ՅՈՒ. Ո. ԳՈՒՐՎԻՑ ՅԵՎ Ռ. Վ. ԳԱՆԳՆՈՒՍ

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՅԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

ՎՈՉ ԼՐԻՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ՅԵՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ 5-ՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆԻ ԴԱՍԱԳԻՐՔ

ՀՍԽՀ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ 1936

Բնագիրը հաստատված է ՌՍՖՍՀ Լուսժողկոմատի կողմից

ՅՈՒ. Ո. ԳՈՒՐՎԻՑ ՅԵՎ Ռ. Վ. ԳԱՆԳՆՈՒՍ

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՅԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

ՎՈՉ ԼՐԻՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ՅԵՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑՆԵՐԻ 5-ՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆԻ ԴԱՍԱԳԻՐՔ

Երրորդ հրատարակություն

ԹԱՐԳՄ. ԱՐՇ. ՇԱՎԱՐՇՅԱՆ

ՀՍԽՀ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ—1936

ԱՆՀՐԱԺԵՇՏ ՊԱՐԱԳԱՆԵՐԻ ՑՈՒՑԱԿ

1. Կարկինի մասերի հավաքածու,
   Մասշտաբային քանոնների հավաքածու,
   Գծագրական (30^0 և 45^0) յեռանկյունների հավաքածու,
   Փոխադրիչների (և տոկոսային փոխադրիչների) հավաքածու։
2. Դասարանական—կարկին, անկյունարդ, քանոն և փոխադրիչ։
3. Մոդելներ· 1) խորանարդ, խորանարդի փռվածք, խորանարդ՝ դեցիմե—տրը՝ խորանարդ սանտիմետրների բաժանված.
   2) ուղղանկյուն զուգահեռանիստ կամ չորսու, չորսու՝ անկյունա—գծային կարվածքով·
   3) ուղիղ յեռանկյուն պրիզմա՝ հիմքերի բարձրություններով կարված, բազմանկյուն պրիզմա՝ անկյունագծային կարվածքներով.
   4) ուղիղ շրջանային գլան, նրա փռվածքը·
   5) գունդ և կոն·
   6) հողակապային անկյուն.
   7) կից անկյուններ (հողակապային)·
   8) հակադիր անկյուններ (հողակապային)·
   9) 16 կամ 32 հավասար սեկտորների բաժանված շրջան։
4. Միլիմետրային թուղթ։

Տեխ. խմբագիր՝ Գ. Ջենյան
Սրբագրիչ՝ Ա. Արզամանյան
Հրատ. 3758 գլավ. լիազ-ր Կ—1153 պատվ. 762, տիրաժ 30,000
Հանձնված է արտադրության 1 հունիսի, 1936 թ.
Ստորագրված է տպագրելու 27 հունիսի, 1936 թ.
Պետհրատի տպարան, Յերևան. II Գնունի 4

I. ՅԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍԿԱՑՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§1. ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՅԵՎ ՅԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆ

1. Մեզ շրջապատում է բազմապիսի առարկաների կամ մարմինների բազմություն։ Դրանցից յուրաքանչյուրը տարածության վորոշ մաս է գրավում։ Մարմինները, նայած թե ինչ նյութից են պատրաստված, տարբերվում են միմյանցից մի շարք հատկանիշներով — քաշով, ամրությամբ, գույնով, անթափանցությամբ, առաձգականությամբ և այլն։ Բայց մարմինները օժտված են նաև այնպիսի հատկանիշներով, վորոնց կարելի չէ քննարկել անկախ այն նյութից, վորից պատրաստված են այդ մարմինները, — այդ նրանց *մեծությունն* ու *ձևն* է։ Այս վերջին յերկու հատկանիշները կախված են բացառապես այն բանից, թե մարմինները տարածության ինչ մաս են գրավում։

2. Մարմինը յուր բոլոր այն հատկանիշներով, վորոնք կախում ունեն այդ մարմինը կազմող նյութից, կոչվում է *ֆիզիկական մարմին*. Ֆիզիկական մարմնի ուսումնասիրությամբ զբաղվում են բնական գիտությունները — ֆիզիկան, քիմիան և այլն։ Իսկ *յերկրաչափությունն* զբաղվում է *մարմնի ձևի և չափերի* ուսումնասիրությամբ, անկախ այն բանից, թե ինչ նյութից է պատրաստված այդ մարմինը։ Յերկրաչափության տեսանկյունով՝ յերկրորդական խնդիր է այն, թե, որինակ, խորանարդաձև մարմինը սղոցված է փայտից, կոփված է քարից, ձեփված է կավից, թե շինված է

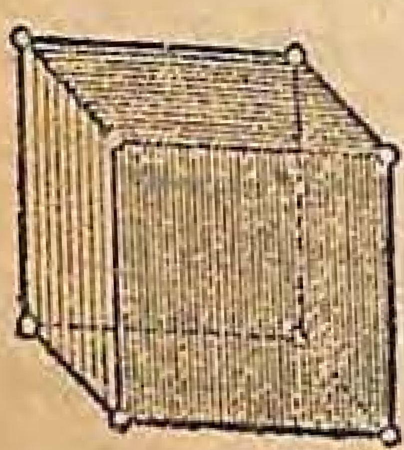
վորևե այլ նյութից։ Յերկրաչափության համար կարևորը միայն մարմնի ձևն է ու նրա չափերը. ուստի զբաղվելով յերկրաչափությամբ, անհրաժեշտ է սովորել և կարողանալ մարմնի արտաքին հատկանիշներով դատել նրա ձևի մասին։

3. Յուրաքանչյուր մարմին ունի վորոշ ձև։ Բնության մեջ առանց ձևի մարմին չկա։ Յեթե յերբեմն գործ է ածվում «անձև մարմին» արտահայտությունը, ապա դրանով ուզում են նշել, վոր այդ մարմինը նման չէ յուր ձևով մեզ ծանոթ վորևե մարմնի։

4. Յերկրաչափության մեջ մարմիններն ուսումնասիրելիս ուշադրություն չենք դարձնի նրանց ֆիզիկական հատկությունների վրա, հետևապես մենք գործ ենք ունենալու վոչ թե ֆիզիկական, այլ այնպիսի մարմինների հետ, վորոնք կարծես թե զրկված են իրենց բոլոր ֆիզիկական հատկություններից, բայց միաժամանակ, վորն հատկապես կարևոր է, պահպանել են իրենց ձևը. այդպիսի մարմինը կոչվում է յերկրաչափական մարմին։ Յերկրաչափական մարմինը տարածության ամեն կողմից սահմանափակված այն մասն է, վոր գրավում է ֆիզիկական մարմինը։

Այսպիսով

Յերկրաչափական մարմինը տարածության բոլոր կողմերից սահմանափակված մասն է, անկախ այն նյութից, վոր լցնում է այդ տարածությունը։



Նկ. 1

5. Յուրաքանչյուր մարմին ունի յերեք գլխավոր ուղղություն, կամ չափում — յերկարություն, լայնություն և բարձրություն։ Այդ չափումներին յերբեմն այլ անուններ են տալիս. օրինակ, խոսում են ջրհորի խորության, տախտակի հաստության, այլ վոչ նրանց բարձրության մասին։

Ամեն մի մարմին կարելի յե մասերի բաժանել։ Մարմնի յուրաքանչյուր մասն առանձին քննելով տեսնում ենք, վոր այդ էլ բռնում է տարածության վորոշ մաս, ուստի նույնպես մարմին է հանդիսանում։

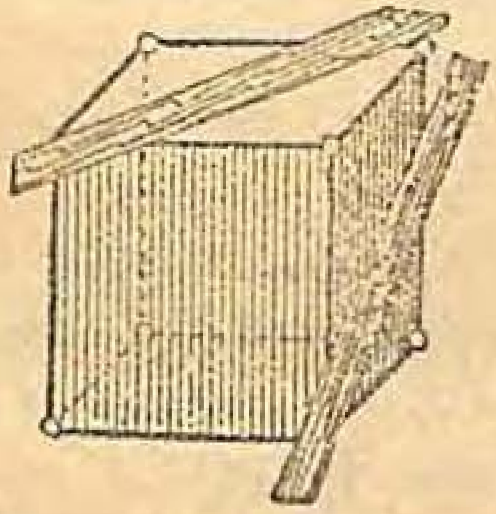
Երկրաչափական մարմնի մասը նույնպես յերկրաչափական մարմին է։

6. Դիտարկենք յերկրաչափական ամենապարզ մարմիններից մեկը — խորանարդը (նկ. 1)։

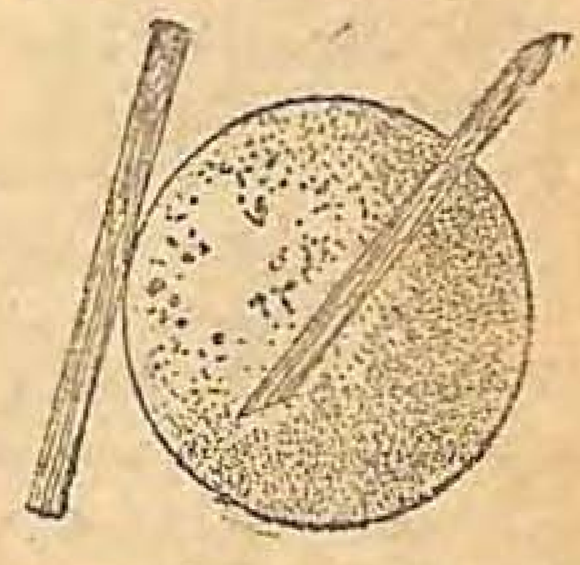
Խորանարդն, ինչպես ամեն մարմին, մնացյալ ամբողջ տարածությունից անջատվում է յուր սահմանով — *մակերևույթով*։

Մարմնի սահմանը կոչվում է մակերևույթ։

Խորանարդի մակերևույթը կազմված է վեց առանձին մասերից, կամ *նիստերից*, այդ պատճառով էլ խորանարդը կարելի յե անվանել *վեցանիստ*։ Խորանարդի յուրաքանչյուր նիստը *հարթ մակերևույթ* է, կամ պարզապես *հարթություն*։ Հարթությունը մենք կարող ենք պատկերացնել իբրև անսահմանորեն ամեն կողմ տարածվող, խորանարդի նիս-



Նկ. 2



Նկ. 3

տը հարթության մի մասն է միայն։ Հարթության հատկությունն այն է, վոր նրա հետ միշտ էլ լրիվին համատեղվում է ուղիղ գիծը — քանոնի կողը, ինչ ուղղությամբ էլ այն շարժելու լինենք հարթության վրա (նկ. 2)։

Ուրիշ տեսք ունի գնդի մակերևույթը (նկ. 3)։ Նրա մակերևույթը *կոր մակերևույթ* է. ուղիղ գիծը — քանոնի կողը — չի կարող լրիվին համատեղվել կոր մակերևույթի հետ։

7. Մակերևույթն ունի յերկու չափում — *յերկարություն* և *լայնություն*։ Մակերևույթը, ինչպես և մարմինը, կարելի յե մասերի բաժանել. մակերևույթի մասը նույնպես մակերևույթ է և ունի նույն յերկու չափումները — *յերկարություն* և *լայնություն*։

Խորանարդի ամեն մի նիստը հատվում է մյուս բոլոր նիստերով, բացի հակադիր նիստից։ Այսպես, խորանարդի (նկ 1) վերևի նիստը հատվում է կողմնային չորս նիստերով և չի հատվում միայն մեկով — ներքևի նիստով։

8. Յուրաքանչյուր երկու նիստը հատվում են ուղիղ գծով, որը կոչվում է նիստի կող կամ խորանարդի կող։ Նիստի կողմը՝ երկու նիստերը, երկու մակերևույթներն իրարից բաժանող սահմանն է։ Մակերևույթի սահման հանդիսանում է գիծը։

Գծերը լինում են ուղիղ և կոր։ Խորանարդի կողն ուղիղ գիծ է. գնդի մակերևույթի վրա անցկացրած ամեն մի գիծ կարող է կոր գծի օրինակ լինել։ Գիծը միայն մի չափում ունի — երկարություն։

9. Խորանարդի կողերի հատման տեղը կետ է. այդ կետը կոչվում է խորանարդի գագաթ։ Գծի սահմանը կետն է. կետը ոչ մի չափում չունի։

Մարմնի սահմանը մակերևույթն է, մակերևույթի սահմանը գիծն է, իսկ գծի սահմանը՝ կետը։

Կետերը, գծերը և մակերևույթները պատկանում են միայն մարմիններին։ Սակայն մենք կարող ենք կետերը, գծերը և մակերևույթները մարմիններից կարծես թե անջատված պատկերացնել և դիտարկել նրանց՝ մարմիններից անջատ, մարմիններից անկախ։

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ է ֆիզիկական մարմինը։
2. Ի՞նչ է երկրաչափական մարմինը։
3. Ի՞նչ է մակերևույթը, գիծը, կետը։
4. Մարմնի ո՞ր հատկություններով է զբաղվում երկրաչափությունը։
5. Ինչո՞վ է տարբերվում կոր մակերևույթը հարթ մակերևույթից։

§2. ԽՈՐԱՆԱՐԴ, ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՏ, ՈՒՂԻՂ ՊՐԻԶՄԱ

1. Խորանարդ։ Խորանարդի հատկանիշները։ Խորանարդը (նկ. 1) ունի հետևյալ հատկանիշները, որոնցով տարբերվում է մյուս ձևի մարմիններից.

1) Մնացած ամբողջ տարածությունից նա վեց կողմից անջատված է յուր վեց նիստով։

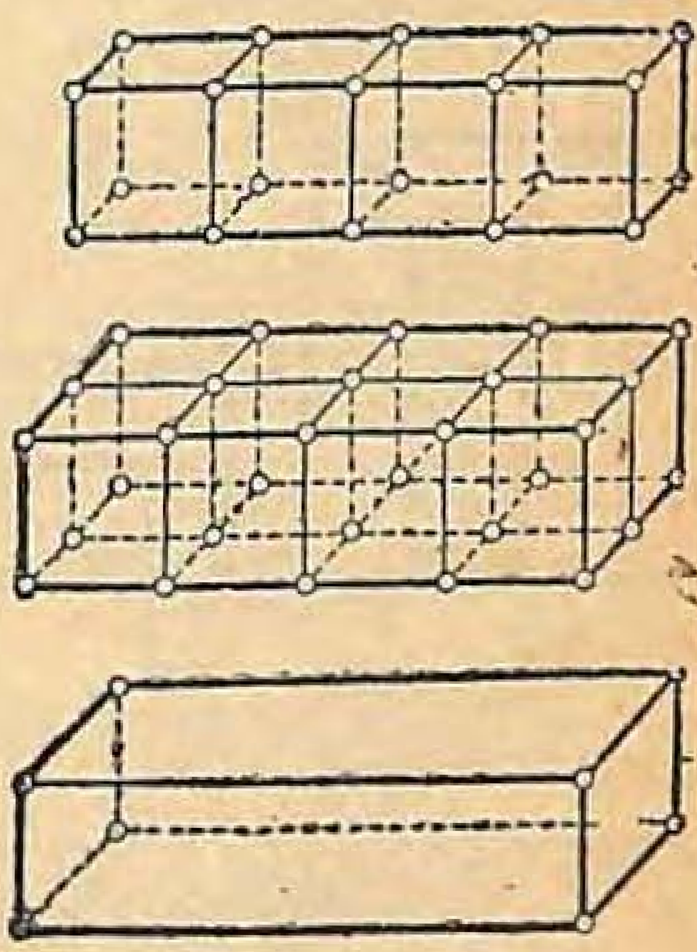
2) Նրա յուրաքանչյուր յերկու հակադիր նիստերը չեն հատվում։

3) Խորանարդի բոլոր նիստերը հավասար են, վորոնցից ամեն մեկը հարթ մակերևույթ է և կամ պարզապես հարթություն։

4) Յերկու նիստերի հատման գիծն ուղիղ գիծ է, վորը կոչվում է խորանարդի կող կամ նիստի կողմ։ Խորանարդն ունի 12 կող, մի նիստը՝ 4 կողմ։

5) Խորանարդի ամեն մի նիստը սահմանափակված է մի փակ գծով, վորը չորս հավասար կողմերից է բաղկացած։ Նիստի յուրաքանչյուր յերկու հատվող կողմերը կազմում են ուղիղ անկյուն։

Այդպիսի փակ գծով սահմանափակված յերկրաչափական պատկերը կոչվում է **քառակուսի**։



Նկ. 4

6) Խորանարդն ունի ութ գագաթ։ Ամեն գագաթում հատվում են խորանարդի յերեք նիստերը, նաև խորանարդի յերեք կողերը։

Խորանարդի ներքևի նիստը, վորը համընկնում է այն հարթության հետ, վորի վրա դրված է խորանարդը, կոչվում է խորանարդի **ներքևի հիմք**, իսկ դրա հակադիր նիստը՝ **վերին հիմք**, խորանարդի մնացած չորս նիստերը կոչվում են **կողմնային նիստեր**. նրանք կազմում են խորանարդի **կողմնային մակերևույթը**։ Յեթե խորանարդի կողմնային մակերևույթին ավելացնենք այդ խորանարդի վերևի և ներքևի հիմքերի մակերևույթները, կստանանք **խորանարդի լրիվ մակերևույթը**։

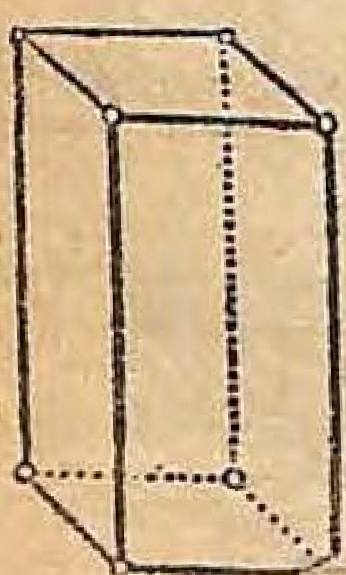
Խորանարդի բոլոր երեք չափումները — երկարությունը, լայնությունը և բարձրությունը — իրար հավասար են։

Երկարություն = լայնություն = բարձրություն։

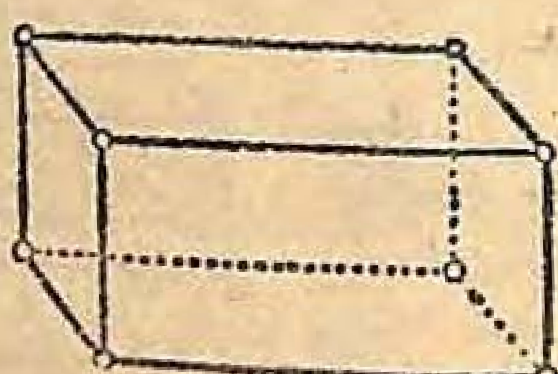
Շատ առարկաներ, ինչպես, օրինակ, զանազան տեսակի կառուցվածքներ, նրանց մասերը, արկղներ, նարդու զառեր և այլն — խորանարդի ձև ունեն։

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստ։ Շարքով կից իրար կողքի դնենք մի քանի հավասար խորանարդներ, հետո այդ շարքի կողքին՝ դարձյալ մի շարք նույն մեծության խորանարդներ (նկ. 4), կստացվի մի մարմին, վորի ձևը տարբեր կլինի խորանարդից։

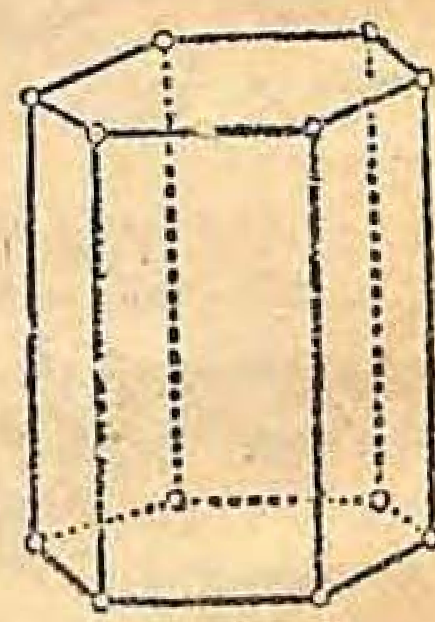
Այդ մարմինը նույնպես սահմանափակված է վեց նիստով, բայց նրա նիստերը քառակուսի չեն, այլ **ուղղանկյուն**։ Այսպիսի մարմինը կոչվում է **ուղղանկյուն զուգահեռանիստ կամ չորսու**։



Նկ. 5



Նկ. 6



Նկ. 7

Ուղղանկյունը մի երկրաչափական պատկեր է, վորը սահմանափակված է չորս կողմ ունեցող փակ գծով. ուղղանկյան կողմերը հատվում են ուղիղ անկյունով, և հանդիպակաց կողմերը հավասար են իրար։

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմնային վոչ բոլոր նիստերն են իրար հավասար. զույգ առ զույգ հավասար են կողմնային հանդիպակաց նիստերը. հավասար են նաև վերևի ու ներքևի հիմքերը։ Ինչ վերաբերում է ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողերին, պետք է ասել, վոր երկու հիմքերի հանդիպակաց կողերը զույգ առ զույգ հավասար են իրար, ինչպես և հավասար են կողմնային բոլոր կողերը։

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի յերեք չափումներն էլ տարբեր են։

Յերկաթուղային վագոնները, սնդուկները, հեծանները և այլն — ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ձև ունեն։

3. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմա։ 5-րդ նկարի վրա ունենք մի մարմին, վորը սահմանափակված է վեց նիստով. այդ նիստերից յերկուսը — հ ի մ ք ե ր ը — ք ա ռ ա կ ու ս ի ն ե ր են, իսկ մնացած չորսը — կողմնային նիստերը — իրար հավասար ու ղ ղ ա ն կ յ ու ն ն ե ր են. այդ մարմինը կոչվում է կ ա ն ո ն ա վ ո ր ք ա ռ ա ն կ յ ու ն պ ր ի զ մ ա։

Այն ուղղանկյուն զուգահեռանիստը, վորի յերկու հանդիպակաց նիստերը քառակուսի չեն, կ ա ն ո ն ա վ ո ր պ ր ի զ մ ա չ է։

Քառանկյուն կանոնավոր պրիզմայի յերեք չափումներից յերկուսը հավասար են։ Յեթե այդ պրիզման այնպես դնենք, վոր նրա հիմքը քառակուսի լինի, ապա այդ պրիզմայի յերկարությունն ու լայնությունը կլինեն նույնը, իսկ բարձրությունը՝ տարբեր (Նկ. 5). յեթե պրիզման այնպես դնենք, վոր հիմքը լինի կողմնային նիստը — ուղղանկյուն, այդ դեպքում հավասար կլինեն նրա լայնությունը և բարձրությունը, իսկ յերկարությունը տարբեր կլինի (Նկ. 6)։

4. Յեթե պրիզմայի հիմքը քառակուսի չէ, այլ յերկրաչափական մի պատկեր՝ բաղկացած յերեք, հինգ, վեց կամ ավելի թվով կողմերից, իսկ կողմնային նիստերը — ուղղանկյուններ են, ապա այդպիսի պրիզման, նայած հիմքի կողմերի թվին, կոչվում է ուղիղ յեռանկյուն, հնգանկյուն, վեցանկյուն կամ բազմանկյուն պրիզմա (Նկ. 7)։

Բազմանկյուն պրիզմայի որինակներ կարող են համարվել կլորավոր մատիտը, մեղրախորիսխի բջիջը և այլն։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Քանի կող և քանի՞ նիստ է հավաքվում խորանարդի գագաթում։
2. Ի՞նչ պատկեր է ներկայացնում խորանարդի նիստը։
3. Թվեցեք խորանարդի տարբերիչ հատկանիշները։

4. Ինչպիսի՞ մարմինն է կոչվում ուղղանկյուն զուգահեռանիստ։ Ինչո՞վ է այդ նման խորանարդին և ինչո՞վ է տարբերվում նրանից։

5. Ինչո՞վ է ուղղանկյունը տարբերվում քառակուսուց։

6. Ինչպիսի՞ մարմինն է կոչվում կանոնավոր քառանկյուն պրիզմա։ Ինչպիսի՞ պատկերներ են ներկայացնում նրա կողմնային նիստերը, նրա հիմքերը։

7. Կարելի՞ է խորանարդը և չորսուն անվանել պրիզմա։

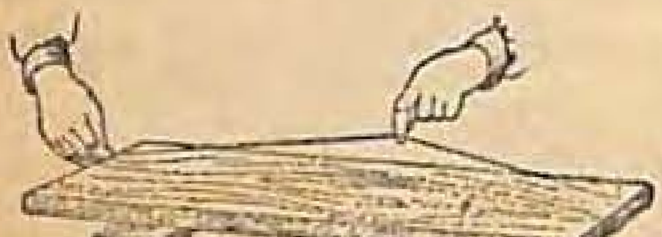
8. Ինչպիսի՞ պրիզման է կոչվում ուղիղ բազմանկյուն պրիզմա։

9. Քանի՞ նիստ, կող և գագաթ ունի ուղիղ վեցանկյուն պրիզման։

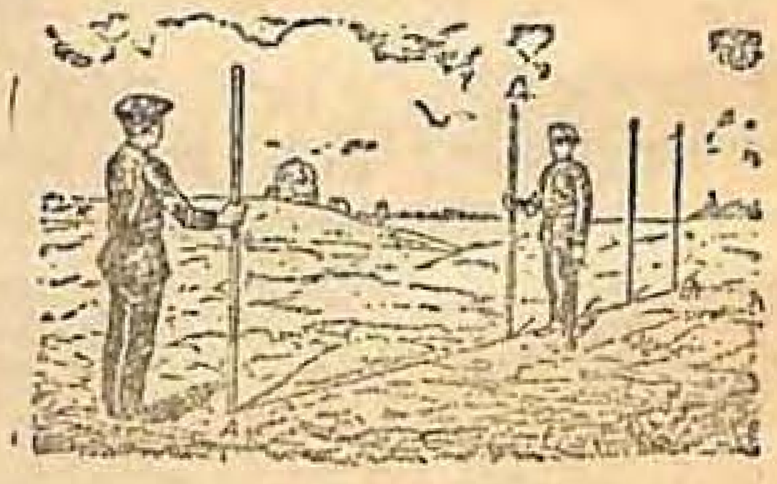
II. ՈՒՂԻՂ ԳԻԾ

§ 1. ՈՒՂԻՂ ԳԻԾ։ ՃԱՌԱԳԱՅԹ։ ՀԱՏՎԱԾ։ ԲԵԿՅԱԼ։

1. *Բոլոր տեսակի գծերից ամենից ավելի հաճախ է պատահում ուղիղ գիծը։ Պիրկ ձգված թելը դիտողական պատկերացում է տալիս ուղիղ գծի մասին։ Խորանարդի կողերն ուղիղ գծեր են։*



Նկ. 8



Նկ. 9

2. *Գործնական կյանքում շատ հաճախ կարիք է լինում ուղիղ գծեր անցկացնելու։ Երբ հյուսնը կամ ատաղձագործն ուզում են տախտակի կողքը տաշել ուղիղ գծով, ապա ուղիղ ստանալու համար նրանք օգտվում են լարով։ Լարի գործածությունը ցույց է տրված 8-րդ նկարում։*

Հողաչափական աշխատանքներ կատարելիս հարկ է լինում տվյալ տեղում գետնի վրա ուղիղ գծեր անցկացնել կամ, ինչպես ասում են, տեղանքում կամ վայրում ուղիղ գիծ ցցուղել։ Թե ինչպես է այդ կատարվում, բացատրում է 9-րդ նկարը։

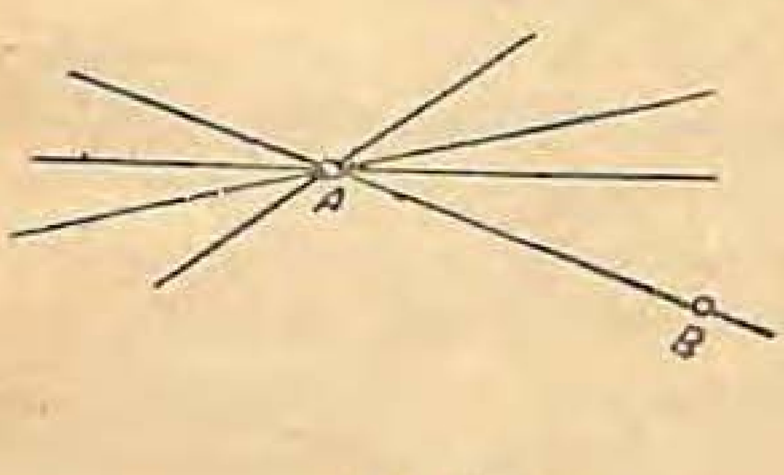
Այդ աշխատանքը կատարում են յերկու մարդ։ Նախ նշանաձողերով նշում են այն յերկու կետերը՝ A և B, վորոնց միջև պետք է ուղիղ գիծ անցկացնել։ Դրանից հետո այդ աշխատանքի մասնակիցներից մեկը կանգնում է A նշանաձողի մոտ. իսկ մյուսը, վերցնելով մի քանի նշանաձողեր, գնում է դեպի B նշանաձողը և առաջինի ցուցմունքով ամրացնում է C նշանաձողն A և B կետերի միջև այնպես, վոր վերջինս ընկնի AB ուղիղի վրա։ Այդ լինում է այն դեպքում, յերբ C նշանաձողը ծածկում է B նշանաձողն այն ժամանակ, յերբ A կետից նայում ենք B նշանաձողին։ Այսպես դրվում, ամրացվում են նաև միջանկյալ նշանաձողերը։

Նկ. 10

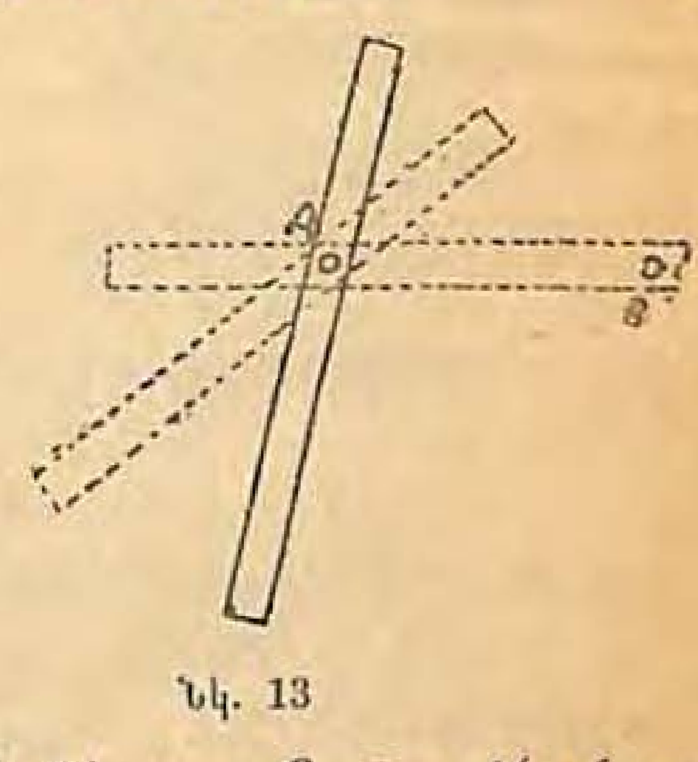
3. Գծագրական աշխատանքներում ուղիղ գծերն անցկացնում են գծագրական քանոնի միջոցով։ Գծագրերը պատրաստելիս հարկավոր է լինում տանել ուղիղ ու կոր գծեր և նշել մի շարք կետեր։

Նկ. 11

Վորպեսզի իմանանք, թե ինչ գծի կամ կետի մասին է խոսքը, այդ գծերն ու կետերը նշանակում են լատիներեն այբուբենի գլխատառերով։ Կետը նշվում է մեկ տառով՝ վորը գրվում է այդ կետի մոտ. 10-րդ նկարի վրա նշված են A, B և C կետերը։ Ուղիղ գիծը նշանակվում է յերկու տառով, վորոնք գրվում են իրարից վորոշ հեռավորության վրա (Նկ. 11)։



