:

$$\text{Քանզի } \frac{m}{f} = m : f = mf : f f = \frac{mf}{f f}, \text{ և } \frac{m}{f} = m : f = (m : f) : (f : f)$$

$$= \frac{m : f}{f : f} :$$

101. Օրինակք բաղնապատկուծեան և բաժանման կոտորակաց ամբողջական քանակուծեամբք .

$$1. \cdot \frac{3}{4 \cdot f} \cdot 2f = \frac{3}{2 \cdot}$$

$$2. \cdot 3 \frac{m \cdot f}{r} \cdot 4f = \frac{12 \cdot m \cdot f \cdot f}{r}$$

$$3. \cdot \frac{2 \cdot m^2 \cdot r^2}{15f^2 r^2} \cdot 5r^2 = \frac{2 \cdot m^2 \cdot r^2}{3f^2}$$

$$4. \cdot \frac{2 \cdot m \cdot f \cdot r}{r} \cdot 5f = \frac{10 \cdot m \cdot f \cdot r}{r}$$

$$5. \cdot \frac{m + f}{r} \cdot (m - f) = \frac{m^2 - f^2}{r}$$

$$6. \cdot \frac{m - f}{2 \cdot m \cdot f} \cdot 2f = \frac{m - f}{m}$$

$$7. \cdot \frac{m^2 - 2m + 4}{m^3 - 5m^2 + 2m} \cdot (3m^2 - 4m - 1) = \dots$$

$$8. \cdot \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} - \frac{1}{m-1} \right) (m+1) = \dots$$

$$9. \cdot \left( \frac{1}{l} + \frac{1}{l+1} - \frac{2l}{l^2-1} \right) (l+1)l = \dots$$

$$10. \cdot \frac{m \cdot f}{4} : m = \frac{f}{4}$$

$$11. \cdot \frac{3 \cdot m \cdot f}{4} : 4f = \frac{3 \cdot m \cdot f}{4 \cdot 4f}$$

$$12. \cdot \frac{12 \cdot m \cdot r \cdot r}{5f^2} : 3r = \frac{4 \cdot m \cdot r}{5f^2}$$

$$13. \cdot \frac{2 \cdot m}{3 \cdot m \cdot r} : 3 \cdot m \cdot r = \frac{2 \cdot m}{9 \cdot m^2 \cdot r^2}$$

$$14. \cdot \frac{10 \cdot m^5 \cdot r^2}{f^2} : 5 \cdot m^2 \cdot r^2 = \frac{2 \cdot m^3}{f^2}$$

$$15 \cdot \frac{1}{1-f} : (1+f) = \frac{1}{1-f^2}$$

$$16 \cdot \frac{2^f}{f+1} : 2^f = \frac{1}{f+1}$$

$$17 \cdot \frac{4+9x-5x^2+x^5}{3-4x} : (2-x+3x^2) = \dots$$

102. Կոտորակք՝ որոյ (—) նշան իցէ, որպէս  $-\frac{m}{f}$ , յայտարարեալ ցուցանեն եթէ յառաջագոյն կամ անուանչին կամ համարչին էր (—) նշան. այսինքն  $\frac{+m}{-f}$  և կամ  $\frac{-m}{+f}$  : Քանզի ոչ այլ ինչ է կոտորակն, եթէ ոչ բաժանումն, որոյ քանորդն իցէ նոյն կոտորակն : Արդ բացասական լինիցի քանորդն յորժամ կամ բաժանելին և կամ բաժանարարն նշան բացասական ունիցին (12) : Զորոյ զհետ դայ եթէ չփոփոխի զօրու-թիւն կոտորակին յորժամ նշանքն փոփոխիցին և համարչին և անուանչին միանգամայն, և այս լինիցի յորժամ երկոքեանն —1 թուով բազմապատկիցին :

Որպէս

$$\frac{-m}{f-f} = \frac{-1 \cdot -m}{-1 \cdot (f-f)} = \frac{m}{-f+f} = \frac{m}{f-f}$$

$$\frac{f-m}{f-f} = \frac{-(f-m)}{f-f} = \frac{m-f}{f-f} = \frac{-m+f}{-f+f} = \frac{f-m}{f-f}$$

$$\frac{f-m-f}{f-f-f} = \frac{-(f-m-f)}{f-f-f} = \frac{m-f+f}{f-f-f} = \frac{f-m-f}{f-f-f}$$

103. Կոտորակ ինչ, որոյ և համարչին և անուանչին հասարակաց բաժանարար իցէ, վերածի յայլ, որ պարզագոյն իցէ քան զառաջինն և հաւասարազօր առաջնոյն, յորժամ համարչին և անուանչին ՚ի վերայ նորին հասարակաց բաժանարարին բաժանիցին, և կոտորակն այն ոչ փոխէ զզօրութիւն իւր (100) :

Որպէս

$$1 \cdot \frac{3ft^2}{3t^2t} = \frac{3t^2 \cdot f}{3t^2 \cdot t} = \frac{f}{t}$$



$$2. \frac{4m^5 p^2}{6m^4} = \frac{2m^5 \cdot 2p^2}{2m^5 \cdot 3m} = \frac{2p^2}{3m}$$

$$3. \frac{12m^2 f^5 4^4}{8m^2 4^5} = \frac{4m^2 4^5 \cdot 3f^5 4}{4m^2 4^5 \cdot 2} = \frac{3f^5 4}{2}$$

$$4. \frac{5m^2 f - 15mf^2}{5mf - 10m^2 f} = \frac{5mf(m - 3f)}{5mf(1 - 2m)} = \frac{m - 3f}{1 - 2m}$$

$$5. \frac{4m^2 - 12mf + 9f^2}{4m^2 - 9f^2} = \frac{4m^2 - 6mf - 6mf + 9f^2}{4m^2 - 9f^2} =$$

$$= \frac{2m(2m - 3f) - 3f(2m - 3f)}{4m^2 - 9f^2} = \frac{(2m - 3f)(2m - 3f)}{(2m + 3f)(2m - 3f)} = \frac{2m - 3f}{2m + 3f}$$

$$6. \frac{m^2 - p^2}{3m - 3p} = \frac{(m + p)(m - p)}{3(m - p)} = \frac{m + p}{3}$$

$$7. \frac{5(m - f)}{10(m^2 - f^2)} = \frac{5(m - f)}{2 \cdot 5(m + f)(m - f)} = \frac{1}{2(m + f)}$$

$$8. \frac{m(p^2 - m^2)}{p + m} = \frac{m(p + m)(p - m)}{p + m} = m(p - m)$$

$$9. \frac{p^4 - r^4}{p^6 - p^4 r^2} = \frac{(p^2 + r^2)(p^2 - r^2)}{p^4(p^2 - r^2)} = \frac{p^2 + r^2}{p^4}$$

$$10. \frac{p^5 - pr^2}{p^4 - r^4} = \frac{p(p^2 - r^2)}{(p^2 + r^2)(p^2 - r^2)} = \frac{p}{p^2 + r^2}$$

$$11. \frac{p^5 - mp^2}{p^2 - 2mp + m^2} = \frac{p^2(p - m)}{p(p - m) - m(p - m)} = \frac{p^2}{p - m}$$

$$12. \frac{m^3 + 2m^2 p + mp^2}{m^5 + p^5} = \frac{m^2(m + p) + mp(m + p)}{m^5 + p^5} =$$

$$= \frac{(m + p)(m^2 + mp)}{m^5 + p^5} = \frac{m(m + p)}{m^2 - mp + p^2}$$

$$13. \frac{m^5 - m^2 p + 3mp^2 - 3p^5}{4m^2 p - mp^2 - 3p^5} = \frac{m^2 + 3p^2}{p(4m + 3p)}$$

Բայց ոչ միշտ այսպէս գիւրին է ճանաչել զարտադրողս  
գրահաշուական բաղադրեալ բացատրութեանց, վասն որոյ

'ի վերածել զկոտորակս 'ի պարզ բացատրութիւն պարտ է բաժանել եթէ զհամարիչն և եթէ զանուանիչն 'ի մեծագոյն հասարակաց բաժանարար իւրեանց :

$$14. \frac{4m^4 - 4m^2p^2 + 4mp^5 - p^4}{6m^4 + 4m^5p - 9m^2p^2 - 3mp^5 + 2p^4}, \text{ մ. հ. բ. } = \\ = 2m^2 + 2mp - p^2,$$

կոտորակն  $= \frac{2m^2 - 2mp + p^2}{3m^2 - mp - 2p^2}$ .

$$15. \frac{2p^5 - 4p^4 + 8p^5 - 12p^2 + 6p}{3p^5 - 3p^4 - 6p^5 + 9p^2 - 3p}, \text{ մ. հ. բ. } = \\ = p^2 - 2p + 1,$$

կոտորակն  $= \frac{2p^5 + 6p}{3p^5 + 3p^2 + 3p}$ .

$$16. \frac{p^2 + (m-f)p - mf}{p^2 - (m+f)p + mf} = \frac{p+m}{p-m}.$$

$$17. \frac{6p^5 + 15p^4r - 4p^5r^2 - 10p^2r^2}{9p^5r - 27p^2r^2 - 6pr^2 + 18r^5} = \frac{p^2(2p + 5r)}{3r(p - 3r)}.$$

104. Խառն քանակութիւն ինչ վերածի 'ի կոտորակ, յոր ժամ ամբողջական քանակութիւնն անուանչաւ կոտորակին բազմապատկիցի և արտադրեալն յաւելուցու 'ի համարիչն :

Որպէս

$$1. \cdot m + \frac{f}{n} = \frac{mn + f}{n}.$$

$$2. \cdot m - \frac{f}{n} = \frac{mn - f}{n}.$$

$$3. \cdot 3m + \frac{p}{r} = \frac{3mr + p}{r}.$$

$$4. \cdot 6mp + \frac{mp^2 - m^5}{p} = \frac{6mp^2 + mp^2 - m^5}{p} = \frac{7mp^2 - m^5}{p}.$$

$$5. \cdot 1 + \frac{m-f}{m+f} = \frac{m+f+m-f}{m+f} = \frac{2m}{m+f}.$$

$$6 \dots \frac{1+m^2}{m} = \frac{m^2+1+m^2}{m} = \frac{2m^2+1}{m}$$

$$7 \dots m-1 + \frac{m^2+1}{m+1} = \frac{m^2-1+m^2+1}{m+1} = \frac{2m^2}{m+1}$$

$$8 \dots \frac{m^2+r^2}{m+r} = \frac{m^2+2mr+r^2-m^2-r^2}{m+r} = \frac{2mr}{m+r}$$

$$9 \dots \frac{m^2-m}{m+1} = \frac{m^3-m^3}{m+1} = \frac{(m^2-m+1)(m+1)-m^3+1}{m+1}$$

$$= \frac{m^3+1-m^3+1}{m+1} = \frac{2}{m+1}$$

$$10 \dots \frac{m^2-2m+2}{m-2} = \frac{m^3-6m^2+5}{m-2} = \frac{2m^2+6m-9}{m-2}$$

$$11 \dots 2 + \frac{m}{m} = \dots$$

$$12 \dots 3m + \frac{m-m}{m} = \dots$$

$$15 \dots m + \frac{m^2+m^2}{m-m} = \dots$$

$$14 \dots 3m^2 - \frac{m^2+m^2-m^3}{m} = \dots$$

$$15 \dots r^2 - \frac{r^2-r^2}{r} = \dots$$

$$16 \dots m^2 - \frac{m^4+m^4}{m^2+m^2} = \dots$$

$$17 \dots m - \frac{m^2+m^2-5}{m+m} = \dots$$

$$18 \dots \frac{2r^2}{m-r} = \dots$$

$$19 \dots m^2 + r^2 + \frac{m^4-2r^4}{m^2+r^2} + \dots$$

$$20. \cdot 1 + \frac{m^2 - f^2 - 4^2}{2f4} = \dots$$

$$21. \cdot 2 + 1 - \frac{4 + 5 - 3 + 2 + 5}{4 + 2 + m + 1} = \dots$$

$$22. \cdot m^5 - m^2 + m + m^2 - m^5 - \frac{m^4 + m^4 - 3}{m + m} = \dots$$

$$23. \cdot m^5 + 3m^2 + 3m + 1 - \frac{m^4 + 4m^5 + 6m^2 + 4m}{m + 1} = \dots$$

105. Անյատուկ կոտորակ ինչ վերածի յամբողջական կամ ՚ի խառն քանակութիւն, յորժամ բաժանիցի համարիչ նորա յանուանիչն :

Որպէս

$$1. \cdot \frac{m + f}{2} = (m + f) : 2 = m + (f : 2) = m + \frac{f}{2}$$

$$2. \cdot \frac{m - f}{2} = (m - f) : 2 = m - (f : 2) = m - \frac{f}{2}$$

$$3. \cdot \frac{5(m + m)}{m + m} = (5m + m^2) : (m + m) = 5m$$

$$4. \cdot \frac{m^2 - m^2 + 3}{m + m} = m - m + \frac{3}{m + m}$$

$$5. \cdot \frac{m^2 - f^2}{m - f} = \frac{(m + f)(m - f)}{m - f} = (m + f)$$

$$6. \cdot \frac{3m + m^2}{m} = 3m + \frac{m^2}{m}$$

$$7. \cdot \frac{2m^2 - m^3}{m} = 2m - \frac{m^3}{m}$$

$$8. \cdot \frac{m^3}{m + f} = m^2 - fm + f^2 - \frac{f^3}{m + f}$$

$$9. \cdot \frac{m^5 + m^5 - 2m + m}{m + m} = m^2 - m + m^2 - 2 + \frac{3m}{m + m}$$

$$10. \cdot \frac{10 + 2 - f + - 20f^2}{2 + - 3f} = 5 + 7f + \frac{f^2}{2 + - 3f}$$

$$11. \frac{m^2 + n^2}{m} = \dots$$

$$12. \frac{5m - r}{n} = \dots$$

$$13. \frac{m^2 - n^2 + 34}{m + n} = \dots$$

$$14. \frac{m^4 - n^4}{m^2 + n^2} = \dots$$

$$15. \frac{m^5 + n^5 - 2m^2 + n^2}{m + n} = \dots$$

$$16. \frac{m^2 - 2mn + n^2 - n^5}{m - n} = \dots$$

$$17. \frac{4mn - 2n^2 - m^2}{2m - n} = \dots$$

$$18. \frac{12n^5 - 3n^2}{4n^5 - n^2 - 4n + 1} = \dots$$

106. Ամբողջական քանակութիւն ինչ վերածի 'ի կոտորակ, յորժամ 'ի ներքոյ նորա գնիցի միութիւն իբր անուանիչ:

Չոր օրինակ  $m = \frac{m}{1}$ ,  $m + n = \frac{m + n}{1}$ ,  $2m^2n^4 = \frac{2m^2n^4}{1}$ , այլովքն

հանդերձ:

Ըստ նմին օրինակի ամբողջական քանակութիւն ինչ վերածի յայնպիսի կոտորակ, որոյ անուանիչն տուեալ իցէ, յորժամ ամբողջական քանակութիւնն այն բազմաստիկիցի առեւալ անուանչաւն, և արտագրեալն գնիցի փոխանակ համարչի և անուանիչն այն գրոշմիցի ընդ դժիւն:

Չոր օրինակ  $m = \frac{m}{1} = \frac{m^2}{m} = \frac{m^3}{m^2} = \frac{mn}{n}$ , այլովքն հանդերձ.

Կամ  $3m^2 = \frac{3m^2}{1} = \frac{3m^2n}{n} = \frac{9m^2n^2}{3n} = \frac{15m^2n^3}{5(n+4)}$ . նոյնպէս և

$$m + n = \frac{m + n}{1} = \frac{(m + n)(m - n)}{m - n} = \frac{m^2 - n^2}{m - n};$$

107. Կոտորակ ինչ վերածի յայլ կոտորակ հաւասարազօր, որոյ անուանիչն իցէ բազմապատիկ անուանչի առաջնոյն, յորժամ նոր անուանիչն բաժանիցի յանուանիչ տուեալ կոտորակին և քանորդաւն բազմապատկիցին համարիչ և անուանիչ նորին: Արդ համարեցուք եթէ խնդրիցի վերածել զկոտորակն  $\frac{m}{r}$  յայլ և տալ նմին անուանիչ զն, և իցէ ն:  $r = m$ , ուստի և  $n = r = m$ : Յայտ է եթէ անուանիչն  $r$  բազմապատկեցաւ  $m$  քանակութեամբ, արդ զն մի փոփոխիցի զօրութիւն կոտորակին (100), պարտ է և զհամարիչն բազմապատկել զայսօրինակ  $\frac{m^m}{r^m}$ , և քանզի  $r = m$ , ասպա ուրեմն  $\frac{m^m}{r^m} = \frac{m^m}{m^m}$ : Ըստ նմին օրինակի և

$$1. \frac{5m^2}{3r^4} = \frac{2(5m^2 r^2)}{12m^2 r^6}, \text{ քանզի } 5m^2 \cdot 12m^2 r^6 : 3r^4 = 20m^5 r^2.$$

$$2. \frac{8m^4 - r^2}{9m^2 r^5} = \frac{8m^5 - m r^2}{9m^5 r^5}, \text{ քանզի } (8m^4 - r^2) \cdot 9m^5 r^5 : 9m^2 r^5 = 8m^5 - m r^2.$$

$$3. \frac{3m - 4r}{m^2 + r^2} = \frac{2r(m^2 - r^2)(3m - 4r)}{2r(m^4 - r^4)}, \text{ քանզի } (3m - 4r) \cdot 2r(m^4 - r^4) : (m^2 + r^2) = 2r(m^2 - r^2)(3m - 4r).$$

$$4. \frac{m + r}{(m - r)^2} = \frac{3r(m^2 - r^2)}{3r(m - r)^5}, \text{ քանզի } (m + r) \cdot 3r(m - r)^5 : (m - r)^2 = 3r(m^2 - r^2).$$

$$5. \frac{3(m^2 + r^2)}{m^2 - r^2} = \frac{3(m^2 + r^2)(m^2 + m r + r^2)}{(m + r)(m^3 - r^3)}, \text{ քանզի } 3(m^2 + r^2) \cdot (m + r)(m^3 - r^3) : (m^2 - r^2) = m^2 + m r + r^2.$$

108. Երկու և կամ բազում կոտորակք վերածին 'ի հասարակաց անուանիչ, յորժամ փոքրագոյն բազմապատիկ ամենայն անուանչաց գտանիցի, և տուեալ կոտորակքն ուրոյն ուրոյն վերածիցին յայլ կոտորակ հաւասարազօր (107), ունելով իւրաքանչիւր անուանիչ զփոքրագոյն բազմապատիկն գտեալ:

Իցե՛ն  $\frac{m}{F}, \frac{f}{T}, \frac{t}{Z}, \frac{L}{C}, \dots$  կոտորակք, որոց խնդրիցի հասարակաց անուանիչ, և իցե՛ Ա փոքրագոյն հասարակաց բաղմապատիկ տուեալ անուանչացն, վասն որոյ

$$Ա : F = +, \text{ ուստի } Ա = F +$$

$$Ա : T = +_1 \quad \gg \quad Ա = T +_1$$

$$Ա : Z = +_2 \quad \gg \quad Ա = Z +_2$$

$$Ա : C = +_3 \quad \gg \quad Ա = C +_3$$

այսա և

$$\frac{m}{F} = \frac{m+}{F+} = \frac{m+}{Ա}$$

$$\frac{f}{T} = \frac{f+_1}{T+_1} = \frac{f+_1}{Ա}$$

$$\frac{t}{Z} = \frac{t+_2}{Z+_2} = \frac{t+_2}{Ա}$$

$$\frac{L}{C} = \frac{L+_3}{C+_3} = \frac{L+_3}{Ա} :$$

Կոտորակքս, որոց հասարակաց անուանիչ է Ա, հաւասար են առաջին կոտորակացն : Այսա ուրեմն պարտ է զփոքրագոյն թիւն, որ ընդ ամենայն անուանիչս բաժանիցի, փոխանակ հասարակաց անուանչի դնել, յետ այնորիկ բաժանել զայն ընդ անուանիչս առաջին կոտորակացն, և քանորդիւն բաղմապատիկը զհամարիչս նոցա, և զարտագրեալսն իւրաքանչիւր ուրոյն ուրոյն դնել փոխանակ համարչի :

Որպէս

$$1. \frac{1}{2\varphi r}, \frac{m}{3\varphi\varphi}, \frac{F}{4r r} = \frac{6\varphi r, 4m r^2, 3F\varphi^2}{12\varphi^2 r^2}$$

$$2. \frac{m}{2}, \frac{2m}{3}, \frac{3m}{5} = \frac{15m, 20m, 18m}{30}$$

$$3. \frac{3m}{4\varphi^2}, \frac{6m\varphi}{8\varphi r^2} = \frac{6m r^2, 6m\varphi^2}{8\varphi^2 r^2}$$

$$4. \frac{1}{2}, \frac{m}{F}, \frac{3f}{4Ff}, \frac{4L}{f^2 T} = \frac{2Ff^2 T, 4m f^2 T, 3f T^2, 16F^2}{4Ff^2 T}$$

$$5 \dots \frac{4m\pi}{15(m^2-\pi^2)}, \frac{3r}{(m+\pi)\pi}, \frac{2m\pi}{9\pi} = \\ = \frac{12m\pi^2, 135r(m-\pi), 10m\pi(m^2-\pi^2)}{45\pi(m^2-\pi^2)}$$

$$6 \dots \frac{m-1}{m+1}, \frac{m-2}{m+2}, \frac{m-3}{m+3} = \frac{(m-1)(m+2)(m+3)}{(m+1)(m+2)(m+3)}, \\ \frac{(m-2)(m+1)(m+3)}{(m+1)(m+2)(m+3)}, \frac{(m-3)(m+1)(m+2)}{(m+1)(m+2)(m+3)}$$

u. hinf

$$\frac{m-1}{m+1} = \frac{m^5+4m^2+m-6}{m^5+6m^2+11m+6}$$

$$\frac{m-2}{m+2} = \frac{m^5+2m^2-5m-6}{m^5+6m^2+11m+6}$$

$$\frac{m-3}{m+3} = \frac{m^5-m^2-7m-6}{m^5+6m^2+11m+6}$$

$$7 \dots \frac{3}{4\pi}, \frac{2\pi}{3m} = \dots$$

$$8 \dots \frac{5\pi r}{8m}, \frac{3r}{4m^2\pi^2} = \dots$$

$$9 \dots \frac{1}{3}, \frac{m}{\pi}, \frac{3\pi}{44r}, \frac{5r}{6\pi^2} = \dots$$

$$10 \dots \frac{5m}{3(m^2-\pi^2)}, \frac{9\pi}{4(m-\pi)} = \dots$$

$$11 \dots \frac{m}{3\pi}, \frac{3\pi}{4m}, \frac{6(m-\pi)}{15(m+\pi)} = \dots$$

$$12 \dots \frac{3m\pi}{m+\pi}, \frac{2m}{3(m-\pi)}, \frac{3}{4(\pi^2-\pi^2)} = \dots$$

$$13 \dots \frac{m^2+\pi^2}{m^2+m\pi+\pi^2}, \frac{3\pi^2}{m^3-\pi^3}, \frac{2m^2}{m-\pi} = \dots$$

$$14 \dots \frac{\pi+r}{\pi-r}, \frac{\pi-r}{\pi+r}, \frac{\pi^2+r^2}{\pi^2-r^2} = \dots$$



$$15. \frac{6r}{5r}, \frac{3(m-r)}{r+r}, \frac{2(m+r)}{3(r-r)}, \frac{5}{3(m^2-r^2)r} = \dots$$

$$16. \frac{m}{1+m}, \frac{m}{1-m}, \frac{m^2}{1-m^2}, \frac{m^5}{1+2m+m^2} = \dots$$

$$17. \frac{r+1}{r-1}, \frac{r^2+2r}{r^2-1}, \frac{3r}{r+1}, \frac{r^2-1}{r^2+1} = \dots :$$

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Մ Բ .

Յադագս յաշկման կոտորակաց :

109 . Ի յաւելման կոտորակաց է զի յաւելլի կոտորակքն վերածեալ իցեն 'ի հասարակաց անուանիչ, և է զի յաւելլի կոտորակքն չիցեն վերածեալ 'ի հասարակաց անուանիչ :

Խ . Յորժամ յաւելլի կոտորակք վերածեալ իցեն 'ի հասարակաց անուանիչ, պարտ է առնուլ զբովանդակութիւն համարչացն և դնել ընդ նովաւ զանուանիչն հասարակաց :

Որպէս

$$1. \frac{m}{s} + \frac{r}{s} = \frac{m+r}{s} .$$

$$2. \frac{m+r}{z} = \frac{m-r}{z} = \frac{m+r+m-r}{z} = \frac{2m}{z} .$$

$$3. \frac{r+r}{2r} + \frac{r-r}{2r} = \frac{r+r+r-r}{2r} = \frac{2r}{2r} = \frac{r}{r} .$$

$$4. \frac{m+r+r}{3r} + \frac{m-r}{3r} + \frac{m-r}{3r} = \frac{m}{r} .$$

$$5. \frac{z+r}{3} + \frac{z-r-r}{3} + \frac{z+r}{3} = z .$$

$$6. \frac{5x}{1+x} + \frac{3-2x}{1+x} = 3.$$

$$7. \frac{2x^2}{4x} + \frac{x^2-3x^2}{4x} = \frac{x^2-x^2}{4x}.$$

$$8. \frac{x^2+2xf+f^2}{xf+f^2} + \frac{4xf}{xf+f^2} = \frac{x^2+6xf+f^2}{xf+f^2}.$$

Թ. Յորժամ յաւելլի կոտորակք չիցեն վերածեալ ՚ի հասարակաց անուանիչ, պարտ է նախ վերածել զնոսա ՚ի հասարակաց անուանիչ. և յետ այնորիկ յաւելուլ ՚ի միմեանս :

Որպէս

$$1. \frac{x}{5} + \frac{f}{2} = \frac{x+f}{5}.$$

$$2. \frac{x}{x} + \frac{f}{x} + \frac{4}{x} = \frac{xx+fx+4x}{xx}$$

$$5. \frac{3}{4} + \frac{5}{6x} + \frac{8}{3x} = \frac{9xx+10x+32x}{12xx}.$$

$$4. \frac{2x}{3x} + \frac{3x}{4x} + \frac{x^2+x^2}{6xx} = \frac{8x^2+9x^2+2x^2+2x^2}{12xx} = \frac{10x^2+11x^2}{12xx}$$

$$5. \frac{5+2}{2} + \frac{5-2}{3} = \frac{35+32+25-22}{6} = \frac{55+2}{6}.$$

$$6. \frac{x+f}{x-f} + \frac{x-f}{x+f} = \frac{(x+f)(x+f) + (x-f)(x-f)}{(x+f)(x-f)} = \frac{2x^2+2f^2}{x^2-f^2}.$$

$$7. \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} = \frac{x^5+x^2+x+1}{x^4}.$$

$$8. \frac{r+1}{r-1} + \frac{r-1}{r+1} + \frac{r^2+1}{r^2-1} + \frac{r^2-2r-1}{r^2+2r+1} = \frac{4r^2+4r+4}{r^5+r^2-r-1}.$$

$$9. \frac{3}{8} + \frac{2}{5x} + \frac{x}{x} + \frac{1}{x^2} = \dots$$

$$10. \frac{5+r}{r} + \frac{3-r}{r} + \frac{r}{3r} = \dots$$

$$11. \frac{2-3r^2}{3+4r^2} + \frac{6-8r^2}{2+3r^2} = \dots$$

$$12. \frac{5r+8r}{r+r} + \frac{3r-r}{r-r} + \frac{r-4r}{r+r} + \frac{r-3r}{r-r} = \dots$$

110. Ըստ նմին օրինակի յաւելեալ լինին ՚ի միմեանս և ամբողջական քանակութիւնք և կոտորակք :

Որպէս

$$1. \cdot r + \frac{r}{r-r} = \frac{r^2 - rr + r}{r-r} = \frac{r(r-r+r)}{r-r}$$

$$2. \cdot 1 + \frac{r-r}{r+r} = \frac{r+r+r-r}{r+r} = \frac{2r}{r+r}$$

$$3. \cdot r + \frac{1+r^2}{r} = \frac{r^2+1+r^2}{r} = \frac{2r^2+1}{r}$$

$$4. \cdot (r+1) - \frac{r^2+1}{r+1} = \frac{2r}{r+1}$$

$$5. \cdot (r^2+2r+2) - \frac{r^3-6r^2+5}{r-2} = \frac{2r^2+6r-9}{r-2}$$

$$6. \cdot 1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1+r^2}{1-r} = \frac{2+r+r^2}{1-r^2}$$

$$7. \cdot (3+2r) + \frac{2(4r^2-3)}{2-3r} = \dots$$

$$8. \cdot \frac{3r^2-5r}{2r-3r} + r-2r + \frac{r^2+rr}{5r+r} = \dots$$

111. Եթէ կոտորակք իցեն համարտադրողք գրահաշուական քանակութեանց, յայնժամ գտանի բովանդակութիւնն նոցա յորժամ կոտորակք նման քանակութեանց միանգամայն գումարիցին :

Որպէս

$$1. \quad \frac{2}{3}w + \frac{3}{4}r + \frac{4}{5}q$$

$$\frac{1}{2}w + \frac{2}{3}r + \frac{3}{4}q$$

---


$$\frac{7}{6}w + \frac{17}{12}r + \frac{31}{20}q$$

$$2. \quad \frac{5w}{4r} + \frac{2q}{3r} + \frac{7}{9w}$$

$$\frac{3w}{8r} + \frac{5q}{6r} + \frac{2}{3w}$$

---


$$\frac{13w}{8r} + \frac{q}{6r} + \frac{7+6}{9w}$$

$$3. \quad \frac{3w^2}{4} + \frac{2wr}{3} + \frac{r^2}{9}$$

$$\frac{5w^2}{6} + \frac{3wr}{5} + \frac{7r^2}{12}$$

---


$$\frac{19w^2}{12} + \frac{19wr}{15} + \frac{25r^2}{36}$$

$$4. \quad \left( \frac{5}{7}w^2 - \frac{3}{4}wr + \frac{4}{9}r^2 \right) + \left( \frac{2}{3}w^2 + \frac{5}{8}wr - \frac{7}{12}r^2 \right) = \dots$$

$$5. \quad \left( \frac{3}{4}w - \frac{1}{6}r \right) + \left( \frac{1}{3}w - \frac{4}{5}r \right) + \left( \frac{3}{2}w - \frac{9}{4}r \right) = \dots$$

## ՀԱՏՈՒԱԾ Գ.

Յադագս քարձման կոտորակաց :

112. Ի բարձման կոտորակաց է զի նուազելի և բառնալի կոտորակքն վերածեալ իցեն 'ի հասարակաց անուանիչ, և է զի նուազելի և բառնալի կոտորակքն չիցեն վերածեալ 'ի հասարակաց անուանիչ :

ն. Յորժամ նուազելի և բառնալի կոտորակքն վերածեալ իցեն 'ի հասարակաց անուանիչ, պարտ է առնուլ զտարբերութիւն համարչացն և դնել ընդ նովաւ զանուանիչն հասարակաց :

Որպէս

$$1. \cdot \frac{m}{f} - \frac{f}{f} = \frac{m-f}{f}.$$

$$2. \cdot \frac{m+f}{2} - \frac{m-f}{2} = \frac{m+f-m+f}{2} = \frac{2f}{2}.$$

$$5. \cdot \frac{m+r}{2f} - \frac{m-r}{2f} = \frac{m+r-m+r}{2f} = \frac{r}{f}.$$

$$4. \cdot \frac{5f-3n}{4} - \frac{f+n}{4} = f-n :$$

բ. Յորժամ նուազելի և բառնալի կոտորակքն չիցեն վերածեալ 'ի հասարակաց անուանիչ, պարտ է նախ վերածել զնոսա 'ի հասարակաց անուանիչ, և յետ այնորիկ կատարել զբարձումն :

Որպէս

$$1. \cdot \frac{m}{f} - \frac{f}{\tau} = \frac{m\tau}{f\tau} - \frac{f\tau}{f\tau} = \frac{m\tau-f\tau}{f\tau}.$$

$$2. \cdot \frac{5f}{6} - \frac{3f}{4} = \frac{10f}{12} - \frac{9f}{12} = \frac{f}{12}.$$

$$3. \frac{3m}{4} - \frac{8m}{5} = \frac{15m - 32m}{20}$$

$$4. \frac{m+f}{m-f} - \frac{m-f}{m+f} = \frac{4mf}{m^2-f^2}$$

$$5. \frac{2m}{m-1} + \frac{3m+1}{m-2} - \frac{4m-3}{m-3} = \frac{m^5+2m^2+9}{m^5-6m^2+11m-6}$$

$$6. \frac{3m+f+m}{5m} + \frac{7m-2f}{9m} - \frac{2m+f}{3f} = \frac{47mf-f^2+9fm-3m^2}{45mf}$$

$$7. \frac{\tau+\xi}{3\tau-2\xi} - \frac{5\tau-2\xi}{2\tau-9\xi} = \frac{9\tau\xi-13\tau^2+13\xi^2}{6\tau^2-31\tau\xi+18\xi^2}$$

$$8. \frac{3m+2m}{m+m} + \frac{m}{2m} - \frac{5m-m}{m-m} = \frac{m^5-4m^2m-11mm^2-2m^2}{2m(m^2-m^2)}$$

$$9. \frac{m\eta}{m^2-\eta^2} - \frac{m-\eta}{m+\eta} = \frac{3m\eta-m^2-\eta^2}{m^2-\eta^2}$$

$$10. \frac{m^5}{(m+f)^5} + \frac{f}{m+f} - \frac{mf}{(m+f)^2} = \frac{m^5+mf^2+f^5}{(m+f)^5}$$

$$11. \frac{2mm+m^2}{(m-m)^2} - \frac{m^2+5mm}{(m+m)^2} - \frac{m}{m-m} = \frac{2m^4+13m^2m^2-2m^5m-m^4}{(m^2-m^2)^2}$$

$$12. \frac{3m}{(m-2m)^2} + \frac{2m+m}{(m+m)(m-2m)} - \frac{5}{m+m} = \frac{20mm-22m^2}{(m+m)(m-2m)^2}$$

$$15. \frac{m^2+5mf-f^2}{m^2+4mf+4f^2} - \frac{m-f}{m+2f} = \dots$$

$$14. \frac{m^2-5mr+r^2}{8m^5-8m^2r+2mr^2} - \frac{m-3r}{4m-r} = \dots$$

113. Ըստ նմին օրինակի հատարի և բարձուքն խառն քա-  
նակու թեանց :

