[illegible]

40-5 [illegible]

68-23 [illegible]

* * *

* * *

[illegible]

[illegible]

41:

[illegible]

Խաչին վրայ կախուած՝ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] արիւ-
[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] վրայ [illegible] [illegible] [illegible]. և [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] : Այս [illegible] [illegible] երանական
[illegible] վրայ [illegible], երկինք՝ յաղթանակ [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] : Անոնց [illegible] ինչ [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] վրայ [illegible] : [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] որ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] վրայ [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] : [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : [illegible] [illegible] — [illegible]
3 [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]. [illegible]
-20 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] որ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]:

[illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] : [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

բանդերս. ու գնացին նայեցին: Իսկ հոգ-
հոգալ. թեզերի մեջ: Մեկին ասում ենք ու-
ուրա ապրանքները պատրաստում ասում
գնում էին ձիերի ետևից գնացին. Հարցու-
ցին ուրա իշխանները ինչպես հեղեղեցիք մեզ
գրա ետևից ասեցին. ու գրան էլ չեն խնայեցրել
գրան գնացին. Մեկ էլ տեսան հրեան
գրան էլ սրանց հայրն. ու սրանց ասում
հայրն գրեցին: Իսկ նայեցրեց. Մեկ թեզերի: Ու
ասաց ձեզ պատրաստ, որ գրա իսկ հայն պատրաստ
մեկ ասում հրեաները գործ բանդեցի. որ գրա
թեզի մեջ ու հայտնի բանդեցին. Մեկ ասաց հայրենաց
թագավորը գտնի. որ գրա իսկ ինքը բերեցեք ձեզ
մեկ թագավորությունում գտնվում գրի. որ գրա
բուշերին սատկ գրեցին իսկ ինքը. Մեկ ինչ գործ
էլ բարձրացնում որ գրա էլ բանդի հարցնում
~~ասեցին~~ բարձրացնում: Իսկ նայեցրեց. Մեկ թեզերի
Հասնում գտնի հաց. Նայեցեք բուշերին գործ
գտնեցի. ասեցի գրա իսկ նայեցեքին պատրաստ ուրա
էլ: Կանգնեցրեց ինչ գնեցեք ինչ բարձրացնում որ
գրա գործ բերեցեք բանդերը. ասեցի գրա էլ
~~մեկ~~ բերեցեք ինչ հայտնեցեք հրաց ասեցին: Մեկ բոլոր
ասեցին մեր բանդեր. Երանց գրա էլ բերեցեք
~~նայեցեք~~ նայեցեք. Ես ասացի բանդերին թեզեր
գնալ ~~նայեցեք~~ գրեցեք. ~~Ես~~ ասեցի էլ

[illegible]

[illegible]

Ստուգարկու թերթ

Քաղաք ուղարկած խաղաղության թերթը թարմ խաղաղի չեմնում ենք: (թարգմանում) Այդ խաղաղը թարմ է ստանալու մեջ մեզանից դուրս գալուց առաջ ու բանալու վիճակը: Երկարաց: Տարբեր ու գրքերի վիճակը:

Ստուգիչ նամակ:

Թարմ գտնված խաղաղը ոչ մի բան չէ՝ թեթև ոչ նորաց ոչ հնացած թերթ: Ամբողջությամբ թարմ Երբ խաղալիս ես մի ուրիշ օրվա թարմ բան կա: ուստի էլ Երբեմն մեզ մեջ

Ստացված է 1953 թ.

[illegible]

[illegible]

[illegible] 1892.

[illegible] 26 [illegible]

[illegible]

[illegible]

ԹՈՒՐՔԱԼՈՒԹԻՒՆ

ԸՀԽԵՏՄԻՐԵՑ

Բ. Ց. ՏԻԽԻՆԵՐՔԱՆ

ԸՐԴԵՄԻՐ ԵՒ ԾԱԼԻՒՐ

ՃԱԿԱՊԻԿ ԱԿԱՆՑ

Կ. ՕՐԹԱԳԱՓՈՒԼՈՒԵՄԸ

ԸՆԴԻՐՄԱՆՈՒՊՕԼՍԵՑԻ

ՀԱՅՈՐ ԵՌԱԼԻՆ

ՏՊԵԱԼ
Ի ԿՈՍՏԱՆԴՆԱՊՕԼԻՍ
ՈՒՍՈՒՆ ՀԱՐՐԱԼԻՆ
— 1855 —

ՀՐԱՄԱՆԱՒ

Տ. Տ. ՃԱԿԱՊԻՔԱՆ

ՍՐԲԱԶԱՆ ԵՐՈՒՆԻՍԿՈՊՈՍԻ

ԱՕԳՈՍՏՈՍԻ ՝ ՎԽՀԱՊԵՏԻ

ՊԱՏՊԻՔԱՐՔԻ

ԿՈՍՏԱՆԴՆՈՒՊՕԼՍՈՅ

ՅԵՌԵՎԱԼԵԲԵՆ

Թուաբանութեան ուսումը՝ որ ուսումնական ոլորտաց լեզուաւ չափաբերութիւն ալ կ'ըսվի, բոլոր բարձրագոյն վսեմ գիտութեանց և արուեստից սարը և իմաստասիրական հմտութեանց անդրդուելի հիմն և խարիսխ ըլլալը անժխտելի զօրեղ փաստերով հաստատուած ըլլալուն՝ ալ աւելի մանրամասնաբար ապացուցանելու երբեք կարօտութիւն և տեղի չունի. վասն զի նոյն բարձրագոյն ուսմունքները և գիտութիւնները ասկէց կախում ունին, ինչպէս՝ երկրաչափութիւն, գրահաշիւ (ալճէպրա), աստեղաբաշխութիւն, աշխարհագրութիւն, բնագիտութիւն, տարրալուծութիւն, մեքենական գիտութիւն, եւայլն, ինչպէս որ յայտնի է այս ուսման հմուտ և քաջալարժ եղողներուն՝ որոնք նուրբ հետազօտութիւններ ընելով պարապած են, և հաստատութեամբ կը վկայեն անաչառ, որ մինչեւ անգամ աչքի մը արտաքուստ լոկ նկատելու կամ դիտելու կարող չեղած, և անհնարին անմեկնելի սեպուած բանը՝ մտաւորականին առաջը ուղղադատ տրամաբանելով և բաճառութեամբ յայտնի ընելով Թուաբանութեան ուսումը կա-

պացուցանէ իր անվրէպ կանոններովը, միմիայն անսխալ ճշմարտութիւնը ունենալով իրեն նիւթ և հաստատութիւն։

Ասանկ լայնածաւալ և ցանկալի գիտութեան մը կարեւորութեանը վրայօք ընթերցողաց ճանցրութիւն չտալու համար երկարապատում խօսիլ չեմք ուզեր։ այլ այսչափ մը համառօտաբար կը պարտաւորիմք ազգ առնել ուշիմ խելահասից՝ որ առանց այս ամենակարեւոր և պիտանի գիտութեանս ուրիշ ամեն մտաւորական զուարճալի և օգտակար գիտութիւններ կաղ 'ի կաղ կ'ընթանան, և գրեթէ ոչինչ են պիտանացու։ մէկ խօսքով՝ թռուցանութիւնը բանալի մըն է ուրիշ այն ամեն գիտութեանց և արուեստից՝ որոնք մտաւոր աշխատութեամբ ձեռք կը ձրգվին։

Չէ՞ ահա այսպիսի ամենահարկաւոր գիտութիւն մը որ ուրիշ ամեն գիտութիւններ անոր վրայ հիմնած են, և մեծամեծ օգուտներ ունի, պէտք է առ հասարակ ամեն վիճակի և հասակի դիւրընտել ոճով իմանալի ընել։ ուստի մենք այս անգամ յորդորեալ 'ի սիրոյ հայրենասէր ծառա-

յուԹեան ազգիս, պատիւ կը համարիմ անձինս այս դուշնաքեայ աշխատուԹեանս առաջին հատորը նուիրել իմ սիրելի ազգիս ուսումնական նաց, և նրբանկնին խուզարկուներուն ուզղադատ վկայուԹեամբը նկատելի ընել, և հետեւաբար ընդունելուԹեան արժանացեալ փուԹով և եռանդեամբ երկրորդը շարունակել՝ մանաւանդ՝ բանիւ և արդեամբ յորդոր և Թելադիր եղող այն ազնիւ և ուսումնական պատանեւոյն որ իր բնաձիր ղգացմամբը և ուսումնասիրուԹեամբը քաջադէպ միջոց մը համարեցաւ իր ուսման ընԹացքը շարունակելու համար այս մեր փոքրիկ աշխատուԹեան տպագրուԹեան վերաբերեալ ծախքը ստիպեալ 'ի հայրագորով սիրոյ որդիապարտ մեծարանաց՝ անձամբ վճարել 'ի յաւերժական յիշատակ հոգւոյ հանգուցեալ դերապատիւ հօր իւրոյ բարեպաշտ կարապետ աղայի ՕրԹագիւղեան, որ Յանդրիանուպոլիս, որով և իր հասակակից պատանիներուն բաղմատենչ փափաքը լրացընելու մինակ առիԹ ըլլալ բարեխանձ ջանիւ և յորդորմամբ։ Վասնորոյ և մենք խրախուսելով այս դիտաւորու-

թեամբ երեւելի և բազմահմուտ Գաղղիացի հե-
ղինակներ առջեւնիս առ ձեռն ունենալով, ինչ-
պէս՝ Կիլմէն, Պուռոսոն, Սիրօտ, Լիենէ, և այլ և
այլ հեղինակներ. և անոնցմէ ողջամիտ քաղուած-
ներով ծաղկաքաղ ընելով այս փոքրիկ աշխատու-
թիւնս 'ի լոյս ընծայելու մտադիր եղանք, ըս-
պասելով սիրելի ընթերցողներէն դիպած վրիպա-
նաց ներողամտութիւն, և հմուտ անձանց դատ-
ման առաջը բացատրուելիք ճշմարտութեանցը
ուշադրութիւն.

Գրքիս առաջին հատորը պարունակած կա-
նոնները, և միանգամայն գրահաշիւով ապացոյց-
ները ծանուցուած են Թուման դրութենէն մին-
չեւ Տաճարականներուն վերջը ամենը եօթն
գլուխ բաժնելով և տպագրութեան ակամայ սը-
խալներուն հոգ տանելով աչքերնուս դիպածին
չափ Թուանշանովը նշանագրած եմք երկրորդ
հատորին վերջը, տակաւին պատահածները սի-
րելի ընթերցողաց ուշադրութեանը թողլով.

Այս Հիշատակարանս
տիրոջ-ծառայ-ներս և Աստ. տ. տ. Խաչատուր
Ա. Խաչատուր-ներս Մուշեղ-ներս որ յուրեն
ցանկանալ ընձայեալ Ս. Աստուածածնի Հաւատացեալներս էր
թէ հաւատացեալ և Դանիելեան Կուսակցութեան Սարգիս-ի
որ ի գաւառս ի Խարբերդ Աշխարհս Յարաձորոյ 1891

ՊԱՏԱՐԱԳ

ԱՌ

ԸՆԴՀԱՆՈՒԹԵՍՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՅ

ՅԱՅԱՊԱՏԱՐԱԳԱՅ

ՕՐԹՈՂՈՂԱԿԱՆ

Հայեհատոյն ի քնական և ի քաղցրագոյն գիրոն-
ին՝ անանուն խոսրովանքաւ յամենից քանան-
ցոյ պարարելոյ յիմաստասիրական մակացութիւն,
ուստ՝ ասէ Զոնաքանոնեան՝ յանձրէր հաստա-
տիս ունելով յինքեան զհաստատութիւն յոլով ա-
պատէն ունի զնդ ի-բէ- արուեստս և գիրութիւն.
որոց կէտ զնմանէ կոչին, և չիոոց է հաղորդակցու-
թիւն ընդ նմա, ասա՝ որոց չկարասցուք ուստ՝
և հմտութիւն ուրեմն և ընդարձակ պէտ են հանճարոց.
զիսան զի յամենայն երս և յամենայն ինդ ամենայն ու-
րէ գոգցեալ պէտ են մարդիկերն մեզ ուղիղ խոր-
հելոց և դատելոց, և զէտ պրամանքանութիւն գործ-
ական՝ ի վեր տան զչափքերութիւն, որ և որ է պա-
և զհանճար. յոյր ասեն և ասա՝ ի պէտս կենաց մարդ-
կայնոս քնութեան ամենապիտանի և յոյժ կարեւոր
զոյն զայս տոյն ուղղութեան քարոզութիւն գիրեցուն՝ ե-
զամարութիւնամբ քարտուղարեալ՝ ո՞վ տայր յա-

սա-ճառէս ընդունելիս վերջանալն զատանին ի գի-
գոնելիս վերահանելն մտաց զբերելոյն զարդ բա-
նաւորին ընթացել սաստիկ մանկտաց ազգին
յընթերցումն. զի հրահանգեալ զմարդ ճոխացուցեալ
զիւրան հմտութեամբ և լրնեալ վնասաբ, որով և
այլոց իմաստասիրական ազգաց և գիտութեանց
դիւրաշաղեալ լինի քանան առաջի ասպարէզ, յոյլ
ասի նմա զափբերութեան զի ի վերս էր տան վարձի
անուանգանելի ինն երեսս պարգս ընալ զբազմաթանել
եղջ արդեր, և իմ մատեր զերջալ ի խնդրեալ և ի
սերոյոյդեր հրամանս տաւղափայլ Աղուանութեան մա-
գուցանեմ աւասեկ վերկանչութեանս զայս դուշա-
փեալ տեղ ազգաւոր և հայրենասէր սաստիճանքդ
և տեր հայրենաց մանկտոյն ի վայելս։

Աղեանանարհ Ծառայ
Ռ. Յ. Տիրկիրեան

ԳԼՈՒԽ Ա.

ԱՌԱՔՅԱԼՈՒԹԻՒՆ ՉԱՓԱՔԵՐՈՒԹԻՒՆ

ՍԱՀՄԱՆ

1. ԶՉԱՓՈՒԹԻՒՆ, և առաւելութեան յարմարութիւն ունեցող գոյացութեանց՝ դանակ կ'ըսվի. ինչպէս՝ ժամանակ, չափ, գիծ, մակերեւոյթ եւայլն, որ ասոնք չարունակ քանակ են։

Նոյնպէս՝ միեւնոյն բնութենէ եղած իրերուն հաւաքումը՝ ինչպէս, մարդիկ, ոչխարներ, ծառեր եւայլն, ասոնք ալ անջոկել քանակներ են։

Համասեռակ քանակներէ ըստ հաճոյից առնուած մէկ որոշեալ կտորին կ'ըսվի դոյզն՝ ինչպէս՝ երկայնութեան մը ինչ չափ ունենալը կամ որչափ քանակ ըլլալը հասկընալու համար նոյն երկայնութեան մէկ որոշեալ կտորը որ է «ոտն» ըսածնիս՝ այն քանակին մէջ քանի անգամ որ կը պարունակի նէ՝ այնչափ անգամ միութիւն ունի կ'ըսեմք այն երկայնութիւնը։ Ուստի՝ չափաբերապէս միութիւնը այս կերպով ալ կրնայ սահմանիլ, «բնականաբար կամ ըստ հաճոյից առնուած

» ինչեւ-իցէ բանի մը քանակն է, որ համաչափակ
» քանակներու բազդատութեան համար կը դոր-
» ծածվի » և որչափ քանակ կայ ցնչափ ալ միու-
թիւն կը մտածուի։

Յ. Միութիւնը երկու տեսակ կ'ըլլայ. ամ-
բողջական և կոտորակեալ։ Ամբողջական միութիւ-
նը է, մէկ ուրիշ միութեան մը հետ բան տես-
սակի յարաբերութիւն չունեցած հասկրցուիը։

Կոտորակեալ միութիւնն է ամբողջական միու-
թեան չափուելիք մէկ որոշեալ կտորը։

Քանակի մը իր միութեան բազդատութե-
նէն ելածին կ'ըսվի՝ թիւ. որ ասիկայ ալ նուազու-
թեան և առաւելութեան յարմարութիւն ունի,
և երկու սահմանով ալ անհուն է. և ամբողջակա-
թիւն է ամբողջական միութեան կրկնութիւնը.
կոտորակեալ թիւն է կոտորակեալ միութեան կրկ-
նութիւնը։

Յ. Երբոր թուոց միութեան անունը որոշ-
ուած է նէ՝ կ'ըսվի թանդրոյկալ թիւ. որոշուած չէ
նէ՝ կ'ըսվի ֆերոյեալ թիւ. ինչեւ-իցէ ըլլայ չափուելիք
քանակ մը՝ այսինքն տարածութիւն մը, անոր
մէջ իր տեսակէն հաստատուած միութիւնը՝ որ-
շընը ըլլալով պարունակի մէջը տասը անգամ, և
կտոր մըն ալ ելնելոյ, անոնկ որ այն ալ չափուի
աշընն սեպուած միութեան մէկ որոշեալ կտորովը։

Նախ՝ հոս ամբողջ միութեան այսինքն արշընին
տասը անգամ կրկնութիւնն է ամբողջական թիւ. և
երբոր տարածութեան մնացած կտորն ալ իր մէ-
ջը պարունակէ՝ ամբողջ միութեան մէկ որոշեալ

կողմին ուղիղ անկանոն է, այս ալ է կորոգիալ։ և որոմիեռուս միութեան անունը որոշուած է, ուսկէց տասը և ութն ալ իրենց միութեամբը որոշուած են՝ կ'ըսվին նանիրոցեալ։

Բանի մը թանձրացեալ թուոց միութիւնները՝ թէ որ իրարու նման ըլան, կ'ըսվին համանիւ։ իսկ անմանները՝ պարանիւ։ Մինչեւ սահման եղած քառերն ալ իրենց նշանակութիւնը ցոյց կուտան։

Համասեռ են՝ 12 հօրայ, 24 հօրայ, 12 արբամ, և 6 հօրայ 14 արամ։ տարասեռ են՝ 8 հօրայ, 4 զուռուշ 9 արշին եւայլն։

Նուազութեան և առաւելութեան յարմարութիւն ունեցող շարունակ և անջատեալ քառակներուն որչափութիւնը որոշեցնող գիտութիւնը՝ հայերէն կ'ըսուի պրոգրեսիոն որ եւրոպացւոց բառով հանիանիւ ըսուածն է։

ԳԼՈՒԽ Ա.

ԹՈՒԹՈՒՆ

4. Մերոյգրեալ ըսուածները բաւական սեպելով քանակի, միութեան վրայ, և թուոյն անհուն ըլլալն ալ սահմանով մը հասկրցանք, (2), ուստի թուաբանութեան մէջ գլխաւորաբար ասոր վրայ պիտի խօսվի, ինչպէս գրելու և կարդալու համար, որն որ թուումը կը սորվեցընէ, ուստի՝ թուումն է՝ թիւ գրելու ու կարդալու արհեստը, և երկու տեսակ է՝ դրաւոր և բերաւոր։

Դրաւոր թուումն է՝ յարմարութեամբ իրար յօդեալ և իրարմէ տարբեր քիչ բառերով թիւերը յայտնել։

Բերաւոր թուումն է՝ թուանշաններու միջոցաւ թիւերը ցուցընելը։

5. Թիւեր յօդելու և իրարմէ քակելու գործողութեանը հաշիւ կ'ըսվի. և թուաբանութիւնը կը սորվեցընէ « հաստատուն և որոշեալ կանոններով թուոց վրայ ըլլալիք գործողութիւնները ընելու ». ասիկայ է չափաբերութեան առաջին մասը։

Ասոնցմէ միութիւնն է՝ մէկ, որ թուոց ըսկիզբն է և ինչպէս որ ըսինք ասոնց անհուն ըլլալը՝ ուստի՝ զատ զատ անուններով իմացընելը անկարելի ըլլալուն և միտք պահելու ալ աւելի

զ ժուար, յայանեմք հետեւեալ եղանակաւ.

Մէկին՝ կամ միութեան (ինքնին թուոյ պէս մնացելով, ըսեմք սոեղնիչ նուոյ) վրայ նոյն տեսակէն մէկ մ'ալ եւելենալով՝ կ'ըսեմք երկու. ասոր վրայ մէկ մ'ալ եւելենալով՝ կ'ըսեմք երեք. ասանկ յաջորդաբար մէյմէկ միութիւն երեսնց նախորդներուն վրայ եւելենալով՝ կ'ըսեմք չորս, հինգ, վեց, եօթը, ութը, ինն:

Այսպէս ասոնք են պարզ թիւերը. և դէմ կ'ըսվի սոսկ կարդի դուրիւն:

6. Ինչուն թիւերը համառօտաբար գրելու համար ինն պարզ թուանշան սահմանուած են, և որովհետեւ մէկ, տասը, հարիւր, հազար, տասն հազար, հարիւր հազար, եւայլն զանազան կարգերու միութիւններ ըլլալով՝ և անոնց ամեն մէկ կարգերուն մէջ ալ նոյն ինն թուանշանները կրկնուելով միութեանց զանազան կարգերը ասոնցմով կը ցուցուին, որ են ասոնք.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Հոս ինչպէս որ 1 ին վրայ 1 ալ եւելենալով՝ 2ը ելեր է, ասոր վրայ 1 ալ եւելենալով՝ 3 եւայլն մինչեւ ինն. հիմա ասոր ալ վրայ նոր միութիւն մը եւելցընելով՝ տասն թիւը յառաջ կուգայ. որ միութեան տեսակին համեմատ՝ կ'ըսվի դասնուոյ կամ երիւրուրդ կարգի դուրիւն:

Տասնաւորէն համրելով՝ մէկ տասը, երկու տասը, երեք տասը, չորս տասը, հինգ տասը, վեց տասը, եօթը տասը, ութը տասը, ինն տասը՝ կամ քսան, երեսուն, քառասուն, յիսուն,

վաթսուն, եօթանասուն, ութսուն, իննսուն, իսկ պարզ թիւերը այսինքն մէկ, երկու, երեք... եւայլն մանելով տասնին, քսանին, երեսունին... եւայլն մէջ տեղը կ'ըլլան յօդուածոյ ինչպէս որ կը շարունակի մինչեւ իննսուն և իններ.

Ապոր ալ վրայ մէկ նոր միութիւն մը եկեղեցինելով կ'որոշէ հարիւրը՝ որ կ'ըսվի հարիւրաւոր կամ երբեմն կոչի դարեան. և ասոր ալ կրկնութիւնները ըլլալով՝ երկու հարիւր, երեք հարիւր, չորս հարիւր... եւայլն մինչեւ իններ հարիւր, և երկրորդ կարգի յօդուածոյ թիւերն ալ տասնց մէջ մանելով՝ մինչեւ իններ հարիւր իննսուն և իններ յ դուսածոյ թիւը կը շինուի. մնածելու է ասանկ՝ հազարը, տասն հազարը եւայլն.

Ծ. թուոց կարգերուն վրայ խօսելէն ազէկ կը մակաւորի՝ որ երկու տեսակ են. բացարձակ և յարաբերական. բացարձակ զօրութիւնը կը նշանակէ յօդուածոյ թուոց միաւոր կարգը կամ պարզապէս ըսելով « ինքնին լոկ մէկ թուանշանով գրուած թիւ մը » ինչպէս 6, 7, 9 եւայլն ասոնք բացարձակ զօրութիւն ունեցող թիւեր են. իսկ յարաբերական զօրութիւնը թուանշաններուն ձախ կողմի կարգերուն մէջն տեղաւորութիւնները կը ցուցնէ.

Ինչպէս օրինակի համար չորս հարիւր յիսուն և վեց թիւը թուանշաններով գրուած. տեսնենք հասկընալու ենք որ՝ այս թիւը իր մէջը կը պարունակէ, բացարձակ զրութիւն ունեցող վեց միութիւնները. եթէ՝ յարաբերական զօրու-

թեամբ հինգ տասնաւոր, ու չորս հարիւրաւոր միութիւնները, ուստի ասկէց յայտնի կ'ըլլայ թէ, « թուանշանի մը ձախ կողմը գրուած թուոյն միութիւնը իրմէն ասան անգամ աւելի, ասկէց ալ երրորդին միջինը նոյնպէս ասան անգամ աւելի » . կամ թէ՝ « թուանշան մը, աջէն դէպ 'ի ձախը քանի որ առաջ երթայ զօրութիւններին ասասնական անգամ կ'ելեւէնայ » , ինչպէս վերոյգրեալ օրինակը ձեռք առնելով՝ որ է չորս հարիւր յիսուն և վեց, ասոր տասնաւոր կարգին մէջ պարունակուած յիսունին միութիւնը վեցին միութենէն ասան անգամ աւելի է, ուստի 6 ին ձախ կողմը 5 գրելով կը կարդացուի յիսուն և վեց, և յիսունին ալ ձախ կողմը չորս գրելով՝ կը կարդացուի չորս հարիւր, որովհետև տասնաւորին ասան անգամն է հարիւրաւորը, ուստի այս երեք թուանշանով գրուած թիւն ալ յոյց կուտացուի այս կերպով 456.

8. Նշանը 0, կը. այս ալ ինն պարզ թուոց հետ թուանշաններ բաղմաւորելու կը ծառայէ, և երկու պաշտօն ունի. 1°. թուանշանի մը ձախ կողմը գրուած ասանը անոր զօրութիւնը բնաւ չի փոխեր. 2°. կարգեր լրացընելով՝ որչափ որ գրուի թուանշանին աջ կողմը այնչափ անգամ զօրութիւնն ալ կ'ելեւէջընէն և ինքնին կենալու վը անշան է, նշանակութիւն չունի. ինչպէս՝ տասը, քսան, երեսուն ... եւայլն գրելու համար՝ պէտք է 1, 2, 3 եւայլն թուոց աջ կողմը այս նշանը գրուի, որով յայտնի ըլլայ 10, 20, 30

եւայլն թիւերը. ասոր համար ինն պարզ թուա-
նշաններուն՝ նշանական բառանշան ալ կ'ըսվին։

Ընկէց կը մակաբերի որ «ամեն ծանօթ յոդ-
» ուածոյ թիւ կը պարունակէ իր մէջը թէ մի-
» աւոր, տասնաւոր և հարիւրաւոր միութիւն-
» ներ. որոնք որչափ որ ալ երկար գրուած ըլլան՝
» տասը հատ նշաններէ դուրս նշան չի կայ մէջ-
» ներնին, ուրեմն թուոց տահմանափակ եղրե-
» րու մէջ կենալը, անոնց կարգերուն համեմատ
» յաջորդաբար կրկնուիլն է»։

9. թիւ գրելու և կարդալու համար հե-
տեւեալ եղանակները բաւական կը սեպեմք համ-
բակաց աղէկ վարժութեան համար, որովհետեւ
թուանշաններով բառերուն համար գործած-
ուած նշանները և ձեւերը աղէկ միտք պահե-
լէն զատ կարգերն ալ տարբերելու համար, ա-
սանկ կարդացուած թիւ մը շուտով կրնայ գրը-
ուիլ։

1°. Ընդաջ կարդացուած թուոյն էն մեծ կար-
գէն սկըսելով մէկիկ մէկիկ անոնց բառերուն տե-
ղը գործածուած նշանները գրելու է։

2°. թէ որ կարգաց թիւերը չի կարդացուիր
նէ՝ տեղերնին զրօ դնելու է։

3°. թիւ մը կարդալու համար աջ կողմէն
սկըսելով երեքական հատուած բաժնելու է թը-
ւանշանները, և ամեն մէկ հատուածին իրենց կար-
գաց միութեան անուանումը արտասանելու է ձախ
կողմէն էն մեծ կարգէն սկըսելով. ինչպէս՝

Ըլլայ՝ գրուելիք թիւ մը, երկու միլիոն[1] վեց հարիւր ութսուն և վեց հազար ութն հարիւր վեթսուն և չորս։ Ընդ՝ սոր մէջ կայ 4 պարզ միութիւնները, 6 տասնաւոր միութիւնները, 8 հարիւրաւոր, 6 հազարաւոր, 8 տասն հազարաւոր, 6 հարիւր հազարաւոր, և 2 միլիոնաւոր միութիւնները. հերիք է միայն էն մեծ կարգէն սկըսելով այս թուանշանները մէկ մէկու քով գրել;

Ինչպէս՝ 2,686,864։

Ուրիշ օրինակ։ Ըլլայ գրուելիք թիւ մը՝ հինգ հարիւր վեց հազար՝ հարիւր և ութ, ասոր ալ մէջը պարունակելով՝ 8 պարզ միութիւնները, 1 հարիւրաւոր, 6 հազարաւոր և 5 հարիւր հազարաւոր միութիւնները, (առանց տասնաւոր և տասն հազարաւոր միութիւնները պարունակելու որոնց կարգերը ղբոյով լեցընելու է) հերիք է մէկ մէկու քով գրել նայն 5, 0, 6, 1, 0, 8 թուանշանները աջէն դէպ ի ձախը. որ է՝ 506,108։

Կարդացուելիք թուոյ օրինակ՝

Ըլլայ թիւ մը՝ 35,678,918,004,281։

Այս թուոյն մէջ կը պարունակէ միաւորէ մինչև երկիլիոն, ուսոի աջէն սկսելով երեքական թուանշան մէկ հատուած ընելով զատելէն ետքը էն մեծ կարգին միութեան անունը սատ կը կարդամք։ Երեսուն և հինգ երկիլիոն վեց հարիւր եօթանասուն և ութ միլիոն, ինն հա-

[1] Մէլիոնին 1000 անգամն է երկիլիոն, ասոր ալ 1000 անգամը՝ նէքսիոն կայնէ։

րիւր տասն և ութ հազար, չորս հազար երկու հարիւր ութսուն և մէկ։

Նորավարժները հետեւեալ թիւերը գրելու են և կարդալու։

1°. 9,864
2°. 86,032
3°. 169,573
4°. 5,978,634
5°. 69,810,256
6°. 1,458,324,689
7°. 245,321,098,761
8°. 60,023,891,248,946,803
9°. 782,965,427,514,320,685,634
10°. 94,580,023,457,894,569,400,576,214

Նու իրենք կարդացած թիւերնին նորէն վարժելու են թուումանց դրութիւնը հաստատապէս հասկընալու, որովհետեւ ամեն գրուելիք այս կերպով մտածելով դիւրութեամբ կը սորվին նշանագրել ինքիրենուն երկնկէկ գրուած թիւեր։

10. Ինչպէս որ ըսինք (§. 7) աջէն դէպ 'ի ձախը գրուած թուոց միութիւնները տասնական անգամաճելնին, ասոր համար թուումանց այս կերպ դրութեան՝ դասնիրդրդական դրութիւն ալ կ'ըսվի, վասն զի գործածուելիք տասն նշաններով, որոնց կարգին որոշեալ միութիւնները՝ հետեւաբար մեծագոյն կարգեր կը բարդեն, և տասն թիւն ալ կ'ըսվի դրութեան խարիսխ։

11. Թէ շարունակ և թէ անջատեալ-քա-

նակներ չափած տեսնենք՝ մէկ բան մը կը պատահի, կամ ամբողջական միութեամբ կը չափուի, և կամ ամբողջական միութեան մէկ որոշեալ կտորովը, և կամ չափուելէն ետքը մնացորդ թողուցածը միութեամբ չի չափուելուն, հարկ կ'ըլլայ նոյնպէս անոր կտորովը չափել. ասիկայ օրինակով հասկցընելու համար՝ շարունակ քանակութեանց մէջէն առնենք սեան մը երկայնութիւնը, որ ասիկայ ոտքն ըսված երկայնութեան միութեամբ չափելու է. ենթադրելով որ սիւնը այս միութիւնը մէկ անգամ, երկու անգամ եւայլն կը պարունակէ և քիչ մ'ալ ամբողջ արշընով չի չափուելիք երկայնութիւն մը, և ըսենք որ տասը անգամ պարունակելէն ետքը՝ մնացածն ալ արշընին հետ խառնելու համար որոշելու ենք այս մասը ամբողջական միութեան հետ բաղդատելով.

Երբոր այս մնացածը ճշդիւ այն միութեան կէսն է նէ՝ կ'ըսեմք որ սեանը երկայնութիւնն է տասը արշին ու կէս, իսկ թէ որ միութեան կէսէն մեծ կամ փոքր է նէ՝ ան տեսնը երկու հաւասար մասերու ալ բաժնելով որ ամեն մէկը կ'ըլլան քառորդ. և թէ որ այս քառորդին ալ մէջէն մէկ անգամ, երկու անգամ, կամ երեք անգամ առնուած է նէ՝ կ'ըսեմք մէկ չորրորդ, երկու չորրորդ, երեք չորրորդ արշին. Ահա ասոր կ'ըսեմք կոտորակ.

Ասիկայ աղէկ հասկրցընելու համար՝ այս ալ եվելցընենք որ, մէկ արշընը կը բաժնուի 24 մա-

տի. որուն կէսն է 12, քառորդը 6, եւայլն. ուստ կէց ընդհանուր գաղափար կ'ունենանք. ինչ եւ իցէ տեսակէ միութեան կոտորակ մը չունենալու համար՝ նոյն միութիւնը հաւասարաչափ մասերու բաժնուած ըլլալու է, և այս մասերուն՝ մէկ, երկու, երեք... անդամը առնուած մէջ կոտորակը կը հաստատի. արդ՝ կոտորակ մը երկու բանով կը հասկցուի « միութիւնը քանի հաւասարաչափ կտորի բաժնուած ըլլալը ցոյց տուող թիւը կ'ըսվի յայտարար. և ասոր մէջէն միայն քանի մաս առնուած ըլլալը ցոյց տուող թիւն ալ կ'ըսվի համարիչ »։

Կոտորակի մը համարիչը հորիզոնական գծի մը վրայ կը գրուի, տակն ալ յայտարարը դնելով, ինչպէս $^5/_7$, $^6/_{10}$, եւայլն որոնք կը կարդացուին հինգ եօթնեերորդ, վեց տասներորդ եւայլն. որ ըսել է թէ՝ ամբողջ միութիւնը 7 մաս եղած է, ու մէջէն միայն 5 մասը առնուեր է. նոյնպէս ամբողջ միութիւնը 10 մասն եղած է, ու մէջէն 6 մասը առնուեր է։

ԹՈՒՐԱՐԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆԵՐ

12. Թիւերուն ալ քանակ կամ քանակութիւն ըլլալը հասկնալնէս ետքը (տես. Գ. 2). յատկութեանը համեմատ՝ երկու կերպ գործողութիւն ունի՝ 1° եվելնալու ինչպէս յաւելումը, ասոր համառօտութիւնը բազմապատկումն. 2° պակսելու՝ ինչպէս բաշխումն, ասոր ալ համառօտութիւնը բաժանումն։

Թուաբանական ամեն գործողութեանց մէջ չորս բան կայ, որ է՝ սահման, կանոն, ապացոյց և փորձ։

Սահմանը՝ գործողութեան նպատակն ու բնութիւնը կ'որոշէ։

Կանոնը՝ գործողութիւնը ինչպէս ընելու է նէ՝ այն կը յայտնէ։

Ապացոյցը՝ դատումն մըն է որ կը փորձէ կանոնով, և հասկցուելու միջոցներով առաջարկեալ նպատակի մը հասնելու։

Փորձը՝ ապացոյցին ճշմարտութիւնը վաւերացընելու համար ըլլալիք գործողութիւնն է։

ԳԼՈՒԽ Բ.

ԸՄԲՈՂՋ ԹՈՒՈՑ ՎՐԱՑ

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՔ

1. ՅԱՒԵԼՈՒԹԻՒՆ

ՍԱՀՄԱՆ

13. Համասեռ միութիւն ունեցող թիւեր իրարու վրայ եվելցընելով անոնց ամենուն միութեանցը չափը գտնալն է՝ յաւելումն։

Իրարու վրայ եվելցած թուոց կ'ըսվի՝ գումարելի կամ բովանդակելի։ բովանդակելիներուն հաւասար թուոյն ալ գումար կամ բովանդակումն։ յաւելման նշանն է այս (+) որ կը կարդացվի եվ։

Պարզ թուոց յաւելումը վարժութեամբ միտք պահելու է, իսկ յօդուածոյ թուոց յաւելումը հետեւեալ կանոնովս նշանակեմք, գիտնալով որ

« Համասեռ և համատեսակ միութիւն ունեցողը
» ները միայն կրնան իրարու վրայ եվելնալ » ։

Կանոն։ « Յօդուածոյ թուոց կարգաց միու-
» թիւնները առաջ մէկզմէկու տակ գրելով, ու-
» րոնք բովանդակելիներ են՝ և ասոնց միաւոր
» կարգէն սկըսելով իրարու վրայ եվելցընելու է
» միշտ թուոց բացարձակ ջօրութիւնները տրտա-

» սանելով և բովանդակութիւնները բովանդա-
» կելիներէն զատելու համար գիծ մը քաշելու
» է։ Միաւոր գաւազանին թուոց բովանդակու-
» թիւնը թէ տասնաւոր կարգի միութիւններ
» կը պարունակէ՝ բովանդակութեան մէջ գրը-
» ուելիք թիւը պիտի ըլլայ միաւորաց կարգին
» նման թիւը՝ որ է միաւորը, ու տասնաւոր մի-
» ութիւններն ալ տասնաւոր գաւազանին մի-
» ութեանցը վրայ եվելցընելու է, ասկէց ալ ե-
» լած բովանդակութիւնը թէ որ հարիւրաւոր
» կարգի միութիւններ կը պարունակէ նէ՝ տաս-
» նաւոր բովանդակելիներուն տակը իր նման
» տասնաւոր միութիւնները գրելով՝ հարիւրա-
» ւոր միութիւնները իրեն պատասխանող կար-
» գին վրայ եվելցընելու է, ասանկ յաջորդաբար
» էն մեծ կարգին բովանդակութիւնը յայտնա-
» պէս գրելով »։

Ըստացայ։ Թէ որ գաւազանի մը մէջ պարու-
նակուած թուանշաններուն գումարը 9ի հաւա-
սար ըլլայ թէ աջէն և թէ ձախէն կրնայ յաւե-
լումը կատարուիլ, բայց ինչպէս շատ անգամ կը
պատահի որ ամեն մէկ կարգի թուոց բովանդա-
կութիւնը մեծագոյն կարգով բովանդակութիւն
մը պարունակելով՝ ձախէն սկսելու ըլլայ, ու-
րիշ ու նորէն գրել հարկ կ'ըլլայ, ամեն մէկ կար-
գին գրուած բովանդակութեանը նման կարգե-
րը իրարու վրայ եվելցընելու. ասոր համար ա-
ղէկ է յաւելումը աջ կողմէն սկսել՝ քան թէ ձախ
կողմէն։

Օրինակի համար ըլան բովանդակելի թիւերը 3645, 8949, 3063, 4590.

Հոս բովանդակելիներուն ամեն մէկ 3,645 կարգերը իրարու տակ գրելնուս եսքը, 8,949 աջէն սկսելով առաջ միաւորները իրարու 3,063 վրայ եվելցուցինք, որոնց բովանդակու- 4,590 թիւնը 17 ըլալով, ասոր միաւոր 7 նոյն 20,247 գաւազանին տակը գրելով՝ տասնաւոր 1ը ձախ գաւազանին տասնաւորաց կարգին վրայ եվելցուցինք, և նոյնպէս այս գաւազանին ալ բովանդակութիւնը 240 կամ աւելի դիւրութեան համար կ'ըսեմք 24 ըլլալով՝ 4 տասնաւորը այն գաւազանին տակը գրելով 2 հարիւրաւորը գրեցինք հարիւրաւորաց գաւազանին տակը և 2 հազարաւորը հազարաւորաց գաւազանին վրայ եւելցուցինք, որուն ալ գումարը 20,000 ըլալով և հազարաւորաց կարգը զրօ ըլալով՝ և ասկից ալ մեծ կարգ չըլլալուն համար յայտնապէս գրեցինք 20 հազարաւորը, ասանկով ընդհանուր բովանդակութիւնն եղաւ 20,247.

14. Յաւելման նշանովը կը գործածուին բովանդակելիներուն իրարու քով գրուիլը, մէջ աւելորդին դնելով, և ան ատենը բովանդակութենէն զատելու համար այս նշանը կը դրվի (=) որ կը կարդացվի հաւասար ինչպէս 64+349+18+366+72+909+1015+2793.

Օրինակք յաւելման.

1. Մարդ մը 1826 ին ծնաւ. քանի՞ թուականին 32 տարեկան կ'ըլլայ.

Պատասխան. 1826+32=1858 ին.