Նկ. 12



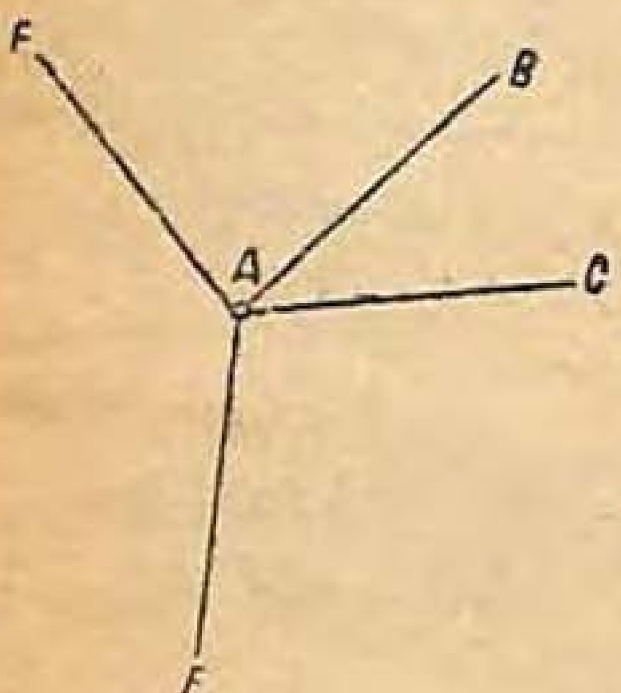
Նկ. 13

4. Ուղիղն ունի մի շարք հատկություններ։

Մի կետից, ասենք A-ից, կարելի յե անսահման բազմությամբ ուղիղներ տանել (նկ. 12)։ Այդ բոլոր ուղիղները տարբեր ուղղություն ունեն։ Յեթե տված ե մի կետ ել, ասենք B-ն, ապա A կետով անցնող բոլոր ուղիղներից միայն մեկը կանցնի B կետով, այդ կլինի AB ուղիղը։

Յեթե տախտակի մի բարակ շերտ մեխով ամրացնենք պատին A կետում, ապա կարելի կլինի տախտակի այդ շերտին ցանկացած ուղղությունը տալ (նկ. 13)։ Բայց բավական ե միայն այդ շերտը մի տեղից ամրացնել B մեխով, վոր այլևս հնարավոր չլինի փոխել տախտակի այդ շերտի դիրքը։ A և B մեխերը, վորոնցով շերտն ամրացված ե պատին, վորոշում են այդ շերտի դիրքը։ Այսպիսով փորձը ցույց ե տալիս, վոր յերկու (A և B) **կետերով կարելի յե միայն մեկ ուղիղ անցկացնել։**

Ուղիղի հիմնական հատկությունն ե այդ, վորից բղխում են ուղիղի հետևյալ հատկությունները։



Նկ 14

1) Յերբ յերկու ուղիղ գծեր անցնում են միևնույն յերկու կետերով, ապա դրանք համապատասխանում են իրենց բոլոր կետերով։

2) Յերբ յերկու ուղիղ գծեր ունեն միայն մի ընդհանուր կետ, ապա այդ ուղիղները հատվում են։

Իսկապես, յեթե յերկու ուղիղները համընկնեին վոչ թե մեկ, այլ յերկու կետում, ապա այդ կնշանակեր, վոր յերկու կետերով անցնում են յերկու տարբեր ուղիղներ, վոր հնարավոր չե, քանի վոր մարդկության դարավոր փորձից գիտենք, վոր յերկու կետերով չի կարելի յերկու տարբեր ուղիղներ տանել և կարելի յե անցկացնել միայն մեկ ուղիղ։ Այն կետը, վորտեղ հատվում են յերկու ուղիղները, կոչվում ե նրանց հ ա տ մ ա ն կ ե տ։

3) Ուղիղ գիծը կարելի յե դեպի յերկու կողմն ել անսահման շարունակել։

4. Յեթե ուղիղ գծի վորևե տեղում վերցնենք մի կետ, ա-

պա նա ուղիղը կիսաժանի յերկու մասի. այդ մասերից յուրաքանչյուրը կոչվում է *ճ ա ռ ա գ ա յ թ*: Ճառագայթ կոչվում է ուղիղ գծի այն մասը, վոր միայն մի կողմից է սահմանափակված: Ճառագայթը նշանակվում է յերկու տառով. գրության ժամանակ նախ գրվում է այն կետի մոտ դրված տառը, վորից դուրս է գալիս ճառագայթը: 14-րդ նկարում AB, AC, AE, AF ճառագայթները դուրս են գալիս A կետից:

6. Յեթե ուղիղը սահմանափակված է յերկու կողմից, ապա այդ ուղիղը կոչվում է *հ ա տ վ ա ծ*: АБ-ն MN ուղիղ գծի հատվածն է (նկ. 15):

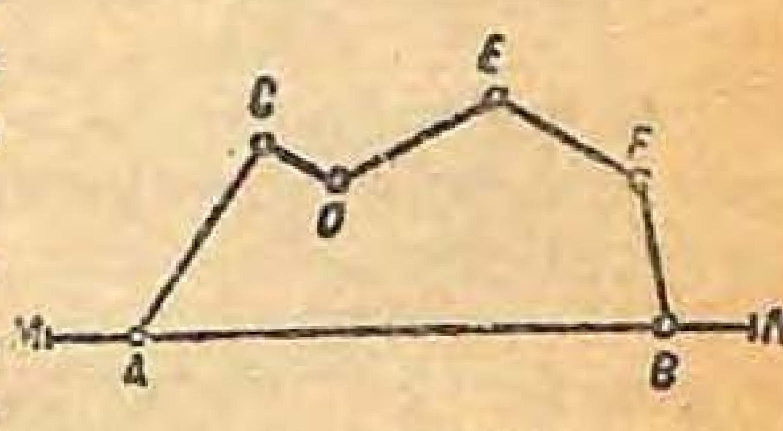
Նկ. 15

Նկ. 16

Հատվածն ուղիղի այն մասն է, վոր սահմանափակված է յերկու կողմից:

Ուղիղ գծի հատվածը նշանակվում է յերկու մեծատառով, վորոնք գրվում են հատվածի ծայրերի մոտ, որինակի համար՝ АБ հատվածը: Հաճախ ուղիղ գծի հատվածը նշանակվում է մեկ փոքրատառով (նկ. 16), վորը միաժամանակ ցույց է տալիս հատվածի յերկարությունը՝ չափված յերկարության չափի վորոշ միավորներով. փոքր տառը սովորաբար դնում են հատվածի վերևը կամ տակը, մոտավորապես մեջտեղը:

7. Այն գիծը, վոր կազմված է ուղիղի այնպիսի հատվածներից, վորոնք մեկ ուղիղ գիծ չեն կազմում, կոչվում է բեկյալ:



Նկ. 17

Քառակուսին և ուղղանկյունը սահմանափակված են փակ բեկյալ գծերով: 17-րդ նկարի վրա АБ-ն MN ուղիղի հատվածն է. ACDEFB-ն բեկյալ գիծ է. բեկյալի AC, CD, DE և այլն առանձին հատվածները, վորոնցից բաղկացած է այդ բեկյալը, կոչվում են նրա ճյուղերը:

Այստեղ ACDEFB բեկյալը կազմված է հինգ ճյուղից:

8. Ուղիղ գծի հատվածը հանդիսանում է ուղիղի յերկու կետերի միջեվ յեղած ամենակարճ հեռավորությունը:

Վորևէ յերկու կետերի միջև յեղած հեռավորությունը վորոշելու համար պետք է այդ կետերով ուղիղ անցկացնել և չափել այն հատվածը, վորի ծայրերը հանդիսանում են տված կետերը։

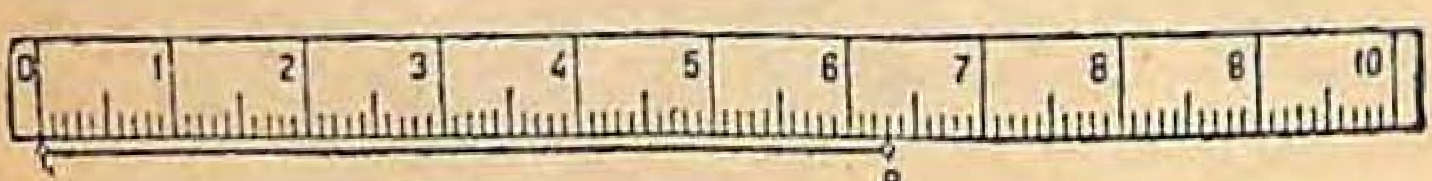
9. Քանոնի ստուգումը։ Ստուգել քանոնը — նշանակում է պարզել՝ այդ քանոնի կողն ուղի՞ղ գիծ է, թե վոչ։ *Քանոնին այսպես են ստուգում — նրա մի կողով* A *և* B *կետերի միջև գիծ են անցկացնում, ապա առանց քանոնը վերցնելու՝* AB *կողի շուրջը պտտում են մյուս յերեսը և նորից* A *և* B *կետերի միջև գիծ են անցկացնում։ Յեթե յերկու գծերը համատեղվում են, ապա ուրեմն քանոնը ճիշտ է։*

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչպե՞ս պետք է պատի վրա ուղիղ գիծ քաշել։
2. Ինչու՞ յերկու ուղիղ գծերը չեն կարող հատվել յերկու կետում։
3. Ի՞նչ տարբերություն կա ուղիղի և հատվածի, հատվածի և ճառագայթի, ուղիղի և ճառագայթի միջև։
4. Վո՞ր գիծն է կոչվում բեկյալ։ Վորո՞նք են նրա ճյուղերը։
5. Իրար փոխադարձաբար հատող յերեք ուղիղ անցկացրեք այնպես, վոր ստացվի՝ 1) վեց ճառագայթ և 2) փակ բեկյալ գիծ։

§ 2. ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ։ ՄԱՍՇՏԱԲԱՅԻՆ ՔԱՆՈՆ։

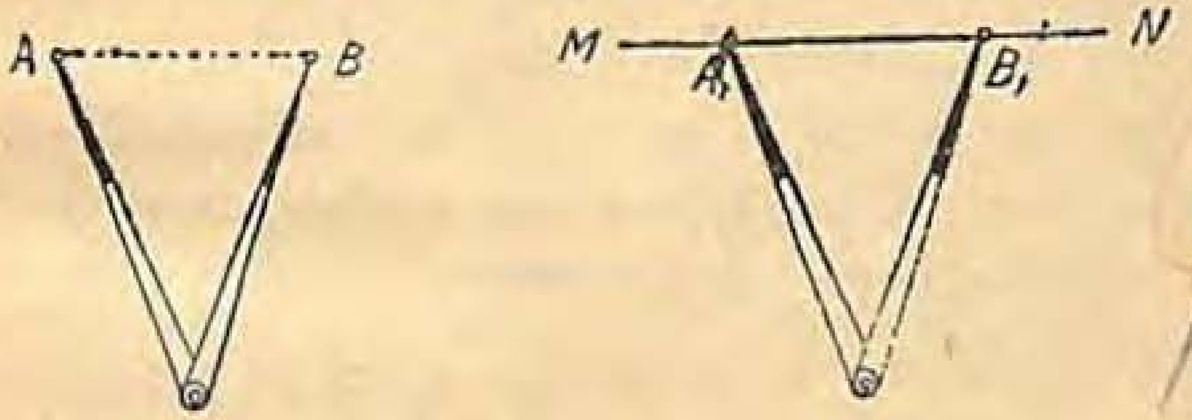
1. Հատվածը չափել — *նշանակում է* իմանալ, թե յերկարության չափի մեր վերցրած միավորը քանի՞ անգամ է զետեղվում տվյալ հատվածում:



Նկ. 18

Փոքր հատվածներ չափելիս օգտվում են ***մասշտաբային քանոնով.*** *մասշտաբային քանոնը բաժանված է սանտիմետրների և միլիմետրների։ Հատվածի յերկարությունը կարելի յե* յերկու յեղանակով չափել՝ 1) միայն մասշտաբային քանոնով և 2) նախ կարկին, ապա մասշտաբային քանոն գործադրելով։

2. Առաջին յեղանակ. AB հատվածը չափելու համար (Նկ. 18) մասշտաբային քանոնը դնում են նրա մոտ այնպես, որ հատվածի ձախ ծայրն ընկնի քանոնի զերո խազի դիմաց, և նըշում են, թե քանոնի վոր խազի դիմաց է ընկնում հատվածի յերկրորդ՝ աջ ծայրը։ Այդ ժամանակ քանոնի վրա արված նշանը ցույց է տալիս, թե չափվող AB հատվածը քանի սանտիմետր ու միլիմետր յերկարություն ունի։ 18-րդ նկարը ցույց է տալիս, վոր AB հատվածը 6 սմ 3 մմ կամ 63 մմ յերկարություն ունի։



Նկ. 19

3. Յերկրորդ յեղանակ. AБ հատվածը կարկինով չափելու համար այսպես են անում. կարկինի վոտների սուր ծայրերը դնում են հատվածի A և Б կետերի վրա (Նկ. 19), և առանց կարկինի վոտները շարժելու՝ նույն բացվածքը փոխանցում են մասշտաբային քանոնի վրա. քանոնի վրա արած հաշիվը տալիս է AB հատվածի յերկարությունը։ Հատվածի յերկարությունը չափելիս մենք անմիջականորեն — բաղդատում ենք չափվող հատվածը յերկարության չափի միավորի հետ։ Այդպիսի չափումը կոչվում է ա ն մ ի ջ ա կ ա ն չ ա փ ո ւ մ։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ է նշանակում չափել հատվածի յերկարությունը։

2. Ի՞նչպես է կառուցված մասշտաբային քանոնը։ Յերկարության միավորի ի՞նչ մասերն են նշված նրա վրա։ Ի՞նչպես կարելի յե ստուգել մասշտաբային քանոնի ճշտությունը։

3. Կարկինի և մասշտաբային քանոնի միջոցով չափեցեք լուցկու տուփի յերկարությունը, լայնությունը և բարձրությունը, գրքի անվան մեծատառերի չափը, տետրի տողերի միջև յեղած հեռավորությունը։

4. Մասշտաբային քանոնով չափեցեք դեռևս չօգտագործված մատիտի երկարությունը, տետրակի երկարությունը և լայնությունը։

5. Ինքներդ պատրաստեցեք 20 սմ երկարության մասշտաբային քանոն, դրա վրա նշանակեցեք սանտիմետրները, մեկ սմ-ը միլիմետրների բաժանեցեք։

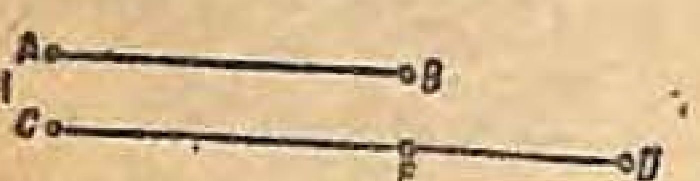
6. Տետրում գծեցեք մի գիծ, վորի վրա աչքաչափով անջատեցեք 4 սմ երկարություն ունեցող AB հատված, այնուհետև կարկինի միջոցով պարզեցեք, թե AB հատվածը վորքանով մեծ կամ փոքր է 4 սմ-ից։

§ 3. ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ԲԱՂԴԱՏՈՒՄԸ

1. Երկու հատված բաղդատել — նշանակում է իմանալ՝ արդյոք հավասա՞ր են նրանք, կամ նրանցից վո՞րն է ավելի մեծ։

Երկու հատվածները հավասար են, երբ նրանցից մեկը մյուսի վրա դնելիս ծայրերը կարող են համատեղվել։ Հատվածներն իրար հետ բաղդատելիս պետք է լինում այդ հատվածները մի ուղիղից մյուսի վրա փոխանցել։ Այդ կատարվում է կարկինի միջոցով։

Նկ. 20



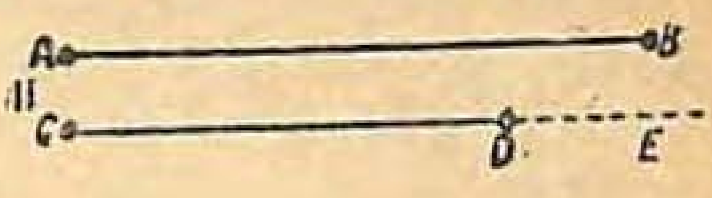
Նկ. 21

2. Տված է AБ հատվածը. պահանջվում է փոխանցել այդ, կամ, ինչպես ասում են, դնել MN ուղիղի վրա (Նկ. 19)։ Դրա համար կարկինը բաց ենք անում AБ հատվածի մեծությամբ, և առանց փոխելու կարկինի վոտների միջև եղած հեռավորությունը, MN ուղիղի վրա վորևէ A_1 կետից անջատում ենք տված AB հատվածին հավասար A_1B_1 հատվածը։ Այդ գրվում է այսպես. $A_1B_1=AB$։

3. Տրված են AB և CD հատվածները. պահանջվում է այդ հատվածները բաղդատել իրար հետ (Նկ. 20)։ Դրա համար AB հատվածը դնում ենք CD հատվածի վրա այնպես, վոր A-ն ընկնի C կետի վրա և AB ուղիղն ընթանա CD ուղիղով։ Եթե B-ն համընկնում է D կետին, ապա ուրեմն AB հատվածը հավասար է CD հատվածին։ Գրությունը. AB=CD։

Իսկ յեթե AB-ն CD-ի վրա դնելիս B-ն ընկնի վորևէ ուրիշ կետի՝ E-ի վրա, վորը գտնվում է C և D-ի միջև (Նկ. 21), ապա AB-ն փոքր է CD-ից։ Այդ գրվում է անհավասարության նշանով, այսպես՝ AB < CD. անհավասարության նշանն իր սուր ծայրով ուղղված է դեպի փոքր մեծությունը։

Վերջապես կարող է պատահել, որ AB-ն CD-ի վրա դնելիս B-ն ընկնի E կետի վրա, որը գտնվում է CD գծի շարունակության վրա՝ D կետից այն կողմ (նկ. 21). այդ ժամանակ AB-ն մեծ է CD-ից, որը գրավոր արտահայտվում է այսպես՝ AB > CD.



Նկ. 22

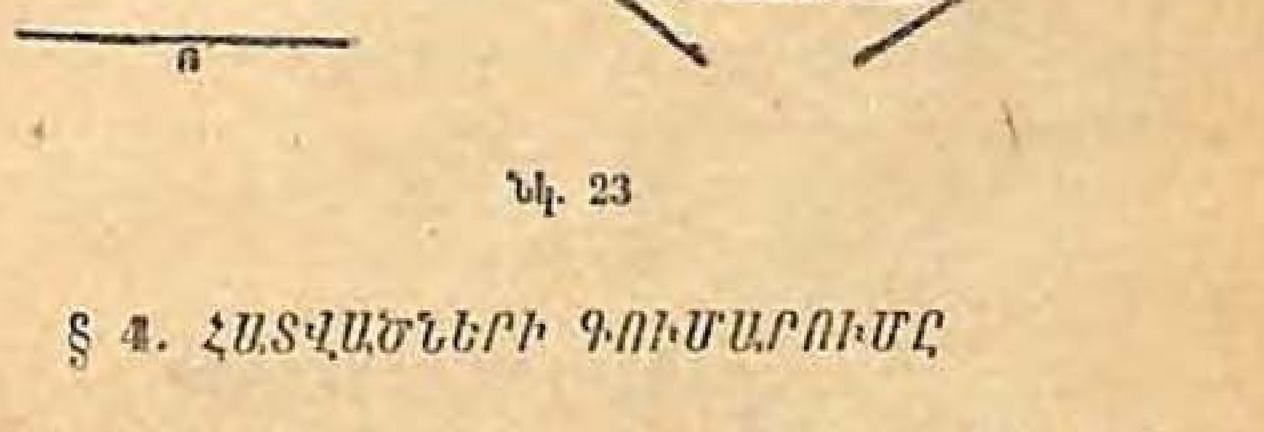
ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ է նշանակում այսպիսի գրվածքները. 1) $a > c$ 2) $b < d$ 3) $m = n$, որտեղ a, b, c, d, m և n-ը հատվածներ են։

2. Աչքաչափով գծեցե՛ք իրար հավասար, բայց տարբեր ուղղության յերկու հատվածներ, և ստուգեցե՛ք իսկապես հավասա՞ր են իրար։

3. Գծեցեք 3,5 սմ, 6,6 սմ, 53 մմ, 1 դմ, 2 սմ և 7 մմ յերկարության հատվածներ։

4. Նայելով 23-րդ նկարին՝ կնկատենք, որ a հատվածն ավելի յերկար է յերևում, քան b-ն, և m հատվածն ավելի յերկար՝ քան n-ը։ Ստուգեցե՛ք իրո՞ք այդպես է և այստեղ տեսողության պատրանք չկա՞։



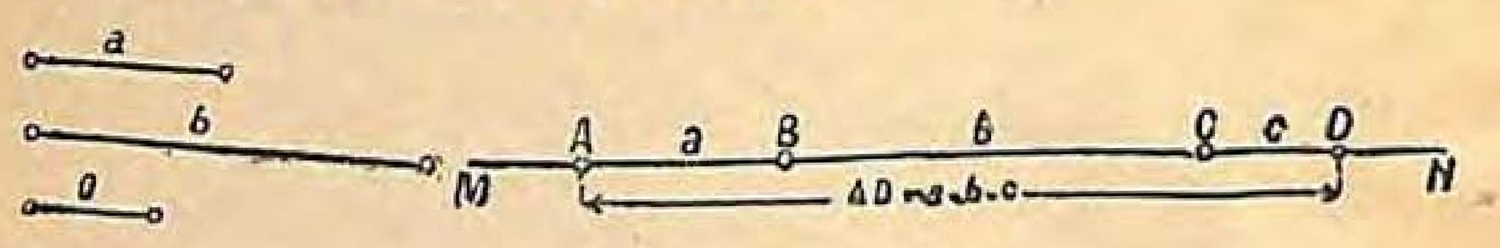
Նկ. 23

§ 4. ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ

1. Հատվածների հետ գործողությունները կարելի յե կատարել յերկու կերպ — թվաբանորեն կամ յերկրաչափորեն։ Առաջին դեպքում պետք է չափել տված հատվածները և ապա՝ դրանց յերկարությունը արտահայտող թվերի հետ կատարել նշված գործողությունները։ Յերկրորդ դեպքում գործողություն-

ներն անմիջականորեն կատարում ենք հատվածների հետ՝ առանց նախապես նրանց յերկարությունը չափելու։

2. **Մի քանի հատվածներ գումարել — նշանակում է գտնել մի այնպիսի նոր հատված, որի յերկարությունը հավասար լինի բոլոր հատվածների յերկարության գումարին:**



Նկ. 24

3. **Խնդիր.** *Գումարեցեք* a, b *և* c *յերեք հատվածները (նկ. 24)։*

Լուծում. Անցկացնենք MN *ուղիղը և, սկսելով որևէ* A *կետից, հաջորդաբար մեկը մյուսից հետո դասավորենք տըրված* a, b *և* c *հատվածներն այնպես, որ* AB = a, BC = b, CD = c. *կստանանք* AD *հատվածը, որը հավասար է տված յերեք հատվածների գումարին։ Անհրաժեշտ է նկատել, որ գումարելիս առաջին հատվածի վերջը հանդիսանում է հարևան հատվածի սկիզբը։*

Գրությունը՝ a+b+c=AB+BC+CD=AD։

4. AD *հատվածի յերկարությունը չի փոխվի, յեթե տված հատվածների գումարումը կատարենք այլ հերթականությամբ, այսինքն՝ նախ գումարենք* a *և* c *հատվածները և ապա այդ յերկուսի գումարը կազմող հատվածին ավելացնենք* b *հատվածը, կամ նախ գումարենք* b *և* c *հատվածները և դրանց գումարին ավելացնենք* a *հատվածը։*

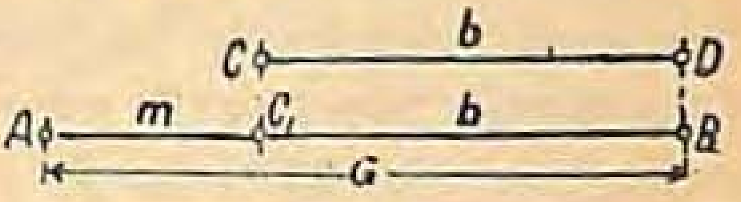
Գումարելիների կարգը փոփոխելուց գումարը չի փոխվում։

§ 5. ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄԸ

1. **Մի հատված մյուսից հանել — նշանակում է գտնել մի այնպիսի նոր հատված, որը ցույց տա, թե տված հատվածներից մեկը որքանով մեծ կամ փոքր է մյուսից։**

2. **Խնդիր.** AB=a *հատվածից պետք է հանել* CD=b *հատվածը։*

Լուծում. CD=b *փոքր հատվածը (նկ. 25) դնենք* AB=a *մեծ հատվածի վրա այնպես, վոր առաջին հատվածի* D *ծայրը համընկնի յերկրորդի* B *ծայրին և* CD *հատվածը գնա* AB *հատվածի վրայով՝* B-*ից դեպի* A *ուղղությամբ,* C *ծայրը* AB-*ի վրա կգրավի* C_1 *կետի դիրքը, իսկ* AB *հատվածից մնացած* AC_1 *մասը, վոր հավասար է* m *հատվածին, կլինի* AB=a *և* CD=b *հատվածների տարբերությունը։*



Նկ. 25

Գրվում է այսպես՝ $a-b=m$ *կամ* $AB-CD=AC_1$*։*

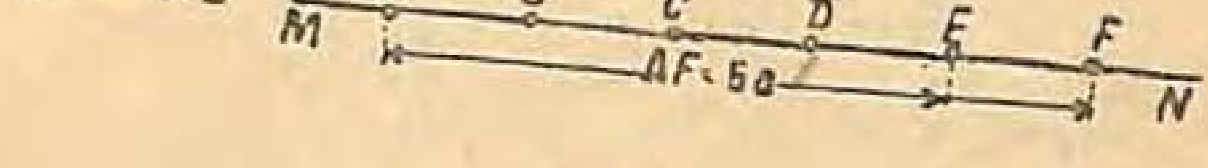
Մենք կատարեցինք AB *և* CD *հատվածների հանումը և ստացանք մի նոր հատված՝* AC_1*, վորը հավասար է տված յերկու հատվածների տարբերությանը։ Այդ նոր՝* AC_1 *հատվածը ցույց է տալիս, թե* AB *հատվածը վորքանով մեծ է* CD *հատվածից։*

Կարելի յե չափել AB, CD *և* AC_1 *հատվածների յերկարությունը և հաշվելով ստուգել կառուցումով ստացված պատասխանի ճշտությունը։*

§ 6. ՀԱՏՎԱԾԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ԱՄԲՈՂՋ ԹՎՈՎ

1. Հատվածն ամբողջ թվով բազմապատկել — նշանակում է գտնել մի այնպիսի նոր հատված, վորն իր յերկարությամբ հավասար լինի տված հատվածին՝ վերցրած իրեն գումարելի այնքան անգամ, քանի միավոր կա տված ամբողջ թվի մեջ։

2. Խնդիր. AB=a *հատվածը բազմապատկել 5-ով (նկ. 26)։*



Նկ. 26

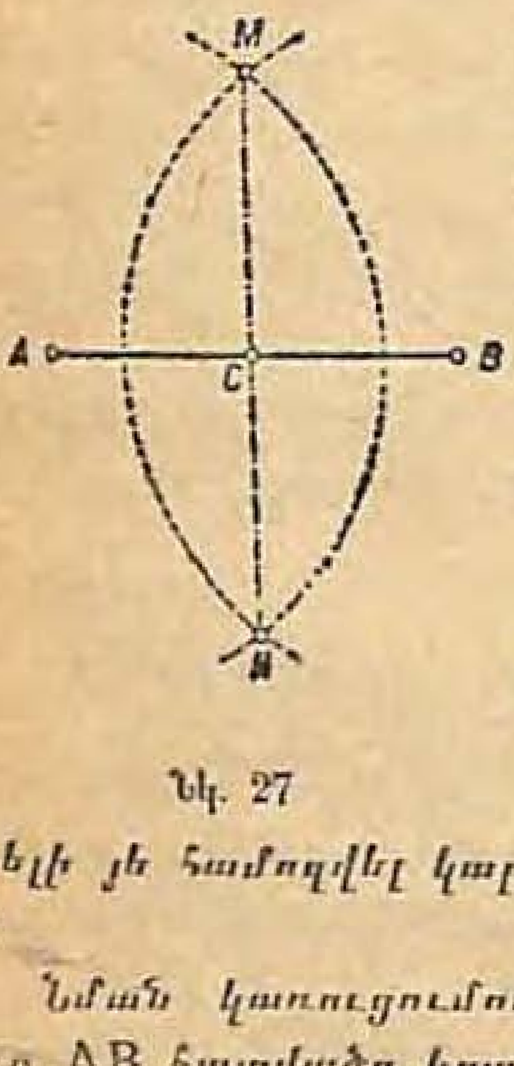
Լուծում. Ամբողջ թվով բազմապատկելը հավասար գումարելիների գումարում է, ուստի $a\cdot5=a+a+a+a+a$. *այստեղից բխում է խնդրի լուծումը։* MN *ուղիղի վրա վորևե* A *կետից հաջորդաբար 5 անգամ դասավորում են* AB=a *հատվածը. ստացվում է* AF=5AB=5a *հատվածը։*

§ 7. ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

1. Հատվածները 2, 4, 8 յեվ այլ հավասար մասերի բաժանելը։

Հատվածը 2, 4, 8 յեվ այլ հավասար մասերի բաժանել — նշանակում է կառուցելով գտնել մի այնպիսի նոր հատված, վորի յերկարությունը հավասար է տված հատվածի կեսին, քառորդին, մի ութերորդական մասին յեվ այլն։

2. Խնդիր. AB=a *հատվածը կառուցումով կիսել, այսինքն բաժանել յերկու հավասար մասի (Նկ. 27)։*



Նկ. 27

3. Լուծում — կարկինը բաց անելով AB-ի կեսից մի քիչ ավելի, գծում ենք շրջանագծեր՝ AB հատվածի A և B ծայրերն ընդունելով իբրև կենտրոն։ Այդ շրջանագծերը հատվում են M և N կետերում։ Այնուհետև այդ կետերը միացնում ենք MN ուղիղով. այդ ուղիղը տված AB հատվածը հատում է C կետում։ C կետը գտնվում է AB հատվածի միջնակետում, հետևապես AC=CB. այդ բանում կարելի յե համոզվել կարկինի ոգնությամբ ստուգում կատարելով։

Նման կառուցումով AC և CB հատվածներն ել կիսելով, մենք AB հատվածը կբաժանենք 4 հավասար մասի։ Շարունակելով ստացված ամեն մի հատվածի կիսելը, կարելի յե տված AB հատվածը բաժանել 8, 16, 32 և այլ հավասար մասերի։

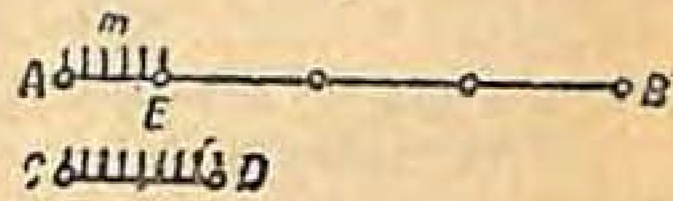
Նկ. 28

3. Հատվածի բաժանումը հատվածի վրա. — մի հատված մյուսի վրա բաժանել — նշանակում է իմանալ, թե մի հատվածը քանի անգամ է պարունակվում մյուսի մեջ կամ մի հատվածը քանի՛ անգամ մեծ կամ փոքր է մյուսից։