Որպէս

$$1. \dots m - \frac{f}{2} = \frac{m-f}{2}$$

$$2 \cdot \frac{r}{2} - r = \frac{r-2r}{2}$$

$$3 \cdot \left( 1 - \frac{r-r}{r+r} = \frac{r+r-r+r}{r+r} = \frac{2r}{r+r} \right)$$

$$4 \cdot \frac{1+2r^2}{r} - 3r = \frac{1+2r^2-3r^2}{r} = \frac{1-r^2}{r}$$

$$5 \cdot \frac{m^2+2m-1}{m^2-2m+1} - 1 = \frac{4m-2}{m^2-2m+1}$$

$$6 \cdot 2m - \frac{m^2}{3} - \left( m + \frac{2m^2}{5} \right) = \frac{15m-11m^2}{15}$$

$$7 \cdot \frac{3m^2-2m^2}{3m+3r} - m+2r = \frac{2m^2-3m^2}{3m+2r} = \dots$$

$$8 \cdot 4m-3r - \frac{r(3r-10m)}{2m-r} + \dots :$$

114. Եթէ կոտորակից են համարտագրողք գրահաշուական քանակութեանց, յայնժամ գտանի տարբերութիւնն ուցա յորժամ կոտորակք նման քանակութեանց 'ի միմեանց բառնայցին :

Որպէս

$$1 \cdot \frac{2}{3}m - \frac{3}{4}r - \frac{4}{5}q$$

$$\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}r + \frac{3}{4}q$$

— + —

$$\frac{1}{6}m - \frac{1}{12}r - \frac{31}{20}q$$

$$2 \cdot \frac{r^3}{4} - \frac{3r^2}{5} - \frac{4r}{9}$$

$$\frac{r^3}{4} - \frac{2r^2}{3} + \frac{2r}{3}$$

— + —

$$\frac{r^2}{15} - \frac{10r}{9}$$

$$3 \cdot \left( \frac{5}{4} m^2 - \frac{4}{3} m r + \frac{3}{2} r^2 \right) - \left( \frac{4}{5} m^2 - \frac{3}{4} m r + \frac{2}{3} r^2 \right) = \dots$$

$$4 \cdot \left( \frac{4r^2}{3} - \frac{3r}{2} + \frac{5r^2}{9} \right) - \left( \frac{6r^2}{5} - \frac{5r}{3} + \frac{7r^2}{12} \right) = \dots$$

### ՀԱՏՈՒՍԾ Գ .

Յաղագս բազմապատկոչքեան կոտորակաց :

115 . Ի բազմապատկութեան կոտորակաց է զի մին յարտադրողաց իցէ քանակութիւն ամբողջական և միւսն կոտորակ , և է զի երկոքին արտադրողք ևս իցեն կոտորակ :

Ին . Յորժամ մին յարտադրողաց իցէ քանակութիւն ամբողջական և միւսն կոտորակ , սպարա է առնուլ զարտադրեալ ամբողջական քանակութեանն ընդ համարչին , և բաժանել յանուանիչ կոտորակին :

Իցէ մին յարտադրողաց  $m$  և միւսն  $\frac{r}{n}$  , ուստի և  $m \cdot \frac{r}{n} = \frac{m r}{n}$  :

Քանզի բազմապատկել զ $m$  ընդ  $\frac{r}{n}$  ոչ այլ ինչ է , եթէ ոչ զ $m$  այնչափ ինչ յինքեան վերայ յաւելուլ , որչափ ինչ միութիւնք ՚ի  $\frac{r}{n}$  կայցեն . արդ  $\frac{r}{n}$  բովանդակէ ճիցս  $\frac{1}{n}$  , այսինքն  $\frac{r}{n} = (1:n) \cdot r$  , ապա և արտադրեալն սպարա է բովանդակել յինքեան ճիցս զ $m$  բաժանեալ ընդ  $n$  . վասն որոյ

$$m \cdot \frac{r}{n} = (m:n) \cdot r = \frac{m}{n} \cdot r = \frac{m r}{n} .$$

և զի

$$m \cdot \frac{r}{n} = \frac{m r}{n} , \text{ և } \frac{r}{n} \cdot m = \frac{m r}{n}$$



ուրեմն

$$m \cdot \frac{s}{2} = \frac{s}{2} \cdot m :$$

Արագէս

$$1 \cdot \frac{5m}{6r} \cdot 4r = \frac{20mr}{6r} = \frac{10m}{3} .$$

$$2 \cdot 5r \cdot \frac{3r^2}{10r} = \frac{3r^2}{2} .$$

$$5 \cdot 5m \cdot \frac{3r-4}{s-2} = \frac{5m(3r-4)}{s-2} = \frac{15mr-5m4}{s-2} .$$

$$4 \cdot \frac{3r^2-2rr}{7m-2r} \cdot (3m-r) = \frac{(3r^2-2rr)(3m-r)}{7m-2r} =$$

$$= \frac{9mr^2-6mrr-3r^3+2rr}{7m-2r} .$$

$$5 \cdot (m-2r+3r) \cdot \frac{2s}{3s} = \frac{2ms-4rs+6rs}{3s} .$$

$$6 \cdot (m-r) \cdot \frac{m+r}{mr} = \frac{m^2-r^2}{mr} :$$

բ. Յորժամ երկոքին արտադրողք ևս իցեն կատորակ, պարտ է առնուլ զարտադրեալ համարչացն և բաժանել յարտադրեալ անուանչաց :

Իցէ մին յարտադրողաց  $\frac{m}{r}$  և միւսն  $\frac{s}{2}$ , ուստի և  $\frac{m}{r} \cdot \frac{s}{2} = \frac{ms}{2r}$  :

Քանզի բազմապատկել  $\frac{m}{r}$  ընդ  $\frac{s}{2}$  ոչ այլ ինչ է, եթէ ոչ

$\frac{m}{r}$  այնչափ ինչ յինքեան վերայ յաւելուլ, որչափ ինչ միու-

թիւնք 'ի  $\frac{s}{2}$  կայցեն. արդ  $\frac{s}{2}$  բովանդակէ ճիցս  $\frac{1}{2}$ , այսինքն

$\frac{s}{2} = (1:2) \cdot s$ , ապա և արտադրեալն պարտ է բովանդակել

յինքեան ճիցս  $\frac{m}{r}$  բաժանեալ ընդ 2. վասն որոյ

$$\frac{m}{f} \cdot \frac{f}{z} = \left( \frac{m}{f} : z \right) \cdot f = \frac{m}{fz} \cdot f = \frac{m}{z}$$

և զի

$$\frac{m}{f} \cdot \frac{f}{z} = \frac{m}{fz}, \text{ և } \frac{f}{z} \cdot \frac{m}{f} = \frac{m}{fz}$$

ուրեմն

$$\frac{m}{f} \cdot \frac{f}{z} = \frac{f}{z} \cdot \frac{m}{f} =$$

Որպէս

1.  $\frac{3m}{2} \cdot \frac{4m}{9} = \frac{2mm}{3}$

2.  $\frac{6m}{5m} \cdot \frac{10m}{12m} = \frac{60mm}{60mm} = 1$

3.  $\frac{m}{f} \cdot \frac{f}{r} \cdot \frac{r}{f} = \frac{mfr}{frr}$

4.  $\frac{3mr}{7} \cdot \frac{2r}{5} \cdot \frac{3r}{11} = \frac{18r^2r^2}{385}$

5.  $\frac{3m}{4r} \cdot \frac{16r}{9} \cdot \frac{8}{15m} = \frac{32}{45}$

6.  $\frac{2mf}{fr} \cdot \frac{3mr}{fr} = \frac{6m^2fr}{f^2rr}$

7.  $\frac{(m-r)r}{m} \cdot \frac{mr}{m^2-r^2} = \frac{r^2}{m+r}$

8.  $\frac{3(m+r)}{2} \cdot \frac{4r}{m+r} = 6r$

9.  $\frac{m-r}{r^2} \cdot \frac{m^2}{m^2-r^2} = \frac{m^2}{r^2(m+r)}$

10.  $\frac{m+r}{r+r} \cdot \frac{m-r}{r+r} = \frac{m^2-r^2}{(r+r)^2}$

11.  $\frac{2m-3f}{f-r} \cdot \frac{2f-r}{3m-f} = \frac{4mf-2mr-6fr+3fr}{3m+3mr-f+fr}$

$$12. \cdot \frac{6m}{7f} \cdot \frac{2f}{3r} \cdot \frac{14f}{15t} \cdot \frac{5r}{6m} \cdot \frac{4f}{9t} \cdot \left( \frac{2m^2 + 2r^2}{3m^2 + 3r^2} \right)$$

$$15. \cdot \frac{m^2 + r^2}{m - r} \cdot \frac{m^2 - r^2}{m + r} \cdot \frac{3m}{m} = \frac{3m(m^2 + r^2)}{m}$$

$$14. \cdot \frac{m + r}{6m} \cdot \frac{4m^2 r^2}{m - r} \cdot \frac{m^2 - r^2}{m^5 + r^5} = \frac{2m r^2 (m + r)}{3(m^2 - m r + r^2)}$$

116. Ըստ նմին օրինակի բաղձապատկին և խառն քանա կութիւնք .

Որպէս

$$1. \cdot \left( 1 + \frac{f}{m} \right) \cdot 3m = \frac{m + f}{m} \cdot 3m = 3m + 3f.$$

$$2. \cdot \left( m + \frac{f^2 - m^2}{m} \right) \cdot m = \frac{f^2}{m} \cdot m = f^2.$$

$$5. \cdot \left( 1 + \frac{1 - m}{1 + m} \right) \cdot (1 + m) = \frac{2}{1 + m} \cdot (1 + m) = 2.$$

$$4. \cdot \left( m - r + \frac{m^2 + r^2}{m + r} \right) \cdot (m + r) = \frac{2r^2}{m + r} \cdot (m + r) = 2r^2.$$

$$5. \cdot \left( 1 + \frac{f}{m} \right) \cdot \frac{m - f}{2f} = \frac{m^2 - f^2}{2mf}$$

$$6. \cdot \left( 1 + \frac{r}{r} \right) \left( 1 - \frac{r}{r} \right) = \frac{r - r}{r} \cdot \frac{r - r}{r} = \frac{r^2 - r^2}{r^2}$$

$$7. \cdot \left( m + \frac{f}{4} \right) \cdot \left( m - \frac{2f}{34} \right) = \frac{3m^2 + 2f^2 + mf - 2f^2}{34^2}$$

$$8. \cdot \left( 2m + \frac{f}{34} \right) \left( \frac{2f}{54} - m \right) = \frac{6mf + f}{34} \cdot \frac{2f - 5m4}{54} =$$

$$= \frac{2f^2 + 7mf - 30m^2 4^2}{154^2}$$

$$9. \cdot 3m \cdot \left( m - f + \frac{4}{3m} \right) = \dots$$

$$10. \cdot \left( m - \frac{m^2 + r^2}{m} \right) \cdot \left( m + \frac{m^2 - r^2}{m} \right) = \dots$$

$$11 \cdot \left( 2x - \frac{x^2 + y^2}{x} \right) \cdot \left( 3y + \frac{x^2 + y^2}{y} \right) = \dots$$

$$12 \cdot \left( \frac{8x - 3y}{3x + 2y} - 2 \right) \left( 2 + \frac{2x + 9y}{4x + 7y} \right) = \dots$$

$$13 \cdot \frac{12x^2 - 3y}{25x^2 + 10x + 1} \cdot (5x + 1) = \dots$$

117. Յորժամ կոտորակային բազմաբաշխք իցեն արտադրիչք, դտանի արտադրեալ նոցա բազմապատկելով զնոսա հանգոյն ամբողջական բազմաբաշխից :

Որպէս

$$1 \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{2xy}{3} + \frac{3y^2}{4}$$

$$\frac{2x^2}{3} + \frac{3xy}{4} + \frac{4y^2}{5}$$

$$\frac{x^4}{3} + \frac{4x^3y}{9} + \frac{x^2y^2}{2}$$

$$\frac{3x^3y}{8} + \frac{x^2y^2}{2} + \frac{9xy^3}{16}$$

$$\frac{2x^2y^2}{5} + \frac{8xy^3}{15} + \frac{3y^4}{5}$$

$$\frac{x^4}{3} + \frac{5x^3y}{72} + \frac{2x^2y^2}{5} + \frac{263xy^3}{240} + \frac{3y^4}{5}$$

$$2 \cdot \left( \frac{x^3}{2y} - \frac{x^2}{3y^2} + \frac{x}{4y^2} \right) \cdot \frac{3x^2}{4y^2} = \frac{3x^5}{8y^5} - \frac{x^4}{4y^4} + \frac{3x^3}{16y^4}$$

$$3 \cdot \left( \frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} + \frac{4}{2} \right) \left( \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} - \frac{4y}{5} \right) =$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{17xy}{144} - \frac{4xy}{15} - \frac{y^2}{2} + \frac{109y^4}{120} - \frac{24^2}{5}$$

$$4 \cdot \left( \frac{x^2y^2}{24^2r^2} + \frac{2xy^3}{34^5r} - \frac{3y^4}{44^4} \right) \left( \frac{4x^2y^2}{34^2r^2} - \frac{3xy^3}{24^2r} + \frac{2y^4}{4^4} \right) =$$

$$= \frac{2x^4y^4}{34^4r^4} - \frac{59x^3y^5}{324^5r^5} - \frac{2x^2y^6}{4^6r^2} - \frac{15xy^7}{84^7r} - \frac{3y^8}{24^8}$$

$$5 \cdot \left( \frac{3\varphi}{\varphi-1} - \frac{2\varphi}{\varphi+1} - \frac{\varphi^2}{\varphi^2-1} \right) \cdot \frac{\varphi^2-1}{\varphi} = \dots$$

$$6 \cdot \left( \frac{5\varphi^2}{3} + \frac{2\varphi}{5} - 2 \right) \left( \frac{7\varphi^2}{10} - \frac{5\varphi}{4} + \frac{2}{3} \right) = \dots$$

$$7 \cdot \left( \frac{\varphi+\varphi}{\varphi-\varphi} + \frac{\varphi+\varphi}{\varphi-\varphi} \right) \left( \frac{\varphi-\varphi}{\varphi+\varphi} + \frac{\varphi+\varphi}{\varphi-\varphi} \right) = \dots$$

$$8 \cdot \left( \frac{3\varphi+2\varphi}{2\varphi-\varphi} + \frac{4\varphi}{2\varphi} \right) \left( \frac{5\varphi-3\varphi}{4\varphi-\varphi} + \frac{7\varphi}{5\varphi} \right) = \dots$$

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Մ Ե .

*Յադագս քաժանման կոտորակաց :*

118. Ի բաժանման կոտորակաց է զի բաժանարարն իցէ քանակութիւն ամբողջական , և է զի բաժանարարն իցէ կոտորակ :

Ի՞նչ. Յորժամ բաժանարարն իցէ քանակութիւն ամբողջական և բաժանելին կոտորակ , սլարտ է բաժանել զհամարիչն յարտադրեալ ամբողջական քանակութեանն ընդ անուանչին :

Որպէս

$$1 \cdot \frac{\varphi}{\varphi} : 4 = (\varphi : \varphi) : 4 = \varphi : \varphi 4 = \frac{\varphi}{\varphi 4}$$

$$2 \cdot \frac{\varphi\varphi}{4} : \varphi = \frac{\varphi\varphi}{\varphi 4} = \frac{\varphi}{4}$$

$$3 \cdot \frac{3\varphi\varphi}{4} : 4\tau = \frac{3\varphi\varphi}{4\tau 4}$$

$$4 \cdot \frac{12\varphi\tau\tau}{5\tau\tau} : -3\tau = -\frac{4\varphi\tau}{5\tau\tau}$$

$$5. \frac{3^m - 2f}{4 - \varphi} : (2^m - f) = \frac{3^m - 2f}{2^{m+1} - f^4 - 2^{m+1} + f^4}$$

Է. Յորժամ բաժանարարն իցէ կոտորակ, պարտ է շրջել զհամարիչ նորին յանուանիչ, և զանուանիչն ՚ի համարիչ, և ապա բազմապատկել բաժանելեալ, արտագրեալ է քանորդն:

Իցէ Ա ամբողջական կամ կոտորակեալ քանակութիւն ինչ որ ընդ  $\frac{f}{2}$  բաժանիցի, և իցէ Ա:  $\frac{f}{2} = \varphi$ , պարտ է արտագրեալ քանորդին և բաժանարարին հաւասար բաժանելոյն լինել, ուստի և  $\varphi \cdot \frac{f}{2} = Ա$ : Արդ յորժամ այս երկու հաւասար քանակութիւնք բազմապատկիցին ն քանակութեամբ  $\varphi^2 = Ա^2$ , որ իբրև ընդ  $f$  բաժանիցին, ծագիցէ  $\varphi = \frac{Ա^2}{f}$ , ապա ուրեմն և  $Ա: \frac{f}{2} = Ա^2 : f = \frac{Ա^2}{f} = Ա \cdot \frac{2}{f}$ :

Զոր օրինակ եթէ Ա իցէ ամբողջական քանակութիւն ինչ  $m$ , յայտ է եթէ  $m : \frac{f}{2} = m \cdot \frac{2}{f} = \frac{m \cdot 2}{f}$ . Իսկ եթէ Ա իցէ կոտորակ ինչ  $\frac{m}{f}$ , յայնժամ  $\frac{m}{f} : \frac{f}{2} = \left( \frac{m}{f} \cdot 2 \right) : f = \frac{m}{f} \cdot \frac{2}{f} = \frac{m \cdot 2}{f^2}$ :

Յասացելոցս զհետ դայ, եթէ ամենայն բաժանումն կոտորակաց փոփոխի ՚ի բազմապատկութիւն, յորժամ համարիչն և անուանիչ բաժանարարին շրջիցին և բազմապատկիցին:

Որպէս

$$1. \frac{6^m \varphi}{5} : \frac{4^m}{3} = \frac{6^m \varphi}{5} \cdot \frac{3}{4^m} = \frac{9^m}{10}$$

$$2. \frac{2^m \varphi}{3f^2} : \frac{5^f \varphi}{6^2 f} = \frac{4^m \cdot 2}{5f^2}$$

$$3. \frac{4^m \cdot 2}{9^m \cdot 2} : \frac{3^m \cdot 5}{10^m \cdot 5} = \frac{40^m \cdot 5}{27^m \cdot 5}$$

$$4. (3^m \cdot 2^f - \varphi) : \frac{3^m - f}{f + 2} = \frac{(3^m \cdot 2^f - \varphi)(f + 2)}{3^m - f} = \frac{3^m \cdot 2^f \cdot f + 3^m \cdot 2^f \cdot 2 - f \varphi - 2 \varphi}{3^m - f}$$

$$5. \cdot (m^2 - f^2) : \frac{m+f}{m-f} = \frac{(m^2 - f^2)(m-f)}{m+f} = (m-f)(m-f) = m^2 - 2mf + f^2.$$

$$6. \cdot \frac{m^2 - f^2}{r^2 - q^2} : \frac{m-f}{r+q} = \frac{m+f}{r-q}.$$

$$7. \cdot \frac{3f - 2r}{q - r} : \frac{2m - r}{m-f} = \frac{3mf - 3f^2f - 2mr + 2f^2r}{2mq - 4r - 2m + 4r}.$$

$$8. \cdot \frac{8(m-r)}{m^2} : \frac{5(m^2 - r^2)}{3r} = \frac{24}{5r(m+r)}.$$

$$9. \cdot \frac{3(m^2 - r^2)}{r} : \frac{2(m+r)}{m-r} = \frac{3(m-r)^2}{2r}.$$

$$10. \cdot \frac{32(m^5 - r^5)}{m^2 + r^2} : \frac{8(m+r)}{m-r} = \frac{4(m+r)(m^2 + mr + r^2)}{m^2 + r^2}.$$

$$11. \cdot \frac{2r^2}{m^5 + r^5} : \frac{r}{m+r} = \frac{2r}{m^2 - mr + r^2}.$$

$$12. \cdot \frac{r^2 - f^2}{(r-f)^2} : \frac{r^2 + rf}{r-f} = \frac{1}{r}.$$

119. Ըստ նմին օրինակի բաժանին և խառն քանակու թիւնք :

Որպէս

$$1. \cdot \left(1 + \frac{f}{m}\right) : f = \frac{m+f}{m} : f = \frac{m+f}{mf}.$$

$$2. \cdot 3r : \left(1 - \frac{r}{r}\right) = 3r : \frac{r-r}{r} = \frac{3+r}{r-r}.$$

$$3. \cdot \left(1 + \frac{f}{1-f}\right) : (1+f) = \frac{1}{1-f^2}.$$

$$4. \cdot \left(1 + \frac{f-r}{1+r}\right) : 2f = \frac{1}{f+r}.$$

$$5. \cdot \left(m + \frac{f}{q}\right) : \left(m - \frac{f}{q}\right) = \frac{mq+f}{q} : \frac{mq-f}{q} = \frac{mq+f}{mq-f}.$$

$$6 \dots \frac{m^2 - f^2}{2 \cdot f} : \left( 1 + \frac{f}{m} \right) = \frac{m - f}{2f}$$

$$7 \dots \frac{5m^2 - 24mf - 5f^2}{mf} : \left( 1 - \frac{5f}{m} \right) = \frac{5m^3 - 24m^2f - 5mf^2}{m^2f - 5mf^2}$$

$$8 \dots \left( 3m + \frac{4m^2 - 3m + 2}{m^2 + 2m - 1} \right) : \left( 2m - \frac{m^2 + m^2}{3m} \right) = \dots$$

$$9 \dots \left( m - f + \frac{m - f}{m + f} \right) : (m + f) = \dots$$

$$10 \dots \left( 3m + \frac{m^2 - m^2}{m} \right) : \left( 2m - \frac{m - 3}{m + 3} \right) = \dots$$

$$11 \dots \left( 2m + m - \frac{m^2 + m^2}{m} \right) : \left( 3r - \frac{f^2 + r^2}{r} \right) = \dots$$

**120.** Յորժամ կոտորակային բազմաբաշխք իցեն էթէ բաժանելին և էթէ բաժանարարն, գտանի քանորդ նոցա բաժանելով զնոսա հանգոյն ամբողջական բազմաբաշխից :

Որպէս

$$1 \dots \left( \frac{9}{2m^2} - \frac{mm}{12} - \frac{3m^2}{16} \right) : \left( \frac{2m}{3} - \frac{3m}{4} \right) = \frac{m}{3} + \frac{m}{4}$$

$$\frac{2m^2}{9} - \frac{mm}{4}$$


---

$$\frac{mm}{6} - \frac{3m^2}{16}$$

$$\frac{mm}{6} - \frac{3m^2}{16}$$

---

$$2 \dots \left( \frac{3m^5}{4r} - \frac{9m^2}{25} + \frac{mr}{10} \right) : \frac{3m}{5r} = \frac{5m^2}{4} - \frac{3mr}{5} + \frac{r^2}{6}$$

$$5 \dots \left( \frac{8m^6}{27r^2} - \frac{8f^6}{27m^3} \right) : \left( \frac{2m^2}{3r} - \frac{3m}{2f^2} \right) =$$

$$= \frac{4m^4}{9r^2} + \frac{mm}{f^2r} + \frac{9m}{4f^4}$$



$$4 \cdot \left( \frac{m^2 - 2mf}{4m^2f - f^2} - \frac{3mf - f^3}{4m^3 - 4m^2f + mf^2} \right) : \left( \frac{3m^2}{8m^3 + f^3} + \frac{5m}{12m^2 - 3f^2} \right) = \dots$$

$$5 \cdot \left( \frac{16m^4}{25f^2} + \frac{4m^2f^3}{3f^4} - \frac{9f^3}{2} + \frac{254f^{10}}{36m^6} \right) : \left( \frac{4m^5}{5f} - \frac{2f^4}{2} + \frac{54f^5}{6m} \right) = \dots$$

121. ԴԻՏՈՂՈՒԹԻՒՆ Ա. — Յորժամ չփոփոխիցի բաժանարարն, և բաժանելին շարունակ մի ըստ միջէ նուազիցի, քանորդն նուազէ, որչափ ինչ նուազի բաժանելին, զոր օրինակ

$$\frac{1}{10} : m = \frac{1}{10m}, \quad \frac{1}{100} : m = \frac{1}{100m}, \quad \frac{1}{1000} : m = \frac{1}{1000m}, \quad \dots : m = \frac{1}{10000m}, \quad \dots$$

Արդ յորժամ բաժանելին քան զամենայն հնարաւոր քանակուժիւնս փոքրագոյն իցէ, այսինքն  $= 0$ , յայնժամ և քանորդն

$0 : m = \frac{0}{m}$  քան զամենայն հնարաւոր քանակուժիւնս փոքրագոյն է, այսինքն  $= 0$ , ուստի  $\frac{0}{m} = 0$  :

Բ. — Ընդ հակառակն յորժամ չփոփոխիցի բաժանելին և բաժանարարն շարունակ մի ըստ միջէ նուազիցի, քանորդն աճէ, որչափ ինչ նուազի բաժանարարն, զոր օրինակ

$$m : \frac{1}{10} = 10m, \quad m : \frac{1}{100} = 100m, \quad m : \frac{1}{1000} = 1000m, \quad m : \frac{1}{10000} = 10000m, \quad \dots$$

Արդ յորժամ բաժանարարն քան զամենայն հնարաւոր քանակուժիւնս փոքրագոյն իցէ, այսինքն  $= 0$ , յայնժամ և քանորդն

$m : 0 = \frac{m}{0}$  քան զամենայն հնարաւոր քանակուժիւնս

Տեճագոյն է և անհաս, որ և բացատրի նշանաւս ( $\infty$ ), որպէս

$$\frac{\infty}{0} = \infty$$

և փոխադարձօրար

$$\frac{\infty}{\infty} = 0 :$$

Գ. — Իսկ յորժամ եթէ բաժանելին և եթէ բաժանարարն շարունակ մի ըստ միօջէ նուազիցին միանգամայն, և քան զամենայն հնարաւոր քանակութիւնս փոքրագոյն իցեն,

այսինքն  $= 0$ , յայնժամ քանորդն  $\frac{0}{0}$  կարէ զամենայն հնարա-

ւոր քանակութիւնս ցուցանել. զոր օրինակ եթէ  $x = 7$  իցէ

'ի քանորդիս  $\frac{x^3 - 7^3}{x - 7}$ , լինիցի

$$\frac{x^3 - 7^3}{x - 7} = \frac{x^3 - 7^3}{x - 7} = \frac{0}{0} :$$

Եւ քանզի

$$\frac{x^3 - 7^3}{x - 7} = \frac{(x - 7)(x^2 + 7x + 7^2)}{x - 7} = (x^2 + 7x + 7^2) = 3x^2$$

ուրեմն  $\frac{0}{0} = 3x^2 :$

Այլ եթէ զիարդ  $\frac{0}{0}$  զամենայն հնարաւոր քանակութիւնս

յայտ արարեալ ցուցանիցէ, տեսանիցի 'ի բարձրագոյն չափաբերութեան :

ՀԱՏՈՒԱԾ 2.

Յադագս յուծականոյ զկոտորակային քանակոչքիւնս յանհոռն շարս :

122. Ի (13) համարոյ ունիմք  $\frac{m}{1-m} = m + m^2 + m^3 + m^4 + \dots$

յանհոռնս . ապա քանորդն  $m$  բաժանեալ 'ի  $1-m$  բաղկանայ յանբաւ եղերաց : Այսպիսի քանորդք անուանեալ կոչին անհոռն շարս , և կոտորակն այն ասի վերածեալ կամ լուծեալ յանհոռն շարս , մանաւանդ թէ ընդհանրապէս շարս անուանին ամենայն եղերք որ կարգաւ իւրիք յառաջասին :

123. Ըստ նմին օրինակի մարթ է լուծանել 'ի շար զընդ-

հանրագոյն կոտորակն  $\frac{m}{F+q}$  .

$$\frac{m}{F+q} = \frac{m}{F} + \frac{mq}{F^2} + \frac{mq^2}{F^3} + \frac{mq^3}{F^4} + \frac{mq^4}{F^5} + \frac{mq^5}{F^6} + \dots$$

կամ

$$\frac{m}{F+q} = \frac{m}{F} \left( 1 + \frac{q}{F} + \frac{q^2}{F^2} + \frac{q^3}{F^3} + \frac{q^4}{F^4} + \frac{q^5}{F^5} + \dots \right) \quad (*)$$

և զի ևս  $\frac{m}{F+q} = \frac{m}{q+F}$  , ուրեմն գտանիցի հաւասարապէս

$$\frac{m}{q+F} = \frac{m}{q} + \frac{mF}{q^2} + \frac{mF^2}{q^3} + \frac{mF^3}{q^4} + \frac{mF^4}{q^5} + \frac{mF^5}{q^6} + \dots$$

կամ

$$\frac{m}{q+F} = \frac{m}{q} \left( 1 + \frac{F}{q} + \frac{F^2}{q^2} + \frac{F^3}{q^3} + \frac{F^4}{q^4} + \frac{F^5}{q^5} + \dots \right) \quad (F)$$

և այսպէս ծագիցեն երկու շարք 'ի բացատրել զնոյն կոտորակ  $\frac{m}{F+q}$  :

124. Շարքն (\*), (F) ենթադրին յանհոռնս շարունակեալք . եթէ կամք իցեն հատանել զնոսին յետ հինգերորդ

եղերն, յայնժամ որպէս զի այն հաւասարութիւնք մի լիցին սխալ, սրտա է ընդ փակագծիւքն յաւելուլ զմնացորդսն (44), ուստի ելանիցեն

$$\frac{m}{f+q} = \frac{m}{f} + \frac{mq}{f^2} + \frac{mq^2}{f^3} + \frac{mq^3}{f^4} + \frac{mq^4}{f^5} + \frac{mq^5}{f+q}$$

և

$$\frac{m}{f+q} = \frac{m}{q} + \frac{mf}{q^2} + \frac{mf^2}{q^3} + \frac{mf^3}{q^4} + \frac{mf^4}{q^5} + \frac{mf^5}{f+q}$$

և կամ

$$\frac{m}{f+q} = \frac{m}{f} \left( 1 + \frac{q}{f} + \frac{q^2}{f^2} + \frac{q^3}{f^3} + \frac{q^4}{f^4} + \frac{q^5}{f+q} \right)$$

և

$$\frac{m}{f+q} = \frac{m}{q} \left( 1 + \frac{f}{q} + \frac{f^2}{q^2} + \frac{f^3}{q^3} + \frac{f^4}{q^4} + \frac{f^5}{f+q} \right)$$

Այն մնացորդք ցուցանեն զգումար ամենայն եղևաց որ բաղկացուցանեն զչարսն յանհունս, բաց 'ի հնգից առաջնոցն իւրաքանչիւր շարի :

125. Շարք ասին Ռեչաւայեայ՝ յորժամ զօրութիւն եղերացն շարունակ մի ըստ միոջէ նուազիցի, և բացաւայեայ՝ յորժամ զօրութիւն եղերացն շարունակ մի ըստ միոջէ աճիցէ :

Ընդհանրապէս շարն (m) է մերձահայեաց՝ յորժամ  $f > q$ , և բացահայեաց՝ յորժամ  $f < q$  : Շարն (f) է ներհակ. մերձահայեաց է յորժամ  $f < q$ , և բացահայեաց՝ յորժամ  $f > q$  :

126. Շարք արագ արագ մերձահային կամ բացահային ըստ առաւելուլ տարբերութեան եղերաց 'ի միմեանց. և շարք որչափ առաւել մերձահայեաց իցեն՝ այնչափ սակաւ եղերաց պէտք են առ 'ի գտանել մերձաւորապէս զզօրութիւն կոտորակին յորմէ ծագենն. վասն որոյ որչափ բազում եղերք առ նուցուն 'ի մերձահայեաց շարս, այնչափ առաւել մերձենամք 'ի հարազատ նշանակութիւնն. ուր ընդհակառակն որչափ բա-

զում եղերք առնուցուն 'ի բացահայեաց շարս, այնչափ առաւել հեռանամք 'ի հարազատ նշանակութենէն :

127. Երկոքին շարքն (ա) և (բ) բաւական են 'ի լուծանել զզիարդ և իցէ քանակութիւն կոտորակային յանհուն շարս : Առ այս պարտ է զհամարիչ առաջարկեալ կոտորակին առնել հաւասար քանակութեանն ա, և քակտել զանուանիչն յերկուս մասունս, և զմին առնել հաւասար քանակութեանն բ, և զմիւսն՝ քանակութեանն գ : Եւ զի քանակութիւն ինչ անբաւ եղանակաւ կարէ քակտիլ յերկուս, ուստի և կոտորակ ինչ յանբաւ զանազան շարս կարէ լուծանիլ :

ա. Խնդրի լուծանել 'ի շար զքանակութիւնն  $\frac{3\text{ա}\text{բ}^2}{2\text{գ}-4\text{դ}}$  :

Իցէ  $\text{ա}=3\text{ա}\text{բ}^2$ ,  $\text{բ}=2\text{գ}$ ,  $\text{գ}=-4\text{դ}$ , փոխանակելով զզօրութիւնս զայսոսիկ 'ի մին յերկուց շարից անտի, զոր օրինակ յառաջինն, գտանիցի

$$\frac{3\text{ա}\text{բ}^2}{2\text{գ}-4\text{դ}} = \frac{3\text{ա}\text{բ}^2}{2\text{գ}} \left( 1 + \frac{4\text{դ}}{2\text{գ}} + \frac{16\text{դ}^2}{4\text{գ}^2} + \frac{64\text{դ}^3}{8\text{գ}^3} + \frac{256\text{դ}^4}{16\text{գ}^4} + \dots \right)$$

և կամ

$$\frac{3\text{ա}\text{բ}^2}{2\text{գ}-4\text{գ}} = \frac{3\text{ա}\text{բ}^2}{2\text{գ}} \left( 1 + \frac{2\text{դ}}{\text{գ}} + \frac{4\text{դ}^2}{\text{գ}^2} + \frac{8\text{դ}^3}{\text{գ}^3} + \frac{16\text{դ}^4}{\text{գ}^4} + \frac{\frac{64\text{դ}^5}{\text{գ}^4}}{2\text{գ}-4\text{գ}} \right) :$$