2. Գործ մը երեք գործաւորով լրմնալուն համար, առաջինը առաւ 35 ղուռուշ. երկրորդը՝ առաջինէն 12 ղուռուշ աւելի և երրորդը՝ առաջինին և երկրորդին առածներուն չափ. կ'ուզենք գտնալ ամեն մէկուն քանական ղուռուշ առնելնին։

Պ. 35+12=47 երկրորդ գործաւորին առածը
35+47=82 երրորդ " "

3. Վաճառական մը կ'ուզէ հասկրնալ որ իր շաբաթական մուտքը (սաթը) քանի՞ է. երկուշաբթի օրը ծախեց 400 ղուռուշի ապրանք. երեքշաբթի օրը 560 ղուռուշի. չորեքշաբթի օրը 375 ղուռուշի. հինգշաբթի 296 ղուռուշի. ուրբաթ 79 ղուռուշի և շաբաթ 166 ղուռուշի։

Պ. 400+560+375+296+79+166=1,876 ղուռուշի։

4. Ամիսներուն մէջէն Յունվարը 31 օր է. Փեբրվարը 28. Մարտը 31. Ապրիլը 30. Մայիսը 31. Յունիսը 30. Յուլիսը 31. Օգոստոսը 31. Սեպտեմբերը 30. Հոկտեմբերը 31. Նոյեմբերը 30. Դեկտեմբերը 31. ընդամենը քանի՞ օր է.

Պ. 365 օր.

5. Ուղղղ գծով 15 խուրձ շարուած կայ իրարմէ 20 ական արշին հեռաւորութեամբ. մարդ մը կ'ուզէ որ ասոնց ամենը առաջինին քով բերէ դիպէ, ամեն մէկ անգամին մէկ խուրձէն աւելի չի բերելով. կ'ուզենք հասկրնալ որ ամենը քանի՞ արշին տեղ պիտի երթայ գայ.

Պ. Բերելու համար							արշն.
Ռ. խուրձը, պէտք է որ երթայ դաշ							40
Դ. „	40	արշն աւելի երթալու է կամ					80
Դ. „	40	„	„	„	„	„	120
Ե. „	40	„	„	„	„	„	160
Օ. „	40	„	„	„	„	„	200
Է. „	40	„	„	„	„	„	240
Ը. „	40	„	„	„	„	„	280
Թ. „	40	„	„	„	„	„	320
Ժ. „	40	„	„	„	„	„	360
ԺԱ. „	40	„	„	„	„	„	400
ԺԲ. „	40	„	„	„	„	„	440
ԺԳ. „	40	„	„	„	„	„	480
ԺԴ. „	40	„	„	„	„	„	520
ԺԵ. „	40	„	„	„	„	„	560
							4,200

Հետեւեալ խնդիրները համբակը վարժելու համար առանց լուծումին դնելու՝ միայն պատասխանները կը գրեմք, որոնցմով իր լուծումն ալ ուղիղ ընէ.

6. Մարդ մը 27 տարեկան կարգուելով՝ 12 տարիէն իր կինը մեռաւ. 5 տարի որբեւայրի նստելէն ետքը ուրիշի մը հետ կարգուեցաւ. այն ալ 7 տարիէն մեռնելով 11 տարիէն ինքն ալ մեռաւ. Ի՞նչպէս գտնալ մարդը քանի տարեկան մեռնելը.

Պ. 62 տարեկան.

7. Մարդ մը 12 օրուան մէջ 48 արշն գործ մը բռնելով 240 ղուռուշ առաւ. 8 օրուան մէջ

32 արշին բանելով 160 ղուռուշ առաւ. 6 օրուան մէջ ալ 25 արշին բանելով առաւ 104 ղուռուշ. կ'ուզէի գանալ քանի՞ օրուան մէջ որչափ արշին տեղ բանելով քանի՞ ղուռուշ առեր է.

Պ. 26 օր. 105 արշին. 504 ղուռուշ.

8. Մէկ սատցուածք մը այս կերպով բաժնուեցաւ. առաջին ժառանգը առաւ 12,560 ղուռուշ. երկրորդը՝ 8,200 ղուռուշ. երրորդը՝ 5,000 ղուռուշ. ու 5,800 ղուռուշ հիւանդանոցներու համար. 1,200 ղուռուշ աղքատ աղջոց. 560 ղուռուշ որբերու. և 1,000 ղուռուշ աղքատաց. քանի՞ ղուռուշի էր նոյն սատցուածքը.

Պ. 34,320 ղուռուշի.

9. Բոլոր երկրի բնակիչները որչափ է, գիտնալով որ Եւրոպա 168,000,000 բնակիչ կայ. Ասիա՝ 580,000,000 բնակիչ. Աֆրիկէ՝ 92,000,000 բնակիչ. Ամերիկա՝ 150,000,000 բնակիչ. և Ովկիանիա 10,000,000 բնակիչ.

Պ. 1,000,000,000 բնակիչ.

10. Վաճառք մը որ կ'արժէ 3,215 ղուռուշ, քանի՞ ղուռուշ ծախելու է որ 530 ղուռուշ շահի.

Պ. 3,745 ղուռուշ.

11. Տիւնքէրկէն մինչեւ Փարիզ 243,518 մէդրօ է. Փարիզէն Լիվո 296,820 մէդրօ. և Լիվէն Բարքասն 329,083 մէդրօ. ուսսի Տիւնքէրկէն Բարքասն որչափ է հեռաւորութիւնք.

Պ. 86,421 մէդրօ.

12. Միեւնոյն միջօրէականի տակի երկու քաղաքներէն մէկը հատարակածէն 7 աստիճան հիւսիս է, իսկ միւսը՝ 5 աստիճան դէպ 'ի հարաւ. քանի՞ աստիճան այս քաղաքները իրարմէ հեռաւորութիւն պիտի ունենան։

Պ. 12 աստիճան հեռաւորութիւն։

13. 150 քիլօկրամ[1] բորակ՝ 25 քիլօկրամ ածխով և 25 քիլօկրամ ծծումբի հետ խառնուած է թնդանօթի վառօդ շինելու համար՝ որչափ կ'ելլայ վառօդին չափը։

Պ. 200 քիլօկրամ։

ԲԱՐՁՈՒԹԻՒՆ

14. Սահման. Հատատակ երկու թուոց իրարմէ ունեցած առաւելութիւնը փնտռելն է։ Բոլոր և այս առաւելութեան նաև դոյքերուն կամ ճարտարը ալ կ'ըսուի. կամ թէ բարձրութիւն գտնելու մին է որ երկու թուոց բովանդակութիւնը և անոնցմէ մէկը ծանօթ ըլլալով՝ կ գտնէ միւս թիւը. ասոր համար յաւելման հակառակն է, և ելնելիք թիւն է։ Բոլոր։ ուսիէց ոչ պիտի ելլէ նէ՝ այն ալ է ՀԵԺ ԲՈ։

Պարզ թուոց բարձրութիւն վարժութեամբ կ'ելլայ, իսկ յոգուածոց թուոց բարձրութիւն այս երկու և բանակաւոր կը վերջաւորի. 1°. թէ որ մտածեմ 6.15 էն 2.13 հանելու համար, այս երկու թիւերն ալ պարզագոյն թիւեր պիտի ըլլան՝ 3 ին ու

1 Մէկ քիլօկրամը հաւասար է 1000 աւելի գրամի։

3 ին, 9 ին և 4 ին, 6 ին և 2 ին զատ զատ տարբերութիւններն են 2, 5, 4, որ իրենց յարաբերական զօրութեամբը կ'ըլլայ 452, որ ասիկայ է՝ գրբեբ-ին, կամ ճոցրդ, կամ տաբել-ին ըստ ուածը։ 2°. փոքր թուոյն և տարբերութեան բովանդակութիւնը միշտ մեծ թուոյն հաւասար ըլլալով՝ ինքը որչափ մեծ ըլլայ՝ տարբերութիւնն ալ այնչափ կ'ելլենայ, և փոքր թիւը որչափ ելլենայ տարբերութիւնը այնչափ կը պակսի։

16. Կանոն։ « Յօդուածոյ թուոյ բարձման » մէջ երկու թիւ իրարմէ հանելու համար՝ առաջ » փոքր թիւը մեծ թուոյն տակը գրելու է, ա» նանկ որ ամեն մէկ կարգի միութիւնները իրա» րու տակ շարուին. և փոքր թուոյն տակէն գիծ » մը քաշելով տարբերութենէն զատելու համար » սկըսելու է աջ կողմէն փոքր թուոյն միաւորը » մեծ թուոյն միաւորէն հանել, ճոցածը տարբերութեան միաւոր գրել, ետքը՝ տասնաւորը, » տասնաւորէն. հարիւրաւորը, հարիւրաւորէն. » եւայլն հանելու է ըստ կարգի. միայն ամեն մէկ » թուանշան իբրեւ միաւոր թիւեր սեպելով »։

Նշանակ մեծ թուոյն մէջի մէկ կարգի թուանշանը փոքր թուոյն միևնոյն տեսակի կարգէն փոքր է նէ՝ անոր ձախ կողմինէն տասնաւոր մը առնելով՝ եվելցնելու է նոյն թուոյն վրայ, և անանկ հանելու է. որպ՝ 8,349 էն 6,938 հանելու համար նախ այս թիւերը իրարու տակ գրելու է. 8,349 և աջէն սկըսելով փոքր թուոյն 6,938 միաւորը որ է 8 իր վրայի թուոյն միաւոր 1,41'

բէն հանելու է, որ կը մնայ 1. տասնաւորն ալ տասնաւորէն հանելով կը թողու մնացորդ 1. բայց 9 հարիւրաւորը 3 հարիւրաւորէն չելլելով, կամ պարզաբար դիւրին ըլլալու համար այսպէս խօսինք՝ 9ը 3էն չելլեր, ուստի 3ին ձախ կողմի թիւէն տասնաւոր մը վասն եվելցնելով կ'ըլլայ 13. ուսկէց 9 ելլէ կը մնայ 4. ու 3ին ձախ կողմի թիւէն ալ միւս թիւն մը պակսելով 6ը 7էն ելլէ կը մնայ 1. տասնկով բոլոր տարբերութիւնը կ'ըլլայ 1,411.

17. Մեծ թուոյն մէջի կարգաց մէկին կամ մէկ քանիին տեղը մէկ կամ մէկէն աւելի զրօ ըլլայ նէ՝ փոքր թուոյն միւսնոյն կարգի թիւը անակէց հանելու համար (որովհետեւ վայրի տեսակին ձախ կողմն ալ մէկ կամ մէկէն աւելի զրոներ կան), պէտք է անոնց ձախ կողմի նշանական թուանշանէն 1 մը առնելով ալ կողմին զրօյովը տեղենք 10, ասկէց մէկ մը պակասը տար ալ կողմին զրօյովը 10. որ տասնկով առջի 10ը 9ը մնալով, և երկրորդէն ալ երրորդին անցնելով՝ նոյնպէս մնացորդ կ'ըլլայ 9.

Ըստ օրինակով բացատրելու համար ըլլայ մեծ ու փոքր թիւերը 700,046 և 529,183 տասնց տարբերութիւնն է հոս մեծ թուոյն տա- 700,046
ալ հաղարաւոր, հաղարաւոր և հարիւ- 529,183
ռաւոր կարգերը զրօ ըլլալուն փոքր թուոյն 170,863
մէջի միւսնոյն կարգերը հանելու համար՝ առաջ (Ր. 16) ին համեմատ բարձուն ցրինք ըսելով՝ 3ը 6էն ելլէ կը մնայ 3. 8ը 4էն չելլելուն և 4ին

ձախ կողմերն ալ զրոներ ըլլալուն՝ էն մեծ կարգէն այսինքն 7 էն 1 մը առնելով քովի զրոյին տուինք, որ եղաւ 10, ասկէց ալ 1 պակասը երկրորդ զրոյին տալով առջինը մնաց 9 որ երկրորդէն ալ 1 պակասը, երրորդին տալով երկրորդը մնաց 9. ուստի 4ին ձախ կողմի զրոյէն 1 մը առնելով՝ ըսինք 14 էն 8 ելլէ 6 կը մնայ. 9 էն 1 ելլէ 8 կը մնայ. 9 էն 9 ելլէ կը մնայ 0. 9 էն 2 ելլէ 7 կը մնայ. 6 էն 5 ելլէ 1 կը մնայ, որ ընդհանուր տարբերութիւնն է 170,863.

18. Թէ որ փոքր թուոյն թուանշանները մեծ թուոյն մէջինէն փոքր ըլլար՝ գործողութիւնը թէ աջէն սկրսուէր, և թէ՛ ձախէն, կրնար ըլլալ. (Ե. 16) բացառութեան համեմատ միշտ կը պատահի որ փոքր թուոյն մէկ քանի թուանշանները՝ մեծ թուոյն միեւնոյն կարգի թուանշաններէն մեծ կ'ըլլան, ան ատենը աջ կողմէն գործողութիւնը սկրսիլը աւելի դիւրին է տանուաւորաց համար աւելի գրել ջնջելու համար.

19. Ինչեւիցէ երկու թուոց տարբերութիւնը գտնելու համար՝ թէ որ մեծ թուոյն մէջ պարունակեալ հաւաքածոյ միութենէն փոքրը թիւը հանուի՝ և տարբերութիւնը առջի մնացորդին վրայ ելլենայ՝ հաւասար կ'ըլլայ մեծ ու փոքր թուոց տարբերութեան. որովհետեւ 2,487—259=2,487+1,000—259.

Մինչ միեւնոյն տարբերութիւնը կ'ելլէ, ուստի՝ 259ը 2487 էն հանուելուն տեղը 1000 ին

և 259 ին տարբերութիւնը որ է 741, եվելցնելու է 2,487 ին վրայ.

Այդ՝ 259 ին թուաբանական կատարումը կը ցուցնի այս կերպով՝ 1,741, որ 3,487 էն հանելու համար՝ առաջ մտածելու ենք 1,741=259 ուստի 3,487 ին 4 հարիւրաւոր կարգի բովանդակութեան տասնաւորը 1 հաւաքածոյ միութեան

1,741
3,226

հաւասար ըլլալով՝ և իրար ջնջելով՝ միայն բովանդակութեան մէջ 3ը վար առնուելաւ.

20. Թուաբանական կատարումը գտնելը պէտք կ'ըլլայ թէ որ յաւելման ու բարձման մէջ գործողութիւնը կատարուիլ ուզի, զատ զատ բովանդակութենէն տարբերութիւնը հանելուն տեղը. օրինակի համար ըլլան բովանդակելի թիւերը 32,731, 5,729, և բառնալի թիւերն ալ 371, և 4,844 որոնց կատարեալ տարբերութիւնը գտնելու համար՝ բովանդակելի թուոց տակէն բառնալի թուոց թուաբանական կատարումները կը գրենք և իրարու վրայ կ'եվելցնենք, և 1 ին նախորդ կամ աջ կողմի դաւազանին տասնաւորը 1 էն մեծ կամ փոքր ըլլայ միշտ տարբերութիւնը կամ աւելցնելու է բովանդակելի և մնացած բառնալի թուոց գումարին վրայ կամ անոնցմէ հանելու է. ինչպէս այս օրինակիս մէջ բովանդակելիները իրարու տակ գրեցնուս եղբը՝ և բառնալի թուոց ալ թուաբանական կատարումները՝ աջ կողմէն սկսեցինք իրարու վրայ եվելցնել և հարիւրաւորաց դաւազանին եվելցած տասնա-

32,731	
5,729	
1,629	
15,166	
33,255	

ՀՐԸ 2 ըլլալով հազարաւորաց կարգին 1ը հանուեցաւ 2էն, և 1 տարբերութիւնը բովանդակելիներուն տեսակէն ըլլալով՝ չորրորդ կարգին վրայ եվելցաւ. ասկէց ալ ելած տասնաւորը 1 ըլլալով՝ հինգերորդ կարգի 1 հաւաքածոյ միութենէն հանելով՝ որ մնացորդը 0 է, միայն 3ը բովանդակութեան մէջ առնուեցաւ.

ՕՐԻՆԱԿԻՐ ԲԱՐՁՄԱՆ

1. Մարդ մը իր անդրանիկ տղուն ծնած տարին 32 տարեկան էր, քանի՞ տարեկան է արդեն, երբոր հայրը 56 տարու ըլլայ.

Լուծումն. Հայրը երկրորդական տարիքէն հանելով նախորդ տարիքը 56

32

տղուն տարիքն է 24

2. 56,800 ղուռուշ ունենալու համար 32,560 ղուռուշին վրայ քանի՞ ղուռուշ եվելցընելու է.

Լուծումն 56,800

32,560

24,240 ղուռուշ եվելցընելու է.

3. Մարդ մը՝ քսակը 128 ղուռուշով վաճառատեղի մը կ'երթայ, և տուն դարձած ատենը 34 ղուռուշ կը գտնէ քսակը, քանի՞ ղուռուշ ծախք ըրած է.

ղուռուշ

Լուծումն. Գացած ատենը ունէր 128

Եւ դարձած ատենը 34

ծախք ըրած էր ղուռուշ 94

4. Ընդեղակին՝ երկրէս ամենէն մեծ հեռաւորութիւնն է 35,183,000 փարսախ և ամենէն կարճ հեռաւորութիւնն ալ է 34,017,200 փարսախ. քանի՞ է իրարմէ ունեցած տարբերութիւնը.

Լուծում.

Ամենէն մեծ հեռաւորութիւնն է 35,183,000
ամենէն կարճ „ „ 34,017,200
փարսախ 1,165,800

5. Մարդ մը 1852 թն 20 տարեկան էր, ո՞ր թուականին 50 տարեկան կ'ըլլայ.

Լուծում. 50
20
30 սակայն 1852 թն վրայ եկեղեցնելով՝ կ'ըլլայ փնտռուած թուականը:

6. Պարապ տնտուկ մը կշտուելով՝ 25 հոխայ եկաւ մէջը հանդերձով լեցուցին նէ՝ 146 հոխայ եկաւ. հանդերձին ծանրութիւնը քանի՞ հոխայ է.

Պ. 121 Հոխայ.

7. Փարիզէն Լոնտրա 98 փարսախ կայ, Տուվրէն անցնելով, և Տուվրէն Լոնտրա 23 փարսախ Փարիզէն մինչև Տուվը քանի՞ փարսախ հեռաւորութիւն է.

Պ. 75 Փարսախ.

8. Երկու քաղաք միեւնոյն միջօրէականի և հասարակածին միեւնոյն կողմին տակն է. առաջինին լայնութեան աստիճանն է 47 ը իսկ երկրորդինը 59. իրարմէ քանի՞ լայնութեան աստիճան հեռու են.

Պ. 12 Մասիճան.

9. Տրամաբանը ի հաստատուն ասան զաբաշխին ըսածին նայելով՝ բեւեռին շառաւիղը՝ 6,376,324 մէդրօ է, և հասարակածին շառաւիղը 6,376,984 է. քանի՞ է ուստի հասարակածէն դէպ 'ի՝ ամեն մէկ բեւեռը եղած տափարակումը.

Պ. 20,660 Մէդրօ է:

10. Գիտենք որ լայնութեան ասպիճանները իրարու հաւասար չեն. առաջինը՝ 110,577 մէդրօ է, և վերջինը 111,690 մէդրօ. հասարակածէն դէպ 'ի բեւեռը եղած հեռաւորութիւնը ո՞րչափ է.

Պ. 1113.

11. 1835 ին Փարիզի մէջ երեւցած մոլորակը 76 տարի էր որ չէր երեւցած, ո՞ր թուականին երեւցաւ:

Պ. 1759 ին:

12. Ուզղանկիւն մը 236 արշին լայնութիւն և 17 արշին երկայնութիւն ունի, ասանց իրարու հետ ունեցած տարբերութիւնը քանի՞ է:

13. Գաղղիայի 1789 ին խռովութենէն մինչեւ 1848 ին քանի՞ տարի անցած է:

21. Յաւելման ու բարձման վրայ բաւական տեղեկութիւն տալէն ետքը՝ իրենց վերաբերեալ զանազան խնդրոց օրինակներու հետ, նորավարժները աղէկ միտք հասցընելու համար հարկաւոր կը սեպեմք խառն խնդրոց մէկ քանի օրինակներ ալ դնել լուծումը իրենցմէ պահանջելով.

14. Վաճառական մը 5,250 հոխայ խահվի-

առաւ. 26,250 ղուռուշով, մէջէն 2,860 հօխան ծախեց 17,160 ղուռուշի. և մնացածն ալ 9,090 ղուռուշի, կ'ուզէ հասկընալ երկրորդ անգամին ծախած խահվէն քանի՞ հօխայ ըլլալը.

15. Պղտոր՝ Պեարոսին կ'ըսէ որ՝ քսակիս մէջ 3,648 ղուռուշ դնելով՝ մէջն գտնուած ղուռուշին երկու անգամը ըլլալուն համար՝ 1223 ղուռուշ կը պակսի. քանի՞ ղուռուշ ունէր.

16. Մարկոսը՝ 1,519 ղուռուշ ծախք ընելով քսակին մէջ մնաց խարճածէն 310 ղուռուշ պակաս. կ'ուզվի գիտնալ, մարդուն քանի՞ ղուռուշ ունենալը, և խարճելէն ետքը քովը ինչ մնացածը.

17. Լրեք մարդոց եկամուտը հետեւեալ կերպով բաժնելու գտնելու է ամէն մէկունը զատ զատ, առաջինին եկամուտն է 5,815 ղուռուշ, երկրորդը և երրորդը մէկ տեղ նոյնչափ եկամուտ ունին. բայց երկրորդը 332 ղուռուշ պակաս ունի երրորդէն.

18. Վարձաւոր մը ունէր 248 ոչխար. ասոր մէկ մասը մասվաճառի մը ծախեց, 7 հատը ըսպանեց, և 34 հատը կորսնցուց, և քովը մնաց ծախածէն 5 հատ աւելի, քանի՞ ոչխար մնաց.

19. Պարտիզպան մը իր պարտէզին խնձորներն ու տանձերն ժողվելով համրեց, որ ամենը 200 հատ ըլլալու համար 8 հատ կը պակսէր, և խնձորէն աւելի տանձ շատ ունէր. վասն զի խընձորներուն հետ թէ որ 6 տանձ խառնէր երկու կողմն ալ այնչափական պտուղ կ'ըլլար. քանի՞ է

ռանձին և խնձորին կամ՝ անքը։

20. Երկու եղբօր տարիքներուն գումարը 33 է. իսկ մեծ եղբայրը 7 տարու մեծ է միւսէն, զատ զատ քանական տարու են.

21. Երկուորեակ եղբարց տարիքն են զատ զատ 33, և իրենց հօրեղբօրմէն երկուքը մէկէն 17 տարու մեծ են. քանի՞ է հօրեղբօրը տարիքը.

22. 132 Ղրշան չուխան 1,540 ղուռուշ ծախելով 182 ղուռուշ վաստակեցաւ մէկը՝ գնոյն արժէքովը, քանի՞ առնուած էր.

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

23. Թուոյ մը մէջ որչափ միութիւն կայ նէ՝ մէկ ուրիշ թիւ մը այնչափ անգամ կրկնելու գործողութեանը՝ կ'ըսվի բազմապատկութիւն։

Թիւ մը թուով բազմապատկելը երկրորդով առաջինը այնչափ անգամ կրկնելէ, որ թէ որ երկուքն ալ ամբողջական թիւերը՝ ըլլան նէ՝ երկրորդին մէջ եղած միութեանց չափ առաջինէն առնելով ելածը կ'ըլլայ՝ արդիւնք կամ պարզապէս արտադրեալ (աւելի գործածական է արդիւնք բառը գործածել).

Բազմապատկուելիք թուոյն կ'ըսվի բազմապատելի. ասիկայ որով որ կը բազմապատկի նէ՝ անոր ալ՝ բազմապատիչ. բազմապատկելիին ու բազմապատկողին՝ ի միասին առնվի կամ գործադրվի ալ կ'ըսվի.

Մէկ նկատելով՝ բազմապատկութիւնք յա-

աելում մրն է. վասն զի 6 անգամ 8 ին քանի արդիւնք ունենալը հասկընալու համար՝ 6 ին մէջ եղած միութիւններուն չափ 8 ը այնչափ անգամ կրկնելով՝ բազմադակութիւն է 48, բայց այս եղանակը աւելի երկար ըլլալուն՝ և թէ որ բազմապատկողն ալ յոդուածոյ թիւ մրն ալ ըլլայ նէ՝ ատոնք համառօտաբար ընելու համար յատկապէս այս կերպ յաւելման համառօտութեան բազմապատկութիւն ըսուած է.

Բազմապատկութեան նշանն է այս (×) կամ միջակէտ մը (.) որ գործադիրներուն մէջ տեղը դրուելով՝ կը ցուցնէ բազմապատկողին միութեանց չափ բազմապատկելին կրկնուիլը և կը կարդացվի անգամ կամ բազմապատկեալ. ինչպէս 5× 9=45, որ կը կարդացվի 5 բազմապատկեալ 9 հաւասար 45, կամ 5 անգամ 9=45.

23. Վերոյդրեալ բազմապատկութեան վրայ տուած սահմաններնուս կը ծագի թէ՝ « բազ- » մապատկող թիւը թէ որ պարզ միութիւն ըլլայ՝ » արդիւնքը բազմապատկելին հաւասար կ'ըլլայ, » և միշտ բազմապատկողին համասեռ է.

24. Բազմապատկութեան վրայ տրուած կանոնները աղէկ միտք առնելու համար, նախ՝ միաւոր թուոց բազմապատկութիւնը վարժութեամբ սորվելու է, որով յոդուածոյ թուոցն ալ արդիւնքները դիւրաւ գտնուին, և Պիթագորեան ըսված աղիւսակին միջոցաւը կրնան միաւոր թուոց արտադրեալները գտնուիլ.

Սակայն կը չինուի հորիզոնական գծի մը վը-

բոց գրելով 1 էն մինչեւ 9, որ ըսել է յաջորդաբար մէյմէկ միութեամբ եւելով, և նոյնպէս գագաթան գծով մըն ալ իրարու տակ նոյն թիւերը կրկնելու է, եւ ապը գագաթան գծին ամեն մէկ թուանշաններուն չափ հեռաւորութեամբ իրարու վրայ եւելցընելու է հորիզոնական գծին շարունակութեամբ. ինչպէս այս աղիւսակս.

ԱՂԻՒՍԱԿ ՊԻՒԹԱԳՈՐԵԱՆ								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	[illegible]	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Ասոր մէջ 1 էն մինչեւ 9 եղած միաւոր թիւերը թէ հորիզոնական և թէ գագաթան գծով շարելնուս ապը՝ գագաթան գծին երկրորդ կարգը այսինքն 2 ը յաջորդաբար իրարու վրայ եւելցընելով եղաւ 2, 4, 6, 8 ... եւայլն. նոյնպէս մնացած կարգերն ալ, որով այս կարգին այսինքն 2 ին առաջին հորիզոնական գծին մէջի

թիւերով արդիւնքներն են երկրորդ գագաթան գծին շարունակութիւնները.

Ընդ՝ թէ որ գտնել ուզենք 6×8 ին արդիւնքը, նախ՝ գտնելու է այս երկու գործադիրները զատ զատ հորիզոնական և գագաթան առաջին գաւազաններուն մէջ եւ եթէ 6 էն գագաթան գծով իջնելով, և 8 էն ալ հորիզոնական գծով առաջ երթալով ասոնց իրար կտրած տեղը կը գտնենք 48 թիւը, ուստի այս է 6×8 ին արդիւնքը.

25. Յօդուածոյ բազմապատկելին միաւորը բազմապատկողով բազմապատկելու համար, առաջ բազմապատկելիին միաւորը, եթէ տասնաւորը, և եթէ հարիւրաւորը զատ զատ բազմապատկելու է բազմապատկողով, որոնց բովանդակութիւնը կ'ըլլայ ընդհանուր արդիւնքը.

Այս կերպ բազմապատկութիւնն ու միանգամայն յաւելումը աւելի համառօտութեամբ ու դիւրութեամբ կատարելու համար՝ նոյնպէս յաւելման կանոններէն առնելով կ'ըսենք բազմապատկողով բազմապատկելի միաւորէն ելած արդիւնքը թէ որ տասնաւոր կը պարունակէ՝ անիկայ միայն պահելով միայն արդեան մէջ միաւորը գրելու է, և տասնաւորն ալ եվելցընելու է տասնաւոր բազմապատկելիին արդեան վրայ ասանկ յաջորդաբար.

Ինչպէս 2,964 թիւը 8 ով բազմապատկելու համար, առաջ 8 ով 4 միաւորը, եթէ 6 տասնաւորը 9 հարիւրաւորը և 2 հազարաւորը բազմապատկելու է, և ամեն

2,964	
8	
23,712	

մեկ կարգի տասնաւորները միայն պահելով իւրաքանչիւր եղածներուն վրայ եւելցընելու է, ինչպէս հոս 8 ով 4 միաւորին բազմապատկուած թեւին ելած արտադրեալը՝ 32 ըլլալով՝ 2 միաւորը 4 ին տակը գրեցինք, և 3 տասնաւորը 8 ով 6 տասնաւորին արտադրելոյն վրայ եւելցուցինք. որ եղաւ 510, 1 տասնաւորը գրեցինք, բայց 5 հարիւրաւորը 8 ով 9 հարիւրաւորին արտադրելոյն վրայ եւելցընելու է, որ է 7,700. և 7 հարիւրաւորը յայտնի գրեցինք, մնաց 7 հազարաւորը, որ 8 ով 2 հազարաւորին արտադրելոյն վրայ եւելցընելով եղաւ 23,000, որով ընդհանուր արտադրեալն եղաւ 23,712.

Հոս տասն հազարաւորաց կարգը առանց միայն պահելու 3 հազարաւոր կարգին ձախ կողմը գրեցինք, որովհետեւ հազարաւորաց կարգէն վեր թուանշան չի կայ.

Օրինակք.

1° 680,035 × 4 = 2,720,140

2° 5,328,958 × 6 = 31,973,748

3° 4,203,892,189 × 5 = 21,019,460,945

Հոս միայն 1° օրինակին վրայ բացատրելով՝ մնացածներն ալ դիւրաւ կրնաս հասկընալ.

Ընդ. բազմապատկող 4 ով բազմապատկելին 5 միաւորը բազմապատկեցինք, 4×5=20, ասոր

Տես թիւ 22, որ արդիւնք բառին սահմանը ունի։

միաւորը որ է զրո՝ արտադրեալն միաւոր կար-
գը գրելնէս ետքը՝ 2 տասնաւորը 4×3 տասնաւո-
րին վրայ եվելցուցինք, որ է 14, կամ 1 հարիւ-
րաւոր և 4 տասնաւոր. տասնաւոր կարգին մէջ
ալ 4ը գրելով, 1 հարիւրաւորն ալ 4×0 ին վրայ
եվելցուցինք ասոր արտադրեալն է զրո, ուստի
0×1=1 հազարաւորաց կարգին մէջ հազարաւո-
րաց կարգին արտադրեալն է 0. տասն հազա-
րաւորաց կարգին արտադրեալը 320,000 ըլլա-
լով, 2 տասն հազարաւորը 8 ին տակը գրեցինք,
3 հարիւր հազարաւորը միտք պահելով, որ 4 ով
6 հարիւր հազարաւորին արտադրելոյն հետ ե-
զաւ 2,700,000, 2 միլիոնաւորը յայտնի գրելով
ձախ կողմը.

29. Յոգուածոյ Թուոց բազմապատկութեան
վրայ խօսելէս առաջ յիշենք Թուուման մէջ անու-
նեան ղրոյին վրայ խօսած տասնէս սուած սկզբ-
բունքնիս թէ՝ « զրուած Թուոյ մը սէջ կողմը
» զրո մը դրուի, առաջուան Թուոյն նշանակու-
» Թիւնը 10 անգամ աւելի կը նշանակէ. երկու
» զրո դրուելով 100 անգամ, տասնկ քանի զրո որ
» դրուի, այն Թուոյն նշանակութիւնը առաջուը-
» նէն այնչափ անգամ աւելի կը նշանակէ ».

Ուստի Թիւ մը ալ 10, 100, 1,000 եւայ-
լն... ով բազմապատկելու համար 1, 2, 3... և
այլն զրո դնելու է բազմապատկուելիք Թուոյն
առջեւը. ինչպէս 514 ին 10 ով, 100 ով... և
այլն արտադրեալներն են 5,140, 51,400, 514,000.

27. Դիտնք հիմա յոգուածոյ Թուոց բազմա-

պատկութեան վրայօք բացատրել, որ ուրիշ յօդուածոյ թուով մը ինչպէս կը բազմապատկին.

Երկու գործադիրներն ալ յօդուածոյ թիւեր ըլլալով՝ բազմապատկելու է (Ղ. 25) եղանակին համեմատ բազմապատկողին միաւորովը բազմապատկելիին ամէն կարգերը, որոնք գծին տակէն գրելով նոյն արտադրեալը՝ առաջին մասնաւոր արտադրեալ ըսելու է. նոյնպէս բազմապատկող տասնաւորով, հարիւրաւորով եւ այլն թէ որ կայ նէ՝ զատ զատ պարզ թիւեր սենելով բազմապատկելու է բազմապատկելիին ամէն մէկ կարգերը աջէն դէպ 'ի ձախը. միայն նկատելու է որ ամէն մէկ մասնաւոր արտադրեալին առաջին թուանշանը իր բազմապատկողին կարգէն ըլլայ գրուած. կամ թէ այսպէս ըսենք. երկրորդ մասնաւոր արտադրեալին առաջին թուանշանը առաջին մասնաւոր արտադրեալին միաւորին կարգ մը դէպ 'ի ձախը գրուած ըլլայ, նոյնպէս երրորդն ալ երկրորդէն կարգ մը դէպ 'ի ձախը. և այս մասնաւոր արտադրեալներուն գումարը կամ բազմապատկութիւնը ընդհանուր արտադրեալն հաւասար է.

Ըլլայ՝

```
      8,645 բազմապատկելի մը
        712 բազմապատկողով
     17,290
     86,450
  6,051,500
  6,155,240
```

Հոս առաջ 2 ով 8,645 ը բազմապատկեցինք,

ուակէց ելած 17,290 ը առաջին մասնաւոր արտադրեալ է, եւ քը 1 տասնաւորով կամ պարզապէս 1 ով բազմապատկութենէն ելած երկրորդ մասնաւոր արտադրեալը տասնաւոր կարգէն դրեցինք, որուն աջ կողմը զրօ մին ալ դրուած է միաւորին տեղը, 7 հարիւրաւորէն կամ պարզապէս 7 էն ելած մասնաւոր արտադրեալն ալ բազմապատկող 7 էն սկսուած է դէպ'ի ձախը երթալով և աջ կողմը երկու զրօ դրուելով, բայց որովհետեւ յաւելման մէջ կարգաց մէջի զրօներուն բովանդակութիւնը հիչ մէկ անգամ միութիւն մըն ալ չարժեր, ուստի այս արտադրեալներուն աջ կողմերնին զրօ դնելն ալ եվել բան մըն է, փոխանակ ամեն մէկ մասնաւոր արտադրեալներ իրենց յարաբերական նշանակութիւններին կը պահեն.

28. Թէ որ բազմապատկողին մէջ զրօներ ըլլայ՝ անոնց մասնաւոր արտադրեալներուն կարգերը ձգելով որոնք միչտ զրօ կ'ըլլան՝ բազմապատկողին ամեն մէկ միութեանց կարգերը նը-կատելով՝ միայն նշանականներուն արտադրեալները գրելու է, ինչպէս՝

Գործողութիւն, 68495
40601
68495
410970
273980
2780965495

Հոս բազմապատկողին տասնաւոր և հարիւրաւոր կարգերը զրօ ըլլալուն՝ անոնց ձախ կողմի

նշանական թուանշաններուն արտադրեալները իրենց միութեանց կարգին համեմատ տեղերին գրեցինք.

29. Թէ որ արտադրեալց մէկին կամ երկուքին աջ կողմը զրոներ ըլլայ՝ գործողութիւնը հաշուառելու համար՝ անոնք չի կրցի պէս ոչպէսով իրարմով բազմապատկելու է և արտադրեալին առջին առնելու է անոնց երկուքին մէջի զրոները. ինչպէս՝ գործողութիւն, 566000

86300

1698

3396

4528

48845800000

Լաս 566 ը 863 ով բազմապատկեցինք, և ընդհանուր արտադրեալին առջին 5 զրօ ալ աւելցնելով՝ եղաւ 48,845,800,000. փոխն ալ թէ որ միայն բազմապատկելին առջեւի զրոները վերցուելով գտնուէր արտադրեալը նէ՝ յայտնի է որ զրուութիւնը 1,000 անգամ պակաս եղած պիտի ըլլար. և որովհետեւ բազմապատկողէն ալ երկու զրօ ձգուեցաւ, ան առնելը արտադրեալին զրուութիւնը 1,000×100 կամ 100,000 պակաս կ'ըլլար, ուստի զրոներուն հանդանքը 5 ըլլալու է որ արտադրեալը չի փոխուի.

30. Բազմապատկողին ամէն մէկ կարգի թուանշաններուն համեմատ բազմապատկելին որոտադրեալները աջին դէպ 'ի ձախը ինչ խորհրդագործութեան ... մէկ թուանշան ...

հարկ եղած է նէ՝ նոյն բանն է՝ ուրեմն առաջ բազմապատկողին էն մեծ կարգովը բազմապատ. կելին արտադրեալը « առաջին մանաւոր արտադրեալ գրուելը , և յաջորդաբար իրարմէ » վար կարգով արտադրեալները մէյմէկ Թուա. » նշան դէպ 'ի աջը գրելու է , կարգերնուն նը» շանակութիւնը պահելու համար » . ինչպէս՝

Գործողութիւն . 8045

316

2413570

8045

48270

2542220

Առաջ բազմապատկողին 3 հարիւրաւոր կարդէն սկըսանք բազմապատկել , և արտադրեալը հարիւրաւոր կարգի ըլլալը ցուցընելու համար երկու Թուանշան եաքը աջէն դէպ 'ի ձախը գրեցինք , տանաւորով ալ բազմապատկութենէն եղած արտադրեալը Թուանշան մը դէպ 'ի աջը , և էն վերջը միւսորով արտադրեալը գրեցինք , որ եղաւ 2,542,220 .

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

ՄԻԿ ՔԱՆԻ ԿԱՐԵՒՈՐ

ՇԱՏԿՈՒԹԵՄՆՑ ՎՐԷՑ

ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐ

31. Հաստ անգամ կը պատահի բազմապատկութեան գործածութեան մէջ յաջորդ աբար մէկ քանի թիւեր իրարու հետ բազմապատկել. ինչպէս՝ ասենք որ 18, 64, 32, 45, թիւերուն արտադրեալը, նախ՝ 18ը 64 ով բազմապատկել, ելած արտադրեալը 32 ով, և ապէց ալ ելածը 45 ով որ "արտադրողաց կարգը փոխելով արտադրեալ" լին զորութիւնը չի փոխուիր". և ասանկով չորս գործադիրներուն արտադրեալը գտնելու համար բազմապատկութեանց կարգը ինչ կերպով որ փոխենք միշտ արտադրեալը 1,658,880 կ'ելլէ։

Որովհետեւ՝ օրինակի համար 64 և 42 գործադիրները բազմապատկելու համար՝ հորիզոնական գծի մը վրայ 1, 1, 1, 1. . . . . .
64 հատ միութիւն 1, 1, 1, 1. . . . . .
գրուի, և 42 զուս 1, 1, 1, 1. . . . . .
գահեռական գիծ 1, 1, 1, 1. . . . . .
ձեւանայ յայտնի է որ այս ցուցակին մէջ պարունակեալ միութեանց բովանդակութիւնը հաւասար է այնչափ անգամ հորիզոնական գծին մէջ եղած 64 միութեանց որչափ որ գագաթան գը-

ծին մէջ 42 միուլթիւն կը պարունակէ նաև այս-
ինքն 64×12 ի հաւասար է այս բովանդակու-
թիւնը։

Կը մակաբերի նաև գործադիրներուն որը
որ քիչ թիւ ունի նէ՝ անիկայ բազմապատկող ը-
նելով՝ արտադրելոյն դիւրութեամբ գտնուիլը,
օրինակի համար 8,614 ը և 48 ը իրարմով բազմա-
կելու է. գիտենք վերոյգրեալ յատկութենէն՝ որ
„ արտադրողաց կարգը փոխելով արտադրելոյն
„ զօրութիւնը չի փոխուիր „. ուստի՝ հոս ալ գոր-
ծողութեան դիւրութեան համար բազմապատ-
կելին 8,614 ը սեպելով 48 ով բազմապատկելու է,
ինչպէս՝

8,614	48
48	8,614
68,912	192
34,456	48
413,472	288
	384
	41,3472

2°. Արտադրողաց մէկը նոյն պահելով՝ միւսը
որչափ կրկնենք՝ արտադրելոյն զօրութիւնն ալ
այնքան կ'եվենայ. Վասն զի 40 և 50 արտադ-
րողաց առաջինը նոյն պահելով 50 ը 3 անգամ ե-
վելցնենք այսինքն 150, ան ատենը 40 և 160 ին
արտադրեալը 40 և 50 արտադրեալին 3 անգամը
կ'ըլայ.