4. Խնդիր. *Իմացեք, թե CD հատվածը քանի անգամ է պարունակվում AB հատվածի մեջ (Նկ. 28)։*

Լուծում. Տված է երկու հատված՝ AB և CD։ Փոքր հատվածը (CD) հաջորդաբար մի քանի անգամ դնում ենք AB մեծ հատվածի վրա. ասենք թե նա AB հատվածի վրա տեղավորվում է 4 անգամ, ուրեմն AB-ն CD հատվածի վրա բաժանելու արդյունքը կլինի $\frac{AB}{CD}=4$։ Այդ նշանակում է, որ CD հատվածը AB-ի վրա տեղավորվում է 4 անգամ, կամ AB-ն չորս անգամ մեծ է CD-ից, կամ CD-ն 4 անգամ փոքր է AB-ից։

Քննարկենք այն դեպքը, երբ CD հատվածը AB-ի մեջ ամբողջ թիվ անգամ չի տեղավորվում։



Նկ. 29

Ընդունենք, թե CD հատվածը AB-ի մեջ (նկ. 29) տեղավորվում է 3 անգամ և առաջացվում է AE=m մնացորդը, ուրիշ խոսքով՝ AB=3CD+AE։

Դրանից հետո CD հատվածը բաժանում ենք մանր մասերի, ասենք թե ութերորդական, և փնտրում, թե CD-ի ութերորդական մասը քանի անգամ է տեղավորվում AE մնացորդում. ընդունենք, թե նա AE մնացորդի մեջ տեղավորվում է 5 անգամ, այդ դեպքում ստանում ենք, $AB=3CD+AE=3CD+\frac{5}{8}CD=3\frac{5}{8}CD$։

Ուրեմն AB հատվածը հավասար է $3\frac{5}{8}$CD-ի, իսկ այդ նշանակում է, որ AB հատվածը CD հատվածից մեծ է $3\frac{5}{8}$ անգամ, կամ, որ նույնն է CD-ն AB հատվածի մեջ պարունակվում է $3\frac{5}{8}$։

AB և CD հատվածների բաղդատումը բաժանելու միջոցով՝ բաժանում է ըստ բովանդակության. այստեղ բաժանումը վերածվում է AB-ից CD հատվածն աստիճանաբար հանելու գործողության։

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ §§ 4—8-Ի ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

1. Թղթի վրա գծեցեք a=4,7 սմ և b=52 մմ հատվածները և կառուցման միջոցով գտեք դրանց գումարը։

2. Գծեցեք a=3,5 սմ հատված և երկու ծայրերից շարունակեցեք b=3,7 սմ-ով. Արդյունքը գրեցեք իբրև 3 հատվածների գումար

3. Գծեցեք մի բեկյալ, որը բաղկացած լինի 4 հատվածից, գտեք այդ բեկյալի յերկարությունը (բեկյալն ուղղելը)։

4. Գծեցեք a և b հատվածները։ Կառուցելով գտեք $x=3a+2b$ հատվածը։

5. Չափեցեք լուցկու տուփի a բարձրությունը և ապա կառուցելով գտեք 5a-ն։

6. Գծեցեք a և b յերկու հատվածները. գտեք նրանց տարբերությունը. արդյունքը գրեցեք։

7. Կառուցելով ստուգեցեք, թե քանի անգամ $b=2{,}5$ սմ հատվածը կմտնի $a=11$ սմ հատվածի մեջ։

8. Գծեցեք, a, b և c հատվածները։ Կառուցելով գտեք 1) $a+b-c$, 2) $a+c-b$։

9. Գծեցեք a և b հատվածները. կառուցելով գտեք $3b-4a$ հատվածը։

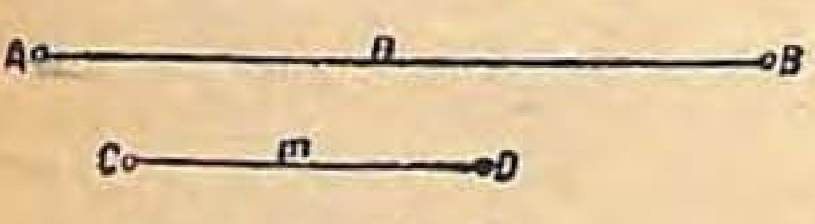
10. Կառուցելով կիսեցեք a հատվածը, ստուգեցեք $a=5$սմ դեպքի համար։

11. Գծեցեք կամավոր յերկարության a հատված, բաժանեցեք այդ 8 հավասար մասի և գծագրի վրա վերցրեք տված հատվածի $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{4}$ մասին հավասար հատվածներ։

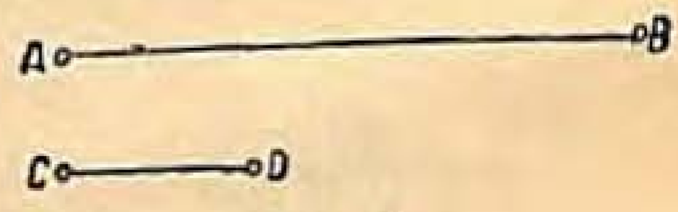
12. Տված են m և n հատվածները. գտեք $x=\frac{m}{2}+\frac{n}{2}$ և $y=\frac{3m}{4}+\frac{n}{2}$ հատվածները։

13. $AB=n$ (նկ. 30) հատվածը հավասար է a և b յերկու անհայտ հատվածների գումարին։ $CD=m$ հատվածը հավասար է նույն a և b հատվածների տարբերությանը։ Կառուցելով գտեք a և b հատվածները։

14. Կառուցելով գտեք, թե քանի անգամ է $CD=c$ հատվածը պարունակվում $AB=a$ հատվածի մեջ (նկ. 31)։



Նկ. 30



Նկ. 31

III. ՈՒՂՂԱՆԿՅԱՆ ՅԵՎ ՔԱՌԱԿՈՒՍՈՒ ՄԱԿԵՐԵՍՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ

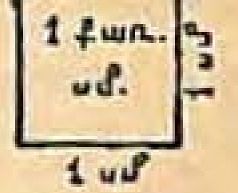
§ 1. ՄԱԿԵՐԵՍՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ

1. Մակերեսը չափել — նշանակում է բաղդատել այդ մի ուրիշ նույնի մակերեսի հետ, որն ընդունված է իբրև միավոր։ *Մակերեսի չափի միավոր ընդունվում է այն քառակուսու մակե-*

րեսը, վորի կողմը հավասար ե գծային վորևե միավորի, որինակ՝ միլիմետրի, սանտիմետրի, մետրի և այլն։

Չափի այդպիսի միավորը կոչվում ե *քառակուսի չափ*։

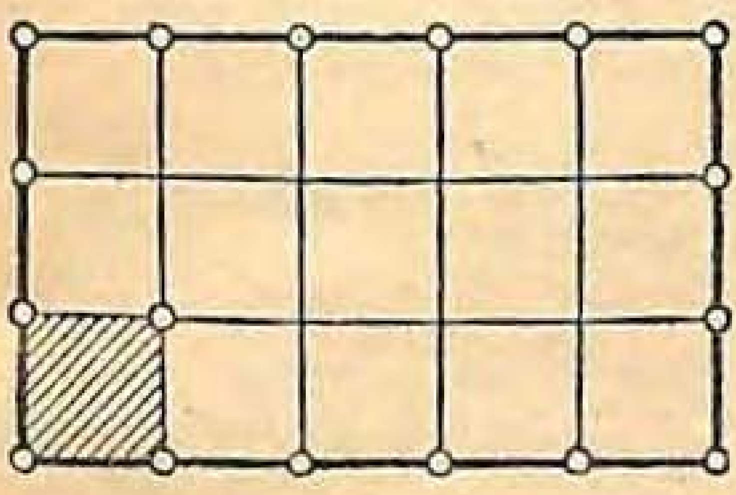
Նայած իբրև միավոր ընդունված քառակուսու կողմի յերկարության՝ մակերեսի չափի քառակուսի միավորը կոչվում ե քառակուսի միլիմետր, քառակուսի սանտիմետր (Նկ. 32) և այլն։



Նկ. 32

Մակերեսի չափի միավորն ընտրելուց հետո չափում են պատկերի մակերեսը, այսինքն՝ իմանում են, թե չափվող մակերեսը քանի քառ. միավոր ե պարունակում։

2. Պատկերի մակերեսն *անմիջականորեն* չափելիս պետք ե չափվող մակերեսը ծածկել իբրև միավոր ընդունած քառակուսի մակերեսներով, ինչպես այդ ցույց ե տված 33-րդ նկարում։ Չափման այդ յեղանակը կարելի յե գործադրել միայն փոքր ուղղանկյան մակերեսներ չափելիս. մեծ ուղղանկյան մակերեսները, ինչպես և ուրիշ պատկերների մակերեսները չափելու դեպքում անմիջականորեն չափելու յեղանակը հարմար չե։


Նկ. 33

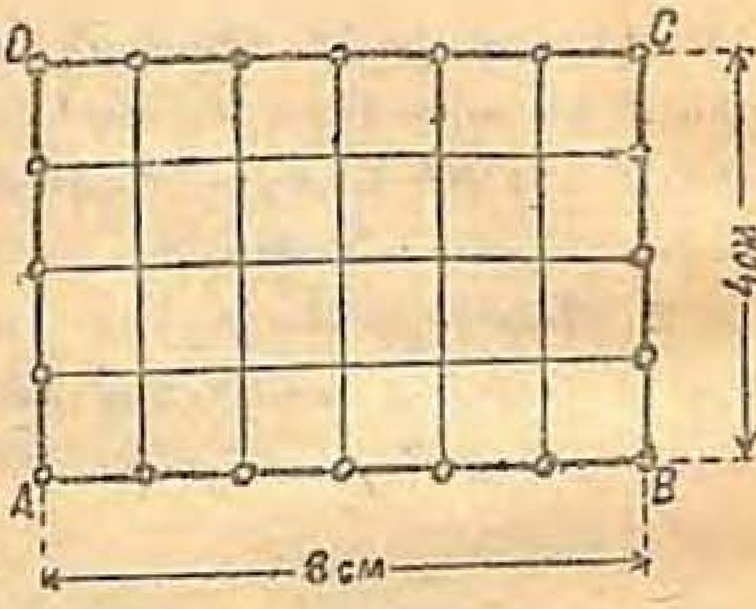
Սովորաբար ոգտվում են այլ յեղանակով — *անուղղակի չափումով*, վորը վերածվում ե պատկերի առանձին հատվածները, նրա կողմերն ու պատկերի մեջ տարված վորոշ ոժանդակ գծերը չափելուն. պատկերի առանձին գծերը չափելուց հետո, նրա մակերեսի մեծությունը գտնում են *հաշվումով*։

§ 2. ՈՒՂՂԱՆԿՅԱՆ ՅԵՎ ՔԱՌԱԿՈՒՍՈՒ ՄԱԿԵՐԵՍԸ

1. Տված ե ABCD ուղղանկյունը՝ AB=6սմ և AD=4սմ կողմերով. պահանջվում ե հաշվել նրա մակերեսը (Նկ. 34)։ Յեթե ուղղանկյունը բաժանենք 1սմ լայնություն ունեցող լայնական շերտերի, կստանանք 4 այդպիսի շերտ։ Դրանից հետո յե-

թե նույն ուղղանկյունը բաժանենք դարձյալ 1սմ լայնություն ունեցող յերկայնական շերտերի, կստանանք 6 այդպիսի շերտ, ընդ որում լայնական շերտերից յուրաքանչյուրը կբաժանվի 6 քառակուսու. այսպիսով ամբողջ ուղղանկյունը բաժանված կլինի 6.4=24 քառակուսիների՝ ամեն մեկը 1սմ կողմով և 1 քառ. սմ մակերեսով։ Հետևապես ABCD ուղղանկյան մակերեսը հավասար է 24 քառ. սմ-ի։

Վորևէ ուղղանկյան մակերեսը չափելու համար ավելորդ է ամեն անգամ այդպիսի կառուցումների դիմել. այդ պատճառով վարվում են այսպես. միևնույն գծային միավորներով չափում են ABCD ուղղանկյան յերկու կից կողմերը, վորոնցից մեկը՝ AB-ն, կոչվում է ուղղանկյան հիմք, իսկ մյուսը՝ CD-ն՝ բարձրություն. այնուհետև չափումից ստացված թվերը բազմապատկում են. արտադրյալը վորոշում է ուղղանկյան մակերեսի չափը՝ միևնույն քառ. միավորներով։



Նկ. 34

Ուղղանկյան մակերեսը հավասար է նրա յերկարության յեվ լայնության կամ հիմքի յեվ բարձրության արտադրյալին։

2. Յեթե ուղղանկյան հիմքը նշանակենք a, բարձրությունը՝ h, իսկ մակերեսը S տառով, ապա ուղղանկյան մակերեսը հաշվելու համար ստացված կանոնը կրճատ կարելի յե գրել հետևյալ բանաձևի տեսքով՝

$\boxed{S=ah}$ քառ. միավորների,

այսինքն՝ ուղղանկյան մակերեսը հավասար է նրա հիմքի և բարձրության արտադրյալին։

3. **Օրինակ.** Գտնել այն յերկու ուղղանկյունների մակերեսները, վորոնցից մեկը 6սմ և 8սմ, իսկ մյուսը՝ 10սմ և 4,8սմ յերկարության կողմեր ունի (նկ. 35)։

$S_1=6\cdot8=48$ քառ. սմ, $S_2=10\cdot4{,}8=48$ քառ. սմ։

Տեսնում ենք, վոր յերկու ուղղանկյուններն էլ՝ ABCD-ն և KLMN-ը, հավասար մակերեսներ ունեն, թեպետ ուղղանկյուն-ներն իրենք հավասար չեն, որովհետև մեկը մյուսի վրա դնելիս նրանք չեն համատեղվում։

Այն պատկերները, որոնք հավասար մակերես ունեն, կոչվում են հավասարամեծ։

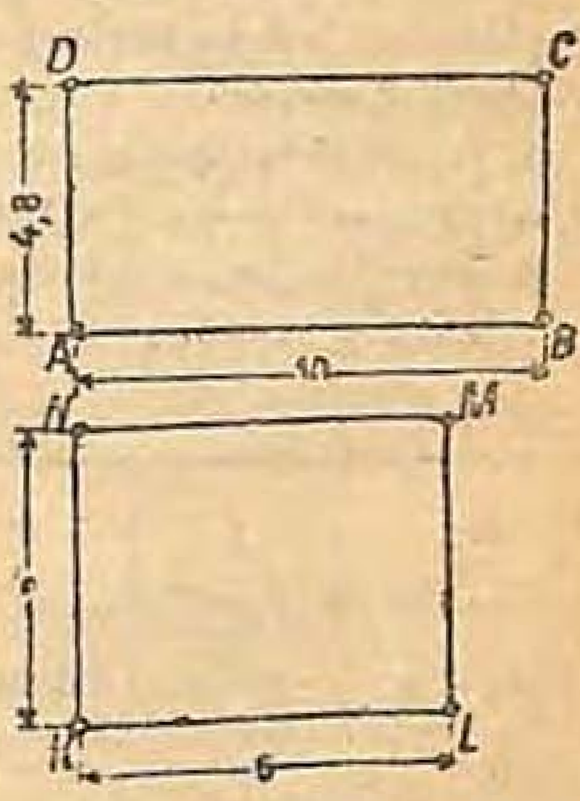
Այն պատկերները, որոնք վերադրելիս համատեղվում են, կոչվում են հավասար պատկերներ։ Հավասար պատկերները միաժամանակ հավասարամեծ են։

4. *Քառակուսու մակերեսը հաշվելու բանաձևն ստացվում է ուղղանկյան մակերեսի բանաձևից, որովհետև քառակուսին հավասար կողմեր ունեցող ուղղանկյուն է։ Քառակուսու լայնությունը հավասար է նրա յերկարությանը, կամ բարձրությունը հավասար է նրա հիմքին, հետևապես, քառակուսու S մակերեսը հավասար է* $a \cdot a = a^2$, *որտեղ a-ն հիմքն է։ այսպիսով*

$\boxed{S=a^2}$ *քառ. միավորի։*

Այս բանաձևը կարդացվում է այսպես.

Քառակուսու մակերեսը հավասար է նրա կողմի քառակուսուն։



Նկ. 35

5. **Խնդիր** *1. Հաշվեցեք ուղղանկյուն հողամասի մակերեսը, յեթե նրա կողմերը հավասար են 375 մ-ի և 280 մ-ի։*

Լուծում. $S = ah = 375 \cdot 280 = 105000$ քառ. մ-ի, կամ 1050 ար-ի։

Խնդիր 2. *Որոշեցեք այն քառակուսու մակերեսը, որի պարագիծը, այսինքն՝ նրա բոլոր կողմերի գումարը, 22 մետր է կազմում։*

Լուծում. Քառակուսու փորոնելի կողմը նշանակենք x։

Պարագիծը՝ $P=4x$. *համաձայն խնդրի պայմանի ունենք՝*

$4x = 22$մ, *որտեղից* $x = \frac{22}{4} = 5{,}5$ մ։

Իմանալով քառակուսու կողմը՝ վորոշում ենք նրա մակերեսը.

$$S=x^2=5{,}5^2=30{,}25 \text{ մ}^2:$$

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ է նշանակում չափել պատկերի մակերեսը։

2. Ի՞նչ յերկարություն ունի այն քառակուսու կողմը, վորի մակերեսը հավասար է 1) 1 ար-ի և 2) 1 հա-ի։

3) Ի՞նչ է նշանակում չափել պատկերի մակերեսն անմիջականորեն և անուղղակի յեղանակով։

4. Ի՞նչ փոփոխություն կկրի ուղղանկյան մակերեսը, յեթե նրա a հիմքը թողնենք անփոփոխ, իսկ h բարձրությունը ա) մեծացնենք 2 անգամ և բ) փոքրացնենք 3 անգամ։

5. Քանի՞ մեծությունից է կախված ուղղանկյան մակերեսը և քանի՞ մեծությունից՝ քառակուսու մակերեսը։

6. Ինչու՞ հավասար պատկերները նույնպես հավասարամեծ են։

7. Հաշվեք ուղղանկյան մակերեսը, յեթե տված են.

№	1	2	3	4	5	6
Հիմքը՝ a	4,5 սմ	2 մ 12 սմ	1 սմ 6 մմ	0,48 մ	100 մ	2 կմ 75 մ
Բարձրությունը՝ h	3 սմ	1 մ 5 սմ	0,70 սմ	35 սմ	250 մ	1 կմ 40 մ

8. Հողամասն ունի ուղղանկյան ձև։ Հաշվեցեք նրա մակերեսը արերով, յեթե հայտնի յե, վոր այդ հողամասի կողմերը հավասար են 280 մ-ի և 360 մ-ի։

9. Ի՞նչ յերկարություն պետք է ունենա 160 մետր լայնություն ունեցող ուղղանկյուն հողամասը, վոր հավասարամեծ լինի 200 մ կողմ ունեցող քառակուսուն։

10. Պետք է ցանկապատել յերկու հավասարամեծ հողամասեր, վորոնցից մեկը 150 մ յերկարությամբ կողմ ունեցող քառակուսի յե, մյուսը՝ ուղղանկյան, վորի մի կողմը 100 մետր է։ Հաշվեցեք, թե վո՞ր հողամասի ցանկապատն ավելի յերկար է և և վորքանով։

11. Հաշվեցեք ուղղանկյան մակերեսի S=ah բանաձևի մեջ մտնող տառերին մեծությունները, յեթե տված է.

№	1	2	3	4	5
a	8 սմ	1 մ 25 սմ	?	18 սմ 5 մմ	74 մ
h	7 սմ	?	2,5 մմ	10 սմ 4 մմ	?
s	?	3725 սմ^2	10 մմ^2	?	37 մ

12. Գտեք այն քառակուսու կողմը, վորի մակերեսը հավասար է, 1) 36 քառ. մ-ի 2) 225 քառ. մ-ի, 3) 1,44 քառ. մ-ի։

13. Հաշվեք այն ուղղանկյունաձև պատուհանի լուսատու մակերեսը, վորի չափերն են 0,8 մ և 1,6 մ։ Ամբողջ պատուհանի մակերեսի 4,2 % կազմում է ապակեկալ մասը։

14. Դասարանի պատուհանների մակերեսը պետք է կազմի հատակի 1/5 մասը։ Ստուգեցեք ձեր դասարանի պատուհանների լուսատու մակերեսը համապատասխանում է հիշված նորմային։ Յեթե այդ նորման պակաս է, կամ ավելի, պարզեցեք վորքան է շեղումը։

§ 3. ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԴԻԱԳՐԱՄՆԵՐ

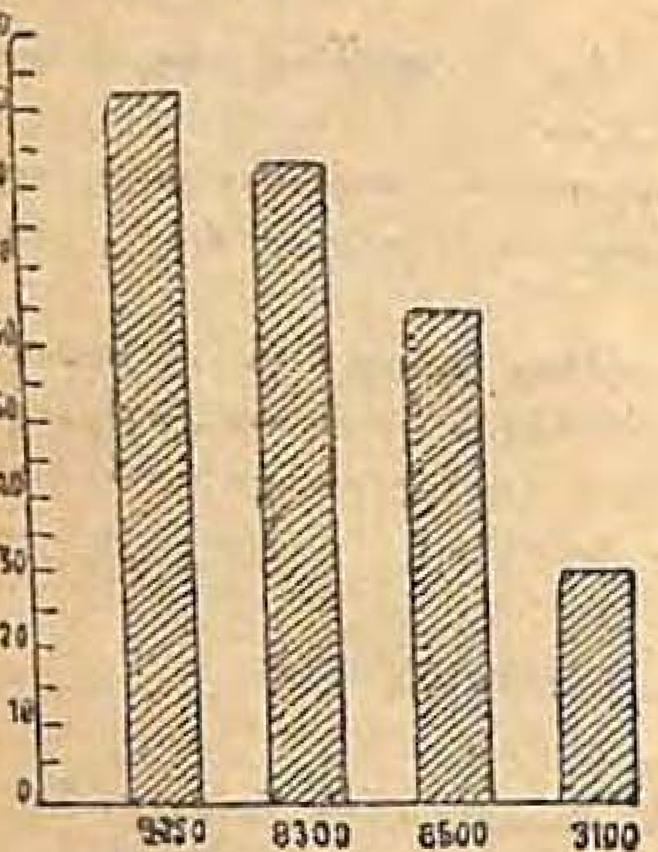
Զանազան մեծությունների և բնության ու հասարակական կյանքի յերևույթների միջև գոյություն ունեցող թվական կախումները դիտողաբար պատկերելու համար օգտվում են տարբեր տեսակի դ ի ա գ ր ա մ ն ե ր ո վ։

1. Դիագրամի հիմնական նպատակն է գծագրի միջոցով համեմատել մի քանի թվական տվյալներ։ Դիտարկենք ս յ ո ւ ն ա ձ և կամ ո ւ ղ ղ ա ն կ յ ո ւ ն դիագրամները։ Մեծությունները ուղղանկյուն դիագրամներով պատկերելու համար գծագրում են հ ա վ ա ս ա ր հիմք, բայց տ ա ր բ ե ր բարձրություն ունեցող ուղղանկյուններ. առանձին ուղղանկյունների բարձրությունները այնքան մեծ կլինեն, վորքան մեծ են նրանց բարձրությունները։

Այն թուղթը, վորի վրա գծագրվում է դիագրամը, իր չափսերով սահմանափակ մեծություն ունի, այդ պատճառով ուղղանկյան բարձրությունը վերցնում են այնպիսի մասշտաբով, վոր դիագրամի վրա պատկերվող մեծություններից ամենամեծը կարողանա տեղավորվել թղթի վրա։

Թվային տվյալները սովորաբար դիագրամի վրա վերցնում են փոքր մասշտաբով, սակայն դիագրամից օգտվելու հարմարության համար հաճախ նրա վրա պատկերում են նաև մասշտաբը։ Այն ուղիղը, վորի վրա զետեղվում են բոլոր ուղղանկյունների հիմքերը, կոչվում է դ ի ա գ ր ա մ ի ա ռ ա ն ց ք։

2. Հաճախ դիագրամի վրա պատկերում են ոչ թե այս կամ այն յերևույթը բնորոշող թվերը, այլ նրանց տոկոսային հարաբերությունը։



Նկ. 36

3. 36-րդ նկարում տրված է գրադարանի՝ զանազան հարցերի վերաբերող գրքերի քանակության դիագրամը. դրանից յերևում է, վոր հասարակական-քաղաքական գրքերի թիվը 9250 է, տեխնիկայի վերաբերյալ՝ 8300, բնագիտական՝ 6500, գյուղատնտեսական՝ 3100։ Դիագրամից օգտվելու հարմարության համար յուրաքանչյուր ուղղանկյան մոտ դնում են թվերը, նշելով այն միավորները, վորոնցով արտահայտված են այդ թվերը։

4. **Խնդիր.** Մի գործարանում աշխատում են 825 տղամարդ, 350 կին և 75 դեռահաս։ Դիագրամի միջոցով ցույց տվեք այդ գործարանի տղամարդկանց, կանանց և դեռահասների թվի տոկոսային հարաբերությունը։

	Թիվը	Տոկոսը
Տղամարդ	825	66
Կին	350	28
Դեռահաս	75	6
Ընդամենը	1250	100%

Վերցնում ենք կամավոր լայնություն և 100 միավորի, դիցուկ 100 մմ-ի, հավասար բարձրություն ունեցող մի ուղղանկյուն. Այդ ժամանակ 66%-ին կհամապատասխանի 66 մմ, 28%-ին՝ 28 մմ և 6%-ին՝ 6 մմ։

Այս չափերը տեղադրում ենք ուղղանկյան բարձրության վրա։ Ստացվում է դիագրամ-նկարը։

ՀԱՐՑԵՐ ՑԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչու՞ դիագրամում պատկերվող մեծությունները տեղադրում են փոքր մասշտաբով։

2. Ուղղանկյուն դիագրամով պատկերեցեք դասարանի աշակերտությունն ըստ սեռի (տղա, աղջիկ) և ազգայնական ծագման (բանվորի, գյուղացու, ծառայողի, [illegible] և այլն)։

3. Կազմեցեք դիագրամ Խորհրդային Միության տարբեր շրջանների դաշտային աշխատանքներով զբաղվելու տարեկան միջին օրերի թիվը հետևյալ ավյալներով — Ղրիմում 335, Կովկասում 280, Կիևի շրջանում՝ 240, Մոսկվայի շրջանում՝ 220 և Արխանգելսկում 185 օր։

4. Դիագրամով ցույց տվեք ձեր դասարանի աշակերտության առաջադիմությունն առանձին առարկաներից։

IV. ԽՈՐԱՆԱՐԴԻ ՑԵՎ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՏԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆ ՈՒ ԾԱՎԱԼԸ

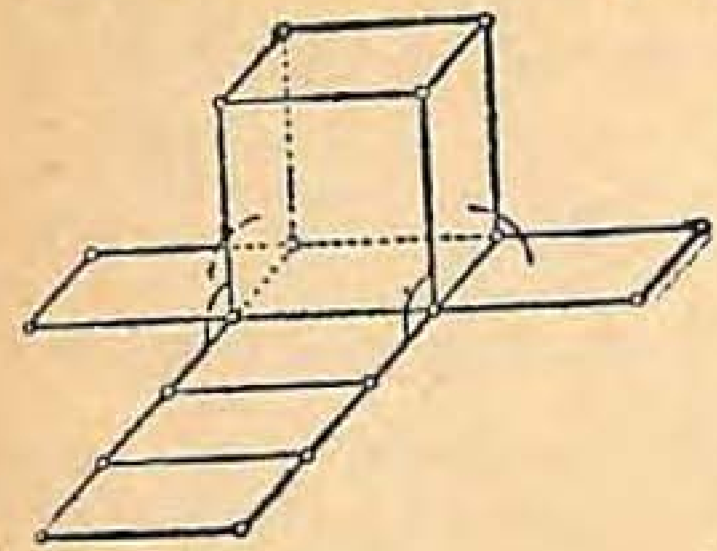
§ 1. ԽՈՐԱՆԱՐԴԻ ՑԵՎ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՏԻ ՓՌՎԱԾՔՆ ՈՒ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԸ

1. Խորանարդի բոլոր նիստերը մի հարթության վրա դընելով ստացվում է խորանարդի փռվածքը, ինչպես այդ ցույց է տրված 37-րդ նկարում։

Խորանարդի փռվածքը մի պատկեր է՝ վեց հավասար քառակուսիներից կազմված։ Այդ քառակուսիները կարելի յե հարթության վրա դասավորել զանազան ձևերով, ինչպես այդ յերևվում է 38-րդ նկարից։

2. Խորանարդի փռվածքը դիտողական պատկերացում է տալիս ինչպես խորանարդի կողմնային, այնպես էլ նրա ամբողջ մակերևույթի մասին։

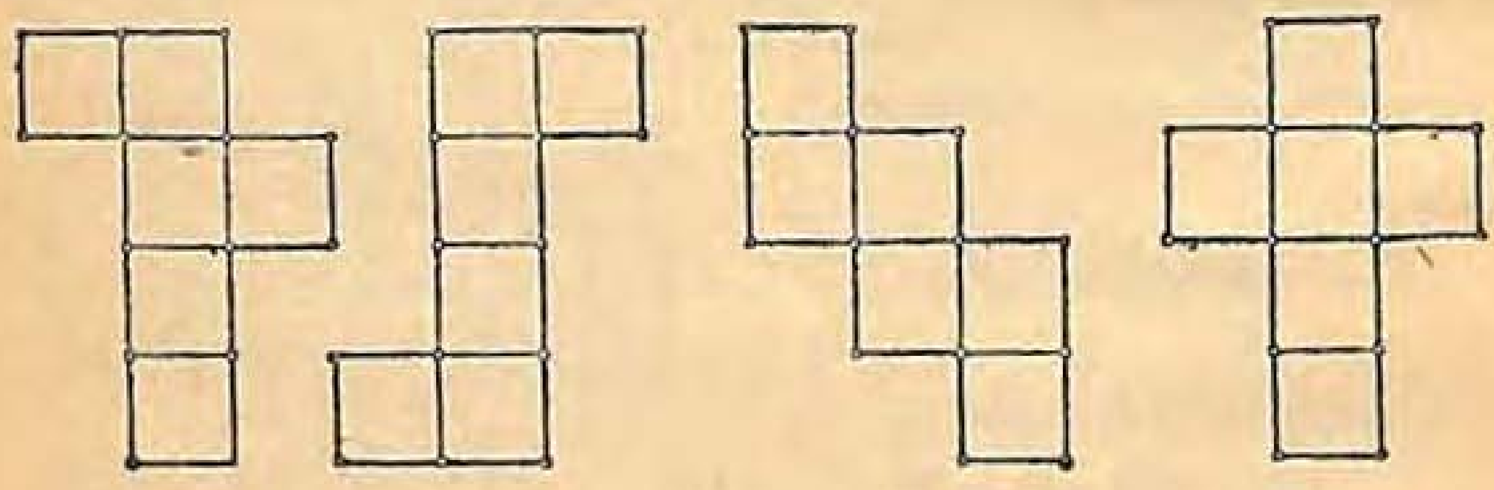
Խորանարդի կողմնային մակերևույթը հանդիսանում է նրա կողմնային չորս նիստերի մակերեսների գումարը. այդ նիստերից յուրաքանչյուրը քառակուսի է։ Եթե խորանարդի կողը հավասար է a սմ, ապա մի նիստի մակերեսը կլինի a^2, իսկ խորանարդի կողմնային մակերևույթը (S կ) հավասար կլինի $4a^2$։



Նկ. 37

Sկ$=4a^2$ քառ. սմ։

Խորանարդի ամբողջ մակերեվույթը գտնելու համար պետք է նրա կողմնային մակերևույթին ավելացնել վերևի և ներքևի հիմքերի մակերեսները։ Քանի որ ամեն մի հիմքի մակերեսը հավասար է a^2, ուստի խորանարդի լրիվ մակերևույթը (Sլ) հավասար կլինի $4a^2+2a^2=6a^2$։



Նկ. 38

3. Թվային օրինակ. Տված է մի խորանարդ, որի կողմը հավասար է 5 սմ-ի։ Հաշվեցեք նրա կողմնային և լրիվ մակերեվույթը։

Լուծում.