բ. Խնդրի լուծանել 'ի շար զկոտորակն  $\frac{2\text{գ}^2}{4\text{ա}-3\text{բ}}$  :

Իցէ  $\text{ա}=2\text{գ}^2$ ,  $\text{բ}=4\text{ա}$ ,  $\text{գ}=-3\text{բ}$ , փոխանակելով զզօրութիւնս զայսոսիկ 'ի շարն երկրորդ, գտանիցի

$$\frac{2\text{գ}^2}{4\text{ա}-3\text{բ}} = \frac{2\text{գ}^2}{-3\text{բ}} \left( 1 + \frac{4\text{ա}}{3\text{բ}} + \frac{16\text{ա}^2}{9\text{բ}^2} + \frac{64\text{ա}^3}{27\text{բ}^3} + \frac{256\text{ա}^4}{81\text{բ}^4} + \frac{\frac{1024\text{ա}^4}{81\text{բ}^4}}{4\text{ա}-3\text{բ}} \right) :$$

գ. Խնդրի լուծանել 'ի շար զկոտորակն  $\frac{3}{11}$  :

Իցէ  $\text{ա}=3$ , և քակտեալ զանուանիչն 11 յերկուս մասունս, զոր օրինակ 'ի  $\text{բ}=10$ , և 'ի  $\text{գ}=1$ , փոխանակիցին զօրութիւնքն այնոքիկ 'ի շարն առաջին, գտանիցի

$$\frac{3}{10+1} = \frac{3}{10} \left( 1 - \frac{1}{10} + \frac{1}{100} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} - \frac{1}{100000} \right).$$

և կամ փոխանակելիցին ՚ի շարն երկրորդ, գտանելիցի

$$\frac{1}{10+1} = 3 \left( 1 - 10 + 100 - 1000 + 10000 - \frac{100000}{11} \right):$$

ի. Ըստ նմին օրինակի լուծանին ՚ի շար և առաջիկայ կտարակբ.

$$1. \cdot \frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^6} + \dots$$

$$2. \cdot \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + \dots$$

$$3. \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x}{x} \left( 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} + \dots \right)$$

$$4. \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5} + \dots \right)$$

$$5. \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \dots \right)$$

$$6. \cdot \frac{xx}{x-x} = x \left( 1 + \frac{x}{x} + \frac{x^2}{x^2} + \frac{x^3}{x^3} + \frac{x^4}{x^4} + \frac{x^5}{x^5} + \dots \right)$$

$$7. \cdot \frac{1+x}{1-x} = 1 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + 2x^5 + 2x^6 + \dots$$

$$8. \cdot \frac{x^2+x^2}{x-x} = \dots$$

$$9. \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3+1} = \dots$$

$$10. \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5-1} = \dots$$

$$11. \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6-2} = \dots :$$

128. Պատահէ 'ի թուաբանութեան, զի յորժամ հասարակ կոտորակք 'ի տասնորդական կոտորակս վերածիցին, բազում անգամ տան զպարբերական կոտորակս, որք զանազանին յանխառն և 'ի խառն:

Թ. Ի վերածել զանխառն պարբերական տասնորդական կոտորակին չ 'ի հասարակ կոտորակ, համարեացուք եթէ պարբերութիւնն իցէ Պ, և թիւ տեղեաց պարբերութեանն  $\ast$ , իսկ անծանօթ զօրութիւն կոտորակին իցէ  $\ast$ , յայտ է եթէ

$$\ast = \frac{\text{Պ}}{10^{\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{2\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{3\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{4\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{5\ast}} + \dots$$

իբրև բազմապատկիցի բացատրութիւնս ընդ  $10^{\ast}$ , լինիցի

$$10^{\ast} \cdot \ast = \text{Պ} + \frac{\text{Պ}}{10^{\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{2\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{3\ast}} + \frac{\text{Պ}}{10^{4\ast}} + \dots$$

տարբերութիւն առաջնոյն յերկրորդէս իցէ

$$10^{\ast} \cdot \ast - \ast = \text{Պ}$$

կամ

$$(10^{\ast} - 1) \ast = \text{Պ}$$

և իբրև բաժանիցի բացատրութիւնս ընդ  $10^{\ast} - 1$ , լինիցի

$$\ast = \frac{\text{Պ}}{10^{\ast} - 1} = \frac{\text{Պ}}{9999 \dots}$$

այսինքն է, անխառն պարբերական տասնորդական կոտորակին վերածի 'ի հասարակ կոտորակ, յորժամ պարբերութիւնն Պ դնիցի համարիչ և  $10^{\ast} - 1$  անուանիչ. կամ որ նոյն է, փոխանակ անուանիչ գրոշմիցի այնչափ ինչ 9, որչափ ինչ միանգամ 'ի պարբերութեանն թուանշանք կայցեն: Զոր օրինակ  $\ast = 0.2727 \dots$  յորում Պ = 27, և  $\ast = 2$ , ուրեմն

$$\ast = \frac{27}{10^2 - 1} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

Նոյնպէս

$$1.0\dot{3}51 = \frac{351}{999} = \frac{13}{37}$$

$$2.0\dot{0}396 = \frac{396}{9999} = \frac{4}{101}$$

$$3 \cdot 0 \cdot \dot{0}12345679 = \frac{1}{81}$$

$$4 \cdot 0 \cdot \dot{9}87654320 = \frac{80}{81}$$

$$5 \cdot 7 \cdot \dot{6} = \dots$$

$$6 \cdot 0 \cdot \dot{7}25 = \dots$$

$$7 \cdot 4 \cdot \dot{1}623 = \dots$$

$$8 \cdot 0 \cdot \dot{5}38461 = \dots$$

$$9 \cdot 1 \cdot \dot{8}57142 = \dots$$

$$10 \cdot 9 \cdot \dot{2}468135 = \dots$$

Թ. Ի վերածել զխառն սարբերական տասնորդական կոտորակ ինչ ՚ի հասարակ կոտորակ, համարեցուք եթէ սարբերութիւնն իցէ Պ, թիւ տեղեաց սարբերութեանն  $\ast$ , տասնորդականքն որ յառաջ քան զսարբերութիւնն իցեն  $\ast$ , և թիւ տեղեաց նոցա  $\tau$ , իսկ անծանօթ զօրութիւն կոտորակին իցէ  $\ast$ , յայտ է եթէ

$$\ast = \frac{\ast}{10^\tau} + \frac{\eta}{10^{\tau+\tau}} + \frac{\eta}{10^{\tau+2\tau}} + \frac{\eta}{10^{\tau+3\tau}} + \frac{\eta}{10^{\tau+4\tau}} + \dots$$

կամ

$$\ast = \frac{\ast}{10^\tau} + \frac{1}{10^\tau} \left( \frac{\eta}{10^\tau} + \frac{\eta}{10^{2\tau}} + \frac{\eta}{10^{3\tau}} + \frac{\eta}{10^{4\tau}} + \frac{\eta}{10^{5\tau}} + \dots \right)$$

և կամ

$$\ast = \frac{\ast}{10^\tau} + \frac{1}{10^\tau} \cdot \frac{\eta}{10^\tau - 1} = \frac{\ast \cdot 10^\tau - \ast + \eta}{(10^\tau - 1) \cdot 10^\tau}$$

ուստի և

$$\ast = \frac{(\ast \cdot 10^\tau + \eta) - \ast}{(10^\tau - 1) \cdot 10^\tau} = \frac{(\ast \cdot 10^\tau + \eta) - \ast}{(999 \dots) \cdot 100 \dots}$$

այսինքն է, խառն սարբերական տասնորդական կոտորակ ինչ վերածի ՚ի հասարակ կոտորակ, յորժամ  $\ast \cdot 10^\tau + \eta - \ast$  դնիցի համարիչ և  $(10^\tau - 1) \cdot 10^\tau$  անուանիչ, և կամ յորժամ տարբերութիւն թուոցն այնոցիկ, որ յառաջ քան զսարբե-



բութիւնն իցեն, 'ի բովանդակ տասնորդական կոտորակէն՝  
 դնիցի փոխանակ համարչի. իսկ 'ի տեղի անուանչի դրոշմիցի  
 այնչափ ինչ 9, որչափ ինչ միանգամ 'ի պարբերութեանն  
 թուանշանք կայցեն, և ընդ աջմէ նոցա գրիցին այնչափ զոյք,  
 որչափ ինչ տասնորդական տեղիք իցեն յառաջ քան զպարբե-  
 րութիւնն: Չոր օրինակ  $\frac{1}{9} = 0.3777\dots$  յորում  $\text{Պ} = 7$ ,  $\text{ր} = 1$ ,  
 $\text{հ} = 1$  և  $\text{ա} = 3$ , ուրեմն

$$\frac{1}{9} = \frac{37-3}{90} = \frac{34}{90} = \frac{17}{45}$$

Նոյնպէս

$$1 \cdot 0 \cdot 21\dot{5} = \frac{215-2}{990} = \frac{213}{990} = \frac{71}{330}$$

$$2 \cdot 0 \cdot 3170\dot{8} = \frac{31708-31}{99900} = \frac{31677}{99900} = \frac{10559}{33300}$$

$$3 \cdot 45 \cdot 2371\dot{3} = 45 \frac{23713-23}{99900} = 45 \frac{2369}{9990}$$

$$4 \cdot 0 \cdot 8\dot{3} = \dots$$

$$5 \cdot 0 \cdot 08\dot{3} = \dots$$

$$6 \cdot 4 \cdot 19\dot{6} = \dots$$

$$7 \cdot 0 \cdot 129\dot{6} = \dots$$

$$8 \cdot 3 \cdot 7351\dot{7} = \dots$$

$$9 \cdot 4 \cdot 97542\dot{1} = \dots$$

$$10 \cdot 0 \cdot 531902\dot{7} = \dots$$



$$\frac{1}{\omega + \frac{1}{\Gamma + \frac{1}{\Phi + \frac{1}{\tau + \frac{1}{\epsilon + \frac{1}{\zeta + \dots}}}}}}$$

կամ

$$\frac{1}{\omega + \frac{1}{\Gamma + \frac{1}{\Phi + \frac{1}{\tau + \frac{1}{\epsilon + \frac{1}{\zeta + \dots}}}}}}$$

յորում ամբողջական քանակութիւնքն  $\omega, \Gamma, \Phi, \dots$  ասին անկապաբ  $\omega$  անորոշ, և կոտորակքն  $\frac{1}{\omega}, \frac{1}{\Gamma}, \frac{1}{\Phi}$  կոչին անդամք

կամ ամբողջացուցիչ կոտորակք: Եթէ չափ և սահման դուրսէ թուոյ անդամոց շարունակ կոտորակին, ասի հոանաւոր, ապա թէ ոչ անհոան: Կամ պարբերական շարունակ կոտորակ, յորժամ սահմանեալ ինչ թիւ անդամոցն միով կարգաւ պարբերիցին: Զոր օրինակ

$$\frac{1}{\omega + \frac{1}{\Gamma + \frac{1}{\Phi + \frac{1}{\tau + \frac{1}{\epsilon + \dots + \frac{1}{\omega + \frac{1}{\Gamma + \frac{1}{\Phi + \frac{1}{\tau + \frac{1}{\epsilon + \dots}}}}}}}}}}$$

է շարունակ կոտորակ, որ սահմանեալ ինչ թուով անդամոցն կատարի: Իսկ

$$\frac{1}{\omega + \frac{1}{\omega + \frac{1}{\omega + \frac{1}{\omega + \frac{1}{\omega + \dots}}}}}}$$

կամ



$$J_{n-5} = J_{n-2} + J_{n-1} + J_{n-1} \quad \gg \quad J_{n-1} < J_{n-2} \text{ է ուստի}$$

$$\frac{J_{n-5}}{J_{n-2}} + J_{n-1} + \frac{J_{n-1}}{J_{n-2}}$$

$$J_{n-2} = J_{n-1} + J_n + 1 \quad \gg \quad 1 < J_{n-1} \text{ է ուստի}$$

$$\frac{J_{n-2}}{J_{n-1}} = J_n + \frac{1}{J_{n-1}}$$

Արդ եթէ զհաւասար զօրութիւն  $\frac{m}{F}$  կոտորակին յընդհա-  
նուր օրինակէս խնդրիցեմք, քտանեմք

$$\frac{m}{F} = +_0 + \frac{J_0}{F} = +_0 + \frac{J_0}{J_0 + J_1 + J_1}$$

$$= +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{J_1}{J_0}} = +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{J_1}{J_1 + J_2 + J_2}}$$

$$= +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{J_2}{J_2}}} = +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{J_2}{J_2 + J_3 + J_3}}}$$

$$= +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{J_3}{J_2}}}} = +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{J_3}{J_3 + J_4 + J_4}}}}$$

$$= +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{1}{+_4 + \dots + \frac{1}{+_n + \frac{J_{n-2}}{J_{n-5}}}}}}}$$

$$= +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{1}{+_4 + \dots + \frac{1}{+_n + \frac{1}{+_n + \frac{J_{n-1}}{J_{n-2}}}}}}}}$$

$$\frac{\infty}{F} = \phi_0 + \frac{1}{\phi_1 + \frac{1}{\phi_2 + \frac{1}{\phi_3 + \frac{1}{\phi_4 + \dots + \frac{1}{\phi_{m-2} + \frac{1}{\phi_{m-1} + \frac{1}{\phi_m}}}}}}$$

Ապա ուրեմն յասացելոցս իմացեալ տեսանի եթէ հասարակ կոտորակ ինչ  $\frac{\infty}{F}$  վերածիցի 'ի շարունակ, յորժամ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար  $m$  և  $F$  քանակութեանց խնդրիցի, և քանորդքն  $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$  առնուցուն հետ զհետէ անուանիչ անդամոց շարունակ կոտորակին :

Եթէ  $\frac{\infty}{F}$  յատուկ կոտորակ իցէ, այսինքն  $m < F$ , յայնժամ  $\phi_0 = 0$  լինիցի, ուստի և

$$\frac{\infty}{F} = \frac{1}{\phi_1 + \frac{1}{\phi_2 + \frac{1}{\phi_3 + \frac{1}{\phi_4 + \dots}}}}$$

ii. Խնդրի վերածել զհասարակ կոտորակն  $\frac{2704}{655}$  'ի շարունակ .

2704 : 655 = 4	մնացորդաւս	84
655 : 84 = 7	»	67
84 : 67 = 1	»	17
67 : 17 = 3	»	16
17 : 16 = 1	»	1
16 : 1 = 16		

կամ համառօտիւ ևս

	$\overset{4}{\frown}$	$\overset{7}{\frown}$	$\overset{1}{\frown}$	$\overset{3}{\frown}$	$\overset{1}{\frown}$	$\overset{16}{\frown}$						
2704	:	655	:	84	:	67	:	17	:	16	:	1
2620		588		67		51		16		16		
<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>
84		67		17		16		1		0		

ուստի և

$$\frac{2704}{655} = 4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{16}}}}}$$

բ. Խնդրի վերածել զհասարակ կոտորակն  $\frac{69}{151}$  ՚ի շա-

րունակ .

$$\begin{array}{ccccccc} & \overset{2}{\frown} & & \overset{5}{\frown} & & \overset{5}{\frown} & & \overset{4}{\frown} \\ 151 & : & 69 & : & 13 & : & 4 & : & 1 \\ 13 & & 4 & & 4 & & 0 & & \end{array}$$

ուստի և

$$\frac{69}{151} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

գ. Խնդրի վերածել զհասարակ կոտորակն  $\frac{108}{887}$  ՚ի շա-

րունակ .

$$\begin{array}{ccccccccc} & \overset{8}{\frown} & & \overset{4}{\frown} & & \overset{1}{\frown} & & \overset{2}{\frown} & & \overset{5}{\frown} & & \overset{2}{\frown} \\ 887 & : & 108 & : & 23 & : & 16 & : & 7 & : & 2 & : & 1 \\ 23 & & 16 & & 7 & & 2 & & 1 & & 0 & & \end{array}$$

ուստի և

$$\frac{108}{887} = \frac{1}{8 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}}}$$

դ. Ըստ նմին օրինակի վերածին ՚ի շարունակ առաջիկայ հասարակ կոտորակք .

$$1 \cdot \frac{25}{11} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$2 \cdot \frac{37}{15} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{7}}$$

$$3 \cdot \frac{92}{381} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{13}}}$$

$$4 \cdot \frac{334}{725} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{8}}}}}$$

151. Եւ փոխադարձաբար, առ ՚ի վերածել զշարունակ կոտորակինչ ՚ի հասարակ, սարտ է ունել զհակառակ շաւիղ: Իցէ ընդհանրապէս շարունակ կոտորակն

$$m + \frac{1}{F + \frac{1}{\phi + \frac{1}{\tau + \frac{1}{\xi + \frac{1}{\eta + \dots}}}}}$$

առեալ նախ զմի միայն եզր, ապա զերկուս, ապա զերիս, . . . և վերածելով հեռզհեռէ ՚ի հասարակաց անուանիչ սկսեալ, ՚ի վերջնոյն, դասնիցին առաջիկայ կոտորակքդ .

$$m = \frac{m}{1}$$

$$m + \frac{1}{F} = \frac{mF + 1}{F}$$

$$m + \frac{1}{F + \frac{1}{\phi}} = m + \frac{\phi}{F\phi + 1} = \frac{mF\phi + m + \phi}{F\phi + 1}$$

$$m + \frac{1}{F + \frac{1}{\phi + \frac{1}{\tau}}} = m + \frac{1}{F + \frac{\tau}{\phi\tau + 1}} = m + \frac{\phi\tau + 1}{F\phi\tau + F + \tau}$$

$$= \frac{mF\phi\tau + mF + m\tau + \phi\tau + 1}{F\phi\tau + F + \tau}$$

և այսպէս հեռզհեռէ :



Προκύπτει

$$1 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} \right) = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{13}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}} = 1 + \frac{1}{\frac{30}{13}} = 1 + \frac{13}{30} = \frac{43}{30}$$

$$2 \cdot \left( \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{8 + \frac{1}{5}}}} \right) = \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{41}{5}}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{5}{41}}} =$$

$$= \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{128}{41}}} = \frac{1}{4 + \frac{41}{128}} = \frac{1}{\frac{553}{128}} = \frac{128}{553}$$

$$3 \cdot \left( \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}} \right) = \frac{23}{131}$$

$$4 \cdot \left( 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4}}}} \right) = \frac{111}{40}$$

$$5 \cdot \left( \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}} \right) = \frac{17}{57}$$

$$6 \cdot \left( 1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{9 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}} \right) = \frac{1103}{887}$$

$$7 \cdot 4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{16 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{15}}}}}}}}$$

$$\frac{86400}{20929}$$

### ՀԱՏՈՒԱԾ Պ.

Յադագս մերձանայեաց կոտորակաց  
և յատկոչքեանց ևոցին :

132. Եթէ 'ի շարունակ ինչ կոտորակէ առաջին, կամ երկրորդ, կամ երրորդ, . . . և կամ ներորդ անդամքն միայն առնուցուն և այլք որ զինի գան 'ի բաց թողուցուն, և այնոքիկ որ առան 'ի հասարակ կոտորակ վերածիցին, անուանեալ կոչին Տերձաւոր կամ Տերձահայեաց կոտորակ :

Որպէս եթէ իցէ շարունակ կոտորակդ

$$+_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{1}{+_4 + \frac{1}{+_5 + \dots}}}}}}$$

և մերձաւոր կամ մերձահայեաց կոտորակքն ըստ կարգի անդամոցն զայս օրինակ նշանակիցին

$$\frac{\xi_0}{\alpha_0}, \frac{\xi_1}{\alpha_1}, \frac{\xi_2}{\alpha_2}, \frac{\xi_3}{\alpha_3}, \frac{\xi_4}{\alpha_4}, \dots, \frac{\xi_n}{\alpha_n}$$

յայտ է եթէ լինիցի

$$\frac{\xi_0}{\alpha_0} = +_0 = \frac{+_0}{1}$$

$$\frac{\xi_1}{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1}$$

$$\frac{\xi_2}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2}}}$$

$$\frac{\xi_3}{\alpha_3} = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\alpha_3}}}}$$

և ընդհանրապէս

$$\frac{\xi_n}{\alpha_n} = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\alpha_3 + \frac{1}{\alpha_4 + \frac{1}{\alpha_5 + \dots + \frac{1}{\alpha_{n-1} + \frac{1}{\alpha_n}}}}}}}}$$

Աստանօր ինքնին իմացեալ տեսանի եթէ 'ի հունաւոր շարունակ կոտորակս վերջին մերձահայեաց կոտորակն հաւասար է ծնանող հասարակ կոտորակին :

133. Հայեցողութիւն . — Ամենայն մերձահայեաց կոտորակ բացատրի 'ի ձեռն երկուց նախընթաց մերձահայեաց կոտորակաց . այսինքն է համարիչ նորա հաւասար է համարչի նախընթացին բազմապատկեալ 'ի ձեռն անուանչի վերջին ամբողջացուցիչ կոտորակին և յաւելեալ 'ի համարիչ նախընթացի այսր վերջընթեր կոտորակի . նոյնպէս անուանիչ ամենայն մերձահայեաց կոտորակի հաւասար է անուանչի նախընթացին բազմապատկեալ 'ի ձեռն անուանչի վերջին ամբողջացուցիչ կոտորակին և յաւելեալ յանուանիչ նախընթացի այսր վերջընթեր կոտորակի :

Որպէս

$$\frac{\xi_0}{\alpha^0} = \frac{\alpha_0}{1}$$

$$\frac{\xi_1}{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{\alpha_1}} = \frac{\alpha_0 \alpha_1 + 1}{\alpha_1}$$

$$\frac{\zeta_2}{\Omega_2} = +_0 + \frac{+}{+_1 + \frac{1}{+_2}} = \frac{+_0+_1+_2 + +_2 + +_0}{+_1+_2 + 1} = \frac{+_2(+_0+_1+1) + +_0}{+_1+_2+1}$$

$$\frac{\zeta_3}{\Omega_3} = +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3}}} = \frac{+_0+_1+_2+_3 + +_0+_3 + +_2+_3 + +_0+_1+1}{+_1+_2+_3 + +_3 + +_1}$$

$$= \frac{+_3(+_0+_1+_2 + +_0 + +_2) + +_0+_1+1}{+_3(+_1+_2+1) + +_1}$$

$$\frac{\zeta_4}{\Omega_4} = +_0 + \frac{1}{+_1 + \frac{1}{+_2 + \frac{1}{+_3 + \frac{1}{+_4}}}}$$

$$= \frac{+_0+_1+_2+_3+_4 + +_2+_3+_4 + +_0+_3+_4 + +_0+_1+_4 + +_4 + +_0+_1+_2 + +_2 + +_0}{+_1+_2+_3+_4 + +_3+_4 + +_1+_4 + +_1+_2+1}$$

$$= \frac{+_4(+_0+_1+_2+_3 + +_2+_3 + +_0+_3 + +_0+_1+1) + +_0+_1+_2 + +_2 + +_0}{+_4(+_1+_2+_3 + +_3 + +_1) + +_1+_2+1}$$

վասն որոյ

- $\zeta_0 = +_0$ , և  $\Omega_0 = 1$ ,
- $\zeta_1 = +_0+_1+1$ , և  $\Omega_1 = +_1$ ,
- $\zeta_2 = +_2\zeta_1 + \zeta_0$ , և  $\Omega_2 = +_2\Omega_1 + \Omega_0$ ,
- $\zeta_3 = +_3\zeta_2 + \zeta_1$ , և  $\Omega_3 = +_3\Omega_2 + \Omega_1$ ,
- $\zeta_4 = +_4\zeta_3 + \zeta_2$ , և  $\Omega_4 = +_4\Omega_3 + \Omega_2$ ,

ըստ նմին օրինակի

- $\zeta_5 = +_5\zeta_4 + \zeta_3$ , և  $\Omega_5 = +_5\Omega_4 + \Omega_3$ ,
- $\zeta_6 = +_6\zeta_5 + \zeta_4$ , և  $\Omega_6 = +_6\Omega_5 + \Omega_4$ ,

և ընդհանրապէս

$$\zeta_n = +_n \zeta_{n-1} + \zeta_{n-2}, \text{ և } \Omega_n = +_n \Omega_{n-1} + \Omega_{n-2} :$$

Առ միմեանս փոխանակաւ կցորդուծիւն անդամոց մերձահայեաց կոտորակաց դիւրէ յոյժ զգիւտ նոցին, և հաստատուն իմն օրէնս ընծայէ մեզ :

Իցէ կոտորակն  $\frac{\zeta'_4}{\Omega_4}$ , և ՚ի քնին առնուցուն մասունք շա-

բունակ կոտորակին որ պատշաճիցին  $\frac{\xi_3}{\mathcal{U}_3}$  և  $\frac{\xi_4}{\mathcal{U}_4}$  կոտորակաց .

տեսանի զի  $\frac{\xi_4}{\mathcal{U}_4}$  կազմիցի 'ի կոտորակէն  $\frac{\xi_5}{\mathcal{U}_5}$ , միայն եթէ փոխա-

նակիցի 'ի նմա  $+3$  ընդ  $+3 + \frac{1}{+4}$  . քանզի

$$\begin{aligned} \frac{\xi_4}{\mathcal{U}_4} &= \frac{\xi_2 \left( +3 + \frac{1}{+4} \right) + \xi_1}{\mathcal{U}_2 \left( +3 + \frac{1}{+4} \right) + \mathcal{U}_1} = \frac{\xi_2(+3+4+1) + +4 \xi_1}{\mathcal{U}_2(+3+4+1) + +4 \mathcal{U}_1} = \\ &= \frac{(+3\xi_2 + \xi_1)+4 + \xi_2}{(+3\mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_1)+4 + \mathcal{U}_2} = \frac{+4\xi_3 + \xi_2}{+4\mathcal{U}_5 + \mathcal{U}_2} \end{aligned}$$

Ըստ այսմ օրինակի  $\frac{\xi_5}{\mathcal{U}_5}$  կազմիցի 'ի կոտորակէն  $\frac{\xi_6}{\mathcal{U}_6}$ , միայն եթէ

փոխանակիցի 'ի նմա  $+4$  ընդ  $+4 + \frac{1}{+5}$ , ուստի

$$\begin{aligned} \frac{\xi_5}{\mathcal{U}_5} &= \frac{\xi_3 \left( +4 + \frac{1}{+5} \right) + \xi_2}{\mathcal{U}_3 \left( +4 + \frac{1}{+5} \right) + \mathcal{U}_2} = \frac{\xi_3(+4+5+1) + +5 \xi_2}{\mathcal{U}_3(+4+5+1) + +5 \mathcal{U}_2} = \\ &= \frac{(+4\xi_3 + \xi_2)+5 + \xi_3}{(+4\mathcal{U}_3 + \mathcal{U}_2)+5 + \mathcal{U}_3} = \frac{+5\xi_4 + \xi_3}{+5\mathcal{U}_4 + \mathcal{U}_3} \end{aligned}$$

Նոյնպէս և

$$\frac{\xi_6}{\mathcal{U}_6} = \frac{+6\xi_5 + \xi_4}{+6\mathcal{U}_5 + \mathcal{U}_4}$$

$$\frac{\xi_7}{\mathcal{U}_7} = \frac{+7\xi_6 + \xi_5}{+7\mathcal{U}_6 + \mathcal{U}_5}$$

և ընդհանրապէս

$$\frac{\xi_n}{\mathcal{U}_n} = \frac{+n\xi_{n-1} + \xi_{n-2}}{+n\mathcal{U}_{n-1} + \mathcal{U}_{n-2}}$$

Միտ եղեալ յատկութեանց այսոցիկ կոտորակաց, տեսանիցի զի 'ի ձեռն երկուց առաջին կոտորակաց մարթ է պը-

տանել անաշխատ զմերձաւոր կոտորակս կարգ ըստ կարգէ ,  
որով և զկոտորակն ծնանող հունաւոր շարունակ կոտորակի :  
Թ . Խնդրին մերձահայեաց կոտորակք շարունակ կոտորա-  
կին

$$3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6}}}}}}}$$

գտանին

$$\frac{\zeta_0}{U_0} = 3 = \frac{3}{1},$$

$$\frac{\zeta_1}{U_1} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{7}{2},$$

$$\frac{\zeta_2}{U_2} = \frac{4 \cdot \zeta_1 + \zeta_0}{4 \cdot U_1 + U_0} = \frac{4 \cdot 7 + 3}{4 \cdot 2 + 1} = \frac{31}{9},$$

$$\frac{\zeta_3}{U_3} = \frac{3 \cdot \zeta_2 + \zeta_1}{3 \cdot U_2 + U_1} = \frac{3 \cdot 31 + 7}{3 \cdot 9 + 2} = \frac{100}{29},$$

$$\frac{\zeta_4}{U_4} = \frac{5 \cdot \zeta_3 + \zeta_2}{5 \cdot U_3 + U_2} = \frac{5 \cdot 100 + 31}{5 \cdot 29 + 9} = \frac{531}{154},$$

$$\frac{\zeta_5}{U_5} = \frac{2 \cdot \zeta_4 + \zeta_3}{2 \cdot U_4 + U_3} = \frac{2 \cdot 531 + 100}{2 \cdot 154 + 29} = \frac{1162}{337},$$

$$\frac{\zeta_6}{U_6} = \frac{3 \cdot \zeta_5 + \zeta_4}{3 \cdot U_5 + U_4} = \frac{3 \cdot 1162 + 531}{3 \cdot 337 + 154} = \frac{4017}{1165},$$

$$\frac{\zeta_7}{U_7} = \frac{6 \cdot \zeta_6 + \zeta_5}{6 \cdot U_6 + U_5} = \frac{6 \cdot 4017 + 1162}{6 \cdot 1165 + 337} = \frac{25264}{7327},$$

ուստի և  $\frac{25264}{7327}$  է հասարակ կոտորակն ծնանող առեւալ շա-  
րունակ կոտորակին :

բ. Խնդրին մերձահայեաց կոտորակք շարունակ կոտորակին

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}}}$$

և գտանին

$$\frac{\xi_1}{U_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\xi_2}{U_2} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{\xi_3}{U_3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{4 \cdot 7 + 2} = \frac{13}{30}$$

$$\frac{\xi_4}{U_4} = \frac{5 \cdot 13 + 3}{5 \cdot 30 + 7} = \frac{68}{157}$$

$$\frac{\xi_5}{U_5} = \frac{6 \cdot 68 + 13}{6 \cdot 157 + 30} = \frac{421}{972}$$

դ. Խնդրին մերձահայեաց կոտորակք շարունակ կոտորակին

$$1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}}}$$

և են

$$\frac{1}{1}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{14}{11}, \frac{75}{59}, \frac{164}{129} :$$

ե. Խնդրին մերձահայեաց կոտորակք շարունակ կոտորակին

$$2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{11}}}}}}$$

և են

$$\frac{2}{1}, \frac{11}{5}, \frac{24}{11}, \frac{35}{16}, \frac{129}{59}, \frac{164}{73}, \frac{1933}{884} :$$

134. Հայեցողութիւն. — Ամենայն մերձաւոր կոտորակք անզոյք կարգի փոքրագոյն են քան զզօրութիւն շարունակ կոտորակին. և ամենայն մերձաւոր կոտորակք զոյք կարգի մեծագոյն են քան զզօրութիւն շարունակ կոտորակին :

Իցեն  $b_1, b_2, b_3, b_4, \dots$  անդամքն ՚ի բաց թողեալք զկնի առաջնոյն, երկրորդին, երրորդին,  $\dots$  ուստի և

$$\begin{aligned} \frac{\zeta}{\alpha} &= \ast + \frac{1}{b_1 + \frac{1}{\ast}} = \ast + \frac{1}{b_1 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2 + \frac{1}{\ast}}}} \\ &= \ast + \frac{1}{b_1 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_3 + \frac{1}{\ast}}}}}} \\ &= \ast + \frac{1}{b_1 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_3 + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_4 + \frac{1}{\ast}}}}}}} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Արդ քանզի  $\ast + \frac{1}{b_1}$ , ուրեմն  $\ast < \ast + \frac{1}{b_1}$ , ասինքն  $\frac{\zeta_0}{\alpha_0} < \frac{\zeta}{\alpha}$  :

Դարձեալ քանզի  $\frac{1}{b_1} > \frac{1}{b_1 + b_2}$ , ուրեմն  $\ast + \frac{1}{b_1} > \ast + \frac{1}{b_1 + b_2}$ ,

այսինքն  $\frac{\zeta_1}{\alpha_1} > \frac{\zeta}{\alpha}$  : Ըստ սին օրինակի, քանզի  $\frac{1}{b_2} > \frac{1}{b_2 + b_3}$ ,

ուրեմն  $\ast + \frac{1}{b_2} > \ast + \frac{1}{b_2 + b_3}$ , ուստի և  $\frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2}} < \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2 + b_3}}$

ուստի  $\ast + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2}} < \ast + \frac{1}{\ast + \frac{1}{b_2 + b_3}}$ , այսինքն  $\frac{\zeta_2}{\alpha_2} < \frac{\zeta}{\alpha}$  : Սոյն

պէս գտանի  $\frac{\zeta_3}{\alpha_3} > \frac{\zeta}{\alpha}$ ,  $\frac{\zeta_4}{\alpha_4} < \frac{\zeta}{\alpha}$ ,  $\frac{\zeta_5}{\alpha_5} > \frac{\zeta}{\alpha}$ ,  $\dots$  և ընդհանրապէս

$$\frac{\zeta_{2\varphi}}{\alpha_{2\varphi}} < \frac{\zeta}{\alpha}, \text{ և } \frac{\zeta_{2\varphi+1}}{\alpha_{2\varphi+1}} > \frac{\zeta}{\alpha} :$$



Աւրեմն առաջին, երրորդ, հինգերորդ, . . . կոտորակքն են փոքրագոյն, և երկրորդ, չորրորդ, վեցերորդ, . . . կոտորակքն են մեծագոյն քան զտուեալ շարունակ կոտորակն : Սմին հակառակ եթէ իցէ  $+_0=0$ , յայնժամ անզոյդ կարգի մերձաւոր կոտորակքն մեծագոյն լինիցին, և զոյդ կարգի մերձաւոր կոտորակքն փոքրագոյն լինիցին քան զտուեալ շարունակ կոտորակն : Աստի ինքնին իմացեալ տեսանի եթէ ճշմարիտ զօրութիւն հասարակ կոտորակին բովանդակիցի ընդ մէջ յաջորդական մերձաւոր կոտորակաց :