3°. Արտադրողաց երկուքն ալ միևնոյն թը-
ւով բազմապատկենք՝ արտադրելոյն զօրութիւ-

նը միեւնոյն թուոյն երկու անդամ բազմապատկութեամբը կը բազմապատկի, որովհետեւ 12 և 15 արտադրողները երկուքն ալ միեւնոյն թուով այսինքն 4 ական անդամ եվելցընելով ընեմք՝ 48 և 60, ասոնց արտադրեալը 12 և 15 թուոց արտադրելոյն 16 անդամը կ'ըլլայ, ուստի թէ որ բազմապատկելի 12×3 ը բազմապատկող 15×5 ով բազմապատկուի, հարկաւ արտադրեալն ալ 3×5 ին անդամ մեծ կ'ըլլայ 12×15 էն.

32. Վերոյգրեալ 2° և 3° յատկութեանց վերայ նկատելով, կրնանք հետեւցընել ըսելով թէ՝ «արտադրողաց մէկը քանի անդամ որ բազմապատկեմք, միւսն ալ այնչափ անդամ պակսեցընեմք, արտադրելոյն զօրութիւնը չի փոխուիր».

Հետեւութիւն 1° յատկութեան. Սկիզբ կը ծագի, «թիւ մը կամ արտադրեալ թուով բազմապատկեր ես՝ կամ այն արտադրեալին զատ զատ գործադիրներովը, միշտ միեւնոյն է. որովհետեւ 25 և 16 ին արտադրեալը բազմապատկուի 12 ով՝ հաւասար է 12×25×16 ին արտադրեալին».

33. Մէկ քանի հաւասար թուոց իրարմով բազմապատկութենէն եղած արտադրելոյն կորզումն կ'ըսվի.

Թէ որ երկու հաւասար թուոց արտադրեալ է նէ կ'ըսվի՝ երրորդ կորզումն կամ խորանարդ. ինչպէս 8 ին մէկ անդամ ինքիրմով արտադրեալն է 64, որ է երրորդ կորզումն կամ խորանարդ։ Երկու

անգամ ինքիրմով արտադրելոյն՝ երրորդ կարողութիւն կամ խորանարդ կ'ըսվի. ինչպէս 8 ին երկու անգամ իրարմով արտադրեալն է 8×8×8=512, ասիկայ ալ է 8 ին երրորդ կարողութիւնը կամ խորանարդը։

Ինչ հանրապէս՝ թիւ մը քանի անգամ որ ինքիրմով պիտի բազմապատկի նէ՝ ելած արտադրեալը նոյն թուոյն այնչափ երրորդ կարողութիւնն ըլլալը հասկնցուց է, և կարողութիւն ցուցընող նշանին կ'ըսվի՝ ելուածոց կամ ցուցիչ և ասիկայ ինքնապատկուելիք թուոյն աջ կողմը դէպ 'ի վերան կը դրուի. ինչպէս՝ 7 ին 6 անգամ ինքիրմով բազմապատկուելնէն ելած արտադրեալն է՝ 7×7×7×7×7×7=117,649, որ է 7 ին վեցերրորդ կարողութիւնը. հա 6 նէ է 7 ին վերածողը կամ ցուցիչը։

34. Տարածութիւններ չափելու համար՝ երկրաչափութիւնը կը սորվեցընէ՝ զանգուածին լայնութիւնը, երկայնութիւնը և թանձրութիւնը, կամ բարձրութիւնը և կամ խորութիւնը իրարմով բազմապատկելով, թէ և չափելիին հաւասար ալ չըլլան՝ միշտ ելած արտադրեալն է խորանարդ չափ։

Իսկ թէ որ երկայնութիւն մը լայնութեամբ բազմապատկի, արտադրեալն է քառակուսի չափ։

ՕՐԻՆԱԿԱՐ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

1. Բազմապատկելու է 218ը յաջորդաբար 8 ով, 22 ով և 19 ով.

Պ. Լուծումն. 218×8×22×19=728,992.

2. Բանկը որ մարդ մը 518 արշին կտաւեղէն առաւ, արշինը 3 ղուռուշէն. քանի՞ ղուռուշ տալու է.

Պ. Լուծումն. 518×3=1,554.

3. Արշին մը պատին շնողքերը 26 ղուռուշ ըլլայ՝ 916 արշին պատին քանի՞ ղուռուշ տալու է.

Պ. Լուծումն. 916×26=23,816.

4. Հօփային 7 ղուռուշ շահ բերելու իւղէն 119 հօփայ ծախուի նէ՝ քանի՞ ղուռուշ կը շահի.

Պ. Լուծումն. 119×7=833 ղուռուշ.

5. Գործաւորի մը շաբաթականն է 45 ղուռուշ. մէկ տարուան կամ 52 շաբաթուան մէջ ո՞րչափ պտակ ձեռքը կ'անցնի.

Պ. 2,340 ղուռուշ.

Լուծումն. 45×52=2,340 ղուռուշ.

6. Ընիւ մը 1 երկվայրկեանին 12 շրջան կ'ընէ. 2 ժամու, 3 վայրկեանի, 14 երկվայրկեանի մէջ քանի՞ անգամ շրջան կ'ընէ.

Պ. Լուծումն. Վայրկեան 60×2=120 վայր
Եվելցո՛ւը 3 վայր
123

Երկվայր 60×123=7,380 երկ.
Եվելցո՛ւը 14
7,394 երկ.

շրջան 12×7394=88,728 շրջան.

7. Մէկ վայրկեանը 60 երկվայրկեան է, մէկ ժամը 60 վայրկեան է, մէկ օրը 24 ժամ է, մէկ շաբաթը կամ 7 օրը քանի՞ երկվայրկեան կ'ընէ.

Պ. 614,800 երկվայրկեան.

7. Տղայ մը 8 տարեկան 4 ամսուան և 3 օրուան ըլլալով քանի՞ օրուան եղած կ'ըլլայ.

Հոս ալ՝ մէկ տարին է 12 ամիս կամ 365 կամ 366 օր. մէկ ամիսը 30 օր. մէկ օրը 24 ժամ. ուստի՝ 12×8=96 ամիս +4 ամիս =100 ամիս ×30 օր = 3,000 օր +3 օր=3,003 օրուան.

9. Մէկ արշինը կը բաժանի 24 մատ. մէկ մատը 12 գիծ. մէկ գիծը 12 կէտ. ուրեմն քանի՞ կէտ է 16 արշինը.

Պ. Յուծումն. 16×24×12×12=55,296.

10. Քանի՞ է 115 ին երկրորդ կարողութիւնը կամ քառակուսին.

Պ. Յուծումն. 115×115=13,225 է.

11. 18 Արշին երկայնութիւն, և 16 արշին լայնութիւն ունեցող սենեակի մը քառակուսի տարածութիւնը քանի՞ է.

Պ. Յուծումն. 18×16=288 արշին քառակուսի (տես Ր. 34).

12. Մարդ մը օրը 12 ղուռուշ իր կերակուրին, ամիսը՝ 100 ղուռուշ տան վարձու, տարին 2,000 ղուռուշ հանդերձին և 500 ղուռուշ լաթ լուացողին, և 600 ղուռուշի չափ ալ փոքրիկ ծախքերու կը խարձէ. քանի՞ ղուռուշ կ'ըլլայ բոլոր տարեկան ծախքը.

Պ. Լուծումն. 12 ղուռուշ × 365 = 4,380
100 ղուռուշ × 12 = 1,200
բամբակուԹիւն 5,580
և հվելցո՛ւր վՀան 2,000
500
600
ընդՀանուրն է 8,680

13. 36 Պործաւոր 14 օրուան մէջ գործ մը լրմնցուցին օրը 10 ժամ աշխատելովին, միայն Թէ որ գործաւոր մը բանելու ըլլար քանի՞ ժամէն կրնար լրմնցրնել.

Պ. Լուծումն. 10×14=140 ժամ՝ 36 գործաւորաց Համար, ուստի մէկ գործաւորին Համար 36×140 ժամ պէտք է =5,040.

14. Ընդամանդին մէկ քրաթը 560 ղուռուշ ըլլալով՝ 12 մխալը քանի՞ ղուռուշ կ'ընէ.

Պ. Լուծումն. Յայտնի է որ (մէկ մխալը միշտ՝ 16 քրաթ կը սեպուի). ուստի՝ 560×16×12=107,520.

ԲԱԺԱՆՈՒՄ

35. Սահման. Ինչպէս որ բազմապատկուԹիւնը յաւելման ՀամառօտուԹիւնն էր, նմանապէս՝ բաժանումն ալ բարձման ՀամառօտուԹիւնը և բազմապատկուԹեան Հակառակը ըլլալով՝ «ինչուԹիւն Թիւ մը՝ Թուոյ մը մէջ եղած միաւորաց չափ Հաւասարաչափ կտոր ընելու գործողուԹիւնը կ'ըսվի».

թիւ մը որ պիտի բաժանի՝ ի՛նչպէս բաժանէն. ասիկայ ինչով որ պիտի բաժանի նէ՝ անոր ալ բաժանայ, և գործողութենէն ելքը գտնուած երրորդ թիւն ալ տանիցուր.

Բաժանման նշանն է (:) վերջակէտ մը, որուն ձախ կողմը բաժանելին, և աջ կողմը՝ բաժանարարը կը գրուի. հորիզոնական գիծ մը (—), որուն վրան բաժանելին կամ համարիչը կը գրուի, ներքեւը՝ բաժանարարը կամ յայտարարը. Վերոյգրեալ սահմանը հաստատելու համար հետեւցնելով քանեմք որ՝ « Թիւ մը թուոյ մը մէջ » որչափ անգամ պարունակեալ ըլլալը ցոյց տը- » ւողը որ է քաներորդը՝ բաղմապատկութեան » մէջ գործադիրներուն մէկն է, կը ցուցնէ նա- » և որ՝ բաժանարարը բաժանելիին մէջ քանի ան- » գամ պարունակեալ է. կամ բաժանարարին բա- » ժանելիին մէջ պարունակուած չափը քաներոր- » դին մէջ եղած միութեանց հաւասար է ». օրինակի համար 8 միութիւնները 2 հաւասար մասերէ շինուած ըլլալով՝ և 2 ով 8ը բաժնելով քաներորդ 4ը կը ցուցնէ ամեն մէկ մասին չափը, որ հոս 8 է բաժանելի, 2 բաժանարար և 4 քաներորդ.

36. Որովհետեւ ըսինք որ՝ (Գ. 35) « բաժա- » նումն է բաղմապատկութեան հակառակը ». ուստի բաժանման մէջ բաժանելի թիւը միշտ արտադրեալ թիւ մը կը մնայ, որուն գործադիրներուն մէկը՝ բաժանարար, և միւսը՝ քաներորդ կ'ըլլայ. ուստի միշտ « բաժանելին հաւասար է՝

„ քաներորդով բաժանարարը բազմապատկու-
„ թենէ ելած արտադրեալին „. որով ասար ծա-
նօթ յատկութիւններէն կը հետեւի՝ 1՝. թէ որ
բաժանելին և բաժանարարը միեւնոյն թուով բազ-
մապատկի կամ բաժանի՝ քաներորդին զօրու-թիւ-
նը չի փոխուիր.

Ապացոյց. 36:9 քանի՝ քաներորդ կուտայ նէ՝
72:18 նոյնը կուտայ որ է 4. կամ 36:9 քանի՝ քա-
ներորդ կուտայ նէ 12:3 նոյնը կուտայ որ է 4.

2՝. թէ որ բաժանելին ու բաժանարարը զօնե-
րով վերջացած ըլլան, երկուքին ալ ոչ կոզմէն հա-
ւասարաչափ զրօ վերցընելով՝ քաներորդին զօ-
րու-թիւնը չի փոխուիր.

Ապացոյց. 60,000:2,000=30, նոյնպէս՝ 60:
2=30.

3՝. թէ որ միայն բաժանելին բազմապատկի՝
բազմապատկեալ թուոյն չափ քաներորդին զօրու-
թիւնը կնվազնայ. թէ որ բաժանարարը բազմա-
պատկի, քաներորդը նոյնչափ կը պզտիկնայ.

Ապացոյց. 24:3=8. բայց (24×2):3=2×8
կամ 16. և 24:3=8 բայց 24:(3×2)=8:2 կամ 4.

4՝. Մէկ քանի բաժանարարներու արտադրեալով
բաժանելին բաժնելով՝ հաւասար է յաջորդա-
բար զատ զատ բաժանումներէն ելած քաներորդ-
դին. օրինակ՝ 48 ը 2 ով, 3 ով, 4 ով զատ զատ բաժ-
նելնուս տեղը՝ կրնամք բաժանարարներուն արտա-
դրեալովը որ է 2×3×4=24 ով բաժնել 48 ը որ
է հաւասար 2, վասն զի՝

Ապացոյց՝ 48:2=24:3=8:4=2.

37. ինչպէս որ բազմապատկութիւնը յաւելմամբ ալ կրնար աւարտիլ, «բազմապատկող» ղին չափ բազմապատկելիներ իրարու վրայ եկելը» ցրնելով». նոյնպէս բաժանումն ալ որ բարձման համառօտութիւնն է՝ կրնայ բաժանարարը բաժանելիէն յաջորդաբար հանելով գանուիլ քանիներորդը. ինչպէս 10 ով 80 ին բաժանուէն ելած քանիներորդը հաւասար է 80 էն այնչափ անգամ 10 ելածին, որ այնչափ 10 ին բովանդակութիւնը կամ 10 ին նոյնչափով արտադրեալը ըլլայ 80, ասանկ դիւրաւ կը հասկցուի որ՝ 80 արտադրեալ թուոյ մը արտադրողաց մէկը 10 ըլլալով՝ անծանօթ արտադրողն ալ կ'ըլլայ 8. և թէ որ յաջորդաբար 10 ը 80 էն հանելէ 8 հատ բարձմամբ կ'աւարտի. բայց բաժանման այս կերպը աւելի երկար կ'ըլլայ, բաժանելիին և բաժանարարին համեմատաբար.

80
10
70 Ը. մնաց
10
60 Զ. մնաց
10
50 Դ. մնաց
10
40 Գ. մնաց
10
30 Բ. մնաց
10
20 Ա. մնաց
10
10 Ի. մնաց
10
00 Ը. մնաց

38. Պիւթագորեան աղիւսակը բաժանման քաներորդ գտնելու ալ կը ծառայէ. վասն զի միաւոր թուոյ արտադրեալները ամբողջապէս կը պարունակէ. օրինակի համար 56 ին 8 ով բաժանման քաներորդն է 7. որովհետեւ 8×7 կ'ընէ 56. արդ՝ աղիւսակին գագաթան գծով 8 ին հորիզոնական գծին մէջ գտնուած 56 ին կարգովը դէպ 'ի գագաթան գծին գլուխը դրուած միաւորն է 7. և ահա այս է քաներորդը։

Հետեւութիւն. Հասկցանք որ 56/8 ին քանորդն էր 7. բայց թէ որ ըլլայ բաժանելի մը 60 և բաժանարար 8, որ 60=56+4 ըսել է. կամ 8×7+4. յայտնի է որ միայն 8 ով 7 ին արտադրեալը 56 է, և 4 ին 7 ով քաներորդը միայն կոտորակի կերպով կը դրուի. և այս 4 ին կ'ըսին բաժանման մնացորդ. որով այս երկու թիւերը 60 և 8, բաժանելիի և բաժանարարի տեղ առնելով՝ քաներորդին բաժանարարով արտադրելոյն և մնացորդին բովանդակութիւնը նոյն բաժանելի թիւոյն հաւասար է.

Թ. լլան 24 և 34 երկու թիւեր՝ որ երկուքն ալ 5 ով բաժանելով միեւնոյն 4 մնացորդը կուտան, իսկ 10 տարբերութիւնը 5 ին բազմապատիկն է որովհետեւ և ա. 24=4×5+4 փոքր թիւն ալ երկուքն ալ իրարմէ 34=6×5+4 մեծ թիւ հանելով մնացորդ կ'ըլլայ 10=2×5

39. Պիւթագորեան աղիւսակի միջոցաւ բաժանման քաներորդ գտնելու համար՝ ըլլայ բաժանելի մը 65, և բաժանարար 8. աղիւսակին

մէջ 65 թուոյն մնացուորն է 64 ուրեք գաւաղա-
նին մէջ, և ասոր ալ պատասխանող միւս արտադրողը 8 ըլլալով կը հասկրցուի որ $8+8\times1=65$ է. ուստի 8 ը 65 ին մէջ 8 անգամ կայ կ'ըսեմք՝ որ քաներորդ է և մնացորդ 1.

Միաւոր թիւերով տասնաւոր կարգի թուոյ բաժանումը աղէկ վարժելու է որ միշտ կարօտ չըլլաս Պիւթագորեան աղիւսակին։

40. 1° Բաժանելին յօդուածոյ և բաժանարարը պարզ թիւ ըլլալով՝ բաժանումն ընելու համար՝ նախ բաղմապատկութեան այս եղանակին և ասոր մէջ եղած յօդաւորութեանը աղէկ նկատելու ենք, որովհետեւ (Ղ. 36) բաղմապատկութեան մէջ արտադրողներէն գոյացած ինչ և իցէ բաժանելի թիւ մը արտադրեալ մը ըլլալով՝ հարկէ բաժանելոյն մէջ արտադրողաց մէկը միւս արտադրողին չափ կը պարունակի և տակաւին աւելի ալ, ուստի միաւորով յօդուածոյ թուոյ բաղմապատկութեան արտադրեալն է յօդուածոյ բաժանելին, ասոր մէջ միաւոր թիւը քանի անգամ պարունակիլը այս օրինակովս հասկրցընենք։ Միաւորով յօդուածոյ թուոյ բաժանումն ընելու համար՝ բաժանելիոյն կողմէն գագաթան գիծ մը քաշելով՝ բաժանարարը գրելու է; ուսկէց քաներորդը զատելու համար տակէն գիծ մըն ալ քաշելու է։

Ըլլայ առաջարկեալ բաժանելի մը 40,761 բաժանարար 7, այսինքն գտնելու է ասոնցմէ անանկ մէկ թիւ մը որուն 7 ով բաղմապատկ-

թեան արտադրեալը հաւասար ըլլայ 40,761, (ինչպէս որ ըսինք, « արտադրեալը և արտադրողաց » մէկը ծանօթ ըլլալով՝ կ'ուզէ գտնալ միւս արտադրողը)».

Ուրեմն բաժանելի 40,761 ին ձախ կողմէն ըսկըսելով 40 ին մէջ 7 ը 5 անգամ կայ, որովհետեւ 40=5×7+5. ըսել է 7 ով 40 ին քաներորդը մերձաւոր է 5×7 ին արտադրելոյն, և մնացորդ 5 ին քովը 7 առնելով՝ 57 ին մէջ կայ 8 անգամ և մնացորդ 1, որովհետեւ 7×8+1=57, այս մէկին քովը առնելով 6 ն ալ, 16 ին մէջ 7՝ 2 անգամ կայ, կ'ելլէնայ 2. և 1 ն ալ վար առնելով 21 ին մէջ կայ 3 անգամ առանց մնացորդ թողլոյ, ուստի ընդհանուր քաներորդն է 5,823 որ 7 ով արտադրեալն է 40,761.

```
40761 | 7
35    |-----
57    | 5823
56
16
14
21
21
00
```

41. Ինչ և իցէ բաժանման մը մէջ քաներորդին քանի երրորդ կարգի թիւ ելլելը հասկընալու համար նկատելու է բաժանարարին և բաժանելոյն էն մեծ կարգի թուանշանին բաղդատութեամբը, ինչպէս վերոյգրեալ օրինակին մէջ քաներորդը բաժանելոյն թուանշաններուն տակի միութիւնները ամբողջապէս չունի, որովհետեւ բաժանարար 7 ը՝ բաժանելոյն էն մեծ կարգի 4 էն մեծ է, (առանց յարաբերական նշանակութիւն

նը ունենալու), ուստի մէջը չի պարունակելուն՝ տասնաւոր կարգ մը կազմելով 4 ին քով զրօն ալ դրուելցաւ, որ ան տասնը 40 տասն հազարաւորին միաւոր 7 ով քաներորդին կարգը կ'ըլլայ հազարաւոր, թէ որ բաժանելոյն ձախ կողմի առաջին թուանշանը բաժանարարէն մեծ կամ անոր հաւասար ըլլայ, քաներորդը կը պարունակէ բաժանելոյն թուանշաններուն միւս թեանց տասնաւորները ամբողջապէս.

43. Օրինակ երկրորդ. Ըլլայ բաժնուելիք թիւ մը 45,237,324՝ 6 ով, բաժանելոյն աջ կողմէն և ներքեւէն գիծ մը քաշելով՝ ըսելու է 45 ին 6 երրորդ մասն է 7. գրելով 45 ին տակը՝ և մնացորդ 3 ին քովը 2 թուանշանը առնելով կ'ըլլայ 32. ասոր ալ 6 երրորդ մասն է 5, որ 7 քաներորդին աջ կողմը գրելու է, և մնացորդ 2 ին քովը բաժանելոյն չորրորդ 3 թուանշանը առնելով, կ'ըլլայ 23, ասոր ալ 6 երրորդ մասն է 3. ասանկ շարունակելու է.

Թէ որ բաժանելոյն աջ կողմի վերջին թուանշանէն մնացորդ եվենայ, կոտորակի կերպով ցուցնելու է, մնացորդը հայտարիչ և բաժանարարը յայտարար գրելով՝ (Ր. 11). որ քաներորդով բաժանարարին արտադրեալին վրայ մնացորդը եվելցնելով բաժանելոյն հաւասար կ'ըլլայ.

Օրինակ՝ կուզվի գտնալ 8 երրորդ մասը

	9,725,647 ին	8 ով
որ քաներորդն է	1,215,705	
մնացորդ թողլով		7
ուստի՝		8
	9,725,640	
		7
	9,725,647	

Այս օրինակիս մէջ քաներորդին հարիւրաւոր 7 թուանշանէն մնացորդ չի կենալով և 7×8 ին կամ 56 ին ձախ կողմը 4 թուանշանը բաժանարարէն փոքր է, ուստի 4 ին մէջ 8 չի պարունակելուն՝ քաներորդին մէջ 0 մը դրուեցաւ տասնաւորաց կարգին տեղը, եւ քը 4 տասնաւորը 7 միաւորին հետ առնելով՝ 47 ին 8 երորդ մասը 5 ընելով՝ 0 ին ձախ կողմը գրեցինք, և մնացորդ եղաւ 7.

43. 2°. Բաժանելին և բաժանարարը յոդուածոյ թիւեր ըլլան.

Սիկայ ընելու համար՝ առաջ երկու յոդուածոյ թուոց բազմապատկութեան վրայօք խորհրդածելու է (Ն. 27).

Ուռաջարկեալ ըլլան երկու արտադրողներ 618 և 316. ասոր ընդհանուր արտադրեալը որ է 195,288 երեք մասնաւոր արտադրեալներէ շինուելով՝ հակադարձաբար բաժանման սահմանին համեմատ՝ արտադրողաց մէկը և արտադ-	618
	316
	3708
	618
	1854
	195288

ռնալը ծանօթ ըլլալով՝ երկրորդ արտադրողը գտնելու համար՝ յայտնի է որ 195,288 ին 618 ով քաներորդը երեք թուանշանէ պիտի շինուի, և առ ալ միշտ դիւրին չէ մանաւանդ արտադրեալներուն յաւելման եղանակին համեմատ։

Ըրդ՝ այս օրինակիս մէջ բաժանարարին թուանշաններուն չափ բաժանելիին ձախ կողմէն զատելով՝ կ'ըլլայ 195, ասոր մէջ բաժանարար 618 չի պարունակելով՝ զատած բաժանելիին քով 2 թուանշանն ալ առնելով՝ կ'ըսեմք 1,952 ին մէջ 618ը 3 անգամ պարունակելով՝ և 98 մնացորդին քով առնելով բաժանելիին մէջէն 8ը (տես ր. 39) 988 ին մէջ մէկ անգամ պարունակելով՝ նորէն մնացորդ 370 ին քով մնացած 8ն ալ առնելով՝ կ'ըսեմք 3,708 ին մէջ 618ը ամբողջ 6 անգամ կը պարունակի՝ և առանց մնացորդի ընդհանուր քաներորդն է 316, ինչպէս որ 316 ով 618 ին արտադրեալը 195,288ն է։

```
195288 {618
        {316
 1854
 ----
  988
  618
 ----
 3708
 3708
 ----
 0000
```

Քաներորդին հարիւրաւորաց թուանշանը որոշելու համար՝ դժուարին է մնտրուել 1,952 ին մէջ քանի անգամ 618 պարունակիլը կամ թէ

նոյն բանն է, զանել այն թուանշանը որ 618 ով բազմապատկուելով 1952 ին մէջ պարունակուած արտադրեալներին մեծագոյնը տայ։

Հիմա այս մեծագոյն քանակորդը գտնելու համար՝ դիւրին ու ընդարձակ միջոցն է 618 ը այնչափ 1,952 էն հանել որչափ որ կ'ելլէ։ Բայց ասիկայ աւելի երկար կ'ըլլայ։ մտածեմ դիւրութիւն բաժանման կանոնին համեմատ որ 618 ին 6 հարիւրաւորը 1,952 ին 19 հարիւրաւորին մէջ 3 անգամ կը պարունակի։

44. Բաժանման ընդհանուր կանոնը. "Երկու ամբողջական թիւեր իրարմով բաժնելու համար գրելու է բաժանելին, և անոր աջ կողմը բաժանարարը դապաթան դծով իրարմէ զատելով, ու բաժանարարին տակէն ալ ուրիշ գիծ մը քաշելով, եւ բաժանելին ձախ կողմէն այնչափ թուանշան զատելու է քանի հատ որ բաժանարարը ունի, կամ մէկ մը աւելի։ ուրիշ հետեւ կրնայ ըլլալ որ՝ բաժանարարին մեծագոյն թուանշանը բաժանելիին մեծ ըլլայ, (սանկով այս առաջին զատած մասնաւոր բաժանելիդ եղածը քանակորդին մեծագոյն կարգի թուանշանը կ'ըլլար)։ վնասուէ եւ բը մասնաւոր բաժանելիդ մէջ բաժանարարին քանի անգամ պարունակիլը, եղած քանակորդը գրէ բաժանարարին ներքեւ քաշուած դծին տակը, և անով բաժանարարը բազմապատկէ և արտադրեալը առաջին մասնաւոր բաժանելիին հանէ։ մնացորդին քով սա մասնաւոր բաժանելի-

» ին քոմէն Թուանշան մը, (որ ասիկայ կ'ըլլայ
» երկրորդ մասնաւոր բաժանելի մը). մնացրուէ
» առաջուան պէս բաժանարարին ասոր մէջ քա-
» նի անգամ պարունակիլը, և ելած նոր քանե-
» րորդը առջի գտած քաներորդիդ աջ կողմը գը-
» րէ. այս երկրորդով ալ բազմապատկէ բաժա-
» նարարը, և արտադրեալը հանէ երկրորդ մաս-
» նաւոր բաժանելիէն։

» Ակէց ելած մնացորդին ալ քով (թէ որ
» կայ նէ) առ երկրորդ զատուած բաժանելիին
» աջ կողմէն Թուանշան մը ալ (որ ասիկայ ալ
» կ'ըլլայ երրորդ մասնաւոր բաժանելի), և ասոր
» վրայ ալ առաջուաններուն պէս գործողու-
» թիւն ըրէ։

» Այնչափ շարունակէ գործողութիւնդ մին-
» չեւ որ էն վերջին Թուանշանը վար առնես, և
» ամեն մէկ վար առածիդ մէջ ըրած գործողու-
» թեանդ քաներորդը գրելու ես։

» Թէ որ այս ամեն գործողութենէն եաքը
» մնացորդ թողու փորձը ընելով այսինքն գբա-
» նուած քաներորդով բաժանարարը բազմապատ-
» կելով արտադրելոյն և մնացորդին բովանդա-
» կութիւնը բաժանելիին հաւասար ելլէ նէ՝ բա-
» ժանումը ճիշդ կ'ըլլայ »։

Գործողութիւն.

Ղլայ բաժանե-

լիք թիւ մը	684579	423 բաժանարար / 1618
և բաժա-	423	
նարար	2615	
423,	2538	
	00777	
	423	
	3549	
	3384	
	165	

$165 + 1618 \times 423 = 684579$.

Նոս առաջ՝ բաժանարարին թուանշաններուն հանրանքին չափ՝ բաժանելիին ձախ կողմէն այնչափ թուանշան զատեցինք, և 423 բաժանարարը 684 մնանաւոր բաժանելիին մէջ 1 անգամ պարունակելով՝ քանիրորդին մէջ գրեցինք 1 ը՝ և առոր 423 ով արտադրեալը 684 էն հանեցինք, մընացորդ 261 թողլով. ասոր ալ քովը բաժանելիէն թուանշան մը ալ վար առնելով 2,615 ին մէջ 423 ը բաժանեցինք այս կերպով. 4 հարիւրաւորը 26 հարիւրաւորին մէջ 6 անգամ կայ 2 կ'ելլենայ. այս մնացորդիս քովը 1 տասնաւորն ալ առնելով՝ ըսինք 21 տասնաւորին մէջ 2 տասնաւորը 6 անգամէն աւելի կայ, ուստի բաժանարարին էն մեծ կարգի թուանշանը որ է 4 հարիւրաւորը՝ բաժանելիին էն մեծ կարգի թուանշանին մէջ որ է 26 հարիւրաւորը 6 անգամէն աւելի չի պարունակելուն՝ (թէ և յաջորդ թուանշաններուն մէջ եվել ալ կը պարունակի)

քաներորդին մէջ 6 նշանակեցինք, սոսվ ալ նոյն-
պէս բաժանարարին բազմապատկութենէն ելած
արտադրեալը, նոյն երկրորդ բաժանելիէն հանե-
ցինք, այսպէս շարունակելով մասնաւոր բաժա-
նելիին ամեն թուանշաններն ալ գործածեցինք,
մինչեւ որ էն վերջը մնացորդ թողուց 165. որ
ալ աւելի բաժանելիին մէջ թուանշան չի պարու-
նակելուն՝ ընդհանուր մնացորդ ցոյց տուաւ,
և քանեորդով բաժանարարին բազմապատկու-
թենէն ելած արտադրեալին վրայ եվելցնելով՝ միշտ
բաժանելիին հաւասար ելաւ։

Ծանօթութիւն։ Բաժանման ընդհանուր
կանոնը աղէկ միտք առնելով այս գործողութեա-
նը մէջ սահմանին համեմատ պատահած է երկ-
րորդ մասնաւոր բաժանելիին մէջ, ինչպէս 2,615
բաժանելոյն մէջ 423ը բաժնելու համար՝ թէ որ
բաժանարարին չափ զատնք բաժանելիէն այնչափ
թուանշան՝ ան ատենը 261 ին մէջ 423 չի պարու-
նակելուն 3 թուանշանն ալ քովը առնելով 2,615
ին մէջ քանի անգամ պարունակիլը փնտրեցինք։

45. Բաժանման գործողութեան աղէկ վար-
ժուելէն ետքը՝ մասնաւոր գործողութիւնները
աւելի կրնայ համառօտել, բազմապատկութիւնը
ու բարձումը միանգամայն ընելով. ինչպէս հե-
տեւեալ օրինակս։

1°. Բլլայ առաջարկեալ բաժանելի մը 9,639,175,
2,789 ով։

Նախ՝ բաժանարարին թուանշաններուն չափ
կը զատեմ բաժանելիին ձախ կողմէն այնչափ թը-

ւանշան, և կը բաժնեմ 9,639 ին մէջ 2,789. կամ պարզապէս 9 ը 2 ով, ուսկէց քանի որդ կ'ելլէ 4, բայց որովհետեւ 2,789 ին 4 ով արտադրեալը 9,639 էն մեծ է, (որ ասոր մեծ կամ փոքր ըլլալը առանց բաղմապատկութեան գործողու-

թիւնը իրօք ընե-	9639457	2789 / 3457
լու և դիւրու-	12724	
թեամբ հասկընա-	15687	
լու համար կ'ը-	17425	
սեմք՝ 2 ով 9 ին քա-	691	

ներորդը 4 է և մնացորդ 1, 16 ին 7 ով քաներորդը 4 էն փոքր է ուստի 4 քաներորդէն 1 պակսեցընելով կ'ըսեմք 3, և 36 ին 7 ով քաներորդը 3 է, ուստի ասիկայ է մեծագոյն քաներորդը).

Հիմայ 3 ով 2789 բաղմապատկելուն՝ և արտադրեալը 9639 ին ներքեւ գրելու տեղ, լոկ մընացորդ ունենալու համար՝ կ'ըսեմ 3 անգամ 9, կ'ընէ 27, ասիկայ հանէ 9 էն. (9639 ին վերջի աջ կողմի միաւորն է) որ չի կրնար ելլել. կ'ենթադրեմ 9 ին ձախ կողմը 2 տասնաւոր, (տես Բ. 17), որ կ'ըլլայ 29, և 27 ը ասկէց հանելով մնացորդ կ'ըլլայ 2, որ 9639 ին ներքեւը կը գրեմ, և 2 տասնաւորը միտք պահելով կ'ըսեմ 3 անգամ 8 կ'ընէ 24, և 2 ալ վրան եվեցընելով 26. ասիկայ ալ 33 էն հանելով կը մնայ 7, և 3 ը միտք պահելով 3 անգամ 7 ին արտադրեալին վրան կ'եվեցընեմ որ կ'ընէ 24, ասիկայ 26 էն ելլելով կը մնայ 2. եւ քը 3 անգամ 2 ին վրան ալ

2 եվ 1 ընելով՝ որ կ'ընէ 8, 9 էն կը հանեմք կը մնայ 1. և ասանկով բազմապատկութիւնն ու բարձումը միանգամայն ընելով, տարբերութիւնը գտանք համառօտաբար. նոյնպէս ընելու է միւս մասնաւոր բաժանելիներուն վրայ ալ.

2°. Ըլլայ առաջարկեալ 200,658,969 բաժանելիմը, որ 39837 ով.

Գործողութիւն.

Բաժանելի 200658969 {39837 բաժանարար
5037

147396

278859

000

Հոս 5 առաջին քաներորդը և 1473 առաջին մնացորդ գրելէն ետքը՝ մնացորդին քով հետեւեալ 9 թուանշանը վար քովը առինք, որ եղաւ երկրորդ մասնաւոր բաժանելին 14,739, հիմայ ասոր մէջ բաժանարար 39,837 չի պարունակելուն՝ քաներորդին հարիւրաւոր կարգը զրօ եղաւ. ուստի 14,739 ին քով թուանշան մը ալ վար առնելով՝ շարունակուեցաւ գործողութիւնը. որ և հետեւաբար տասնաւորաց և միաւորաց կարգերը ալ գրուեցան.

« Ընդհանրապէս՝ մնացորդի մը քով թուա-
» նշան մը վար առնելէդ ետքը, թէ որ բաժանա-
» րարէն փոքր ըլլայ՝ ասիկայ ըսել է որ՝ քանե-
» րորդը այն թուանշանին միուութիւնները չու-
» նի. և ան ատենը քաներորդին մէջ զրօ մը դը-
» նելու է. որ պակաս միուութեանց կարգը և

» յառաջագոյն գտնուած նշանական թուանը-
» շաններուն յարաբերական զօրութիւնը պահ-
» ուած ըլլայ, և եւթը նոյն մասնաւոր բաժանե-
» լիին քով, մէկ նոր թուանշան մը առնելով շա-
» րունակելու է գործողութիւնը.

ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՎԵՐՋՕՐ

ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐ

46. Երբոր երկու ամբողջական թուոց բա-
ժանումը առանց մնացորդի ըլլայ, և թէ որ մի-
այն բաժանելին մէկ թուով մը բազմապատկի
կամ բաժանի քաներորդն ալ միեւնոյն թուով կը
բազմապատկի կամ կը բաժանի.

1°. Ենթադրենք օրինակի համար որ 12 ով
120 ին բաժանումը ճիշդ 10 քաներորդ կուտայ.
թէ որ բազմապատկենք 3 ով 120, և բաժնենք արտ-
ադրեալը 12 ով, նոր քաներորդն ալ կ'ըլլայ 10×
3.

Այդ՝ առաջին բաժանման համեմատ 120=
12×10, բազմապատկելով երկու անդամն ալ 3
ով, կը գտնենք 120×3=12×10×3=12×(10×
3).

Ուստի՝ $\frac{120\times3}{12}=10\times3$.

2°. 12 ով 120 ին բաժանումը 10 քաներորդ
տալով՝ առանց մնացորդի, $\frac{120}{2}$ կամ 60 ին 12 ով

քաներորդն ալ կ'ելլայ $\frac{10}{2}$

Լաւ որովհետեւ ունիմք $120=12\times10$. Հետեւաբար $120=12\times10$.

Վասն զի 2 ով արտադրեալ մը կը բաժանի 2 ով իր գործադիրներէն մէկը բաժնելով։ Ուրդ 12 ով $\frac{120}{2}$ ին ալ քաներորդը կ'ելլայ $\frac{10}{2}$.

47. Երբոր բաժանում մը առանց մնացորդի ելլայ, որ բաժանողը բաժանի կամ բազմապատկի մէկ թուով մը, քաներորդն ալ այնչափ անգամ բազմապատկուած կամ բաժնուած կ'ելլայ միեւնոյն թուով.

Ելլայ $120:12=10$ $\frac{6=12}{2}$.

Թէ որ բաժնենք 120 ը 6 ով, քաներորդը կ'ելլայ 10×2.

Ուրդ՝ $120=12\times10$, կամ $120=6\times2\times10=6\times(2\times10)$.

Երկրորդ սկզբունքն է առաջինէն ելած հետեւութիւն մը. թէ որ՝ 6 ով 120 ին բաժանման տեղը 12 ով 120ին բաժանում մը ելլար՝ նախընթաց հաւասարութեանց համեմատ երկու անգամ փոքր քաներորդ մը կ'ելլար.

$120=6\times x$, $120=12\times x'=6\times2\times x'=6\times(2\times x')$.

Ուստի $x=2x'$ կամ $x'=\frac{x}{2}$.

48. Ինչ և իցէ բաժանում մը մնացորդ մատալով՝ թէ որ բազմապատկի կամ բաժանի մի-

եւնայն թուով երկու եղերը, ամբողջ քանորդը չի փոխուիր։ Իսայց մնացորդը միեւնոյն թուով բազմապատկուած կամ բաժնուած կ'ըլլայ։

Օրինակի համար 12 ով 128 ին բաժանուելիք՝ ամբողջ քանորդը 10, և մնացորդ 8 կուտայ։ Թէ որ 128 և 12ը 3 ով բազմապատկի, և բաժանի երկու արտադրեալները իրարմով, քանորդը դարձեալ 10 կ'ըլլայ, և մնացորդը 8×3 ի հաւասար։

Ուրդ՝ առաջին բաժանման համեմատ 128=12×10+8։

Այս հաւասարութեան երկու անդամները բազմապատկեմք 3 ով, կ'ունենամք 128×3=12×10×3+8×3 կամ՝ 128×3=(12×3)×10+8×3։

128×3 ապացուցած հաւասարութիւնը կը պարունակէ միայն 10 անգամ (12×3)ը։ վասն զի 8ը 12 էն փոքր ըլլալով՝ 8×3ն ալ փոքր է 12×3 էն, ուստի 128×3 ին 12×3 ով բաժանման ամբողջ քանորդը 10ն է, և մնացորդ 8×3 է։

Նոյնպէս կ'ապացուցանի ճշդիւ բաժանման երկու եղերը միեւնոյն թուով բաժնուելուն եղանակն ալ։

Այս սկզբունքը հեռաւորութիւն մըն է (Բ. 36. յատ. 1°) ին։

49. Բանի մը գործադիրներէ յօդեալ արտադրեալով թուոյ մը բաժանման ամբողջ քանորդը գտնելու համար՝ կրնայ բաժնուիլ այն ծանրութիւնը առաջին գործադիրով, երկրորդ գործադիրով գտնուած ամբողջ քանորդը, երրորդ

գործադիրով նոր քաներորդը, և ասանկ յաջորդաբար մինչև որ գործադիրներն ալ գործածուին. վերջին գտնուած ամբողջ քաներորդն է ուզուած քաներորդը.