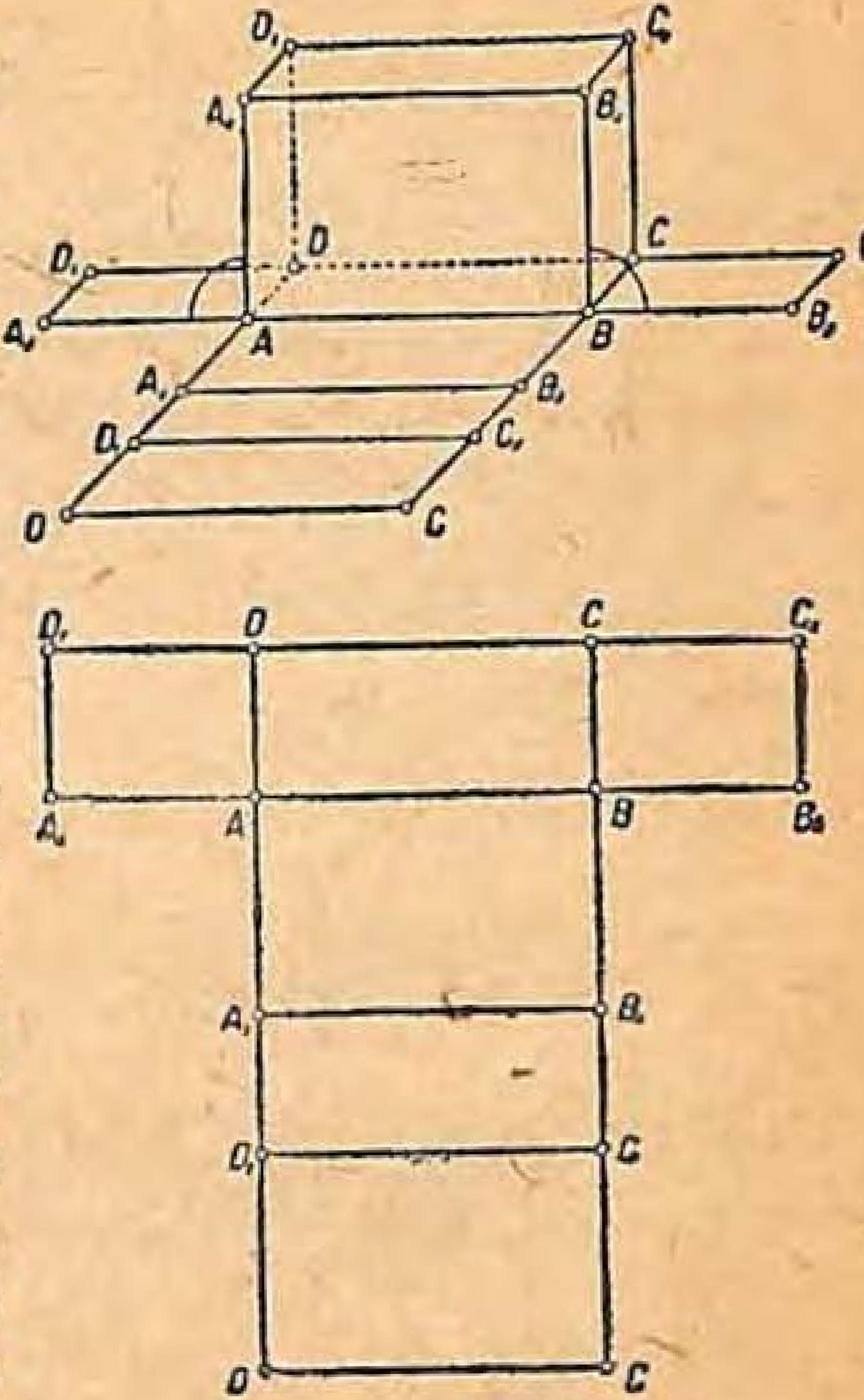
1) Մեկ նիստի մակերեսը$=5.5=25$ քառ. սմ։

2) Խորանարդի կողմնային մակերևույթը$=4.25$ քառ. սմ$=$ $=100$ քառ. սմ։

3) Խորանարդի լրիվ մակերևույթը$=6.25$ քառ. սմ$=$ $=150$ քառ. սմ։

4. 39-րդ նկարում գծագրված է մի ուղղանկյուն զուգահեռանիստ և և նրա փռվածքը՝ բաղկացած զույգ առ զույգ իրար հավասար 6 ուղղանկյուններից. նրանցից չորսը միևնույն երկարությունն ունեն, վորը հավասար է զուգահեռանիստի AB յեր-կարության։

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմնային մակերևույթը հաշվելու համար պետք է գտնել նրա կողմնային չորս նիստերի մակերեսների գումարը. այդ նիստերից յուրաքանչյուրը ուղղանկյուն է։ Կողմնային նիստերից յուրաքանչյուրի մակերեսը հավասար է նրա հիմքի և բարձրության արտադրյալին. այդ բարձրությունը միաժամանակ հանդիսանում է զուգահեռանիստի բարձրությունը։ Այդ բարձրությունը նշանակելով h տառով՝ վորոշենք ամեն մի նիստի մակերեսն առանձին վերցրած.



Նկ. 39

1) AA_1B_1B նիստի մակերեսը$=AB\cdot h$.
2) BB_1C_1C » » $=BC\cdot h$.
3) CC_1D_1D » » $=CD\cdot h$.
4) DD_1A_1A » » $=DA\cdot h$.

Կողմնային բոլոր չորս նիստերի մակերեսների գումարը հավասար է՝

$$AB\cdot h+BC\cdot h+CD\cdot h+DA\cdot h=$$
$$=(AB+BC+CD+DA)\cdot h=P\cdot h,$$

վորտեղ P տառով նշանակված է կողմերի գումարը, այսինքն՝ զուգահեռանիստի ABCD հիմքի պարագիծը. այսպիսով $\boxed{S_կ=P\cdot h}$ քառ. միավորների։

Այդ բանաձևը կարդում են այսպես.

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմնային մակերևույթը հավասար է այդ զուգահեռանիստի հիմքի պարագծի յեվ բարձրության արտադրյալին:

Ճիշտ նույն ձևով էլ գտնում են ամեն մի ուղիղ պրիզմայի մակերևույթը։

5. ուղղանկյուն զուգահեռանիստի լրիվ մակերևույթը գտնելու համար անհրաժեշտ է նրա կողմնային մակերևույթին ավելացնել վերևի և ներքևի հիմքերի մակերեսները։ Հիմքերի մակերեսներն իրար հավասար են, ուստի բավական է կողմնային մակերևույթին ավելացնել հիմքերից մեկի կրկնապատկած մակերեսը։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչի յե հավասար 3 սմ, 10 սմ n սմ կողմ ունեցող խորանարդի կողմնային և լրիվ մակերևույթը։

2. Գծագրեցեք 6 սմ յերկարության կողմ ունեցող խորանարդի փռվածքը. այդ փակցրեք ստվարաթղթի վրա և պատրաստեցեք խորանարդի մոդել՝ դանակով յերեսանց կտրելով փռվածքի քառակուսիների կողմերը։

3. Գտեք այն ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմնային մակերևույթը, վորի չափումներն են՝ 8 սմ, 5 սմ և 3 սմ։

4. Վորոշեցեք ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմնային և լրիվ մակերևույթը հետևյալ տվյալներով.

№	1	2	3	4	5
Յերկարությունը՝ a	12 սմ	0,80 մ	2 մ 25 սմ	2,5 սմ	$3^1/_2$ մ
Լայնությունը՝ b	6,5 սմ	52 սմ	1 մ 80 սմ	1, մ 2 սմ	$2^1/_4$ մ
Բարձրությունը՝ h	7,2 սմ	0,55 մ	0,90 մ	80 մմ	$1^3/_4$ մ

§ 2. ԽՈՐԱՆԱՐԴԻ ՅԵՎ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՏԻ ԾԱՎԱԼԸ

1. Յուրաքանչյուր մարմին բռնում է տարածության վորոշ մասը և, հետևապես, ունի վորոշ ծավալ։ Վորյեվե մարմնի

ծավալը չափել — նշանակում է բաղդատել այդ այն մարմնի հետ, վորի ծավալն ընդունված է իբրև միավոր, և իմանալ, թե այդ միավորը քանի՛ անգամ է պարունակվում տված ծավալում։

2. Իբրև ծավալի միավոր ընդունված է այն խորանարդը, վորի կողը վորևէ գծային միավոր է։ Այդպիսի խորանարդը կոչվում է խ ո ր ա ն ա ր դ — մ ի ա վ ո ր։

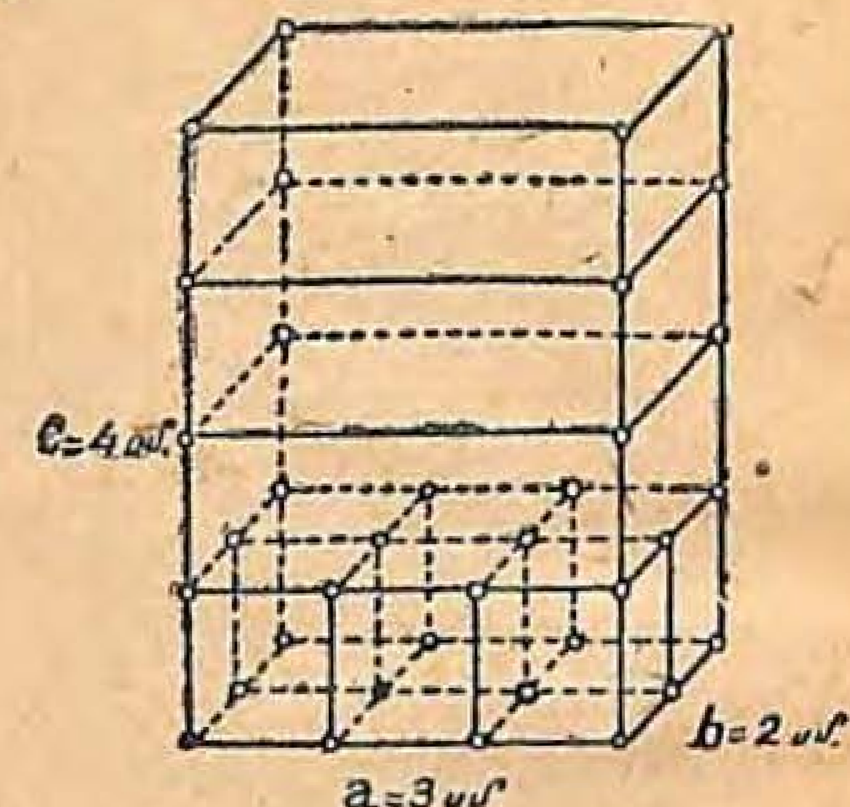
3. Վորևէ մարմնի ծավալն անմիջականորեն չափել, լցնելով այն խորանարդ միավորներով — ամեն դեպքում հնարավոր չէ. ուստի ծավալը չափում են ա ն ո ւ ղ ղ ա կ ի ճ ա ն ա պ ա ր հ ո վ, այսինքն մարմնի չափերը չափում են գծային չափերով և այնուհետև կատարում են անհրաժեշտ հաշվումները։ Օրինակի համար՝ ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը հաշվում են նրա երեք չափումներով — երկարությամբ, լայնությամբ և բարձրությամբ։

4. Պահանջվում է վորոշել այն ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը, վորի երկարությունը՝ a=3 սմ է, լայնությունը՝ b=2 սմ, և բարձրությունը՝ c=4 սմ (նկ. 40)։ Իբրև չափման միավոր ընդունվում է 1 խոր. սմ-ը։

Պետք է գիտենալ, թե զուգահեռանիստի երկայնությամբ մի շարքում քանի խորանարդ սանտիմետր է տեղավորվում։ Զուգահեռանիստի երկայնությամբ մի շարքում տեղավորվող խորանարդ սանտիմետրների թիվը հավասար է այդ զուգահեռանիստի երկարության սանտիմետրների թվին, այդ պատճառով էլ մի շարքը կպարունակի 3 խոր. սմ։ Զուգահեռանիստի հիմքի վրա կարելի յե դնել այդպիսի երկու շարք, վորը համապատասխանում է տված զուգահեռանիստի լայնության սանտիմետրների թվին։ Այսպիսով, խորանարդ սանտիմետրների մեկ շերտը, վորով ծածկվեց զուգահեռանիստի հիմքը, կազմում է 3.2=6 խոր. սմ։ Անհրաժեշտ է գիտենալ նաև այն, թե մարմնի ամբողջ ծավալը քանի այդպիսի շերտ է պարունակում։ Յուրաքանչյուր շերտը 1 սմ հաստություն ունի, և շերտերի թիվը հավասար է զուգահեռանիստի բարձրության սանտիմետրների թվին, այսինքն 4-ի։ Տված ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալի մեջ խորանարդ սանտիմետրների ընդհանուր թիվը հավասար է 6 խոր. սմ×4=24 խոր. սմ։ Ակներև է, վոր այս թիվը ստացվեց ուղղանկյուն զուգահեռանիստի երկարությունը, լայնությունը և բարձրությունն արտահայտող 3,2 և 4 թվերի բազմապատկումից։

Այստեղից՝ **ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը հավասար է նրա յերեք չափումների՝ յերկարության, լայնության և բարձրության արտադրյալին։**

5. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը նշանակելով V տառով, նրա յերկարությունն՝ a-ով, լայնությունը՝ b-ով, և բարձրությունը՝ c-ով, կստանանք ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը խորանարդ միավորներով արտահայտող բանաձևը՝ $\boxed{V=a \cdot b \cdot c}$ խորանարդ միավոր։



Նկ. 40

6. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալի բանաձևից ստանում ենք ցանկացած չափի խորանարդի ծավալը հաշվելու բանաձևը։ Խորանարդի յերեք չափումներն իրար հավասար են, ուստի խորանարդի ծավալի բանաձևը կլինի $V=a \cdot a \cdot a$, վորտեղ a-ն խորանարդի կողն է, կամ

$\boxed{V=a^3}$ խորանարդ միավոր։

7. **Խնդիր 1.** Հաշվել ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ձև ունեցող սենյակի ծավալը, յեթե նրա յերկարությունը հավասար է 6 մ-ի, լայնությունը՝ 2,5 մ-ի և բարձրությունը՝ 4 մ-ի։

Լուծում. $V=6.2,5.4=60$ **խոր.** մ։

Խնդիր 2. Հաշվել այն խորանարդի ծավալը, վորի կողը հավասար է 7սմ-ի։

Լուծում. $V=7.7.7=343$ **խոր.** սմ։

8. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի $V=a \cdot b \cdot c$ բանաձևին կարելի յե այլ ձև տալ։ Բանաձևի մեջ մտնում է a.b արտադրյալը, վորն արտահայտում է զուգահեռանիստի հիմքի Q մակե-

ները, ուստի փոխարինելով AB-ն Q-ով և նրա c բարձրությունը h-ով, բանաձևը կարելի է գրել այսպես՝

$\boxed{V=Qh}$ խորանարդ միավոր։

Այս բանաձևը կարդում ենք այսպես.

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը հավասար է հիմքի մակերեսի յեվ նրա բարձրության արտադրյալին։

9. **Խնդիր.** Գտնել այն ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը, որի հիմքի մակերեսը հավասար է $Q=35$ **քառ. սմ**, իսկ բարձրությունը՝ $h=8$ **սմ**։

Լուծում. $V=Q \cdot h=35 \cdot 8=280$ **խոր. սմ**։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչպես կարելի է գտնել չորսվի ծավալն անմիջական չափումով և անուղղակի չափումով։

2. Ինչի՞ է հավասար կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ծավալը։

3. Ինչի՞ է հավասար այն կանոնավոր պրիզմայի ծավալը, որի հիմքը 12 սմ յերկարության կողմ ունեցող քառակուսի է, իսկ նրա բարձրությունը հավասար է 15 սմ-ի։

4. Քանի՞ անգամ կմեծանա խորանարդի ծավալը, յեթե նրա յուրաքանչյուր կողը մեծացնենք 2 անգամ, 3 անգամ։ Խնդրի հարցերի պատասխանները ստուգեցեք 6 սմ յերկարություն կող ունեցող խորանարդի վրա։

5. Խորանարդի կողը փոքրացնելուց (մեծացնելուց) նրա ծավալը փոքրացավ (մեծացավ) 64 անգամ. այս պայմաններում ի՞նչ փոփոխության են յենթարկվում նրա կողմնային և լրիվ մակերևույթները։

6. Խորանարդի հիմքի մակերեսը հավասար է 81 քառ. սմ-ի։ Ինչի՞ է հավասար խորանարդի ծավալը։

7. Խորանարդի ծավալը հավասար է 64 խոր. սմ-ի։ Ինչի՞ է հավասար նրա կողմնային և լրիվ մակերևույթը։

8. Սենյակն ունի ուղիղ կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ձև. ինչի՞ է հավասար սենյակի հիմքի կողմը, յեթե հայտնի է, որ նրա ծավալը հավասար է 25,2 խոր. մ-ի, իսկ բարձրությունը հավասար է 2,8 մ-ի։

9. Ուղղանկյուն ձև ունեցող մի թերթ թիթեղից (նկ. 41), որի կողմերը հավասար են 50 սմ-ի և 30 սմ-ի, պատրաստված է վերևից բաց արկղ՝ հետևյալ ձևով. թիթեղի ծայրերից կտրել են 6 սմ յերկարության կողմ ունեցող 4 հավասար քառակուսիներ, իսկ թերթի յեզրերը ծալել են այնպես, որ նրանք կազմել են արկղի կողմնային կողմերը։ Գտեք այդ արկղի տարողությունը։

10. Փայտե արկղը շինված է 1,5 սմ հաստություն ունեցող տախտակներից։ Դրսից նրա յերկարությունը հավասար է 1,6 մ-ի, լայնությունը՝ 95 սմ-ի, և բարձրությունը՝ 50 սմ-ի։ Գտեք այդ արկղի տարողությունը։

11. Հաշվեցեք 8,0 մ երկարություն, 6,0 մ լայնություն և 4,5 մ բարձրություն ունեցող պահարանի օդի կշիռը, եթե հայտնի է, որ 1 խոր. մ օդը կշռում է 1,3 կգ։

12. Ստվարաթղթե տուփի չափսերն են՝ 20ս×8սմ×10սմ։ Քանի՞ այդպիսի տուփ կարելի է տեղավորել մի արկղի մեջ, որի հիմքը քառակուսի է՝ 1,6 մ երկարության կողմով, իսկ խորությունը հավասար է 1,4 մ-ի։

13. 30 սմ երկարություն, 20 սմ լայնություն և 50 սմ բարձրություն ունեցող անոթը քանի՞ լիտր ջուր է տանում։ Մեկ լիտր ջուրը գրավում է 1 խոր. դմ ծավալ։

Նկ. 41

14. 1 խոր. դմ-ը քանի՞ խորանարդ սանտիմետր է պարունակում։ Ի՞նչ ծավալ է գրավում 4լ ջուրը։ Քանի՞ լիտր ջուր է պարունակում 1 խոր. մ-ը։

15. 3 մ երկարություն, 1,5 մ լայնություն և 2 մ խորություն ունեցող ջրամբարը քանի՞ հեկտոլիտր ջուր է տանում։ 1 հեկտոլիտրը (հլ)=100 լիտրի (լ)։

16. 300 աշակերտի համար դպրոցական շենքի նախագիծ կազմելիս նկատի ունեցան 15 մ լայնություն ունեցող դպրոցական դահլիճ։ Հաշվեցեք՝ ինչ-


Նկ. 42


Նկ. 43


Նկ. 44

քան պետք է լինի այդ դահլիճի երկարությունն ու բարձրությունը, եթե հայտնի է, որ մեկ աշակերտին պետք է նախատեսել 2,5 քառ. մ հատակ և 13,5 խոր. մ օդ։

V. ԳԼԱՆ՝ ՇՐՋԱՆԱԳԻԾ՝ ՇՐՋԱՆ

§ 1. ԳԼԱՆ

1. 42-րդ նկարի վրա պատկերված է մի մարմին, որը կոչվում է գ լ ա ն։ Այդպիսի ձև ունեն բազմաթիվ առարկաներ թե մեր շրջապատում և թե տեխնիկայի մեջ։ Իբրև օրինակ կարող են ծառայել բաժակները, խողովակները, սյուները, խեռները, կաթսաները և այլն։

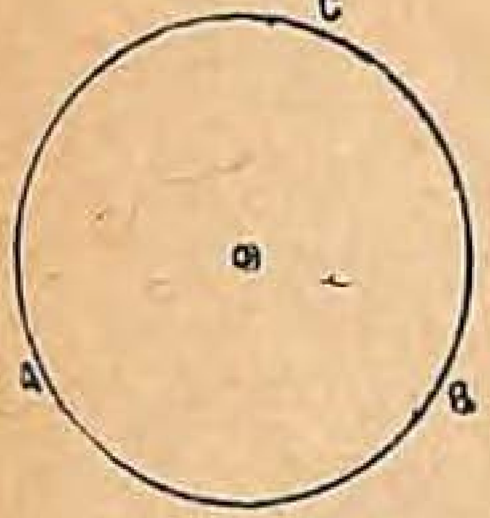
2. Գլանի մոդելի մակերևույթի վրա դնենք քանոնի կողն այնպես, ինչպես ցույց է տված 43-րդ նկարի վրա։ Մենք տեսնում ենք, որ քանոնի կողը գլանի հիմքերի հետ ամբողջապես համատեղվում է ամեն մի ուղղությամբ։ Այդ նշանակում է, որ գլանը երկու կողմից սահմանափակված է հ ա ր թ ո ւ թ յ ո ւ ն ն ե ր ո վ։ Եթե մենք քանոնի կողը կողքից դնենք գլանի մակերևույթի վրա, ապա միայն մեկ ուղղությամբ է նա համատեղվում գլանի մակերևույթի հետ (նկ. 43)։ Ամեն մի այլ ուղղությամբ քանոնի կողը միայն մի կետում է շոշափում գլանի մակերևույթը (նկ. 44)։ Այդպիսի մակերևույթը կոչվում է կ ո ր մ ա կ ե ր և ո ւ յ թ։ Հետևապես, գլանի կողմնային մակերևույթը կոր մակերևույթ է. այդ մակերևույթը կոչվում է գլանային մակերևույթ։ Այսպիսով, գլանի հիմքերը հարթ մակերևույթներ են, իսկ նրա կողմնային մակերևույթը կոր մակերևույթ է։

§ 2. ՇՐՋԱՆԱԳԻԾ ԵՎ ՇՐՋԱՆ

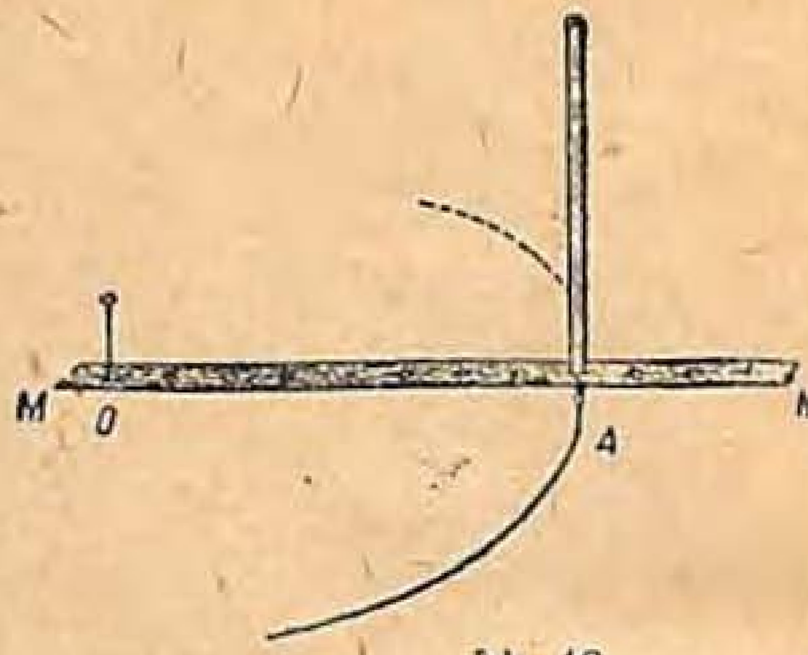
1. Գլանը դնենք մի թերթ թղթի վրա և մատիտով նրա հիմքի շուրջը գծենք։ Մենք կստանանք ABC փակ կոր գիծը, որը կոչվում է շ ր ջ ա ն ա գ ի ծ (նկ. 45)։

2. Շրջանագիծ գծելու համար տակառագործն այսպես է անում. հաստ թղթից (ստվարաթղթից) կամ ֆաներից կտրելով MN շերտը (նկ. 46), նրա վրա իրարից մոտավորապես 1 սմ հեռավորություն ունեցող մի շարք անցքեր է բաց անում. այդ անցքերից մեկի միջոցով (O) մեխ է ամրացնում տախտակին, իսկ մի այլ անցքի (A) մեջ անց է կացնում մատիտի սրված ծայրը. շերտը պտտելով տախտակի հարթության վրա անշարժ կետի (O) շուրջը, նա ստանում է շրջանագիծ, որը գծում է

մատիտի սուր ծայրը։ Այդ պտտման ժամանակ մատիտի սուր ծայրը միշտ նույն հեռավորության վրա յե գտնվում O կետից։



Նկ. 45

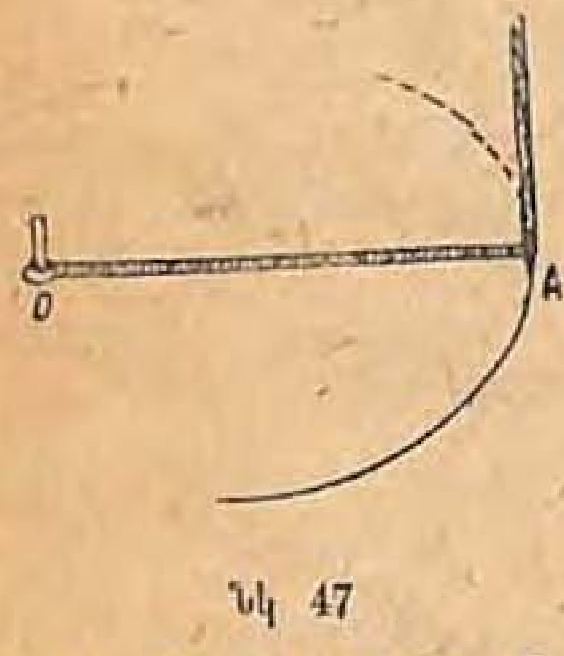


Նկ. 46

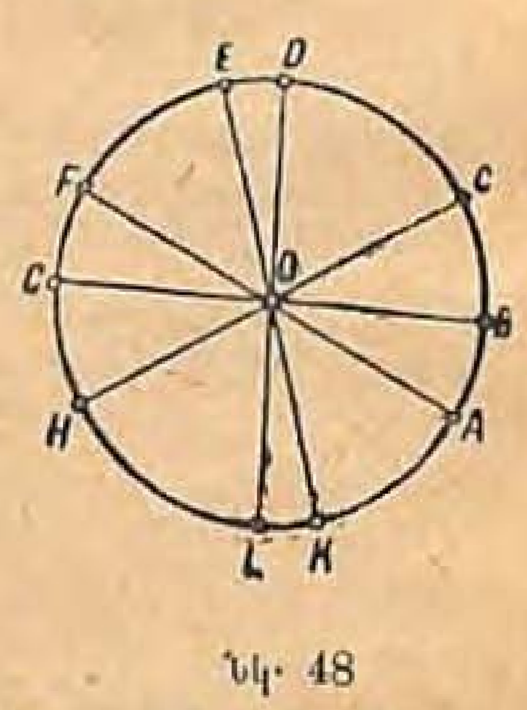
O կետը կոչվում է շրջանագծի *կ ե ն տ ր ո ն*, իսկ OR հատվածը՝ *շ ր ջ ա ն ա գ ծ ի* շառավիղ։

Շրջանագիծ է կոչվում հարթության վրա գտնվող այն փակ կոր գիծը, վորի բոլոր կետերը միևնույն հեռավորության վրա յեն գտս-նըվում մի կետից. այդ կետը կոչվում է շրջանագծի կենտրոն:

Շրջանագծի հենց սահմանումից ու գծումից հետևում է, վոր շրջանագծի մեջ կարելի յե տանել անթիվ բազմությամբ շառավիղներ. տված շրջանագծի բոլոր շառավիղներն իրար հա-



Նկ 47



Նկ. 48

վասար են (Նկ. 47)։ (Բաղդատեցեք անվի ճաղերի հետ)։

3. Այգեգործը շրջանագիծ գծելու համար օգտվում է ծայ-րերում օղակներ ունեցող պարանով (Նկ. 48)։ Մի օղակի մեջ նա ցից է մտցնում և խփում գետին, իսկ մյուսի մեջ անց է կայնում սուր ծող, և պարանը միշտ ձգված պահելով՝ ծողով գծում գետնի վրա (նկ. 48)։

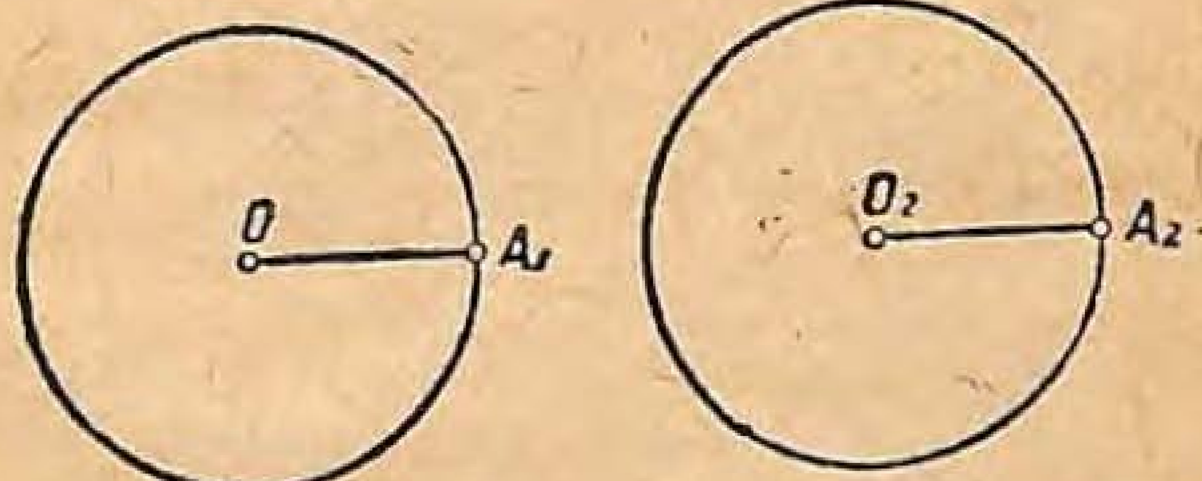
4. Գծագրողը շրջանագիծ գծելու համար օգտվում է կարկինով, որի մի ոտը հարմարանք ունի մատիտ կամ ռեյսֆեդեր ամրացնելու համար։ Հենց այդ գործիքով էլ մենք կօգտըվենք շրջանագիծ գծելու համար։

5. Յեթե մեծացնենք չերտի յերկու անցքերի հեռավորությունը (նկ. 46), կամ մեծացնենք պարանի յերկարությունը (նկ. 48), և կամ կարկինի ոտների բացվածքը, ապա դրանով էլ կմեծանա ինքը շրջանագիծը։ Այստեղից յեզրակացնում ենք