153 . Հայեցողութիւն . — Եթէ յարտագրելոյ համարչին միոյ 'ի մերձաւոր կոտորակաց ընդ անուանիչ հետևորդին հանիցի արտագրեալ համարչի հետևորդին ընդ անուանիչ նախընթացին, տարբերութիւնն է  $+1$  կամ  $-1$ , ըստ որում առաջինն 'ի կոտորակաց աստի բովանդակիցէ զոյդ կամ անզոյդ անդամս :

Իցեն  $\frac{\xi_0}{u_0}, \frac{\xi_1}{u_1}, \frac{\xi_2}{u_2}, \frac{\xi_3}{u_3}, \dots, \frac{\xi_{n-1}}{u_{n-1}}, \frac{\xi_n}{u_n}$  յաջորդական

մերձաւոր կոտորակք, յորս  $\frac{\xi_n}{u_n}$  է վերջին և  $\frac{\xi_{n-1}}{u_{n-1}}$  նախընթաց վերջնոյն, վասն որոյ

$$\xi_0 u_1 - \xi_1 u_0 = +_0 +_1 - (+_0 +_1 + 1) \cdot 1 = -1,$$

$$\begin{aligned} \xi_1 u_2 - \xi_2 u_1 &= \xi_1 (+_2 u_1 + u_0) - u_1 (+_2 \xi_1 + \xi_0) = \\ &= \xi_1 u_0 - \xi_0 u_1 = +1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_2 u_3 - \xi_3 u_2 &= \xi_2 (+_3 u_2 + u_1) - u_2 (+_3 \xi_2 + \xi_1) = \\ &= \xi_2 u_1 - \xi_1 u_2 = -1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_3 u_4 - \xi_4 u_3 &= \xi_3 (+_4 u_3 + u_2) - u_3 (+_4 \xi_3 + \xi_2) = \\ &= \xi_3 u_2 - \xi_2 u_3 = +1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_4 u_5 - \xi_5 u_4 &= \xi_4 (+_5 u_4 + u_3) - u_4 (+_5 \xi_4 + \xi_3) = \\ &= \xi_4 u_3 - \xi_3 u_4 = -1 \end{aligned}$$

և ընդհանրապէս

$$\begin{aligned} \xi_{n-1} u_n - \xi_n u_{n-1} &= \xi_{n-1} (+_n u_{n-1} + u_{n-2}) - \\ &= u_{n-1} (+_n \xi_{n-1} + \xi_{n-2}) - \xi_{n-2} u_{n-1} = \pm 1, \end{aligned}$$

ըստ որ թուոյ անդամոցն զոյդ կամ անզոյդ լինելոյ :

136. Հայեցողութիւն. — Տարբերութիւն երկուց յաջորդական մերձաւոր կոտորակաց է միշտ  $\pm 1$  բաժանեալ յարտադրեալ անուանչաց նոցա :

$$\text{Իցե՛ն } \frac{\xi_0}{U_0}, \frac{\xi_1}{U_1}, \frac{\xi_2}{U_2}, \frac{\xi_3}{U_3}, \dots, \frac{\xi_{n-1}}{U_{n-1}}, \frac{\xi_n}{U_n} \text{ յաջորդական մերձաւոր կոտորակք . արդ}$$

ձաւոր կոտորակք . արդ

$$\frac{\xi_0}{U_0} - \frac{\xi_1}{U_1} = \frac{\xi_0 U_1 - \xi_1 U_0}{U_0 U_1} = -\frac{1}{U_0 U_1},$$

$$\frac{\xi_1}{U_1} - \frac{\xi_2}{U_2} = \frac{\xi_1 U_2 - \xi_2 U_1}{U_1 U_2} = +\frac{1}{U_1 U_2},$$

$$\frac{\xi_2}{U_2} - \frac{\xi_3}{U_3} = \frac{\xi_2 U_3 - \xi_3 U_2}{U_2 U_3} = -\frac{1}{U_2 U_3},$$

$$\frac{\xi_3}{U_3} - \frac{\xi_4}{U_4} = \frac{\xi_3 U_4 - \xi_4 U_3}{U_3 U_4} = +\frac{1}{U_3 U_4},$$

և ընդհանրապէս

$$\frac{\xi_{n-1}}{U_{n-1}} - \frac{\xi_n}{U_n} = \frac{\xi_{n-1} U_n - \xi_n U_{n-1}}{U_{n-1} U_n} = \pm \frac{1}{U_{n-1} U_n} :$$

Ի կանոնաց անախ յօրինուածոյ մերձաւոր կոտորակաց (135) յայնապէս երևի, եթէ անուանիչք նոցա մի ըստ միօջէ աճեն, որպէս զի լինել  $U_0 < U_1 < U_2 < U_3 < U_4 \dots$  և ընդհանրապէս  $U_{n-1} < U_n$  : Ասախ իմացեալ տեսանի եթէ

$$U_0 U_1 < U_1 U_2 < U_2 U_3 < U_3 U_4 < \dots < U_{n-2} U_{n-1} < U_{n-1} U_n,$$

ուստի և

$$\frac{1}{U_0 U_1} > \frac{1}{U_1 U_2} > \frac{1}{U_2 U_3} > \frac{1}{U_3 U_4} > \dots > \frac{1}{U_{n-2} U_{n-1}} > \frac{1}{U_{n-1} U_n} :$$

137. Հայեցողութիւն. — Տարբերութիւն մերձաւոր կոտորակի միօջ 'ի ճշմարտէն փոքրագոյն է միշտ քան զ1 բաժանեալ 'ի քառակուսի անուանչի մերձաւոր կոտորակին այնորիկ :

Քանզի որովհետև ճշմարիտ կոտորակն բովանդակի միշտ 'ի մէջ երկուց յաջորդական մերձահայեաց կոտորակաց, վասն

որոյ չիք երկբայութիւն եթէ տարբերութիւնն  $\frac{\xi}{U} - \frac{\xi_0}{U_0}$  փո-

քրագոյն է քան զտարբերութիւնն  $\frac{\xi_1}{U_1} - \frac{\xi_0}{U_0}$ , ուստի

$$\frac{\xi}{U} - \frac{\xi_0}{U_0} < \frac{1}{U_0 U_1}$$

բայց որովհետեւ  $U_1 > U_0$ , ուստի և  $U_0 U_1 > U_0 U_0 > (U_0)^2$ , ա-

յա ուրեմն  $\frac{1}{U_0 U_1} < \frac{1}{(U_0)^2}$ , և առաւել ևս

$$\frac{\xi}{U} - \frac{\xi_0}{U_0} < \frac{1}{(U_0)^2}$$

Ըստ այսմ օրինակի

$$\frac{\xi_1}{U_1} - \frac{\xi}{U} < \frac{1}{(U_1)^2},$$

$$\frac{\xi}{U} - \frac{\xi_2}{U_2} < \frac{1}{(U_2)^2},$$

$$\frac{\xi_3}{U_3} - \frac{\xi}{U} < \frac{1}{(U_3)^2},$$

$$\frac{\xi}{U} - \frac{\xi_4}{U_4} < \frac{1}{(U_4)^2},$$

և զի  $(U_0)^2 < (U_1)^2 < (U_2)^2 < (U_3)^2 < (U_4)^2 < \dots < (U_n)^2$ , ապա ուրեմն և

$$\frac{1}{(U_0)^2} > \frac{1}{(U_1)^2} > \frac{1}{(U_2)^2} > \frac{1}{(U_3)^2} > \frac{1}{(U_4)^2} > \dots > \frac{1}{(U_n)^2} :$$

Այսինքն է . տարբերութիւնքն յաջորդական մերձաւոր կոտորակաց ՚ի ճշմարտէն հետզհետէ նուազեն, վասն այնորիկ յաջորդական մերձաւոր կոտորակք երթալով երթան և ՚ի տուեալ կոտորակն մերձենան, մինչև վերջինն գայ ելանէ նոյն ինքն կոտորակն տուեալ . և այս է սլառձառ մերձաւոր կոտորակաց կոչելոյ նաև Բերնուլիացի ՚ի զօրութիւն առաջարկեալ շարունակ կոտորակին :

138 . Պարզէսցուք օրինակաւ զնախընթաց քառեակ հայեցողութիւնսն :

ըցէ  $\frac{3178}{625}$ , որ էթէ վերածիցի 'ի շարունակ կոտորակ,  
ծագիցեն

$$\frac{3178}{625} = 5 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}}}$$

մերձահայեաց կոտորակք

$$\frac{5}{1}, \frac{56}{11}, \frac{61}{12}, \frac{239}{47}, \frac{300}{59}, \frac{1439}{283}, \frac{3178}{625}$$

զորս վերածեալ 'ի տասնորդական կոտորակս, ելանիցեն

$$\frac{\zeta_0}{\alpha_0} = \frac{5}{1} = 5 \cdot 000000,$$

$$\frac{\zeta_1}{\alpha_1} = \frac{56}{11} = 5 \cdot 090909,$$

$$\frac{\zeta_2}{\alpha_2} = \frac{61}{12} = 5 \cdot 083333,$$

$$\frac{\zeta_3}{\alpha_3} = \frac{239}{47} = 5 \cdot 085106,$$

$$\frac{\zeta_4}{\alpha_4} = \frac{300}{59} = 5 \cdot 084757,$$

$$\frac{\zeta_5}{\alpha_5} = \frac{1439}{283} = 5 \cdot 084805,$$

$$\frac{\zeta_6}{\alpha_6} = \frac{3178}{625} = 5 \cdot 084800,$$

և քանզի առեալ կոտորակն է  $\frac{\zeta}{\alpha} = \frac{\zeta_6}{\alpha_6} = 5 \cdot 084800$ , լան

որոյ ինքնին խմացեալ տեսանի

իւ. Եթէ առաջին, երրորդ, հինգերորդ կոտորակքն են  
փոքրագոյն. և երկրորդ, չորրորդ կոտորակքն են մեծագոյն  
քան զառեալ կոտորակն :

բ. Եթէ առանց դժուարութեան տեսանիցի լինել

$$\begin{aligned} 5 \cdot 11 &= 56 \cdot 1 = -1, \\ 56 \cdot 12 &= 61 \cdot 11 = +1, \\ 61 \cdot 47 &= 239 \cdot 12 = -1, \\ 239 \cdot 59 &= 300 \cdot 47 = +1, \\ 300 \cdot 283 &= 1439 \cdot 59 = -1, \\ 1439 \cdot 625 &= 3178 \cdot 283 = +1, \end{aligned}$$

և վասն այնորիկ

գ. Եթէ

$$\frac{5}{1} - \frac{56}{11} = -\frac{1}{1 \cdot 11},$$

$$\frac{56}{11} - \frac{61}{12} = +\frac{1}{11 \cdot 12},$$

$$\frac{61}{12} - \frac{239}{47} = -\frac{1}{12 \cdot 47},$$

$$\frac{239}{47} - \frac{300}{59} = +\frac{1}{47 \cdot 59},$$

$$\frac{300}{59} - \frac{1439}{283} = -\frac{1}{59 \cdot 283},$$

$$\frac{1439}{283} - \frac{3178}{625} = +\frac{1}{283 \cdot 625}.$$

դ. Եթէ տարբերութիւնք որ ղինչ և իցէ մերձահայեաց  
կոտորակի ՚ի տուեալ կոտորակէն դասանիցին լինել

$$\frac{3178}{625} - \frac{5}{1} = 5 \cdot 084800 - 5 \cdot 000000 =$$

$$= 0 \cdot 084800 < \frac{1}{(1)^2} = 1 \cdot 000 \dots$$

$$\frac{56}{11} - \frac{3178}{625} = 5 \cdot 090909 - 5 \cdot 084800 =$$

$$= 0 \cdot 006109 < \frac{1}{(11)^2} = 0 \cdot 008 \dots$$

$$\frac{3178}{625} - \frac{61}{12} = 5.084800 - 5.083333 =$$

$$= 0.001467 < \frac{1}{(12)^2} = 0.007 \dots$$

$$\frac{239}{47} - \frac{3178}{625} = 5.085106 - 5.084800 =$$

$$= 0.000306 < \frac{1}{(47)^2} = 0.0004 \dots$$

$$\frac{3178}{625} - \frac{300}{59} = 5.084800 - 5.084757 =$$

$$= 0.000043 < \frac{1}{(59)^2} = 0.0002 \dots$$

$$\frac{1439}{283} - \frac{3178}{625} = 5.084805 - 5.084800 =$$

$$= 0.000005 < \frac{1}{(283)^2} = 0.00001 \dots$$

159. Հայեցողութիւն . — Ի մէջ երկուց յաջորդական մերձահայեաց կոտորակաց ոչ կարէ անկանիլ այլ հասարակ կոտորակ, որոյ անուանիչն չիցէ մեծագոյն քան զանուանիչս այսոցիկ երկուց մերձահայեաց կոտորակաց :

Իցէ կոտորակն  $\frac{f}{z}$  որ անկանիցի ՚ի մէջ յաջորդական մերձահայեաց կոտորակացն  $\frac{z}{u}$  և  $\frac{z}{u+1}$ , և ք իցէ զոյգ : Արով հետևե

$$\frac{z}{u} > \frac{f}{z} > \frac{z}{u+1},$$

ուստի

$$\frac{z}{u} - \frac{f}{z} < \frac{z}{u} - \frac{z}{u+1},$$

կամ

$$\frac{z \cdot z}{u \cdot z} - \frac{u \cdot f}{u \cdot z} < \frac{1}{u \cdot u+1} :$$

Բայց տարբերութիւնն

$$\frac{\xi_n}{U_n} - \frac{f}{n} = \frac{\xi_n \cdot n - U_n \cdot f}{U_n \cdot n}$$

ըստ մերումս ենթադրութեան հարկ է զի իցէ գրական. և որովհետև  $\xi_n$ ,  $U_n$ ,  $f$ ,  $n$  են ամբողջական թիւք, վասն որոյ  $\xi_n \cdot n - U_n \cdot f$  հարկ է զի իցէ ոչ միայն գրական, այլ նաև թիւ ամբողջական, ուստի  $> 1$  կամ  $= 1$ . որով փոքրագոյն զօրութիւնն զոր կարող իցէ առնուլ

$\frac{\xi_n \cdot n - U_n \cdot f}{U_n \cdot n}$  է  $\frac{1}{U_n \cdot n}$ . ուրեմն եթէ ընդհանրապէս հարկ է զի իցէ

$$\frac{\xi_n \cdot n - U_n \cdot f}{U_n \cdot n} < \frac{1}{U_n U_{n+1}}$$

առաւել ևս

$$\frac{1}{U_n \cdot n} < \frac{1}{U_n U_{n+1}}$$

կամ

$$U_n \cdot n > U_n U_{n+1},$$

և հետևաբար

$$n > U_{n+1} :$$

Դարձեալ, որովհետև

$$\frac{\xi_n}{U_n} > \frac{f}{n} > \frac{\xi_{n+1}}{U_{n+1}}$$

ուստի

$$\frac{f}{n} - \frac{\xi_{n+1}}{U_{n+1}} < \frac{\xi_n}{U_n} - \frac{\xi_{n+1}}{U_{n+1}}$$

կամ

$$\frac{U_{n+1} \cdot f - \xi_{n+1} \cdot n}{U_{n+1} \cdot n} < \frac{1}{U_n U_{n+1}},$$

ըստ վերագոյն ասացելոյս, հարկ է զի իցէ

$$\frac{1}{U_{n+1} \cdot n} < \frac{1}{U_n U_{n+1}}$$

կամ

$$U_{n+1} \cdot n > U_n U_{n+1},$$

և հետևաբար

$$n > U_n :$$

Նոյն ասպացուցութիւն է յորժամ  $\varphi$  իցէ անդոյգ :

140. Հայեցողութիւն . — Համարիչ և անուանիչ մերձաւոր կոտորակի միջ նախնական են միմեանց :

Քանզի եթէ  $Z_n$  և  $U_n$  քանակութեանց բաց 'ի 1 թուոյ գուցէ այլ մեծագոյն հասարակաց բաժանարար է, այնպէս զի իցէ  $Z_n = S_0$  և  $U_n = S_1$ , և որովհետև  $Z_{n-1} U_n - Z_n U_{n-1} = \pm 1$  (133), ուստի

$$Z_{n-1} S_1 - U_{n-1} S_0 = \pm 1$$

և կամ

$$Z_{n-1} S_1 - U_{n-1} S_0 = \pm \frac{1}{4}$$

որ է անտեղի . զի ամբողջական թիւն  $Z_{n-1} S_1 - U_{n-1} S_0$  հաւասար լինէր կոտորակային թուոյս  $\pm \frac{1}{4}$ . ասպա ուրեմն  $Z_n$  և  $U_n$  են նախնական միմեանց . զնոյն է իմանալ և զեզերաց այլոց մերձաւոր կոտորակաց :

### Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Մ Դ .

Յադագս կիրառուքեան շարունակ կոտորակաց :

141. Մեծապէս կարևոր և օգտակար են շարունակ կոտորակք 'ի չափաբերութեան . Քանզի յորժամ հարկ լինիցի բացատրել զհամեմատութիւն երկուց մեծամեծ թուոց, կամ երկուց առ միմեանս համեմատութեամբ նախնական թուոց, քանորդ նոցա վերածի 'ի շարունակ կոտորակ, և յաջորդական մերձահայեաց կոտորակք բացատրեն զննգրեալ համեմատութիւնն մերձաւորապէս :

ի . Խնդրի վերածել 'ի շարունակ կոտորակ զհամեմատութիւն շրջասպառի բոլորակին առ տրամագիծն, գիտելով զի է



մերձաւորապէս  $3.14159265358 \dots$  : Նշանակեալ յունական տառիւս  $\pi$  զհամեմատութիւնն զայն, և վերածելով զհասարակ կոտորակն  $\frac{314159265358}{100000000000}$  'ի շարունակ կոտորակ, ծագէ

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}}}}}}}$$

որոյ յաջորդական մերձահայեաց կոտորակքն են

$$\pi_0 = \frac{3}{1},$$

$$\pi_1 = \frac{22}{7}, \text{ համեմատութիւն Արքիմեդէայ .}$$

$$\pi_2 = \frac{22 \cdot 15 + 3}{7 \cdot 15 + 1} = \frac{333}{106},$$

$$\pi_3 = \frac{333 \cdot 1 + 22}{106 \cdot 1 + 7} = \frac{355}{113}, \text{ համեմատութիւն Մեդիոսի .}$$

$$\pi_4 = \frac{355 \cdot 292 + 333}{113 \cdot 292 + 106} = \frac{103993}{33102},$$

$$\pi_5 = \frac{103993 \cdot 1 + 355}{33102 \cdot 1 + 113} = \frac{104348}{33215}$$

որք փոխանակաւ փոքրագոյն և մեծագոյն են քան զառաջարկեալն :

Է. Խնդրի վերածել 'ի շարունակ կոտորակ զհամեմատութիւն աստեղաբաշխական տարւոյն ընդ քաղաքականին, գի-

տելով զի աստեղաբաշխական տարին առաւելու քան զքաղաքականն  $6^{\circ} 48' 50''$ ,  $2 : \text{Վան որոյ}$

$$5^{\circ} 48' 50'', 2 : 24 = 1^{\circ} : +$$

այսինքն զկնի քանի՞ ամաց այս առաւելու թիւն առնէ որ մի. և

$$+ \frac{24}{5^{\circ} 48' 50'', 2} = \frac{24}{5 \cdot 813944} = \frac{24000000}{5813944}$$

ուստի

$$+ = 4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{9 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}}}}}}}}}$$

որոյ յաջորդական մերձահայեաց կոտորակքն են

$$+_0 = \frac{4}{1},$$

$$+_1 = \frac{29}{7},$$

$$+_2 = \frac{29 \cdot 1 + 4}{7 \cdot 1 + 1} = \frac{33}{8},$$

$$+_3 = \frac{33 \cdot 4 + 29}{8 \cdot 4 + 7} = \frac{161}{39},$$

$$+_4 = \frac{161 \cdot 3 + 33}{39 \cdot 3 + 8} = \frac{516}{125},$$

$$+_5 = \frac{516 \cdot 9 + 161}{125 \cdot 9 + 39} = \frac{4805}{1164},$$

որք փոխանակաւ փոքրագոյն և մեծագոյն են քան զառաջարկեալն :

Գ. Խնդրի վերածելի շարունակ կատրակ զհամեմատու-  
թիւն արեգակնային ամսեան ընդ զուգընթացական ամսեան  
լուսնի, գիտելով զի առաջինն է 30<sup>օր</sup> 4368515 և երկրորդն է

$$29<sup>օր</sup> 5305887 : \text{Վասն որոյ } * = \frac{30<sup>օր</sup> 4368515}{29<sup>օր</sup> 5305887} = \frac{304368515}{295305887}$$

ուստի

$$* = 1 + \frac{1}{32 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}}}}}}}}$$

որոյ յաջորդական մերձահայեաց կատրակքն են

$$*_0 = \frac{1}{1}$$

$$*_1 = \frac{33}{32}$$

$$*_2 = \frac{33 \cdot 1 + 1}{32 \cdot 1 + 1} = \frac{34}{33}$$

$$*_3 = \frac{34 \cdot 1 + 33}{33 \cdot 1 + 32} = \frac{67}{65}$$

$$*_4 = \frac{67 \cdot 2 + 34}{65 \cdot 2 + 33} = \frac{168}{163}$$

$$*_5 = \frac{168 \cdot 2 + 67}{163 \cdot 2 + 65} = \frac{403}{391}$$

$$*_6 = \frac{403 \cdot 3 + 168}{491 \cdot 3 + 163} = \frac{1377}{1336}$$

որք փոխանակաւ փոքրագոյն և մեծագոյն են քան զառաջարկեալն :

Պ. Խնդրի վերածելի շարունակ կոտորակ զհամեմատու  
 Թիւն ճարտարապետական կանգնոյն Տաճկաց ընդ մէդրի,  
 գիտելով զի ճարտարապետական կանգունն Տաճկաց է

$$0.757738 \text{ մէդր և կամ } \alpha = \frac{757738}{1000000} \text{ վասն որոյ}$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2}}}}}}}}}}}}}}$$

որոյ յաջորդական մերձահայեաց կոտորակքն են

$$\alpha_1 = \frac{1}{1},$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{4},$$

$$\alpha_3 = \frac{3 \cdot 7 + 1}{4 \cdot 7 + 1} = \frac{22}{29},$$

$$\alpha_4 = \frac{22 \cdot 1 + 3}{29 \cdot 1 + 4} = \frac{25}{33},$$

$$\alpha_5 = \frac{25 \cdot 4 + 22}{33 \cdot 4 + 29} = \frac{122}{161},$$

$$\alpha_6 = \frac{122 \cdot 1 + 25}{161 \cdot 1 + 33} = \frac{147}{194},$$

$$\alpha_7 = \frac{147 \cdot 3 + 122}{194 \cdot 3 + 161} = \frac{563}{743},$$

$$\alpha_8 = \frac{563 \cdot 1 + 147}{743 \cdot 1 + 194} = \frac{710}{937},$$

$$\delta_9 = \frac{710 \cdot 1 + 563}{937 \cdot 1 + 743} = \frac{1273}{1680},$$

$$\delta_{10} = \frac{1273 \cdot 3 + 710}{1680 \cdot 3 + 937} = \frac{4529}{5977},$$

որք փոխանակաւ մեծագոյն և փոքրագոյն են քան զառաջարկեալն :

Է . Խնդրի վերածել 'ի շարունակ կոտորակ զհամեմատութիւն օքթային Տաճկաց ընդ հազարակրամի, գիտելով զի օքթան Տաճկաց է 1.282945 հազարակրամ, և կամ  $\ast = \frac{1282945}{1000000}$  . վասն որոյ

$$\ast = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{19 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7}}}}}}}}}}}}$$

որոյ յաջորդական մերձահայեաց կոտորակքն են

$$\ast_0 = \frac{1}{1},$$

$$\ast_1 = \frac{4}{3},$$

$$\ast_2 = \frac{4 \cdot 1 + 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{5}{4},$$

$$\ast_3 = \frac{5 \cdot 1 + 4}{4 \cdot 1 + 3} = \frac{9}{7},$$

$$\ast_4 = \frac{9 \cdot 6 + 5}{7 \cdot 6 + 4} = \frac{59}{46},$$

$$*5 = \frac{59 \cdot 1 + 9}{46 \cdot 1 + 7} = \frac{68}{53}$$

$$*6 = \frac{68 \cdot 3 + 59}{53 \cdot 3 + 46} = \frac{263}{205}$$

$$*7 = \frac{263 \cdot 1 + 68}{205 \cdot 1 + 53} = \frac{331}{258}$$

$$*8 = \frac{331 \cdot 19 + 263}{258 \cdot 19 + 205} = \frac{6552}{5107}$$

որք փոխանակաւ փոքրագոյն և մեծագոյն են քան զառաջարկեալն :

$$*1 = \frac{1 \cdot 1 + 0}{0 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{1}$$

$$*2 = \frac{1 \cdot 1 + 1}{1 \cdot 1 + 0} = \frac{2}{1}$$

$$*3 = \frac{1 \cdot 1 + 2}{1 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{2}$$

$$*4 = \frac{1 \cdot 1 + 3}{1 \cdot 1 + 2} = \frac{4}{3}$$

$$*5 = \frac{1 \cdot 1 + 4}{1 \cdot 1 + 3} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{1}$$

$$\frac{2}{1}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{4}$$

## ԳԼՈՒԽ ՎԵՑԵՐՈՐԴ

ՅԱՂԱԳՍ ՀԱՒԱՍՏԱՐՈՒԹԵԱՆՑ ԵՒ ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԵԱՆՑ

ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ

Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Ծ Ա .

Նախաշարիչ :

142 . Հանգիտութիւն երկուց կամ բազում ծանօթ և անծանօթ քանակութեանց, ասի հասարակութիւն : Նշանն հանգիտութեան (—) բաժանէ զհաւասարութիւնն յերկուս անդամս . ասէ կինն է առաջին և արջինն՝ երկուս :

Որպէս

$$* + \text{բ} = 4 - \tau, (* + 2)^2 = *^2 + 4* + 4, *^2 - 8 = 2*$$

Բայց հաւասարութիւնն ասի

ա . Հանգիտութիւն, յորում տուեալ և ծանօթ քանակութիւնք  $*$ ,  $\text{բ}$ ,  $4$ ,  $\tau$  ճշմարտեն զպայմանն

$$* + \text{բ} = 4 - \tau$$

Եթէ տացին նոցա մասնաւոր զօրութիւնք :

բ . Նոյնութիւն, յորում անծանօթ քանակութիւնն  $*$  ճշմարտէ միշտ զպայմանն

$$(* + 2)^2 = *^2 + 4* + 4$$

որ զինչ և իցէ մասնաւոր զօրութիւնք տացին նմա :

գ . Թոսակն, յորում անծանօթ քանակութիւնն  $*$  յայն ժամ միայն ճշմարտէ զպայմանն

$$x^2 - 8 = 2x$$

յորժամ տացին նմա թուական որոշեալ զօրութիւնք . զոր օրինակ  $x=4$  , և  $x=-2$  :

Զօրութիւնք անճանօթին ասին արժաքս հաւասարութեան . ուրեմն հաւասարութիւնն  $x^2 - 8 = 2x$  ունի կրկին արմատս զ4 և զ-2 , և գիւտ արմատոց հաւասարութեան անուանեալ կոչի ընծանս հաւասարութեան :

143 . Ըստ թուոյ անճանօթ քանակութեանց բովանդակելոց 'ի հաւասարութեան զանազանին մանժանօթ , էրկանժանօթ , եռանժանօթ , . . . բազմանժանօթ հաւասարութիւնք :

Որպէս

$x^2 - 4 = 12$	է	հաւասարութիւն միանճանօթ ,
$3x + 2r = 13$	»	երկանճանօթ ,
$2x - 3r + 4g = 1$	»	եռանճանօթ ,

ևւ . ևւ :

Հաւասարութիւնք ասին ընտան համ որոշեալ , յորս ծանուցեալ քանակութիւնք որոշեալ թուովք բացատրին . և գրահաշուական համ անորոշ , յորս ծանուցեալ քանակութիւնք անորոշ թուովք բացատրին :

Որպէս հաւասարութիւնն

$$8x + \frac{x}{4} = 66$$

է թուական , յորում անճանօթ քանակութիւնն է  $x$  և ծանուցեալ քանակութիւնքն են որոշեալ թիւքս 8 , 4 , 66 . և հաւասարութիւնն

$$*x + fr = 4$$

է գրահաշուական , յորում անճանօթ քանակութիւնքն են  $x$  ,  $r$  , և ծանուցեալքն են անորոշ թիւքս  $*$  ,  $f$  ,  $4$  :

Հաւասարութիւնք բաժանին դարձեալ յայլևայլ աստիճանս , ըստ բարձրութեան յայտարարին զոր ունիցի անճանօթն , եթէ մի միայն իցէ . իսկ եթէ բազում անճանօթք իցեն , ըստ մեծագոյն բովանդակութեան յայտարարաց անճանօթիցն մի և նոյն եզեր :



Որպէս հաւասարութիւնքն

$$\left. \begin{aligned} 5x + 4 &= 0 \\ x + 2r - 3r &= 8 \end{aligned} \right\} \text{էն } \bar{\omega} \text{ աստիճանի .}$$

$$\left. \begin{aligned} 2x^2 - 5x &= 10 \\ xr - x &= r + 2 \end{aligned} \right\} \text{էն } \bar{x} \text{ աստիճանի .}$$

$$\left. \begin{aligned} x^3 - 2x^2 + 5 &= 1 \\ 2x^2r - 4xr^2 - r &= 3x \end{aligned} \right\} \text{էն } \bar{x} \text{ աստիճանի .}$$

այլովքն հանդերձ. և հաւասարութիւնն

$$x^f + mx^{f-1} + px^{f-2} + qx^{f-3} + \dots + n = 0$$

է Տերորդ աստիճանի :

Հաւասարութիւնք առաջին աստիճանի ասին գծային , երկրորդ աստիճանի՝ քառասկիւնի , երրորդ աստիճանի՝ խորանարդ : Առ ՚ի գտանել զաստիճան հաւասարութեան պարտ է տալ նմա զպարզագոյն ձև , այսինքն պարտ է կարգել զայն :

Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Ծ Բ .

Յաղագս կարգելոյ զհաւասարութիւնս :

144. Ի կարգել զհաւասարութիւնս պարտ է ժողովել ՚ի մի անդամ զամենայն ծանօթ քանակութիւնս և թողուլ ՚ի միւսում զանձանօթսն ըստ նուազող կարգի յայտարարացն , և առնել զմեծագոյն կարողութիւն անձանօթին գրական և տալ նմա համարտագրող զմիութիւն : Արդ գործողութիւնք որ առաջնորդէն յայս վախճան հիմնին ՚ի վերայ սուղիկայ առածիս .