Լինթադրենք որ այս յաջորդական բաժանումներին հիչ մէկը մնացորդ չի թողուր.

Ըլլայ օրինակի համար՝ բաժնուելիք թիւ մը 420՝ 60=3×4×5 ով.

Ըլլայ ϰ՝ 3 ով 420 ին ճիշդ քաներորդը, ϰ՝ 4 ով ϰ ին ճիշդ քաներորդը, և վերջապէս՝ ϰ″ 5 ով ϰ′ ին քաներորդը,

կ'ունենանք 420=3×ϰ

ϰ=4×ϰ′

ϰ′=5×ϰ″

Առաջին հաւասարութեան մէջ ϰ դնելով իր զօրութեանը, կ'ունենանք՝ 420=3×4×ϰ′. վերջի հաւասարութեան մէջ ալ ϰ′ դնելով իր զօրութեամբը, կ'ելլէ 420=3×4×5×ϰ″=60×ϰ″, ուստի 60 ով՝ 420 ին քաներորդն է ϰ″.

Այս կերպով ալ կրնանք խորհրդածել նոյն եղանակը որուն մասնաւոր բաժանումները միշտ մնացորդ կուտան.

Ընդհանրապէս՝ ինչուիցէ մէկ Ն թուոյ մը ա×բ×գ արտադրեալով մը քաներորդը կրնայ գտնուիլ, բաժնելով Ն՝ ա ով, ուսկէց ելած քաներորդը ըլլայ ϰ և մնացորդ ϰ. ϰ ալ բաժնե՝ բ ով՝ քաներորդ ըլլայ ϰ′ և մնացորդ ϰ′. վերջապէս ϰ ին գ ով բաժանումն ալ տայ ϰ″ քաներորդ և ϰ″ մնացորդ, որ հետեւաբար կ'ունենանք հաւասարութիւնները՝

$$Ն = ա \times ի + տ$$
$$ի = բ \times ի' + տ'$$
$$ի' = գ \times ի'' + տ''$$

Հաստատելով ի իր զօրութեամբը առաջինին մէջ՝ կ'ունենանք՝ $Ն = ա \times բ \times ի' + տ + տ'$. ի' ալ հաստատելով իր զօրութեամբը՝ կ'ելնէ՝

$$Ն = ա \times բ \times գ . ի'' + ա \times բ . տ'' + ա \times տ' + տ .$$

Ապացուցանելու է թէ՝ $ա \times բ \times գ$ ով Ն ին ամբողջ քանակորդն է ի'', թէ որ ապացուցանի թէ՝ $ա \times բ \times տ'' + ա \times տ' + տ$ը $ա \times բ \times գ$ բաժանողէն պրպտիկ գումար մը է. Ան առնը ճշդիւ տը $ա - 1$ ին ամենահաւասար է, տ', հաւասար բ — 1 ին, յաջորդաբար $ա \times տ'$ ամենահաւասար $ա \times բ - ա$ ի, վերջապէս տ'' ամենահաւասար է գ — 1 ի, ուստի $ա . բ . տ''$ ամենահաւասար է $ա . բ . գ - ա . բ$.

Ուստի $ա . բ . տ'' + ա տ' + տ$ ամենահաւասար է $ա - 1 + ա . բ - ա + ա \times բ . գ - ա բ$ ի այսինքն՝ $ա . բ . գ - 1$ ի.

Ասանկով Ն կը պարունակէ միայն $ա . բ . գ$, ի'' անգամ, և ո՛չ աւելի. Ասկէց կրնայ հասկցուիլ թէ՝ ինչպէս $ա . բ . գ$ ով Ն ին բաժանման մնացորդը մասնաւոր մնացորդներով կը շինուի.

ՕՐԻՆԱԿԻՐ ՐԱԺԻՆՄԸՆ

1. Թէ որ երկիրս 9,000 փարսախ շրջապատուն է, և 24 ժամու մէջ իր առանցքին վրայ կը դառնայ՝ մէկ ժամու մէջ քանի՞ փարսախ ճանկ կ'ընէ.

Պ. 375 փարսախի մօտ.

Գործողութիւն. 9,000:24=375.

2. 9 կանգուն մետաքսեղէնին 216 ղուռուշ արուի նէ՝ կանգունը քանի՞ կուգայ.

Պ. 24 ղուռուշի.

Գործողութիւն. 216:9=24.

3. 100 նաւասի թշնամի մը վրայ երթալով՝ 434,000 ղուռուշ կողոպտեցին, մէջերնին հաւասարաչափ բաժնելու, քանակա՞ն ղուռուշ կ'ինայ ամեն մէկուն.

Պ. 4,340 ական ղուռուշ.

Գործողութիւն. 434,000:100=4,340.

4. Թէ որ 2,704 հօխայ ծիրանւոյ որդան 216,320 ղուռուշ արուի՝ մէկ հօխան քանի՞ ղուռուշ կ'ընէ.

Պ. 80 ղուռուշ.

5. Քանի՞ է մէկ վաճառքի մը մէկ քիլօկրամին գինը կ'ինայ՝ որ՝ 37 քիլօկրամը 444 ֆրանք կ'արժէ.

6. Շամբանեայ ըսած գինիին մէկ շիշը Ռուսաստանու մէկ լուդովիկ մը կ'արժէ 10,924 ֆրանքով. քանի՞ շիշ կրնայ առնուիլ.

(Մէկ լուդովիկը 84 ղուռուշ 14 փարայ է).

7. Այրեցեալ գօտիին լայնութիւնը 1,175 փարսախ է, քանի՞ աստիճանի կ'ըլլայ, Թէ որ մէկ աստիճանը 25 փարսախի տեղ առնուի.

8. 8,395 օրուան մէջ քանի՞ տարի կը պարունակէ. (մէկ տարին 365 օր սեպելով).

9. Արշին մը տեղը քանի՞ ղուռուշ կ'արժէ, Թէ որ 59 արշինը՝ 193,225 ֆրանք ընէ.

10. Քանի մը գործաւորի ամենուն մէկէն 90 ղուռուշ տրուեցաւ, անանկ որ ամեն մէկուն 5 ական ղուռուշ ինկաւ, քանի՞ գործաւոր էին.

11. 420 մէդրօ շինուելիք գործ մը կայ, օրը 3 մէդրօ միայն շինուելով՝ քանի՞ օրէն կրնայ լմննալ.

12. Ոանապարհորդ մը 105 փարսախ տեղ պիտի երթայ 15 օրուան մէջ, օրը քանի՞ փարսախ գացած կ'ըլլայ.

13. Քանի՞ օր պէտք է երկիրը իր շրջանը ընելու, որ 9,000 փարսախ շրջապատ ունի, թէ որ կարենար ուղիղ ճամբով և գիշեր ցորեկ քալել մէկ ժամը մէկ փարսախ մը առնելով.

14. Լաչսը մեզի կը հասնի արեգակէն 8 վայրկեան և 13 երկվայրկեանի մէջ, շրջեալ հեռաւորութիւնը 34,600,000 փարսախ ըլլալով՝ մէկ վայրկեանին մէջ քանի փարսախ տեղ լոյս կ'առնէ.

15. Շրջանակին շրջապատին մէջ 360 աստիճան կայ. քանի՞ աստիճան կայ շրջանակին չորրորդ մասին մէջ.

16. Մէկը՝ տարին 13,140 ղուռուշ եկամուտ ունի. օրը քանի՞ ղուռուշ ծախք կրնայ ընել.

17. Թնդանօթի գնտակ մը 20 երկվայրկեաններին մէջ փարսախ մը ճամբայ ընելու ըլլայ անփոփոխ արագութեամբ, արեգակին հասնելու համար քանի՞ տարի, քանի՞ ամիս, քանի՞ օր... եւ այլն պէտք է.

(Արեգակը 34,600,000 փարսախի հեռաւորութիւն ունենայ).

18. 5,490 արշին երկայնութեամբ ճանապարհի մը մէջ կարգ մը իրարմէ 5 ական արշին հեռաւորութեամբ ծառեր անկուած են կարգաւ, կ'ուզվի գտնել ճանապարհին մէջ քանի՞ ծառ անկուած ըլլալը.

19. Ընքայորդի մը իր ծառաներուն պարգեւեց 56,000 ղուռուշ. անանկ որ ամեն մէկուն 700 ական ղուռուշ ինկաւ, քանի՞ ծառայ ունէր.

20. Մարդ մը 32,800 հոխայ փայտ առաւ քանի՞ էտ ընելը կ'ուզէ հասկընալ.

(Մէկ խանթարը 44 հոխայ է, 4 խանթարը մէկ չէքի մըն է, որ 176 հոխան ալ մէկ չէքի կ'ընէ).

ԳԼՈՒԽ Գ.

ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆՔ ԹՈՒՈՑ

1. ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹԻՒՆ.

50. Թիւ մը բաժանական կ'ըսվի մէկ ուրիշ թուով մը երբոր առաջինին՝ երկրորդով բաժանումը առանց մնացորդի ըլլայ.

Օրինակ՝ 30 ը բաժանական է 5 ով.

Թիւ մը բաժանող է մէկ ուրիշ թուոյ մը՝ երբոր առաջինով երկրորդին բաժանումը առանց մնացորդի ըլլայ, օրինակ 5ը բաժանող մըն է 30 ին. Սիեւնոյն հանգամանքի մէջ 5ը 30 ին քաներորդական մէկ մասն ալ է.

Բազմապատիկ թոյ կ'ըսվի՝ ամբողջ թուով մը նոյն թուոյն ամեն արտադրեալը. օրինակ՝ 5×4 կամ 20 է 5ին բազմապատիկը։

Գործադէր կ'ըսվի ամեն թիւ՝ որ ամբողջ թուով մը բազմապատկուելով առաջարկեալ թիւը կ'արտադրէ, օրինակ՝ 5ը 20 ին մէկ արտադրողն է.

Ընել կ'ուզեմ որ՝ թիւ մը բաժանական է՝ մէկ ուրիշ թուով մը, կամ թէ նոյն թուոյն բազմապատիկն է, (երկուքն ալ իսկապէս մի և նոյն բանն է), ինչպէս՝ 40ը բաժանական է 5ով, ուստի 5 ին բազմապատիկն է, վասն զի ամբողջ 8 քանիերորդով 5 ին արտադրեալն է. փոխադարձաբար՝ թուոյ մը մէկ բազմապատիկը ճշդիւ նոյն թուով բաժանական է.

Թուոյ մը բաժանողը՝ նոյն թուոյն մէկ գործադիրն է, և փոխադարձաբար 5ը 20 ին բաժանողը կամ գործադիրն է.

51. Բացարձակ նախնական կ'ըսվի՝ այն թիւը որ միայն ինքիրմով և միութեամբ բաժանական է, ինչպէս 7.

Հարաբերական նախնական կ'ըսվին այն թիւերը՝ որոնց հասարակ բաժանող միայն միութիւնը կը գործածվի, ինչպէս՝ 8 և 15, 7, 20, 33.

Ամեն բացարձակ նախնական թիւ՝ որ ուրիշ թուոյ հասարակ բաժանող չէ՝ ինքնին համեմատական նախնական է, ինչպէս՝ 11 և 24, որ 11 բացարձակ նախնականը 24ը չի բաժներ, 24 ին հետ համեմատական նախնական է.

11 ին միայն բաժանողներն են 11 և 1. 11 բաժնողը 24 ը չի բաժանելով՝ 11 ին և 24 ին միայն հասարակ բաժանողն է 1.

ԱԿՕՔՈՒԹԻՒՆ

52. « Թիւ մը՝ որ ուրիշ քանի մը Թիւեր » կը բաժնէ, նաեւ անոնց գումարն ալ կը բաժնէ ».

Ինչպէս 6 բաժանողը զատ զատ 18, 30, 42 Թիւերը բաժնելով՝ անոնց գումարն ալ 18+30+42=90 Թիւն ալ կը բաժնէ. Ըլլան՝ 18, 30, և 42 ին ամբողջ քաներորդը x, x', x'', որոնց 6 ով արտադրեալներին հաւասար ըլլայ 18, 30, և 42 ի. Ինչպէս՝

$$18=6\times x$$
$$30=6\times x'$$
$$42=6\times x''$$

Ընդամառ անդամ եվելցընելով այս հաւասարութիւնները՝

$18+30+42=6\times x+6\times x'+6\times x''$ կամ Թէ՝ $18+30+42$ կամ $90=(x+x'+x'')\,6$.

Ուստի 6 ով 18+30+42 ին քաներորդը x, x', x'' ամբողջ քաներորդներուն գումարն է, որ այս քաներորդն ալ ամբողջ Թիւ մը կ'ըլլայ.

53. « Թիւ մը՝ որ ուրիշ Թիւ մը կը բաժնէ՝ կրնայ իր բազմապատիկներն ալ բաժանել ».

Այս սկզբունքը՝ նախընթացէն հեռեւած է,

վան զի թուոց մը բազմապատիկը ըսելով՝ ուրիշ բան չենք հասկընար, բայց եթէ նոյն թուոյն հաւասար ուրիշ մէկ քանի թուոց գումարը. ինչպէս 6ը որ 18ը կը բաժնէ՝ հարկաւ 18×18=324ն ալ կը բաժնէ, որովհետեւ 18+18+18 . . =324 կ'ընէ.

54. « Թիւ մը՝ որ ուրիշ երկու թիւեր » կը բաժանէ, կրնայ անոնց տարբերութիւնն » ալ բաժանել ».

Ինչպէս այն երկու թիւերը՝ 108 և 30, որ երկուքն ալ զատ զատ 6 բաժանողի մը քանի մը անգամներն են, ուստի սոնց տարբերութիւնն ալ նոյն բաժանողին քանի մը անգամով բազմապատիկ թիւ մըն է, ուստի ճշդիւ կը բաժանի, ինչպէս՝

108—30=78 : 6=13

Հոս 13ն է՝ զատ զատ բաժանելիներուն բաժանողներով տարբերութիւնը.

Նախնեաց սկզբանց վերայք գործածութիւններ.

Թուոց 2 ով, 3 ով, 4 ով, 5 ով, 6 ով, 8 ով, 9 ով, 25 ով, 128 ով, եւայլն.

Բաժանականութեան նշաններ.

55. Թիւ մը բաժանական է 2 ով երբոր նոյն թիւը զոյգով կամ զուխտ [1] թուանշաններով վերջացած ըլլայ, այսինքն 4 ով, 6 ով, 8 ով եւ

---

[1] « Զուխտ կ'ըսվի այն թիւը՝ որ ճիշտ 2 ով կը բաժանի և 2 էն ակիզը կ'սանի բաժանականութիւնին »։

" կոնտար կ'ըսվի այն թիւը որ 2ով ճիշտ չի բաժանիր "։

այլն որովհետեւ 2 ին բազմապատիկներն են զուխտ թուանշանները։

Ինչպէս՝ ինչ եւ իցէ թիւ 345=3,440+6 (աստոր տասնաւորաց յարաբերական զրոյթիւնը, եվել վերջին զուխտ թուանշանները) 2 ով բաժանական է։

Նոյնպէս կրնայ ապացուցանիլ որ թիւ մը 5 ով բաժանական է, երբոր զրոյով կամ 5 ով վերջացած թիւ մը ըլլայ։

56. Յայտնի է որ $100=10^2=2^2 . 5^2=4\times25$. 100 ին ինչ եւ իցէ բազմապատիկը, այսինքն էն քիչը երկու զրոյով վերջացած թիւ մը 4 ով կամ 25 ով բաժանական է։

Ասկէց կը ծագի այս սկզբունքս։

« Թիւ մը 4 ով կամ 25 ով բաժանական ըլ-
» լալու համար՝ միայն բաւական է որ աջ կողմի
» երկու վերջին թուանշանները երկու զրո ու-
» նենան, որ 4 ով կամ 25 ով բաժանական թիւ
» մը կազմեն »։

Ընդ՝ երկու թուանշաններէն աւելի ինչ եւ իցէ թիւ 2,456, հաւասար է 3,400+56. Ասոր առաջին եղը 4 ով կամ 25 ով բաժանական է՝ 3,456ն ալ 4 ով կամ 25 ով բաժանական ըլլալու համար՝ պէտք է որ երկրորդ եղն ալ այսինքն 56ն ալ 4 ով կամ 25 ով բաժանական ըլլայ։

Երկու թուանշաններով գրուած թուոց մէջ 25 ին բազմապատիկը միայն երեք հատ է 25, 50, 75, ուստի 25 ով բաժանական թիւ մը՝ 00, 25, 50, 75 ասոնցմէ մէկը վերջանալու է։

57. Թիւ մը՝ 6 ով բաժանական է, երբոր ջուխտ Թուանշան մըն է, և զատ զատ պարզ միութեանց պէս մտածելով Թուանշաններուն գումարը 3 ով բաժանի։

Որովհետեւ առաջարկեալ Թուոյն Թուանշաններուն գումարը 3 ին մէկ բազմապատիկը կ'ըլլայ, 3 ով հարկաւ կը բաժանի. ըսել է որ այս բաժանման քաներորդը 2 ով ալ բաժանական պիտի ըլլայ։ Ուրդ՝ Թէ որ այս քաներորդը ջուխտ Թիւ մը չըլլար՝ 3 ով անիկայ բազմապատկելով կոճատ Թիւ մը պիտի դանուէր, վասն զի երկու կոճատ Թուոց արտադրեալը՝ հարկաւ կոճատ կ'ըլլայ. (ինչեւ իցէ կոճատ Թիւ մը հաւասար է ջուխտ Թուոյն վրայ 1 միութիւնը եվելցուածին)։ Նոյնկով քաներորդը բաժանողով բազմապատկելով՝ բաժանելին չի պիտի ելլեր, որովհետեւ բաժանելին ջուխտ Թիւ մը ենթադրած էինք։ Ուստի 3 ով առաջարկեալ Թուոյն բաժանման քաներորդը 2 ով բաժանական է, ուստի առաջարկեալ Թիւը՝ 2 ով կամ 6 ով բազմապատկուած երկրորդ բաժանման քաներորդին հաւասար է, ուստի 6 ով ալ բաժանական է։

58. « Թիւ մը 9 ով բաժանական է, երբոր Թուանշաններուն բացարձակ նշանակութեանց գումարը 9 ով բաժանական ըլլայ »։

Ընդհանրապէս՝ « 9 ով Թուոյ մը բաժանման մնացորդը՝ Թուանշաններուն բացարձակ նշանակութեանց գումարին 9 ով բաժանման մնացորդին պէս է »։

Ընդումն. « Ինչեւ իսկ հաւաքածոյ միութեան մը՝ այնչափ 9 ով եվել 1 ին բազմապատիկը կը ցուցընէ » .

Ըլլայ օրինակի համար 10,000 , ասոր 9 ով բաժանումը կ'ըլլայ՝

$$\begin{array}{r|l} 10000 & 9 \\ \hline 10 & 1111 \\ 10 & \\ 10 & \\ 1 & \end{array}$$

որովհետեւ 10 ին մէջ 9ը կայ 1 անգամ և մնացորդ 1 , ասոր քովը զրօ մը առնելով՝ նոյնպէս 10 ին մէջ 9 ը կայ 1 անգամ և մնացորդ 1 , ասանկ յաջորդաբար ըրինք այս գործողութիւնը միութեան աջ կողմը եղած զրօներուն չափ .

Հետեւութիւն . Հաւաքածոյ միութեան մը կրկնութիւնը այսինքն 2 , 3 , 4 եւայլն անգամը՝ նոյնպէս այնչափ 9 ին վրայ եվեցած նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութեանը չափ բազմապատիկն է .

Օրինակ՝ 6,000=1,000×6=(9×՝+1)×6=9×՝×6+6 , կամ 9ին բազմապատիկը եվել 6 .

Ակնեց կը՝ծագի որ՝ « Թուոյ մը նշանական ամեն մէկ թուանշանին յարաբերական նշանակութիւնն է՝ 9 ին եվել նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութեանը մէկ բազմապատիկը , ուստի ինքնին այն թիւը՝ որ իր թուանշաններուն յարաբերական նշանակութեանց գումարն է 9

ին բաղմապատիկներուն մէկ գումարին հաւասար է, որ կ'ունէ 9 ին մէկ բաղմապատիկը, եւ մէջ իր թուանշաններուն բացարձակ նշանակուած թեանց գումարը։

Ասիկայ այս ցուցակով ալ կը հասկրցուի։

35,867 = 7 + 60 + 800 + 5,000 + 30,000

7 = 7

60 = մէկ . քիչ . 9 + 6 ին

800 = մէկ . քիչ . 9 + 8 ին

5000 = մէկ . քիչ . 9 + 5 ին

30000 = մէկ . քիչ . 9 + 3 ին

35,867 = մէկ . քիչ . 9 + (7 + 6 + 8 + 5 + 3) ին

Լնթադրելով՝ գործադրուած (7 + + 8 + 5 + 3) ին գումարը՝ որ երկու մասանց գումարն է այն թիւը, որուն առաջինն է 9 ին մէկ բաղմապատիկը, այսինքն 9 ով բաժանական թիւ մը։

Թէ որ երկրորդը՝ այսինքն թուոյն թուանշաններուն գումարը 9 ով բաժանական է, նոյն թիւն ալ բաժանական կ'ըլլայ, ամէն կերպով 9 ով թուոյն բաժանման միացորդը միեւնոյն է, ինչպէս որ 9 ով այս գումարին բաժանական մնացորդը։

59. Նոյնպէս կ'ապացուցանի թէ՝ « Թիւ մը » 3 ով բաժանական է, երբոր նշանական թուանշանները իբրեւ բացարձակ թիւեր զատ զատ » գումարելով՝ բովանդակուած թիւնը 3 ով բաժանական ըլլայ »։

Մինչեւ ասով կրնանք ապացուցանել որ՝ ինչեւիցէ կարգի մը միւսթիւն՝ պարզ միւսթեամբ

եվելցած 3 ին մէկ բազմապատիկն է, ըսել է որ 3 ով բազմապատկելու է այնչափ 3 թուանշաններ-ով ցուցուած թիւ մը, և արտադրելոյն վրայ 1 եվելցընելու է.

60. « Թիւ մը 11 ով բաժանական կ'ըլլայ, » երբոր աջէն սկըսելով ամեն մէկ կոճատ կարգի » թուանշաններուն բացարձակ նշանակութեանց » գումարը ամեն մէկ ջուխտ կարգի թուա- » նշաններուն բացարձակ նշանակութեանց գու- » մարին հետ ունեցած տարբերութիւնը կամ » 11 կամ զրօ ըլլայ նէ՝ նոյն առաջարկեալ թի- » ւը 11 ով բաժանական կ'ըլլայ ».

Ինչպէս՝ ըլլայ առաջարկեալ թիւ մը 41,965 այս թուոյն աջ կողմէն սկըսելով ամեն մէկ կոճատ կարգի թուոց գումարն է՝ 5+9+4= 18
ջուխտ » » 6+1= 7. ուստի
տարբերութիւնն է 11.

Ուրդ՝ 41,965 թիւը 11ով ճիշդ բաժանական է.

Ուրիշ օրինակ. ըլլայ առաջարկեալ թիւ մը 461,076. որ այս ալ 11 ով բաժանական է որով-հետեւ՝ կոճատ կարգի թուոց գումարին
6+0+6 = 12
և ջուխտ » » » 7+1+4 = 12
տարբերութիւնն է 0

Ընդունի. Ջուխտ զրօներով հաւաքածոյ միութիւն մը 11 ին եվել 1 ով մէկ բազմապատիկն է, և կոճատ զրօներով հաւաքածոյ միութիւն մն ալ պակաս 1 ով 11 ին մէկ բազմապատիկն է.

Ընեմք բաժանումը 11 ով 10 ին չինչև իցէ մէկ կարողութեամբը

$$1000000 \left\{ \begin{array}{l} 11 \\ \hline 90909 \end{array} \right.$$
$$100$$
$$100$$
$$1$$

Ինչպէս որ հեռեւաբար տեսնուեցաւ, որ այս բաժանման մէջ միայն երկու տարբեր մնացորդ կան. Երբոր ջուխտ զրօներով հաւաքածոյ միութիւն մը ըլլայ՝ մնացորդ 1 կ'ունենայ. Բայց կոճատ զրօներ եղածին մնացորդը միշտ 10 է. Ուստի թէ որ ըլլայ բազմապատկելին մէջ ջուխտ զրօներ՝ վերջին մնացորդը միշտ մէկ կ'ըլլայ. Սեպենք գրուած քաներորդը ՛՛, որ ան ատենը կ'ունենանք այս հաւասարութիւնը.

$$10000 = 11 \times ՛՛ + 1$$

Ընդ հակառակն՝ թէ որ բաժանելին կոճատ զրօ ունենայ՝ վերջին մնացորդը 10 ըլլալով՝ կը ծագի այս հաւասարութիւնը

$$100000 = 11 \times ՛՛ + 10 = 11 \times ՛՛ + 11 - 1.$$

Հեռեւութիւն. Ջուխտ զրօներով նշանական թուանշան մը՝ 11 ին նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութեանը վրայ եվելցած՝ բազմապատիկ է; կոճատ զրօներով նշանական թուանշան մը՝ 11 ին նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութենէն պակսած՝ բազմապատիկ մը է.

օրինակ՝

$$\begin{cases} 60000 = 10000\times6 = (11\times s+1)6 = 11(s\times6)+6 \\ 6000 = 1000\times6 = (11\times s-1)6 = 11(s\times6)-6 \end{cases}$$ [1]

61. Ինչեւ իցէ մէկ ուրիշ թուոյ մը վրայ խորհրդածելով՝ քննենք որ՝ « կոճատ կարգի » թուանշանի մը յարաբերական նշանակութիւնը » աջէն դէպ 'ի ձախը երթալով այնչափ զրօնե» րով վերջացած այն թուանշանին հաւասար է, » քանի հատ որ իրմէ եւաքը թուանշաններ կայ, » այսինքն՝ չուխտ զրօներով վերջացած թուա» նշանին ». Ուստի այս յարաբերական նշանա» կութիւնը 11 ին մէկ բազմապատիկն է, նաեւ նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութիւնն ալ եվերցածին.

Նոյնպէս կը մակաբերի որ՝ « Չուխտ կարգի » թուանշանի մը յարաբերական նշանակութիւ» նը հաւասար է 11 ին՝ նոյն թուանշանին բացարձակ նշանակութիւնէն պակսած մէկ բազմապատիկի մը ». ուսկէց կ'ելնէ 9ով տրուած ցուցակին պէս ուրիշ մին ալ.

օրինակ՝ 35487

հաստատենք՝ 7 = 7

80 = Դէկ. Բղ. 11 — 8 ին

400 = Դէկ. Բղ. 11 + 4 ին

5000 = Դէկ. Բղ. 11 — 5 ին

30000 = Դէկ. Բղ. 11 + 3 ին

35487 = Դէկ. Բղ. 11 + (7+4+3) — (8+5) ին.

---

1. Տե՛ս բազմապատկութեան 1 և 2 սկզբունքները։

63. Ընդհանուր եզանակ. « Ուստի ինչ-
» եւ իցէ թիւ մը հաւասար է՝ աջէն դէպ ի ձա-
» խը երթալով կոճատ կարգի թուանշաններուն
» բացարձակ նշանակութեանց գումարին վրայ
» եւելցած 11 ին բազմապատիկին, և ջուխտ
» կարգի թուանշաններուն գումարը անկէ պակ-
» ասածին ».

Սեպենք « ինչ եւ իցէ թիւը » Ն,

Ընդ՝ Ն=11×բ+ա—բ՝, ցրցնելով ա և՝ բ՝ ցու-
ցուած կարգին մէջի երկու գումարները.

Ասիկայ երեք դիպուածով կ'ըլլայ.

1. Կրնայ ըլլալ ա=բ՝. ասոնց տարբերութիւ-
նը ա—բ՝ ոչնչ ըլլալով՝ Ն թիւը 11 ին մէկ բազ-
մապատիկն է. Ն=11×բ.

2. ա>բ՝. Ըլլայ ա—բ՝=գ, ան ատենը Ն=11×
բ+գ կ'ըլլայ. թէ որ այս գ տարբերութիւնը
11 ով բաժանական ըլլայ՝ Ն թիւն ալ բաժանա-
կան է, թէ որ գ՝ 11 ով բաժանական չէ՝, ա-
ռաջարկեալ թիւն ալ չէ՝ բաժանական, և Ն
թուոյն 11 ով բաժանման մնացորդը 11 ով գ ին
բաժանման մնացորդն է. օրինակներնուս մէջ ալ
ա=14, բ՝=13, գ—բ՝=14—13=1.

Ընդ՝ 35487 թիւը 11 ով բաժանուելով՝ մնա-
ցորդ կուտայ 1.

3. ա<բ՝, Այն ատենը եւելցընելու է ա ը 11×
բ ին վրայ, բ՝ը անկէց հանելու համար՝ 11×բ էն
հանելու է, և բ՝—ա առաւելութիւնը՝ գ՝ ով
ցուցնենք, որ ան ատենը՝ Ն=11×բ—գ՝ կ'ըլլայ.

Թէ որ գ՝ը 11 ով բաժանական է, նաեւ Ն

ալ բաժանական է, վասն զի այն սահմանը այս Ն թիւը 11 ով բաժանական երկու թուոց տարբերութիւնը կ'ըլլայ.

Թէ որ՝ Ա'ը 11 ով բաժանական չէ՝, թիւն ալ նաեւ բաժանական չըլլար. Արդ՝ կրնանք Ն= 11×Բ—Ա՝ հաւասարութեան տեղը գրել Ն+Ա՝= 11×Բ.

Թէ որ Ն՝ 11 ով բաժանական ըլլար՝ 11×Բ դումար մը կ'ելլէր, և իր մասերէն մէկ բաժանական Ն մը 11 ով.

63. Որոշենք հիմայ՝ մէկ ինչեւ իցէ թուոց մը բաժանականութեան նշանները մէկ ծանօթ թուով մը.

Դիւրափարնիս հասատելու համար՝ ենթադրենք 7 բաժանողը.

Յայտնի է որ՝ թէ որ 7 ով առաջարկեալ թուոյն բաժանումը առանց գործադրելու այս բաժանման մնացորդը կարենայինք գտնել, առնոր նայելով՝ 7 ով բաժանական ըլլալը կամ չըլլալը կը տեսնուէր.

Ուստի գտնենք մնացորդը.

Դիտնալու է թէ՝ մէկ որոշեալ բաժանողով մը ինչեւիցէ կարգի մը 2, 3, 4... միութիւնները բաժանի, գտնուելիք մնացորդն ալ 2, 3, 4... անգամ մեծ կ'ըլլայ. ինչպէս միեւնոյն կարգի միութեան մը միեւնոյն բաժանողով բաժանուածի պէս. Ուստի թէ որ որոշենք 7 ով բաժանուած ինչեւիցէ կարգի մը մէկ միութիւն մը տուող մնացորդը՝ դիւրաւ կը գտնուին առաջարկեալ

թուոյն միութեանց տարբեր հաւաքումները 7 ով բաժնելով, գտնուած մնացորդները։ և ասոնց գումարը 7 ով նոյն թուոյն բաժանման միեւնոյն մնացորդը կ'ըլլայ։

Ուստի փնտրուենք՝ որ 7 ով բաժնուած ինչ եւիցէ կարգի մը միութիւն մը տուող մնացորդն է, որ միայն 7 ով բաժանելու է շատ մը զբաղմունքներով վերջացած հաւաքածոյ միութիւնը, որ հետեւեալ հաշիւը կ'ելլէ։

```
1000000000...  7
 30            {
                142857
  20
   60
    40
     50
      10
```

Այս վերոյգրեալ ցուցակը քննելէն կը ծագի 1°. « որ միաւոր մը, տասնաւոր մը, հարիւրաւոր մը՝ համեմատաբար մէկ, երկու, երեք, պարզ միութիւններ եվելցած 7 ին բազմապատիկներն են »։ 2°. « հազարաւոր մը, տասն հազարաւոր մը, հարիւր հազարաւոր մը՝ մնացորդ վեց, չորս, հինգ միութիւններ կուտան, և ուստի՝ մէկ, երեք, երկու, պարզ միութիւններ պակսած 7 ին բազմապատիկներն են »։

Վերոյգրեալ բաժանման մէջ, որովհետեւ գտնուած մնացորդները պարբերապէս մինչեւ յանհուն կ'երթան, տեսանք որ միութեանց եր-

կու առաջին կարգերուն, միաւորներուն, տասնաւորներուն, և հարիւրաւորներուն վրայի եղած մակաբերութեամբը կը մոռնուին հետեւեալ կարգերուն վրայ ալ։

Ուստի՝ թէ որ զատուի առաջարկեալ թիւը երեք թուանշաններով հատուածներու, աջէն դէպ 'ի ձախը երթալով՝ յայտնի կ'ըլլայ որ՝ այս հատուածներուն ինչեւիցէ մէկը՝ ջուխտ կամ կոճատ կարգի ըլլալու համեմատ, իր միաւորները մէկ անգամէն, տասնաւորները, երեք անգամէն, և հարիւրաւորները, երկու անգամէն պակսած կամ եվելցած 7 ին մէկ բազմապատիկը կ'ըլլայ։

Ուստի՝ թէ որ միաւորները, տասնաւորները, հարիւրաւորները ամեն մէկ հատուածի համեմատաբար 1, 2, 3, ով առաջարկեալ թիւը բազմապատկի՝ հաւասար կ'ըլլայ 7 ին մէկ բազմապատիկին՝ վրան եվելցած կոճատ կարգին հատուածներ յառաջ բերող արտադրեալներուն գումարը, և անկէց պակսած ջուխտ կարգի հատուածներ յառաջ բերող արտադրողներուն գումարը, կամ միեւնոյն բանն է, այս երկու գումարներուն տարբերութէնէն պակսած կամ եվելցած, որպէս զի առաջինը ըլլայ մեծ կամ փոքր երկրորդէն։ Ուստի՝ այս տարբերութիւնը 7 ով կամ բաժանական կ'ըլլայ կամ չըլլար, և նոյն թիւն ալ կ'ըլլայ կամ չըլլար բաժանական 7 ով։ Օրինակ։ 1°. Ո՞րն է 7 ով 42,876,953,246,235 ին բաժանուէն եղած մնացորդը։

Նախընթաց կանոնին գործողութիւնը հետեւեալ հաշիւներով կ'ըլլայ.

Հատուածք կոճատ կարգի

5 . 1 = 5
3 . 3 = 9
2 . 2 = 4
3 . 1 = 3
5 . 3 = 15
9 . 2 = 18
2 . 1 = 2
4 . 3 = 12
68

Հատուածք ջուխտ կարգի

6 . 1 = 6
4 . 3 = 12
2 . 2 = 4
6 . 1 = 6
7 . 3 = 21
8 . 2 = 16
65

Ասանկով առաջարկեալ թիւը հաւասար է 7 ին բազմապատիկին վրայ եվելցած 68 միութեան, և անկէց պակսած 65 միութիւն, այսինքն (68—65)=3 միութիւն եվելցած 7 ին մէկ բազմապատիկին վրայ, ուստի բաժանման մնացորդը 3 է.

2°. Որն է 7 ով 278,245,781,321 ին բաժանման մնացորդը.

Հատուածք կոճատ կարգի

1 . 1 = 1
2 . 3 = 6
3 . 2 = 6
5 . 1 = 5
4 . 3 = 12
2 . 2 = 4
34

Հատուածք
Ջուխտ կարգի

$$\begin{cases} 9 \cdot 1 = 9 \\ 8 \cdot 3 = 24 \\ 7 \cdot 2 = 14 \\ 8 \cdot 1 = 8 \\ 7 \cdot 3 = 21 \\ 2 \cdot 2 = 4 \end{cases}$$

80

Ասանկով առաջարկեալ թիւը հաւասար է 7 ին մէկ բազմապատիկին վրայ եվելցած 34 միու�թեան և պակսած 80 էն, այսինքն (80—34) = 46 միութենէն պակսած 7 ին բազմապատիկին.

Բայց 46 թուոյն վրայ ալ, նոյն եղանակը գործածելով՝ 18 միութիւն եվելցած 7 ին մէկ բազմապատիկին հաւասար է, 18ն ալ 7 ին մէկ բազմապատիկը եվել 11 է, և վերջապէս 11ը 7 ին մէկ բազմապատիկէն եվել 4 է. Ասանկով 46ը կը շինուի 4 եվել 7 ին մէկ բազմապատիկէն, ուստի առաջարկեալ թիւը հաւասար է 7 ին մէկ բազմապատիկէն 4 պակսածին, կամ 7 ին մէկ բազմապատիկին վրայ 7 եվելցածին և անկէց 4 պակսածին, այսինքն 7 ին բազմապատիկին վրայ 3 եվելցածին, ուստի բաժանման մնացորդն է 3.

64. Այս տուած եղանակներս 7 էն զատ ուրիշ բաժանողի վրայ ալ կը գործածվին, ըսինք ուրիշ բաժանողի վրայ ալ որ նոյն խորհրդածութիւնները կը պարունակեն, և բաժանականութեան նշանները շատ՝ կամ քիչ պարզ ըլլալու համար միշտ կը փոփոխուին.

Ինչպէս՝ օրինակի համար կ'ուզվի գտնել թէ՝

« Թիւ մը 37 ով բաժանական ըլալու համար՝
» հերիք է որ՝ թէ որ փոփոխակի երկու և մէկ
» թուանշաններէ յօդեալ հատուածներու գաւմ-
» աղէն դէպ 'ի ձախը երթալով՝ երկու թուանշ-
» շաններուն հատուածներուն գումարին, և մէկ
» թուանշանի մը հատուածներուն գումարին 11
» ով արտադրելոյն տարբերուն թիւնը կ'ըլլայ 37 ով
» բաժանական » .

Ինչպէս ըլլայ թիւ մը 11,692 .

Հոս այս թուոյն աջէն սկսելով երկու թուանշանը հատուած մը կ'ընեմք նաեւ ձախ կողմէն ալ երկու թուանշանը հատուած մը . և այս երկու հատուածներուն գումարէն որ է 11 + 92=103 , միւս մնացած հատուածին 11 ով արտադրեալը հանելով , 103— (6×11) մնացորդը 37 եղաւ ուստի նոյն թիւը բաժանական է 37 ով .

65 . 9 ով թուոյ մը բաժանման մնացորդը գտնելու դիւրութիւնը ամենապարզ եղանակ մըն ալ կուտայ բազմապատկութեան փորձը ընելու համար . այս եղանակին՝ որ 9 ով ֆոդ կ'ըսվի , հետեւեալ սկզբանս վրայ հիմնուած է .

« Երկու թուոց արտադրալը 9 ով բաժանելով
» ելած մնացորդը հաւասար է , միեւնոյն 9 բա-
» ժանողով առաջարկեալ թուոց բաժանումը
» տուող երկու մնացորդներուն արտադրեալը
» 9 ով բաժանումէն ելած մնացորդին » .

(Ասիկայ միայն 9 թուոյն յատուկ չէ՛) .

Ասոր՝ առաջարկեալ երկու թուոց ամեն մէկը՝ եբրեւ 9 ին մէկ բազմապատիկին այ վը 9 ով նոյն

Թուոյն բաժանման մնացորդը եվելցած կը մնայ-
վի, ուստի թէ որ բազմապատկի այս երկու թիւե-
ը իրարմով որ բազմապատկելով բազմապատկե-
լին ամեն մէկ մասը յաջորդաբար բազմապատկո-
ղին ամեն մէկ մասերովը՝ գանուելիք արտադրեալը
չորս մասերէ շինուած կ'ելլայ, որուն երեք հասը 9
ին բազմապատիկներն կ'ելլան, և չորրորդն ալ 9 ով
առաջարկեալ թիւերը բաժնելով եղած մնացորդ-
ներուն արտադրեալը կ'ելլայ. Ուստի 9 ով այս
թուոց արտադրելոյն բաժանման մնացորդը՝ 9 ով
այս մնացորդներուն արտադրեալը բաժնելով
գանուածը կ'ելլայ. Ուրիշ կերպով ալ կ'ասուս-
գի, թէ որ այս վերջին արտադրեալը 9 էն փոքր
ելլար՝ ինքնին ըսած մնացորդնիս կ'ելլար.

Օրինակի համար՝ ելլան 43 և 35 թիւեր. Ը-
սոնք 9 ով բաժնելով կ'ելլէ 43=9.4+7, և 35=
9.3+8 ուստի ասոնց արտադրեալը կը շինվի
9.4.9.3+7.9.3+9.4.8+7.8 գումարէն.

Որուն երեք առաջին մասերը ճշգիւ 9 ին բազ-
մապատիկներն են. բայց չորրորդը 9 ով բաժ-
նուելով 6 քանի՝ որոդ և 2 մնացորդ կուտայ, ա-
նանկ որ կը հաւասարի 9×6×2 ի. Ուստի արտադ-
րեալն է
43,35=9.4.9.3+7.9.3+9.4.8+9.6+2.