շրջանագծի շառավղի մեծացնելուց մեծանում է նայև ինքը շրջանագիծը։

6. Հարթության այն մասը, որը սահմանափակված է շրջանագծով, կոչվում է շրջան։

Այսպիսով, գլանի հիմքերը շրջաններ են։ Տակառագործը



Նկ. 49

նախ տախտակի վրա շրջանագիծ է գծում և ապա նրանից շրջան է կտրում։

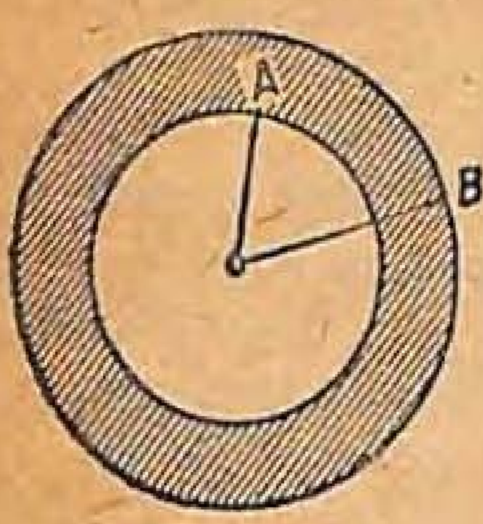
7. Թղթի վրա կարկինի օգնությամբ գծենք միևնույն շառավիղն ունեցող յերկու շրջանագիծ (նկ. 49), այսինքն այնպես, որ $O_1A_1=O_2A_2$։ Այնուհետև թղթից շրջանագծի վրայով խնամքով կտրենք յերկու շրջանը։ O_2 կենտրոնն ունեցող շրջանը դնենք O_1 կենտրոնն ունեցող շրջանի վրա այնպես, որ նրանց կենտրոնները համընկնեն, այն ժամանակ շրջանները կհամատեղվեն, կհամատեղվեն նաև նրանց շրջանագծերը։

Միևնույն շառավիղն ունեցող յերկու շրջանագծերը, կամ

Շրջանները վերադրման ժամանակ համատեղվում են, այսինքն նրանք հավասար են։

Գլանի հիմքերը յերկու հավասար շրջաններ են։

8. *Գծենք միևնույն* O *կենտրոնը, բայց* OA *և* OB *տարբեր շառավիղներն ունեցող յերկու շրջանագիծ (նկ. 50)։ Այսպիսի յերկու շրջանագծերը կոչվում են* *համակենտրոն* *շրջանագծեր։ Համակենտրոն շրջանագծեր են անվադողի ներքին և արտաքին յեզրերը. համակենտրոն կլինեն նաև խողովակի լայնական հատվածքի ներքին և արտաքին շրջանագծերը. Հարթության այն մասը, վոր գտնվում է յերկու համակենտրոն շրջանագծերի միջև, կոչվում է* *ողակ* *(50-րդ նկարի վրա գծիկներով ծածկված մասը)։ Ողակ է հանդիսանում խողովակի լայնական կտրվածքը։*



Նկ. 50

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Հարթության վրա վորտեղ են գտնվում տված կետից հավասարահեռ կետերը։

2. Ողակի արտաքին շրջանագծի տրամագիծը հավասար է 12,3 սմ-ի, իսկ ներքին շրջանագծի տրամագիծը՝ 5,7 սմ-ի։ Գտեք ողակի լայնությունը։

3. O *կետն ընդունելով իբրև կենտրոն, գծեցեք 4 սմ-ի հավասար շառավղով շրջանագիծ։ Վորտեղ են գտնվում այն կետերը, վորոնց հեռավորությունը կենտրոնից հավասար է 6 սմ-ի, 3 սմ-ի, 4 սմ-ի։*

§ 3. ԱՂԵՂ, ԼԱՐ, ՏՐԱՄԱԳԻԾ, ՍԵԿՏՈՐ

1. *51-րդ նկարի վրա տրված է մի շրջանագիծ, վորի կենտրոնը* O *կետն է։*

Շ ր ջ ա ն ա գ ծ ի մ ի մ ա ս ը կ ո չ վ ո ւ մ է ա ղ ե ղ։

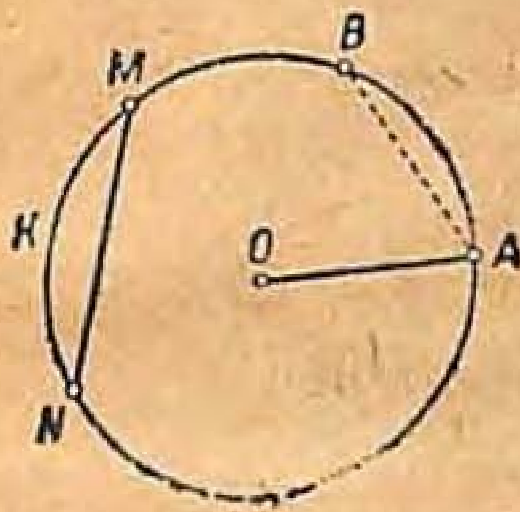
Աղեղ բառն ընդունված է նշանակել ⌣ *նշանով։ Այսպես, որինակ, գրում են՝* ⌣AB *և ասում՝ աղեղ* AB*։*

2. AB *հատվածը (նկ. 51), վորի ծայրերն* AB *աղեղի ծայրերն են հանդիսանում, կոչվում է լ ա ր։*

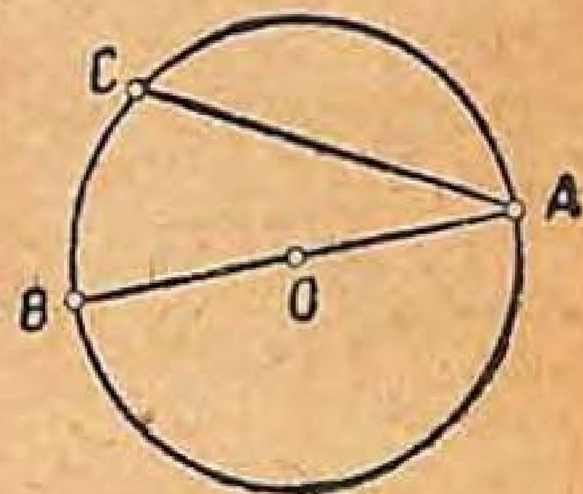
Շրջանագծի յերկու կետեր միացնող ամեն մի հատված կոչվում է լար։

Այսպես, օրինակ, MN *հատվածը (նկ. 51)* O *կետն իբրև կենտրոն ունեցող շրջանագծի լար է։*

3. C *կենտրոնով շրջանագծի մեջ տարված է* OA *շառավիղը նկ. 52) և շարունակված է* O-*ից այն կողմ, հակադիր ուղղությամբ, մինչև շրջանագծի հետ հատվելը* B *կետում։* AB *ուղիղը, այսինքն շրջանագծի կենտրոնով անցնող լարը, կոչվում է* *տ ր ա մ ա գ ի ծ։*



Նկ. 51



Նկ 52

Տրամագծի երկարությունը նշանակելով D-*ով, իսկ շառավղի երկարությունը՝* R-*ով, ստանում ենք՝* $D=2R$, *կամ* $R=\frac{1}{2}D$, *այսինքն՝*

տրամագիծը հավասար է երկու շառավղի. շառավիղը հավասար է տրամագծի կեսին։

Եթե A *կետից տանենք վորևէ այլ լար, ապա անմիջական չափումով կարող ենք համոզվել, վոր* AC *լարը կարճ է տրամագծից։*

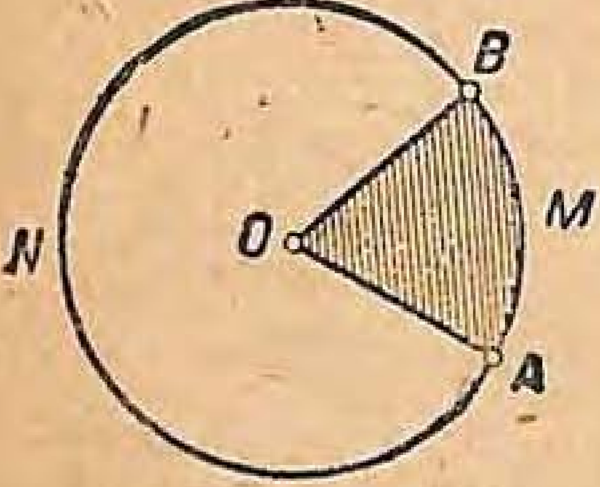
Տրամագիծը շրջանագծի լարերից ամենամեծն է։

4. *Մի թերթ թղթի վրա շրջանագիծ գծենք և խնամքով շրջան հանենք։ Տանենք այդ շրջանի մեջ մի տրամագիծ և այդ տրամագծով շրջանը ծալենք. այդ ժամանակ շրջանի երկու մասերը կհամատեղվեն. հետևաբար՝*

տրամագիծը շրջանն ու շրջանագիծը կիսում է, *այն է՝ բ ա ժ ա ն ո ւ մ է ե ր կ ո ւ կ ի ս ա շ ր ջ ա ն ի և ե ր կ ո ւ կ ի ս ա շ ր ջ ա ն ա գ ծ ի։*

Լարը նույնպես շրջանն ու շրջանագիծը բաժանում է երկու մասի, բայց այդ մասերն իրար հավասար չեն — մեկը փոքր է կիսաշրջանագծից, իսկ մյուսը մեծ է կիսաշրջանագծից։ Յերբ ասում են, վոր լարն աղեղ է ձգում, ապա նկատի յեն ունենում փոքր աղեղը, յեթե վորևե առանձին հիշատակություն չկա։

5. Շրջանի մեջ տարված են OA և OB յերկու շառավիղները (Նկ. 53)։ Շրջանի այն մասը, վորը սահմանափակված է այդ շառավիղներով (OA և OB) և AMB աղեղով, կոչվում է ս ե կ տ ո ր (նկարի վրա սեկտորը գծիկներով է ծածկված)։



Նկ. 53

Հասկանալի յե, վոր շրջանի գծիկներով չծածկված մասը նույնպես մի սեկտոր է, վորի աղեղը մեծ է կիսաշրջանից։ Տված դեպքում, յերբ առանձին հիշատակություն չկա, նկատի ունեն փոքր աղեղն ունեցող սեկտորը։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Գծագրել յերկու համակենտրոն շրջանագիծ։ Այդ շրջանագծերի շառավիղները հարաբերում են այնպես, ինչպես 2,5 ողակի լայնությունը հավասար է 11,7 սմ-ի։ Գտեք այդ շրջանագծերի շառավիղները։

2. Գծագրեցեք R=2 սմ շառավիղով շրջանագիծ։ Նրա մեջ անցկացրեք OA շառավիղը և A կետից հաջորդաբար շրջանագծին ներգծեցեք լարեր՝ յուրաքանչյուրը հավասար շառավղին, այսինքն 2 սմ-ի։ Վերջին լարի ծայրը պետք է համընկնի A կետի հետ։ Քանի՞ հավասար աղեղի յե բաժանվում շրջանագիծը։ Ի՞նչպես է կոչվում այն փակ պատկերը, վորի կողմերը շրջանագծի լարերն են։

3. Շրջանագծի մեջ քանի՞ տրամագիծ կարելի յե տանել. նրանք իրար հավասար կլինե՞ն։

4. Շրջանագծի մեջ տարեք յերկու տրամագիծ. Ինչպիսի՞ մասերի յեն նրանք իրար բաժանում։

5. Ոգտվելով 2-րդ խնդրով, ցույց տվեք, թե ինչպես պետք է շրջանը բաժանել 6 հավասար սեկտորների։

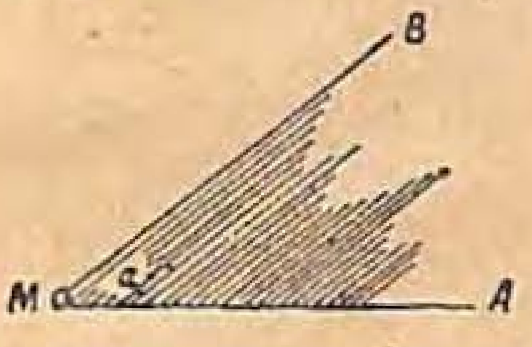
6. Շրջանագծի շառավիղը հավասար է 10,5 սմ-ի։ Գտեք նրա ամենամեծ լարի յերկարությունը։

7. Տված շրջանագծի տրամագիծը հավասար է 12 սմ-ի։ Համակենտրոն շրջանագծի շառավիղը յերկու անգամ փոքր է տված շրջանագծի շառավղից։ Վորոշեցեք նրա տրամագիծը։

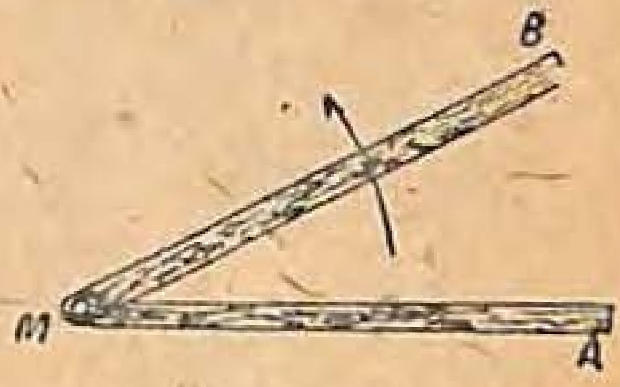
VI ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. ԱՆԿՅՈՒՆ։ ՈՒՂԻՂ ԱՆԿՅՈՒՆ։ ՍՈՒՐ ՅԵՎ ԲՈՒԹ ԱՆԿՅՈՒՆ

1. M կետից տարված են MA և MB յերկու ճառագայթներ (նկ. 54)։ Նրանք անկյուն են կազմում։ M կետը կոչվում է անկյան գագաթ, իսկ MA և MB ճառագայթները՝ անկյան կողմեր։ Անկյունը նշանակվում է յերեք տառով. մեկը գրվում է անկյան գագաթի մոտ, իսկ մյուս յերկուսը՝ նրա կողմերի վրա։ Անկյունը յերեք տառով գրելիս այն տառը, վորը

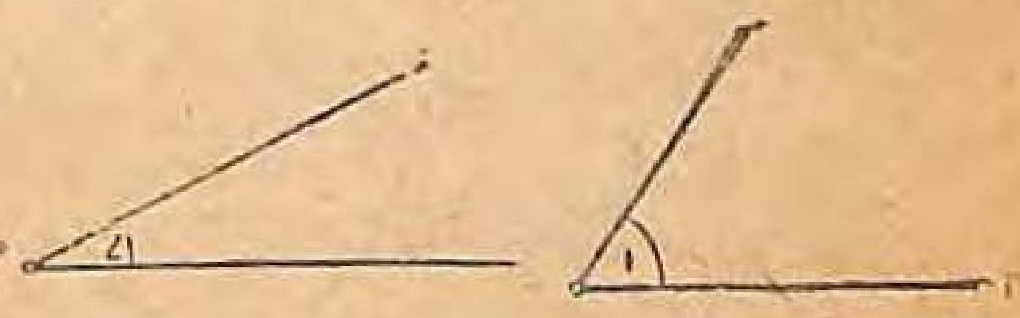


Նկ. 54



Նկ 55

նշանակում է գագաթը, միշտ մեջտեղում է գրվում։ Անկյուն բառը սովորաբար փոխարինվում է ∠ նշանով։ Այսպիսով, գրում են՝ ∠ AMB կամ ∠BMA և կարդում են՝ անկյուն AMB կամ անկյուն BMA։



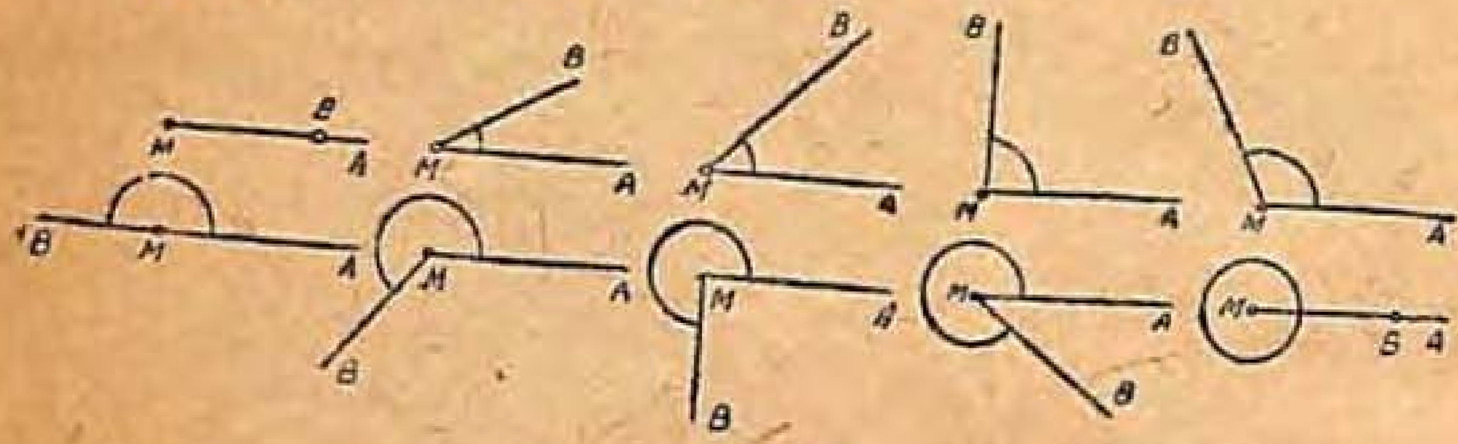
Նկ 56

Յերբեմն անկյունը, յերբ այն չի կարելի շփոթել ուրիշ անկյան հետ, նշանակում են գագաթի մոտ գրված տառով, որինակի համար՝ ∠M, յերբեմն անկյունը նշանակում են նրա գագաթի մոտ յերկու կողմերի միջև գրվող մի տառով (փոքրատառ) կամ թվանշանով՝ ∠a կամ ∠1 (նկ. 54 և 56)։

2. Դիցուք MA և MB յերկու չերտերն իրենց ծայրերով (M) ամրացված են հոդակապով (նկ. 55). Յեթե MA չերտը թողնենք անշարժ, իսկ MB չերտը պտտենք սլաքի ցույց տված ուղղությամբ, ապա անկյունը մեծանում է։ Յեթե MB-ն պտ-

տենք հակադիր ուղղությամբ, ապա անկյունը փոքրանում է։ Անկյան մեծության մասին մենք դատում ենք նրա կողմերից մեկի՝ մյուսի նկատմամբ ունեցած թեքության աստիճանով։ 56-րդ նկարի վրա անկյուն 1-ը մեծ է անկյուն 2-ից, կամ անկյուն 2-ը փոքր է անկյուն 1-ից։

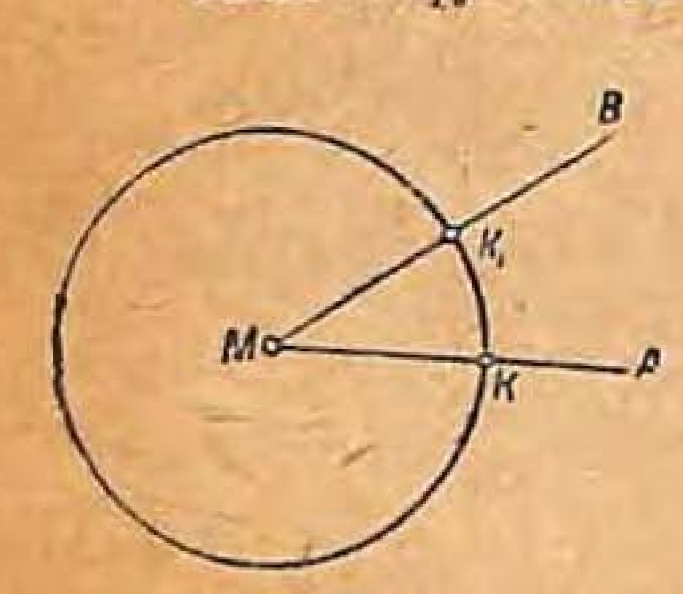
Այդ գրվում է այսպես, $\angle 1 > \angle 2$, կամ $\angle 2 < \angle 1$։



Նկ 57

57-րդ նկարի վրա ցույց է տրված անկյան աստիճանաբար մեծացումը, երբ պտտում են նրա MB կողմը։ Սկզբնական դիրքում արկյան երկու կողմերը (MA և MB) համընկնում են։ Այս դեպքում ասում են, որ մենք ունենք զերո անկյուն։

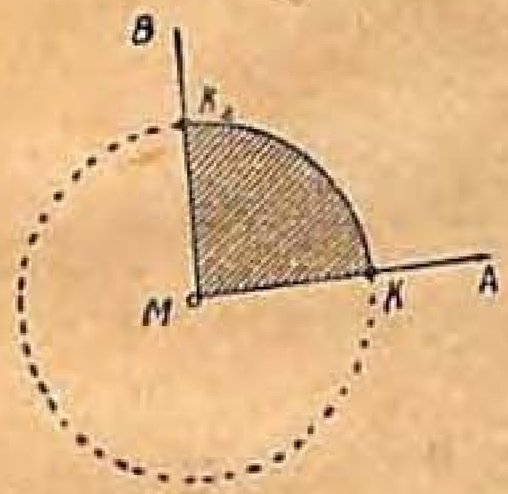
3. AMB անկյան MA կողմի վրա վերցնենք K կամավոր կետը և հետևենք նրա շարժմանը, երբ MB կողմը պտտվում է ժամացույցի սլաքի շարժման հակառակ ուղղությամբ՝ սկսելով MA դիրքից (նկ. 58)։ MB կողմի պտտման ժամանակ K կետը միշտ միևնույն հեռավորության վրա յե գտնվում M կետից, այսինքն նա գծում է մի շրջանագծի աղեղ, որի կենտրոնը M-ն է, իսկ շառավիղը հավասար է MK-ի։ Երբ MB-ն M կետի շուրջը լրիվ պտույտ կատարելուց հետո համընկնում է MA-ի հետ, K կետը գծում է լրիվ շրջանագիծ։ Այդ նշանակում է, որ անկյան մեծանալու հետ միասին մեծանում է KK_1 աղեղը, և ինչքան մեծ է KK_1 աղեղը, այնքան մեծ կլինի և $\angle AMB$-ն, և, հակառակը, ինչքան մեծ է $\angle AMB$-ն, այնքան մեծ կլինի KK_1 աղեղը։

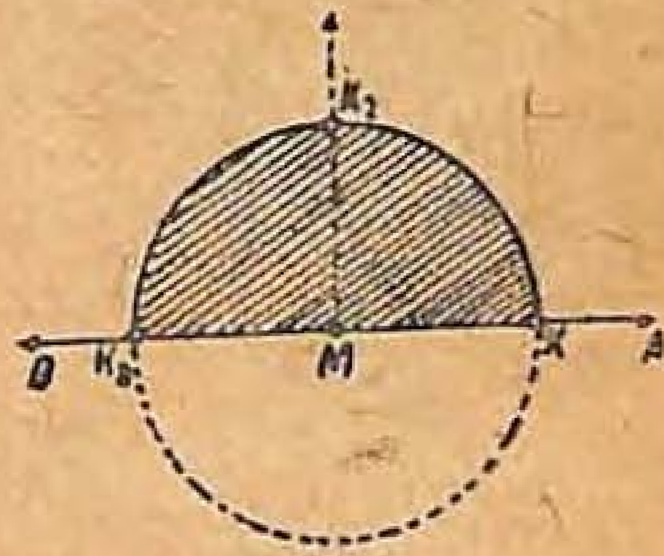


Նկ. 58

4. Դիտարկենք մի քանի յեզակի անկյուններ։

Յեթե MB ճառագայթը քառորդ պտույտ է կատարում (Նկ. 59), այսինքն KK_1 աղեղը հավասար է $\frac{1}{4}$ շրջանագծի, ապա համապատասխան անկյունը կոչվում է ուղիղ անկյուն։ Ուղիղ անկյունն է հորիզոնական և ուղղաձիգ ուղղություն ունեցող յերկու ուղիղների միջև կազմված անկյունը, այդպիսի անկյուններ են և ուղղանկյան ու քառակուսու անկյունները։





Նկ 59 Նկ. 60

Յեթե MB ճառագայթն իր պտտման ժամանակ կես պտույտ է անում, ապա K կետը գծում է $\smile KK_3$ (Նկ. 60), և դրան համապատասխանող AMB անկյունը կոչվում է բացված կամ ուղղած անկյուն։ Այս դեպքում անկյան MA և MB կողմերը հակադիր ուղղություն ունեն և նրանք մի ուղիղ գիծ են կազմում (KK_3 տրամագիծը)։

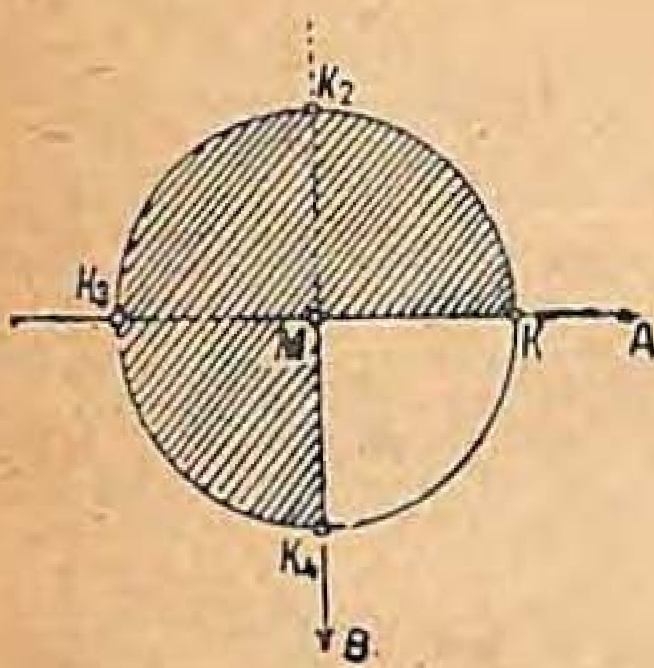
Բացված անկյունը հավասար է յերկու ուղիղ անկյան։

Յուրաքանչյուր ուղիղ անկյուն համապատասխանում է $\frac{1}{4}$ պտույտի, իսկ այդ պտտման՞

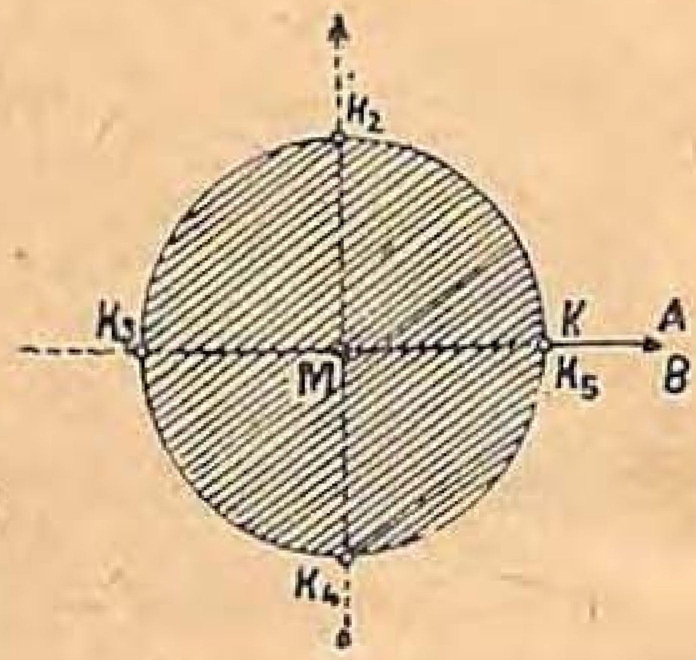
Բոլոր ուղիղ անկյունները հավասար են. հավասար են նաև բացված անկյունները։

Պտտելով MB-ն նորից $\frac{1}{4}$ պտույտով, մենք ստանում ենք բացված անկյունից մեծ և յերեք ուղիղ անկյան հավասար անկյուն (Նկ. 61)։

Վերջապես պտտելով MB-ն նորից $\frac{1}{4}$ պտույտով, մենք *տեսնում ենք, որ* MB-*ն համընկնում է* MA-*ի հետ։ Այս դեպքում ստացվում է լ ր ի վ ա ն կ յ ո ւ ն, որը համապատասխանում է ճառագայթի մեկ լրիվ պտույտին և, հետևաբար, հավասար է 4 ուղիղ անկյան (նկ. 62)։*

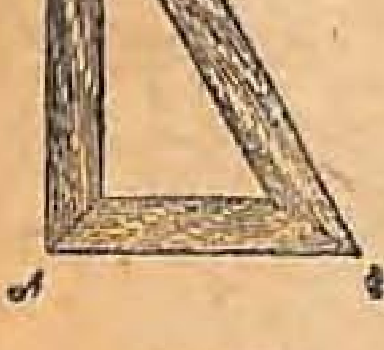


Նկ. 61



Նկ. 62

5. *Հատվելիս իրար հետ ուղիղ անկյուն կազմող* MA *և* MB *ուղիղները (նկ. 59) կոչվում են փ ո խ ա դ ա ր ձ ո ւ ղ ղ ա հ ա յ ա ց ուղիղներ.* MB-*ն ուղղահայաց է* MA-*ին և, հակառակը,* MA-*ն ուղղահայաց է* MB-*ին։ Ճիշտ նույնպես* MK_2-*ն (նկ. 60) ուղղահայաց է* KK_3-*ին և* KK_3-*ն ուղղահայաց է* MK_2-*ին։ «Ուղղահայաց» բառը փոխարինում են* $\perp$ *նշանով և գրում են (նկ. 61).* $K_3K \perp K_2K_4$, *կամ* $K_2K_4 \perp K_3K$, *և կարդում են՝* K_3K-*ն ուղղահայաց է* K_2K_4-*ին կամ* K_2K_4-*ն ուղղահայաց է* K_3K-*ին։*



Նկ. 63

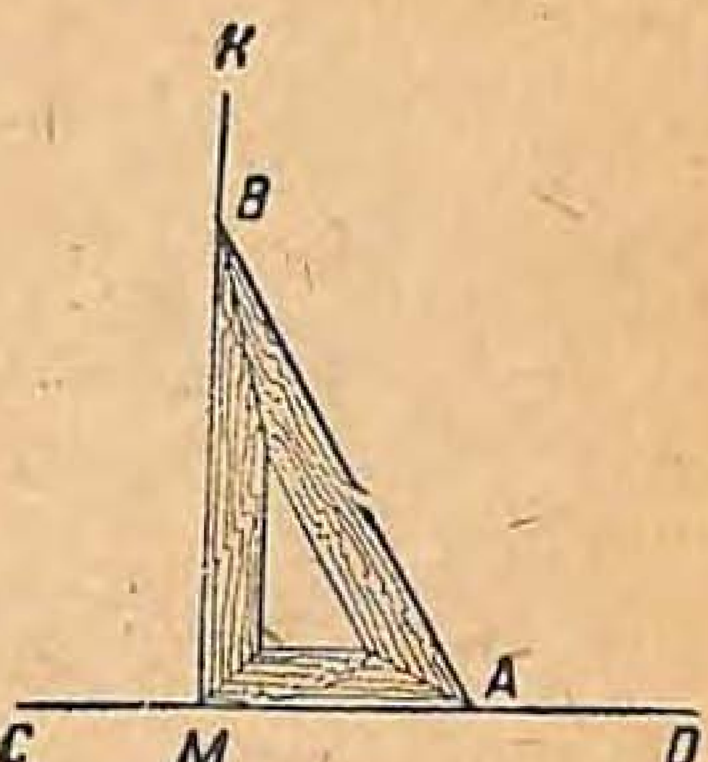
6. *Թղթի վրա ուղղահայացներ անցկացնելու համար օգտվում են գ ծ ա գ ր ա կ ա ն ե ռ ա ն կ յ ո ւ ն ո վ (նկ. 63)։ Նրա վրա* $\angle$ AMK-*ն ուղիղ է, այսինքն* $AM \perp MK$ *կամ* $MK \perp AM$։