Եթէ հաւասար բացատրութիւնք հաւասարապէս փոփոխիցին , պարտին կալ և մնալ հաւասար :

Այս առած հիմնական վերածի ՚ի չորս առաջագրութիւնս :

ւ. Եթէ 'ի հաւասարս հաւասար քանակութիւնք յաւե-  
լուցուն, բովանդակութիւնքն կան և մնան հաւասար :

Իցէ

$$\frac{m\varphi}{F} + \varphi - \tau = \epsilon .$$

'ի հաւասարս յաւելեալ զհաւասար քանակութիւնն  $\tau$ , լի-  
նիցի

$$\frac{m\varphi}{F} + \varphi - \tau + \tau = \epsilon + \tau ,$$

և վերածելով

$$\frac{m\varphi}{F} + \varphi = \epsilon + \tau :$$

բ. Եթէ 'ի հաւասարից հաւասար քանակութիւնք բառ-  
նայցին, տարբերութիւնքն կան և մնան հաւասար :

Իցէ

$$\frac{m\varphi}{F} + \varphi = \epsilon + \tau .$$

'ի հաւասարից բարձեալ զհաւասար քանակութիւնն  $\varphi$ , լի-  
նիցի

$$\frac{m\varphi}{F} + \varphi - \varphi = \epsilon + \tau - \varphi$$

և վերածելով

$$\frac{m\varphi}{F} = \epsilon + \tau - \varphi :$$

Յերկուց առաջագրութեանց ատօի խմայեալ տեսանի ե-  
թէ առ 'ի փոխադրել զէզը ինչ 'ի միոյ անդամոյ 'ի միւս, շատ  
է ջնջել զայն 'ի միումն և յաւելուլ 'ի միւսումն հակառակ  
նշանաւ :

գ. Եթէ հաւասարք հաւասար քանակութեամբք բազմա-  
պատկիցին, արտադրեալքն կան և մնան հաւասար :

Իցէ

$$\frac{m\varphi}{F} = \epsilon + \tau - \varphi .$$

հաւասարք բազմապատկեալ հաւասար քանակութեամբն  $F$ ,  
լինիցի

$$\frac{mF}{F} = (t + r - q)F,$$

և վերածե՛լով

$$m = (t + r - q)F :$$

ի. Եթէ հաւասարք հաւասար քանակութեամբք բաժանիցին, քանորդքն կան և մնան հաւասար :

իցէ

$$m = (t + r - q)F .$$

հաւասարք բաժանեալ հաւասար քանակութեամբն *m*, լինիցի

$$\frac{m}{m} = \frac{(t + r - q)F}{m},$$

և վերածե՛լով

$$1 = \frac{(t + r - q)F}{m} :$$

Յերկուց առաջագրութեանց աստի իմացեալ տեսանի եթէ բաժանարար միոյ յանդամոց փոխադրի բազմապատկիչ միւսոյն . և փոխադարձաբար բազմապատկիչ միոյ յանդամոց փոխադրի բաժանարար միւսոյն :

143. Ապա ուրեմն ցայս վայր յասացելոցս իմացեալ տեսանի եթէ 'ի կարգել զհաւասարութիւն, պարտ է

ա. Բազմապատկել զերկուսին անդամս հաւասարութեան փոքրագոյն հասարակաց բազմապատկաւ անուանչաց կոտորակացն բովանդակելոց 'ի հաւասարութեանն :

բ. Փոխադրել յառաջին անգամ զամենայն անճանօթ եզերս ըստ նուազող կարգի յայտարարացն, և զճանօթսն ժողովել յերկրորդն և վերածել :

գ. Հոսկ յետոյ բաժանել զերկուսին անգամս հաւասարութեան 'ի համարտադրող բարձրագոյն կարողութեան անճանօթին :

Որպէս

$$1 \cdot 3m - 8 = 13$$

$$3m = 13 + 8$$

$$3m = 21$$

$$m = 7 :$$

$$2. \cdot 8x + 12 = 5x + 66$$

$$8x - 5x = 66 - 12$$

$$3x = 54$$

$$x = 18 :$$

$$3. \cdot 5x + 78 = 9(x - 6)$$

$$5x + 78 = 9x - 54$$

$$5x - 9x = -54 - 78$$

$$-4x = -132$$

$$4x = 132$$

$$x = 33 :$$

$$4. \cdot 12(x - 1) = 3x + 24$$

$$12x - 12 = 3x + 24$$

$$12x - 3x = 24 + 12$$

$$9x = 36$$

$$x = 4 :$$

$$5. \cdot 6(x - 2) - 2(3x + 1) = 1 - 4(2x + 3)$$

$$6x - 12 - 6x - 2 = 1 - 8x - 12$$

$$6x - 6x + 8x = 1 - 12 + 12 + 2$$

$$8x = 3$$

$$x = \frac{3}{8} :$$

$$6. \cdot \frac{x}{2} = x - 5$$

$$x = 2x - 10$$

$$x - 2x = -10$$

$$-x = -10$$

$$x = 10 :$$

$$7. \cdot \frac{x+3}{5} - \frac{x-3}{9} = 2$$

$$9(x+3) - 5(x-3) = 90$$

$$9x + 27 - 5x + 15 = 90$$

$$9x - 5x = 90 - 27 - 15$$

$$4x = 48$$

$$x = 12 :$$

$$8. \frac{78-7x}{4} = \frac{75-8x}{3}$$

$$3(78-7x) = 4(75-8x)$$

$$234-21x = 300-32x$$

$$-21x+32x = 300-234$$

$$11x = 66$$

$$x = 6 :$$

$$9. 7x - \frac{4x}{7} + 2(x-1) = 8x + 1$$

$$49x - 4x + 14x - 14 = 56x + 7$$

$$49x - 4x + 14x - 56x = 7 + 14$$

$$3x = 21$$

$$x = 7 :$$

$$10. \frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} + \frac{x-2}{4} = \frac{2x}{11} - \frac{2-3x}{4} - 3$$

$$66x + 44(x+1) + 33(x-2) = 24x - 33(2-3x) - 396$$

$$66x + 44x + 44 + 33x - 66 = 24x - 66 + 99x - 396$$

$$66x + 44x + 33x - 24x - 99x = -66 - 396 - 44 + 66$$

$$20x = -440$$

$$x = -22 :$$

$$11. \frac{x}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{4}{x+3}$$

$$x(x-3) - x(x+3) = 4(x-3)$$

$$x^2 - 3x - x^2 - 3x = 4x - 12$$

$$-10x = -12$$

$$x = \frac{12}{10} :$$

$$12. x - \frac{12-3x}{x} = 8$$

$$x^2 - 12 + 3x = 8x$$

$$x^2 + 3x - 8x = 12$$

$$x^2 - 5x = 12 :$$

$$13. \frac{4x}{x^2-1} - \frac{3x^2}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 0$$

$$4x - 3x^2(x+1) + (x-1) = 0$$

$$4x - 3x^3 - 3x^2 + x - 1 = 0$$

$$-3x^3 - 3x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x^3 + x^2 - \frac{5x}{3} = -\frac{1}{3} :$$

$$14. \cdot x - F - \frac{x^2 F}{x} = 0$$

$$(x - F)x - x^2 F = 0$$

$$(x - F)x = x^2 F$$

$$x = \frac{x^2 F}{x - F} :$$

$$15. \cdot \frac{x}{x+m} - \frac{x}{x-m} = \frac{F}{x+m}$$

$$x(x-m) - x(x+m) = F(x-m)$$

$$x^2 - mx - x^2 - mx = Fx - mF$$

$$-2mx - Fx = -mF$$

$$-(2m + F)x = -mF$$

$$x = \frac{mF}{2m + F} :$$

$$16. \cdot \frac{5-x}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{4} - \frac{3x-4}{12}, \quad x = \frac{25}{3}$$

$$17. \cdot \frac{x}{x+F} = \frac{4}{x+T}, \quad x = \frac{F4 - xT}{x-4}$$

$$18. \cdot \frac{20}{3x+m} - \frac{3}{5x-3} = 6, \quad x = \frac{5}{18}$$

$$19. \cdot \frac{f(x^2+x^2)}{mx} - \frac{f_x}{x} = 4f, \quad x = \frac{x}{4}$$

$$20. \cdot \frac{x+m}{x} + \frac{x}{x+m} = 3, \quad x^2 + mx = m^2$$

$$21. \cdot \frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{x+3}{x-3} + \frac{x+4}{2-4}, \quad x^2 - 5x = -5\frac{1}{2}$$

$$22. \cdot 4\left(\frac{x}{6} + 8\right) - \frac{x}{7} + 12 = 3(x-16) - 12, \quad x = 42 :$$

Ըստ նմին օրինակի կարգին և առաջիկայ հաւասարու-  
թիւնք .

$$23. \cdot 3(x+1) - 4(x-1) = 8(2x-15).$$

$$24. \cdot (2-x)(32-x) = (4+x)(3+x).$$

$$25. \cdot \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = x + 17.$$

$$26. \cdot \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{x}{7} + \frac{x}{11} - 9 = x + \frac{23}{66}.$$

$$27. \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{x-3}{5} = \frac{3x+7}{10}.$$

$$28. \cdot \frac{9-x}{14} - 1 = \frac{x+7}{5} - 2.$$

$$29. \cdot \frac{8+x}{9} - \frac{x-6}{7} - 3 = 10 - \frac{x+4}{5}.$$

$$30. \cdot 3x = \frac{6x^2 - 3xx + f^2}{2x} - x + 2f.$$

$$31. \cdot \frac{x+x}{x-x} - \frac{x-x}{x+x} = \frac{x}{x^2-x^2}.$$

$$32. \cdot \frac{2x+x}{3x+2x} - \frac{2}{3} = \frac{2x-x}{3x+x}.$$

$$33. \cdot \frac{x^2+27}{x-3} - \frac{x^2+22}{x+10} = 7.$$

$$34. \cdot \frac{xx}{x} - \frac{f(x-r)}{x} + x = f\left(\frac{x}{x} - x\right):$$

ՀԱՏՈՒԱԾ Գ.

Յադագս լուծանելոյ զմիակեանօք հաշասարոյրիչնս և  
առաջարկոյրիչնս առաջիկս աստիճանի :

146. Կարգեալ միանձանօթ հաւասարութիւն ինչ առա-  
ջին աստիճանի է նաև լուծեալ. ուրեմն ՚ի լուծանել զայս-  
պիսի հաւասարութիւնս շատ է կարգել զնոսին :

$$\text{ա. Օրինակ} \dots \frac{4\varphi}{5} - 9 = 11 + \frac{2\varphi}{3} :$$

$$\begin{aligned} \text{Լուծում} \dots 12\varphi - 135 &= 165 + 10\varphi \\ 12\varphi - 10\varphi &= 195 + 135 \\ 2\varphi &= 300 \\ \varphi &= 150 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ստուգում} \dots \frac{4 \cdot 150}{5} - 9 &= 11 + \frac{2 \cdot 150}{3} \\ 120 - 9 &= 11 + 100 \\ 111 &= 111 : \end{aligned}$$

$$\text{բ. Օրինակ} \dots \frac{\varphi + 2}{3} - \frac{\varphi - 2}{5} = 4 :$$

$$\begin{aligned} \text{Լուծում} \dots 5\varphi + 10 - 3\varphi + 6 &= 60 \\ 5\varphi - 3\varphi &= 60 - 10 - 6 \\ 2\varphi &= 44 \\ \varphi &= 22 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ստուգում} \dots \frac{22 + 2}{3} - \frac{22 - 2}{5} &= 4 \\ \frac{120 - 60}{15} &= 4 \\ \frac{60}{15} &= 4 : \end{aligned}$$



$$\text{Գ. Օրինակ} \dots \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{x^2 + 2x - 1} = x - 3 :$$

$$\text{Լսածուս} \dots x^5 - 2x^2 + 3 = (x - 3)(x^2 + 2x - 1)$$

$$x^5 - 2x^2 + 3 = x^5 + x^2 - 7x + 3$$

$$-x^2 = -7x$$

$$x = 7 :$$

$$\text{Աստղածուս} \dots \frac{343 - 98 + 3}{49 + 14 - 1} = 7 - 3$$

$$\frac{248}{62} = 4 :$$

$$\text{Գ. Օրինակ} \dots \frac{m - Fx}{4} = \frac{J - 2x}{\tau} :$$

$$\text{Լսածուս} \dots \tau(m - Fx) = 4(J - 2x)$$

$$(F\tau - 4x)m = 4J - 8x$$

$$m = \frac{4J - 8x}{F\tau - 4x} :$$

$$\text{Աստղածուս} \dots \frac{m}{4} - \frac{F}{4} = \frac{m\tau - 4J}{F\tau - 4x} = \frac{J}{\tau} - \frac{2}{\tau} = \frac{m\tau - 4J}{F\tau - 4x}$$

$$\frac{mF\tau - 4Jx - mF\tau + F4J}{F4\tau - 4^2x} = \frac{F\tau J - 4Jx - m\tau x + 4Jx}{F\tau^2 - 4\tau^2}$$

$$\frac{FJ - 4x}{F\tau - 4x} = \frac{FJ - 4x}{F\tau - 4x} :$$

$$\text{Է. Օրինակ} \dots \frac{2x}{3} - \frac{13}{8} + \frac{3x}{4} = \frac{5x}{12} + 23 - \frac{5}{8}$$

$$\frac{13}{4 - 4x} - \frac{5}{6} = 1 + \frac{7}{3 - 3x}$$

$$9x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x^2 = \frac{216x^3 - F^3}{8x - 4F}$$

$$\frac{x}{m} - \frac{x}{F} + 4 = \frac{m}{\tau} - 5 :$$

147. Չիք միանձանիօթ առաջարկութիւն առաջին աստի-  
 ճանի որ այսու փոքու սկզբամբք ոչ լուծանիցի . գործ է հա-  
 սանել ցայն վայր , այսինքն քննել զպայմանս առաջարկեալս և

այնպէս բաղադրել զնոսա զի ելանիցեն երկու այլ և այլ և հաւասար բացատրութիւնք: Սակայն չիք առ այս կանոն . միայն երկար կրթութիւնք և օրինակք կարեն ընծայել դիւրութիւն ինչ և աչալըջութիւն որ 'ի հաւասարութիւն առաջարկութեան իրիք առաջնորդիցեն:

Առաջարկութիւն Ա. — Գտանել թիւ ինչ, որոյ հինգապատիկն և եօթնապատիկն միանգամայն իցեն 96:

Լուծումն. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $x$  . ուստի հինգապատիկն է  $5x$  , և եօթնապատիկն է  $7x$  : Արդ ըստ պայմանի առաջարկութեանն յայտ է եթէ

$$5x + 7x = 96 ,$$

և վերածելով

$$12x = 96 ,$$

վասն որոյ

$$x = 8 :$$

Առաջարկութիւն Բ. — Գտանել թիւ ինչ, որոյ 'ի հինգապատիկն յաւելեալ 42, բովանդակութիւնն իցէ ութապատիկնոյն թուոյն:

Լուծումն. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $x$  . ուստի հինգապատիկն է  $5x$  , և ութապատիկն է  $8x$  : Արդ

$$5x + 42 = 8x :$$

վասն որոյ

$$x = 14 :$$

Առաջարկութիւն Գ. — Գտանել թիւ ինչ, որ բաղմասապատեալ ընդ 9 և բարձեալ յարտագրելոյն 72, մնացորդն իցէ հինգապատիկնոյն թուոյն:

Լուծումն. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $x$  . ուստի իննապատիկն է  $9x$  , և հինգապատիկն է  $5x$  : Արդ

$$9x - 72 = 5x ,$$

վասն որոյ

$$x = 18 :$$

Առաջարկութիւն Դ. — Գտանել թիւ ինչ, որ բաժանեալ 'ի 4, քանորդն հաւասար իցէ տարբերութեանն որ ծագիցէ 'ի բառնալոյ 'ի նմանէ զ30:

Առաջին. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $\varphi$ . ուստի քանորդն 'ի  
4 լինիցի  $\frac{\varphi}{4}$ , և բարձեալ 'ի նմանէ զ30, մնացորդն է  $\varphi - 30$  :

Արդ

$$\frac{\varphi}{4} = \varphi - 30,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 40 :$$

Առաջին-Բիւն Ե. — Գտանել թիւ ինչ, որոյ կէսն և  
երրորդ մասն միանգամայն իցեն 25 :

Առաջին. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $\varphi$ . ուստի կէսն է  $\frac{\varphi}{2}$   
և երրորդ մասն է  $\frac{\varphi}{3}$  : Արդ

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{3} = 25,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 30 :$$

Առաջին-Բիւն Զ. — Գտանել թիւ ինչ, որոյ կէսն և  
հինգերորդ մասն միանգամայն առաւելուցուն 86 միւ.  
թեամբք քան զհինգսպատիկ նորին :

Առաջին. — Իցէ խնդրեալ թիւն  $\varphi$ . ուստի կէսն է  $\frac{\varphi}{2}$ ,  
հինգերորդ մասն է  $\frac{\varphi}{5}$ , և հինգսպատիկն է  $5\varphi$  : Արդ

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{5} = 5\varphi - 86,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 20 :$$

Առաջին-Բիւն Է. — Հարցաւ ոմն եթէ քանի՞ դահեկանս  
ունիցի առ իւր : Պատասխանի ետ և ասէ. եթէ կիսով չափ  
առաւելուն դահեկանք իմ քան զոր ունիմս, նուազ 6 դա-  
հեկանօք, լինէին առ իս դահեկանք 48 : — Քանի՞ դահեկանք  
էին առ նմա :

Լ-ժ-ժ. — Իցէն խնդրեալ դահեկանքն  $\varphi$ . ուստի կէսն է  $\frac{\varphi}{2}$  : Արդ

$$\varphi + \frac{\varphi}{2} - 6 = 48,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 36 :$$

Առաջարկութիւն Ը. — Ճանապարհորդ որ հարցաւ եթէ քանի՞ մղոնս ընթացաւ ողջոյն : Պատասխանի ետ և ասէ . եթէ ընթանայի այլ ևս մղոնս 48, եռապատիկ հեռագոյն երթայի : — Քանի՞ մղոնս ընթացաւ :

Լ-ժ-ժ. — Իցէ խնդրեալ թիւ մղոնացն  $\varphi$ . եթէ ճանապարհորդն ընթանայր այլ ևս մղոնս 48, ճանապարհորդութիւն նորա լինէր  $\varphi + 48$  մղոն . և զի յայնժամ եռապատիկ հեռագոյն երթայր, ուստի ընթանայր մղոնս  $3\varphi$  : Արդ

$$\varphi + 48 = 3\varphi,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 24 :$$

Առաջարկութիւն Թ. — Այր ոմն գնեաց կտաւ, հասուցանելով դահեկանս  $11\frac{1}{4}$  առ խրաքանչիւր կանգուն . և երթեալ վաճառեաց զայն՝ զկանգունն 13 դահեկանաց, որով շահեցաւ ՚ի վերայ դահեկանս 63 : — Քանի՞ կանգուն էր կրտաւն :

Լ-ժ-ժ. — Իցէ խնդրեալ թիւ կանգնոցն  $\varphi$ . ուստի վաճառեցաւ կտաւն  $13\varphi$  դահեկանաց, և վնեցաւ  $\frac{45\varphi}{4}$  դահեկանաց : Արդ

$$13\varphi - \frac{45\varphi}{4} = 63,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 36 :$$

Առաջարկութիւն Ժ. — Հարցաւ ոմն եթէ քանի՞ ամաց իցէ : Պատասխանի ետ և ասէ . զկնի 10 ամաց լինիցիմ երկիցս մեծ քան զոր էի յառաջ քան զամս 4 : — Քանի՞ ամաց իցէ :

Լ<sup>ա-ժ-ա-ճ</sup>. — Իցէ թիւ ամաց նորա  $\varphi$ . ուստի զկնի 10 ամաց, լինիցի  $\varphi + 10$  ամաց. և յառաջ քան զամս 4, էր  $\varphi - 4$  ամաց. և զի ամբ  $\varphi + 10$  կրկնապատիկ են  $\varphi - 4$  ամաց, ուրեմն

$$\varphi + 10 = 2(\varphi - 4),$$

վասն որոյ

$$\varphi = 18 :$$

Ա<sup>ա-ճ-ա-ճ-ա-ճ</sup> ժԱ. — Հայր որ է 32 ամաց, և որդի մի է նորա 2 ամաց: — Երբ ամբ հօրն լինիցին եռապատիկ ամաց որդւոյն:

Լ<sup>ա-ժ-ա-ճ</sup>. — Իցէ զկնի  $\varphi$  ամաց. յայնժամ հայրն լինիցի  $32 + \varphi$  ամաց և որդին  $2 + \varphi$  ամաց. և զի ամբ  $32 + \varphi$  պարտին հաւասար գոյ եռապատիկի  $2 + \varphi$  ամաց, ուրեմն

$$32 + \varphi = 3(2 + \varphi),$$

վասն որոյ

$$\varphi = 13 :$$

Ա<sup>ա-ճ-ա-ճ-ա-ճ</sup> ժԲ. — Երկրաշարժն տապալեաց 'ի միում աւուր զկէս տանց քաղաքի միոյ, 'ի վազինն՝ զերրորդ մի, և յայլ աւուրս զերկոտասաներորդ մասն, մինչև մնացին միայն 63 տունք: — Քանի՞ տունք էին նախ 'ի քաղաքին:

Լ<sup>ա-ժ-ա-ճ</sup>. — Իցէ խնդրեալ թիւ տանց  $\varphi$ . ուստի թիւ տանց կործանելոց յառաջնում աւուր լինիցի  $\frac{\varphi}{2}$ , թիւ տանց կոր-

ծանելոց յերկրորդում աւուր՝  $\frac{\varphi}{3}$ , և թիւ տանց կործանելոց

յայլ աւուրս՝  $\frac{\varphi}{12}$ : Արդ քանզի 'ի քաղաքին էին տունք քան-

դեալքն և մնացեալքն միանգամայն, ուրեմն

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{3} + \frac{\varphi}{12} + 63 = \varphi,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 756 :$$

Ա<sup>ա-ճ-ա-ճ-ա-ճ</sup> ժԳ. — Աւազան մի էր 'ի քաղաքի միում որ տանէր 5 խորանարդ մէգր ջրոյ. և երկու ագուգայք գային յաւազանն, մին 'ի ժամս  $\varphi$  լնոյր զաւազանն, և եր-

կրորդն 'ի ժամս Բ: — Ի քանի՞ ժամս ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնիցին ագուգայքն:

1. Ժ. Բ. Գ. — Իցէ ք թիւ ժամուց յորս ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնիցին ագուգայքն, առաջին որ 'ի ժամս  $m$  տայր  $S$  խորանարդ մէդր ջրոյ, 'ի միում ժամու տայցէ  $\frac{S}{m}$  խորանարդ մէդր ջրոյ, և երկրորդն որ 'ի ժամս Բ տայր

$S$  խորանարդ մէդր ջրոյ, 'ի միում ժամու տայցէ  $\frac{S}{F}$  խորա-

նարդ մէդր ջրոյ, ուստի առաջինն տայցէ 'ի ք ժամս  $\frac{S \cdot \kappa}{m}$  խո-

րանարդ մէդր ջրոյ, և երկրորդն 'ի ք ժամս  $\frac{S \cdot \kappa}{F}$  խորանարդ

մէդր ջրոյ, իսկ երկոքին միանգամայն

$$\frac{S \cdot \kappa}{m} + \frac{S \cdot \kappa}{F} = S,$$

վասն որոյ

$$\kappa = \frac{m \cdot F}{m + F}.$$

այսինքն ժամքն յորս ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնին ագուգայքն՝ հաւասար են արտադրելոյ մասնական ժամուց բաժանեալ 'ի բովանդակութիւնն նոցին:

Եթէ ագուգայքն էին երեք, և երրորդն 'ի ժամս Գ տայր  $S$  խորանարդ մէդր ջրոյ, յայնժամ յայտ է եթէ լինիցի

$$\frac{S \cdot \kappa}{m} + \frac{S \cdot \kappa}{F} + \frac{S \cdot \kappa}{G} = S,$$

վասն որոյ

$$\kappa = \frac{m \cdot F \cdot G}{m \cdot F + m \cdot G + F \cdot G}.$$

Եթէ ագուգայքն էին չորս, և չորրորդն 'ի ժամս Դ տայր  $S$  խորանարդ մէդր ջրոյ, յայնժամ յայտ է եթէ լինիցի

$$\frac{S \cdot \kappa}{m} + \frac{S \cdot \kappa}{F} + \frac{S \cdot \kappa}{G} + \frac{S \cdot \kappa}{T} = S,$$

վասն որոյ

$$\frac{\text{«ԲԳԴ}}{\text{«ԲԳԴ + «ԲԳԴ + «ԳԴԴ + ԲԳԴ}}$$

այլովքն հանդերձ, և ընդհանրապէս ժամանակն յորում ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնիցին ագուգայքն, հաւասար է արտագրելոյ մասնական ժամանակաց բաժանեալ 'ի բովանդակութիւնն արտագրելոյ ծագելոյ յայնպիսի զուգագրութենէ նոյն ժամանակաց, զի իցեն յիւրաքանչիւր եղեր այնչափ արտագրուչք որչափ են նոյն ժամանակքն միով պակաս :

ս. Օրինակ. — Իցեն երկու ագուգայք. մին 'ի ժամս 8 ընուցու զաւազան մի, որ առնիցի 288 խորանարդ մեզր ջրոյ, և երկրորդն 'ի ժամս 14 : — Ի քանի՞ ժամս ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնին ագուգայքն :

Լ-ժ-Տ. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի «=8 և Բ=14, լինիցի

$$\frac{\text{«} \cdot \text{Բ}}{\text{«} + \text{Բ}} = \frac{8 \cdot 14}{8 + 14} = 5^{\circ} 5' 28'' :$$

բ. Օրինակ. — Էին երեք օտայնանիք, և կամէր ոմն տալ հիւսեւ նոցա 1200 կանգունս կտաւոյ, և մին գործէր զայն յաւուրս 12, երկրորդն՝ յաւուրս 10, և երրորդն՝ յաւուրս 9, աւուր աւուր ժամս 8 վաստակելով : — Ի քանի՞ աւուրս հիւսիցեն մինչ 'ի միասին վաստակիցին օտայնանիք :

Լ-ժ-Տ. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի «=12, Բ=10 և Գ=9, լինիցի

$$\frac{\text{«} \cdot \text{Բ} \cdot \text{Գ}}{\text{«} \cdot \text{Բ} + \text{«} \cdot \text{Գ} + \text{Բ} \cdot \text{Գ}} = \frac{12 \cdot 10 \cdot 9}{12 \cdot 10 + 12 \cdot 9 + 10 \cdot 9} = \frac{1080}{318} = 3^{\circ} 3' 10'' :$$

Ա-ա-Ղ-Գ-Բ-Ի-Ի-Ն ժ-Դ. — Առն միով էին երկու ազգ նիւթոց. գին միոյ միութեան առաջին ազգին է ճ, գին միոյ միութեան երկրորդ ազգին է ն, և յերկուց նիւթոց անտի կազմեաց խառնուած որ ունէր « միութիւնս, և գին միոյ միութեան իցէ Բ : — Քանի՞ ինչ միութիւնս յերկուց ազգաց նիւթոցն 'ի խառնուածն առնուցու :

Լ-ժ-Տ. — Իցէ « չափ միութեանցն առաջին ազգի զոր առնուցու, յայտ է եթէ միութիւնք երկրորդ ազգին լինիցին

$m - n$  : Ըստ հանգամանաց առաջարկութեանն գին  $n$  միութեանց առաջին ազգին է  $s$ , իսկ  $m - n$  միութեանց երկրորդ ազգին է  $n(m - n)$ , ուստի և գին բովանդակ խառնուածոյն է  $s + n(m - n)$  : Եւ քանզի գին միոյ միութեան խառնուածոյն է լինելոց է, ուրեմն բովանդակ խառնուածն  $m$  գնոյ լինիցի, յորմէ ծագէ

$$s + n(m - n) = m,$$

վասն որոյ

$$n = \frac{m - n}{s - n} = \frac{m(s - n)}{s - n} :$$

ա. Օրինակ. — Այր ոմն ունի երկուս ազգս գինւոյ. գին միոյ չափու առաջին ազգին է 38 դրամ, իսկ երկրորդին 23. և յերկուց ազգաց գինւոյն կազմեաց խառնուած որ ունէր 90 չափս, և գին միոյ չափու իցէ 30 դրամ : — Արչափ ինչ յերկուց ազգացն սրարս իցէ նմա առնուլ :

Լուծում. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m = 90$ ,  $s = 30$ ,  $s = 38$  և  $n = 23$ , լինիցի

$$n = \frac{90(30 - 23)}{38 - 23} = 42 .$$

և հետևաբար 48 չափս յերկրորդ ազգէն սրարս իցէ առնուլ :

բ. Օրինակ. — Ոսկերչի միջ էին երկու քծուարք ոսկւոյ. առաջնոյն յարգն էր 620 և երկրորդին՝ 900. և յերկուց քծուարաց անտի արար անօթ, որ կշռէր 336 արամ Տաճկաց և յարգն էր 750 : — Քանի՞ արամս յերկուց քծուարացն խառնեաց :

Լուծում. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m = 336$ ,  $s = 750$ ,  $s = 620$  և  $n = 900$ , լինիցի

$$n = \frac{336(750 - 900)}{620 - 900} = 180 .$$

և հետևաբար 156 արամս յերկրորդ քծուարէն սրարս իցէ առնուլ :

գ. Օրինակ. — Ոստայնանկ ոմն ունի երկուս ազգս ոստայնի. մի չափ առաջին ազգին տայ 3 կանգունս կտաւոյ և արժէ 14 դահեկան, և մի չափ երկրորդ ազգին տայ 6 կանգունս



կտաւոյ և արժէ 52 դահեկան . զերկոսին 'ի միասին առեալ կամի հիւսել կտաւ , բայց այնպէս զի մի չափն տայցէ 4 կանգունս կտաւոյ և ընդ ամենայն իցեն 120 չափք : — Ո՛րչափ ինչ յերկուց ազգացն պարտ իցէ առնուլ , և քանի՞ արժիցէ կանգունն :

Լուծումն . — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m=120$ ,  $F=4$ ,  $f=3$  և  $v=6$ , լինիցի

$$m = \frac{120(4-6)}{3-6} = 80 .$$

և հետևաբար 40 չափս յերկրորդ ազգէն պարտ իցէ առնուլ . իսկ կանգունն

չափ 80 · 3 կանգուն 240	արժիցէ 14 դահ . 3360	
» 40 · 6 » 240	» 52 » 12480	480 կանգ .
		15840
		74 · 33 :

Դ . Օրինակ . — Ոստայնանկ ոմն կամի հիւսել 135 կանգունս կտաւոյ ,  $3\frac{1}{2}$  դահեկան մէն մի կանգուն , յայնպիսի ոստայնէ որոյ մի չափն տայ 5 կանգունս կտաւոյ ,  $4\frac{5}{3}$  դահեկան մէն մի կանգուն . 'ի միասին խառնեալ զայլ ոստայն , որոյ մի չափն տայ 3 կանգունս կտաւոյ ,  $2\frac{4}{3}$  դահեկան մէն մի կանգուն : — Քանի՞ չափս յերկուց ազգացն պարտ իցէ առնուլ :

Լուծումն . — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m=135$ ,  $F=3\frac{1}{2}$ ,  $f=4\frac{5}{3}$  և  $v=2\frac{4}{3}$ , լինիցի

$$m = \frac{135(3\frac{1}{2}-2\frac{4}{3})}{4\frac{5}{3}-2\frac{4}{3}} = 52\frac{1}{2} .$$

և հետևաբար  $82\frac{1}{2}$  կանգունս յերկրորդ ազգէն պարտ իցէ առնուլ . և

$52\frac{1}{2} : 5 = 10\frac{1}{2}$  չափս յառաջին ազգէն ,

$82\frac{1}{2} : 3 = 27\frac{1}{2}$  չափս յերկրորդ ազգէն :

Առաջաբանիս ժե . — Են երկու ազգ գինւոյ . և կամիմք յա չափ առաջին ազգին , որոյ մի չափն արժէ Բ դահեկան , խառնել յերկրորդէն , որոյ մի չափն արժէ Ժ դահեկան . և յաւելեալ 'ի նոսա ջուր՝ կազմել ա չափ ջրախառն գինւոյ , որոյ մի չափն արժիցէ Ն դահեկան : — Քանի՞ ինչ չափ յերկրորդ ազգէն և ո՛րչափ ջուր պարտ իցէ մեզ առնուլ :

Լր-ծ-ու-մ-ն . — Իցէ ր թիւ չափուց երկրորդ ազգին, և զի ջրոյն չիք գին, ուստի

$$m \cdot f + s \cdot m = n \cdot m,$$

վասն որոյ

$$m = \frac{n \cdot m - m \cdot f}{s}.$$

և թիւ չափու ջրոյն

$$m = \frac{m \cdot f + s \cdot m - m \cdot f}{s} = \frac{m(s - n) + m(f - s)}{s}.$$

Օրինակ . — Այր ոմն ունի երկուս ազգս գինւոյ, և կամի 'ի 60 չափ առաջին ազգին, որոյ մի չափն արժէ 0·53 դահեկան, խառնել յերկրորդէն, որոյ մի չափն արժէ 0·36 դահեկան, և յաւելեալ 'ի նոսա ջուր՝ կազմել 400 չափ ջրախառն գինւոյ, որոյ մի չափն արժիցէ 0·30 դահեկան: — Քանի՞ ինչ չափ յերկրորդ ազգէն, և որչափ ջուր պարտ իցէ նմա առնուլ:

Լր-ծ-ու-մ-ն . — Եթէ յընդհանուր տարազին արժնիցի  $m = 60$ ,  $f = 0·53$ ,  $s = 0·36$ ,  $n = 0·30$  և  $m = 400$ , լինիցի

$$m = \frac{0·30 \times 400 - 60 \times 0·53}{0·36} = 245.$$

Հետևաբար 95 չափս ջրոյ պարտ է առնուլ, որպէս զի բովանդակու թիւն նոցա իցէ  $400 - 60 = 340$ :

Առաջադիւն-ի-ն յ. 2 . — Այր ոմն գնեաց ազգ ինչ նիւթոյ. եթէ վաճառէր զմի չափ նորին  $m$  դահեկանաց, շահէր  $s$  դահեկանս, և ընդհակառակն՝ եթէ վաճառէր զմի չափ նորին  $f$  դահեկանաց կորուսանէր  $n$  դահեկանս: — Ո՞րչափ ինչ իցէ թիւ չափուցն, և թէ քանո՞յ իցէ գնեալ:

Լր-ծ-ու-մ-ն . — Իցէ ր թիւ չափուցն, ըստ առաջին հանգամանաց լինիցի  $m \cdot f$ , և ըստ երկրորդին՝  $f \cdot m + n$ , վասն որոյ

$$m \cdot f = f \cdot m + n,$$

ուստի

$$m = \frac{s + n}{m - f}.$$

այսինքն թիւ չափուցն հաւասար է բովանդակութեան շա-  
հուն և մնասուն, բաժանեալ ՚ի տարբերութիւն գնոցն . և  
համարեալ էթէ ք գահեկանաց իցէ գնեալ, լինիցի

$$r = \frac{f(s + z)}{m - f} + z = \frac{fs + mz}{m - f} :$$

ա. Օրինակ . — Այր ոմն գնեաց չափս ինչ ցորենոյ . էթէ  
վաճառէր զմի չափ նորին 24 գահեկանաց՝ շահէր 128 գահե-  
կանս . և էթէ վաճառէր զմի չափ նորին 18 գահեկանաց՝ կո-  
րուսանէր 64 գահեկանս : — Ո՞րչափ ինչ իցէ թիւ չափուցն,  
և էթէ քանոյ իցէ գնեալ :

Լուծումն . — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m = 24$ ,  
 $f = 18$ ,  $s = 128$  և  $z = 64$ , լինիցի

$$r = \frac{128 + 64}{24 - 18} = 32 .$$

հետևաբար 640 գահեկանաց է գնեալ :

բ. Օրինակ . — Հանդիպեալ ոմն աղքատաց ՚ի ճանապար-  
հի, կամեցաւ միում միում ՚ի նոցանէ տալ դրամս 3, և սրա-  
կասեցան դրամք 8 . իսկ իբրև կամեցաւ տալ դրամս 2, յաւե-  
լան առ նմա դրամք 4 : — Քանի՞ ինչ իցէ թիւ աղքատացն, և  
որչափ դրամս :

Լուծումն . — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $m = 3$ ,  
 $f = 2$ ,  $s = 8$  և  $z = 4$  լինիցի

$$r = \frac{8 + 4}{3 - 2} = 12 .$$

հետևաբար այրն այն ունէր առ իւր  $3 \cdot 12 - 8 = 2 \cdot 12 + 4 = 28$   
դրամս :

Առաջադիւմն ժե . — Բաժանել զթիւն  $z$  յերկուս մա-  
սունս, որոց առաջինն առաւելուցու քան զերկրորդն քանա-  
կութեամբն  $r$  :

Լուծումն . — Իցէ  $z$  մեծագոյն մասն, լինիցի  $z - r$  փոքրա-  
գոյն մասն, ուստի

$$z + z - r = z,$$

մասն որոյ

$$z = \frac{z + r}{2} .$$

և

$$* - \tau = \frac{n + \tau}{2} - \tau = \frac{n - \tau}{2}.$$

այսինքն մեծագոյն մասն հաւասար է կիսոյ առաջարկեալ թուոյն, յաւելեալ 'ի կէս տուեալ տարբերութեանն. և փոքրագոյն մասն հաւասար է կիսոյ առաջարկեալ թուոյն, նըլազ կիսով տուեալ տարբերութեանն :