Որով 9 ով այս արտադրեալին բաժանման
մնացորդն է 2.

« Դարձեալ բազմապատկութեան փորձը ը-
» նելու համար՝ յաջորդաբար բազմապատկելիին
» թուանշանները եվելցո՛ւր իբրեւ պարզ միա-

» ւորներ սեպելով, և պակսեցո՛ւր ամեն մէկ
» մանաւոր գումար 9 էն, երբոր կարելի ըլլայ,
» սանկով կը գտնես 9 ով բազմապատկելին բա-
» ժանումը տուող մնացորդը։ Նոյն կերպով ըրէ
» գործողութիւնը բազմապատկողին վրայ, բազ-
» մապատկէ՛ իրարմով գտնուած երկու մնացորդ-
» ները՝ և փնտռէ՛ անոր արտադրելոյն 9 ով բա-
» ժանման մնացորդը։ Թէ որ բազմապատկու-
» թիւնը աղէկ եղած, է գտնելու մնացորդը մի
» եւ նոյնը կ'ըլլայ արտադրելոյն վրայ գործողու-
» թիւն ընելով գտնելիքիդ պէս, ինչպէս որ իր
» գործադիրներուն վրայ ըրիր »։

Օրինակ՝ 8,764 և 4,634 թուոց 40,612,376 արտադրեալը ստուգելու համար՝ ըրած կանոններնուս համեմատ բազմապատկելին վրայ գործողութիւն ընելու է. 8 և 7 կ'ընէ 15, ասկէց 9 պակաս՝ կ'ընէ 6, 6 ալ կ'ընէ 12, ասկէց 9 պակաս՝ 3, 4 ալ 7։ Նոյնպէս կը գտնուի որ 9 ով բազմապատկողին բաժանմանը մնացորդ 8 կուտայ բազմապատկենք 7ը 8 ով՝ 56 արտադրեալին թուանշաններուն գումարը 9 էն 2 միութեան չափ եվելի է։ Ուստի բաժնելով 40,612,376 արտադրեալը 9 ով մնացորդ 2 կ'ելնէ, որով կը հասկցուի որ բազմապատկութիւնը աղէկ եղած է։

66. « 9 ով բաժանման փորձը ընելու համար մնացորդը բաժանելիէն հանէ՛, և եղած » թիւը քաներորդով բաժանողին արտադրեալը » ըլլալով՝ կրնայ ստուգիլ նախընթաց եղանակ »։

Օրինակ՝ 8,764 ով 40,615,624 ին բաժանման քաներորդն է 4,634, և մնացորդ 3,248. Ասիկայ ստուգելու համար 40,615,624 էն կը հանեմ 3,248, որ տարբերութիւնը կ'ըլլայ 40,612,376 թիւը. 4,634 ով 8,764 ին արտադրեալը կը միաւորեմ 64 երրորդ թուոյն կանոնովը. այս արտադրեալը ստուգելու համար, 9 ով բաժնուած արտադրողները համեմատաբար 7 և 8 մնացորդները կուսան որուն արտադրեալն է 56, և այս թուանշաններուն գումարը 5+6ը 9 էն 2 միութեան չափ աւելի է, ուստի պէտք է որ 40,612,376 ին 9 ով բաժանման մնացորդը ըլլայ 2, և իրօք ալ անանկ է, ուստի բաժանումը ստուգեալ կ'ըլլայ.

ՀԱՍԱՐԱԿԱՑ

ՄԵԾԱԳՈՅՆ ԹՈՒՈՑ ԸՆԴՀԱՆՈՒ ԳԻՏՆԵԼ

67. Կրկնեմք (§. 51) 7 նախնական թիւը, որ բացարձակ ալ է, նոյն սահմանէն կը հետեւի որ՝ թուոյ մը նախնական ըլլալը, կ'որոշի, երբոր իր կիսէն փոքրագոյն թիւերով առանց վերջը բերելու բաժնուի, բայց ասիկայ հարկաւոր չէ՝, վասն զի յայտնի է որ՝ « թիւ մը » նախնական է երբոր մէկ կատարեալ քառակուսի մը չըլլալով՝ իր քառակուսի արմատէն փոքր թուանշաններով ալ բաժանական չըլլայ ».

68. « Մեծագոյն թուոց հասարակաց մե-

» ծագոյն բաժանողը կ'ըսվին այն թիւերը որ կը » բաժնեն ճիշտ » ։

Առաջարկուած ըլլան առաջ՝ երկու թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողգտնել՝ենթադրելով երկու թիւեր 348 և 96 . գաղափարնիս վարժեցընելու համար . Հիմայ 348 ին և 96 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը 96 էն մեծագոյն չի կրնար ըլլալ , որովհետեւ զանիկայ կը բաժնէ , ուստի 96 ը կ'ըլլայ փնտռուած հասարակաց մեծագոյն բաժանողը թէ որ 348 ը բաժնէր . Ընդ՝ բաժնենք 348 ը 96 ով , քանիերորդ կ'ըլլայ 3 . և մնացորդ 60 , ասոր համար 96 ը փընտրուած հասարակաց մեծագոյն բաժանողը չէ՛ . Բայց այս հասարակաց մեծագոյն բաժանողը 96 և 60 թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է , ստուգելով կ'ապացուցանենք որ 348 ին և 96 ին հասարակաց բաժանողները 96 ին և 60 ին հասարակաց բաժանողներն ալ կրնան ըլլալ .

Ընդ՝ $348 \left\{ \frac{96}{3} \right.$

60 մնացորդին համար 96 ը հասարակաց մեծագոյն բաժանող չէ՛ , ուստի ինչպէս որ 348 ին և 96 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը ստուգելուզեցինք՝ անանկ ալ 96 ին և 60 մնացորդին հասարակաց բաժանողն ալ գըտնելու ենք . Ասիկայ ալ ապացուցանելու համար հաստատենք այս հաւասարութեան վրայ՝

$$348 = 96 \times 3 + 60$$

Իրաք՝ 96 ին և 60 ին հասարակաց բաժանողը կը բաժնէ 96 ը և ասոր 3 անգամ բազմապատիկն ալ, և նաեւ 60 ալ, ուստի 96 գումարն ալ բաժանելու է, և միանգամայն 348 ը և 96 ն ալ։

Ուստի՝ 348 և 96 ին հասարակաց բաժանողները՝ նաեւ 96 ին և 60 ին հասարակաց բաժանողներ են, ուստի 348 ին և 96 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է 96 ին և 60 ին բաժանողը. ուստի « երկու թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողը իրենց բաժանման մնացորդին » և այս թուոց փոքրագոյնին մէջ եղած բաժանողն է »։

Արդ 96 ին և 60 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը գտնելու է։

Մակաբերելով այս երկու թուոց վրայ ինչպէս որ 348 ին և 96 ին վրայ մակաբերեցինք, բաժանելու է 60 ով 96 ը, քաներորդ կ'ըլլայ 1, և մնացորդ 36. որ ասիկայ կը ցրցուցնէ թէ 60 ը հասարակաց մեծագոյն բաժնող չէ՛, այլ այս հասարակաց մեծագոյն բաժանողն ըլլալու է 60 ին և 36 ինը, որ այս ալ չէ՛. ուստի նախ ինթացներուն համեմատ 36 ով նորէն կը բաժնեմք 60 ը, որ քաներորդ կըլլայ 1, ու մնացորդ 24. այս ալ 36 ին հետ հասարակաց բաժանող չէ՛, ուստի կրկին բաժնելով քաներորդ 1, և մնացորդ 12 կուգայ, հիմայ 12 ը 24 ը ամբողջ բաժանելով՝ կ'ըլլամք 348 ին և 96 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է 12։

69. Կանոն։ « Երկու թուոց հասարակաց

„ մեծագոյն բաժանողը գտնելու համար՝ մեծա-
„ գոյն թիւը փոքրագոյն թուով բաժնելու է,
„ թէ որ ասկէց ելած բաժանումը առանց մնա-
„ ցորդի ըլայ՝ այն փոքրագոյն թիւն է հասարա-
„ կաց մեծագոյն բաժանողը, չէ նէ՝ փոքրագոյն
„ թիւը մնացորդով բաժնելու է. թէ որ ասկէց
„ ալ ելած բաժանումը մնացորդ չի տայ, առա-
„ ջին մնացորդն է հասարակաց մեծագոյն բա-
„ ժանողը, թէ որ ըլայ մնացորդ, առաջին մնա-
„ ցորդը բաժանելու է երկրորդով, ասանկ յաջոր-
„ դաբար ամեն մէկ բաժանող բաժնելու է իրենց
„ պատասխանող մնացորդովը, մինչեւ անանկ մէկ
„ բաժանման մը վերջանայ, որ մնացորդ չունե-
„ նայ, և վերջին բաժանողը կ'ըլայ հասարակաց
„ մեծագոյն բաժանող։

„ Նրբոր էն վերջի բաժանման մնացորդը 1
„ ըլայ, այն երկու առաջարկեալ թիւերը կ'ըլ-
„ լան իրարու համեմատական նախնական (Ն.
„ 51)„։

Հետեւեալ ցուցակիս մէջ կրնայ աղէկ հաս-
կըցուիլ։

358	3	1	1	1	2
	96	60	36	24	12
60	36	24	12	0	

Այս խորհրդածութենէս կը հետեւի որ՝
„ երկու առաջարկեալ թուոց հասարակաց մե-
„ ծագոյն բաժանողը ինչեւ իցէ յաջորդաբար

» երկու մնացորդներուն մէջ եղած միեւնոյն
» բաժանողն է, կամ թէ՝ ամեն մէկ բաժանման
» բաժանողին և բաժանելիին մէջինը ».

70. « Հաշիւը համառօտ կերպով մը ընելու
» համար բացատրենք որ՝ ամեն նախնական թիւ,
» որ մէկ ուրիշ թիւ մը չի կրնար բաժնել ինքնին
» նախնական է, ուստի թէ որ բացարձակ
» նախնական թուով մը բաժնուի, որ միայն մէկ
» բաժանումով մը կը լմննայ ».

Լաւ այն ատենը կամ այս նախնական թիւը իր
բաժանելին բաժնելով փնտռուած հասարակաց
մեծագոյն բաժանողը կ'ըլլայ, և կամ չէ բաժնե-
լով միայն այս երկու թիւերուն հասարակաց մե-
ծագոյն բաժանող՝ միութիւնը սեպուելով նախ-
նական կ'ըլլայ.

71. Լրոբոր մնացորդ մը բաժանողին կէսէն
մեծագոյն է, ան ատենը բաժանողին մնացորդին
հետ ունեցած առաւելութիւնը առջի մնացոր-
դին հետ ալ կրնայ գործածուիլ, ինչպէս՝ օրի-
նակիս մէջ 60 առաջին մնացորդը իրեն պատաս-
խանող 96 բաժանողին կէսէն մեծագոյն է, ուս-
տի 96 ին և 60 ին հասարակաց մեծագոյն բաժա-
նողը փնտրուելուս տեղը աւելի աղէկ է 96 ին և
96—60 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը փրն-
տրուելը, որովհետեւ 60 ը 36 ին հետ ունեցած
բաղդատութեամբը 96 ին և 60 ին հասարակաց
մեծագոյն բաժանողը նաեւ 96 ին և 36 ին մէջ
ալ կ'ըլլայ.

Տեսութիւն առաջին. « Թիւ մը որ երկու

» ուրիշ թիւեր կը բաժնէ անոնց հասարակաց
» մեծագոյն բաժանողն ալ պիտի բաժնէ ».

Որովհետեւ այն թիւը որ բաժանելին և բաժանողը կը բաժնէ բաժանումէն ելած մնացորդն ալ բաժնելու է. վասն զի քաներորդով բաժանողին արտադրեալը և բաժանելին ալ պիտի բաժնէ (ր. 53) ուստի բաժանելու է տարբերութիւնին ալ (ր. 54) այսինքն բաժանման մնացորդը. ինչպէս ըլլան այն երկու թիւերը Ա և Բ, որ անոնց հասարակաց մեծագոյն բաժանողը փնտրուելու կերպը հետեւեալ ցուցակին մէջ յայտնի եղած է.

	+	+′	+″	+‴	
Ա	Բ	Մ	Մ′	Մ‴	
Մ	Մ′	Մ″	Մ‴	...	...

Հոս +, +′, +″, +‴ կը ցուցընեն քաներորդը, և Մ, Մ′, Մ″, Մ‴ յաջորդական բաժանումներուն մնացորդները.

Ընդ՝ սեսուութեան մէջ ունեցած սահմանումներնուս համեմատ՝ որ «ինչ եւ իցէ թիւ որ ուրիշ թիւեր կը բաժնէ, անոնց հասարակաց մեծագոյն բաժանողն ալ պիտի բաժնէ». Ընկալ այն թիւը, թ, որ Ա և Բ-ը բաժնելով, անոնց բաժանման Մ մնացորդն ալ կը բաժնէ. թ, բաժնելով Բ և Մ-ը սոր բաժանումէն ելած Մ′ մնացորդն ալ կը բաժնէ.

Ասանկ հետեւաբար կը գտնուի որ՝ թ ամեն մնացորդները կը բաժնէ, և ուստի Ա և Բ

ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը այս ՃԱ-
ցորդներէն մէկն է.

Փոխադարձաբար կ'ասուի՝ « այն թիւը որ
» թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողը
» կը բաժնէ, նաեւ նոյն երկու թիւերն ալ
» պիտի բաժնէ ». Մ'իայն հակըցուիլը բաւա-
կան է, թէ իրենց հասարակաց մեծագոյն բա-
ժանողին բազմապատիկներն են.

22. Այս տեսութեամբ նաեւ կրնայ գրա-
նուիլ քանի մը թուոց հասարակաց մեծագոյն բա-
ժանողը.

Ըլլան այն թիւերը 60, 48, 30 և 15. հոս
երկու առաջիններուն հասարակաց մեծագոյն
բաժանողն է 12, 12 ին և 30 ին ալ 6 է, 6 ին և
15 ին ալ 3 է, ուստի 3ն է խնդրուած հասարա-
կաց մեծագոյն բաժանողը. այդ՝ 60, 48, 30 և
15 թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողը կը
բաժնէ 60 ը և 48 ը, ուստի անոնց հասարակաց
մեծագոյն բաժանողն է 12 ը, ուրեմն 30ն ալ
կը բաժնէ. ուստի 6ն ալ բաժանելու է 12 ին
և 30 հասարակաց մեծագոյն բաժանողը, բայց
15ն ալ կը բաժնէ, ուստի 6 և 15 թուոց հա-
սարակաց մեծագոյն 3 բաժանողն ալ բաժնելու
է, ուստի 3 էն մեծագոյն չի կայ, որ չորս թի-
ւերուն հասարակաց մեծագոյն բաժանող ըլլայ.

Հոս. 3 ը 6 և 15 թիւերը կը բաժնէ, միայն
զի հասարակաց մեծագոյն բաժանողնին է. ուս-
տի 6 ին բազմապատիկ 12 ը և 30 ը կը բաժնէ,
ուստի 12 ին բազմապատիկներն ալ 60 ը և 48 ը

կը բաժնէ, ուստի միանգամայն չորս թիւերն ալ կը բաժնէ 15, 30, 48, և 60ը, ուստի անոնց հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է.

Ընդ՝ «քանի մը թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողը գտնելու համար՝ առաջ փնտրելու է երկու փոքրագոյններուն, (վասն զի մնացուած հասարակաց մեծագոյն բաժանողը անոնցմէն ելլել չըլլար), եւ թը մնացած փոքրագոյն թուոցն ալ, ու մնացած թուոց փոքրագոյնին և հասարակաց մեծագոյն երկրորդ բաժանողինը, ասանկ յաջորդաբար էն վերջի գտնուած հասարակաց մեծագոյն բաժանողը կ'ըլլայ առաջարկեալ թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանող».

73. Տեսութիւն. «Թէ որ թուով մը ինչ եւ իցէ քանի մը թիւեր բազմապատկի՝ գտնուած արտադրեալներուն հասարակաց մեծագոյն բաժանողը հաւասար է հասարակ բազմապատկողով բազմապատկուած թուոց հասարակաց մեծագոյն բաժանողին».

Ընթերցայ ապացուցանենք երկու Ա և Բ թիւերով.

Դնենք որ՝ բազմապատկուին ինչ եւ իցէ մէկ Թ թուով մը.

Գտանենք նախընթաց յուցակին համեմատ Ա և Բ-ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը.

	+	+′	+″	+‴
Բ.	Բ	Մ	Մ′	Մ″
Մ	Մ′	Մ″	0‴	

Գաղափարնիս հաստատելու համար ենթադրենք որ՝ Մ ըլլայ Ը. և Բ ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը այսինքն Մ՝ ին Մ՝՝ ով բաժանումը առանց մնացորդի ըլլայ. Փնտրենք Ը×Գ և Բ×Գ ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողը. առաջ բաժնելու է Ը×Գ ը Բ×Գ ով. ինչպէս որ Ը. ին Բ ով բաղդատուԹենէն ելած քաներորդը կ'ըլլայ +. և մնացորդ Մ×Գ (§. 48) ուստի շարունակենք բաժնելով Բ × Գ ը Մ × Գ ով, նաեւ Մ ով Բ ին ծանօԹ բաժանման բաղդատուԹենէն կ'ելլէ Մ × Գ ով Բ ×Գ ին բաժանումը, որ քաներորդ +՝ և մնացորդ Մ՝×Գ կուտայ. նոյնպէս կ'ըլլայ Մ՝×Գ ով Մ×Գ ին բաժանումը որ +՝՝ քաներորդ և Մ×Գ մնացորդ կուտայ. Վերջապէս Մ՝՝×Գ ով Մ×Գ ին բաժանումը +՝՝՝ քաներորդ և 0 մնացորդ կուտայ, այսինքն՝ Ը×Գ և Բ×Գ ին հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է Մ՝×Գ.

34. ՏեսուԹիւն. « Երբոր երկու ԹիւԵր » իրարու համեմատական նախնական են՝ նոյն » ԹուԵոց ինչեւ իսկ երկու կարողուԹիւններն » ալ իրարու համեմատական նախնական են ».

Օրինակ՝ 8 և 15 ԹիւԵրը իրարու համեմատական նախնական են, ուստի 8^2 և 15^3ն ալ իրարու համեմատական նախնական են.

Ըսենք որ՝ 8^2 և 15^3 ունենան Գ հասարակ բաժանող մը, ինչպէս ըլլայ Բ, Դ ին նախնական արտադրողը. (ԹէՀ որ՝ Գ՝ բացարձակ նախնական ԹիւԵ մը ըլլայ, Բ ալ կ'ըլլար Գ ին նախնական) Բ ը բաժնելով Գ, ասոր բաղմապատիկ 8^2 և 15^3

ն ալ կը բաժնէ. Բ նախնականը 8^2ը բաժնելով, կը բաժնէ նաեւ 8ը. և Բ ը 15^3 ը բաժնելով կը կը բաժնէ 15ն ալ. ուստի 8 և 15 թիւերը կ'ունենան Բ հասարակ բաժանող մը, որն որ են. թաղրուելեան հակառակ է, ուստի անկարելի է որ 8^2 և 15^3 ունենան հասարակ բաժանող մը, այլ այս թիւերը իրարու համեմատական նախնական են։

75. Տեսուելիւն. « Երկու արտադրողներուն » արտադրեալ մը բաժնող թիւը, որ այս » արտադրողներուն մէկուն հետ նախնական է, » կը բաժնէ միւս արտադրողը ».

Օրինակ՝ 840=42×20, 21 թիւը որ 840ը կը բաժնէ, և 20 ին հետ համեմատական նախնական է նաեւ կը բաժնէ 42ը.

Ուրդ՝ 20 և 21 թիւերը իրարու համեմատական նախնական ըլլալով ասոնց հասարակաց մեծագոյն բաժանողն է 1. թէ որ 42ով այս երկու թուոց արտադրեալները սեպուի՝ այսինքն 20×42 և 21×42. արդ՝ ենթադրուելեամբ 21ը կը բաժնէ, նաեւ 20×42 կամ 840ը իր բազմապատիկ 21×42ն ալ կը բաժնէ. 21ը բաժնելով 21×42 և 21×42ը, կը բաժնէ այս արտադրեալներուն 42 հասարակաց մեծագոյն բաժանողը.

76. Տեսուելիւն. « Երբոր թիւ մը քանի » մը ուրիշ նախնական թիւերով բաժանական է » նաեւ անոնց երկուքական արտադրեալով ալ » բաժանական կ'ըլլայ ».

Օրինակ՝ 5,460ը 3, 4, և 35 զատ զատ թիւ-

ւերով երկուքական իրարու համեմատական նախ-
նական բաժանականը $3\times4\times35=420$ արտադրեա-
լով ալ բաժանական է։

Նախ ըսենք որ 5,460 ը + ամբողջ թուով մը 3
ին արտադրեալն է. $5,460=3\times+$. 4 ը որ 5,460 ը կը
բաժնէ, նաեւ $3\times+$ հաւասար արտադրեալն ալ
կը բաժնէ. բայց 4 ը 3 ին նախնական է, ուստի
բաժնելու է +, և կ'ունենանք $+=4\times+'$, և հե-
տեւաբար $5,460=3\times4\times+'$.

35 թիւը որ 5,460 կամ $3\times+$ կը բաժնէ, 3 ին
նախնական է. և + կը բաժնէ, բայց $+=4\times+'$
35 ը բաժնելով $4\times+'$ և 4 ին նախնական ըլլալով՝
բաժնելու է +'. ուստի $+'=35\times+''$. և $5,460=3\times
4\times35\times+''$, կամ $5,460=420\times+''$. ուստի 5,460 ը 420
ով բաժանական է։

Ծանօթութիւն. թէ որ Ա թիւ մը երկու-
քական Ն նախնական թիւերով բաժանական է,
նաեւ երկուքական, երեքական ... եւայլն Ն—
ական թիւերուն արտադրեալներուն ալ բաժա-
նական է։

Երկուքական նախնական քանի մը թիւերով
բաժանական փոքրագոյն թիւը նոյն թուոց փոք-
րագոյն արտադրեալն է։

Յահմանենք տեսութեան համեմատ որ՝ 2, 4,
8, 3, 5, 9, 11 թիւերով բաժանականութեան նը-
շանները հետեւեալներուն վրայ աղէկ կը հաս-
կցուի։ Երբոր թիւ մը բաժանական է 2 ով և
3 ով նաեւ 2×3 կամ 6 ով ալ բաժանական է։ թէ
որ թիւ մը բաժանական է 2 ով և 9 ով միանգա-

մայն 2×9 կամ 18 ով ալ բաժանական է. 3 ով և 5ով բաժանական թիւ մը 15 ով ալ բաժանական է, 5 ով և 9 ով բաժանական թիւ մը 5×9 կամ 45 ով ալ բաժանական է եւայլն.

Ասանկ ալ կրնանք ըսել.

Երբոր ջուխտ թուանշաններով ջուխտ թուոյ մը բացարձակ նշանակութեանց գումարը 3 ով կամ 9 ով բաժանական է, նոյն թիւը 6 ով կամ 18 ով ալ բաժանական է.

Երբոր 0 ով կամ 5 ով վերջաւորուած թուոյ մը թուանշաններուն բացարձակ նշանակութեանց գումարը 3 ով կամ 9 ով բաժանական է, նոյն թիւը 15 ով կամ 45 ով ալ բաժանական է.

Ղ. Տեսութիւն. « Թիւ մը որ արտադ-
» րեալի մը զատ զատ արտադրողներուն նախ-
» նական է՝ արտադրելոյն ալ նախնական կ'ըլլայ ».

Օրինակ՝ Ն թիւը Ա, Բ, Գ, Դ թուոց նախնական ըլլալովը Ա×Բ×Գ×Դ արտադրելոյն ալ նախնական է.

Ենթադրենք որ Ն ին և արտադրելոյն հասարակ բաժանող ըլլայ Գ, և Գ ին ալ մէկ նախնական արտադրողը ըլլայ Շ. Շ՝ բաժնելով Գ, իր բաղմապատիկ Ն թիւը և Ա×Բ×Գ×Դ արտադրեալն ալ կը բաժնէ, Շ բացարձակ նախնական թիւը Ա×Բ×Գ×Դ արտադրեալը բաժնելով, արտադրողներէն մէկն ալ կը բաժնէ.

Ենթադրենք որ՝ Շ կը բաժնէ Գը. ան ատենը Գ և Ն կ'ունենան հասարակ բաժանող մը, որ ասիկայ ենթադրութեան հակառակ է, ուս-

տի Ն և արտադրեալը իրարու համեմատական նախնական են։

ԸՀՐՀԳՀՒ արտադրեալն նախնական Ն թիւը ամեն մէկ արտադրողին նախնական է։

Լնենթադրենք որ Ն-ին և Ը արտադրողներուն մէկուն հասարակ բաժանողը ըլլայ Գ։ Գ բաժնելով Ը, կը բաժնէ ԸՀՐՀԳՀՒ արտադրեալը որ Ը-ին բազմապատիկ է. ուստի Ն և արտադրեալը իրարու համեմատական նախնական չեն ըլլար։

ԹՈՒՈՑ ՆԵԽՆԵԿԸՆ ԸՐՏԱԴՐՈՂՆԵՐԸ ԳՏՆԵԼ

78. Կանոն։ Ամաջարկութիւն մը լուծելու համար միշտ հարկաւոր կ'ըլլայ առաջարկեալ թուոյն բաժանումը ընել յաջորդաբար 2, 3, 5, 7, 11 եւայլն թիւերով։ Ամաջ 2-ով բաժանելու է առաջարկեալ թիւը, և անկէց ելած քանորդը 2-ով նորէն կրնայ բաժնուիլ նէ՝ շարունակելու է, մինչեւ որ վերջի քանորդը 2-ով չի բաժանի, սկսելու է 3-ով բաժնել (թէ որ կը բաժանի նէ) այս ալ շարունակելու է, մինչեւ որ ասկէց ալ ելած վերջի քանորդը 3-ով բաժանական չըլլայ։ Նոյնպէս ընելու է 5-ով, 7-ով եւայլն ամեն նախնական թիւերով ալ, մինչեւ անանկ քանորդ մը գտնուի որ այն ալ մէկ նախնական թիւ մը ըլլայ։

Ըլլայ օրինակի համար՝ 4,725, որուն նախ-

նական արտադրողները գտնելու համար՝ առաջ 3 ով բաժնելու է, որովհետև կոճատ թիւ է. և միանգամայն 3 ով ալ բաժանական է, և ասկէց ելած քաներորդն է 1,575, որ այս ալ 3 ով բաժանական է, որուն քաներորդն է 325, և այս ալ նորէն 3 ով բաժնելով 175 քաներորդ կ'ելլէ. այս ալ 5 ով բաժանական է, և ասկէց ելած վերջին քաներորդն է 7 նախնական թիւը. ուստի՝ $4,725=3 . 1,575$, և $1575=3 . 525$, ուստի $4,725=3^2 . 525$, և $525=3 . 175$, ուստի $4,725=3^3 . 175$, և $175=5 . 35$, ուստի $4,725=3^3 . 5 . 35$. վերջապէս 35 ը 5 ին 7 ով արտադրեալը ըլլալով կ'ելլէ $4,725=3^3 . 5^2 . 7$, ասանկով 4,725 ը $3\times3\times3\times5\times5\times7$ ին արտադրեալն է.

79. Ասկէց կը ծագի որ թուոյ մը նախնական արտադրողները գտնելու համար՝ աւելի դիւրին եղանակը հետեւեալ ցուցակին մէջին ներուն պէս ընելու է.

Առաջարկեալ ըլլայ 76,440 թիւը իր նախնական արտադրեալներուն դարձընել.

76440	2	$76440 = 2 \times 38220$
38220	2	$38220 = 2 \times 19110$
19110	2	$19110 = 2 \times 9555$
9555	3	$9555 = 3 \times 3185$
3185	5	$3185 = 5 \times 637$
637	7	$637 = 7 \times 91$
91	7	$91 = 7 \times 13$
13	13	$13 = 13 \times 1$
1	1	$76440 = 2.2.2.3.5.7.7.13 = 2^2.3.5.7^2.13$.

80. Ինչեւ իցէ Թուոյ մը հասարակ բաժանողները կազմելու համար, այն Թուոյն նախնական արտադրողները գտնելու ենք.

Դաղափարելով ըսեմք Թէ, Ն հետեւաբար պ անգամ բաժնուած ըլլայ ա-ով, + անգամ բ-ով, ՝ անգամ գ-ով, որ կ'ելլէ այս հաւասարութիւնը,

պ + ՝
Ն = ա . բ . գ.

Ուրդ՝ Ն Թիւը ա-ին, բ-ին, գ-ին, ամեն կարողութիւններովը բաժանական կ'ըլլայ ա-ին պ երրորդ, բ-ին + երրորդ և գ-ին ՝ երրորդ կարողութիւններովը, և որովհետեւ ա, բ, գ-ին տարբեր կարողութիւնները երկուքական իրարու համեմատական նախնական են (Ր. 73), Ն Թիւը երկուքական և երեքական արտադրեալներ որ բաժանական կ'ըլլայ (Ր. 75), և ուրիշ բաժանողներ չունենար, ուստի Ն Թուոյն բաժանողները ցոյց ունենք այսպէս.

1 և կարողութիւնները ա էն մինչեւ պ երրորդ

1 „ „ „ „ բ էն „ „ + երրորդ

1 „ „ „ „ գ էն „ „ ՝ երրորդ

81. Գործողութեան մէջ Թուոյ մը բաժանողները գտնելու համար հետեւեալ հաշիւնեերովս աղէկ կը հասկըցուի.

4725	1	1
1575	3	3
525	3	9
175	3	27
35	5	5 , 15 , 45 , 135
7	5	25 , 75 , 225 , 675
1	7	7 , 21 , 63 , 189 , 35 , 105 , 315 , 945 , 175 , 525 , 1575 , 4725 .

Զախ կողմի երկու առաջին գաւազաններուն մէջ կը պարունակին 4725 Թուոյն նախնական արտադրողներուն ցուցակը (Ի. 77) երրորդ գաւազանը կը պարունակէ 4,725 էն բաղկացած պարզ բաժանողները, և այս գաւազանին գլուխը գրուած 1 բաժանող, 3 առաջին արտադրողով բաղմապատկեցաւ և արտադրեալը գրուեցաւ այս 1 բաժանողին տակը. Նոյնպէս շինուեցաւ միւս ամեն բաժանողներն ալ բաղմապատկելով արդէն գտնուածները հետեւեալ նախնական արտադրողով, նկատելով միեւնոյն արտադրեալը երկու անգամ չի գրել.

82. «Քանի մը Թուոց հասարակաց փոքրագոյն բաժանելին գտնելու համար, զանոնք նախնական արտադրողներուն դարձնելու է, արտադրեալին գտնելով, և ամեն մէկ արտադրողներուն վրայ զատ զատ մեծագոյն ցուցիչը դնելու է քանի հատ որ ըլլայ».

Ինչպէս՝ 90 ով, 126 ով, և 54 ով միանգամայն բաժանական փոքրագոյն թիւը գտնելու համար՝ նախ $90 = 2 . 3^2 . 5$ է, $126 = 2 . 3^2 . 7$ է, և $540 = 2^2 . 3^3 . 5$ է, ուստի $2^2 . 3^3 . 5 . 7 = 3780$ հասարակաց փոքրագոյն բաժանելին է.

Ասիկայ ուրիշ եղանակաւ մէն ալ կը լուծվի.

Նախ՝ ըլան երկու թիւերը Ա և Բ, և՝ Մ հասարակ բազմապատիկներէն մէկը, արդ՝ Մ=Ա×Գ, և Մ=Բ×Գ՝. Գ և Գ՝ ամբողջ թիւերը Ա×Գ=Բ×Գ՝ (1) հաւասարութեան հետ միաւորելով Մ՝ին փոքրագոյն զօրութիւնն ալ Գ կամ Գ՝ին փոքրագոյն զօրութեանը կը պատասխանէ.

Այս հաւասարութեան ալ երկու անդամները Ա՝ին և Բ՝ին Գ հասարակաց մեծագոյն բաժանողով կրնան պարզուիլ. թէ որ ենթադրենք Ա=Ա՝×Գ. Բ=Բ՝×Գ՝ Գ՝ով բաժանումէն ետքը՝ (1) հաւասարութենէն Ա՝×Գ=Բ՝×Գ՝(2), և այս (2) հաւասարութենէն ալ կը ծագի որ Բ՝ կը բաժնէ Ա՝×Գ՝ արտադրեալը. բայց Բ՝ը Ա՝ին նախնական է, ուստի Գ՝ն ալ կը բաժնէ, և այս Գ՝ թիւը Բ՝ով բաժանական ըլլալէն առաջ Բ՝էն փոքր չի կրնար ըլլալ, ուստի՝ թէ որ Գ՝=Բ՝ ըլլայ՝ Գ՝ին փոքրագոյն զօրութիւնը կ'ունենայ. և Գ՝=Բ՝ ըլլալով Ա՝ին բազմապատիկ Ա×Բ՝ը Բ՝ին ալ բազմապատիկ կ'ըլլայ. արդ՝ Ա×Բ՝=Ա՝×Գ՝×Բ՝=Ա՝×Բ՝ է. ուստի Գ՝=Բ՝, և թէ որ Ա՝ին և Բ՝ին հասարակաց փոքրագոյն բազմապատիկը ՛ով ցոյց ունենք՝ կ'ունենամք այս հաւասարութիւնը. ՛=Ա×Բ՝ կամ ՛=Բ×Ա՝.

Հիմա «երկու առաջարկեալ Ա և Բ թուոց» հասարակաց փոքրագոյն բազմապատիկը գրանելու համար, նախ անոնց Գ հասարակաց մեծագոյն բաժանողը գտնելու է, բաժնելով Գ՝ով առաջարկեալ երկու թուոց մէկը, և բազմա-

„ պատկելու է Թիւը այս բաժանման քանա-
„ բորդով „ .

ԳՈՐԾԱՆՈՒԹԻՒՆՔ

ԸՆԴՀԱՆՐԱԿՈՒԹԵՐՆԵՑ

1 . Գտնելու է անանկ Թիւ մը որ 47 և 51 բաժնելով մնացորդ Թողու 11 և 3 .

Որովհետեւ 47 . գտնուելիք Թուով բաժնելով , 11 մնացորդ ելլէ՝ ուստի նոյն Թիւը (47—11) կամ 36ն ալ կը բաժնէ . նոյնպէս՝ (51—3) կամ 48 Թիւն ալ կը բաժնէ . երբոր բաժնուի 47 և 51 , 11 էն մեծ Թուով մը և 36 ին և 48 ին հասարակ բաժանողովը , մնացորդ 11 և 3 կը Թողու , ուստի գտնուելիք Թիւը հաւասար է 36 և 48 ին հասարակաց մեծագոյն բաժանող 12 ին .

2 . 20 Գործաւոր գործ մը շինելու համար՝ 30 օր աշխատեցան , միեւնոյն գործը մէկ օրէն լրմնցընելու համար՝ քանի՞ գործաւոր պէտք է .

Յայտնի է որ՝ 1 օրէն լրմնցընելու համար 30 անգամ եվել գործաւոր պէտք է 30 օրուան մէջ շինելու համար որ կ'ընէ 30×20=600 գործաւոր .

3 . Լրիկու սուրհանդակ միեւնոյն ժամանակի մէջ Տիժանէն և Փարիզէն կ'ելլեն երթալով մէկզմէկ հանդիպելու համար , առաջինը մէկ ժամը 20 և երկրորդը 12 քիլոմէթրս [1] տեղ կ'եր-

1 . Ցանկասանի մէկ փարսախը 1,669,888 քիլոմէթրս է

թան, գտնուած տեղերնուն իրարմէ ունեցած հեռաւորութիւնը 320 քիլոմէթրօ է, քանի՞ ժամէն իրար կրնան հանդիպիլ։

4. Մէթրօ[1] մը երկայնութեամբ քառակուսի տեղ մը 19 ղուռուշ կ'արժէ, 42 մէթրոյին գինը քանի՞ ղուռուշ կ'ըլլայ։

5. 16 Գործաւոր օրը 10 ժամ աշխատելով գործ մը 15 օրէն լրմնցուցին, թէ որ գործաւոր մը ըլլայ, քանի՞ ժամէն պիտի լրմնցնէ։

Օրը 10 ժամ աշխատելով 15 օրուան մէջ 16 գործաւորը 10×15=150 ժամէն կը լրմնցրնեն, յայտնի է որ 1 գործաւոր մը ըլլայ 150×16=2400 ժամէն պիտի լրմնցրնէ։

6. Յայտնի է որ մէկ օրը 24 ժամ է, մէկ ժամը 60 վայրկեան, և մէկ վայրկեանը 60 երկվայրկեան, արդ՝ քանի՞ երկվայրկեան կայ արեւադարձ տարեւոյն մէջ։

(Դիտենք որ արեգակը իր շրջանը ըրած ատենը տարին երկու անգամ մէյմը հիւսիս մէյմը հարաւ, բեւեռներէն 23° 20′ հեռաւորութեամբ կեցած տեղերնուն կ'ըսվի՝ արեւադարձ, որ երկու հատ է, արեւադարձ այթերէր, արեւադարձ խեցիեռի) որ գրեթէ 365 օր 5 ժամ, 48 վայրկեան և 51 երկվայրկեան է։

Յայտնի է որ՝ 365 օրը հաւասար է 8765 ժամու, և 365 օր 5 ժամ, 48 վայրկեանը 525,948′ է,

---

1. Ճարտարապետական կանգունը 0,757,548 մէթրօ է, բայց հասարակ կանգունը 0,685,593 մէթրօ է։

և ուստի մէկ տարին ալ հաւասար է 31,556,931″ ի։

7. 600 Որմնադիր 1 օրուան մէջ գործ մը լրմնցընեն նէ՝ 30 օրէն լրմննալու համար քանի՞ որմնադիր պէտք է։

Յայտնի է որ 30 օրէն լրմննալու համար 30 անգամ պակաս որմնադիր պէտք է այսինքն՝ 600 : 30=20 որմնադիր։

8. Մեռաքսեղէնին 42 կանգունը 798 ղուռուշ կ'արժէ, 25 կանգունը քանի՞ ղուռուշ է։

Պատասխան 475 ղուռուշ։

9. 40 Հիւան 60 օր աշխատելով տուն մը լրմնցուցին, 24 օրէն լրմնցընելու համար քանի՞ հիւան պէտք է։

Պատասխան 100 հիւան։

10. Բաժնելու է 216 ղուռուշը 4 հոգիի, անանկ կերպով մը որ՝ երկրորդը առաջինին կրկինը ունենայ. երրորդն ալ՝ երկրորդին երեք անգամը, և չորրորդն ալ երեքին առածին չափ. քանիական ղուռուշ կ'ինայ ամեն մէկուն։

Որովհետեւ երրորդը երկրորդին եռապատիկը պիտի առնէ, ըսել է որ առաջինին 6 անգամը կ'առնէ, ան ատենը չորրորդին առածը որ երեք ուրիշներուն չափ առնելու է, 1 անգամ առաջինինը, եվել 2 անգամ երկրորդինինը, եվել 6 անգամ երրորդինինը կամ 9 մաս. ուստի բաժնելիք գումարը կ'ըլլայ 1 անգամ + 2 անգամ + 6 անգամ + 9 անգամ կամ առաջինին 18 անգամը այսինքն՝ 216 ին 18 երրորդ մասը, որ է 12 ղուռուշ. առջինին առածը. 24 ղուռուշ երկ-

ղորդը , 72 ղուռուշ երրորդը և 108 ղուռուշ ալ չորրորդը ։

11 . Թուղթ խաղացողի մը հարցուցին չորս անգամ խաղացած Թուղթերէն վաստրկածը քանի՛ ըլալը . պատասխանեց , երկրորդ անգամ վաստրկածս առաջին անգամ վաստրկածիս եռապատիկէն 12 ղուռուշ պակաս է . երրորդ անգամ ալ վաստրկեցայ առաջին և երկրորդ անգամ վաստրկածներուս չափէն 6 եվել , չորրորդ անգամին ալ վաստրկեցայ երկրորդ անգամ վաստրկածիս երկու անգամը , և երրորդ անգամ վաստրկածիս երեք անգամէն 126 ղուռուշ պակաս , և իմ ամբողջ վաստրկածս է 126 ղուռուշ . քանիսկան ղուռուշ է վաստրկեր ամեն մէկ անգամին ։

Երրորդ անգամին շահը կը բաղկանայ առաջին անգամի շահէն ու այս շահին 3 անգամէն 12 պակասին վրայ 6 եվելցածէն . չորրորդ անգամը առաւ մէյ մը առաջին անգամ ըրած շահին 6 անգամէն 24 պակաս , մէյ մ'ալ այս շահին 12 անգամէն 18 և 126 պակաս , ուստի չորրորդ անգամ ըրած շահը հաւասար է առաջինին 18 անգամ շահէն 168 պակասին . արդ՝ 126 ղուռուշ ամբողջ շահը կը բաղկանայ առաջին անգամի շահին 1 անգամէն , եվել 3 անգամէն , եվել 4 անգամէն , եվել 18 անգամէն պակաս 12 , 6 և 168 , այսինքն այս շահին 26 անգամէն պակաս 186 . ուստի թէ որ եվելցընենք 126 ին վրայ 186 գումարը՝ 312 հաւասար կ'ըլլայ 26 անգամ շահին , որն որ առաջին անգամին շահեր է . ուստի

այս շահը հաւասար է $^{312}/_{26}$=12. ուստի երկրորդ անգամին ալ վաստակեր է 12. 3—12=24. երրորդ անգամին՝ 12+24+6=42. վերջապէս, չորրորդ անգամին 24. 2×42. 3—126=48, որ ասանկով մասնաւոր շահերուն գումարն եղաւ 126.