Խնդիր. *Տված է* CD *ուղիղը և պահանջվում է տանել նրան ուղղահայաց ուղիղ (նկ. 64)։*

Լ ո ւ ծ ո ւ մ. Եռանկյունը դնենք նկարի վրա այնպես, որ

MA կողմը համատեղվի CD-ի հետ, և MB կողմով տանենք MK ուղիղը։ Այդ ժամանակ $MK \perp CD$։

Ճիշտ նույնպես են վարվում, յերբ պահանջվում է տված CD ուղիղին տանել ուղղահայաց նրա վրա (O_1) կամ նրանից դուրս (O_2) գտնվող վորևէ կետից։ Քանոնը դնում ենք նկարի վրա այնպես, վոր CD ուղիղը համատեղվի նրա կողի հետ, իսկ յեռանկյունը դնում ենք այնպես, վոր նրա MA յեզրը համատեղվի քանոնի կողի հետ։ Այնուհետև յեռանկյունը, առանց քանոնից հեռացնելու, շարժում ենք այնքան, մինչև վոր յեռանկյան մյուս MB կողմն անցնում է O_1 կամ O_2 կետով (նկ. 65). գծանից հետո MB յեզրով ուղիղ տանելով՝ մենք ստանում ենք վորոնելի ուղղահայացը։



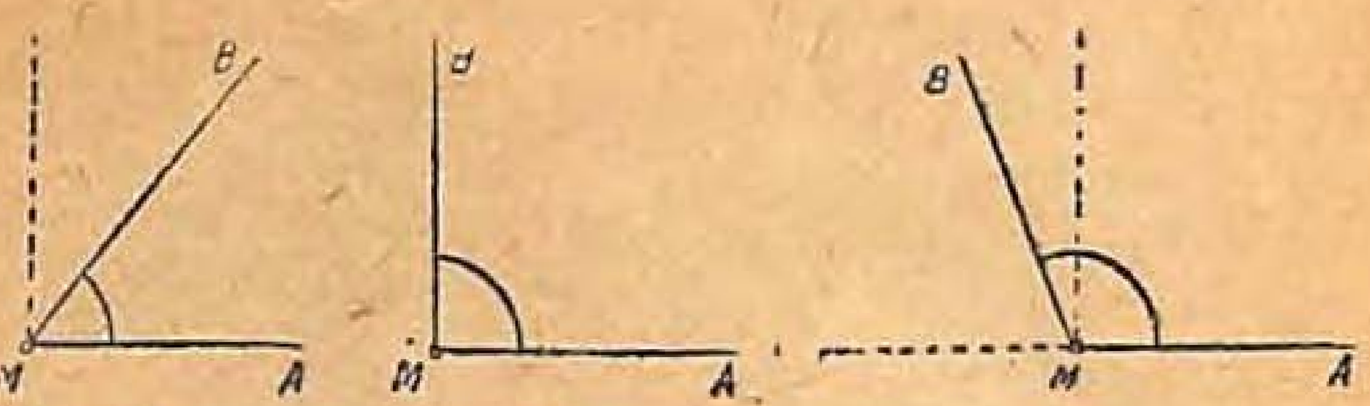
նկ. 64

7. Յեթե MB ճառագայթը (նկ. 66, 1) $\frac{1}{4}$ պտույտից պակաս կատարի, ապա ուղիղ անկյունից փոքր անկյուն կստացվի։ **Ուղիղ անկյունից փոքր անկյունը կոչվում է սուր անկյուն։**

Նկ. 65

Յեթե MB ճառագայթը մեկ քառորդ պտույտից ավելի, բայց կես պտույտից պակաս կատարի (նկ. 66, 3), ապա մենք կստանանք մի անկյուն, որը մեծ է ուղիղ անկյունից, բայց փոքր է բացված անկյունից։

Ուղիղ անկյունից մեծ, բայց բացված անկյունից փոքր անկյունը կոչվում է բութ անկյուն։



Նկ. 66

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ անկյուն են կազմում ժամացույցի սլաքները, յերբ ժամացույցը ցույց է տալիս ժամը 2-ը, ժամը 3-ը, ժամը 5-ը, ժամը 6-ը։

2. Գծեցեք մի ուղիղ և նրա վրա նշեցեք յերկու կետ։ Այդ կետերից տարեք տված ուղիղին ուղղահայաց ուղիղներ։

3. Գծեցեք շրջանագիծ և նրա մեջ անցկացրեք յերկու փոխուղղահայաց տրամագծեր։

4. Գծեցեք շրջանագիծ և նրա վրա կամայական վերցրած կետից տարեք յերկու փոխուղղահայաց լարեր։ Կենտրոնից տարեք այդ լարերին ուղղահայաց յերկու շառավիղ։

5. Տված շրջանագծի մեջ տարեք AB լարը։ Այդ լարի B ծայրից տարեք նրան ուղղահայաց BC լարը։ BC լարի C ծայրից տարեք նրան ուղղահայաց CD լարը և, վերջապես, CD լարի D ծայրից տարեք նրան ուղղահայաց լարը։ Յեթե գծագիրը խնամքով է կատարված, ապա վերջին լարը պետք է անցնի A կետով։ Ի՞նչ պատկեր կստացվի։

§ 2. ԱՆԿՅԱՆ ՉԱՓՈՒՄԸ։ ՓՈԽԱԴՐԻՉ

1. Շրջանագիծն ընդունված է բաժանել 360 հավասար մասերի (աղեղների)։ Շրջանագծի յուրաքանչյուր $\frac{1}{360}$ մասը կոչվում է *աղեղային աստիճան*։

Յեթե շրջանագծի բաժանման կետերը միացնենք նրա O կենտրոնի հետ, ապա ամբողջ շրջանը կբաժանվի 360 հավասար սեկտորի։ Այս սեկտորներից յուրաքանչյուրի անկյան գագաթը *գտնվում է շրջանի կենտրոնում և նրա կողմերը շառավիղներ են։ 360 անկյուններից յուրաքանչյուրը կոչվում է* ա ն կ յ ու ն ա յ ի ն ա ս տ ի ճ ա ն։ *«Աստիճան» բառը փոխարինվում է փոքրիկ զերոյով, որը գրվում է աստիճանների թվի աջ կողմից՝ վերևում (°). այսպես, գրում են՝ ⌣ 20° և կարդում են՝ 20 աստիճանի աղեղ և գրում են՝ ∠ 20°, իսկ կարդում՝ 20 աստիճանի անկյուն։*

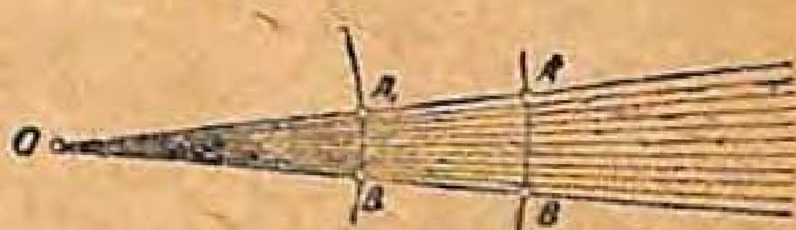
Այն անկյունը, որի գագաթը գտնվում է շրջանագծի կենտրոնում, կոչվում է կ ե ն տ ր ո ն ա կ ա ն ա ն կ յ ու ն *կամ կրճատ՝* կ ե ն տ ր ո ն ա ն կ յ ու ն։ *Հետևաբար՝*

Ինչպես աղեղի մեջ աղեղային աստիճան է պարունակվում, այնպես համապատասխան կենտրոնական անկյան մեջ անկյունային աստիճան կպարունակվի։

Այսպես, ուրեմն, շրջանագիծը պարունակում է 360° (աղեղային)

և լրիվ անկյունը	»	360° (անկյունային).
շրջանագծի մեկ քառորդը	»	90° (աղեղային).
և ուղիղ անկյունը	»	90° (անկյունային).
շրջանագծի կեսը	»	180° (աղեղային)
և բացված անկյունը	»	180° (անկյունային)։

2. *Աղեղային (անկյունային) 1°-ը բաժանվում է 60 հավասար մասերի—60 աղեղային (անկյունային) րոպեի։ «Րոպե» բառը նշանակվում է մի գծիկով, որը գրվում է րոպեների թվի աջ կողմից՝ վերևում (′)։ Այսպես, գրում են՝ 14°15′ և կարդում են՝ 14 աստիճան 15 րոպե։*



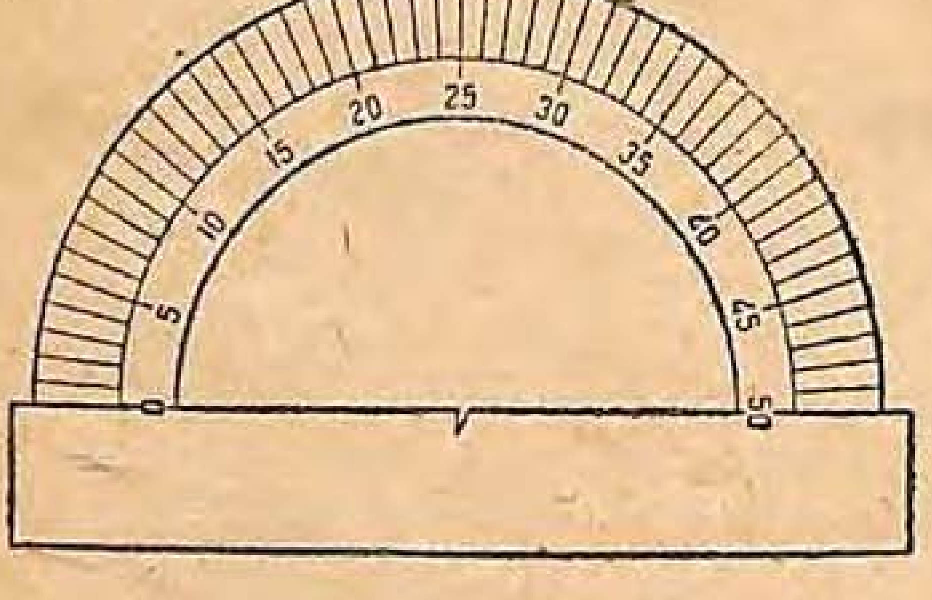
Նկ 67

Աղեղային (անկյունային) 1′-ն իր հերթին բաժանվում է 60 հավասար մասի—60 աղեղային (անկյունային) վայրկյանի։ «Վայրկյան» բառը նշանակվում է յերկու գծիկով, որը գրվում է վայրկյանների թվի աջ կողմից՝ վերևում (″)։ Այսպես, գրում են՝ 23° 21′ 34″ և կարդում են՝ 23 աստիճան 21 րոպե և 34 վայրկյան։

3. *67-րդ նկարի վրա մենք ունենք* AOB *անկյունը, որը բաժանված է 10 աստիճանի։* O *կետը ընդունված է իբրև կենտ-*

րոն, և տարված են յերկու համակենտրոն շրջանագծեր, վորոնք հատում են անկյան կողմերը։ AB և A_1B_1 աղեղներից յուրաքանչյուրը պարունակում է 10-ական աղեղային աստիճան, բայց OB շառավիղն ունեցող շրջանագծի յուրաքանչյուր 1° պարունակող աղեղը մեծ է OB_1 շառավիղն ունեցող շրջանագծի 1° պարունակող աղեղից։ Այսպիսով, տարբեր շրջանագծերի միևնույն անկյան համապատասխանող տարբեր յերկարություն ունեցող աղեղները ($\smile AB > \smile A_1B_1$) պարունակում են հավասար թվով աստիճաններ (րոպեներ և վայրկյաններ), բայց վորքան մեծ է շրջանագծի շառավիղը, այնքան մեծ է 1 աստիճան աղեղի յերկարությունը։

Աղեղային աստիճանի մեծությունը կախում ունի շառավղի յերկարությունից։



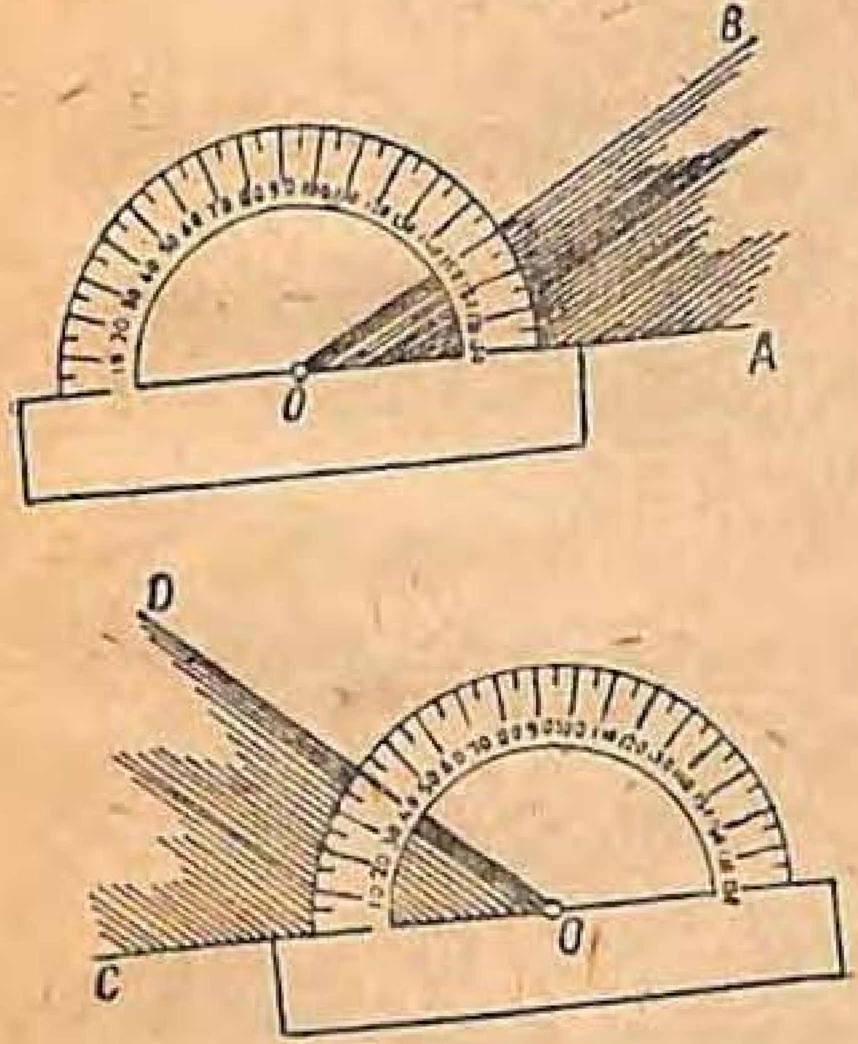
Նկ. 68

Աղեղային աստիճանը կախում ունի շառավղի յերկարությունից, իսկ անկյունային աստիճանը կախում չունի շրջանագծի շառավղի յերկարությունից։ Այստեղից մենք յեզրակացնում ենք, վոր՝ **անկյան մեծությունը կախում չունի նրա կողմերի յերկարությունից։**

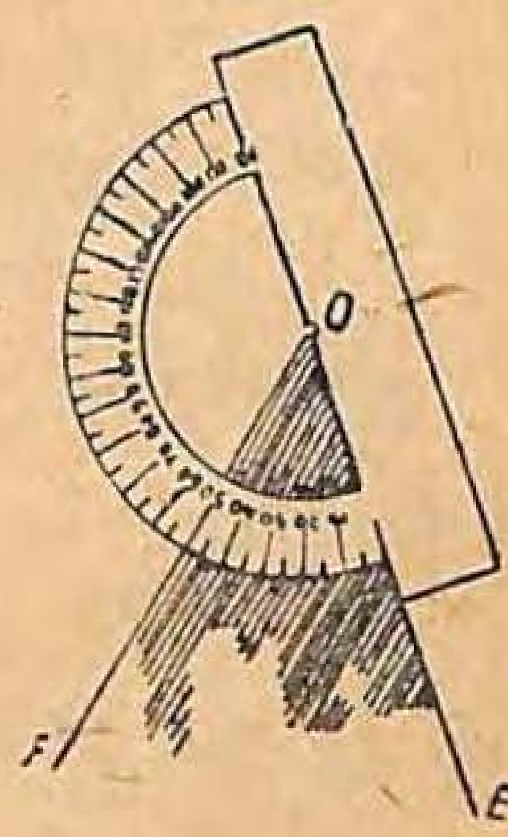
4. *Միաժամանակ մենք տեսնում ենք, վոր աղեղային աստիճանների (րոպեների և վայրկյանների) թիվը հավասար է համապատասխան կենտրոնանկյան անկյունային աստիճանների (րոպեների և վայրկյանների) թվին։ Այդ պատճառով ասում են՝* **կենտրոնական անկյունը չափվում է նրան համապատասխանող աղեղով։**

Այս հատկությունը վերաբերում է բոլոր անկյուններին, վորովհետև ամեն մի անկյուն մենք կարող ենք դիտել իբրև կենտրոնական անկյուն։

Անկյան և աղեղի միջև յեղած առնչությունով ոգտվում են *անկյունները այսպես կոչված փոխադրիչ շրջանի (կարճ՝ փոխադրիչի) կամ տրանսպորտիրի օգնությամբ չափելու և կառուցելու համար։ Փոխադրիչը մի կիսաշրջան կամ՝ ավելի ճիշտը, կիսօղակ է (նկ. 68), պատրաստված ստվարաթղթից, մետաղից կամ ցելուլոիդից։ Նրա վրա խազեր են տարված. երկու խազի միջև ընկած աղեղը 1° է։ Համրանքի հարմարության համար այդ խազերը կիսաշրջանի վրա տարված են թե*



Նկ. 69



Նկ. 70

մեկ և թե մյուս ուղղությամբ։ Կիսաշրջանը սովորաբար վերջանում է մաշտաբային քանոնով, որը բաժանված է լինում սանտիմետրների և միլիմետրների։ Քանոնի եզրերից մեկը համընկնում է կիսաշրջանի տրամագծի հետ. քանոնի վրա մի նիշ կա, որը համընկնում է շրջանի կենտրոնի հետ։ Քանոնն ու կիսաշրջանը մի ամբողջություն են կազմում։

5. Անկյունների չափումը փոխադրիչի օգնությամբ։ *Ունենք* AOB, COD *և* EOF *անկյունները (նկ. 69 և 70)։ Այդ անկյունների մեծությունը չափելու համար փոխադրիչը դնենք* AOB *անկյան վրա այնպես, որ փոխադրիչի* O *կենտրոնն ընկնի անկյան* O *գագաթի վրա և փոխադրիչի տրամագիծը համ-*

ընկնի անկյան կողմերից մեկի, օրինակի համար՝ OA-ի ուղղության հետ։ Առաջին դեպքում մենք ունենք 30^0 աղեղ, յերկրորդ դեպքում՝ 40^0 աղեղ, և յերրորդ դեպքում՝ 50^0 աղեղ։ Հետևաբար, $\angle AOB=30^0$, $\angle COD=40^0$ և $\angle EOF=50^0$։ Յերբեմն փոխադրիչի վրա նշանակված են լինում նաև կես աստիճանները. քառորդ աստիճանները վորոշում են աչքի չափով։

ՀԱՐՑԵՐ ՑԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1 Ի՞նչն է կոչվում աղեղային աստիճան։

2. Ի՞նչն է կոչվում անկյունային աստիճան։

3. Վո՞ր անկյունն է կոչվում կենտրոնական։

4. Ի՞նչպես է կոչվում ուղիղ անկյան $\frac{1}{90}$ մասը։

5 Կփոխվի՞ արդյոք անկյան մեծությունը, յեթե նրա կողմերը շարունակենք։

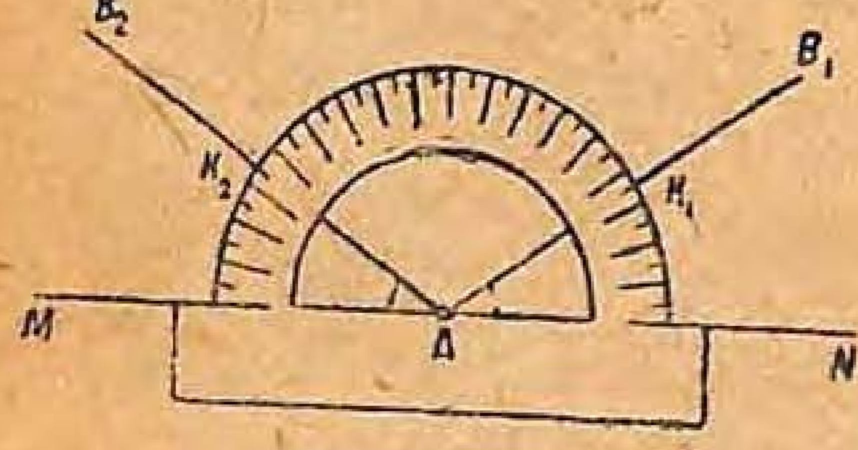
6 Ի՞նչ մեծության աղեղ է գծում ժամացույցի փոքր սլաքը 1 ժամում, 5 ժամում։

7. Գծագրեցեք սուր և բութ անկյուն և փոխադրիչի ոգնությամբ չափեցեք այդ անկյունները։

§ 3. ԱՆԿՅՈՒՆ ԿԱՌՈՒՑԵԼԸ. ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱՂԴԱՏԵԼԸ

1. Խնդիր *1. Կառուցել 35^0 անկյուն։*

Լուծում. 35^0 անկյուն կառուցելու համար մենք վարվում ենք այսպես. վերցնում ենք MN կամավոր գիծը (նկ. 71) և նրա վրա A կամավոր կետը։ Դրանից հետո փոխադրիչը դնում ենք MN ուղիղի վրա այնպես, վոր նրա O կենտրոնը համընկնի A կետի հետ և տրամագիծը՝ MN ուղիղի հետ։ Փոխադրիչի 35^0 թվով նշանակված գծիկի դիմաց թղթի վրա նշանակում ենք K_1 կետը կամ K_2-ը։ Այնուհետև տանում ենք AB_1 կամ AB_2 գծերը և ստանում ենք վորոնելի անկյունները — $\angle NAB_1=35^0$ կամ $<MAB_2=35^0$.

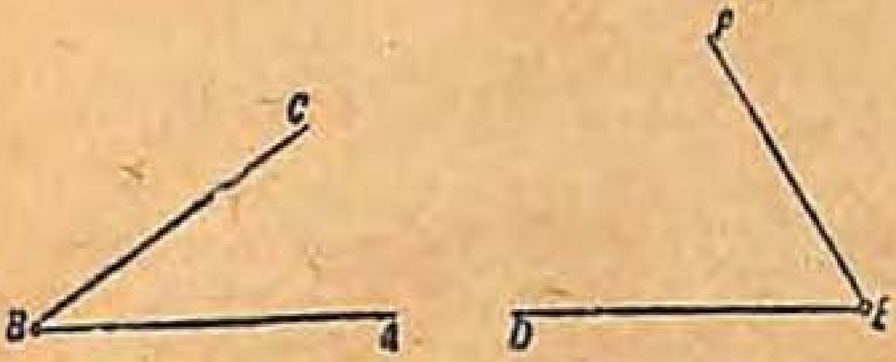


Նկ. 71

2. Խնդիր 2. *Տված են* ABC *և* DEF *երկու անկյունները (նկ. 72)։ Այդ անկյուններից որն է մեծը։*

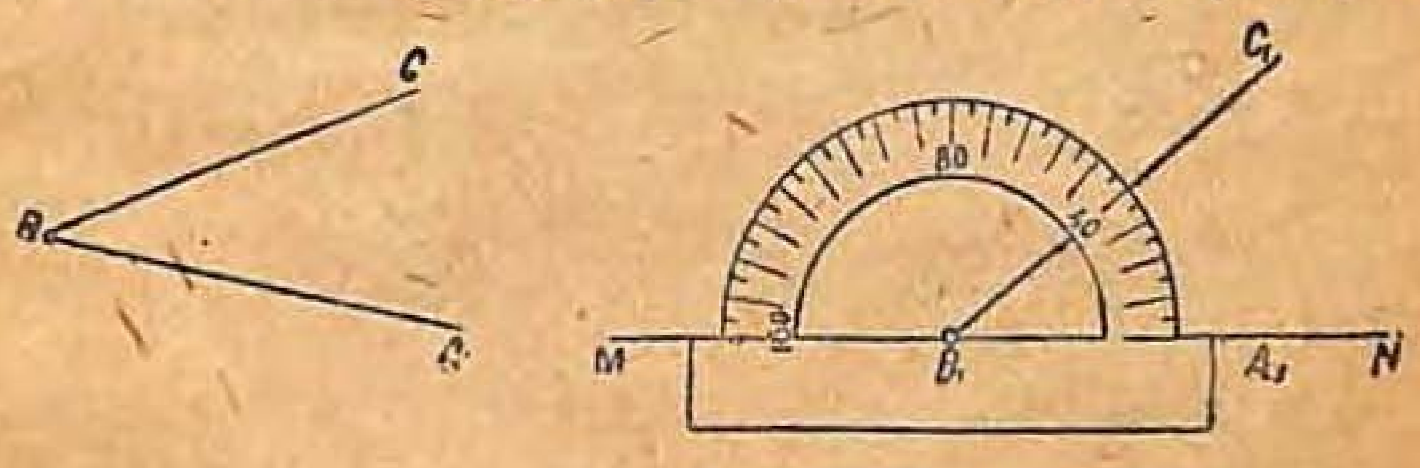
Լուծում. Այդ անկյուններից յուրաքանչյուրը փոխադրիչով չափելով՝ մենք գտնում ենք, որ $\angle ABC=34^0$, իսկ $\angle DEF=58^0$. ուրեմն $\angle DEF > \angle ABC$։

3. Խնդիր 3. *Տված է* ABC *անկյունը (նկ. 73)։ Պահանջվում է կառուցել այդ անկյան հավասար անկյուն։*



Նկ. 72

Լուծում. $\angle ABC$-ն չափենք փոխադրիչով (40^0). այնուհետև փոխադրիչը դնենք MN կամավոր ուղիղի վրա և նրա B_1 կամավոր կետում կառուցենք 40^0 անկյուն։ Կստանանք $A_1B_1C_1$ անկյունը, որը հավասար է տըված $\angle ABC$-ին։

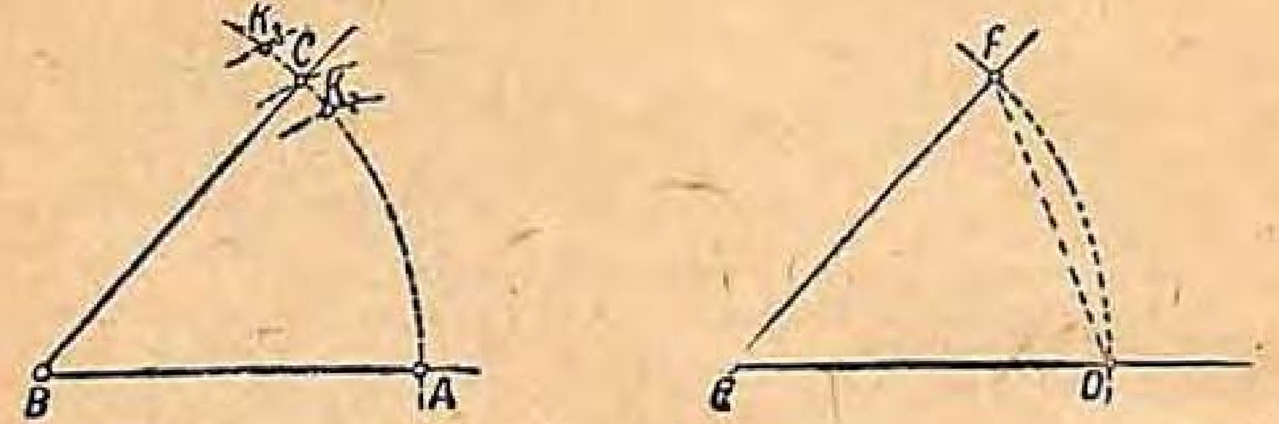


Նկ. 73

Գրառումը՝ $\angle A_1B_1C_1=\angle ABC$։

4. Նախորդ երկու խնդիրները կարելի է լուծել և կարկինի և քանոնի օգնությամբ, առանց փոխադրիչի։

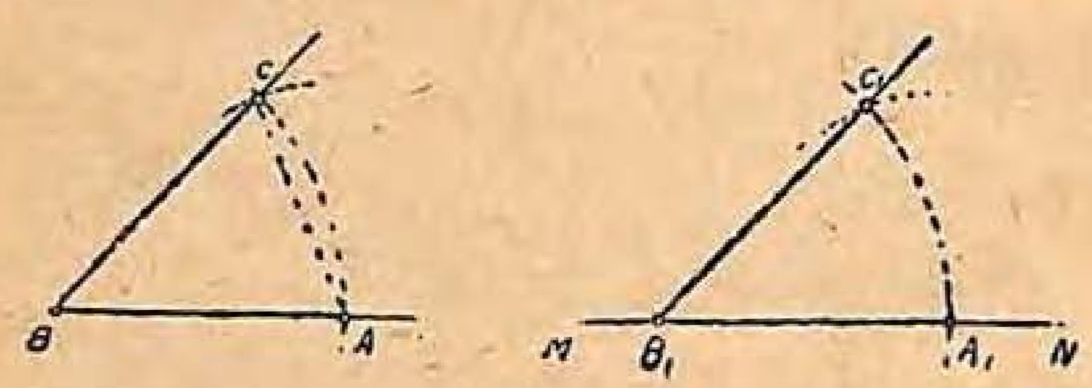
Տված են ABC և DEF անկյունները (նկ. 74)։ BA=ED շառավղով տանենք երկու շրջանագիծ, մեկը B կենտրոնով, իսկ մյուսը՝ E կենտրոնով։ AC և DF աղեղները փոխարինում են փոխադրիչի աղեղներին։ Այնուհետև կարկինով չափելով DF հեռավորությունը, A կենտրոնից DF-ին հավասար շառավղով AC աղեղին հատող աղեղ ենք տանում։ Այստեղ կարող է 3 դեպք տեղի ունենալ. 1) այդ աղեղը հատում է AC աղեղը C կետում, այդ ժամանակ $\smile DF = \smile AC$ և անկյունները հավասար են․ 2) այդ աղեղը հատում է AC աղեղը K_2 կետում ($\angle ABC$-ի ներսում), այդ ժամանակ $\smile DF \angle \smile AC$ և $\angle DEF < \angle ABC$. 3) աղեղը հատում է AC աղեղը K_3 կետում (ABC անկյունից դուրս), այդ ժամանակ $\smile DF > \smile AC$ և $\angle AEF > \angle ABC$։



Նկ. 74

Նույն ձևով կարելի յե տվյալ անկյանը հավասար անկյուն կառուցել, առանց այդ անկյունը չափելուն դիմելու։

Դիցուք պահանջվում է կառուցել տված ABC անկյանը



Նկ. 75

հավասար անկյուն (Նկ. 75)։ Վերցնենք MN կամավոր գիծը և նրա վրա B_1 կամավոր կետը։ Տանենք միևնույն շառավղով (կամավոր) յերկու շրջանագիծ՝ մեկը B, իսկ մյուսը՝ B_1 կենտրոնից. առաջինը տված անկյան կողմերը հատում է A և C կետերում, յերկրորդը MN ուղիղը հատում է A_1 կետում։ Կարկինով վերցնելով AC հեռավորությունը՝ տանում ենք միևնույն AC շառավղով յերկու աղեղ — մեկն A կենտրոնից, իսկ մյուսը՝ A_1։ Առաջինն AC աղեղը հատում է C կետում, յերկրորդը՝ A_1C_1-ն C_1 կետում։ Դրանից հետո B_1-ից տանելով B_1C_1 ուղիղը, մենք ստանում ենք տված $\angle ABC$-ին հավասար $\angle A_1B_1C_1$-ը. AC և