Եթէ բաժանիցի ն յերիս մասունս, որոց առաջինն առաւելուցու քան զերկրորդն քանակութեամբն  $\tau$ , երկրորդն քան զերրորդն՝ քանակութեամբն է, յայնժամ յայտ է եթէ իցէ  $\mu$  առաջին մասն, լինիցի երկրորդն՝  $\mu - \tau$ , երրորդն՝  $\mu - \tau - \epsilon$ , ուստի

$$\mu + \mu - \tau + \mu - \tau - \epsilon = n,$$

վասն որոյ

$$\mu = \frac{n + 2\tau + \epsilon}{3}.$$

և մնացեալ մասունքն լինիցին

$$\mu - \tau = \frac{n - \tau + \epsilon}{3}, \quad \mu - \tau - \epsilon = \frac{n - \tau - 2\epsilon}{3} :$$

Եթէ բաժանիցի ն 'ի չորս մասունս, որոց առաջինն տարբերիցի քան զերկրորդն՝ քանակութեամբն  $\tau$ , երկրորդն քան զերրորդն՝ քանակութեամբն է, երրորդն քան զչորրորդն՝ քանակութեամբն  $\epsilon$ , յայնժամ յայտ է եթէ իցէ  $\mu$  առաջին մասն, լինիցի

$$\mu + \mu - \tau + \mu - \tau - \epsilon + \mu - \tau - \epsilon - \epsilon = n,$$

վասն որոյ

$$\mu = \frac{n + 3\tau + 2\epsilon + \epsilon}{4}.$$

և մնացեալ մասունքն գտանիցին գիւրաւ :

Ըստ այսմ օրինակի, եթէ բաժանիցի ն 'ի հինգ մասունս, և տարբերութիւնք նոցա սկսեալ յառաջնոյն իցեն կարգաւ  $\tau, \epsilon, \epsilon, \epsilon$ , լինիցի առաջին մասն

$$\mu = \frac{n + 4\tau + 3\epsilon + 2\epsilon + \epsilon}{5}.$$

նոյնպէս եթէ մասունքն իցեն վեց, և հինգերորդ տարբերութիւնն շ, լինիցի

$$\ast = \frac{v + 5\tau + 4\epsilon + 3\zeta + 2\eta + \theta}{6},$$

այլովքն հանդերձ. և 'ի մի շար կարգելով զզօրութիւնս քանակութեանն  $\ast$  զորս գտաք մինչև ցայս վայր, եթէ թիւ մասանցն իցէ

2 մեծագ. մասն լինիցի  $\ast = \frac{v + \tau}{2},$

3 » » »  $\ast = \frac{v + 2\tau + \epsilon}{3},$

4 » » »  $\ast = \frac{v + 3\tau + 2\epsilon + \zeta}{4},$

5 » » »  $\ast = \frac{v + 4\tau + 3\epsilon + 2\zeta + \eta}{5},$

6 » » »  $\ast = \frac{v + 5\tau + 4\epsilon + 3\zeta + 2\eta + \theta}{6}.$

ևօ

ևօ

այսինքն անուանիչ իւրաքանչիւր զօրութեան քանակութեն  $\ast$  հաւասար է թուոյ մասանցն յորս բաժանեցաւ  $v$ . իսկ 'ի համարիչն համարաագրող երկրորդ եզեր վոքը է միութեամբ քան զանուանիչն, և այլք երթալով երթան և նուազեն միութեամբ մինչև ցհամարաագրող վերջին եզեր, որ է 1. վասն որոյ եթէ թիւ մասանցն իցէ  $\delta$ , ծագէ ընդհանուր տարազն

$$\ast = \frac{v + (\delta - 1)\tau + (\delta - 2)\epsilon + (\delta - 3)\zeta + (\delta - 4)\eta + \theta}{\delta} :$$

Օրինակ. — Հայր ոք եթող ժառանգութիւն երկը որդւոց իւրոց 10000 ոսկիս, և պատուիրեաց անդրանկին առնուլ 2000 ոսկիս առաւել քան զերկրորդն, և երկրորդին՝ 3000 ոսկիս առաւել քան զերրորդն: — Ո՞րչափ ինչ էառ իւրաքանչիւր ոք:

Լ.Ճ.Ն.Տ. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $v = 10000$ ,  $\delta = 3$ ,  $\tau = 2000$  և  $\epsilon = 3000$ , լինիցի

$$\varphi = \frac{10000 + 2 \cdot 2000 + 3000}{3} = 5666 \frac{2}{3}$$

ուրեմն  $5666 \frac{2}{3}$  ոսկիս առնուցու անդրանիկն, և հետևաբար  $3666 \frac{2}{3}$  ոսկիս առնուցու երկրորդն և  $666 \frac{2}{3}$  ոսկիս երրորդն:

Առաջադրանքի ժև. — Գտանել թիւ ինչ յորմէ բարձեալ զերրորդ մասն իւր և զքանակութիւնն  $\frac{1}{2}$ , ՚ի մնացորդէն

դէն բարձեալ զերրորդ մասն իւր և զքանակութիւնն  $\frac{1}{2}$ ,

այսպէս հետզհետէ մինչև վերջին մնացորդն իցէ  $\ast$ :

Լուծումն. — Իցէ  $\varphi$  թիւն խնդրեալ, ներորդ մասն նորա հանդերձ քանակութեամբն  $\frac{1}{2}$  լինիցի

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\varphi + 1}{2}$$

և մնացորդն

$$\varphi - \frac{\varphi + 1}{2} = \frac{\varphi(2-1) - 1}{2} = \frac{\varphi(2-1) + (2-1) - 2}{2} = \frac{(\varphi + 1)(2-1) - 2}{2}$$

վասն որոյ ներորդ մասն մնացորդիս հանդերձ քանակութիւն  $\frac{1}{2}$  լինիցի

$$\frac{(\varphi + 1)(2-1) - 2}{2^2} + \frac{1}{2} = \frac{(\varphi + 1)(2-1)}{2^2}$$

և երկրորդ մնացորդն

$$\frac{(\varphi + 1)(2-1) - 2}{2} - \frac{(\varphi + 1)(2-1)}{2^2} = \frac{(\varphi + 1)(2-1)^2 - 2^2}{2^2}$$

դարձեալ ներորդ մասն մնացորդիս հանդերձ քանակութեամբն  $\frac{1}{2}$  լինիցի

$$\frac{(\varphi + 1)(2-1)^2 - 2^2}{2^3} + \frac{1}{2} = \frac{(\varphi + 1)(2-1)^2}{2^3}$$

և երրորդ մնացորդն

$$\frac{(n+1)(n-1)-n^2}{n^2} \quad \frac{(n+1)(n-1)^2}{n^3} \quad \frac{(n+1)(n-1)^3-n^3}{n^3},$$

այսպէս հետզհետէ մինչև ճերորդ մնացորդն լինիցի

$$n = \frac{(n+1)(n-1)^f - n^f}{n^f}.$$

և որպէս զի  $n$  իցէ թիւ ամբողջական, հարկ է զի  $(n+1)$  բաժանական իցէ 'ի  $n^f$ . վասն որոյ  $(n+1)$  պարտ է հաւասար կամ բազմապատիկ գոլ քանակու թեանն  $n^f$ . և եդեալ  $n+1 = n^f$ , լինիցի

$$n = n(n-1)^f - 1:$$

Օրինակ. — Այր ոմն եհան 'ի վաճառ ձուս. և նախ վաճառեաց զկէսն հանդերձ կիսով ձուոյ միոյ՝ առանց խորտակելոյ զայն. ապա վաճառեաց զկէս մնացորդին հանդերձ կիսով ձուոյ միոյ՝ առանց խորտակելոյ զայն. և երրորդ անգամ վաճառեաց զկէս երկրորդ մնացորդին հանդերձ կիսով ձուոյ միոյ՝ առանց խորտակելոյ զայն. ապա մնացին առ նմա 8 ձուք: — Ընդ ամենայն քանի՞ ձուս եհան 'ի վաճառ:

Լուծում. — Եթէ յընդհանուր տարազին առնիցի  $n=8$ ,  $f=3$ ,  $n=2$ , լինիցի

$$8 = \frac{n-7}{8},$$

վասն որոյ

$$n = 71.$$

հետևաբար վաճառեաց այրն ձուս

$$\frac{71}{2} + \frac{1}{2} = 36, \text{ յառաջնում նուագին,}$$

$$71 - 36 = 35, \text{ ա. մնացորդ.}$$

$$\frac{35}{2} + \frac{1}{2} = 18, \text{ յերկրորդում նուագին,}$$

$$35 - 18 = 17, \text{ բ. մնացորդ.}$$

$$\frac{17}{2} + \frac{1}{2} = 9, \text{ յերրորդում նուագին,}$$

$$17 - 9 = 8, \text{ գ. մնացորդ:}$$

Առաջինը թիւս — Գտանել թիւ ինչ յորմէ բարձեալ զքանակութիւնն \* հանդերձ  $\frac{1}{2}$  մասամբ մնացորդին, ի մնացորդէն բարձեալ զքանակութիւնն 2\* հանդերձ  $\frac{1}{2}$  մասամբ երկրորդ մնացորդին, յերկրորդ մնացորդէն բարձեալ զքանակութիւնն 3\* հանդերձ  $\frac{1}{2}$  մասամբ երրորդ մնացորդին, այլովքն հանդերձ, այս ամենայն մասունք հաւասար իցեն միմեանց :

Իցէ \* թիւն խնդրեալ, առաջին մասն լինիցի

$$* + \frac{m - m}{2} = \frac{m + m - m}{2},$$

ուստի և մնացորդն է

$$* - \frac{m + m - m}{2} = \frac{2* - m - m + m}{2},$$

և երկրորդ մասն լինիցի

$$2* + \frac{1}{2} \left( \frac{2* - m - m + m}{2} - 2* \right) = \frac{2m^2 + 2* - 3m - * + m}{2^2}.$$

և քանզի իւրաքանչիւր մասունք միմեանց հաւասար են, ապա ուրեմն

$$\frac{m + m - m}{2} = \frac{2m^2 + 2* - 3m - * + m}{2^2},$$

վասն որոյ և

$$* = m^2 - 2m + * = m(n - 1)^2 :$$

Փոխանակելով զզօրութիւն անճանօթին \* ի բացատրութեան առաջին մասին, գտանիցի

$$\frac{m + m^2 - 2m + * - m}{2} = \frac{m^2 - m}{2} = m - * = m(n - 1).$$

և որովհետև իւրաքանչիւր մասունք միմեանց հաւասար են, բաժանելով զզօրութիւն անճանօթին \* յառաջին մասն, գրտանիցի թիւ մասանցն. այսինքն

$$\frac{m(n - 1)^2}{m(n - 1)} = n - 1 :$$



Եւ քանզի երկրորդ մասն է  $2^m$  հանդերձ  $\frac{1}{2}$  մասամբ մնացորդին, երրորդն է  $3^m$  հանդերձ  $\frac{1}{2}$  մասամբ մնացորդին, . . .

և իւրաքանչիւր մասունքն են  $m(n-1)$ . արդ տարբերութիւն խնդրեալ թուոյն և առաջին մասին է

$$m(n-1)^2 - m(n-1),$$

ապա երկրորդ մասն է

$$\begin{aligned} & 2^m + \frac{1}{2} \left\{ m(n-1)^2 - m(n-1) - 2^m \right\} = \\ & = \frac{2^m(n-1) + m(n-1)^2 - m(n-1)}{2} = \frac{m(n-1) + m(n-1)^2}{2} = \\ & = \frac{m(n-1)(1+n-1)}{2} = m(n-1) : \end{aligned}$$

Նոյնպէս տարբերութիւն խնդրեալ թուոյն  $m(n-1)^2$  և առաջին երկու մասանցն է

$$m(n-1)^2 - 2^m(n-1),$$

ապա երրորդ մասն է

$$\begin{aligned} & 3^m + \frac{1}{2} \left\{ m(n-1)^2 - 2^m(n-1) - 3^m \right\} = \\ & = \frac{m(n-1) + m(n-1)^2}{2} = m(n-1) : \end{aligned}$$

Եւ ընդ հանրապէս պերորդ մասն է

$$\begin{aligned} & m^m + \frac{1}{2} \left\{ m(n-1)^2 - (m-1)m(n-1) - m^m \right\} = \\ & = \frac{m^m(n-1) + m(n-1)^2 - (m-1)m(n-1)}{2} = \\ & = \frac{m(n-1) + m(n-1)^2}{2} = m(n-1) . \end{aligned}$$

ուրեմն իւրաքանչիւր մասունք միմեանց հաւասար են :

ii. Օւիւսի. — Հայր ոք կտակաւ պատուիրեաց այսպէս բաժանել զինչս իւր յորդիս, զի անդրանիկն առնուցու 1000

ոսկիս հանդերձ  $\frac{1}{6}$  մասամբ մնացորդին. երկրորդն առնու-

ցու 2000 ոսկիս հանդերձ  $\frac{1}{6}$  մասամբ մնացորդին, նոյնպէս  
 և այլ որդիք առնուցուն ըստ այսմ համեմատութեան. և յետ  
 ընդունելոյ իւրաքանչիւրոց զբաժին իւրեանց, կրտսերագոյնն  
 առնուցու զմնացեալն 'ի բաժնէ եղբարց: Չկնի բաժանման  
 ժառանգութեանն 'ի յայտ եկն եթէ ամենեցուն բաժին լիեալ  
 էր հաւասար միմեանց: — Ո՞րչափ ինչք էին հօրն, ո՞րչափ  
 բաժին իւրաքանչիւրոցն և քանի՞ թիւ որդւոցն:

Լ-Ժ-Բ-Գ. — Ընդհանրապէս խնդրեալ թիւն էր  $\equiv$   
 $n(n-1)^2$ , իւրաքանչիւր մասունքն էին  $\equiv n(n-1)$  և թիւ մա-  
 սանցն  $\equiv (n-1)$ . արդ յօրինակիս գուլով  $n \equiv 1000$ , և  $n \equiv 6$ ,  
 վասն որոյ լինիցի  $n \equiv 1000 \cdot 25 \equiv 25000$  ոսկի ինչք հօրն,  
 $1000 \cdot 5 \equiv 5000$  ոսկի բաժին իւրաքանչիւրոցն և 5 թիւ որ-  
 դւոցն:

Ը. Օրինակ. — Գինի 'կայր 'ի միում կարասի, բազումք  
 դային և հանէին անախ գինի. առաջինն է հան մի չափ հան-  
 դերձ  $\frac{1}{10}$  մասամբ մնացորդին, երկրորդն՝ երկուս չափս հան-

դերձ  $\frac{1}{10}$  մասամբ մնացորդին, երրորդն՝ երիս չափս հանդերձ

$\frac{1}{10}$  մասամբ մնացորդին, նոյնպէս և այլք հանին ըստ այսմ  
 համեմատութեան, և ամենեքեան հանին հաւասար չափով:  
 — Ո՞րչափ գինի էր 'ի կարասին, ո՞րչափ բաժին իւրաքանչիւ-  
 րոցն և քանի՞ թիւ հանողացն:

Լ-Ժ-Բ-Գ. — Ընդհանրապէս խնդրեալ թիւն էր  $\equiv$   
 $n(n-1)^2$ , իւրաքանչիւր մասունքն էին  $\equiv n(n-1)$  և թիւ մա-  
 սանց  $\equiv (n-1)$ . արդ յօրինակիս գուլով  $n \equiv 1$ , և  $n \equiv 10$ , վասն  
 որոյ լինիցի  $n \equiv 81$  չափ գինի 'ի կարասին, 9 չափ բաժին իւ-  
 րաքանչիւրոցն և 9 թիւ հանողացն:

Ա-ա-Ղարի-Բ-Գ-Ի-Ե-Ի. — Երկու մարմինք Մ և Տ շարժին ուղ-  
 զութեամբ ըստ միոյ ուղիղ դժի. Մ ընթանայ 'ի ժամանակին  
 թ զմիջոցն Ա, իսկ Տ 'ի ժամանակին թ զմիջոցն  $n$ : Հեռաւո-  
 րութիւն վայրացն յորոց երկուքին մարմինքն սկիզբն արարեալ  
 իցեն շարժելոյ՝ իցէ Բ, և տարբերութիւն ժամանակացն յորս

սկսանիցին մարմինքն յառաջ խաղալ իցէ Գ: Արդ խնդրի գը-  
տանեւ զվայրն հանգիստութեան իրերաց. կամ լաւ ևս ասել,  
զճանապարհն զոր երկոքին մարմինքն մինչև ՚ի միմեանս հա-  
տանել իւրեանց՝ հատանիցեն:

Լ. — Յառաջարկութեանս երկու գլխաւոր դէպք  
են. զի երկու մարմինքն Մ և Տ կամ ըստ միոյ ուղղութեան  
շարժին, և կամ հակառակ ուղղութեամբ դէմ ընդդէմ մի-  
մեանց:

Ա. Դեղի. — Իցէ Գ ճանապարհն ընդ որ մարմինն Մ ան-  
ցեալ իցէ, յորմէ ճանապարհ մարմնոյն Տ լինիցի Գ—Բ. և Մ  
հատանէ զայն ՚ի ժամանակին  $\frac{ժԳ}{Ա}$ , և Տ ՚ի ժամանակին  $\frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$ :

Աստ մարթ է լինել  $\frac{ժԳ}{Ա} > \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$ , կամ  $\frac{ժԳ}{Ա} < \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$ .  
այսինքն կարէ մարմինն Մ յառաջագոյն կամ զինի քան զմար-  
մինն Տ սկիզբն առնել շարժելոյ:

Եթէ իցէ  $\frac{ժԳ}{Ա} > \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$ , այսինքն եթէ մարմինն Մ մա-  
տամբ ժամանակի Գ յառաջագոյն շարժիցի քան զմարմինն Տ,  
յայնժամ լինիցի

$$\frac{ժԳ}{Ա} - Գ = \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$$

վասն որոյ և

$$\dots = \frac{Ա(\dots - Բժ)}{\dots ժ - Աժ}, \text{ կամ } \dots = \frac{Ա(Բժ - \dots Գ)}{Աժ - \dots ժ} \quad (*)$$

Այլ եթէ իցէ  $\frac{ժԳ}{Ա} < \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$ , այսինքն եթէ մարմինն Տ  
մատամբ ժամանակի Գ յառաջագոյն շարժիցի քան զմարմինն  
Մ, յայնժամ լինիցի

$$\frac{ժԳ}{Ա} + Գ = \frac{ժԳ-Բժ}{\dots}$$

վասն որոյ և

$$\dots = \frac{Ա(Բժ + \dots Գ)}{Աժ - \dots ժ} \quad (F)$$

Ընդհանուր տարադրս փոփոխին յազգի ազգի կերպարանս :

ա. Եթէ այնպէս իմն համարիցիմք, զի մարմինքն Մ և Տ պահեալ զայլ հանգամանս իւրեանց, 'ի նմին ժամանակի շարժիցին, որպէս զի լինել  $\Phi = 0$ , յայնժամ լինիցի

$$\varphi = \frac{F\delta U}{U\delta - \varphi\delta} : \quad (4)$$

բ. Եթէ մարմինքն Մ և Տ չփոփոխեալ զայլ հանգամանս, 'ի միջէ վայրէ շարժիցին, որպէս զի լինել  $F = 0$ , յայնժամ լինիցի

$$\varphi = \frac{-\Phi U}{U\delta - \varphi\delta} = \frac{\Phi U}{\varphi\delta - U\delta} \quad (5)$$

Եթէ Մ յառաջագոյն սկիզբն արարեալ իցէ շարժելոյ, և

$$\varphi = \frac{\Phi U}{U\delta - \varphi\delta} \quad (6)$$

յորժամ Տ յառաջագոյն շարժեալ իցէ :

գ. Եթէ մարմինքն Մ և Տ 'ի միում ժամանակի և 'ի նմին վայրէ շարժիցին, որպէս զի լինել  $F = 0$  և  $\Phi = 0$ , յայնժամ լինիցի

$$\varphi = \frac{U \cdot 0}{U\delta - \varphi\delta} = 0 \cdot \quad (121) \quad (7)$$

այսինքն եթէ չհանդիպին միմեանց :

դ. Եթէ իցէ  $\delta = \delta = 1$ , յայնժամ լինիցի

$$\varphi = \frac{U(F - \varphi\Phi)}{U - \varphi} \quad (8)$$

Եթէ Մ յառաջագոյն շարժեալ իցէ, և

$$\varphi = \frac{U(F + \varphi\Phi)}{U - \varphi} \quad (9)$$

Եթէ Տ յառաջագոյն շարժիցի :

է. Եթէ իցէ  $\delta = \delta = 1$ ,  $U = \varphi$  և  $F = \Phi = 0$ , յայնժամ լինիցի

$$\varphi = \frac{0}{0}, \text{ կամ } \varphi \cdot 0 = 0 \cdot \quad (121) \quad (10)$$

այսինքն եթէ մարմինքն  $U$  և  $S$  ցանդ 'ի միասին շարժին, վասն այնորիկ ընդ բովանդակ ճանապարհն հասանեն միմեանց. քանզի բացատրութիւնն  $\frac{0}{0}$  նշան է անորոշութեան:

Ը. Այլ եթէ իցէ  $U = \infty$ ,  $F = 0$  և  $\phi = \phi$ , այսինքն զի երազութիւն մարմնոցն  $U$  և  $S$  հաւասար իցէ, յայնժամ լինիցի

$$\infty = \frac{\infty U}{U\phi - \infty \phi} = \frac{\infty U^2}{0} = \infty. \quad (121) \quad (\phi)$$

որ յայտ առնէ եթէ անհնարին է պատահումն. քանզի մարմինքն  $U$  և  $S$  յանհուն հեռաւորութեան հանդիպին միմեանց:

Բ. Դէ՞՞՞. — Համարեացուք եթէ երկուքին մարմինքն  $U$  և  $S$  հակառակ ուղղութեամբ դէմ ընդդէմ միմեանց շարժիցին. իցէ  $\infty$  ճանապարհն ընդ որ մարմինն  $U$  անցեալ իցէ, յայնժամ ճանապարհ մարմնոյ  $S$  լինիցի  $F - \infty$ , և  $U$  հասանէ զայն 'ի ժամանակին  $\frac{\phi \infty}{U}$ , և  $S$  'ի ժամանակին  $\frac{F\phi - \phi \infty}{\infty}$ :

$$Աստ ևս մարթ է լինել  $\frac{\phi \infty}{U} > \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty}$  կամ  $\frac{\phi \infty}{U} < \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty}$ ,$$

այսինքն կարէ մարմինն  $U$  յառաջագոյն կամ զինի քան զմարմինն  $S$  սկիզբն առնել շարժելոյ:

Եթէ իցէ  $\frac{\phi \infty}{U} > \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty}$ , այսինքն եթէ մարմինն  $U$  մասամբ ժամանակի  $\phi$  յառաջագոյն շարժիցի քան զմարմինն  $S$ , յայնժամ լինիցի

$$\frac{\phi \infty}{U} - \phi = \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty},$$

վասն որոյ և

$$\infty = \frac{U(F\phi + \infty \phi)}{U\phi + \infty \phi}. \quad (\phi \infty)$$

Այլ եթէ իցէ  $\frac{\phi \infty}{U} < \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty}$ , այսինքն եթէ մարմինն  $S$  մասամբ ժամանակի  $\phi$  յառաջագոյն շարժիցի քան զմարմինն  $U$ , յայնժամ լինիցի

$$\frac{\phi \infty}{U} + \phi = \frac{F\phi - \phi \infty}{\infty},$$

վասն որոյ և

$$* = \frac{U(F\delta - *f)}{*j + U\delta} \quad (\delta F)$$

ii. Եթէ իցէ  $f=0$ , յայնժամ լինիցի

$$* = \frac{U F \delta}{U \delta + * j} \quad (\delta f)$$

iii. Եթէ իցէ  $F=0$ , յայնժամ լինիցի (ժ F)

$$* = \frac{-f * U}{U \delta + * j} \quad (\delta F)$$

ուր բացասական զօրութիւն քանակութեանն \* յայտ արարեալ ցուցանէ եթէ զուղղութիւնն զոր տուաք մարմնոյն V, հարկ է ՚ի հակառակ ուղղութիւն փոխել, զի կարիցէ հասանել մարմնոյն δ: Այս բացասական զօրութիւն ճշմարտիւ ցուցանէ անհնարին լինել առաջարկութեանն, և թէպէտև չիցէ ամենևին անհնարին, այլ հանգամանաց առաջարկութեանն և զօրութեան քանակութեանցն որ ՚ի նմին կայցեն հակառակի վասն այսորիկ զբովանդակ առաջարկութիւնն պարտ է փոխել:

ii. Օրինակ. — Յերկուց քաղաքաց ելին ՚ի ճանապարհ երկու սուրհանդակք ուղղութեամբ ըստ միոյ ուղիւ գծի. առաջինն ընթանայ ՚ի ժամս 3 մղոնս 5, իսկ երկրորդն ՚ի ժամս 5 մղոնս 12: Հեռաւորութիւն քաղաքացն յորոց երկօքին սուրհանդակքն սկիզբն արարեալ իցեն շարժելոյ՝ է մղոն 26, և տարբերութիւն ժամանակացն յորս սկսանին սուրհանդակքն յառաջ խաղալ՝ է ժամ 20: — Ե՞րբ կարիցէ առաջին սուրհանդակն երկրորդին հասանել:

Լուծում. — Որովհետև առաջին սուրհանդակն 20 ժամուք յառաջագոյն ելանէ ՚ի ճանապարհ քան զերկրորդն, ուստի եթէ յընդհանուր տարազին (\*)

$$* = \frac{U(F\delta - *f)}{U\delta - *j}$$

առնիցին  $U=5$ ,  $*=12$ ,  $F=26$ ,  $f=20$ ,  $j=3$  և  $\delta=5$ , լինիցի

$$\ast = \frac{5(26 \cdot 5 - 12 \cdot 20)}{5 \cdot 5 - 12 \cdot 3} = 50$$

մղոն ճանապարհ առաջին սուրհանդակին, հեռավար  $\ast - \varepsilon = 50 - 26 = 24$  մղոն ճանապարհ երկրորդին: Եւ քանզի առաջինն ընթանայ 'ի ժամս 3 մղոնս 5 և երկրորդն 'ի ժամս 5 մղոնս 12, ուստի և 30 ժամ իցէ ճանապարհ առաջնոյն և 10 ժամ ճանապարհ երկրորդին. այսինքն է զի առաջին սուրհանդակն 'ի ժամս 30 երկրորդին հասանիցէ:

բ. Օրինակ. — Հրատ և լուսնթագ շարժին ըստ միոյ ուղղութեան, և հրատ 30 աստիճանօք յառաջոյ գնայցէ լուսնթագին: Եթէ լուսնթագն աւուր աւուր 15° և հրատ 12° ճանապարհ հասանիցեն, երբ կարիցէ լուսնթագն հրատին հասանել:

Լ. Օրինակ. — Որովհետև երկուքին մարմինքն 'ի նմին ժամանակի շարժին, վասն որոյ եթէ յընդհանուր տարազին (4)

$$\ast = \frac{\varepsilon \delta \Gamma}{\Lambda \delta - \ast \delta}$$

առնիցի  $\Lambda = 15^\circ$ ,  $\ast = 12^\circ$ ,  $\varepsilon = 30^\circ$ , և  $\delta = 1$ , լինիցի

$$\ast = \frac{30 \cdot 15}{15 - 12} = \frac{450^\circ}{3} = 150^\circ$$

ճանապարհ լուսնթագին և  $\ast - \varepsilon = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$  ճանապարհ հրատին: Եւ քանզի լուսնթագ աւուր աւուր 15° և հրատ 12° ճանապարհ հասանեն, ուստի և 10 աւուրք ճանապարհ լուսնթագին և 10 աւուրք ճանապարհ հրատին. այսինքն է զի լուսնթագն յաւուրս 10 հրատին հասանիցէ:

գ. Օրինակ. — Ի ժամանակի աստամբութեանն հայոց 'ի Պարսից, և սպանանելոյ Կամսարականին Չաւրակոյ զՍուրէն, գեոպան արձակեաց ոմն յազատաց հայոց առ թագաւորն Պարսից գուժ արկանել նմա, և գնայր աւուրն մղոնս 50. և զինի 15 աւուրց իմացեալ Կամսարականին Չաւրակոյ հետամտիկս առաքէր զինի ունել զնա, որք գնային յաւուրն մղոնս 80: — Ի քանի՞ աւուրս հասանէին հետամտիկքն գեոպանին:

Լ. Օրինակ. — Որովհետև գեոպանն և հետամտիկքն 'ի միո-

ջէ վայրէ առաքէին, վասն որոյ եթէ յընդհանուր տարազին (τ)

$$\varphi = \frac{f \cdot m \cdot U}{m \cdot d - U \cdot d}$$

առնիցի  $U=50$ ,  $m=80$ ,  $f=15$  և  $d=d=1$ , լինիցի

$$\varphi = \frac{15 \cdot 80 \cdot 50}{80 - 50} = 2000$$

մզոն ճանապարհ գեսպանին և հետամտիցն : Եւ քանզի գեսպանն աւուր աւուր մզոնս 50 և հետամտիկքն մզոնս 80 դընային, ուստի և աւուրք 40 ճանապարհ գեսպանին և աւուրք 25 ճանապարհ հետամտիցն . այսինքն է զի հետամտիկքն հասանէին գեսպանին յաւուրս 25 :

Դ. Օրինակ . — Յերկուց քաղաքաց ելին 'ի ճանապարհ երկու սուրհանգակք հակառակ դէմ ընդ դէմ երեսաց միմեանց . ժամու ժամու առաջինն ընթանայր մզոնս 8, և երկրորդն՝ մզոնս 6 : Հեռաւորութիւն քաղաքացն յորոց երկոքին սուրհանգակքն սկիզբն արարեալ իցեն շարժելոյ՝ է մզոն 500, և տարբերութիւն ժամանակացն յորս սկսանին սուրհանգակքն յառաջ խաղալ՝ ժամք  $A$  : — Ե՞րբ հանդիպիցին միմեանց :

Լ. ծ. ա. Դ. — Որովհետև առաջին սուրհանգակն 4 ժամուք յառաջագոյն ելանէ 'ի ճանապարհ քան զերկրորդն, վասն որոյ եթէ յընդհանուր տարազին (Ժ\*)

$$\varphi = \frac{U(f \cdot d + m \cdot f)}{U \cdot d + m \cdot d}$$

առնիցի  $U=8$ ,  $m=6$ ,  $f=500$ ,  $d=4$  և  $d=d=1$ , լինիցի

$$\varphi = \frac{8(500 + 6 \cdot 4)}{8 + 6} = 299 \frac{3}{7}$$

մզոն ճանապարհ առաջին սուրհանգակին, և հետևաբար  $f - \varphi = 500 - 299 \frac{3}{7} = 200 \frac{4}{7}$  մզոն ճանապարհ երկրորդին : Եւ քանզի առաջինն ժամու ժամու ընթանայ մզոնս 8, և երկրորդն՝ մզոնս 6, ուստի և  $37 \frac{5}{7}$  ժամ իցէ ճանապարհ առաջնոյն և  $33 \frac{5}{7}$  ժամ ճանապարհ երկրորդին . այսինքն է զի առաջին սուրհանգակն 'ի ժամս  $37 \frac{5}{7}$  երկրորդին հասանիցէ :

Ե. Օրինակ . — Ի 23 աւուր ամսեանն սեպտեմբերի չուեաց



գունդ մի զօրաց 'ի Ղարսայ գնալ 'ի կողմանս Կարնոյ քաղաքին, և աւուր աւուր հատանէր 4 մղոնս ճանապարհաց : Ի 28 երորդում աւուր ամսեանն սեպտեմբերի առաքեցաւ 'ի Կարնոյ քաղաքէն հրեշտակ առ գունդն, ցուցանել նոցա զհրաման դառնալոյ յետս, և օր ըստ օրէ 16 մղոնս ճանապարհաց հատանէր : — Ե՞րբ հասանիցէ հրեշտակն առ գունդն, յորժամ զհեռաւորութիւն երկուց քաղաքացն 200 մղոնս համարիցիմք :

Լ-ժ-՝-ն . — Որովհետեւ գունդն զօրաց 5 աւուրքք յառաջագոյն ելանէ 'ի ճանապարհ քան զհրեշտակն, վասն որոյ էթէ յընդհանուր տարազին (ժԲ)

$$* = \frac{U(F\delta - *4)}{U\delta + *4}$$

առնիցի  $U=16$ ,  $*=4$ ,  $F=200$ ,  $4=5$ , և  $\delta=1$ , լինիցի

$$* = \frac{16(200 - 4 \cdot 5)}{16 + 4} = 144$$

մղոն ճանապարհ հրեշտակին : Եւ քանզի աւուր աւուր հրեշտակն ընթանայ մղոնս 16, ուստի և աւուրքք 9 ճանապարհ նորա . այսինքն է զի 'ի 6 հոկա . եհաս նա 'ի գունդն :

148 . Լիցին 'ի հրահանգ և այլ առաջարկութիւնք .