ԳԼՈՒԽ Դ.

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ

83. *Մինչեւ հոս խօսածնիս ամբողջական թուոց գործողութեանցը, և գրքիս տարածին չափ անոնց մանրամասն յատկութեանցը վրայ բաւական սեպելով՝ մնաց որ կոտորակաւոր թուոց և հասարակ կոտորակներուն վրայ ալ խօսինք.*

Ինչպէս որ տեսանք բաժանման մէջ (Ր. 44) որ «երբոր երկու թուոց բաժանումը մնացորդ» թողու՝ բաժանելին հաւասար կ'ըլլայ քաներորդ» դով բաժանողին բազմապատկութեան արտադ» րելոյն վրայ նոյն մնացորդը եվելցածին». որ այս մնացորդը բաժանման գործադիրներէն մէկն ալ չէ՛, ինչպէս՝ ըսենք որ 20 ին 7 ով բաժանումէն ելած քաներորդը 2 է, և մնացորդ 6. այս 6 ը քաներորդին քով այսպէս կը գրվի $2\,^{6}/_{7}$ որ 6 ը 7 էն փոքր ըլալով՝ ինչպէս որոշելու է որ 6 ին միութեանը մէջ 7 ը որչափ կը պարունակի. այս բաժանող 7 ին միութեանցը չափ 6 ին տմեն մէկ միութիւնները բաժնելով, կ'ըսեմք թէ եօթնեերորդ, երկու եօթնեերորդ... եւայլն և այս օրինակիս մէջ ալ

6 Հատ միութիւններ պարունակելուն համար՝ կ'ըսեմք էջ եօթներորդ, որ ամբողջէն փոքր է։

Սահմանէս յայանի կ'ըլայ թէ՝ "կոտորակ կ'ըս- " վի միութիւնը քանի մը հաւասար կտորներու " բաժնուած և անոնցմէ մէկ քանին առնուած " թուոյն"։

Կոտորակոտոր ԼԻ-, կոտորակէ և ամբողջ թիւէ բաղկացած թուոյն։

Կոտորակ մը երկու թիւերով ցոյց կուտացվի, առաջինն է յայտարար "որ միութիւնը քանի մը " հաւասար կտորներու բաժնուած ըլլալը կը ցու- " ցընէ" և միւսը՝ համարիչ "որ այս ալ այն բաժ- " նուած կտորներուն մէջէն միայն քանի հատը " առնուած ըլլալը կը ցուցընէ"։

Բանք միութիւն մը հինգ հաւասար կտոր- ներու բաժնուած ըլլայ, որ ասիկայ ցուցնող թիւն է յայտարար։ և այս կտորներուն մէջէն ե- ռեք մաս առնուած թիւն ալ՝ է համարիչ։

84. Կոտորակ մը ցոյց կուտացուի առաջ հա- մարիչը գրելով տակն ալ յայտարարը, և իրարմէ գծով մը զատելու է. և կարդալու համար ալ, նոյնպէս առաջ համարիչը ու ետքը յայտարարը կարդալու է փակ ցընելով յայտարար ցուցուած թուոյն քով երրորդ մասնիկը ինչպէս նախընթաց կոտորակը այսպէս գրուելով $^3/_5$, կը կարդացուի երե՛ հինգերորդ։

Այս վերոյգրեալ ըսուածէն բացառեալ են՝ 2, 3, 4 յայտարար ունեցող կոտորակները, որոնք կը կարդացուին "կէս, երրորդ, քառորդ"։

85. Կոտորակ մը կրնայ մնացուիլ յայտարարով համարիչին բաժանման քաներորդն պակաս, օրինակ՝ $^3/_5$ը՝ 5 ով 3 ին բաժանման քաներորդն է։

Կոտորակ մը ամբողջ թուով բաղմապատկելու համար նոյն թուով յայտարարը բաժնելու է առանց համարիչին դպչելու, ինչպէս՝ 5 ով՝ $^3/_5$ը բաղմապատկելու համար անանկ թիւ մը գտնելու է որ 5 անգամ 3 հինգերորդէ բաղկացած ըլլայ (§. 22) արդ՝ 5 անգամ 3 հինգերորդը հաւասար է 3 անգամ 5 հինգերորդի, հաւասար 3 միուներանց. վասն զի հինգ հինգերորդ ըսել է (5 անգամ 3=3 անգամ 5) միուներին։

86. «Երբոր երկու ամբողջական թուոց բաժանումը մնացորդ մը թողու, ամբողջ քաներորդին քով մնացորդը իբրեւ համարիչ և բաժանողն անոր յայտարար կուտացուի»։

Ինչպէս՝ 42 ով 164 ին բաժանման քաներորդն է 3, և մնացորդ 38, որովհետեւ 164=42×3+38։

Հոս 42 բաժանողով բաղմապատկուած 3 քաներորդին արտադրեալը ճիշդ 164 ը չէ, այլ ասկէց 38 պակաս է, և որովհետեւ այս մնացորդը բաժանողով չի բաժանիր ուստի կոտորակի ձեւով ցոյց կուտացուի $^{38}/_{42}$, որ ճիշդ քաներորդ մըն ալ այս է, վասն զի 42 անգամ 38 քառասուն երկու երրորդ, 38 անգամ 42 քառասուն երկու երրորդ հաւասար է միշտ 38 միուներանց, ուստի՝

$$28^{38}/_{42}\times42=3\times42+^{38}/_{42}\times42=3\times42+38=134$$

Հոս՝ 42 ով 134 ին քաներորդն է $3^{38}/_{42}$։

87. Ինչպէս (§. 11) որ սահմանէն յայտնի է, կոտորակ ինչ բան ըլլալը, և ամբողջի մը քով գրուած առենը՝ երկուքը մէկէն կոտորակի կերպով ցոյց կրնայ տրուիլ, որ ասանկներուն կ'ըսեմք անպատուկ կոտորակ. ասիկայ ընելու համար՝ «կոտորակին յայտարարովը բաղմապատ» կելու է ամբողջը և համարիչը արտադրե» լոյն վրայ եվելցընելու է, և այս գումարին» յայտարար առջի յայտարարը տալու է». Ասոր ապացոյցը բաժանման փորձը ընելն է. Ինչպէս առաջարկեալ ըլլայ գտնել 9 ով 48 ին բաժանման քանիերորդը. հոս 48 ին մ.Ջ 9 ը 5 անգամ կայ և 3 մնացորդ, արդ՝ $^{48}/_{9}=5^{3}/_{9}$.

Հիմայ $5^{3}/_{9}$ ը անպատուկ կոտորակի ձեւ խօթելու համար՝ յայտարար 9 ով ամբողջը կը բաղմապատկեմք, և արտադրելոյն վրայ համարիչ 3 ը եվելցընեմք, և առջի յայտարարն ալ նոյն պահելով կ'ըլլայ $^{48}/_{9}$.

Փոխադարձաբար անպատուկ կոտորակէ մը ամբողջը զատելու համար իրաք բաժանման գործողութիւնը ընելու է, ամբողջ քանիերորդին քով մնացորդը իբրեւ համարիչ և բաժանողը անոր յայտարար տալով.

Ինչպէս վերոյգրեալ օրինակը $^{48}/_{9}=5^{3}/_{9}$.

ԿՈՏՈՐԱԿԵՆԵՐՈՒՆ ՎՐԱՅՕՔ

ՄԻԿ ՔԱՆԻ ՍԱԿՈՒՄՆԵՐՆԵՐ

1 ։ Կոտորակի մը համարիչը միևնոյն թուով բազմապատկի կամ բաժանի յայտարարին չի դըպչելով, կոտորակը այնչափ անգամ կը մեծնայ կամ կը պզտիկնայ.

Ը՛ղլայ կոտորակ մը $^3/_5$, ասոր 3 համարիչը միևոյն բազմապատկեմք 4 ով, արտադրեալը $^{12}/_5$ ըլլալով կոտորակին զօրութիւնն ալ 4 անգամ եվելցաւ. յայտարարը նոյնը մնալով, և կամ $^3/_5$ կոտորակին համարիչը 3 ով բաժնելով նոյնպէս կոտորակին զօրութիւնը 3 անգամ պակսելով եւ $^1/_5$.

2 ։ Փոխադարձաբար համարիչը նոյն պահելով՝ յայտարարը բազմապատկի կամ բաժանի, կոտորակին զօրութիւնն ալ այնչափ կը պակսի կամ կ'եվելնայ.

Ինչպէս վերոյգրեալ օրինակը գործադրելով $^3/_5$, ասոր յայտարարը 5 ով բազմապատկեմք առանց համարիչին դպչելու՝ առջինէն 5 անգամ պզտիկնալով կ'ըլլայ $^3/_{25}$, և թէ որ 5 ով բաժանեմք, այնչափ անգամ կ'եվելնայ կոտորակը $^3/_1$, որ $^3/_5$ էն 5 անգամ մեծ է.

3 ։ Մ'իանգամայն թէ որ համարիչը և թէ յայտարարը միևնոյն թուով բազմապատկի կամ բաժանի, կոտորակին զօրութիւնն ալ չի փոխուիր.

Ը՛լլայ կոտորակ մը $^{3}/_{8}$, ասոր թէ համարիչը և թէ յայտարարը 4ով բազմապատկեմք կ՚ըլլայ $^{12}/_{32}$, որ զօրութիւնը փոխուած չէ՛, որովհետեւ առ-ջի երկու սկզբունքներուն նայելով ամեն մէկ $^{1}/_{8}$ը հաւասար է $^{4}/_{32}$ի, $^{3}/_{8}$ն ալ հաւասար է 3 անգամ $^{4}/_{32}$ի կամ $^{12}/_{32}$։

$^{15}/_{18}$ կոտորակին երկու եզրերն ալ 3ով բաժ-նելով կ՚ըլլայ $^{5}/_{6}$, վասն զի առաջուանին պէս ա-մեն մէկ $^{1}/_{6}$ հաւասար է $^{3}/_{18}$ի, $^{5}/_{6}$ ալ հաւա-սար է 5 անգամ $^{3}/_{18}$ի կամ $^{15}/_{18}$ի։

88. Ը՛յս 3° սկզբունքէն կրնայ մակաբե-րիլ թէ՝ « կոտորակի մը երկու եզրերուն վրայ » միեւնոյն թիւը եվելցնելով կրնայ կոտորակին » զօրութիւնը չի փոխուիլ »։

Ը՛սիկայ յայտնի է, որ կը փոխուի։

Տեսնեմք թէ կոտորակի մը երկու եզրերուն վրայ միեւնոյն թիւը եվելցնելով կոտորակը կ՚ե-վելնայ թէ որ յատուկ կամ հասարակ կոտորակ է նէ. չենէ կը պակսի։

Դիպուած 1°. Ը՛լլայ օրինակի համար կոտորակ մը $^{3}/_{7}$, ասոր երկու եզրերուն վրայ 5 եվելցը-նելով կ՚ունենանք $^{8}/_{12}$, հիմա բաղդատեմք այս երկու կոտորակները միութեան հետ, առաջ $^{3}/_{7}$ը բաղդատելով $^{1}/_{7}$ կը պակսի միութեան հա-ւասարելու համար. $^{8}/_{12}$ն ալ բաղդատելով, որ այս ալ միութեան հաւասարելու համար $^{4}/_{12}$ կը պակ-սի. արդ՝ յայտնի է որ $^{1}/_{7}$ը մեծ է $^{4}/_{12}$էն, ուստի $^{8}/_{12}$ կոտորակէն պակսածը քիչ է քան $^{3}/_{7}$ կոտորակէն պակսածը, ուստի $^{8}/_{12}$ը $^{3}/_{7}$էն մեծագոյն կոտորակ մըն է։

2 ։ Ըլլայ կոտորակ մը $^{12}/_{5}$, ասոր երկու եզրերուն վրայ 3 եվելցընելով կ'ըլլայ $^{15}/_{8}$, և այս երկու կոտորակները զատ զատ միութեան հետ բաղդատելով $^{2}/_{5}=2^{2}/_{5}$, և $^{15}/_{8}=1^{7}/_{8}$, ուստի $^{12}/_{5}>^{15}/_{8}$ է։

89. Երրորդ սկզբունքէն կը հետեւի թէ $^{2}/_{6}$, $^{5}/_{15}$, $^{27}/_{81}$ $^{437}/_{1311}$ կոտորակները ամենն ալ $^{1}/_{3}$ կը նշանակեն, վասն զի 2 ով, 5 ով 437 ով համեմատաբար համարիչ ունեցող կոտորակին երկու եզրերը իրարմէ միեւնոյն չափով եվելցած են, բայց ասոնց մէջէն ամենէն փոքր և նշանակութիւնը տեսութեամբ հասկըցընողն է $^{1}/_{3}$, կոտորակը։

Ակնէց կը ծագի կոտորակները իրարու հաւասարցընելուն եղանակը. « երբոր կոտորակի մը » երկու եզրերը իրարու համեմատական նախ- » նական թիւեր ըլլան անվերածելի են »։ Ըլ- լայ կոտորակ մը $\frac{m}{n}$, որուն երկու անդամները իրարու համեմատական նախնական են, և ուրիշ կոտորակ մըն ալ $\frac{m'}{n'}$ առջինին հաւասար, անանկ որ ըլլայ $\frac{m}{n}=\frac{m'}{n'}$։

Թէ որ այս երկու կոտորակները երկրորդին n' յայտարարովը բազմապատկեմք՝ $\frac{m.n'}{n}$ և m' արտադրեալները հաւասար կ'ըլլան։

Բայց երկրորդը ամբողջ թիւ մըն է, ուստի առաջինն ալ ամբողջ ըլլալու է, ուստի պէտք է

որ « . Բ՛ արտադրեալը Բ ով բաժանական ըլլայ , արդ՝ Բ ը նախնական է « արտադրողին , ուստի միւս Բ՛ արտադրողը բաժնելու է , և Բ՛ ը Բ ին մէկ ուրիշեալ բազմապատիկն է , ուստի « ՚ն ալ « ին միեւնոյն բազմապատիկն է , չէ նէ $\frac{«'}{Բ'}$, կոտորակը $\frac{«'}{Բ}$ կոտորակին հաւասար չէր ըլլար . Ասանկով « $\frac{«'}{Բ}$ կոտորակին հաւասար ամեն կոտորակներուն երկու եզրերը որուն համարիչն ու յայտարարը իրարու համեմատական նախնական են , նոյն կոտորակին երկու եզրերն ալ իրարու հաւասար են » .

Ուստի կոտորակի մը հաւասար ամեն կոտորակ որուն համարիչն ու յայտարարը իրարու համեմատական նախնական են , պարզ եզրերու դարձած է , և անվերածելի է .

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ՄԻԵՒՆՈՅՆ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼ

90 . Կոտորակները միեւնոյն յայտարարի դարձնել ըսելը՝ այն կոտորակներուն հաւասար կոտորակներ գտնելն է որ ամենն ալ միեւնոյն յայտարարը ունենան .

Կանոն . « Կոտորակները միեւնոյն յայտարարի կամ միեւնոյն բանն է ըսել հասարակաց » յայտարարի դարձնելու համար՝ բազմապաս-

» կելու է ամենուն յայտարարներուն արտադ-
» բեալովը ամեն մէկ կոտորակին երկու եղերը ».

Ըլլան օրինակի համար $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^{11}/_{12}$ կոտորակները։

Բազմապատկեմք՝ առաջին կոտորակին 2 և 3 եղերը միւս յայտարարներուն $4\times5\times12=240$ արտադրեալով։

Ինչպէս՝

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times(4\times5\times12)}{3\times(4\times5\times12)}=\frac{480}{720}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times(3\times5\times12)}{4\times(3\times5\times12)}=\frac{540}{720}$$

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times(3\times4\times12)}{5\times(3\times4\times12)}=\frac{576}{720}$$

$$\frac{11}{12}=\frac{11\times(3\times4\times5)}{12\times(3\times4\times5)}=\frac{660}{720}$$

Այս կանոնը քննելով կը տեսնենք որ այս կոտորակներուն զօրութիւնը չէ փոխուած, ինչու որ ամենուն ալ բազմապատկողները միեւնոյն թիւերը ըլլալով համարիչներին ու յայտարարներին հաւասարաչափ մեծցան։

91. Հասարակաց յայտարար գտնելու միջոցաւ դիւրին կը հասկցուի մէկ քանի կոտորակներու մեծագոյնը։

Օրինակ՝ $^7/_{12}$, $^{11}/_{18}$, հոս 12 և 18 ին հասարակ փոքրագոյն բազմապատիկը 36 է, և ուստի $^7/_{12}$ և $^{11}/_{18}$ կոտորակներուն հասարակաց յայտարարն է

$$36 : 12 = 3 \text{ և } {}^{7}/_{12} = \frac{7\times3}{12\times3} = \frac{21}{36}$$

$$36 : 18 = 2 \text{ և } {}^{11}/_{18} = \frac{11\times2}{18\times2} = \frac{22}{36}$$

Որ այս երկու կոտորակները իրարու հետ բաղդատելով ${}^{22}/_{18}$ը մեծագոյն է ${}^{7}/_{12}$ էն։

Կոտորակները իրարու հետ բաղդատելու միջցաւ կրնան զանազան հարցումներ լուծուիլ։

92. Ի՞նչ փոփոխութիւն կը մտնէ կոտորակի մը մէջ երբ որ միեւնոյն թուով երկու եզրերը եվելնայ կամ պակսի։

Եվելցընենք ս թիւ մը $\frac{մ}{բ}$ կոտորակի մը երկու եզերուն վրայ, $\frac{մ+ս}{բ+ս}$, որ $\frac{մ}{բ}$ին հետ պէտք է որ բաղդատի, ասոնց հասարակաց յայտարարը գտնելով,

$$\frac{մ}{բ} = \frac{մ\times(բ+ս)}{բ\times(բ+ս)} = \frac{մ.բ+մ.ս}{բ\times(բ+ս)}$$

$$\frac{մ+ս}{բ+ս} = \frac{(մ+ս).բ}{(բ+ս).բ} = \frac{մ.բ+բ.ս}{(բ+ս)\times բ}$$

Յայտարարները հաւասար ըլլալով բաղդատեմք մ×բ+մ×ս, և մ×բ+բ×ս համարիչները, մ×բ եզրը հասարակ ըլլալով բաղդատելու է մ×ս և բ×ս, կամ պարզապէս մ և բ. Թէ որ բը մեծագոյն ըլլայ մէն, այսինքն թէ որ $\frac{մ}{բ}$ կոտորակը 1էն փոքրագոյն ըլլայ $\frac{մ+ս}{բ+ս}$ երկրորդ կոտորակը ա-

ռաջինէն մեծագոյն կ'ըլլայ, (վասն զի $m \times n = n \times m > m \times n + m \times n$). $\frac{m}{n}$ կոտորակին երկու եղերուն վրայ միեւնոյն թիւը եվելցընելով ինքն ալ կ'եվելնայ. Ընդհակառակն թէ որ n ը m էն փոքր ըլլայ, այսինքն թէ որ $\frac{m}{n}$ կոտորակը 1 էն մեծագոյն ըլլայ, $n \times n$ ը փոքր ըլլալով $m \times n$ էն, $\frac{m+n}{n+n}$ կոտորակը $\frac{m}{n}$ էն փոքր կ'ըլլայ. Հոս $\frac{m}{n}$ ալ կոտորակին երկու եղերուն վրայ միեւնոյն թիւը եվելցընելով կը պակսի զօրութիւնը.

Նոյնպէս կապացուցանի այս նախադասութիւնը որ բաղձման ալ յարաբերութիւն ունի.

ՄԵԾ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ՄԸՆԵՐ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԴԱՐՁԸՆԵԼ

93. « Կոտորակ մը պարզելը՝ փոքր եղերը » ունեցող կոտորակի դարձընել ըսել է ». Ասիկայ 3° սկզբունքէն յայտնի է, որ երկու եղերն ալ միեւնոյն թուով բաժնելու է.

Ինչպէս՝ $^{70}/_{84} = {}^{35}/_{42} = {}^{5}/_{6}$.

$^{70}/_{84}$ ը առաջ 2 ով բաժնեցինք, ետքը $^{35}/_{42}$ն ալ 7 ով.

94. « Երբոր կոտորակի մը եղերը իրարու » համեմատական նախնական ըլլան (տես. Ղ. 88) » նոյն կոտորակին եղերուն հաւասարապատիկը » կ'ըլլայ ամէն հաւասար կոտորակի եղերը ».

Կամ՝ որ նոյն բանն է,

« Երբոր կոտորակ մը անվերածելի է՝ ամեն
» հաւասար կոտորակ՝ անվերածելի կոտորակին
» եզրերուն հաւասարապատիկ եզրեր կ'ունե-
» նայ » ։

Կանոն ։ « Կոտորակ մը պզտիկցնելու հա-
» մար՝ բաժնելու է իր երկու եզրերը անոնց հա-
» սարակաց մեծագոյն բաժանողով , որովհետեւ
» յայտնի է որ անոնց հասարակաց մեծագոյն
» բաժանողով բաժնուած երկու թուոց քանե-
» րորդները իրարու համեմատական նախնական
» են » ։

95 . Թէ որ անվերածելի երկու կոտորակներ իրարու հաւասար ըլլան՝ եզրերնին ալ հաւասար ըլլալու է ։

Ըլլան m/n և p/q երկու կոտորակներ . հոս p/q կոտորակը m/n անվերածելի կոտորակին հաւասար ըլլալով , $p=m\times s$, $q=n\times s$ ըլլալու է (s , ամբողջ սեպելով) ։ Բայց ենթադրութեամբ $s=1$ ըլլայ , արդ՝ p և q հասարակ բաժանող մը ըլլայ նէ 1 էն կը տարբերին , և p/q կոտորակն ալ անվերածելի չըլլար , որն որ ենթադրութեան հակառակ է ։ և s հաւասար ըլլալով 1 ին , $p=m$, $q=n$ կ'ըլլայ ։

Ինչուիցէ կոտորակ մը պզտիկցնելու համար՝ մինչեւ երկու եզրերն ալ անվերածելի որ չըլլան 'ի հարկէ հասարակ բաժանող մը կ'ունենան ։

96 . Ընդհարկութիւն ։ Գտնելու է անանկ երկու թիւեր որ մէկը կոտորակին համարիչին վրայ եվելցնելով՝ ու միւսը յայտարարին վրայ՝ ելածը առջի կոտորակին հաւասար ըլլայ ։

Այս վերոյգրեալ երկու թուոց մէկը իբրեւ համարիչ, միւսը իբրեւ յայտարար առաջարկեալ կոտորակին հաւասար կոտորակ մը ըլլալու է.

Ըլլայ $\frac{Ը}{Բ} = \frac{Ը+ս}{Բ+ն}$ (ս և ն ըլլայ վերոյգրեալ թիւերը).

Եւ $\frac{մ}{բ}$ անվերածելի կոտորակը ըլլայ հաւասար $\frac{Ը}{Բ}$ ին, և հետեւաբար $\frac{Ը+ս}{Բ+ն}$ ին,

Ուրեմն՝ $Ը = մ \times տ$, $Բ = Բ \times տ$

$Ը+ս = մ \times տ'$, $Բ+ն = բ \times տ'$

հանելով $ս = մ(տ-տ')$ $ն = բ(տ-տ')$

ուստի կ'ելնէ $\frac{ս}{ն} = \frac{մ(տ-տ')}{բ(տ-տ')} = \frac{մ}{բ} = \frac{Ը}{Բ}$.

97. Կանոն. « Կոտորակներուն հասարակաց » փոքրագոյն յայտարարը գտնելու համար՝ ա- » ռաջ ամեն մէկը զատ զատ պզտիկցընելու է, » ետքը այն անվերածելի կոտորակներուն յայ- » տարարներուն հասարակաց փոքրագոյն բազմա- » պատիկը գտնելու է (տես. էջ. 80), և նոյն » բազմապատիկը հասարակաց յայտարար դնելու » է ամեն կոտորակներուն յայտարարներուն տե- » ղը (էջ. 89) ».

Ինչպէս՝ $^5/_7$, $^2/_3$, $^7/_{12}$, $^3/_4$, $^1/_2$, $^9/_{10}$ անվերածելի կոտորակներուն հասարակաց յայտարարը գտնեմք, յայտնի է որ առաջարկեալ կոտորակներուն հասարակաց յայտարարը 7, 3, 12, 4, 2, 10 իրական յայտարարներուն հասարակ մէկ բազմա-

պատիկն է. ըսենք որ Դ ըլայ ինչեւիցէ հասա-
բակաց յայտարար մը, որ կոտորակները այս յայ-
տարարին դարձընելով

$^5/_7 = Ա/Դ$, $^2/_3 = Բ/Դ$, $^7/_{12} = Գ/Դ$, $^3/_4 = Ե/Դ$...

Ա/Դ-ը՝ $^5/_7$ անվերածելի կոտորակին հաւասար
ըլլալով՝ Ա և Դ՝ 5 և 7 ին հաւասարապատիկ են.
նոյն խորհրդածութեամբ՝ 3 ին բազմապատիկն է
Դ, նոյնպէս՝ 12, 4, 2, 10 ին բազմապատիկն ալ
է Դ.

Հիմայ այս կոտորակներուն հասարակաց յայ-
տարարը գտնենք.

$$^5/_7,\ ^2/_3,\ ^7/_{12},\ ^3/_4,\ ^1/_2,\ ^9/_{10}$$
$$7,\ 3,\ 2^2\times3,\ 2^2,\ 2,\ 2\times5$$

Բազմապատկելով $2^2\times3\times5\times7=420$, ասիկայ
կ'ըլայ հասարակաց յայտարարը, և ուստի՝ $^{300}/_{420}$,
$^{280}/_{420}$, $^{245}/_{420}$, $^{315}/_{420}$, $^{210}/_{420}$, $^{378}/_{420}$.

1. ՅԱՒԵԼՈՒՄՆ ԿՈՏՈՐԱԿԱՑ

98. Կոտորակներուն հասարակաց յայտարարը
գտնելնէս ետեւ՝ անոնք իրարու վրայ եվելցընե-
լու համար՝ միայն համարիչներուն գումարը գըտ-
նելով նոյն հասարակաց յայտարարը անոնց գու-
մարին յայտարար դնելու է. ինչպէս՝

$$^{300}/_{420}+{}^{380}/_{420}+{}^{245}/_{420}+{}^{315}/_{420}+{}^{210}/_{420}+$$
$$^{378}/_{420}={}^{825}/_{420}=1^{405}/_{420}.$$

Լաւկեց կրնանք մակաբերել որ՝ թէ որ կոտորակ-
ներուն յայտարարները իրարու հաւասար չըլլան՝
անոնք իրարու վրայ չեն կրնար եվելնալ, վասն զի

չի կրնար հասկցուիլ թէ համաեր քանակութիւն-ները և այն կոտորակները որ իրարմէ տարբեր յայտարարներ ունին, զատ զատ դիւրին անհաւասար մասեր ցոյց տալու, ասոր համար է որ հասարակաց յայտարար կը գտնեմք։

Ինչպէս՝ ըլլան կոտորակները $^{37}/_{40}$, $^{25}/_{36}$, $^{11}/_{100}$ իրարու վրայ գումարելիք,

$$\frac{37}{40}+\frac{25}{36}+\frac{11}{100}=\frac{37\times36\times100}{40\times36\times100}+\frac{25\times100\times40}{36\times100\times40}+\frac{11\times36\times40}{100\times40\times36}=\frac{133200+100000+15840}{144000}=$$

$$\frac{249040}{144000}=1\frac{10504}{144000}=1\frac{1313}{1800}.$$

99. « Երբոր կոտորակներուն յայտարարները ամենն ալ իրարու նախնական չեն՝ անոնց հասարակաց փոքրագոյն յայտարարը այսպէս կը գտնուի։ Ա՛ռ աջարկեալ կոտորակներուն ամեն յայտարարներէն փոքրագոյն բաժանական թիւ մը փնտրուելու է, և ծանօթ կոտորակները այս հասարակաց յայտարարին վերածելու համար՝ յաջորդաբար ամեն յայտարարներով բաժնելու է զանիկայ, և ամեն մէկ կոտորակին երկու անդամները համապատասխանող փաներդով բազմապատկելու է »։

Ինչպէս՝ $^{3}/_{8}$, $^{5}/_{6}$, $^{7}/_{10}$, $^{8}/_{12}$ կոտորակներուն հասարակաց փոքրագոյն յայտարարը այսպէս կը գտնուի

$$\begin{array}{r|l} 2 & {}^{3}/_{8}+{}^{5}/_{6}+{}^{7}/_{10}+{}^{8}/_{12} \\ \hline 2 & 4,\ 3,\ 5,\ 6 \\ \hline & 2,\ 3,\ 5,\ 3 \end{array}$$

Ուստի՝ 2×2×2×3×5×3 թուոց արտադրեալ 360 ը, հասարակաց փոքրագոյն յայտարարը։

ՕՐԻՆԱԿՔ

1 ։ *Գտնելու է* $^{1}/_{5}+{}^{3}/_{7}+{}^{4}/_{9}$ *կոտորակներուն գումարը։*

Գործողութիւն, $^{1}/_{5}+{}^{3}/_{7}+{}^{4}/_{9}={}^{63}/_{315}+{}^{135}/_{315}+{}^{10}/_{315}={}^{338}/_{315}=1+{}^{23}/_{315}$։

2 ։ *Գտնելու է* $^{7}/_{8}+{}^{9}/_{16}+{}^{5}/_{12}+{}^{4}/_{9}$ *կոտորակներուն գումարը հասարակաց փոքրագոյն յայտարարը գտնելով։*

Գործողութիւն.

$$\begin{array}{r|l} 2 & {}^{7}/_{8}+{}^{9}/_{16}+{}^{5}/_{12}+{}^{4}/_{9} \\ \hline 2 & 4,\ 8,\ 6,\ 9 \\ \hline 3 & 2,\ 4,\ 3,\ 9 \\ \hline 2 & 2,\ 4,\ 1,\ 3 \\ \hline & 1,\ 2,\ 1,\ 3 \end{array}$$

Ելդ՝ 2×2×3×2×2×3 արտադրեալն է հասարակաց փոքրագոյն յայտարար, որ կ'ունենանք $^{126}/_{144}+{}^{81}/_{144}+{}^{60}/_{144}+{}^{64}/_{144}={}^{331}/_{144}=2{}^{43}/_{144}$։

3 ։ *Գտնելու է* $^{1}/_{5}+{}^{2}/_{7}+{}^{8}/_{13}+{}^{6}/_{19}+{}^{4}/_{13}$ *կոտորակներուն գումարը։*

4 ։ *Գտնելու է* $12\,{}^{3}/_{4}$, $18\,{}^{7}/_{9}$, $6\,{}^{8}/_{14}$ *ամբողջ թիւերուն և կոտորակներուն գումարը։*

5 ։ *Գտնելու է* $38\,{}^{2}/_{5}$, $18\,{}^{7}/_{9}$, $6\,{}^{8}/_{14}$ *ամբողջ թիւերուն և կոտորակներուն գումարը։*

100. « Կոտորակ մը կոտորակէ հանելու
» համար՝ համարիչը համարիչէն հանելու է թէ
» որ յայտարարնին հաւասար է, և մնացորդին
» յայտարար՝ առաջարկեալ կոտորակներուն յայ-
» տարարը տալու է » .

Ինչպէս՝ $^8/_{11}-^3/_{11}=^5/_{11}$.

« Իսկ թէ որ կոտորակներուն յայտարար-
» ները անհաւասար են՝ (տես . Ղ . 98 , 99) , նոյն-
» պէս անոնց հասարակաց յայտարարը գտնելու է » .

Օրինակ՝ առաջարկեալ ըլլայ գտնել $^8/_9$ և $^3/_{11}$ կոտորակներուն տարբերութիւնը , որ կը ցուցնի այսպէս՝ $^8/_{11}-^3/_{11}$, ասոնց հասարակաց յայտարարն է 99 , ուստի $\frac{8\times11}{11\times9}-\frac{3\times9}{11\times9}=\frac{88}{99}-\frac{27}{99}=\frac{61}{99}$ ասիկայ է մնացորդը .

Ուրիշ օրինակ . հանելու է $12\,^1/_5$ էն՝ $7\,^3/_4$ կոտորակը .

Չոս քննելու արժանի բան մը կայ որ փոքր թուոյն կոտորակը մեծ թուոյնէն մեծ է , ուստի մեծ թուոյն ամբողջէն միութիւն մը իր $^1/_5$ կոտորակին վրայ եվելցնելու է , որ $11\,^6/_5$ կ'ըլլայ , և ասկէց հանելու է $7\,^3/_4$ կոտորակը .

Ամբողջները իրարմէ կը հանեմք $11-7=4$, ետքը կոտորակներն ալ զատ իրարմէ կը հանեմք , $^6/_5-^3/_4=^{24}/_{20}-^{15}/_{20}=^9/_{20}$. ուստի՝ $(11+^6/_5)-(7+^3/_4)=4\,^9/_{20}$.

Օրինակք՝

1 ։ Գտանելու է $^{6}/_{7}$ և $^{3}/_{11}$ կոտորակներուն տարբերութիւնը։

2 ։ Հանելու է $16\,^{3}/_{4}$ էն $8\,^{9}/_{10}$ կոտորակը։

3 ։ Հանելու է $^{22}/_{7}$ էն $^{11}/_{8}$ը։

4 ։ Գտանելու է $^{6}/_{11}$ ին և $^{3}/_{10}$ տարբերութիւնը։

5 ։ Գտանելու է $^{6}/_{13}$ ին ու $^{3}/_{5}$ ին։ $^{8}/_{15}$ ին ու $^{7}/_{20}$ ին տարբերութիւնները։

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՒՆ ՑԵՒԵԼՄԱՆ ՈՒ ԲԱԶՄԱՆ ՎՐԱՅ ԽԱՌՆ

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

1 ։ Գիլէ մը գարին մէկ ձին 8 օրը կ'ուտէ, բայց մէկ էշը 6 օրը։ երկուքը մէկէն մէկ օրը քիլէ մը գարիին որչափ մասը կ'ուտեն։

Լուծումն։ Որովհետեւ մէկ ձին մէկ քիլէն 8 օրը որ ուտէ, մէկ օրը պիտի ուտէ քիլէին $^{1}/_{8}$ մասը։ Նոյնպէս մէկ էշն ալ պիտի ուտէ մէկ օրը վեց օրուան կերածին $^{1}/_{6}$ մասը, ուստի երկուքը մէկէն ուտեն նէ՝ $^{1}/_{8} + ^{1}/_{6} = ^{3}/_{24} + ^{4}/_{24} = ^{7}/_{24}$ մասը։

2 ։ Պօղոսը՝ գործ մը 5 օրէն կը լրմնցրնէ, բայց Պետրոսը 8 օրէն։ երկուքը մէկէն բանին նէ՝ մէկ օրը գործոյն որչափ մասը կրնան լրմնցրնել։

Գործողութիւն։ $^1/_5 + ^1/_8 = ^8/_{40} + ^5/_{40} = ^{13}/_{40}$ մասը։

3. Բարսեղը 3 օրը 8 թերթ թուղթ կը գրէ, Գաբրիէլը 4 օրը 10 թերթ թուղթ, երկուքը մէկէն մէկ օրը քանի՞ թերթ թուղթ գրելու են։

Լուծումն։ Բարսեղը 3 օրը 8 թերթ թուղթ գրէ, մէկ օրը պիտի գրէ $^8/_3$ թերթ թուղթ, նոյնպէս Գաբրիէլը 4 օրը 10 թերթ թուղթ գրէ, մէկ օրը պիտի գրէ $^{10}/_4$ թերթ թուղթ, արդ՝ երկուքը մէկէն գրելով $^8/_3 + ^{10}/_4 = ^{32}/_{12} + ^{30}/_{12} = ^{62}/_{12}$ թերթ թուղթ պիտի գրեն մէկ օրը։

4. Մարտիրոսը միջագիւղէն իւսկիւտար 2 ժամու մէջ կ'երթայ, բայց Բարսեղը իւսկիւտարէն Մ'իջագիւղ 1 $^1/_2$ ժամը կուգայ, երկուքը մէկէն մէկ ժամու մէջ որչափ ճամբայ ըրած կ'ըլլան իրարու դիմաց հանդիպելու դաշինքով։

Գործողութիւն։

$$\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = 1\frac{1}{3}.$$

5. Լաւաղան մը 3 ծորակ ունի։ առաջինը 8 ժամէն կը լեցնէ։ երկրորդը 9 ժամէն, և երրորդը 10 ժամէն կը պարպէ։ երեքը մէկէն բացուին նէ՝ մէկ ժամու մէջ աւազանին որչափ մասը կը լեցուի։

Գործողութիւն.

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}=\frac{90+80-72}{720}=\frac{170-72}{720}=\frac{98}{720}$$

մասը.

3. ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

101. Ինչ եւ իցէ թիւ մը կոտորակով բազմապատկելու համար՝ ամբողջով կոտորակին համարիչը բազմապատկելու է յայտարարը նոյն պահելով (տես. սկզ. 1°), կամ թէ որ կոտորակին յայտարարը ամբողջով կը բաժնուի նէ՝ յայտարարին վրայ գործողութիւն ընելու է (տես. սկզ. 2°).

Կոտորակներուն բազմապատկութեան մէջ երեք դիպուած կը պատահի.

1°. Ամբողջով կոտորակ մը բազմապատկել.

2°. Կոտորակով ամբողջ մը բազմապատկել.

3°. Կոտորակ մը կոտորակով բազմապատկել.

Ամբողջով կոտորակի բազմապատկութիւն.

«Ամբողջ կոտորակին համարիչը ամբողջով բազմապատկելու է, եւ կոտորակին յայտարարը արտադրեալին ալ յայտարար դնելու է».

Օրինակ՝ $^2/_7\times6=\frac{3\times6}{7}=^{18}/_7$, ինչպէս որ յաւելմամբ ալ այսպէս կը գտնուի, $^3/_7+^3/_7+^3/_7+^3/_7+^3/_7+^3/_7=^{18}/_7$.

Բազմապատկութեան այս 1° դիպուածը հաստատութեամբ ալ կ'ըլլայ, թէ որ կոտորակին

յայտարարը ամբողջով կը բաժանի նէ՝ բաժնելու է, քաներորդը՝ յայտարար, և կոտորակին համարիչն ալ՝ համարիչ դնելու է.

Օրինակ՝ $^5/_6 \times 2 = ^5/_{6:2} = ^5/_3$.

Կոտորակով ամբողջի բազմապատկումն:

« Ասիկայ կ'ըլլայ համարիչով ամբողջը բազմա-
» պատկելով, և կոտորակին յայտարարը արտադ-
» րեալին յայտարար դնելու է ».

Օրինակ՝ $6 \times ^3/_7 = ^{18}/_7$.

Կոտորակով կոտորակի բազմապատկումն:

« Ասիկայ կ'ըլլայ՝ համարիչը համարիչով, յայ-
» տարարը յայտարարով բազմապատկելով ».

Օրինակ՝ $^7/_8 \times ^3/_5 = \frac{3 \times 7}{8 \times 5} = ^{21}/_{40}$.

Կոտորակաւոր ընդոց բազմապատկումն:

« Ասիկայ ընելու համար՝ առաջ այն կոտորա-
» կաւոր թիւերը ճեկ կոտորակի վերածելու է, և 3°
» դէպոռաձին համեմատ՝ համարիչը համարիչով,
» յայտարարը՝ յայտարարով բազմապատկելու
» է ».