A_1C_1 աղեղները համապատասխանում են փոխադրիչի աղեղներին, իսկ քանի որ նրանք հավասար են, ապա հավասար են նաև անկյունները, այսինքն $\angle A_1B_1C_1=\angle ABC$։

ՀԱՐՑԵՐ ՑԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Կառուցեք 45^0, 65^0, 80^0, 110^0, 150^0 անկյուններ։

2. Գծագրեցեք որևէ անկյուն և կառուցեք նրան հավասար անկյուն (յերկու յեղանակով)։

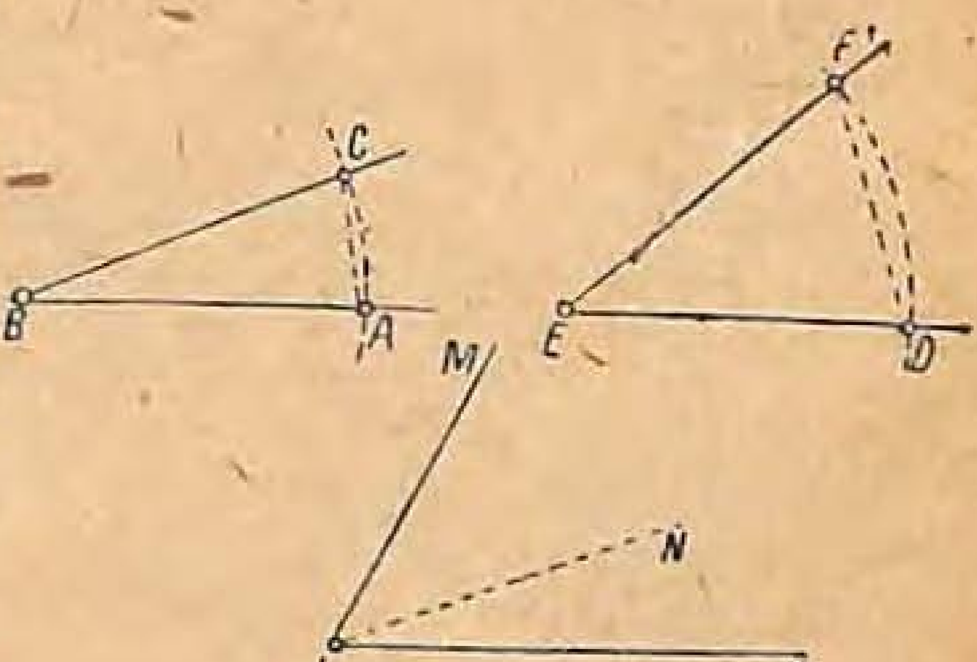
3. Ինչպես պետք է բաղդատել իրար հետ յերկու անկյուն՝ 1) փոխադրիչով և 2) կարկինով։

§ 4. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԵՏ

1. Խնդիր. *Տված է յերկու անկյուն, $\angle ABC$ և $\angle DEF$ (Նկ. 76)։ Պետք է գտնել այդ անկյունների գումարը։*

Լուծում. Անկյուններից յուրաքանչյուրը չափելով փոխադրիչով, գտնում ենք, որ $\angle ABC=20^0$ և $\angle DEF=42^0$։ Այդ նշանակում է, որ $\angle ABC+\angle DEF=20^0+42^0=62^0$։

Դրանից հետո փոխադրիչով կառուցենք $\angle KhM=62^0$։ Վերջինը կլինի ABC և DEF անկյունների գումարը։



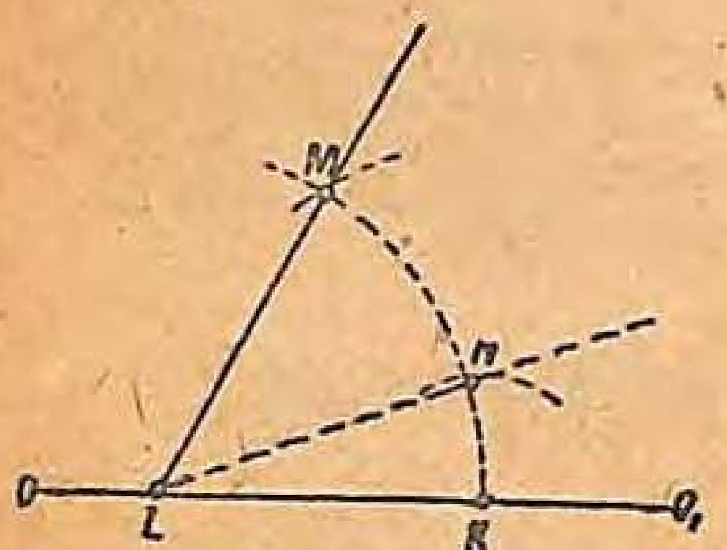
Նկ. 76

Կարելի յեր նախ կառուցել 20^0 հավասար անկյուն, և այնուհետև վերջինի կողմի վրա կառուցել 42^0-ի հավասար անկյուն, այդ ժամանակ մենք կստանայինք նույն $\angle KhM=62^0$։

Մենք այս խնդիրը լուծեցինք չափումով և հաշվումով։

2. Կարկինով և քանոնով՝ այս խնդիրը լուծվում է այսպես։ Վերցնում ենք OO_1 կամավոր գիծը (Նկ. 77) և նրա վրա L կամավոր կետը։ Դրանից հետո միևնույն կամավոր շառավղով գծում ենք յերեք շրջանագիծ՝ B, E և L կենտրոններով

(նկ. 76 և 77)։ Շրջանագծերից մեկն ABC անկյան կողմերը հատում է A և C կետերում, մյուսը՝ DEF անկյան կողմերը D և F կետերում, և չորրորդն՝ OO_1 ուղիղը K կետում։ AC հեռավորության հավասար շառավղով վերջին KM աղեղը «հատում» ենք K կենտրոնից տարված աղեղով. գիցուք հատման կետը M-ն է. դրանից հետո FD-ին հավասար շառավղով և N կենտրոնից տանում ենք KM աղեղին M կետում հատող աղեղը։ Տանելով LM ուղիղը՝ մենք ստանում ենք քառակուսիների վորոնելի գումարը՝ $\angle KLM = \angle KLN + \angle NLM$ կամ $\angle KLM = \angle ABC + \angle DEF$։



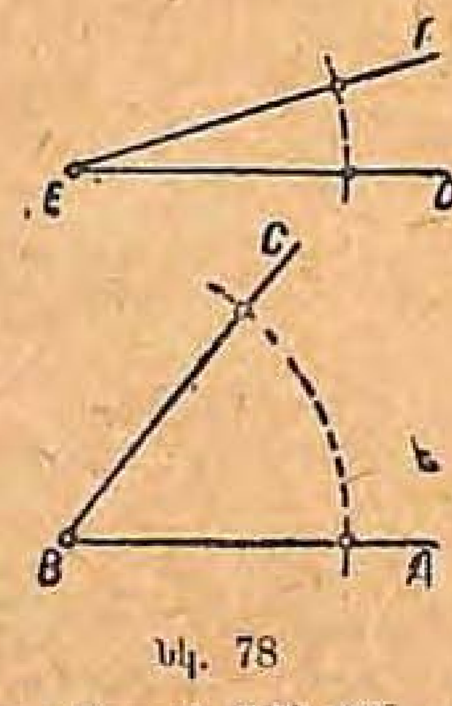
Նկ 77

Մենք խնդիրը լուծեցինք կառուցելով։

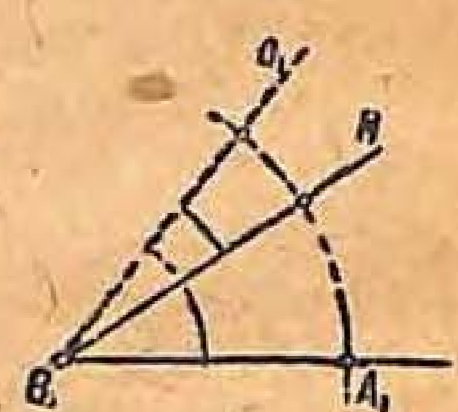
Յերբ կարկինով և քանոնով կառուցումը կատարված է, կարելի է լուծումն ստուգել փոխադրիչի օգնությամբ՝ չափելով և հաշվելով։

3. Խնդիր. Գտնել ABC և DEF անկյունների տարբերությունը (նկ. 78)։

Լուծում. Փոխադրիչի օգնությամբ չափելով ABC (53^0) և DEF (18^0) անկյունները՝ մենք գտնում ենք այդ անկյունների տարբերությունը, հաշվելով՝ $53^0-18^0=35^0$։



Նկ. 78

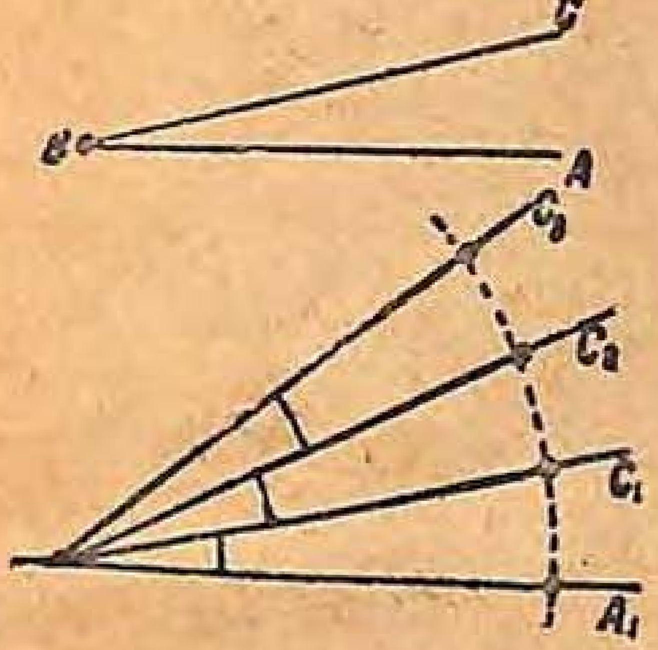


Նկ. 79

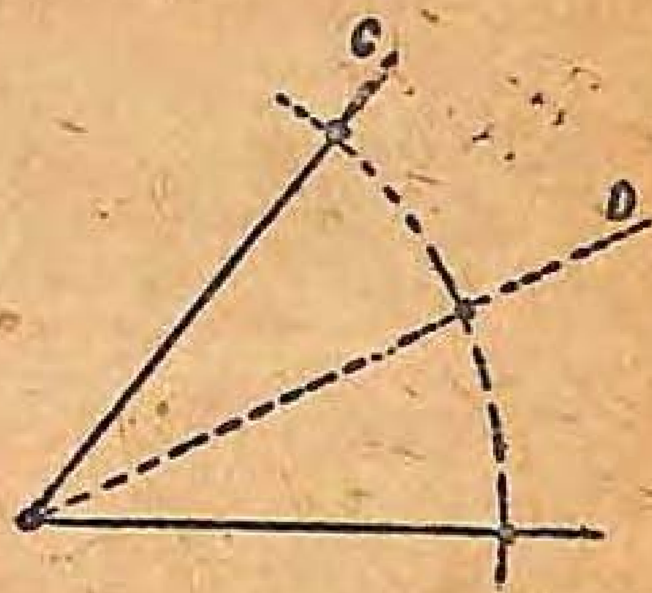
Այս խնդիրը լուծենք նաև կառուցելով։ Նախ կառուցելով $\angle A_1B_1C_1=\angle ABC$ (նկ. 79), այնուհետև B_1C_1 կողմի վրա կառուցում ենք $\angle DEF$-ին հավասար $C_1B_1K_1$ անկյունը ($A_1B_1C_1$ անկյան ներսում)։ Այդ ժամանակ KB_1A_1 անկյունը կլինի ABC և DEF անկյունների տարբերությունը։

4. Խնդիր. $\angle ABC$-ն *մեծացնել 3 անգամ (նկ. 80)։*

Լուծում. ABC *անկյունը 3 անգամ մեծացնել — նշանակում է* ABC *անկյանն իրեն գումարելի վերցնել յերեք ան-*



նկ. 80



Նկ. 81

գամ, այլ կերպ ասած՝ գումարել յերեք իրար հավասար անկյուններ։ $A_1B_1C_3$ *անկյունը կլինի վորոնելին։*

Գրառումը՝ $\angle ABC \cdot 3 = \angle A_1B_1C_3$։

5. Խնդիր. *Տված* ABC *անկյունը կիսել, այսինքն բաժանել յերկու հավասար անկյունների (նկ. 81)։*

Լուծում. Փոխադրիչով նախ չափում ենք անկյունը (52^0)*. դրանից հետո ստանում ենք* $52^0 : 2 = 26^0$ *և* BA *կողմի (կամ* BC-*ի) վրա կառուցում ենք* $\angle ABD = 26^0$*։ Նույն ձևով կարելի յե անկյունը բաժանել 3, 4, 5 և այլն հավասար անկյունների։*

Կարկինի և քանոնի օգնությամբ անկյունը կիսելու կառուցումը նման է հատվածը կիսելու կառուցմանը։ Ամբողջ խնդիրը վերածվում է աղեղը կիսելուն։

Նկ. 82

Դիցուք տված է ABC *անկյունը (նկ. 82)։ Գծագրում ենք կամավոր շառավղով և* B *կենտրոնով ունեցող շրջանագիծ։ Այդ* շրջանագիծն անկյան կողմերը հատում է K և L կետերում: Կարկինին տալով KL լարի կեսից մեծ բացվածք՝ K և L կենտրոններից գծում ենք յերկու հավասար շրջանագծեր՝ վորոնք հատվում են իրար հետ M և N կետերում: Տանելով MN ուղիղը՝ մենք լարն ու աղեղը կիսում ենք: Դրանից հետո աղեղի այդ միջնակետը միացնելով B գագաթի հետ՝ մենք ստանում ենք մի ուղիղ, վորն ABC անկյունը բաժանում է յերկու հավասար մասի (կիսում է): Այդ ուղիղն անցնում է M և N կետերով և անկյան B գագաթով: Այդ ուղիղը կոչվում է անկյան *կիսորդ* կամ *բիսեկտրիսա*:

Ստուգման համար կարկինով չափում ենք OK և OL աղեղների ծայրերի հեռավորությունները: Յեթե OK=OL, ապա կառուցումը ճիշտ է կատարված. $\smile OK = \smile OL$, հետևաբար, և $\angle ABO = \angle CBO$:

Կարելի յե անկյան յուրաքանչյուր կեսը կիսել, այսինքն ամբողջ ABC անկյունը բաժանել 4 հավասար մասի. ճիշտ նույն ձևով անկյունը կարելի յե բաժանել 8, 16 և այլն հավասար մասերի:

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Գծեցեք յերկու անկյուն: Կառուցումով գտեք նրանց գումարն ու տարբերությունը:

2. Տված է ABC սուր անկյունը, այդ անկյունը մեծացրեք 4 անգամ:

3. Տված շրջանը կիսեցեք, բաժանեցեք 4 հավասար մասի, 8 հավասար մասի, 16 հավասար մասի:

4. Քանի՞ աստիճան և րոպե յե պարունակում շրջանի $\frac{1}{16}$ մասը կազմող աղեղի կենտրոնական անկյունը:

5. Յերկու անկյունների տարբերությունը հավասար է $12^{\circ}20'$, իսկ նրանց գումարը՝ $78^{\circ}30'$: Ինչի՞ յե հավասար այդ անկյուններից ամեն մեկը:

6. Ուղիղ անկյունը բաժանված է յերկու անկյան, վորոնցից մեկը $10^{\circ}10'$-ով մեծ է մյուսից: Գտեք այդ անկյուններից ամեն մեկը:

7. Յերկու անկյունների գումարը հավասար է 180°-ի: Այդ անկյուններից մեկը 3,5 անգամ մեծ է մյուսից: Ինչի՞ յե հավասար նրանցից ամեն մեկը:

8. Տված է $30^{\circ}40'$ պարունակող մի անկյուն: Նրա գագաթում, կողմերից մեկին տարված է ուղղահայաց: Վորոշեցեք ուղղահայացի և մյուս կողմի միջև կազմված անկյունը:

9. Տված է 140° պարունակող անկյուն: Նրա գագաթից տարված է յերկու ուղիղ, վորոնցից մեկն ուղղահայաց է կողմերից մեկին, իսկ մյուսն ուղղա-

հայաց և անկյան մյուս կողմին։ Որոշեցեք այդ ուղղահայացների միջև կազմըված անկյունը։

10 Ի՞նչն է կոչվում անկյան կիսորդ։

11. Տված է $40^0 50'$ պարունակող անկյուն։ Այդ անկյան գագաթից տարված է նրա կողմերից մեկին ուղղահայաց։ Որոշեցեք այդ ուղղահայացի և տված անկյան կիսորդի միջև կազմված անկյունը։

§ 5. ՍԵԿՏՈՐԱՅԻՆ ԴԻԱԳՐԱՄՆԵՐ

Մենք դիտարկեցինք սյունաձև, կամ ուղղանկյուն դիագրամներ. այժմ դիտարկենք սեկտորային դիագրամները։

Խնդիր. Դիտողականորեն պատկերել տվյալ դասարանի աշակերտների սոցիալական կազմը. այդ դասարանն ունի 40 աշակերտ, որից 22-ը բանվորների, 14-ը գյուղացիների, և 4-ը՝ ծառայողների երեխաներ են։

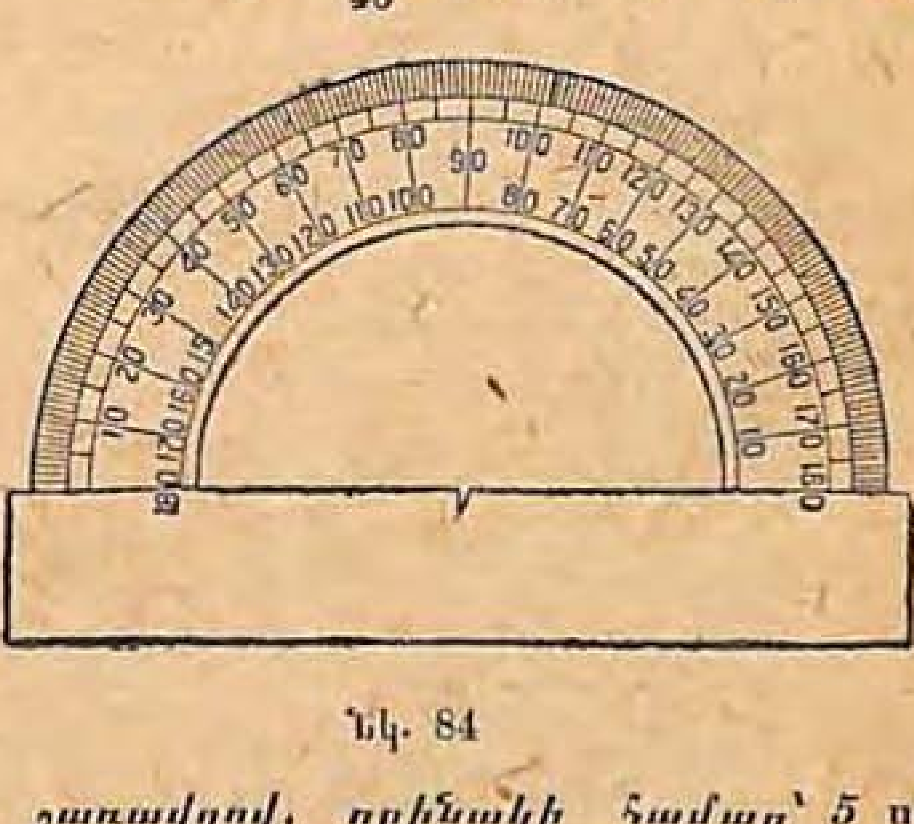
Լուծում

Բանվ. երեխաները կազմում են ամբողջի $\frac{22}{40}=0,55$ մասը, կամ $55^0/_0$

Գյուղ. » » » $\frac{14}{40}=0,35$ » » $35^0/_0$

Ծառ. » » » $\frac{4}{40}=0,10$ » » $10^0/_0$

Նկ. 83

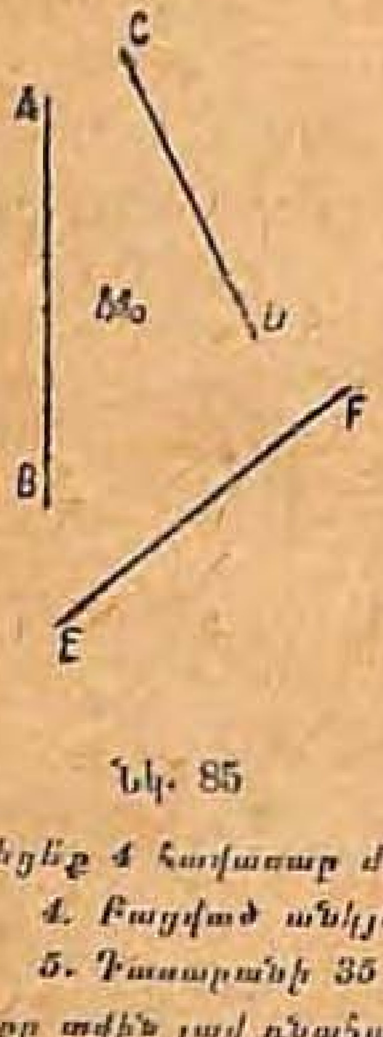


Նկ. 84

Վերցնենք կամավոր շառավղով, օրինակի համար՝ 5 սմ շրջան։ Այդ շրջանը փոխադրիչով բաժանենք 100 հավասար սեկտորի։ 100 հավասար սեկտորներից յուրաքանչյուրի անկյունը կպարունակի $360^0:100=3^0,6$. դրանից հետո կառուցենք մի սեկտոր՝ $3^0,6.55=198^0$, յերկրորդը՝ $3^0,6.35=126^0$, յերրորդը, $3^0,6.10==36^0$ (նկ. 83)։

Առանձին սեկտորները կարելի յե տարբեր խտությամբ գծիկներով ծածկել կամ ներկել տարբեր գույներով։ Այսպիսի դիագրամը տալիս ե տվյալ դասարանի սոցիալական կազմի դիտողական պատկերը։

Սեկտորային դիագրամներ գծելու համար ամենից հարմարը ե օգտվել նախորոք 100 հավասար սեկտորների բաժանված շրջանով։ Այդպիսի շրջանը կոչվում ե տ ո կ ո ս ա յ ի ն շ ր ջ ա ն։ Տոկոսային շրջանի փոխարեն կարելի յե օգտվել և տոկոսային փոխադրիչով (նկ. 84)։ Այդ դեպքում փոխադրիչի աղեղը (կիսաշրջանը) բաժանում են 50 հավասար մասի։



Նկ. 85

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Գծագրեցեք AB, CD, EF ուղիղները և նրանցից դուրս՝ M կետը (նկ. 85)։ M կետից ուղղահայաց տարեք առաջին, յերկրորդ և յերրորդ ուղիղին (յեռանկյան օգնությամբ)։

2. Յերկու անկյուններից մեկը կազմում ե մյուսի 50%-ը։ Այդ անկյունների տարբերությունը հավասար ե 30^0-ի։ Ինչի յե հավասար այդ անկյուններից յուրաքանչյուրը և ինչի յե հավասար նրանց գումարը։ Կառուցեք այդ անկյունները ու նրանց գումարը։

3. Կառուցեք մի կամավոր անկյուն և այն բաժանեցեք 4 հավասար մասի՝ 1) փոխադրիչով և 2) կարկինով ու քանոնով։

4. Բացված անկյունը կիսեցեք կարկինով և քանոնով։

5. Դասարանի 35 աշակերտներից 14 մաթեմատիկայի գրավոր աշխատանքը տվին լավ գնահատականով, 14-ը՝ բավարար, իսկ 7-ը՝ անբավարար։ Կազմեցեք սեկտորային դիագրամ։

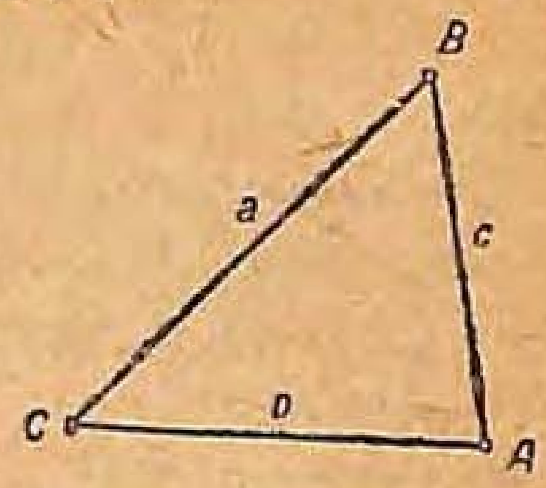
6. Կոլտնտեսությունն ունի 1250 հա հող. դրանից 240 հա-ն անտառ ե, 600 հա-ը՝ վարելահող, 400 հա-ը մարգագետին ե, իսկ մնացածի մի մասը զբաղվել են շենքերը, իսկ մյուս մասն ել անպետք հող ե։ Դիագրամ կազմեցեք։

VII ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՅԵՎ ԲԱԶՄԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՍՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

§ 1. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆ

1. Յեռանկյուն կոչվում ե այն հարթ պատկերը, վոր սահմանափակված ե յերեք հատվածներից բաղկացած բեկյալով (նկ. 86)։

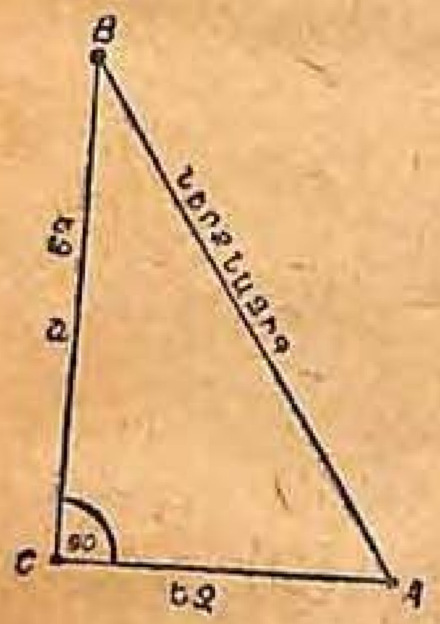
AB, BC և CA հատվածները կոչվում են եռանկյան կողմեր, իսկ A, B և C անկյունները՝ եռանկյան անկյուններ։ Անկյունների գագաթները կոչվում են նաև եռանկյան գագաթներ։ Եռանկյունն ունի 3 կողմ և 3 անկյուն։ Ընդունված է եռանկյուն բառը նըշանակել △ նշանով։



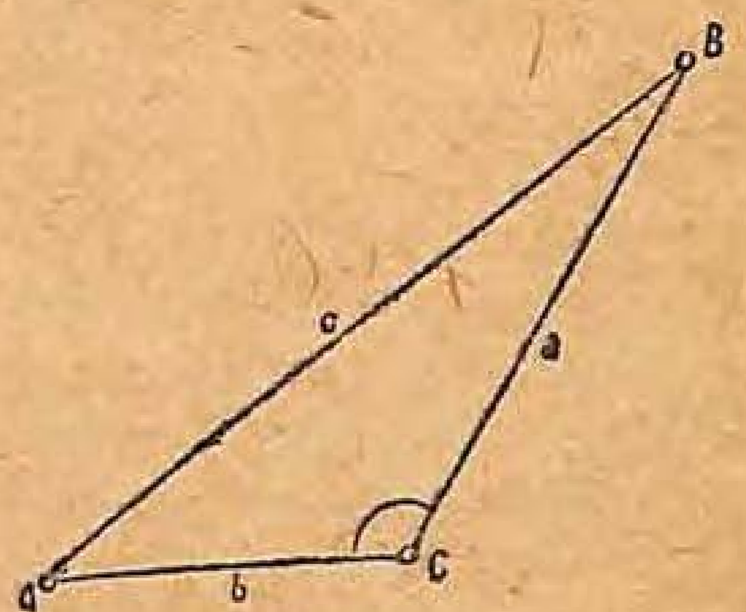
Նկ. 86

Եռանկյան կողմերից մեկը սովորաբար կոչվում է եռանկյան հիմք, օրինակի համար՝ CA-ն. այդ դեպքում մյուս երկու կողմերը (AB և BC) կոչվում են եռանկյան կողմնային կողմեր։

2. Այն եռանկյունը, որի բոլոր անկյունները սուր են, ինչպես 86-րդ նկարում, կոչվում է սուրանկյուն եռանկյուն։



Նկ. 87



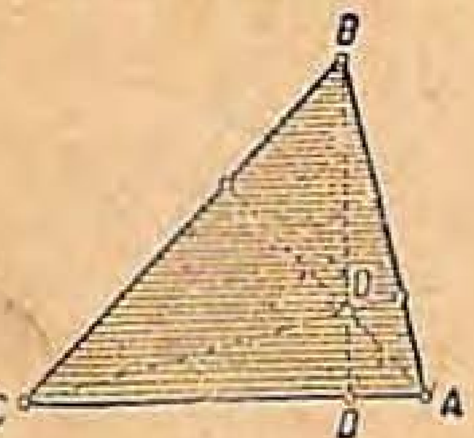
Նկ. 88

Այն եռանկյունը, որի անկյուններից մեկն ուղիղ է, կոչվում է ուղղանկյուն եռանկյուն (նկ. 87)։ Այն կողմերը, որոնք ուղիղ անկյունն են կազմում, այսինքն CB-ն և CA-ն, կոչվում են էջեր, իսկ ուղիղ անկյան հանդիպակաց կողմը՝ ներքնաձիգ։

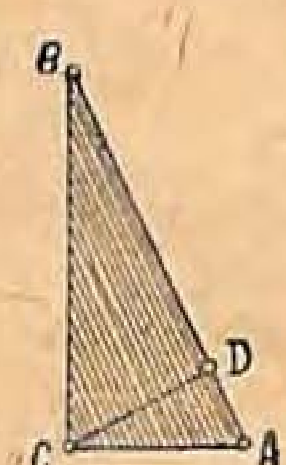
Այն եռանկյունը, որի անկյուններից մեկը բութ է, կոչվում է բութանկյուն եռանկյուն (նկ. 88)։

3. Ընդունված ե C անկյան դիմաց գտնվող AB կողմի յերկարությունը նշանակել C տառով, այնպես վոր AB=c. ճիշտ նույն ձևով և A անկյան դիմաց գտնվում ե BC=a կողմը և B անկյան դիմաց CA=b կողմը (նկ. 86)։ Ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ (նկ. 87) եջերի յերկարությունը նշանակվում ե a և b տառերով, իսկ ներքնաձիգի յերկարությունը՝ c տառով։