ա . Գտանել թիւ ինչ, որոյ յեռապատիկն յաւելեալ 8 միութիւնս, բովանդակութիւնն իցէ 35 :

Պատասխանի . 9 :

բ . Գտանել թիւ ինչ, որ նուազ 3իւք՝ վեցսպատիկն իցէ հաւասար հնգապատիկի նորին թուոյ :

Պ/ս . 18 :

գ . Գտանել թիւ ինչ, որոյ եռապատիկն առաւելուցու 40 միութեամբք քան զկէս նորին թուոյ :

Պ/ս . 16 :

դ . Գտանել թիւ ինչ, որոյ քառորդն, հինգերորդ մասն և վեցերորդն միանգամայն պակաս իցեն 23 միութեամբք քան զինքն :

Պ/ս . 60 :

ե . Գտանել թիւ ինչ այնպիսի, որոյ քանորդն ընդ 3 հաւասար է իցէ ինքեան՝ նուազեալ 32 միութեամբք :

Պ/ս . 48 :

Չ. Գտանել թիւ ինչ, որ բաղճատառակեալ ընդ 3, և յաւելեալ յարտագրեալն 8, և բովանդակութիւնն բաժանեալ յ8, և 'ի քանորդէն բարձեալ 4, մնայցէ 0 :

Պ/ս . 8 :

Ք. Հարցաւ մանկածու ոմն եթէ քանի՞ իցեն աշակերտք 'ի դպրոցիդ : Պատասխանի ետ և ասէ . կէսն թուոյ աշակերտաց իմոց մեծ է 16 միութեամբք քան զբովանդակութիւն վեցերորդ և իններորդ մասանց նորին թուոյ : — Քանի՞ իցէ թիւ աշակերտացն :

Պ/ս . 72 :

Ը. Բանակ ինչ զորաց 'ի սարտութիւն մատնեցաւ . սորա կէսն անկաւ 'ի սուր, հինգերորդ մասն գետակուր եղև, տասներորդ մասն 'ի գերութիւն մատնեցաւ, և մնացեալքն անկանէին փախտեայ թուով 20000 : — Յառաջ քան զկոտորումն յորչափ էր բանակն :

Պ/ս . 100000 :

Թ. Խնդրեաց ոմն յու մեմնէ գահեկանս 13 . իսկ նա ասէ . ասց քեզ զայն եթէ գիտացես թէ քանի՞ գահեկանս ունիցիմ 'ի քսակիս : Եթէ յաւելուցուս 'ի կէսն, զոր ունիմ, զերրորդ մասն, և զչորրորդն, բովանդակութիւնն առաւելուցումիութեամբք քան զգահեկանսն զոր ունիմ : — Քանի՞ գահեկանք էին 'ի քսակին :

Պ/ս . 12 :

Ճ. Էր զանգուած մի սակւոյ, որոյ բովանդակ կշիռն է 800 արամ . և դոն 'ի նմա խառնեալ արծաթ և պղինձ : Ասկին տասնադասիկ աւելի է քան զարծաթն, իսկ արծաթն հինգադասիկ սակաւ է քան զպղինձն : — Ո՞րչափ սակի գտանի 'ի զանգուածն, յորչափ արծաթ և յորչափ պղինձ :

Պ/ս . 500 արամ սակի, 50 արծաթ, և 250 պղինձ :

ԺԹ. Գնեաց ոմն զմի գրաստ բեռնակիր և զմի նժոյգ միանգամայն 15000 գահեկանաց . բայց գին գրաստուն էր  $\frac{3}{7}$  գնոյ նժուգին : — Քանի՞ իցեն գինք իւրաքանչիւրոյ :

Պ/ս . 10500 գահեկան գին նժուգին, և 4500 գահեկան գին գրաստուն :

Ճբ. Հարցաւ ոմն եթէ քանի՞ ամաց իցես : Եւ պատասխանի եւ ասէ . թուոյ ամաց խնոց կէսն , երկու երրորդքն եւ մի չորրորդն են միանգամայն 51 : — Քանի՞ իցէ թիւ ամաց նորա :  
Պիս . 36 :

Ճգ. Հայր որ է 38 ամաց եւ որդի մի է նորա 2 ամաց : — Ե՞րբ ամբ հօրն լինիցին քառասորաթիկ ամաց որդւոյն :  
Պիս . 2 կնի 10 ամաց :

Ճդ. Հայր որ է 46 ամաց , անդրանիկն 11 ամաց եւ մանկագոյնն 9 ամաց : — Ե՞րբ բովանդակութիւն ամաց երկոցունց որդւոցն հաւասար իցէ ամաց հասակի հօրն :  
Պիս . 2 կնի 26 ամաց :

Ճէ. Էին երէք եղբարք եւ կամէին հատուցանել զպարտիս հօրն իւրեանց ամսոյ յամիս յաւելլով 'ի վաստակոց իւրաքանչիւր : Առաջինն կարէր հատուցանել զայն յամս 6 , երկրորդն՝ յամս  $5\frac{1}{4}$  , երրորդն՝ յամս  $4\frac{2}{3}$  : — Ի քանի՞ ամս կարիցեն հատուցանել զայն 'ի միասին ամսոյ յամիս յաւելլով յիւրաքանչիւր վաստակոց :  
Պիս . Յամս 1 , եւ յամիս 9 :

Ճզ. Այր ոմն գնեաց չափս ինչ ցորենոյ . եթէ վաճառէր զմի չափ նորին 16 դահեկանաց՝ շահէր 168 դահեկանս . եւ եթէ վաճառէր զմի չափ նորին 12 դահեկանաց , կորուսանէր 312 դահեկանս : — Ո՞ր չափ ինչ իցէ թիւ չափուց ցորենոյն , եւ թէ քանոյ իցէ գնեալ զայն :  
Պիս . 120 չափ ցորենոյն , եւ 1752 դահեկանաց գնեալ զայն :

Ճէ. Այր ոմն ունի երկուս աղքս ցորենոյ . գին միոյ չափու առաջինն աղքին էր 25 դահեկան , իսկ երկրորդին՝ 32 . եւ յերկուց աղքաց անախի կազմեաց խառնուած ինչ որ ունէր 98 չափս , եւ գին միոյ չափու իցէ 30 դահեկան : — Ո՞ր չափ ինչ յերկուց աղքացն պարտ իցէ նմա առնուլ :  
Պիս . 28 չափս յառաջնոյն , եւ 70 յերկրորդէն :

Ճը. Ոսկերիչ ոմն ունի երկուս քծուարս ոսկւոյ , առաջնոյն յարգն է 840 , եւ երկրորդին՝ 980 . յերկուց քծուարաց անախի կոփեաց մետալս՝ 14 տրամ իւրաքանչիւրն եւ 900 յարգ նոցա : — Քանի՞ տրամս յերկուց քծուարացն խառնեաց :

Պիս. 8 արամս յառաջնոյն , և 6 յերկրորդէն :

ԺԹ. Հայրն խոստացաւ որդւոյ իւրում զի եթէ բարւոք և փութով աշխատ լինիցի և գործիցէ , տալ նմա յաւուրն 10 դահեկան . և եթէ ծուլութեամբ զժամանակն ծախիցէ՝ առնուլ ՚ի նմանէ 18 դահեկանս : Ի կատարեալ աւուրցն երեսնից շահեցաւ որդին 132 դահեկանս : — Քանի՞ ինչ աւուրս բարւոք գործեալ իցէ որդին , և սրչափ աւուրս չարւոք :

Պիս. 24 աւուրս փութով գործեալ է , և 6 աւուրս ծուլութեամբ :

Ի. Հարցաւ ոմն եթէ քանի՞ ամաց իցես : Պատասխանի տուեալ ասէ . ամբ կենաց իմոց և որդւոյս միանգամայն առնեն 100 , յառաջ քան զամս 20 երկոցս մեծ էի քան զորդին իմ : — Քանի՞ ամաց իցէ նա :

Պիս. 43 ամաց :

ԻԹ. Այր ոմն բաշխեաց 50 դահեկանս 20 աղքատաց , որք էին արք և կանայք և մանուկ մի . միում միում յարանցն ետ 3 դահեկանս , միում միում ՚ի կանանցն՝ 2 դահեկանս և մանկանն՝ 1 դահեկան : — Քանի՞ արք էին և քանի՞ կանայք :

Պիս. 11 արք և 8 կանայք :

ԻՔ. Նստեալ էին ՚ի ճաշ ոգիք 54 արք և կանայք և ծախեցին 544 դահեկանս . մի մի յարանց անտի ծախեաց 16 դահեկանս , և մի մի ՚ի կանանց անտի ծախեաց 8 դահեկանս : — Քանի՞ էր թիւ արանցն և քանի՞ թիւ կանանցն :

Պիս. Թիւ արանցն էր 14 և կանանցն 40 :

ԻԿ. Աղքատ ոմն գոլով սրարտապան՝ մատեաւ առ խումբ մի մարդկան , և խնդրեաց ողորմութի զի հատուցէ զսրարտա իւր : Հարցաւ եթէ սրչափ իցեն սրարտիք նորա . ետ սրատասխանի և ասէ . եթէ տալիք ինձ մի մի դահեկան , սահանջիմ առ ՚ի լրումն սրարտուց իմոց տակաւին 5 դահեկան . իսկ եթէ տալիք ինձ երկու երկու դահեկանս , լրանան սրարտք իմ և յուկանան անտի 8 դահեկանք : — Սրչափ էր թիւ արանցն և սրչափ էին սրարտիք աղքատին :

Պիս. Թիւ արանցն էր 13 , և սրարտիք աղքատին էին 18 դահեկանք :

ԻԿ. Թիւ ինչ կազմի յերկուց թուանշանաց . թուանշան

Ճիութեանց կրկնապատիկ է թուանշանի տասնեկաց, և յաւելեալ 36 'ի թիւն յայն՝ բովանդակութիւնն է հաւասար շրջեալ զօրութեան նորա :

Լ.՝Ժ.՝Գ.՝ — Իցէ ք թուանշան տասնեկաց, ուստի

$$10ք + 2ք + 36 = 20ք + ք,$$

վան որոյ

$$ք = 4.$$

հետևաբար թուանշան ճիութեանցն է 8 և խնդրեալ թիւն 48, և շրջեալ զօրութիւն նորա  $12 \cdot 4 + 36 = 84$  :

Ի՛ն. Թիւ ինչ կազմի յերկուց թուանշանաց և բովանդակութիւն թուանշանաց նորա է 11. թուանշան ճիութեանց կրկնապատիկ է թուանշանի հարիւրեկաց, և յաւելեալ 297 'ի թիւն յայն՝ բովանդակութիւնն է հաւասար շրջեալ զօրութեան նորա :

Լ.՝Ժ.՝Գ.՝ — Իցէ ք թուանշան հարիւրեկաց, ուստի

$$100ք + 10(11 - 3ք) + 2ք + 297 = 200ք - 110 - 30ք + ք,$$

վան որոյ

$$ք = 3.$$

հետևաբար թուանշան ճիութեանցն է 6, որով և տասնեկացն լինիցի 2, քանզի  $3 + 2 + 6 = 11$ , և խնդրեալ թիւն 326, յորմէ և շրջեալ զօրութիւն նորա լինիցի  $326 + 297 = 623$  :

Հ Ա Տ Ո Ւ Ա Տ Գ

Յաղագս յռծանկոյ զերկանծանօր հաշասարոյնքիւնս և  
աշասարկոյնքիւնս աշաջինս աւտիճանի :

149 • Եթէ գէալ լինիցի առաջարկութեան իրիք երկուս  
անծանօթ քանակութիւնս ունել, յայնժամ հանգամանք ա-  
ռաջարկութեանն այնպէս իմն սրահանջեն, որպէս զի յերկուս  
ազգի ազգի հաւասարութիւնս զատեալ որոշիցի, յորոց և ոչ  
մին 'ի միւսն բովանդակիցի :

Ի լուծանել զհաւասարութիւնս յորս երկուս անծանօթ  
քանակութիւնք իցեն, պարտ է յայնպիսի իմն հաւասարու-  
թիւն վերածել, յորում մի անծանօթ քանակութիւն գտա-  
նիցի : Այս գործողութիւնն ասի անշաբոն-ն անծանօթից :

150 • Յանջատումն անծանօթից 'ի հաւասարութեանց  
քառեակ ոճք են զատ և որիչ 'ի միմեանց, և ասին ոճ բաղ-  
դատութեան, ոճ փոխանակութեան, ոճ յաւելման կամ  
բարձման, և ոճ Պրզուեան :

Ոճ Բաղդաբոն-նեան. — Պարտ է զգորութիւնս միոյ յանծա-  
նօթ քանակութեանցն ուրոյն ուրոյն յերկոսին ևս հաւասա-  
րութիւնս խնդրել, զմիւս անծանօթ քանակութիւնն ծա-  
նուցեալ համարելով : Ապա զերկոսին զորութիւնսն անծա-  
նօթին միմեանց հաւասարս գնել, որով վերածիցի հաւասա-  
րութիւնն յայլ՝ յորում մի անծանօթ քանակութիւն կայցէ :

Որպէս

$$* * + F r = q$$

$$* r + F r = q r,$$

ուստի

$$* = \frac{q - F r}{r}$$

$$\varphi = \frac{\varphi_1 - f_1 r}{w_1}$$

և քանզի  $\varphi = \varphi$ , ուրեմն և

$$\frac{\varphi - f r}{w} = \frac{\varphi_1 - f_1 r}{w_1}$$

վերածելով

$$w_1 \varphi - w_1 f r = w \varphi_1 - w f_1 r,$$

և փոխադրելով

$$w f_1 r - w_1 f r = w \varphi_1 - w_1 \varphi,$$

և կամ

$$(w f_1 - w_1 f) r = w \varphi_1 - w_1 \varphi,$$

վան որոյ

$$r = \frac{w \varphi_1 - w_1 \varphi}{w f_1 - w_1 f} :$$

Արդ եթէ զորու թիւն  $r$  քանակութեանն փոխանակիցի,  
յառաջին բացատրութեան  $\varphi$  քանակութեանն, լինիցի

$$\varphi = \frac{\varphi - f \left( \frac{w \varphi_1 - w_1 \varphi}{w f_1 - w_1 f} \right)}{w},$$

$$\varphi = \frac{\varphi (w f_1 - w_1 f) - f (w \varphi_1 - w_1 \varphi)}{w (w f_1 - w_1 f)},$$

$$\varphi = \frac{w f_1 \varphi - w_1 f \varphi - w f \varphi_1 + w_1 f \varphi}{w (w f_1 - w_1 f)},$$

$$\varphi = \frac{w (f_1 \varphi - f \varphi_1)}{w (w f_1 - w_1 f)},$$

$$\varphi = \frac{f_1 \varphi - f \varphi_1}{w f_1 - w_1 f} :$$

Ըստ սմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարութիւնք ըստ ոճոյ բաղդատութեան .

$$1 \cdot \varphi + r = 8$$

$$\varphi - r = 2,$$

ուստի

$$* = 8 - r$$

և

$$* = 2 + r,$$

ուրեմն և

$$8 - r = 2 + r,$$

$$2r = 6,$$

$$r = 3.$$

վասն որոյ և

$$* = 8 - r = 8 - 3 = 5 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 2* - 3r = -1 \\ 3* - 2r = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 4, \\ r = 3 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 5* - 2r = 4 \\ 2* - r = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 2, \\ r = 3 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot \frac{*}{2} - \frac{r}{3} = 2 \\ \frac{*}{3} - r = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 6, \\ r = 3 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot \frac{*}{4} - \frac{r}{4} = 1 \\ \frac{*}{3} + \frac{r}{2} = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 12, \\ r = 8 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 \cdot \frac{*}{9} - \frac{r}{8} = 1 \\ \frac{*}{6} + \frac{r}{4} = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 36, \\ r = 24 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 7 \cdot \frac{*}{5} + \frac{r}{2} = 14 \\ \frac{*}{9} - \frac{r}{5} = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 45, \\ r = 10 : \end{array}$$

Ո՛ճ խիստակոտեան. — Պարտ է զգորութիւն միոյ յան-  
ծանօթ քանակութեանցն 'ի միում 'ի հաւասարութեանց խըն-



գրել, զմիւս անձանօթ քանակութիւնն ծանուցեալ համարելով: Ապա զայն զօրութիւն գնել փոխանակ այնր անձանօթ քանակութեան որ 'ի միւսում հաւասարութեան գտանիցի, որով վերածիցի հաւասարութիւնն յայլ՝ յորում մի անձանօթ քանակութիւն կայցէ:

Որպէս

$$w\varphi + Fc = \varphi$$

$$w_1\varphi + F_1c = \varphi_1,$$

արդ եթէ առեալ յառաջնոյն զզօրութիւն անձանօթին

$$\varphi = \frac{\varphi - Fc}{w}$$

փոխանակիցեմք յերկրորդն, լինիցի

$$w_1 \cdot \frac{\varphi - Fc}{w} + F_1c = \varphi_1,$$

ուստի վերածելով

$$w_1\varphi - w_1Fc + wF_1c = w\varphi_1,$$

և փոխադրելով

$$wF_1c - w_1Fc = w\varphi_1 - w_1\varphi,$$

և կամ

$$(wF_1 - w_1F)c = w\varphi_1 - w_1\varphi,$$

վասն որոյ

$$c = \frac{w\varphi_1 - w_1\varphi}{wF_1 - w_1F}:$$

Արդ եթէ զօրութիւն c քանակութեան գրոշմիցի 'ի բացարութեան անդ  $\varphi$  քանակութեանն, ելանիցէ

$$\varphi = \frac{\varphi - F \left( \frac{w\varphi_1 - w_1\varphi}{wF_1 - w_1F} \right)}{w},$$

$$\varphi = \frac{\varphi(wF_1 - w_1F) - F(w\varphi_1 - w_1\varphi)}{w(wF_1 - w_1F)},$$

$$\varphi = \frac{wF_1\varphi - w_1F\varphi - wF\varphi_1 + w_1F\varphi}{w(wF_1 - w_1F)},$$

$$\varphi = \frac{m(F_1 + F_2) - F_1 F_2}{m(F_1 - F_2)}$$

$$\varphi = \frac{F_1 + F_2}{m F_1 - F_2}$$

Ըստ սմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաշվարու-  
թիւնք ըստ ոճոյ փոխանակութեան .

$$1 \cdot \cdot r - \varphi = 1$$

$$\varphi + r = 5 ,$$

էթէ առեալ յառաջնոյն զլորութիւն անծանօթին

$$\varphi = r - 1 ,$$

փոխանակեցէ՛ք յերկրորդն , լինիցէ

$$r - 1 + r = 5 ,$$

$$2r = 6 ,$$

$$r = 3 ,$$

վասն որոյ և

$$\varphi = r - 1 = 3 - 1 = 2 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot \cdot \frac{\varphi}{5} + \frac{r}{4} = 2 \\ \varphi - r = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 5 , \\ r = 4 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot \cdot \frac{\varphi}{3} - \frac{r}{6} = 1 \\ \frac{\varphi}{4} - \frac{r}{9} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 12 , \\ r = 18 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot \cdot \varphi - r = 10 \\ \frac{\varphi}{5} - \frac{r}{3} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 25 , \\ r = 15 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot \cdot 2\varphi - 3r = -4 \\ \varphi - \frac{r}{3} = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 16 , \\ r = 12 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 \cdot \cdot 5\varphi - 3r = 10 \\ \frac{r}{5} - \frac{\varphi}{4} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 20 , \\ r = 30 : \end{array}$$

Ո՞՞ յաւելման կամ բարձման . — Պարտ է բազմապատկել զառաջին հաւասարութիւնն համարաագրողին զոր ունիցի առաջին անժանօթն յերկրորդում հաւասարութեան, և զերկրորդ հաւասարութիւնն համարաագրողին զոր ունիցի առաջին անժանօթն յառաջնում հաւասարութեան, որով գտանիցին երկու հաւասարութիւնք յորս մին յանժանօթ քանակութեանցն զնոյն համարաագրող առընթեր ունիցի: Եթէ նման միմեանց իցեն նշանք քանակութեանցն այնոցիկ, պարտ է զերկուսին հաւասարութիւնսն 'ի միմեանց բառնալ. ապա եթէ աննման միմեանց իցեն նշանքն, պարտ է զերկուսին հաւասարութիւնսն 'ի միմեանս յաւելուլ, որով եզերք յորս առաջին անժանօթ քանակութիւնն կայցէ, ամենևին եղծանիցին:

Որպէս

$$** + \text{բ} = \text{գ}$$

$$**_1 + \text{բ}_1 = \text{գ}_1,$$

և կամ

$$** - \text{բ} = \text{գ}$$

$$- **_1 + \text{բ}_1 = \text{գ}_1,$$

ուստի

$$**_1 + \text{բ}_1 = \text{գ}_1$$

$$**_1 + \text{բ}_1 = \text{գ}_1,$$

կամ

$$**_1 - \text{բ}_1 = \text{գ}_1$$

$$- **_1 + \text{բ}_1 = \text{գ}_1.$$

յառաջին գէտան

$$(\text{բ}_1 - \text{բ}_1) = \text{գ}_1 - \text{գ}_1,$$

և յերկրորդն

$$(\text{բ}_1 - \text{բ}_1) = \text{գ}_1 + \text{գ}_1,$$

վասն որոյ

$$\frac{\text{գ}_1 - \text{գ}_1}{\text{բ}_1 - \text{բ}_1} = \frac{\text{գ}_1 - \text{գ}_1}{\text{բ}_1 - \text{բ}_1},$$

և

$$r = \frac{w_1 \phi + w_2 \psi}{w_1 \Gamma - w_2 \Delta} = \frac{w_2 \psi + w_1 \phi}{w_1 \Gamma - w_2 \Delta} :$$

Արդ եթէ զօրուծիւն  $r$  քանակութեանն փոխանակիցի յառաջին կամ յերկրորդ հաւասարութեան, գտանիցի յառաջին դէպսն

$$w = \frac{F_1 \phi - F_2 \psi}{w_1 \Gamma - w_2 \Delta} ,$$

և յերկրորդն

$$w = \frac{F_1 \psi + F_2 \phi}{w_1 \Gamma - w_2 \Delta} :$$

Ըստ նմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարութիւնք ըստ ոճոյ յաւելման կամ բարձման .

$$1 \cdot 4w + 19r = 11 ,$$

$$6w - 5r = -17 .$$

Եթէ բազմապատկիցի առաջինն ընդ 6 և երկրորդն ընդ 4, կամ լաւ ևս՝ առաջինն ընդ 3 և երկրորդն ընդ 2, լինիցի

$$12w + 57r = 33$$

$$12w - 10r = -34$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$67r = 67 , \text{ և } r = 1 ,$$

վասն որոյ և

$$4w + 19r = 4w + 19 \cdot 1 = 11 ,$$

յորմէ

$$w = -2 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 3w + 2r = 21 \\ w - 2r = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = 5 , \\ r = 3 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 3w - 2r = 7 \\ 5r - 2w = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = 5 , \\ r = 4 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot 2w - r = 3 \\ 3w + 2r = 22 \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = 4 , \\ r = 5 : \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 2w + 2r = 19 \\ 2w - 3r = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = 6 \frac{1}{2} , \\ r = 3 : \end{array}$$

$$6. \left. \begin{aligned} \frac{\varphi}{4} + \frac{r}{5} &= 8 \\ \frac{\varphi}{5} + \frac{r}{3} &= 9 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \varphi &= 20, \\ r &= 15: \end{aligned}$$

$$7. \left. \begin{aligned} \frac{\varphi}{2} - \frac{r}{3} &= 3 \\ \frac{\varphi}{6} + \frac{r}{9} &= 3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \varphi &= 12, \\ r &= 9: \end{aligned}$$

$$8. \left. \begin{aligned} \frac{\varphi+r}{5} - \frac{\varphi-r}{2} &= 3 \\ \frac{\varphi-r}{2} + \frac{\varphi+r}{10} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \varphi &= 4, \\ r &= 6: \end{aligned}$$

Ոճ Պըզու-էան . — Ոճս այս , զոր հնարեաց Պըզու չափաբան գաղղիացի , որ և յանուն նորին անուանեալ կոչի ոճ Պըզուեան , այսպիսի ինչ է : Պարտ է զառաջինն 'ի հաւասարութեանց անտի բազմապատկել անորոշ քանակութեամբն ճ , և բառնալ 'ի նմանէ զերկրորդն : Ասլա զհամարտադրող անճանօթին , զոր անջատել կամիցիմք , առնել  $= 0$  , որով քանակութիւնն այն ամենևին եղծանիցի . և իբրև փոխանակ ճ քանակութեանն զզօրութիւն նորա 'ի հաւասարութեան անգղնիցեմք , վերածիցի հաւասարութիւնն յայլ յորում մի անճանօթ քանակութիւն կայցէ :

Որպէս

$$m\varphi + r = 4$$

$$m_1\varphi + r_1 = 4_1$$

արդ բազմապատկեալ զառաջինն ընդ ճ և բարձեալ անտի զերկրորդն , ելանիցէ

$$(m - m_1)\varphi + (r - r_1) = 4 - 4_1 :$$

Եթէ կամիցիմք անջատել զանճանօթն  $\varphi$  , սարտ է գնել  $m - m_1 = 0$  , ուստի և

$$(r - r_1) = 4 - 4_1 ,$$

վասն որոյ

$$r = \frac{4 - 4_1}{r - r_1} .$$

ուր  $r$  անորոշ է, դուրսվ քանակութեանն  $s$  անորոշ: Վասն այնորիկ էթէ 'ի բացատրութենէն  $ms - m_1 = 0$  առեալ զզորութիւն քանակութեանն  $s = \frac{m_1}{m}$  փոխանակիցուք 'ի զորութեան անծանօթին  $r$ , գտանիցի

$$r = \frac{\frac{m_1 \phi}{m} - \phi_1}{\frac{m_1 f}{m} - f_1} = \frac{m_1 \phi - m \phi_1}{m_1 f - m f_1} = \frac{m \phi_1 - m_1 \phi}{m f_1 - m_1 f} :$$

Իսկ էթէ կամիցիմք անշատել զանծանօթն,  $r$ , սլարա է գնել  $f_s - f_1 = 0$ , ուստի և

$$(ms - m_1)m = \phi_s - \phi_1,$$

վասն որոյ

$$m = \frac{\phi_s - \phi_1}{ms - m_1}.$$

բայց  $s = \frac{f_1}{f}$ , յորմէ և

$$m = \frac{\frac{f_1 \phi}{f} - \phi_1}{\frac{m f_1}{f} - m_1} = \frac{f_1 \phi - f \phi_1}{m f_1 - m_1 f} :$$

Ըստ նմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարութիւնք ըստ Պրզուեան ոճոյ.

$$1 \cdot 5m + 3r = 3$$

$$4m + 2r = 20,$$

էթէ բազմապատկիցի առաջինն ընդ  $s$ , և բարձցի անտի երկրորդն, ելանիցէ

$$(5s - 4)m + (3s - 2)r = 3s - 20.$$

առ. 'ի գտանել  $qm$ , զիցի  $3s - 2 = 0$ , վասն որոյ

$$(5s - 4)m = 3s - 20,$$

ուստի

$$* = \frac{3f - 20}{5f - 4},$$

և

$$f = \frac{2}{3},$$

որով

$$* = \frac{\frac{3 \cdot 2}{3} - 20}{\frac{5 \cdot 2}{3} - 4} = \frac{6 - 60}{10 - 12} = 27.$$

նայնպէս առ 'ի դասակէլ զւր, գիցի  $5f - 4 = 0$ , վասն որոյ

$$(3f - 2)r = 3f - 20,$$

ուստի

$$r = \frac{3f - 20}{3f - 2},$$

և

$$f = \frac{4}{5},$$

որով

$$r = \frac{\frac{3 \cdot 4}{5} - 20}{\frac{3 \cdot 4}{5} - 2} = \frac{12 - 100}{12 - 10} = -44:$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 4* + 7r = 78 \\ 3* + 8r = 75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 9, \\ r = 6: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 5* - 4r = 32 \\ 3* - 9r = -27 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 12, \\ r = 7: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot * + r = 44 \\ 7* - 6r = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 28, \\ r = 16: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 3* + 4r = 4 \\ 12* - 6r = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = \frac{2}{3}, \\ r = \frac{1}{2}: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 \cdot 16\varphi - 25\tau = 5 \\ 5\varphi - 24\tau = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = -\frac{5}{8} \\ \tau = -\frac{3}{5} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 7 \cdot 5(3\varphi - 2\tau) = 10 - 3\varphi \\ \frac{1+2\tau}{3} - \frac{\varphi-2\tau}{3} = 8\varphi - 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = -\frac{5}{84} \\ \tau = -\frac{31}{28} \end{array}$$

Առաւել ևս գիւրագոյն և երազ լուծանիցին առաջարկութիւնք, եթէ յընդհանուր բացատրութեան  $\varphi$ ,  $\tau$  անձանութից ընդ  $\omega$ ,  $\tau$ , և  $\omega$ , համարադրողաց փոխանակիցին զօրութիւնք նոցին :

$$\begin{array}{l} 8 \cdot 3\varphi + 5\tau = 27 \\ 2\varphi + 7\tau = 29 \end{array}$$

որովհետև

$$\begin{array}{l} \varphi = 3, \tau = 5, \text{ և } \varphi = 27 \\ \varphi_1 = 2, \tau_1 = 7, \text{ և } \varphi_1 = 29 \end{array}$$

աւտի

$$\tau_1\varphi - \tau\varphi_1 = 44, \varphi\tau_1 - \varphi_1\tau = 33, \varphi\tau_1 - \varphi_1\tau = 11,$$

վասն որոյ

$$\varphi = \frac{44}{11} = 4, \text{ և } \tau = \frac{33}{11} = 3 :$$

$$\left. \begin{array}{l} 9 \cdot 3\varphi - 7\tau = 4 \\ 2\varphi + 5\tau = 22 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 6 \\ \tau = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 \cdot 5\varphi - 3\tau = 14 \\ 8\varphi - 15\tau = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 4 \\ \tau = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 11 \cdot \tau + 3\varphi = 20 \\ 5\varphi - 2\tau = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 5 \\ \tau = 5 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 12 \cdot \frac{2}{5}\varphi + \frac{3}{8}\tau = 7 \\ \frac{3}{5}\varphi + \frac{5}{8}\tau = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varphi = 10 \\ \tau = 8 \end{array}$$





Առաջադասութիւն Ա. — Բաժանել զթիւն 58 յերկուս մասունս, բայց այնպէս զի առաջինն փոքրագոյն իցէ քան զերկրորդն 16 միութեամբք :

Լուծումք. — Իցէ  $x$  մասն մեծագոյն և  $r$  մասն փոքրագոյն, ուստի

$$x + r = 58$$

$$x - r = 16,$$

վասն որոյ

$$x = 37, \text{ և } r = 21 :$$

Առաջադասութիւն Բ. — Ոսկերիչ ոմն վաճառեաց 3 չափս ոսկւոյ և 5 արծաթոյ 318 դահեկանաց. վաճառեաց նոյնպէս 5 չափս ոսկւոյ և 7 արծաթոյ 522 դահեկանաց. — Զի՞նչ իցէ գին միոյ չափու ոսկւոյն և միոյ չափու արծաթոյն :

Լուծումք. — Իցեն  $x$  և  $r$  խնդրեալ գինքն, ուստի

$$3x + 5r = 318$$

$$5x + 7r = 522,$$

վասն որոյ

$$x = 96$$

գին միոյ չափու ոսկւոյն, և

$$r = 6$$

գին միոյ չափու արծաթոյն :

Առաջադասութիւն Գ. — Առեալ դրամ 'ի ձեռս, առնում մի յաջոյ և փոխադրեմ 'ի ձախ, որով հաւասարի թիւ երկուցունցն. բայց եթէ փոխադրեալ էի երկու 'ի ձախոյ յաջ, 'ի սմա լինէր կրկին միւսոյն : — Քանի՞ դրամք էին նախ յիւրաքանչիւր ձեռս :

Լուծումք. — Իցեն  $x$  աջոյն և  $r$  ձախոյն. ըստ առաջին սրայմանին լինիցի

$$x - 1 = r + 1,$$

և ըստ երկրորդին լինիցի

$$x + 2 = 2(r - 2),$$

վասն որոյ

$$x = 10$$

դահեկանս ունէի յաջում, և

$$r=8$$

դահեկանս ունէի 'ի ձախում:

Առաջադիւն-Բիւն Դ. — Են երկու սակի անօթք և մի խումբ վասն երկաքանչիւրոցն. առաջինն կշռէ տրամս 36, և հանդերձ խփովն՝ կրկնապատիկ երկրորդին. և երկրորդն հանդերձ խփովն կշռէ եռապատիկ առաջնոցն: — Որչափ կշռէ երկրորդն և որչափ խումբն:

Լուծում. — Իցէ ք ծանրութիւն երկրորդ անօթոյն և շ խփոյն, ուստի

$$36 + r = 2x$$

$$x + r = 108,$$

վասն որոյ

$$r = 60, \text{ և } x = 48:$$

Առաջադիւն-Բիւն Ե. — Հայր իմ կրկնապատիկ մեծ է քան զիս հասակաւ, բայց յառաջ քան զամս 15 հնգապատիկ մեծ էր քան զիս: — Քանի՞ ամաց իցեմք հայր իմ և ես:

Լուծում. — Իցէ ք թիւ ամաց հօր իմոյ և շ թիւ ամաց իմոյ, ուստի

$$x = 2r$$

$$x - 15 = 5(r - 15),$$

վասն որոյ

$$x = 40, \text{ և } r = 20:$$

Առաջադիւն-Բիւն Զ. — Վարժապետն խոստացաւ աշակերտին տալ 'ի վարձ շաբանակս 10 առ իւրաքանչիւր առաջարկութիւն, զոր եթէ անսխալ լուծանիցէ, և ընդհակառակն առնուլ 'ի նմանէ յետս շաբանակս 5 առ իւրաքանչիւր առաջարկութիւն, զոր եթէ սխալ լուծանիցէ: Զկնի 20 առաջարկութեանց մնացին առ աշակերտին 'ի վարձուցն շաբանակք 80: — Քանի՞ առաջարկութիւնս լուծեալ է աշակերտին անսխալ և քանի՞ սխալ:

Լուծում. — Իցէ ք թիւ առաջարկութեանցն անսխալ լուծելոց և շ թիւ առաջարկութեանցն սխալ լուծելոց, ուստի

$$10\ast - 5\text{r} = 80$$

$$\ast + \text{r} = 20,$$

վան որոյ

$$\ast = 12, \text{ և } \text{r} = 8 :$$

Առաջադրանքն է. — Այր ոմն ունի երկու ազգա գինւոյ. մի չափ առաջնոյն արժէ 30 դրամ, և երկրորդին՝ 16 դրամ. և յերկուց ազգաց գինւոյն կամի կազմել խառնուած, որ ունիցի չափս 7 և արժիցէ 20 դրամ մի չափն : — Ո՞ր չափինչ յերկուց ազգացն պարտ իցէ նմա առնուլ :

Լուծումն. — Իցէ  $\ast$  թիւ չափուց առաջին ազգին և  $\text{r}$  երկրորդին, ուստի

$$\ast + \text{r} = 7$$

$$30\ast + 16\text{r} = 140,$$

վան որոյ

$$\ast = 2, \text{ և } \text{r} = 5 :$$

Առաջադրանքն Ը. — Աւազան մի էր 'ի քաղաքի ուրեք, որ տանէր 210 խորանարդ մէդր ջրոյ, և երկու ագուգայք գային յաւազանն. մին 'ի ժամս 4 և երկրորդն 'ի ժամս 5 ետուն միանգամայն 90 խորանարդ մէդր ջրոյ : Յայլում նուազի առաջինն 'ի ժամս 7 և երկրորդն 'ի ժամս  $3\frac{1}{2}$  ետուն