Օրինակ՝ $3\,^4/_9 = ^{31}/_9$, $5\,^2/_5 = ^{27}/_5$, և $^{31}/_9 \times ^{27}/_5 = ^{837}/_{45}$.

Երկու կոտորակաւոր թուոց արտադրեալը չի փոխուիր արտադրողներուն կարգը փոխելով.

« Երբոր բազմապատկութեան մը արտադ-
» րողներուն մէկը կոտորակաւոր թիւ ըլլայ, միւսն ալ
» ամբողջ՝ առաջ կոտորակաւոր թուոյն ամբողջը ամ-
» բողջով բազմապատկելու է, և ետքը կոտորա-
» կով ».

Օրինակ $3\,{}^{4}/_{7}\times5=15\,{}^{20}/_{7}=17\,{}^{6}/_{7}$ ։

« Մէկ քանի կոտորակներուն արտադրեալը » գտնելու համար բազմապատկելու է համարիչ- » ները համարիչներով, և յատարարները յայ- » տարարներով » ։

103. Որչափ կոտորակաւոր թիւ կամ կոտորակ ըլլայ նէ ըլլայ, անոնց արտադրեալը չի փոխվիր արտադրողներուն կարգը փոխելով ։

Օրինակ՝

1°. Գտնելու է $\frac{6}{11}$ և $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{17}$ և $\frac{4}{9}$ կոտորակներուն արտադրեալը ։

Գործողութիւն ։ $\frac{6}{11}\times\frac{3}{5}=\frac{18}{55}$ ։ $\frac{8}{17}\times\frac{4}{9}=\frac{32}{153}$

2°. Բանի մը հօխան 6 ղուռուշ ըլլալով $\frac{7}{18}$ հօխան քանի՞ ղուռուշ կ'ընէ ։

Գործողութիւն ։ $\frac{7}{18}\times6=\frac{42}{18}=2\frac{6}{18}=2\frac{1}{3}$ ։

3°. Ձայնի հօխան 366 ղուռուշ ըլլայ նէ՝ $\frac{8}{20}$ հօխան քանի՞ ղուռուշ կ'ընէ ։

Գործողութիւն ։ $366\times\frac{8}{20}=\frac{2928}{20}=146\frac{8}{20}$ ։

4°. Մարդ մը 742 ղուռուշուն ենալով՝ ասոր $\frac{7}{9}$ մասը ողորմութիւն տուաւ ։ քանի՞ ղուռուշ էր տուածը ։

Գործողութիւն ։ $742\times\frac{7}{9}=\frac{5194}{9}=577\frac{1}{9}$ ։

5°. Բազմապատկելու է $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{13}$ կոտորակները ։

Գործողութիւն ։ $\frac{1}{5}\times\frac{7}{8}\times\frac{6}{11}\times\frac{3}{7}\times\frac{4}{13}=\frac{504}{40040}$ ։

103. *Կոտորակ մը ինչ եւ իցէ ամբողջ թըւով բաժնելու համար՝ ամբողջով յայտարարը բազմապատկելու է համարիչը նոյն պահելով, և կամ համարիչը բաժնելու է յայտարարը նոյն պահելով։*

Կոտորակներուն բաժանմանը մէջ երեք դիպուած կայ։

1°. Ամբողջով կոտորակի բաժանումն։

«Ասի՝ այս կ'ըլլայ բազմապատկելով յայտարարը նոյն ամբողջով, և համարիչն նոյն պահելու է, կամ թէ որ համարիչը կը բաժանիս՝ անոր վրայ ընելու է։ Գործողութիւնը յայտարարը նոյն պահելով»։

Օրինակ՝ ըլլայ $^7/_8$ բաժանուելիք կոտորակ մը 5 ով։

Հոս $^7/_8$ բաժանելին 5 բաժանողով բազմապատկուած քանորդին հաւասար ըլլալով, անկէց 5 անգամ մեծ է, և հետեւաբար քանորդը $^7/_8$ բաժանելիէն 5 անգամ փոքր թիւ մը ըլլալով (սկզ. 2°) ին համեմատ կը գտնուի՝ բազմապատկելով միայն $^7/_8$ ին յայտարարը 5 ով, որ կ'ելլէ $\frac{7}{8\times5}=\frac{7}{40}$։

Ուրիշ օրինակ՝ $^8/_9:4=^2/_9$, որ այս քանորդը $^8/_9$ էն 4 անգամ փոքր է։

2°. Կոտորակով ամբողջի բաժանումն։

« Ասիկայ կ'ըլայ բաղմապատկելով ամբողջը » յայտարարով, և արտադրեալը համարիչով » բաժնելով ».

Օրինակ՝ ըլլայ 14 բաժնուելիք ամբողջ մը $^8/_9$ ով։

Հոս $^8/_9$ ով բաղմապատկուած քաներորդը 14 ըլլալու է, կամ թէ այսպէս ըսեմք. քաներորդին $^8/_9$ ները կը հաւասարին 14 ի, ուստի քաներորդին $^1/_9$ ը հաւասար է 14 ին 8 երորդ մասին կամ $^{14}/_8$ ի, և քաներորդին $^9/_9$ ները կը հաւասարին $\frac{14\times9}{8}$ ի։

Այսպէս կը ցուցվի $14:^8/_9$ $14\times^9/_8$ ։

3°. Կոտորակով կոտորակի բաժանումն։

Ասիկայ կ'ըլայ՝ « բաղմապատկելով բաժանե» լի կոտորակը խոտոր դարձուած բաժանող կո» տորակով » ։

Օրինակ՝ ըլլայ $^5/_7$ կոտորակ մը բաժնուելիք $^3/_4$ ով։

Հոս $^3/_4$ ով քաներորդին արտադրեալը հաւա» սար ըլլալու է $^5/_7$ բաժանելիին, կամ թէ այսպէս ըսեմք, քաներորդին $^3/_4$ ները $^5/_7$ ի կը հաւասա» րին, ուստի ասոր $^1/_4$ ը $^5/_7$ էն 3 անգամ փոքրի կը հաւասարի, կամ $\frac{5}{7\times3}$ ի, ուստի ինքնին քա» ներորդը 4 անգամ իր քառորդին հաւասար է $\frac{5}{7\times3}\times4=\frac{5\times4}{7\times3}$, որ այսպէս ցրցուներլու է

$$^5/_7:^3/_4=^5/_7\times^4/_3=^{20}/_{21}\ .$$

Ծանօթութիւն. Հասարակ կոտորակով ինչեւ իցէ թուոյ մը բաժանման քաներորդը միշտ բաժանելիէն մեծ կ'ըլլայ. ըսել է որ 1 էն փոքր կոտորակով մը քաներորդին արտադրեալը ըլլալով բաժանելին՝ այս քաներորդէն փոքր է, ուստի փոխադարձաբար քաներորդը բաժանելիէն մեծ է.

« Երբոր բաժանման անդամներուն մէկը » կամ երկուքն ալ կոտորակաւոր թիւեր ըլլան՝ » ամբողջնին կոտորակներուն խառնելով 3° դիպ- » ուածին համեմատ բաժանումը ընելու է ».

Ինչպէս՝ $3^4/_7 : 2^3/_6 = {}^{25}/_7 : {}^{15}/_6 = {}^{25}/_7 \times {}^6/_{15} = {}^{150}/_{105}$.

ՕՐԻՆԱԿ

1°. Բանի մը $^7/_8$ հօխան 26 ղուռուշ ըլլայ նէ՝ մէկ հօխան քանի՞ ղուռուշ է.

Պատասխան. $26 : {}^7/_8 = 26 \times {}^8/_7 = {}^{208}/_7 = 29^5/_7$ ղուռուշ.

2°. 8 մարդու $^7/_{11}$ ղուռուշը բաժնելով ամեն մէկուն քանակա՞ն ղուռուշ կ'ինայ.

Պատասխան. $^7/_{11} : 8 = \frac{7}{11 \times 8} = {}^7/_{88}$ ական ղուռուշ.

3°. Բանի մը $^4/_7$ հօխան $^6/_{10}$ ղուռուշ ըլլայ նէ՝ 1 հօխան քանի՞ ղուռուշ կ'ըլլայ.

Պատասխան. $^6/_{10} : {}^4/_7 = {}^6/_{10} \times {}^7/_4 = {}^{42}/_{40}$.

4°. Դանելու է $5\,^4/_9$ ին՝ $4^7/_8$ ով քաներորդը

5°. Դանելու է 8 ին՝ $3\,^5/_8$ ով քաներորդը

6°. Դանելու է 10 ին՝ $4\,^7/_{11}$ ով քաներորդը

7°. Գանելու է 20 ին՝ $3^{9}/_{13}$ ով քանելորդը
8°. Գանելու է $6^{2}/_{7}$ ին $4^{6}/_{17}$ ով քանելորդը
9°. Գանելու է $43^{4}/_{5}$ ին $6^{7}/_{10}$ ով քանելորդը
10°. Գանելու է $16^{5}/_{9}$ ին 6 ով քանելորդը

ԿՈՏՈՐԵՄՆԵՐՈՒՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԵՒՆՆԵՐ

Վ. ԲԱՅՈՒՔ ԽԸՄԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

12. Պետրոսը Ընդրիանուպոլէն դէպ 'ի Կոստանդնուպոլիս 8 օրէն կուգայ, և Մարկոսը Կոստանդնուպոլիսէն դէպ 'ի Ընդրիանուպոլիս 6 օրէն կ'երթայ, երկուքն ալ իրենց տեղերնուն միեւնոյն ժամանակի մէջ ճամբայ ելլելով քանի՞ օրէն իրար կը հանդիպին.

Լուծումն. Որովհետեւ Պետրոսին բնելիք ճամբան 8 օր կը տեւէ նէ՝ մէկ օրուան մէջ պիտի շարունակէ ճամբուն $^{1}/_{8}$ մասը. նոյնպէս Մարկոսին ալ բնելիք ճամբան 6 օրէն կը լրմնայ նէ՝ 1 օրուան մէջ ճամբուն $^{1}/_{6}$ մասը պիտի բնէ, և երկուքը մէկէն մէկ օրը պիտի շարունակեն ճամբուն $^{1}/_{8}+^{1}/_{6}$ մասը, որ կընէ $^{3}/_{24}+^{4}/_{24}=^{7}/_{24}$ մասը.

Ընդ մէկ օրը որ ճամբուն $^{7}/_{24}$ մասը երկուքը մէկէն քալելով իրար հանդիպին նէ՝ ամբողջ ճամբան քանի՞ օրէն կրնան հատցընել, որ ան ատենը $^{7}/_{24}$ ով 1 ամբողջը կը բաժնեմք. $1:^{7}/_{24}=1\times^{24}/_{7}=^{24}/_{7}=3^{3}/_{7}$ օրէն իրար կը հանդիպին.

13. 8 Մարդ լիարէ մը գինին 6 օրէն կը լըմցընեն, երբոր 10 կին ըլլայ նէ՝ 9 օրէն կը լըմն-

ցընեն. միայն մարդ մը և կին մը խմեն՝ քանի՞ օրէն կրնան լմնցընել.

Լուծումն. Առաջ՝ մէկ մարդուն և կնոջը քանական օրէն խմելին պիտի գտնեմք բազմապատկելով 8 ը՝ 6 ով, և 10 ը՝ 9 ով. որ մէկ մարդը 48 օրէն կը լմնցընէ նէ՝ և մէկ կին մը 90 օրէն, ուստի մէկ մարդը մէկ օրը 48 երրորդ մասը պիտի խմէ. և մէկ կինը 90 երրորդ մասը՝ արդ՝ երկուքը մէկէն մէկ օրը պիտի խմեն $^1/_{48}+^1/_{90}=^{30}/_{720}+^{16}/_{720}=^{46}/_{720}$, և ամբողջ լիտրէն քանի՞ օրէն հատցընելնին գտնելու համար $^{46}/_{720}$ ով բաժնելու ենք 1 ամբողջը, որ կ'ընէ

$1:^{46}/_{720}=1\times^{720}/_{46}=^{720}/_{46}=15^{30}/_{46}$ օրէն.

14. Զորս քարէ շինուած արձաններէ ջուր կը վազէ աւազանի մը մէջ, առաջն արձանէն վազածը 8 ժամու մէջ կը լեցընէ, երկրորդէն վազածը 9 ժամէն, երրորդէն վազածը 7 ժամէն, և չորրորդէն վազածը 10 ժամէն, ասոնց չորսն ալ մէկէն վազել սկսին նէ՝ քանի՞ ժամէն կրնայ լենալ աւազանը:

Այս ալ վերոյգրեալ խնդրոց լուծման պէս է.

$$2\ \Big|\ \frac{^1/_8+^1/_9+^1/_7+^1/_{10}}{4\ ,\ 9\ ,\ 7\ ,\ 5}=\frac{315+280+360+252}{2520}=$$

$^{1207}/_{2520}$ մասը մէկ ժամու մէջ, և ամբողջ աւազանը լենալու համար՝

$1:^{1207}/_{2520}=^{2520}/_{1207}=2^{106}/_{1207}$ ժամէն:

15. Այնուհետև մը 4 աղքատի ողորմութիւն պիտի տայ այս կերպով, առաջին աղքատին պիտի տայ ունեցածին $^1/_6$ը. երկրորդին պիտի տայ

մնացածին $^1/_7$ ը, երրորդին՝ մնացածին $^1/_8$ ը, և չորրորդին ալ պիտի տայ մնացած 1050 ղուռուշը, կ'ուզուի հասկնալ թէ քանի՞ ղուռուշ ունէր աղնուականը, և ամեն մէկուն քանակա՞ն ղուռուշ տուաւ.

Լուծումն։ Ա. առաջին աղքատին առածն է դրուելիք ստակին $^1/_5$ ը, և այն ստակն ալ անծանօթ ըլլալով, ամբողջ միութեան մը հաւասար սեպենք, ուստի առաջինէն մնացած կ'ըլլայ $1-^1/_6=^5/_6$. ասոր $^1/_7$ ը դանելու համար բաղմապատկութեան կանոնով արտադրեալը առնելու է, որ է $^5/_6\times^1/_7=^5/_{42}$ որ կ'ըլլայ երկրորդին առածը. արդ՝ $^1/_6+^5/_{42}=^{12}/_{42}$ ը նորէն ամբողջէն հանելով $1-^{12}/_{42}=^{30}/_{42}$. ասոր ալ $^1/_8$ ը կը դանենք՝ ինչպէս $^{30}/_{42}\times^1/_8=^{30}/_{336}$, այս ալ կ'ըլլայ երրորդին առածը. հիմայ այս երեքին մէկէն առածը նորէն ամբողջէն հանելով՝

$1-^{126}/_{336}=^{210}/_{336}$ ը՝ չորրորդին 1050 ղուռուշ առած մասին հաւասար կ'ըլլայ մարդուն ունեցածին.

Ուստի՝ $1050:^{210}/_{336}=1680$ ղուռուշ է եղեր ունեցածը

Ա.ին առածն է $1680\times\ ^1/_6=280$ ղուռուշ
Բ.ին „ $(1680-280)\ ^1/_7=200$ „
Գ.ին „ $(1680-280-200)\ ^1/_8=150$ „
Դ.ին „ „ „ 1050 „
Ուստի 1680 ղուռուշ է.

16. Ճանապարհորդ մը միտքը դրաւ որ այս ինչ տեղը երթայ, ուստի առաջին օրը գնայ

ճամբուն $^1/_9$ը, երկրորդ օրը՝ մնացածին $^1/_8$ը, և երրորդ օրը՝ մնացածին $^1/_7$ը, չորրորդ օրը՝ մնացածին $^1/_6$ը, և հինգերորդ օրը՝ առաջուան դացածներուն $^5/_3$ը, կ'ուզեմք հասկնալ որ միտքը դրած ճանապարհորդութիւնը կատարած է մի։

Պատասխան։ Ճանապարհորդութիւնը կատարելէն ետքը $^{355}/_{2268}$ մաս ալ աւելի դացեր է։

17. Հայր մը իր երեք տղոցը պարգև բաժնեց այս կերպով, առաջինին տուաւ ունեցածին $^1/_7$ը, երկրորդին՝ առաջին տղուն առածին $^2/_5$ը, և երրորդին ալ տուաւ 56 ղուռուշ, կ'ուզեմք հասկընալ որ մարդուն ունեցածը քանի՞ ղուռուշէր, և ամեն մէկուն քանակա՞ն ղուռուշ է ինկեր։

Պատասխան։ Մարդուն ունեցածն է 70 ղուռուշ, առաջին տղուն առածն է 10 ղուռուշ. ասոր ալ $^2/_5$ը կ'ընէ՝ $^{20}/_5=4$ ղուռուշ. ուստի՝ $70-10+4=56$ ղուռուշ։

18. Աւազան մը ունի երեք ծորակ, առաջինը բանալով կը լեցընէ 8 ժամու մէջ, երկրորդը՝ 5 ժամու մէջ, և երրորդ ծորակը աւազանին տակէն է, որ 10 ժամու մէջ կը պարպէ, թէ որ երեքը մէկէն բանալու ըլլանք, քանի՞ ժամէն կը լենայ աւազանը։

Լուծումն։ Հոս աւազաններուն երկուքը լեցընող են. մէկը՝ պարպող. լեցընող ծորակները 1 ժամու մէջ պիտի լեցընեն աւազանին $^1/_8+^1/_5=$ $^{13}/_{40}$ մասը, և միւսն ալ 10 ժամէն կը պարպէ. ուստի մէկ ժամու մէջ պիտի պարպէ $^1/_{10}$ մասը.

և $^{13}/_{40}-^{1}/_{10}=^{9}/_{40}$ մասը կը լենայ մէկ ժամու մէջ պարպող ծորակն ալ բանալով. արդ՝ ամբողջ աւազանը լենալու համար՝ պէտք է $1:^{9}/_{40}=^{40}/_{9}=4\,^{4}/_{9}$ ժամ.

18. Մարդ մը 4 աղքատաց ողորմութիւն պիտի տայ. առաջինը պիտի առնէ $^{1}/_{6}$. երկրորդը պիտի առնէ առաջինին տուածին $^{1}/_{3}$ը. երրորդը՝ երկրորդին $^{3}/_{7}$ը, և չորրորդն ալ մնացած 285 ղուռուշը, մարդը քանի՞ ղուռուշ ունէր.

Լուծումն.

$^{1}/_{6}$ առաջինին տուածն է

$^{1}/_{6}\times{}^{1}/_{3}={}^{1}/_{18}$ երկրորդին տուածն է

$^{1}/_{18}\times{}^{3}/_{7}={}^{3}/_{126}$ երրորդին տուածն է

Արդ՝ $^{1}/_{6}+{}^{1}/_{18}+{}^{3}/_{126}={}^{31}/_{126}$

Իսկ $1-{}^{31}/_{126}={}^{95}/_{126}$ ըլլալով՝

$285:{}^{95}/_{126}=378$ ղուռուշ ունի.

20. Պարոն մը խնձորի մը մէջ ուրախութիւն ընելէն վերջը ծառայներուն պարգև բաժնեց քսակին մէջ ունեցածը. և առաջին ծառային տուաւ ունեցածին $^{1}/_{8}$ը. երկրորդին տուաւ առաջինին տուածին $^{3}/_{5}$ը. և երրորդ ծառային՝ ալ մնացած 640 ղուռուշը. քանի՞ ղուռուշ էր պարոնին տուածը.

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԳԻՏԵԼԻՔ

104. Գիտենք որ արտադրողներուն կարգը փոխելով արտադրեալին զօրութիւնը չի փոխվիր. նոյնպէս կոտորակներուն և կոտորակաւոր թուոց

մէջ ալ ամբողջ թուոց պէս մտածելով՝ այս ըն-
կզբանս հետեւուելիները անոնց վրայ ալ գոր-
ծածական են։

1°. « Քանի մը արտադրողներէ շինուած ար-
» տադրեալով մը թիւ մը բազմապատկելը ա-
» նոր արտադրողներուն բազմապատկուելեամբը
» կ'ըլլայ »։

2°. « Արտադրեալի մը արտադրողները քանի
» մը թիւերով բազմապատկելով կամ բաժանելով
» արտադրեալն ալ անոնց արտադրեալովը կը
» բազմապատկի կամ կը բաժանի »։

3°. « Երբոր բաժանելին բազմապատկենք կամ
» բաժանենք մէկ թուով մը՝ քաներորդն ալ նոյն
» թուով կը բազմապատկի, կամ կը բաժանի »։

4°. Ինչպիսի թուով մը բաժանողը բազմա-
պատկի կամ բաժանի՝ նոյն թուով քաներորդն ալ կը բազմապատկի կամ կը բաժանի »։

5°. « Բաժանման մը երկու եզրերը միեւ-
» նոյն թուով բազմապատկի կամ բաժանի քա-
» ներորդը չի փոխուիր (Ն. 46, 47, 48).

105. Որոշեցէք մէկ ինչպիսի Ա թիւ մը $^1/_{12}$ի մեծաւոր. հոս՝ 12 երորդին Ա.ին մէջ պարունակեալ հասարակաց մեծագոյն թիւը գտնենք։

Ընենք որ ըլլայ փնտռուած 12երորդ թիւը x. արդ՝ $\frac{x}{12}$ը պէտք է որ պարունակի Ա.ին մէջ, և $\frac{x+1}{12}$ն ալ Ա.էն մեծ ըլլայ

Որ կը ցուցվի $\frac{\text{ի}}{12} < \text{Ը} < \frac{\text{ի}+1}{12}$ 1

Բազմապատկելով 12 ով այս թիւերը՝

կ'ելնէ $\text{ի} < \text{Ը} \times 12 < \text{ի}+1$

ի՝ իր սահմանումը ամբողջ թիւ մին է, ասիկայ է Ը×12 ին մէջ պարունակուած հասարակաց մեծագոյն ամբողջ թիւը. որովհետեւ ի+1 հետեւեալ ամբողջ թիւը այս արտադրեալին մեծագոյն է. ուստի Ը×12 ին մէջ պարունակուած հասարակաց մեծագոյն ամբողջ թիւը փնտռելու է, որուն կ'ըսվի՝ Ը×12 ին դուրեան չափ ընդհանուր չորրորդ. այս գտնուած ի զորրորդ թիւնը բաժնելու է 12 ով, որ է $\frac{\text{ի}}{12}$, ասիկայ է փնտռուածը։

Կանոն։ « Ինչեւիցէ Ը թիւը $\frac{1}{\text{ն}}$ ի չափ պակաս, » որոշելու համար բազմապատկելու է դրեանուրուն » ին ցրցուցնող կոտորակին ն յայտարարովը Ը » թիւը, և Ը×ն արտադրեալին մէջ պարունակ- » ուած հասարակաց մեծագոյն բաժանող ամ- » բողջ թիւ մը փնտրուելու է »։

Ըսենք որ ելլայ ա այս ամբողջ թիւը, բաժնելով $\frac{\text{ա}}{\text{ն}}$, որ քանելորդն է՝ Ը ին $\frac{1}{\text{ն}}$ ի չափ դրեանուր չորրորդնը։

Ընդացուցանենք այս կոտորակը.

Ելլայ ենթադրուած $\text{ա} < \text{Ը} \times \text{ն} < \text{ա}+1$

ն ով այս թիւերը բաժնելով

$$\frac{ա}{ն} < Ա < \frac{ա+1}{ա+ն}$$

կը մակաբերի որ ա/ն ը Ա ին մէջ պարունակուած ն երրորդ թուոյն հասարակաց մեծագոյն թիւն է, վասն զի այս Ա էն մեծագոյն է։

Գործողութիւնիս մնաց միայն կոտորակաւոր թուոց վրայօք։

Յորվեցանք ամբողջ մը կոտորակի ձեւ խօթելու կերպը, ինչպէս 4 ամբողջին յայտարար 12 տալով կոտորակի ձեւ խօթելու համար պէտք է $4 = \frac{4 \times 12}{12} = \frac{48}{12}$ ըլլայ։

Այս պարզապէս գործածուած եղանակն է, որն որ առաջուց ըսած էինք։

Նաեւ $^{367}/_{423}$ կոտորակը $^{1}/_{12}$ ի ընդ դրոյցուրեան վերածելու համար 12 ով բազմապատկելու է $^{367}/_{423}$ը, որ կ'ելնէ $\frac{367 \times 12}{423}$, և ասոր ամբողջները գտնելու համար 423 ով բաժնենք, ան ատենը 367×12 արտադրեալը ամբողջ 10 քանի երրորդ կը հանէ, և կ'ըսենք որ $^{367}/_{423}$ ին մէջ պարունակուած 12 երորդներուն մեծագոյն թիւն է $^{10}/_{21}$ը։ ասիկայ է $^{1}/_{12}$ դրոյցուր կոտորակին զօրութիւնը,

$$10 < \frac{367 \times 12}{423} < 11$$

Եւ հետեւաբար $\frac{10}{12} < \frac{367}{423} < \frac{11}{22}$։

ԳԼՈՒԽ Է.

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿ

106. Թէ որ միաւթիւն մը տասն հաւասար մասերու բաժնուի, ամեն մէկ մաս՝ միաւթեան մէկ տասներորդն է. և թէ որ հարիւր հաւասար մասերու բաժնուի, նոյնպէս՝ ամեն մէկ մաս՝ միաւթեան մէկ հարիւրորդն է. Ընդ ինչևիւ է միաւթեան մը 10, 100, 1000... Լեռայն մասերու բաժնուած միաւթեան մէկ կամ մէկէն աւելի մասեր ցոյց տուող կոտորակին կ'ըսվի դասնորդական.

Ասկէց կը մակաբերի թէ միաւթիւն մը տասսրն հաւասար մասերու բաժնուի, ամեն մէկ մասը միաւթեան մէկ տասներորդը կ'ըլլայ. և ամեն մէկ տասներորդ նորէն տասն մասերու աղ բաժնուի, ամեն մէկ միաւթեան մէկ հարիւրերորդը կ'ըլլայ. ասանկ յաջորդաբար միաւթիւն մը քանի անգամ տասնի բաժնուած է նէ՝ որ է ասիկայ յայտարար, ասոր համարիչը այնչափ երորդի բաժնուած միաւթիւն մը կը մնածվի. որ տասնորդական մասերը յայտարարներուն աճեցական կարգին համեմատ տասնաւորներուն, հարիւրաւորներուն և հազարաւորներուն հետ կը բաղդատի. որոնք յաջորդաբար տասնէ տասն անգամ իրարմէ փոքր են.

Ըսել է որ ամբողջէն մէկ հատ մը զատուա-

ծը. իր միութեան տասներորդն է, ուստի շաբաթունակ քանի հատ որ զատվի ասոնց միութեան մասերն ալ կաճին. այսինքն հարիւրերորդ, հազարերորդ ... եւ այլն միութիւններ կ'ունենան.

107. Տասնորդական մը գրելու և կարդալու համար առաջ ամբողջ կայ նէ գրելու է, քովէն ստորակէտ մը դնելով և տասնորդականն ալ ստորակէտին աջ կողմը. թէ որ ամբողջ չի կայ նէ՝ տեղը զրօ մը դնելով ու ստորակէտով զատելու է. ասանկով առաջ ամբողջը կարդալու է, ու ետքը տասնորդականը. որ քանի թուանշանով զատուած է նէ՝ այնչափ զրօով 1 մը յայտարար կուտացվի. ինչպէս՝ դառ և հինգ ամբողջ, երեք դասնորդ, երկու հարիւրերորդ, չորս դասն հազարերորդ. այսպէս կը գրվի, 25,3204.

Չոս՝ տասնորդականին մէջ որովհետեւ հազարերորդի թուանշան չի կայ, տեղը զրօ մը դրուեցաւ.

Օրուցուած տասնորդական մին ալ գրելու համար՝ նայելու ենք որ անոնց յայտարարը քանի զրօով էն է՝ համարիչին ալ այնչափ թուանշան ըլլայ. թէ որ յայտարարին ցոյց տուած միութեանցը չափ համարիչին մէջ չի պարունակի նէ՝ ձախ կողմը զրօներ դնելով հաւասարցնելու է. ինչպէս՝ $^{28}/_{1000}$ կոտորակը տասնորդականի կերպով այսպէս կը գրուի. ամբողջին տեղը զրօ մը դնելով ստորակէտով զատելու է. և որովհետեւ յայտարարին ցուցուցած զրօներուն չափ համարիչին մէջ չի կայ, ուստի ձախ կողմը 0 մին

ալ դնելով, կ'ունենանք այս տասնորդականը 0,028 որ կը կարդացվի քսան և ութն հազարերորդ, որ ձախ կողմը զրօ չի գրուած կը կարդացուէր քսան և ութն հարիւրերորդ։

Տասնորդականէն ամբողջը զատող զրօյին տեղը միայն գիծակիս մը ալ կը դրուի տասնորդականին ձախ կողմը առանց զրօ դնելու։

Ստորակէտին աջ կողմը տասնորդական գրուած թուանշանին առաջին թուոյն միութիւնը 10 անգամ պզտիկցած է, երկրորդը՝ 100, և երրորդը՝ 1000 եւայլն։

Օրինակի համար ըսենք որ 3,3 թիւ մը կայ, ասիկայ ըսել է 3 ամբողջ և $^3/_{10}$. նոյնպէս՝ 42,05, այս ալ ըսել է 42 ամբողջ՝ և $^5/_{100}$. ուստի զատ զատ գրելով տասնորդականները,

$$0,403 \quad {}^4/_{10}+{}^3/_{1000}={}^{403}/_{1000}.$$

103. Տասնորդական կոտորակներուն աջէն դէպ 'ի ձախը երթալը իրենց յայտարարներուն միութիւնը 10 ական անգամ մեծցնել է, ուստի այս համարիչը՝ իբրեւ իրենց բաղադրեալ նշանակութեամբը զատ զատ ալ կրնանք կարդալ, ամենէն մեծ յայտարարովնին ալ. երկուքն ալ մէկ բան ըսել է. ինչպէս՝ $^5/_{10}+{}^4/_{100}+{}^3/_{1000}$ կամ $^{343}/_{1000}$= 0,343. և երբեմն ամբողջն ու տասնորդականը իրար հաւասար կը կարդացուի, որ միւնոյն բանը ըսել է. թէ որ ամբողջն ու յայտարարը մէկ տեղ կարդալով տասնորդականին յայտարարը անփոփոխ պահուի։

Ինչպէս որ ամբողջական թիւերը յաջորդաբար

և բացարձակ նշանակութիւններ ունին, տասնորդականներուն վրայ ալ նոյնը մտածելու է։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆՆԵՐՈՒՆ ՄԻՆԿ ԲԱՆԻ ՑԱՏԿՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

109. 1°. *Տասնորդական կոտորակներուն ձախ կողմը ու ստորակէտին աջ կողմը քանի զրօ դնես կամ վերցընես՝ զօրութիւնն ալ այնչափ կը պակսի կամ կ'եւելնայ.*

Որովհետեւ այն թուանշաններուն ձախ կողմը զրօներ դրուելովը՝ անոր զօրութիւնը չեւեցներ. միայն իր յայտարարը այնչափ մեծցած կ'ըլլայ. (այս հասարակ կոտորակներուն յատկութիւններէն գիտեմք), որով տասնորդական կոտորակին զօրութիւնն ալ կը պակսի. ընդ հակառակն՝ թէ որ ձախ կողմէն զրօները վերցրուի՝ յայտարարէն ալ այնչափ զրօ պակսած կը մտածվի, որով կոտորակին զօրութիւնն ալ կ'եւելնայ (տես, յատկ. կոտորակաց), ինչպէս՝ 24,3858 = $24+{}^{3858}/_{10000}$, և 24,003858 = $24+{}^{003858}/_{1000000}$. Նոյնպէս՝ 36,00024 = $36+{}^{00024}/_{100000}$. և 36,24 = $36+{}^{24}/_{100}$.

2°. *Տասնորդական կոտորակի մը աջ կողմը քանի զրօ դնես կամ վերցընես՝ տասնորդականին զօրութինը չի փոխուիր.*

Որովհետեւ համարիչին առջեւն դրուած զրօներուն չափ յայտարարին առջեւն ալ այնչափ կը

մնածվին. որով համարիչն ու յայտարարը մի եւ նոյն թուով բազմապատկուած կ'ըլլան. նոյնպէս. հասկընալու է վերցրուած զրոներուն համար ալ. ինչպէս՝

0,3754=0,3754000, կամ 0,64500=0,645.

3°. Հաւասարաչափ թուանշաններով գրուած երկու տասնորդականներուն յայտարարնին մէկ է, ուստի անհաւասարներն ալ մի եւ նոյն յայտարարի վերածելու համար՝ բաւական է տասնորդականներուն թուանշաններուն համրանքը հաւասարցընելու աջ կողմերնին զրոներ դրնելով. ինչպէս՝

0,765 և 0,2758 տասնորդականներուն յայտարարները հաւասարցընելով 0,7650 և 0,3858. որ երկուքին ալ յայտարարը 10000 է.

4°. Երկու տասնորդական կոտորակ իրարու հետ բաղդատելու համար՝ թէ ո՞րը մեծ է, բաւական է միայն սորակէտին աջ կողմը եղած թուանշաններուն ո՞րը որկէց մեծ ըլլալը դիտել, սանկով կրնանք հասկնալ,

Օրինակ՝

0,4<0,51...

0,7>0,5421...

0,004>0,000785

0,09<0,1

0,687>0,68394

ՅԵՒԼՈՒՄՆ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԱՑ

110. *Կանոն.* « Տասնորդական կոտորակները գումարելու համար՝ ամբողջ թուոց պէս մէկզմէկու տակ գրելու է, անանկ որ միեւնոյն կարգի միուութիւնները իրարու տակ գան, ետքը անոնք իրարու վրայ եվելցնելու է ստորակէտը չի կայի պէս սեպելով, և գտնուած գումարին մէջ ստորակէտ մը դնելու է, տասնորդականները զատելու համար, այնչափ թուանշան որչափ որ գումարելիներուն շատ տասնորդականով գրուածին մէջ կայ »։

Օրինակ՝

38,4678
6,036
82,31
18,007
41,9
166,7208

ԲԱՐԶՈՒՄՆ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆԱՑ

111. *Կանոն.* « Փոքր թիւը մեծ թուոյն տակը՝ գրելու է. անանկ որ միեւնոյն կարգի միուութիւնները իրարու տակ գան, և անոնց տարբերուութիւնը գտնելու է ստորակէտը չի

» կայի պէս սեպելով, և Ճացորդէն զատելու է
» կամ մեծ. թուոյն և՝ կամ փոքր թուոյն տաս-
» նորդականներուն չափ » .

Օրինակ 32,8945 62,0357
18,9453 28,9408
13,9492 33,0949

ԲԱԺՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆ

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆԱՑ

112. Կանոն . « Երկու տասնորդականներ
» իրարմով բազմապատկելու համար՝ ստորտկէտ-
» ները առանց կայսեպելու ամբողջ թուոյ բազ-
» մապատկութեան պէս բազմապատկելու է , և
» արտադրեալէն զատելու է բազմապատկելիին
» ու բազմապատկողին մէջ եղած տասնորդական-
» ներուն համրանքին չափ » .

Օրինակ՝ 32,38 182,345
64,5 18,124
161 90 729 380
1295 2 3646 90
19428 18234 5
2088,510 1458760
182345
3304,720780

ՕՐԻՆԱԿՈՐ ԲԱՀՄԱՊԱՏԿՈՒԹԻՒՆՔՆ

1°. Մէկ քսաններորդը 0,92 սկուտ ըլլալով 324 քսաններորդը քանի՞ սկուտ կ'ընէ.

Պատասխան 298,08 սկուտ.

Վասն զի 324×0,92=298,08.

2°. Տեղի մը երկայնութիւնը 256,254 կանգուն էր. լայնութիւնը՝ 164,316 կանգուն, նոյն տեղը քանի՞ քառակուսի կանգուն է.

Պատասխան 42106,632264 քառակուսի կանգուն.

3°. Մէկ գծաչափը 0,00255883... մեդրոս ըլլալով՝ 9 գծաչափը քանի՞ մեդրոս կ'ընէ.

3°. 100 ին (% ասանկ կը գրվի) 15 ծախք ըլլայ նէ՝ 96489 ղուռուշին որչափ կ'ըլլայ.

5°. Հասարակ օդոյն 0,21 մասը թթուածին է, 456 բթաշափ օդոյն մէջ որչափ մաս թթուածին կայ.

6°. % ին 5 շահով 9874 ղուռուշին շահը ի՞նչ կ'ընէ.

7°. Մէկ ցողաչափը 1,9490363 մեդրոս ըլլալով՝ 21,5 ցողաչափը քանի՞ մեդրոս կ'ընէ.

6°. Մարդմը տարիէ մը 86494 ղուռուշ պիտի վճարէր. առնելիքին տէրը ուզեց որ % ին 95 տալով կանխիկ վճարէ, քանի՞ ղուռուշ պիտի տայ.

9°. % ին 12 մնաց տրուելով՝ 364549,456 ղուռուշ արժող ապրանքին քանի՞ ղուռուշ մնաց

վՃարելու է։

10°. Բազմապատկելու է 316,785643ը՝ 612,35142 ով։

ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

113 Տասնորդականներուն բաժանումը հասարակ կոտորակներուն մէկ կերպն է, ասոնք իրարմով բաժնելու համար՝ պէտք է որ յայտարարնին հաւասարցնենք, և ամբողջի պէս բաժանումն ընենք, որովհետեւ հասարակ կոտորակներուն յայտարարները իրարու հաւասար ըլլային՝ միայն համարիչները իրարմով կը բաժնեինք. ասանկ ալ տասնորդականներուն յայտարարնին հաւասարցընելու է. ինչպէս ունենանք բաժանելիս մը 8,447. և բաժանող 3,22 ասոնք իրարու հաւասարցընելու համար՝ 3,22 ին առջին զրօ մը դընելու է, և ամբողջի պէս ընելու է բաժանումը. ինչպէս՝

$^{8,447}/_{3220} = 2\,^{2007}/_{3220}$. նոյնպէս՝ $^{49,1}/_{20,074} = ^{49,100}/_{20074} = 2\,^{8952}/_{20074}$.

Բաժանումն ետքը թէ որ մնացորդ ելլէ՝ այն մնացորդներուն առջին զրօներ դնելով կրկին բաժնելու է. և ելած քաներորդը տասնորդական կը գրեմք. ասանկ քանի մը անգամ շարունակելու ետքը՝ թէ որ միշտ մնացորդ եւ ելնայնէ՝ քանի մը անգամ գործողութիւն ընելու ետքը, մնացածը ետ կը ձգեմք. և թէ որ ետ ձգած քաներորդներնուս առաջին թուանշանը 5

կամ 5 էն եւեր ըլլայնէ՝ իրմէ առաջինին վրայ 1 մըն ալ կ'եւելցնենք։

Օրինակ։

1։ 24 ղուռուշը 1 ղուռուշ շահ բերէ նէ՝ 0,96 ղուռուշը քանի՞ ղուռուշ շահ պիտի բերէ։

2։ Բանի մը հօխան 0,25 ոսկի ըլլայնէ՝ 4 ոսկիով որչա՞փ կառնուի։

3։ 0,035 մեդրօ ոսկիէ քաշուած թել մը 0,07 ղուռուշ ընէ նէ՝ ամբողջ մեդրօն քանի՞ ղուռուշ կ'ընէ։

4։ Ամբերին մէկ տրամը 0,8 սկուտ ընէ նէ՝ 0,344 սկուտով որչա՞փ կ'առնուի։

5։ Մէկ լերային գինը 0,184 սկուտ ըլլալով՝ 122,25 սկուտը քանի՞ լերա կ'ընէ։

114. Ընհուն տասնորդականները մերձաւորելու եղանակաւ երկու թուոց արտադրեալը գտնելն է՝ համառօտեալ բազմապատկումն։

Օրինակի համար ըլլայ 76305,403678956 ին 2544,630578 ով բազմապատկութիւն մը, ասոր թէ որ 0,1 'ի չափ պակաս արտադրեալը գտնել ուզի՝ պէտք է որ բազմապատկողին թուանշանները բացարձակապէս հակադարձ գրի։ անանկ որ թուանշանները կշռեալ ըլլալով բազմապատկողի պարզ միութեանց թուանշանը բազմապատկելիին հազարաւորաց նեքեւը ըլլայ։ (բազմապատկողին ամբողջ և պարզ միութեանց թուանշանին վրայ դրուած բազմապատկելիին թուանշանն է՝ փնտռուած արտադրեալին մերձաւորութիւնը յայտնող միութեան վրայ երկու կար-

գայ ստորին միութիւնները ցրցուն՝ողը), և բազմապատկողին ամէն մէկ թուանշանովը բազմապատկելու է միայն բազմապատկելիին մասը՝ որ աջէն դէպ 'ի ձախը երթալով կ'ըսկսի բազմապատկող թուանշանին համապատասխանող մեծագոյն թուանշանը. ետքը գրելու է այս մասնաւոր արտադրեալները մէկ մէկու տակ, գրելով առաջին թուանշանը աջ կողմը, և ամէն մէկին ալ ասոր տակը աջ կողմը. ասանկ շարունակելու է.

Դորձողութիւն.

```
 76305,403678956
   8750364452
 ------------------
152610807356  կ'ըսկսի այս արտադրեալը այսպէս՝
 38152701835    2×8=16 , 2×7+1=15 և այլն
  3052216144    5×7=35 , 5×6+3=33
   305221612
    45783240
     2289162
       28150
        5341
         608
 ------------------
194169053448
```

Այս արտադրեալը 0,1 'ի չափ պակաս մերձաւորութիւն ունի.

115. Ասոր ամէն մասնաւոր արտադրեալները միեւնոյն կարգի միութիւններ ցոյց կուտան. վասն զի՝ թէ որ մասնաւոր բազմապատկելիի մը միութիւնները ուրիշ բազմապատկե-

լեի մը միուԹիւններէն վեր՝ չորս կարդէ ըլլան, առաջինին բաղմապատկող Թուանշանը երկրորդին բաղմապատկող Թուանշանին միուԹիւններուն պէտ՝ չորս կարդերէ պակաս միուԹիւններ ցոյց կուտան. բայց բաղմապատկողին պարզ միուԹեանց Թուանշանին համապատասխանող մասնաւոր բաղմապատկելին հաղարաւորով Թիւ մը մըն է, և նոյնպէս երկու Թուոց արտադրեալն ալ կ'ըլլայ հաղարաւորով Թիւ մը։

Նախ՝ մասնաւոր բաղմապատկուԹեանց կարդին փոխուելը՝ արտադրելոյն վրայ ազդուուԹիւն մը չունի. և երբոր բաղմապատկի բաղմապատկողին աջ կողմի 2 առաջին Թուանշանովը, և դուրս ձգուի բաղմապատկելիին 956 աջ կողմի երեք վերջին Թուանշաններէն այս 2 ով արտադրեալը, այն ատեն այս տասնորդական 956 միուԹիւնները 8 ին կարգին վրայ միուԹիւն մըն ալ չեւելցներ. ուստի 2 ով 8 ին կարգին միուԹիւնը բաղմապատկելով արտադրեալը՝ 2 հաղարերորդ կ'ելլէ. արդ՝ դուրս ձգելով այս երեք վերջին 956 Թուանշաններուն 2 ով արտադրեալը 2 հաղարերորդը սխալ չըլլար։ Նոյնպէս կը մակաբերի որ՝ բաղմապատկելիին մէջ աջ կողմը դրուած 8956 միուԹեանց 5 ով արտադրեալը դուրս ձգելով 5 հաղարերորդն ալ սխալ չի սեպվիր։ ասանկ յաջորդաբար աջէն դէպ 'ի ձախը, անանկ որ բոլորովին 0,001×(2+5+4+4+6+3+5+7+8)=0,044 'ի չափ սխալ մը չի համարիր. Այս սխալը մէկ տասներորդէն փոքր է, եվելը-

ցրելով վրան 0,044. և ճիշդ 194169053,492 արտադրեալ մը սեպվելով, և ասոր տասնորդականներուն երկու թուանշանն ալ մէկդի ձգելով կ'ունենանք իբրեւ ճիշդ արտադրեալ 194169033,4 թիւը։

116. Այս գործողութիւնը աւելի մերձաւորութեամբ ընելու համար՝ Օդրեթ չափաբանը եղանակ մը որոշած է, որուն համեմատ պարզութիւն մը ալ կը ծագի։

« Բազմապատկելի տասնորդականը գրելու է, » և բազմապատկող տասնորդականը հակադարձաբար բազմապատկելիին տակը, այսինքն բազմապատկողին մեծ տեսակը՝ բազմապատկելիին » փոքր տեսակին տակը. թէ որ դուրս ձգուած » տասնորդականներ կան նէ՝ բազմապատկութիւնը ըստ կանոնի ընելէն առաջ՝ բազմապատկողին » աջ կողմի առաջին թուանշանով բազմապատ- » կելիին մէջէն դուրս ձգուած տասնորդականին » առաջին թուանշանը բազմապատկելու է. և » այս արտադրեալէն ելած տասնաւորը միտք պա- » հելու է այս կերպով. 5էն մինչեւ 14 արտադ- » րեալի մը տասնաւորը 1է. 15էն մինչեւ 24՝ » 2է. 25էն մինչեւ 34՝ 3է. 35էն մինչեւ 44՝ » 4է ... եւայլն. որ այս տասնաւորները ե- » վելցնելու է բազմապատկողին վրայի թուանը- » շանով արտադրեալին վրայ. տասնակ յաջորդաբար » ընելու է բազմապատկողին երկրորդ թուանը- » շանով իր վրայի բազմապատկելիին աջ կողմի » թուանշանով արտադրեալին տասնաւորը, եւ ել-

„ ցընելով վրայինով բազմապատկուելէն եկած
„ արտադրելոյն վրայ „ :

Ինչպէս՝

Բազմապատկելի	„ „	43,5636278563
Բազմապատկող		5698302054
4 ով արտադրեալ	„ „	174254
5 „ „ „	„ „	21782
2 „ „ „	„ „	87
3 „ „ „	„ „	1
		196124

Հոս՝ առաջ բազմապատկողին առաջին 4 թուանշանովը բազմապատկելին բազմապատկեցինք, սկրսելով բազմապատկելիին 6 թուանշանէն, 4 անգամ 6 կ'ընէ 24, տասնաւոր 2 ը՝ վերը դրուած եղանակին համեմատ եվելցուցինք 4 անգամ 3 արտադրելոյն վրայ, և 14 ը գրեցինք. որ բուն տասնաւորը հասարակ բազմապատկութեանց տասնաւորներուն պէս մտածելով՝ բազմապատկողին 5 թուանշանով բազմապատկելիին զատուած տասնորդականներուն առաջին 3 թուանշանը բազմապատկեցինք, և տասնաւոր 2 ը՝ 5 անգամ 6 ին վրայ եվելցուցինք, որն որ ալ եղաւ 32. ասանկ յաջորդաբար... եւայլն.

Օրինակք.

1°. Բազմապատկելու է
786,34579843 ը՝ 18,789860945 ով
2°. Բազմապատկելու է 4,7894 ը՝ 35,89144 ով
3°. „ „ „ 78,00589 ը՝ 46899433 ով
4°. „ „ „ 445,038678 ը՝ 181,530545 ով
5°. „ „ „ 999,04030507 ը՝ 121,14578 ով

ԿԵՐԳԻԻՈՐԵԼ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

ՏԵՄՆՈՐԴԿԱՆԵՑ

117. Հանճարեղ երկրաչափ Պ. Ֆիուրիէ այս կերպ բաժանման վրայօք կերպ մը հաստատած է, անանկ որ բաժանողին ամեն թուանշանները գործողութեան մէջ չի մտցընելով, որոնք որ թուաւոր և քաներորդին զանազան թուանշանները իրօք չեն ցուցներ. ու կ'ըսէ՝ « միայն » մէկ քանի նախնական թուանշաններ նշանա» կելու է բաժանողին մէջ որ այս որոշուած թը» ւանշաններուն կ'ըսվի նշանակեալ բաժանող, և ա» սով բաժանելին բաժնելով, ընդհանուր բա» ժանումէն ելած տարբերութիւնը միայն մէկ » կէտի մը վրայ գործադրուի.

» Երկրորդ մնացորդին քով բաժանելիէն թը» ւանշան մը վար չառած՝ քաներորդ ելած թը» ւանշանով նշանակեալ բաժանողէն եռքը բա» ժանողին թուանշանին արտադրեալը հանելով » ուղղելու է, և մնացուելու է թէ՝ այս ուղ» ղեալ մնանաւոր բաժանելին քանի անգամ » կը պարունակէ իր մէջը նշանակեալ բաժանո» ղը, և այս գրելու է քաներորդ. եռքը ուղ» ղեալ մնանաւոր առաջին բաժանելիին նշանա» կեալ բաժանողով նոյն թուանշանին արտադ» րեալը հանելու է.

» Մնացորդին քով առնելու է բաժանելիէն

» Թուանշան մին ալ, որ այս ալ մէկ նոր բաժա-
» նելի մին է առաջուանին պէս ուղղուելու,
» անկէց՝ ծանօթ արտադրեալներուն գումարը
» հանելու է այս կերպով. 1°, քաներորդին ա-
» ռաջին Թուանշանով բազմապատկուած նշա-
» նակեալ բաժանողէն եռքը եղած երկրորդ Թը-
» ւանշանով. 2°, քաներորդին երկրորդ Թուա-
» նշանով բազմապատկուած՝ նշանակեալ բաժա-
» նողէն եռքը եղած առաջին Թուանշանով, և
» գտնելով ուղղեալ երկրորդ մասնաւոր բաժա-
» նելի մը՝ քաներորդին մէջ գրելու է նշանա-
» կեալ բաժանողը պարունակող Թուոյն չափ,
» և այս մասնաւոր բաժանելիէն հանելու է նը-
» շանակեալ բաժանողով քաներորդին մէջ գրա-
» նուած Թուանշանին արտադրեալը. Ապրիկայ
» ընելէդ եռքը բաժանելիէն Թուանշան մին ալ
» վար առնելու է մնացորդին քով, և այս նոր
» մասնաւոր բաժանելին ալ ուղղեալ ըլլալու է,
» հանելով ասկէց քաներորդին մէջ գտնուած ե-
» րեք Թուանշաններով նշանակեալ բաժանողէն
» եռքը եղած երեք Թուանշաններուն արտադ-
» րեալներուն գումարը. բայց այս արտադրեալ-
» ները անանկ կերպով մը կազմուելու են, որ
» ձախէն դէպ 'ի աջը շարուած քաներորդին
» Թուանշանները բազմապատկին աջէն դէպ 'ի
» ձախը 'շարուած միեւնոյն կարգի բաժանողին
» Թուանշաններովը։

» Ապրդ՝ քաներորդին մէջ գրուած Թուանը-
» շանները հակադարձ կ'ըլլան, և համեմատաբար

» նշանակեալ բաժանողին կարգովը սեպուած
» նման թուանշաններուն ներքև զանոնք դնելով
» բաժանողին ամեն մէկ թուանշանները բաղ-
» մապատկելու է իրեն ներքեւ գրուած թուա-
» նշանով, որ այս արտադրեալները վրան եվելը
» ցրնելով մասնաւոր բաժանելիին հանվելիք թիւ-
» մը կ'ըլլայ, և ուղղութիւնը կ'որոշի.

» Այս ուղղեալ նոր մասնաւոր բաժանելին
» բաժնելով նշանակեալ բաժանողով, և ասոր
» քաներորդին մէջ գրուած նոր թուանշանով
» արտադրեալը հանելու է, ան ատենը բաժա-
» նելիին թուանշան մը ալ վար առնելու է, և
» այս նոր մասնաւոր բաժանելին շինելու է, նո-
» ր ին հանելով ասկէ քաներորդին մէջ գտնուած
» չորս թուանշաններով նշանակեալ բաժանողին
» ետքը եղած չորս թուանշաններուն արտադ-
» ր ելեալներուն գումարը.

» Այսմեն մէկ մնացորդ՝ քննելու է թէ քանե-
» ր որդին մէջ արդէն գրուած և բացարձակ նը-
» շանակութեամբ մտածուած թուանշաններուն
» գումարին հաւասար կամ պակաս կամ եվելը
» ըլլայ, որ քաներորդին մէջ գրուելիք թուա-
» նշանը ճշմարտի.

» Թէ որ նշանակեալ բաժանողը կազմելու
» համար՝ միայն մէկ կամ երկու թուանշան, կամ
» ընդհանրապէս մէկէն աւելի մէկ քանի թուա-
» նշաններով նշանակուած է, վերը ըսածնիս
» տեղի չունենար, այսինքն գործողութիւնէն ե-
» լած մնացորդը քաներորդին մէջ արդէն գրը-

» ուած թուանշաններուն գումարէն փոքր կ'ըլ-
» լայ, և այն ատենը այս թուանշաններէն վեր-
» ջինը չի ստուգիր. և նշանակեալ բաժանողը
» կազմելու համար թուանշաններու մեծկակ
» համրանք մը նշանակելու է. հոս ալ նախն-
» թայ կանոնը գործածելու է ճշդութիւնը
» հաստատելու համար՝ բաժանելիէն թուանշան
» մը վար առնելով։

» Թէ որ չելլեր նէ՝ ըսել է որ քաներորդին
» մէջ գրուած թուանշանը մեծ է, և ան ատե-
» նը միութեամբ չափով պակսեցնելու է. բայց
» թէ որ ուղղութիւնը որոշուած ըլլայ՝ ուղ-
» ղեալ բաժանելին չի բաժանիր նշանակեալ բա-
» ժանողով. հետեւաբար բաժանելիէն թուա-
» նշան մին ալ վար առնելու է, որ մէկ մասնա-
» ւոր՝ բաժանելի մը տայ հաւասարապէս այս
» կերպով ուղղուելու. նախ նշանակելու է մեծ
» թուանշան մը արդէն նշանակեալ բաժանողին
» ետեւէն, որ այս ալ նշանակեալ նոր բաժանող
» մը տայ, և ուղղութիւն ունենայ վերը ցուց-
» ուած կերպով. քաներորդին մէջ արդէն
» գտնուած թուանշաններուն արտադրեալնե-
» րուն գումարը նշանակեալ նոր բաժանողէն
» ետքը եղած թուանշաններով կազմելու. և այս
» ուղղութեամբ կազմած ըլլալով ուղղեալ նոր
» մասնաւոր բաժանելին՝ նախորդ կանոնին հա-
» մեմատ կը պարունակի նշանակեալ նոր բաժա-
» նողն գործողութեամբ, որ նորէն կրնայ դառ-
» նալ նշանակեալ առաջին բաժանողին։

« Ընդհանրապէս 'բաժանողին մէջ նշանակ-
» ուած թուանշաններուն համրանքը կրնայ ե-
» վելնալ կամ պակսիլ » .

ՕՐԻՆԱԿ

Նշանակեալ առաջին մասնաւոր բաժանելի 1234 , նշանակեալ բաժանող , 234 .

```
                 123456789873647   | 2345678987
                 1170              | 52631589
                  645 ( 64>5 . հոս 5 թիւ      7
                   25 =5×5          (ը ճիշդ է . )
Ա . մ . բժ . ուղ.  620
                   468
                 1526 ( 152>5+2=7 . հոս 2 թիւ
                   40 =6×5+5×2 (ը ճիշդ է . )
Գ . մ . բժ . ուղ.  1486
                   1404
                    827 ( 82>7+6=13 . հոս 6 թիւ
                     77            (ը ճիշդ է . )
Դ . մ . բժ . ուղ.  750
                    702
                    488 ( 48>13+3=16 . հոս 3 թիւ
                    105            (ը ճիշդ է . )
Ե . մ . բժ . ուղ.  383
                    234
                   1499 (149>16+1=17 . հոս 1 թիւ
                    126            (ը ճիշդ է . )
                   1373
```

Ը. մ. թ. ուղ. 1373
1170
2038 (203>17+5=22. հոս 5 թիւ
158 (ևը ճիշդ է.)
Լ. մ. թ. ուղ. 1880
1872
087 (8<22+8=30. հոս 8 թիւ
(ևը ճիշդ չէ.)
206=5×8+6.5+7.1+8.3+9.
6+8.2+7.5.
(Ուղղութիւնը 'ի գործ չդրուաւ.
8 թիւը շատ մեծ է, քանի որ զինն
մէջ 8 ին տեղը 7 գրուաւ.)
1628
2427 (242>2—(2)+7=29. հոս 7
(թիւը ճիշդ է.)
201 =7.5+8.2+9.6+8.3+7.
Ը. մ. թ. ուղ. 2226 (8+6.5+5.×7
2106
120 (120>29+9=38. հոս 9 թիւ
(ևը ճիշդ է.)

ԳԼՈՒԽ Ը.

ՀԱՏԱՐԱԿԱՑ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆԻ ԴԷՄ ՉԸՆԵԼ

118. Հատարակ կոտորակ մը տասնորդականի դարձնելը տասնաւորները, հարիւրաւորները, հազարաւորները... եւայլն գտնելն է.

« Որոշեալ ն երորդ կարգի մը տասնորդական միաւթիւնները գտնելու համար, կոտորակին համարիչին առջին ն հատ զրօ եվելցընելով յայտարարով բաժնելու է, որ այս բաժանման ամբողջ քանակորդը կ'ըլլայ նոյն կոտորակին տասնորդականը. »

Ինչպէս՝ $^{19}/_{28}$ կոտորակին տասնորդականը չորս թուանշանով բաղկացընել ուզենք՝ 19 համարիչին աջ կողմը չորս զրօ դնելով, որ կ'ըլլայ 190000, կը բաժնեմք 28 ով

190000	28
220	0,6785
240	
160	
20	

Հոս $^{19}/_{28}$ին մէջ $^{6785}/_{10000}$ կամ 0,6785 կայ, և մէկ հաղարերորդ մը ալ չեվեցնար, ուստի այս հաշուէս կը հետեւի որ՝ $\frac{19\times10000}{28}$ քանե-

բորդը կը պարունակի 6785 և 6785+1 ին մէջ, և բաժնելով երկուքն ալ 10000 ով 19 ին 28 ով քաներորդը $\frac{6785}{10000}$ և $\frac{6785+1}{10000}$ ին մէջ կը պարունակի,

Այս նախադասութեամբս աղէկ կը մակաբերուի որ նախընթաց հաշուոյն մասնաւոր առաջին բաժանումէն ելած քաներորդը $^{19}/_{28}$ ին մէջ պարունակեալ տասնաւորաց կարգն է, երկրորդ անգամ բաժանումէն ելածն ալ հարիւրաւորաց կարգը ... եւայլն։

119 Կանոն։ Հասարակ կոտորակ մը տասնորդականի դարձընելու համար՝ առաջ յայտարարով համարիչը բաժնելու է, և քաներորդին մէջ զրօ մը գրելու է ստորակէտով մը զատելով. ետքը համարիչին առջին զրօ մը դնելով յայտարարը բաժնելու է մէջը, և ելած քաներորդը ստորակէտին աջ կողմը գրելու է, ասով յարտարարին արտադրեալը համարիչէն հանելով՝ մնացորդին առջին զրօ մըն ալ դնելու է, նորէն յայտարարը մէջը բաժնելով. ասանկ յաջորդաբար ամեն մէկ մնացորդներուն առջին մէյմէկ զրօ դնելով՝ բաժանումը շարունակելու է, մինչեւ որ մնացորդ չեմլենայ, ասանկով ելած քաներորդն է նոյն հասարակ կոտորակին տասնորդականը։

Ինչպէս՝ 19/40 կոտորակին տասնորդականն է

190 | 40
160 | 0,475
300
280
200
200
0

Հոս 0,475 տասնորդականը ճշդիւ հաւասար է իր 19/40 հասարակ կոտորակին, որովհետեւ մը-նացորդ չի թողուց։

120. Միշտ տասնորդական մը հասարակ կոտորակի մը հաւասար չի կրնար ըլլալ, ասոր համար պայման մը կայ։

Ասենք որ հասարակ կոտորակ մը պարզացնելով առանց զօրութիւնը փոխելու տասնորդականի դարձնել կ'ուզենք, որ ճիշդ տասնորդականի դառնայ։ յայտնի է որ հասարակ կոտորակներուն յայտարարները 2էն և 5էն զատ ուրիշ արտադրող ունենալու չէ։

Ընդ՝ ենթադրենք որ m/n կոտորակ մը՝ որուն եղները իրարու համեմատական նախնական ըլլալով՝ հաւասար ըլլայ տասնորդական կոտորակի մը, ցուցնենք ասոր հաւասար տասնորդականը այս ձեւով $\frac{t}{10^k}$, որն որ հաւասար է $\frac{t}{10^k}=\frac{m}{n}$ (1)։ կամ թէ երկու անդամն ալ 10^kով բազմապատկելով կ'ունենանք՝ $t=\frac{m\times 10^k}{n}$ (2)։ t ը ամ-

բողջ թիւ մը ըլլալով է բաժնելու է $m \times 10^{n}$, բայց է ը m-ին հետ նախնական է և 10^{n} կը բաժնէ, և է բաժնելով 10^{n}, ուստի ասոր արտադրողներէն զատ ուրիշ չըլլար որ են 2 և 5։

Ըրդ՝ ենթադրենք որ է-ին մէջ կայ միայն 2 և 5 նախնական արտադրողները, և ըսենք որ ալ ըլլայ է $= 2^{6} \times 5^{2}$։

Այս դրութեամբ վերոյգրեալ (1) հաւասարութիւնը կ'ըլլայ՝

$$\frac{m}{2^{6} \times 5^{2}} = \frac{ի}{10^{n}}, \text{ ուսկէց}$$

$$ի = \frac{m \times 10^{n}}{2^{6} \times 5^{2}} = \frac{m \times 2^{n} \times 5^{n}}{2^{6} \times 5^{2}}$$

Սեպենք $n = 6$, ան ատենը

$$ի = \frac{m \times 2^{6} \times 5^{6}}{2^{6} \times 5^{2}} = m \times 5^{4} \text{ ամբողջ թիւ։}$$

Հետեւաբար՝ $\frac{m}{է} = \frac{m \times 5^{4}}{10^{6}}$ տասնորդական։

Ն ամեն թուոց տեղ կրնանք դնել։

Նաեւ ասով կրնանք ապացուցանել այս նախադասութիւնս։

« Ամբոր անվերածելի կոտորակ մը ճշդիւ » տասնորդականի կարենայ դառնալ, տասնոր- » դական թուանշաններուն համրանքը հաւա- » սար կ'ըլլայ իր յայտարարին մէջ 5-ին կամ 2-ին » ամենէն մեծ ցուցիչներուն »։

« Թէ որ առաջարկեալ կոտորակը չպզտիկ- » նայ ալ, նոյնպէս նախընթացպայմանը ասոր ալ » կը յարմարի »։

121. Ոչիդ տասնորդականի չի դարձող կոտորակները, որ շարունակ բաժանումն ընելով միշտ մնացորդ կը թողու, կ'ըսվին՝ պարբերական տասնորդական, որ ասանկներուն միայն առջի երեք չորս թուանշանը առնելով՝ մնացորդները ետ ձգելեմք ալ նէ՝ կը բաւէ. ինչպէս $^3/_7$ կոտորակը տասնորդականի դարձընեմք նէ՝

$$^3/_7 = 30:7 = 0,4285\ldots$$

20

60

40

Հոս 5 քաներորդէն ետքը քանի մը միջակէտ կը դնեմք կամ + նշանը. որ անհուն տասնորդականի պարբերական ըլլալը և քաներորդին միայն առջի թուանշանը առնուելով միւսները ետ ձգուած ըլլալը կը հասկրցընէ.

Երկու կերպ պարբերական տասնորդական կայ. պարզ և խառն.

Պարզ պարբերականն է, երբոր պարբերուելիքը անմիջապէս ստորակէտին քովի թուանշանէն կ'սկսի. ինչպէս՝ 0,367367367... խառն պարբերականն է, երբոր պարբերուելիքը ստորակէտին քովի թուանշանէն չսկսիր, այլ մէջ տեղէն. ինչպէս՝

0,36174174174...

122. Հասարակ կոտորակի մը յայտարարին նախնական արտադրողներուն նայելով՝ թէ որ 10ին արտադրողները մէջը չունի նէ՝ նշան է որ պարզ պարբերուելեան մէջ պիտի մնանէ, այսինքն

տորակէտին քովի թուանշանէն պիտի սկըսի պարբերութիւնը, վասն զի ըսենք որ $^1/_7$ կոտորակը տասնորդականի դարձուցած ասեննիս 12 և 18 անգամ բաժանումն ընելնուս ետքը միեւնոյն մնացորդը յառաջ բերէ, այսինքն՝ 10^{12} և 10^{18}, 7 ով բաժնած ասեննիս միեւնոյն մնացորդը ելլէ. ուստի տարբերութիւնին $10^{18}-10^{12}$ պիտի ըլլայ 7 ին մէկ բազմապատիկը. և որովհետեւ այս տարբերութեանը մէկ արտադրողն է 10^{12}, (որ ասիկայ թուոց հաստատակաց փոքրագոյն բաժանողներուն յատկութիւններէն գիտեմք), հանելով միւսէն կ'ունենանք 10^6-1, որ 7 ին բազմապատիկն է, կամ 10^6 բաժանելայ 7, մնացորդ 1 կուտայ. այսինքն՝ 1 մնացորդը առաջին բաժանումէն ելեր է, վերջորդէն ետքն ալ նոյնը կ'ելլէ.

$^5/_7$ կոտորակն ալ որ հաւասար է $5\times^1/_7$. վեց թուանշանէն ետքը 5 մնացորդ կուտայ, ասկէց կը հետեւի որ՝ $^1/_7$ կոտորակը տասնորդականի դարձած ասենը վեց թուանշանէն ետքը 1 մնացորդով պարբերութեան մէջ պիտի մնայ, ուստի համարիչին կրկնութիւններուն համար ալ նոյնչափ թուանշանէն ետքը առաջին բաժանելին մնացորդ պիտի ըլլայ, ըսենք որ ըլլան $^1/_7$ կոտորակին համարիչները 2, 3... մինչեւ 6. ուստի վեց թուանշանէն ետքը նոյն թիւերը մնացորդ պիտի ըլլան.

Այս ալ գիտնալ պէտք է որ՝ $^1/_7$ կոտորակին տասնորդականը որ է վեց թուանշանով թիւ մը

0,142857. որոնց բաժանելիներն են՝ 1, 3, 2, 9, 4, 5, այս թիւերուն որն որ կոտորակին համարիչ է նէ՝ տասնորդականին ալ անոնց քանակորդներէն պիտի սկըսին յաջորդաբար ձախէն մէյմէկ թուանշան դէպ 'ի աջը դնելով, ինչպէս՝

$^1/_7$ ին տասնորդականն է 0,428571
$^2/_7$ ին „ „ „ „ „ 0,285714
$^6/_7$ ին „ „ „ „ „ 0,857142
$^4/_7$ ին „ „ „ „ „ 0,571428
$^5/_7$ ին „ „ „ „ „ 0,714285

Նոյնպէս $^1/_{19}$ = 0,052631578947368421 է. և $^{12}/_{19}$ ին տասնորդականը գտնելու համար՝ առջի երեք թուանշանէն եռաբը ելած թիւէն պիտի սկըսի ասոր տասնորդականը, որովհետեւ 6×19=120 ի մօտ թիւ մըն է, ուստի $^1/_{19}$ ին տասնորդականին ձախ կողմի երեք թուանշանը, այսինքն՝ 0,052, աջ կողմը պիտի դնենք, որ կ'ըլլայ 0,631... 21052. և ուստի $^{12}/_{19}$ ին տասնորդականն է 0,63....

123. Մ'ենեւնոյն գործողութեամբ կ'ըլլայ, երբոր կոտորակին յայտարարին միութիւններէն 1 պակասին չափ չըլլայ իր տասնորդականը. ան տեղը երկրորդ կոտորակին համարիչը կ'ըլլայ՝ առջինին համար սեպուած մնացորդներուն մէկը. ինչպէս՝

$^1/_{27}$=0,037... և $^{10}/_{27}$=0,370

$^{19}/_{27}$... 0,703. վասն զի 10 առաջին մնացորդն է, և 19 երկրորդ մնացորդը՝ 27 ով 1 ին բաժանման մէջ.

$^{2}/_{27}$ ին համար ալ հերիք է կրկնել քաներորդներն ու մնացորդները. ինչպէս՝ $^{2}/_{27}=0,074$.

$^{20}/_{27}=0,740$

$^{38}/_{27}$ կամ 1 $^{11}/_{27}=0,407$. Նոյնպէս կը գտնենք 5 ով ալ բաղմապատկելով.

$^{5}/_{27}=0,185$

$^{23}/_{27}=0,851$

$^{14}/_{27}=0,518$

Այսինք կոտորակի մը համարիչը 1 եղածներուն տարբեր պարբերութիւններն են. պարբերութեան ամեն մէկ թուանշանին համար եղած մնացորդը կը գրուի, որպէս զի պարբերութեանց ջրութիւնը քիչնայ երբոր համարիչին 1 չըլլայ.

$^{1}/_{3}=0,3$, $^{1}/_{7}=0,142857$, $^{1}/_{11}=0,09$

$^{1}/_{13}=0,076923$ 110

Մնացորդ 1 10 9 12 3 4 — 44

$^{1}/_{17}=0,0588235294117647 1$

Մնացորդ 1,10,15,14,4,6,9,5,16,7,2,3,13,11,8,12.

ԳԼՈՒԽ Ի.

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆՆԵՐԸ ԿԱՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԴԱՐՁԸՆԵԼ.

124. *Տասնորդականները հասարակ կոտորակի դարձնելու համար՝ նոյն տասնորդականին յայտարարները յայտնի դնելով պզտիկ ցրնելու է.*

Օրինակ՝ 0,375=$^{375}/_{1000}$, *ասոր հասարակաց մեծագոյն բաժանողը գտնելով՝ որ է* 125, *ասով կը պզտիկցրնենք կոտորակին երկու եղերն ալ որ կ'ըլլայ* $^{375}/_{1000}$=$^{3}/_{8}$.

Պարզ պարբերութեան մէջ ինկած տասնորդականներուն վրայ ուրիշ կերպ քննութիւն մը կ'ըլլայ. $^{1}/_{9}$, $^{1}/_{99}$, $^{1}/_{999}$.. *հասարակ կոտորակները տասնորդականի դարձուցած ատեննիս՝ յայտարարին քանի թուանշանով է՝ այնչափով պարբերութեան մէջ կը մնանեն. ինչպէս՝* $^{1}/_{9}$=0,1, $^{1}/_{99}$=0,01, $^{1}/_{999}$=0,001. *դիտենք ալ որ՝ պարբերութեան մէջ մնացածները միայն համարիչին է, որովհետեւ 9 ով տասնաւոր կամ հարիւրաւոր միութիւնը բաժնուի՝ մնացորդ նոյն միութիւնը կ'ելլէ, ինչպէս ըսենք որ* 0,27 *ը* 0,01 *կամ* $^{1}/_{99}$ *ին* 27 *ով արտադրեալն է, այսինքն՝* $^{27}/_{99}$=$^{3}/_{11}$. *ինչպէս՝* 0,6=$^{6}/_{9}$=$^{2}/_{3}$. *ասկէց ընդհանուր կանոն*

կ՚ուզենանք ասելու որ « պարզ պարբերութեան » մէջ ինկած տասնորդական մը հասարակ կոտո» բակի վերածելու համար՝ բաժնելու է պար» բերականը նոյնչափ թուանշան 9 երով։

ինչպէս՝ գտնենք $0,342 = {}^{342}/_{999} = {}^{38}/_{111}$ ։ $0,571428 = {}^{571428}/_{999999} = {}^{4}/_{7}$ ։ $0,036 = {}^{36}/_{999} = {}^{4}/_{111}$ ։

Թէ որ տասնորդականը մերձաւորութեամբ է նէ՝ ճիշդը չգտնուիր , ինչպէս՝ 0,75 , 0,756 , 0,755 , 0,75.2 ... որոնց հասարակ կոտորակներն են $^{3}/_{4}$, $^{189}/_{250}$, $^{151}/_{200}$ եւ այլն , որ ասոնց տասնորդականն է առ հասարակ 0,75 ։

125. Թէ որ խառն պարբերութեան մէջ մտած է տասնորդականը՝ առաջուան բուրած երկու կանոններով կը դառնայ հասարակ կոտորակի , որովհետեւ երկու պարզ և խառն տասնորդականներէ բաղկացած է ։ ինչպէս՝ 0,26 ... հոս 2ը պարբերութեան մէջ մտած չէ , 6 ը պարզ պարբերութեան մէջ մտած է ։ (պարբերութեան մէջ մտածներուն վրայ մէյմէկ միջակէտ կը դրուի) ։ ուստի տասնք հասարակ կոտորակի դարձնելու համար՝ զատ զատ իրենց տեսակին կանոնովը կը գրենք յայտարարին յայտնի դնելով , և իրարու վրայ կ՚ելլցընենք ։ պարբերութեան մէջ մտածներն ու չմտածները քանի թուանշան են նէ՝ այնքան տասնական անգամ պզտիկ բլլալով՝ պէտք է որ պարբերութեան մէջ մտած թուանշաններուն յայտարարին առջեւը պարբերութեան մէջ չմտածներուն չափ զրօ դնենք , և անանկ իրարու հետ եկելցընենք։ ինչպէս՝ $0,26 \ldots = {}^{3}/_{10} + {}^{6}/_{90} =$

$^{24}/_{90} = {}^{4}/_{15}$. հոս յայտարար 9 ին առջեւը զրօ մը դրի ; որովհետեւ 6ը իր էական զօրութեանը նայելով տասնորդ չէ , այլ հարիւրորդ է .

« Լուսն պարբերականները հասարակ կոտորակի վերածելու համար պարբերութեան մէջ մտած թիւերուն չափ 9 եր յայտարար կը դրնենք և պարբերութեան մէջ չմտածներով կը բազմապատկենք այն 9 երը , և արտադրեալը պարբերութեան մէջ մտածներուն փոխ կ'ելլեցնենք , և այս հասարակ կոտորակը թէ որ կը պզտիկնայ նէ՝ հասարակաց մեծագոյն բաժանող գտնելով՝ պզտիկցընելու է » .

Օրինակ՝ $0,17857142\ldots = \frac{17\times999999+857142}{99999900} =$

$\frac{17857125}{99999900} = \frac{5}{28}$.

126 . Պարբերական տասնորդականներուն բազմապատկութիւնն ու բաժանումը ընել պէտք ըլլայ՝ առաջ հասարակ կոտորակի դարձընելու է , որովհետեւ յայտարարնին զրօներով վերջացած միութիւն մը չէ .

Ըսենք որ բանի մը հօրան 036 ... զրօ ուուշ է , նոյն բանէն 0,23 ... հօրայ առնենք նէ՝ քանի՞ զուուուշ տալու է .

Պէտք գտնելու համար՝ առաջ տասնորդականները հասարակ կոտորակի դարձընելու ենք , որ կ'ելլան $^{36}/_{99} = {}^{4}/_{11}$, և $0,23 = {}^{23}/_{90}$, ասոնք իրարմով բազմապատկելու է . $^{4}/_{11} \times {}^{23}/_{90} = {}^{92}/_{990} = 0,092\ldots$

Ուրիշ օրինակ՝

Բանի մը հոխան 0,23 ղուռուշ բլլալով նոյն բանէն 0,36 ղուռուշով քանի՞ հոխայ կրնայ առնուիլ.

Հոս ալ բաժնելու ենք $^{36}/_{99} : ^{23}/_{90} = ^{36}/_{11} \times ^{10}/_{23} = ^{360}/_{253} = 1\,^{107}/_{253}$:

Յաւելման և բարձման վրայ խօսելէս առաջ մէկ քանի ծանօթութիւններ կան, անոնք բացատրեմք :

1°. Պարբերութեան մէջ ինկած տասնորդական թուները որչափ կրկնուին տասնորդականին զօրութիւնը չի փոխուիր. ընդհակառակն աւելի մերձաւորութիւն մը ունեցած կ'ըլլայ. ինչպէս՝ 0,6...=0,666...

2°. Պարզ պարբերութեան մէջ ինկած տասնորդական մը կրնանք խառն պարբերութեան մէջ ալ ինկած սեպել, փոխանակ 0,6...=0,666... ն ոյնպէս՝ 0,248...=0,24824...=0,24824242...

3°. Հոնաւոր տասնորդական մը ալ խառն պարբերութեան մէջ ինկած սեպիլ.

Նոյնպէս՝ 0,39=0,390...=0,3900...

Թէ հոնաւոր թէ պարզ թէ խառն պարբերութեան մէջ ինկած տասնորդականներուն յայտարարները կրնան իրարու հաւասարիլ.

Ասկէց ընդհանուր կանոն կ'ունենանք՝

« Տասնորդականներուն պարբերութեան մէջ
» ինկած թուանշանները իրարու հաւասար ըլ-
» ըլալու են. այսինքն՝ այնչափ թուանշան որ առ-
» հասարակ պարբերութեան մէջ խնալու թը-

» ւանշաններուն համրանքին մէջ բաժնուի ամեն
» մէկուն զատ զատ պարբերութեան մէջ ինկած
» թուանշաններուն համրանքը, ուստի առաջ
» ամենուն պարբերութեան մէջ ինկած համ-
» բանքներուն հասարակաց բաժանելի կը գտա-
» նենք, ու եթէ համրանքին հասարակաց բա-
» ժանելին համրանքին հաւասարելու չափ պար-
» բերութեան մէջ ինկած թիւերը կը կրկնենք,
» թէ որ պարբերութեան մէջ չմնած սանդար-
» դականներ այլ կան նէ՝ ամենէն ալ այնչափ զը-
» բօ պարբերութեան մէջ մնած ըլլալը կը յու-
» ցընենք ». օրինակ՝

125,185 . 12,36 , 53,5 . 23,09 . 0,1287 . 6,4 , 5,1590 կոտորակներուն պարբերութեան մէջ ինկածներուն համրանքը պիտի հաւասարցընենք.

125,185 = 125 , 185185185185 18 .
12,36 = 12 , 36363636363636 .
53,5 = 53 , 50000000000000 .
23,09 = 23 , 09090909090909 .
0,1287 = 0 , 1287128712871 2 .
6,4 = 6 , 444444444444 4 .
5,159 = 5 , 159 9090909090 .

Ընդ՝ նին պարբերութեան մէջ մնածներուն համրանքն է 6, երկրորդինը՝ 3, երրորդինը՝ 2, չորրորդինը՝ 2, հինգերրորդինը՝ 1, վեցերրորդինը 2. եօթնեերրորդինը՝ չուներ, ասոնց ամենուն հասարակաց բաժանելին կ՝ըլլայ 6, և երրորդին մէջ երեք թուանշան պարբերութեան մէջ մնած չէ. ուստի ամենն ալ 3 թուանշանէն

եաքը 6 թուանշանով պարբերութեան մէջ պիտի մտնէ։

127. Այս քննութիւններէս եաքը անհուն տասնորդականներուն յաւելումը և բարձումը հետեւեալ կանոնովս կ'ըլլայ։

« Գումարելի տասնորդականներուն համար

այսինքն յայտարարին իրարու հաւասարացնելնուս եաքը՝ ամբողջներու պէս գումարելու ենք, և պարբերութեան մէջ մտած տասնորդականներուն գումարը նոյնչափ 9 երով բաժնելու ենք, եւ ելած քաներորդը քովի գաւազանին վրայ եվելցնելով շարունակելու ենք, և բաժանումէն ելած մնացորդը կ'ըլլայ պարբերութեան մէջ մտած տասնորդականը »։

Օրինակ՝ 3,6 . 78,3476 . 735,3 . 375 . 0,27 . 187,4 տասնց գումարը քանի՞ կ'ըլլայ։

3,6	=	3,6666666
78,3476	=	78,3476476
735,3	=	735,3333333
375,	=	375,0000000
0,27	=	0,2727272
187,4	=	187,4444444
		1080,0648193

Հոս պարբերութեան մէջ մտածներուն գումարն է 2648191, որ ասիկայ 999999 ով բաժնեցինք, ու ելած քաներորդ 2ը քովի տասնորդականներուն գաւազանին վրայ եվելցուցինք, և բաժանեան մնացորդն ալ ելաւ պարբերութեան մէջ մտած տասնորդականը։

128. « Բարձու�ունելու համար ալ երկու թուոց պարբերութեան մէջ մնացեալներուն և չի մնացեալներուն համրանքը իրարու հաւասարցնելնուս ետքը ամբողջներուն պէս իրարմէ կը հանենք. բայց թէ որ մեծ թուոյն պարբերութեան մէջ մնաց տասնորդականը փոքր թուոյն պարբերութեան մէջ մնաց տասնորդականէն փոքր ըլլայ՝ աջ կողմի առաջին մնացորդէն 1 պակսելու է ».

Օրինակ՝ 85,62 էն հանելու է 13,76432

85,62626
13,76432
71,86193

Հոս մեծ թուոյն պարբերութեան մէջ մնաց տասնորդականը փոքր թուոյն պարբերութեան մէջ մնաց տասնորդականէն փոքր ըլլալով՝ Մնացորդին առաջին թուանշանէն 1 պակսեցուցինք.