միանգամայն 126 խորանարդ մէդր ջրոյ : — Ի միում ժամու յիւրաքանչիւր ագուգայէ որչափ ինչ ջուր հոսիցի, և թէ 'ի քանի՞ ժամս ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնին ագուգայքն :

Լուծումն. — Իցէ  $\ast$  չափ ջրոյն որ յառաջին ագուգայէ 'ի միում ժամու հոսիցի և  $\text{r}$  չափ ջրոյն որ յերկրորդէն 'ի միում ժամու հոսիցի, ուստի

$$4\ast + 5\text{r} = 90$$

$$7\ast + 3\frac{1}{2}\text{r} = 126,$$

վան որոյ

$$\ast = 15, \text{ և } \text{r} = 6,$$

և 'ի ժամս  $210 : 21 = 10$  ընուցուն զաւազանն մինչ 'ի միմեանս խառնին ագուգայքն :

Առաջադրանքի մ. — Այր ոմն ունի երկուս ազգս ցորենոյ . 3 չափս առաջնոյն խառնեալ ընդ 5 չափուց երկրորդին՝ վաճառեաց զխառնուածն՝ մի չափն  $20\frac{1}{2}$  դահեկանաց :

Յայլում նուագի  $3\frac{3}{4}$  չափս առաջնոյն խառնեալ ընդ  $7\frac{1}{2}$  չափուց երկրորդին՝ վաճառեաց զխառնուածն՝ մի չափն 20 դահեկանաց : — Քանի՞ դահեկանի իցէ մի չափ իւրաքանչիւր ազգին :

Լուծում. — Իցէ  $\varphi$  գին առաջին ազգին և  $\psi$  երկրորդ ազգին , ուստի

$$3\varphi + 5\psi = 8 \cdot 20\frac{1}{2}$$

$$3\frac{3}{4}\varphi + 7\frac{1}{2}\psi = 11\frac{1}{4} \cdot 20 ,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 28 , \text{ և } \psi = 16 :$$

Առաջադրանքի մ. — Են երկու ազգ հրահալէլեաց անագի և կապարի . 37 չափ անագի ընկղմեալ 'ի ջուր , նուազէ 'ի ծանրութենէ իւրմէ չափս 5 . և 23 չափ կապարի ընկղմեալ 'ի ջուր նուազէ 'ի ծանրութենէ իւրմէ չափս 2 : Յերկուց հրահալէլեաց աստի կազմեցաւ խառնուած , որոյ ծանրութիւնն է 120 չափ , և ընկղմեալ 'ի ջուր՝ նուազէ 'ի ծանրութենէ իւրմէ չափս 14 : — Որչափ ինչ յերկուց հրահալէլեացն մտանիցեն 'ի խառնուածն :

Լուծում. — Իցէ  $\varphi$  քանակութիւն անագին և  $\psi$  քանակութիւն կապարին , ուստի

$$\varphi + \psi = 120$$

$$\frac{5\varphi}{37} + \frac{2\psi}{23} = 14 ,$$

վասն որոյ

$$\varphi = 74 , \text{ և } \psi = 46 :$$

Առաջադրանքի մ. — Տեսակարար ծանրութիւն զէնկի է 7 , և պղնձոյ՝ 9 : Յերկուց հրահալէլեաց աստի խնդրի կազ

Տեղ խառնուած , որոյ բացարձակ ծանրութիւնն իցէ 50 , և  
տեսակարար ծանրութիւնն 8·2 : — Ո՛րչափ ինչ յերկուց նիւ-  
թոցն մտանիցեն 'ի խառնուածն :

Լ<sup>ածոս</sup> . — Իցէ  $\varphi$  քանակութիւն ղէնկին և  $\epsilon$  քանակու-  
թիւն սղնձոյն , ուստի

$$\varphi + \epsilon = 50$$
$$\frac{\varphi}{7} + \frac{\epsilon}{9} = \frac{50}{8 \cdot 2}$$

վասն որոյ

$$\varphi = 17 \cdot 07 , \text{ և } \epsilon = 32 \cdot 93 :$$

Առաջաբերութիւն ժ.Բ. — Տեսակարար ծանրութիւն կա-  
պարի է 11·324 , սնկենւոյ 0·24 և եղենափայտի 0·45 : Խըն-  
դրի կազմել մարմին 'ի կապարէ և 'ի սնկենւոյ , որոյ բացար-  
ձակ ծանրութիւնն իցէ 80 , և կշռիցէ որչափ կշռէ հաւասար  
տարածոցաւ եղենափայտ : — Ո՛րչափ կապար և որչափ սղն-  
կենի սրտա իցէ առնուլ :

Լ<sup>ածոս</sup> . — Իցէ  $\varphi$  քանակութիւն կապարին և  $\epsilon$  քանա-  
կութիւն սնկենւոյն , ուստի

$$\varphi + \epsilon = 80$$
$$\frac{\varphi}{11 \cdot 324} + \frac{\epsilon}{0 \cdot 24} = \frac{80}{0 \cdot 45}$$

վասն որոյ

$$\varphi = 38 \cdot 14 \dots , \text{ և } \epsilon = 41 \cdot 85 \dots :$$

Առաջաբերութիւն ժ.Գ. — Հերոն արքայ Սիրահուսայ ետ  
չինել թագ մի ոսկի 'ի ձօնել զիցն Արամազդայ , որ ըստ Աի-  
տրուվեայ կշռէր 20 լիար : Արքիմեդէս չափաբեր քաջ յան-  
դիմանեաց ղգաւաճանութիւն ոսկերչին , որ գողացեալ էր  
յոսկւոյ թագին , և խառնեալ ընդ այնր զարծաթ , քանզի  
թագն ընկղմեալ 'ի ջուր կշռէր 18·75 լիար եւթ : Արդ գի-  
տելով եթէ տեսակարար ծանրութիւն ոսկւոյ է 19·64 և ար-  
ծաթոյ՝ 10·47 , որչափ ոսկի կայր 'ի թագն և որչափ արծաթ  
խառնեալ :

Լ<sup>ածոս</sup> . — Իցէ  $\varphi$  քանակութիւն ոսկւոյն և  $\epsilon$  քանակու-  
թիւն արծաթոյն , ուստի

$$* + r = 20$$

$$\frac{*}{19 \cdot 64} + \frac{r}{10 \cdot 47} = \frac{20}{18 \cdot 75}$$

վանն որոյ

$$* = 14 \cdot 77 \dots, \text{ և } r = 5 \cdot 22 \dots :$$

151. Ի հրահանգ յաւելցին և այլ առաջարկութիւնք :  
 Թ. Գտանել երկուս թիւս որոյ բովանդակութիւնն իցէ  
 60 և տարբերութիւնն իցէ 6 :

Պատասխանի 27, և 33 :

Բ. Գտանել երկուս թիւս, որպէս զի տարբերութիւն երկրորդ կարողութեանց նոցա իցէ 24, իսկ տարբերութիւն արմատոցն իցէ 2 :

Պ/ս. 7, և 5 :

Գ. Տուն մի կրկնայարկ ունի բարձրութիւն 17 կանգուն, և առաջին յարկն է 6 կանգուն առաւել բարձր քան զերկրորդն : — Ո՞րչափ իցէ բարձրութիւն երկուցն ևս յարկաց :

$$\text{Պ/ս. } 11\frac{1}{2}, \text{ և } 5\frac{1}{2} :$$

Դ. Թիւ ամաց հօր ուրումն և որդւոյ նորա միանգամայն են 120, բայց հայրն 'ի հասակի 55 ամաց ծնեալ է զորդին : — Քանի՞ ամբ են երկաքանչիւրոց :

$$\text{Պ/ս. } 87\frac{1}{2}, \text{ և } 32\frac{1}{2} :$$

Ե. Պետրոս և Պաւղոս ունէին միանգամայն 260 դահեկանս և 'ի խաղալն նարախ կորուսին միանգամայն դահեկանս 80. բայց Պետրոս զերկրորդ մասն դահեկանաց իւրոց և Պաւղոս զհինգերորդ մասն : — Ո՞րչափ ինչ իւրաքանչիւր ոք ունէր յառաջ քան զխաղալն և ո՞րչափ ինչ 'ի խաղի անդ կորոյս :

Պ/ս. 210, և 50 :

Զ. Էշ բեռնակիր ասաց ցընկեր իւր ջորի. եթէ 50 չափս 'ի բեռանց քոց տայես ինձ՝ բեռն իմ լինի կրկնաստիկ բեռանց քոց : Անդէն կրկնեաց ջորին. եթէ դու 50 չափս 'ի բեռանց քոց տայես ինձ, բեռն իմ լինի եռաստիկ բեռանց քոց : — Քանի՞ չափք էին բեռանց իւրաքանչիւրոց :

Պ/ս. 110, և 130 :

է. Հարցեալ մանուկ ոմն ցուսումնակից իւր զհասակ Պո-  
րա ընկալաւ սրատասխանի, եթէ զմին յամաց քոց տացես ինձ,  
հասակ կենաց իմոց լինիցի մի և կէս հասակի քո. իսկ եթէ ես  
տաց քեզ զմին յամաց իմոց, լինիցիմք ըստ ամենայնի հաս-  
կակից: — Քանի՞ ամաց էր իւրաքանչիւրն:

Պ/ս. 9, և 11:

Ե. Արձկան ոմն աւուրս 12 աշխատ եղև և ընդ նմա աշխատ  
եղեն աւուրս 9 կինն և որդին, և առին միանգամայն վարձս  
42 դահեկանաց: Յետ այնորիկ նովին ռոճկաւ գործեաց  
այրն աւուրս 14 և ընդ նմա կինն և որդին աւուրս 10 և առին  
վարձս 48 դահեկանաց: — Ո՞րչափ ինչ ռոճիկ յաւուրն ա-  
ռեալ իցէ այրն, և որչափ կինն և որդին:

Պ/ս. 2, և 2:

Թ. Են երկու աղք հրահալէլեաց արծաթոյ և սղնձոյ. 21  
չափ արծաթոյ ընկղմեալ 'ի ջուր՝ կշռէ չափս 19, և 9 չափ  
սղնձոյ ընկղմեալ 'ի ջուր՝ կշռէ չափս 8: Յերկուց հրահալէ-  
լեաց ասաի կաղմեցաւ խառնուած, որոյ ծանրութիւնն է 148

չափ, և ընկղմեալ 'ի ջուր կշռէ չափս  $133\frac{1}{2}$ : — Ո՞րչափ ինչ  
յերկուց հրահալէլեացն մտանիցեն 'ի խառնուածն:

Պ/ս. 112, և 36:

ՀԱՏՈՒԱԾ Ե.

Յադագս լուծանելոյ զեռանձանօր և ընդհանրասպէս  
զբազմանձանօր հաշտարոշքիւնս և առաջար-  
կոշքիւնս առաջին սատիճանի :

132. Եթէ գէպ ընկիցի առաջարկութեան իրիք երկու ան-  
ձանօթ քանակութիւնս ունել, յայնժամ հանգամանք առա-  
ջարկութեանն այնպէս իմն պահանջեն որպէս զի յերկու ազգի  
ազգի հաւասարութիւնս զատեալ որոշիցի, յորոց և ոչ մին  
'ի միւսն բովանդակիցի :

Իսկ 'ի լուծանել զհաւասարութիւնս յորս երեք անձանօթ  
քանակութիւնք իցեն, քառեակ ոճք են, որպէս 'ի վեր անդր  
ասացաք (130), զոր և ուսուցուք մտաւոր կանոնօքս :

Ոճ բազրասպասիւնս. — Պարտ է զզօրութիւն միոյ յանձա-  
նօթ քանակութեանցն ուրոյն ուրոյն յերեսին ևս հաւասա-  
րութիւնս խնդրել, զերկուս այլ անձանօթսն իբրև ծանու-  
ցեալս համարելով: Յետ այնորիկ հարկ է զառաջինն և զեր-  
կրորդն, կամ զառաջինն և զերրորդն 'ի զօրութեանց անձա-  
նօթին միմեանց հաւասարս դնել, որով վերածիցին յերկուս  
հաւասարութիւնս, յորս երկու անձանօթ քանակութիւնք  
կայցեն, և ապա վճարել զիրան ըստ (130) համարոյ :

Որպէս

$$w + fr + fd = r$$

$$w_1 + f_1r + f_1d = r_1$$

$$w_2 + f_2r + f_2d = r_2$$

ուստի

$$w = \frac{r - fr - fd}{w}$$

և

$$w = \frac{r_1 - f_1r - f_1d}{w_1}$$



և

$$\varphi = \frac{\tau_2 - f_2 r - q_2 \gamma}{m_2}$$

և քանից  $\varphi = \varphi = \varphi$ , ուրիշն և

$$\frac{\tau - f r - q \gamma}{m} = \frac{\tau_1 - f_1 r - q_1 \gamma}{m_1} = \frac{\tau_2 - f_2 r - q_2 \gamma}{m_2}$$

և կամ

$$\frac{\tau - f r - q \gamma}{m} = \frac{\tau_1 - f_1 r - q_1 \gamma}{m_1}$$

և

$$\frac{\tau - f r - q \gamma}{m} = \frac{\tau_2 - f_2 r - q_2 \gamma}{m_2}$$

վերածելով

$$m_1 \tau - m_1 f r - m_1 q \gamma = m \tau_1 - m f_1 r - m q_1 \gamma$$

և

$$m_2 \tau - m_2 f r - m_2 q \gamma = m \tau_2 - m f_2 r - m q_2 \gamma$$

վտխադրելով

$$(m f_1 - m_1 f) r + (m q_1 - m_1 q) \gamma = m \tau_1 - m_1 \tau$$

և

$$(m f_2 - m_2 f) r + (m q_2 - m_2 q) \gamma = m \tau_2 - m_2 \tau$$

կանոնորոշ

$$r = \frac{(m \tau_1 - m_1 \tau)(m q_2 - m_2 q) - (m \tau_2 - m_2 \tau)(m q_1 - m_1 q)}{(m f_1 - m_1 f)(m q_2 - m_2 q) - (m f_2 - m_2 f)(m q_1 - m_1 q)}$$

կամ

$$r = \frac{m \tau_1 q_2 - m q_1 \tau_2 + q m_1 \tau_2 - \tau m_1 q_2 + \tau q_1 m_2 - q \tau_1 m_2}{m f_1 q_2 - m q_1 f_2 + f m_1 f_2 - f m_1 q_2 + f q_1 m_2 - q f_1 m_2}$$

և կամ

$$r = \frac{\tau(q_1 m_2 - m_1 q_2) + \tau_1(m q_2 - q m_2) + \tau_2(q m_1 - m q_1)}{f(q_1 m_2 - m_1 q_2) + f_1(m q_2 - q m_2) + f_2(q m_1 - m q_1)}$$

և

$$\gamma = \frac{(m f_1 - m_1 f)(m \tau_2 - m_2 \tau) - (m f_2 - m_2 f)(m \tau_1 - m_1 \tau)}{(m f_1 - m_1 f)(m q_2 - m_2 q) - (m f_2 - m_2 f)(m q_1 - m_1 q)}$$

կամ

$$\gamma = \frac{m f_1 \tau_2 - m \tau_1 f_2 + \tau m_1 f_2 - f m_1 \tau_2 + f \tau_1 m_2 - \tau f_1 m_2}{m f_1 q_2 - m q_1 f_2 + f m_1 f_2 - f m_1 q_2 + f q_1 m_2 - q f_1 m_2}$$

և կամ

$$\gamma = \frac{\tau(\beta_1 \alpha_2 - \alpha_1 \beta_2) + \tau_1(\alpha \beta_2 - \beta \alpha_2) + \tau_2(\beta \alpha_1 - \alpha \beta_1)}{\tau(\beta_1 \alpha_2 - \alpha_1 \beta_2) + \tau_1(\alpha \beta_2 - \beta \alpha_2) + \tau_2(\beta \alpha_1 - \alpha \beta_1)} ;$$

Եթէ զգորութիւնս  $\tau$  և  $\gamma$  քանակութեանց'ի միում'ի հաւասարութեանցն, զոր օրինակ'ի

$$\alpha = \frac{\tau - \beta \gamma - \tau \gamma}{\alpha}$$

փոխանակիցեմք, գտանիցի

$$\alpha = \frac{\tau(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) + \tau_1(\beta \alpha_2 - \alpha \beta_2) + \tau_2(\alpha \beta_1 - \beta \alpha_1)}{\alpha(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) + \alpha_1(\beta \alpha_2 - \alpha \beta_2) + \alpha_2(\alpha \beta_1 - \beta \alpha_1)} ;$$

Ըստ սմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարութիւնք ըստ սչոյ բաղդատութեան .

$$4 \cdot 8\alpha + 5\tau + 2\gamma = 24$$

$$6\alpha - 3\tau + \gamma = 3$$

$$4\alpha + 9\tau - 6\gamma = 4 ,$$

ուստի

$$\alpha = \frac{24 - 5\tau - 2\gamma}{8} ,$$

և

$$\alpha = \frac{3 + 3\tau - \gamma}{6} ,$$

և

$$\alpha = \frac{4 - 9\tau + 6\gamma}{4} .$$

ուրեմն և

$$\frac{24 - 5\tau - 2\gamma}{8} = \frac{3 + 3\tau - \gamma}{6} ,$$

և

$$\frac{24 - 5\tau - 2\gamma}{8} = \frac{4 - 9\tau + 6\gamma}{4} .$$

յորոյ ծագիցէ

$$\tau = \frac{60 - 2\gamma}{27} ,$$

և

$$r = \frac{6+20\gamma}{33},$$

հետևաբար

$$\frac{60-2\gamma}{27} = \frac{6+20\gamma}{33},$$

վասն որոյ

$$\gamma = 3.$$

որով և

$$r = \frac{60-2\gamma}{27} = \frac{60-2 \cdot 3}{27} = 2,$$

և

$$* = \frac{3+3r-\gamma}{6} = \frac{3+3 \cdot 2-3}{6} = 1:$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 2* - 3r + 5\gamma = 15 \\ 3* + 2r - \gamma = 8 \\ * + 5r + 2\gamma = 21 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 2, \\ r = 3, \\ \gamma = 4: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 2* - r + \gamma = 9 \\ * - 2r + 3\gamma = 14 \\ 3* + 4r - 2\gamma = 7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 3, \\ r = 2, \\ \gamma = 5: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot * + r = 10 \\ * + \gamma = 19 \\ r + \gamma = 23 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 3, \\ r = 7, \\ \gamma = 16: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot * + r + \gamma = 29\frac{1}{4} \\ * + r - \gamma = 18\frac{1}{4} \\ * - r + \gamma = 13\frac{3}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 16, \\ r = 7\frac{3}{4}, \\ \gamma = 5\frac{1}{2}: \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 \cdot 3* + 5r = 161 \\ 7* + 2\gamma = 209 \\ 2r + \gamma = 89 \end{array} \right\} \begin{array}{l} * = 17, \\ r = 22, \\ \gamma = 45: \end{array}$$

$$\begin{cases}
 7 \cdot \frac{w}{2} + \frac{r}{3} + \frac{v}{4} = 62 \\
 \frac{w}{3} + \frac{r}{4} + \frac{v}{5} = 47 \\
 \frac{w}{4} + \frac{r}{5} + \frac{v}{6} = 38
 \end{cases}
 \begin{cases}
 w = 24, \\
 r = 60, \\
 v = 120 :
 \end{cases}$$

Ոճ Ժիսանակութեան. — Պարտ է զգորութիւն միոյ յանձա-  
նօթ քանակութեանցն խնդրել ՚ի միում ՚ի հաւասարութեց,  
և փոխանակել զայն յայլ ևս յերկուս հաւասարութիւնս, ո-  
րով վերածիցին յերկուս հաւասարութիւնս յորս երկու  
անձանօթ քանակութիւնք կայցեն, և ապա վճարել զիրան  
ըստ (130) համարոյ :

Որպէս

$$\begin{aligned}
 w + r + v &= \tau \\
 w_1 + r_1 + v_1 &= \tau_1 \\
 w_2 + r_2 + v_2 &= \tau_2,
 \end{aligned}$$

արդ եթէ առեալ յառաջնոյն զգորութիւն անձանօթին

$$w = \frac{\tau - r - v}{3}$$

փոխանակիցուք յերկրորդն և յերրորդն, լինիցին

$$w_1 \cdot \frac{\tau - r - v}{3} + r_1 + v_1 = \tau_1,$$

և

$$w_2 \cdot \frac{\tau - r - v}{3} + r_2 + v_2 = \tau_2,$$

վերածելով

$$w_1 \tau - w_1 r - w_1 v + r_1 + v_1 = \tau_1,$$

և

$$w_2 \tau - w_2 r - w_2 v + r_2 + v_2 = \tau_2,$$

և փոխադրելով

$$(w_1 r - w_1 r) + (w_1 v - w_1 v) = \tau_1 - w_1 \tau,$$

և

$$(w_2 r - w_2 r) + (w_2 v - w_2 v) = \tau_2 - w_2 \tau,$$

վան որոյ

$$\vartheta = \frac{(\omega f_1 - \omega_1 f)(\omega \tau_2 - \omega_2 \tau) - (\omega f_2 - \omega_2 f)(\omega \tau_1 - \omega_1 \tau)}{(\omega f_1 - \omega_1 f)(\omega \phi_2 - \omega_2 \phi) - (\omega f_2 - \omega_2 f)(\omega \phi_1 - \omega_1 \phi)}$$

կամ

$$\vartheta = \frac{\omega f_1 \tau_2 - \omega \tau_1 f_2 + \tau \omega_1 f_2 - f \omega_1 \tau_2 + f \tau_1 \omega_2 - \tau f_1 \omega_2}{\omega f_1 \phi_2 - \omega \phi_1 f_2 + \phi \omega_1 f_2 - f \omega_1 \phi_2 + f \phi_1 \omega_2 - \phi f_1 \omega_2}$$

և կամ

$$\vartheta = \frac{\tau(f_1 \omega_2 - \omega_1 f_2) + \tau_1(\omega f_2 - f \omega_2) + \tau_2(f \omega_1 - \omega f_1)}{\phi(f_1 \omega_2 - \omega_1 f_2) + \phi_1(\omega f_2 - f \omega_2) + \phi_2(f \omega_1 - \omega f_1)}$$

Սոյնպէս մարթ է գտանել և զզօրութիւնս  $\varphi$  և  $\zeta$  քանակութեանց :

Ըստ նմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարութիւնք ըստ սճոյ բաղդատութեան .

$$\begin{aligned} 1 \cdot 3\varphi + \zeta + \vartheta &= 18 \\ 2\varphi + 3\zeta + 2\vartheta &= 28 \\ 5\varphi + 3\zeta + 3\vartheta &= 38, \end{aligned}$$

էթէ առեալ յառաջնոյն զզօրութիւն անճանօթին

$$\varphi = \frac{18 - \zeta - \vartheta}{3}$$

փոխանակիցուք յերկրորդն և յերրորդն, լինիցին

$$2 \cdot \frac{18 - \zeta - \vartheta}{3} + 3\zeta + 2\vartheta = 28,$$

կամ

$$7\zeta + 4\vartheta = 48,$$

և

$$5 \cdot \frac{18 - \zeta - \vartheta}{3} + 3\zeta + 3\vartheta = 38,$$

կամ

$$\zeta + 4\vartheta = 24,$$

յորոյ վերջինն տայ

$$\zeta = 24 - 4\vartheta,$$

զոր եզեալ 'ի նախընթացն, գտանիցեմք

$$7(24 - 4\vartheta) + 4\vartheta = 48,$$

Αωάνη οργη

$$\vartheta = 5,$$

Σκωλωρωρ

$$\tau = 24 - 4\vartheta = 24 - 4 \cdot 5 = 4.$$

κ

$$\ast = \frac{18 - \tau - \vartheta}{3} = \frac{18 - 4 - 5}{3} = 3.$$

$$\left. \begin{aligned} 2 \cdot 3\ast + 2\tau + \vartheta &= 23 \\ 5\ast + 2\tau + 4\vartheta &= 46 \\ 11\ast + 5\tau + 4\vartheta &= 75 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 4, \\ \tau &= 3, \\ \vartheta &= 5. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 5 \cdot \ast - 2\tau + 3\vartheta &= 11 \\ 8\ast + 2\tau - 4\vartheta &= 10 \\ \frac{\ast}{3} - \frac{\tau}{5} + \frac{\vartheta}{2} &= 3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 3, \\ \tau &= 5, \\ \vartheta &= 6. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 4 \cdot \tau + \frac{\ast}{2} &= 41 \\ \ast + \frac{\vartheta}{4} &= 20\frac{1}{2} \\ \tau + \frac{\vartheta}{5} &= 34 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 18, \\ \tau &= 32, \\ \vartheta &= 10. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 5 \cdot 53 - \frac{\ast}{2} - \frac{\vartheta}{2} &= \tau - 109 \\ \frac{\ast}{4} + \frac{\tau}{8} &= 26 \\ 5\tau &= 4\vartheta \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 64, \\ \tau &= 80, \\ \vartheta &= 100. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 6 \cdot 7\ast - 5\vartheta &= \tau + \ast - 86 \\ 2\ast - \frac{3\tau}{4} &= 93 - \frac{\ast}{2} - \frac{\tau}{4} \\ \frac{\ast}{2} + \frac{\tau}{3} + \frac{\vartheta}{4} &= 58 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 48, \\ \tau &= 54, \\ \vartheta &= 64. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 7 \cdot 2\frac{1}{3}\ast + 200 &= 16\frac{1}{2}\vartheta - 610 \\ 3\ast - 100 &= 5\tau + 360 \\ 2\tau + 3\vartheta &= 548 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \ast &= 360, \\ \tau &= 124, \\ \vartheta &= 100. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 8 \cdot \frac{\varphi}{3} - \frac{\tau}{2} + \nu = 3 \\ \frac{\varphi}{6} + \frac{\tau}{4} - \frac{\nu}{3} = 1 \\ \frac{\varphi}{2} - \frac{\tau}{4} + \nu = 5 \end{cases} \begin{cases} \varphi = 6, \\ \tau = 4, \\ \nu = 3. \end{cases}$$

Ո՞՞ յաւելման կամ բարձման . — Պարտ է յաւելուլ կամ բառնալ զառաջինն յերկրորդ հաւասարութենէ, և զերկրորդն յերրորդ հաւասարութենէ, որով վերածիցին երեք հաւասարութիւնքն յերկուս հաւասարութիւնս յորս երկու անծանօթ քանակութիւնք կայցեն, սպա վճարել զիրան ըստ (150) համարոյ :

Որպէս

$$\begin{aligned} \varphi + \tau + \nu &= \tau \\ \varphi_1 + \tau_1 + \nu_1 &= \tau_1 \\ \varphi_2 + \tau_2 + \nu_2 &= \tau_2 \end{aligned}$$

ուստի

$$\begin{aligned} \varphi_1 \varphi + \tau_1 \tau + \nu_1 \nu &= \tau_1 \tau \\ \varphi_2 \varphi + \tau_2 \tau + \nu_2 \nu &= \tau_2 \tau \end{aligned}$$

— — — —

$$(\varphi_1 \varphi - \varphi_2 \varphi) + (\tau_1 \tau - \tau_2 \tau) = \tau_1 \tau - \tau_2 \tau$$

գարձեալ

$$\begin{aligned} \varphi_1 \varphi_2 + \tau_1 \tau_2 + \nu_1 \nu_2 &= \tau_1 \tau_2 \\ \varphi_1 \varphi_2 + \tau_1 \tau_2 + \nu_1 \nu_2 &= \tau_1 \tau_2 \end{aligned}$$

— — — —

$$(\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_2 \varphi_2) + (\tau_1 \tau_2 - \tau_2 \tau_2) = \tau_1 \tau_2 - \tau_2 \tau_2$$

Եթէ 'ի հաւասարութեանցն

$$\begin{aligned} (\varphi_1 \varphi - \varphi_2 \varphi) + (\tau_1 \tau - \tau_2 \tau) &= \tau_1 \tau - \tau_2 \tau, \\ (\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_2 \varphi_2) + (\tau_1 \tau_2 - \tau_2 \tau_2) &= \tau_1 \tau_2 - \tau_2 \tau_2, \end{aligned}$$

առեալ զգորութիւն անծանօթիցն  $\tau$  և  $\nu$  ըստ (150) համարոյ փոխանակիցուք յառաջինն, յերկրորդն կամ յերրորդն, դասնիցի և զգորութիւն անծանօթին  $\varphi$  :

Ըստ նմին օրինակի լուծանին և առաջիկայ հաւասարու-  
թիւնք ըստ սճոյ յաւելման կամ բարձման :

$$\begin{aligned} 1 \cdot 3\varphi - 2\tau + 5\sigma &= 8 \\ 2\varphi + 5\tau - 2\sigma &= 18 \\ 4\varphi - \tau + 2\sigma &= 14, \end{aligned}$$

ուստի

$$\begin{aligned} 6\varphi - 4\tau + 10\sigma &= 16 \\ 6\varphi + 15\tau - 6\sigma &= 54 \\ \hline -19\tau + 16\sigma &= -38. \end{aligned}$$

դարձեալ

$$\begin{aligned} 4\varphi + 10\tau - 4\sigma &= 36 \\ 4\varphi - \tau + 2\sigma &= 14 \\ \hline 11\tau - 6\sigma &= 22 : \end{aligned}$$

Արդ եթէ ՚ի հաւասարութիւնսք

$$\begin{aligned} -19\tau + 16\sigma &= -38 \\ 11\tau - 6\sigma &= 22 \end{aligned}$$

բազմապատկելի առաջինն ընդ 11 և երկրորդն ընդ 19, լինելի

$$\begin{aligned} -209\tau + 176\sigma &= -418 \\ 209\tau - 114\sigma &= 418 \end{aligned}$$

$$62\sigma = 0, \text{ վասն որոյ } \sigma = 0,$$

հետևաբար

$$\begin{aligned} 11\tau - 6\sigma &= 22, \\ 11\tau - 6 \cdot 0 &= 22, \\ \tau &= 2. \end{aligned}$$

և

$$\begin{aligned} 3\varphi - 2\tau + 5\sigma &= 8, \\ 3\varphi - 2 \cdot 2 + 5 \cdot 0 &= 8, \\ \varphi &= 4 : \end{aligned}$$



$$\frac{3\tau}{4} + 58 = \frac{*}{3}$$

$$\frac{4\ddagger}{5} + 58 = \frac{*}{6}$$

վան որոյ

$$* = 588, \tau = 354, \sigma = 184, \text{ և } \ddagger = 50:$$

133. Ի հրահանգ յաւելցին և այլ առաջարկութիւնք:

ա. Գտանել երիւթիւս, որք այնպիսի իցեն, զի առաջինն ընդ կիսոյ երկրորդին՝ իցէ 14, երկրորդն ընդ երրորդ մասին երրորդին՝ իցէ 18, և երրորդն ընդ չորրորդ մասին առաջնոյն՝ իցէ 20:

Պիս. 8, 12, և 18:

բ. Բարեկամք երեք խաղացին 'ի միասին: Յառաջնում մասին խաղուցն կորոյս առաջինն, իսկ երկրորդն և երրորդն շահեցան այնչափ ինչ, որչափ յառաջագոյն քան զխաղն ունէին: Յերկրորդում մասին խաղուցն կորոյս երկրորդն, և առաջինն և երրորդն շահեցան այնչափ ինչ, որչափ ինչ միանգամ 'ի սկսանել երկրորդ խաղուն ունէին: Յերրորդում մասին կորոյս երրորդն, և տուժեցաւ առաջնոյն և երկրորդին այնչափ ինչ, որչափ ինչ միանգամ մի մի յերկոյսունցն 'ի սկսանել երրորդ խաղուն ունէին: Ի կատարած խաղուցն ամենեքեան ունէին 120 դահեկանս: — Ո՞րչափ ինչ գրամովք մի մի 'ի նոցանէ նստան 'ի խաղալ:

Պիս. Առաջինն ունէր դահեկանս 195, երկրորդն՝ 105, և երրորդն՝ 60:

գ. Են երեք զանգուածք հրահալելեաց. յառաջնումն են 26 չափք սղնձոյ, 11 անագի և 9 կապարի. յերկրորդումն են 18 չափք սղնձոյ, 4 անագի և 5 կապարի. յերրորդումն են 36 չափք սղնձոյ, 2 անագի և 10 կապարի: Յերից զանգուածոց անտի խնդրի կազմել խառնուած, յորում գտանիցին 22 չափք սղնձոյ, 7 անագի և 7 կապարի: — Ո՞րչափ ինչ յերից զանգուածոցն սարտ իցէ առնուլ:

Պիս. Յառաջնոյն չափս 23, յերկրորդէն 9 և յերրորդէն 4:

134. Յուշ ամեալ որչափ ինչ դիտեցաք յերկանծանօթ

և յեռանձանօթ առաջարկութիւնսն, և քննելով զեղանակն որով լուծանին, իմաստասիրեսցուք եթէ յորժամ բազում անձանօթք և նովին թուով հաւասարութիւնք գտանիցին, հարկ է զանձանօթսն մի ըստ միոջէ անջատել և 'ի հաւասարութիւն ինչ հասանել յորում մի և եթ անձանօթ իցէ : Եթէ ն այլևայլ հաւասարութիւնք իցեն և 'ի նոսա ն անձանօթք, սարտ է զմին յանձանօթիցն անջատել, որով ելանիցեն ( $n-1$ ) հաւասարութիւնք ( $n-1$ ) անձանօթիւք : Ապա զ( $n-1$ ) հաւասարութիւնսն նովին օրինակաւ 'ի ( $n-2$ ) հաւասարութիւն վերածել, և կարգ ըստ կարգէ յառաջ խաղալ, մինչև 'ի հաւասարութիւն ինչ ժամանել, յորում մի և եթ անձանօթ կայցէ . միայն յոճն Պրզուեան սարտ է բազմապատկել զիւրաքանչիւրն 'ի հաւասարութեանց, բաց 'ի վերջնոյն, 'ի ձեռն անորոշ քանակութեան իրիւր :







6392