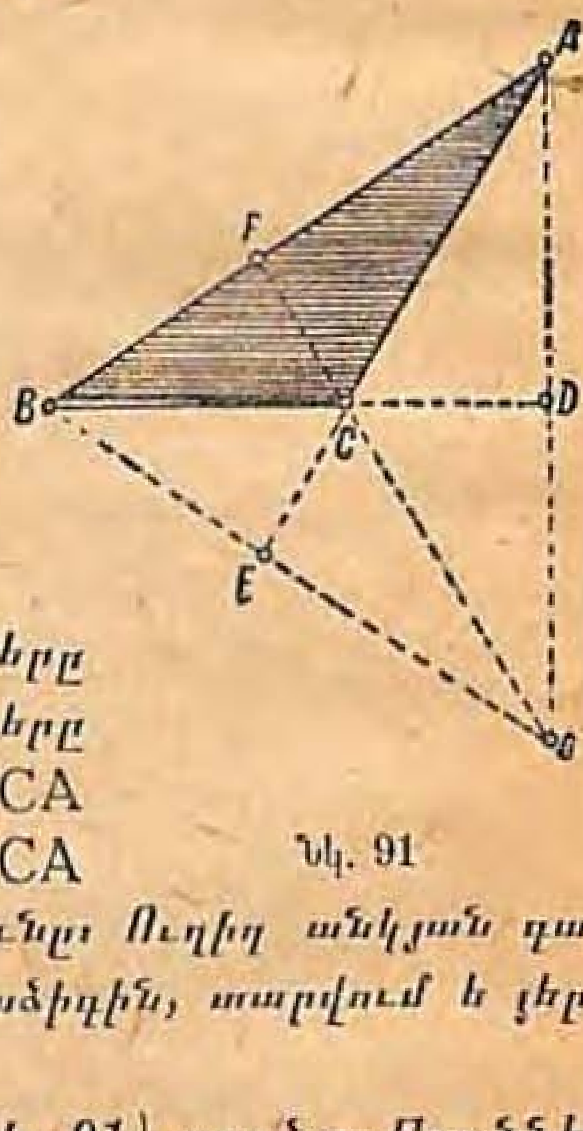
4. ABC յեռանկյան մեջ B գագաթից նրա հիմքին տանենք BD ուղղահայացը (նկ. 89)։ BD ուղղահայացը կոչվում ե յեռանկյան *բ ա ր ձ ր ո ւ թ յ ո ւ ն*։ Նույն ձևով կարելի յե բարձրություններ տանել նաև A և C գագաթներից։ Յեռանկյան մեջ կարելի յե անցկացնել 3 բարձրություն։



Նկ. 89



Նկ. 90



Նկ. 91

Ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ եջերը հանդիսանում են նրա բարձրությունները (նկ. 90)։ BC եջը հանդիսանում ե CA հիմքին իջեցրած բարձրությունը և CA եջը՝ BC հիմքին իջեցրած բարձրությունը։ Ուղիղ անկյան գագաթից AB հիմքին, այսինքն ներքնաձիգին, տարվում ե յերրորդ բարձրությունը՝ CD։

Բթանկյուն յեռանկյան մեջ (նկ. 91) բարձրություններ տանելու համար պետք ե C գագաթից եջերը շարունակել դուրս, և A գագաթից իջեցնել BC-ի շարունակությունը AD ուղղահայացը, իսկ B գագաթից՝ BE ուղղահայացն AC-ի շարունակության վրա։ Յերրորդ՝ C գագաթից տարած բարձրությունը կլինի CF-ը։

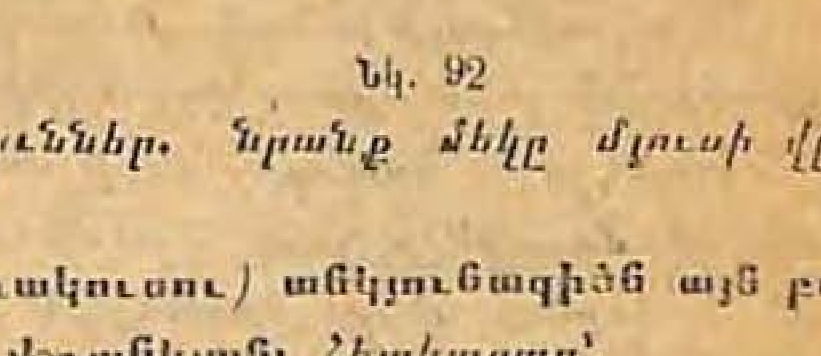
Պետք ե ուշադրություն դարձնել այն բանի վրա, վոր բոլոր յերեք բարձրություններն ել հատվում են մի կետում։ Սուրանկյուն յեռանկյան մեջ (նկ. 89) բարձրությունների հատման կետը գտնվում է յեռանկյան ներսում (O կետը)։ Ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ այդ կետը համընկնում է ուղիղ անկյան C գագաթի հետ (նկ. 90), իսկ բութանկյուն յեռանկյան մեջ այդ կետը ընկնում է յեռանկյունուց դուրս նկ. (91)։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչն է կոչվում յեռանկյուն։
2. Քանի կողմ, քանի անկյուն ունի յեռանկյունը։
3. Վո՞ր յեռանկյունն է կոչվում ուղղանկյուն, բութանկյուն։
4. Ի՞նչպես են կոչվում ուղղանկյուն յեռանկյան կողմերը։
5. Ի՞նչն է կոչվում յեռանկյան բարձրություն։
6. Յեռանկյան մեջ քանի բարձրություն կարելի յե անցկացնել։
7. Կառուցեք սուրանկյուն և բութանկյուն յեռանկյուններ և նրանցից յուրաքանչյուրի մեջ անցկացրեք բոլոր յերեք բարձրությունները։ Շարունակեցեք բարձրությունները մինչև նրանց փոխհատվելը։

§ 2. ՅԵՌԱՆԿՅԱՆ ՅԵՎ ԲԱԶՄԱՆԿՅԱՆ ՄԱԿԵՐԵՍԸ

1. 92-րդ նկարում տված է ABCD ուղղանկյունը և $A_1B_1C_1D_1$ քառակուսին։ Նրանցից յուրաքանչյուրի մեջ անց է կացրած յերկու հանդիպակաց անկյունների գագաթները միացնող մի ուղիղ, AC և A_1C_1։ Այդ ուղիղները կոչվում են անկյունագծեր։ Յեթե թղթից պատրաստենք ուղղանկյուն (կամ քառակուսի) և այն կտրենք անկյունագծով, կստանանք յերկու հավասար յեռանկյուններ. նրանք մեկը մյուսի վրա դնելիս կհամատեղվեն։



Նկ. 92

Ուղղանկյան (կամ քառակուսու) անկյունագիծն այն բաժանում է յերկու հավասար յեռանկյան։ Հետևաբար՝

$$\triangle ABC\text{-ի մակերեսը} = \triangle ACD\text{-ի մակերեսին} = \frac{\square ABCD\text{-ի մակերեսը}}{2}.$$

2. 93-րդ նկարում պատկերված է 6 ուղղանկյուն յեռանկյուն։ Դրանք բոլորն էլ լրացված են մինչև ուղղանկյուններ, և ուղղանկյուններից յուրաքանչյուրն, այսպիսով, կազմված է

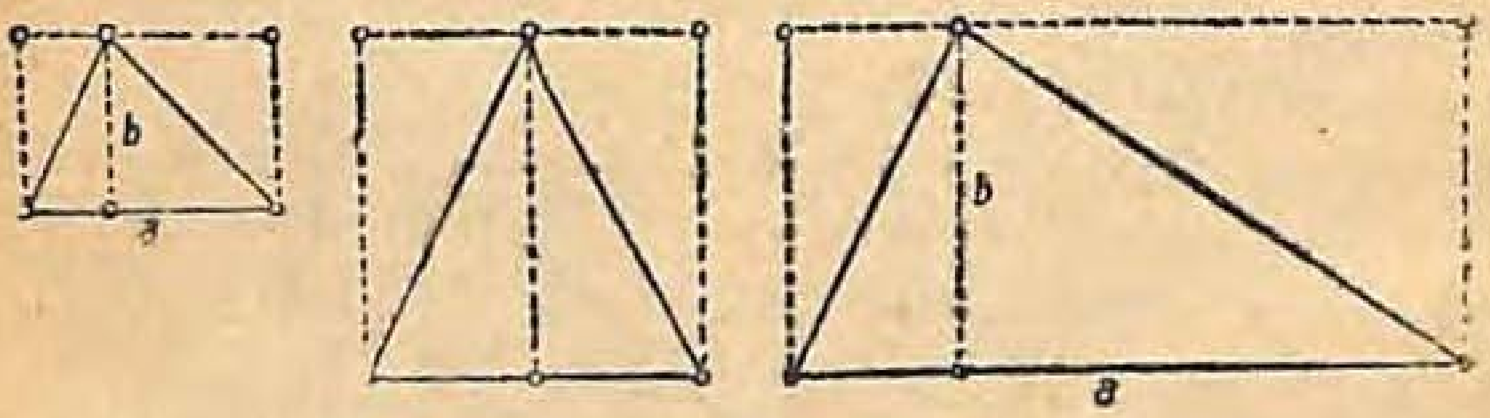
կերկու հավասար յեռանկյուններից։ Յեթե ուղղանկյան մակերեսը հավասար է a·b-ի, ապա ուղղանկյուն յեռանկյան մակերեսը հավասար կլինի $\frac{1}{2}$ab-ի, այսինքն հիմքի և բարձրության

Նկ. 93

(կամ էջերի) արտադրյալի կեսին։

$$S\triangle=\frac{1}{2}ab.$$

3. 94-րդ նկարում ունենք 3 սուրանկյուն յեռանկյուն, վորոնցից յուրաքանչյուրի մեջ տարված է մեկական բարձրություն։



Նկ. 94

Այդ բարձրությունով յեռանկյունը բաժանվում է յերկու ուղղանկյուն յեռանկյան, վորոնցից ամեն մեկը լրացվել է մինչև ուղղանկյուն։ Նրանցից մեկի մակերեսը կազմում է մի ուղղանկյան մակերեսի կեսը՝ մյուսի մակերեսը — մյուս ուղղանկյան մակերեսի կեսը. յեռանկյան մակերեսը կազմում է յեռանկյան հիմքին հավասար հիմք, և բարձրության հավասար բարձրություն ունեցող ուղղանկյան մակերեսի կեսը։ Այսպիսով՝

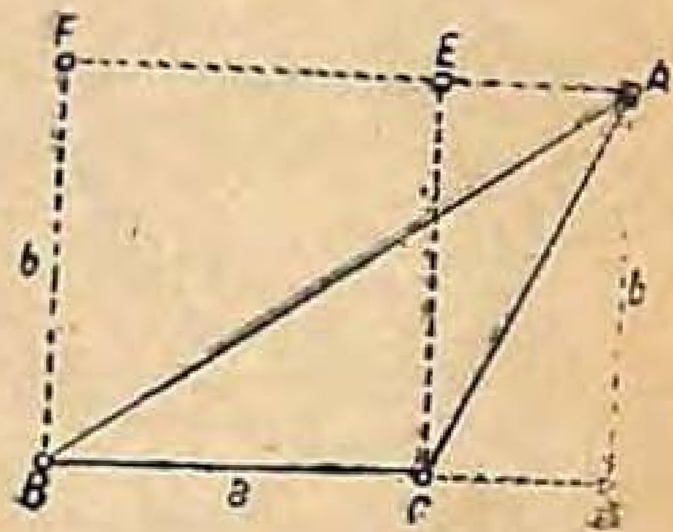
յեռանկյան մակերեսը հավասար է իր հիմքի յեվ բարձրության արտադրյալի կեսին։

$$S\triangle=\frac{1}{2}ab.$$

4. Վերջապես, վերցնենք ABC բութանկյուն եռանկյունը (նկ. 95), անցկացնենք նրա AD բարձրությունը. ABD եռանկյունն ուղղանկյուն եռանկյուն է, ACD եռանկյունը՝ նույնպես ուղղանկյուն եռանկյուն է։ Եթե ABD եռանկյան մակերեսից հանենք ACD եռանկյան մակերեսը, ապա կգտնենք ABC եռանկյան մակերեսը՝

$$S_{ABD}-S_{ACD}=S_{ABC}.$$

Բայց ABD եռանկյան մակերեսը հավասար է AFBD ուղղանկյան մակերեսի կեսին, և ACD եռանկյան մակերեսը հավասար է AECD ուղղանկյան մակերեսի կեսին։ Ուրեմն ABC եռանկյան մակերեսը հավասար է AFBD և AECD ուղղանկյունների մակերեսների կիսատարբերությանը, ուրիշ խոսքով՝ BCEF ուղղանկյան մակերեսի կեսին, որի կողմերը հավասար են a և b-ի։ Այդ գրենք այսպես.



Նկ. 97

$$S_{ABD}=\frac{1}{2}S_{AFBD}$$

$$-\ S_{ACD}=\frac{1}{2}S_{AECD}$$

$$S_{ABD}-S_{ACD}=\frac{1}{2}(S_{AFBD}-S_{AECD})$$

կամ

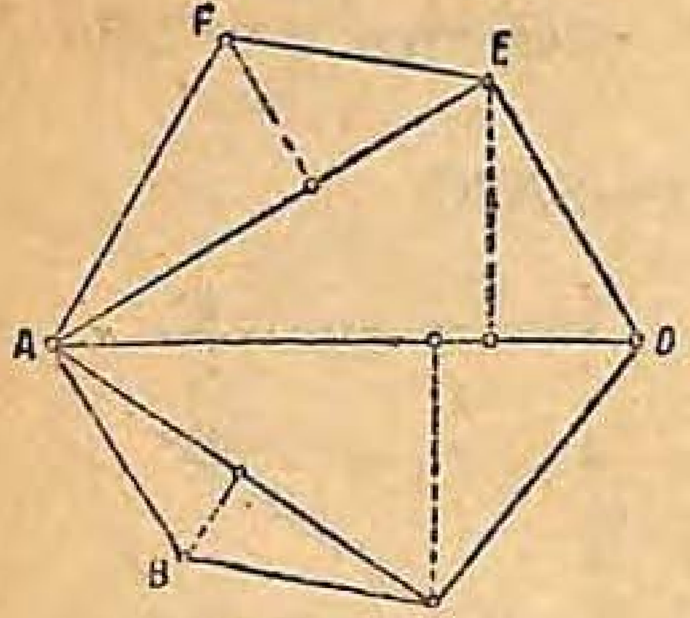
$$S_{ABC}=\frac{1}{2}S_{BCEF}=\frac{1}{2}ab.$$

Բոլոր դեպքերում էլ՝

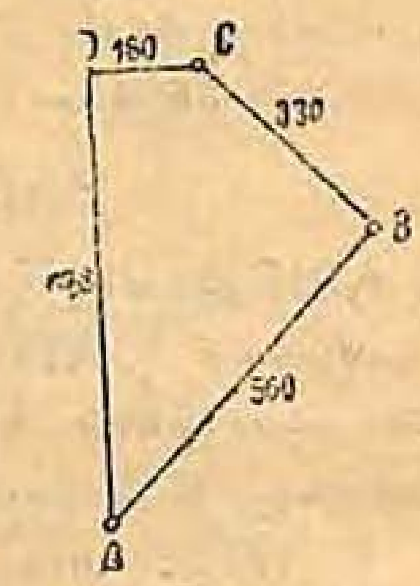
եռանկյան մակերեսը հավասար է նրա հիմքի և բարձրության արտադրյալի կեսին.

$$\boxed{S\triangle=\frac{1}{2}a\cdot b}$$ *(քառ. միավորներ)։*

5. Յուրաքանչյուր բազմանկյուն, օրինակ՝ ABCDEF-ը, կարելի է անկյունագծերով բաժանել եռանկյունների, ինչպես այդ ցույց է տրված 96-րդ նկարում։ Հետևապես, չափելով անկյունագծերը և եռանկյունների համապատասխան բարձրությունները՝ կարող ենք հաշվել բոլոր եռանկյունների մակերեսները և գումարելով այդ բոլոր մակերեսները, կգտնենք բազմանկյան մակերեսը։



Նկ. 96



Նկ. 97

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչի՞ է հավասար եռանկյան մակերեսը։

2. Մի հողամաս ունի ABCD քառանկյան ձևը (նկ. 97), որի B և D անկյունները ուղիղ են։ Նրա կողմերը հավասար են՝ AB=560 մ, BC=330 մ, CD=160 մ, և AD=630 մ։ Հաշվեցե՛ք այդ հողամասի մակերեսը։

3. Գծագրեցե՛ք մի որևէ եռանկյուն, չափեցե՛ք նրա կողմերը։ Անցկացրե՛ք նրա բարձրությունները, չափեցե՛ք նրա բարձրությունները և ապա գտե՛ք եռանկյան մակերեսը, հաջորդաբար հիմք ընդունելով կողմերից մեկը, հետո երկրորդը, երրորդը։ Հաշվումների արդյունքները համեմատեցե՛ք իրար հետ։

4. Գտե՛ք 3,5 մ հիմք և 3,5 մ բարձրություն ունեցող եռանկյան մակերեսը, եթե նրա հիմքը հավասար է 3,5 մ-ի և բարձրությունը՝ 3,5 մ-ի։

5. Եռանկյան մակերեսը 16,5 մ² է։ Նրա բարձրությունը հավասար է 4,4 մ-ի։ Գտե՛ք նրա հիմքը։

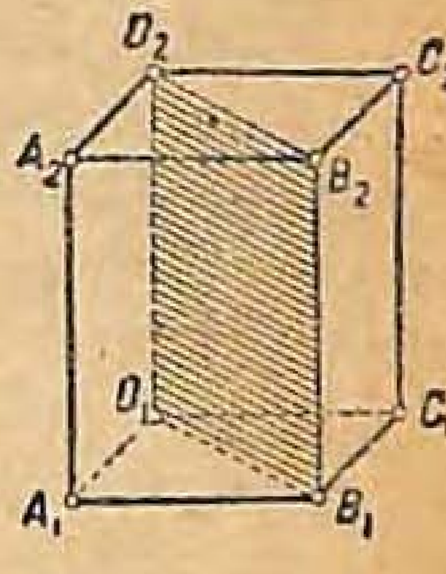
6. Մի եռանկյուն և քառակուսի հավասարամեծ են (այսինքն՝ նրանց մակերեսները հավասար են)։ Քառակուսու կողմը 4,8 մետր է, իսկ եռանկյան կողմը՝ 6,4 մ։ Գտե՛ք եռանկյան տված կողմին համապատասխանող բարձրությունը։

VIII. ՈՒՂԻՂ ՊՐԻԶՄԱՅԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԸ ՅԵՎ ԾԱՎԱԼԸ

§ 1. ՈՒՂԻՂ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆ ՊՐԻԶՄԱՅԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԸ

98-րդ նկարում գրված է ուղղանկյուն զուգահեռանիստ կամ չորսու, այսինքն մի վեցանիստ, որի կողմնային նիստերն ուղղանկյուններ են, իսկ $A_1B_1C_1D_1$ *և* $A_2B_2C_2D_2$ *հիմքերը՝ հավասար ուղղանկյուններ։*

Անցկացնենք հիմքերի D_1B_1 *և* D_2B_2 *անկյունագծերը և պատկերացնենք, որ գծիկներով ծածկված հարթությամբ զուգահեռանիստը կիսված է։ Ստացված մասերը կոչվում են ուղիղ եռանկյուն պրիզմաներ, և նրանցից յուրաքանչյուրը կազմում է զուգահեռանիստի կեսը։ Այդ երկու պրիզմաների հիմքերը ուղղանկյուն եռանկյուններ են, իսկ կողմնային նիստերը՝ ուղղանկյուններ։*



Նկ. 98

Կողմնային նիստերի (ուղղանկյունների) մակերեսների գումարը կոչվում է պրիզմայի կողմնային մակերևույթ. յեթե դրան ավելացնենք յերկու հիմքերի մակերեսները՝ կստանանք պրիզմայի լրիվ մակերևույթը։

Զուգահեռանիստի յերեք չափումները՝ A_1B_1*-ը,* A_1D_1*-ը և* A_1A_2*-ը նշանակելով a, b և h, իսկ* B_1D_1 *անկյունագիծը՝ d-ով, մենք այդպիսով կունենանք.*

յեռանկյան պրիզմայի կողմնային մակերևույթը հավասար է՝

$$ah+bh+dh=(a+b+d)h=P\cdot h,$$

որտեղ P-ն պրիզմայի հիմքի պարագիծն է, իսկ h-ը՝ պրիզմայի բարձրությունը։ Յեռանկյան պրիզմայի լրիվ մակերևույթը հավասար է՝

$$(a+b+d)h+ab.$$

Ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի հիմքը կարող է և ուղղանկյուն յեռանկյուն չլինել. ուղիղ յեռանկյան պրիզմայի հիմքը կարող է լինել վորևե յեռանկյուն։ Նրա մակերևույթը հաշվվում է նույնպես, ինչպես նախորդ դեպքում։ Ուղիղ պրիզմայի հիմ-

քը կարող է լինել ամեն մի բազմանկյուն կամ առհասարակ բազմանկյուն։ Այսպիսով՝

ուղիղ պրիզմայի կողմնային մակերևույթը հավասար է պրիզմայի հիմքի պարագծի և այդ պրիզմայի բարձրության արտադրյալին։

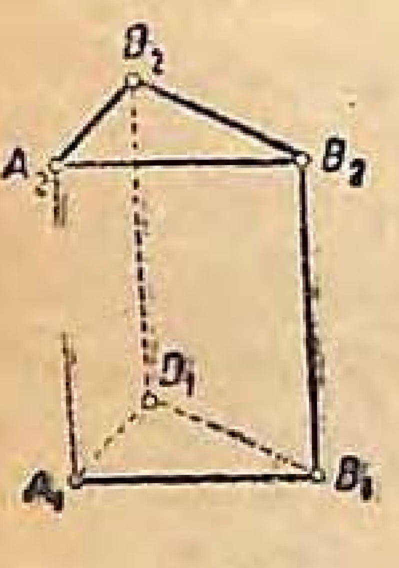
§ 2. ՈՒՂԻՂ ԵՌԱՆԿՅՈՒՆ ՊՐԻԶՄԱՅԻ ԾԱՎԱԼԸ

Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալը՝ $V=a \cdot b \cdot h$, *որտեղ* a, b *և* h *զուգահեռանիստի չափումներն են, և կամ* $V=Q \cdot h$, *որտեղ* Q-*ն զուգահեռանիստի հիմքի մակերեսն է, իսկ* h-*ը՝ զուգահեռանիստի բարձրությունը։*

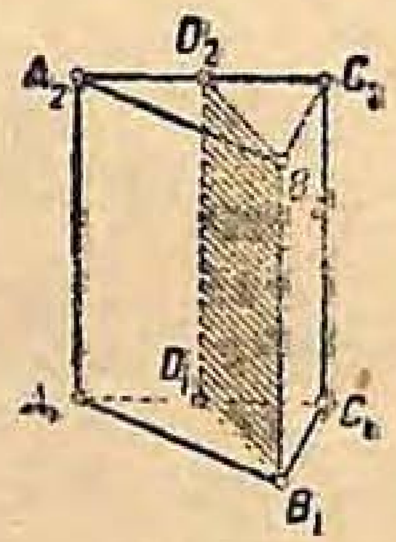
Այն ուղիղ եռանկյուն պրիզման, որի հիմքն ուղղանկյուն եռանկյուն է (նկ. 99), կազմում է ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ծավալի կեսը։ Ուրեմն՝

$$V=\frac{1}{2}abh=\left(\frac{1}{2}ab\right)\cdot h,$$

այսինքն՝



Նկ. 99



Նկ. 100

Այն եռանկյուն պրիզմայի ծավալը, որի հիմքն ուղղանկյուն եռանկյուն է (a և b էջերով) և բարձրությունը՝ h, հավասար է նրա հիմքի մակերեսի $\left(\frac{h}{2}ab\right)$ **և բարձրության (h) արտադրյալին։**

Այսպիսով, պրիզմայի ծավալը հաշվելու համար պետք է նախ հաշվել նրա հիմքի մակերեսը և ստացված թիվը բազմապատկել բարձրությամբ։

Դիտենք այժմ այն եռանկյուն պրիզման, որի հիմքերը կամավոր (բայց իրար հավասար) եռանկյուններ են (նկ. 100)։ Յուրաքանչյուր եռանկյան մեծ անկյան գագաթից անցկացնենք B_1D_1 *և* B_2D_2 *բարձրությունները և* D_1 *և* D_2 *կետերն ուղիղով միացնենք։ Այդ դեպքում տվյալ պրիզման* B_1D_1 D_2B_2 *ուղղանկյան հարթությամբ կհատվի երկու եռանկյուն* պրիզմաների, որոնց հիմքերն ուղղանկյուն յեռանկյուն են։ Առաջին պրիզմայի ծավալը կլինի՝

$$V_1=Q_1\cdot h,$$

յերկրորդ պրիզմայի ծավալը կլինի՝

$V_2=Q_2\cdot h$, որտեղ Q_1 և Q_2 հիմքերի մակերեսներն են։

Ուրեմն ողջ պրիզմայի ծավալը հավասար է՝

$$V=V_1+V_2=Q_1h+Q_2h=(Q_1+Q_2)\cdot h.$$

Q_1+Q_2-ը $A_1B_1C_1$ յեռանկյան մակերեսն է, այդ նշանակենք Q-ով։ Հետևապես՝

$$V=Q\cdot h \text{ (խոր. միավորների)},$$

այսինքն՝

Կամավոր ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի ծավալը (խոր. միավորներով) հավասար է նրա հիմքի մակերեսի (քառ. միավորներով) յեվ բարձրության (գծային միավորներով) արտադրյալին։

Ծանոթություն. *Այն բոլոր հատվածները, որոնց միջոցով չափվում է մակերես կամ ծավալ, պետք է միևնույն գծային միավորներով արտահայտված լինեն. այն ժամանակ մակերևույթը (մակերեսը) կարտահայտվի նույնանուն քառակուսի, իսկ ծավալը՝ նույնանուն խորանարդ միավորներով։*

§ 3. ՈՒՂԻՂ ԲԱԶՄԱՆԿՅՈՒՆ ՊՐԻԶՄԱՅԻ ԾԱՎԱԼԸ

Տված է որևէ ուղիղ բազմանկյուն պրիզմա, օրինակ՝ վեցանկյուն (նկ. 101)։

Հիմքի (բազմանկյան) մի գագաթից անցկացնենք անկյունագծեր, որոնք վեցանկյունը կբաժանեն 4 յեռանկյունների։ Նույնն անենք մյուս հիմքի նկատմամբ և վեցանկյուն պրիզման վերածենք 4 յեռանկյուն պրիզմաների։

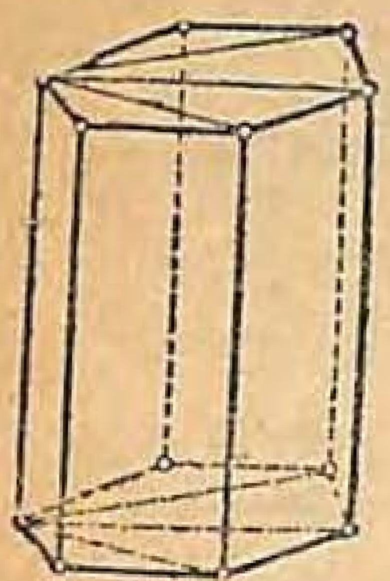
Պրիզմաների ծավալները նշանակենք V_1, V_2, V_3 և V_4, նրանց հիմքերի մակերեսները՝ Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, իսկ նրանց ընդհանուր բարձրությունը՝ H։

Այն ժամանակ ողջ պրիզմայի ծավալը կլինի՝

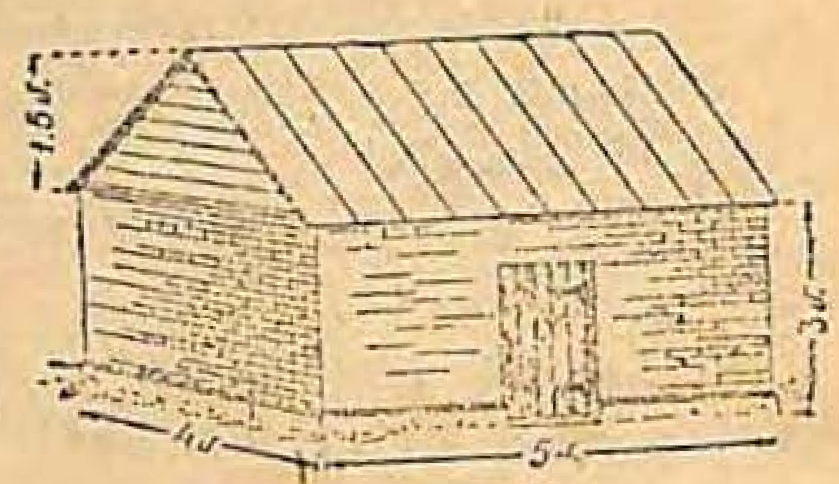
$$V=V_1+V_2+V_3+V_4=Q_1H+Q_2H+Q_3H+Q_4H=(Q_1+Q_2+Q_3+Q_4)H.$$

Վեցանկյան հիմքի մակերեսը նշանակելով Q տառով, կստանանք՝

$$\boxed{V=QH}$$ (խոր. միավորների)։



Նկ. 101



Նկ. 102

Այսինքն՝

վորեվե ուղիղ պրիզմայի ծավալը հավասար է նրա հիմքի մակերեսի յեվ բարձրության արտադրյալին։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Գծեցեք այն ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի փռվածքը, վորի հիմքերը ուղղանկյուն յեռանկյուններ են, և այդ յեռանկյան էջերը հավասար են 3 սմ-ի և 4 սմ-ի, իսկ ներքնաձիգը՝ 5 սմ-ի։ Պրիզմայի բարձրությունը հավասար է 6 սմ-ի։

2. Ինչպես պետք է հաշվել ուղիղ պրիզմայի կողմնային մակերևույթը և ծավալը։

3. Յերկլանջ կտուրի յերկու լանջերի միջև կազմված անկյունն ուղիղ է. յուրաքանչյուր լանջի լայնությունը հավասար է 3 մ-ի, իսկ կտուրի յերկարությունը՝ 12 մ-ի։ Գտնել ձեղնահարկի ծավալը։

Ց ո ւ ց մ ո ւ ն ք — ձեղնահարկը ներկայացնում է մի յեռանկյուն ուղիղ պրիզմա, վորի բարձրությունը հավասար է 12 մ-ի, իսկ հիմքն ուղղանկյուն յեռանկյուն է՝ 3 մ և 3 մ էջերով։

4. Յերկլանջ կտուր ունեցող ցախատան բարձրությունը՝ h=4 մ, ծայրերի ֆրոնտոնների միջև յեղած հեռավորությունը a=8,0 մ, յուրաքանչյուր լանջի յերկարությունը՝ h=10 մ, ցախատան պատի բարձրությունը՝ c=5,0 մ։ Գտեք ցախատան ծավալը։

IX. ՇՐՋԱՆԱԳԾԻ ՅԵՐԿԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՅԵՎ ՇՐՋԱՆԻ ՄԱԿԵՐԵՍԸ

§ 1. ՇՐՋԱՆԱԳԾԻ ՅԵՐԿԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Այնպես, ինչպես հատվածի յերկարությունը չափեցինք չի կարելի շրջանագծի յերկարությունը չափել, քանի վոր շրջանագիծը կոր գիծ ե և չունի ուղիղ գծի վոչ մի հատված։ Սակայն յեթե շրջանագիծը լիներ ճկուն թել, ապա կտրելով և ուղղելով՝ կկարողանայինք չափել ուղղված թելի յերկարությունը։

Շրջանագծի յերկարությունը չափելու համար վարվում ենք այսպես. վերցնում ենք տարբեր տրամագծով մի քանի փայտե գլաններ, դրանցից յուրաքանչյուրի շուրջը սեղմ փաթաթում ենք թղթե ժապավեններ, այնպես, վոր ծայրերն իրար առնեն. այդտեղ ել ծակում ենք գնդասեղով։ Գնդասեղը ժապավենը ծակում ե յերկու տեղ։ Յեթե ժապավենն ուղղենք, ապա գնդասեղի արած անցքերի հեռավորությունը կվորոշի շրջանագծի յերկարությունը։

Այդ կատարում ենք յուրաքանչյուր գլանի համար։ Դրանից հետո չափում ենք յուրաքանչյուր գլանի տրամագիծը։

Հաշվելով, թե շրջանագծի յերկարությունը քանի անգամ մեծ ե իր տրամագծից, բոլոր դեպքերում ել միևնույն թիվը կստանանք։ Մաթեմատիկայում և տեխնիկայում այդ նշանակվում ե հունական π տառով և մոտավորապես հավասար ե 3,14-ի։ Այդ նշանակում ե, վոր՝

շրջանագծի յերկարությունն իր տրամագծից մեծ ե 3,14 անգամ։

Յեթե շրջանագծի յերկարությունը նշանակենք C, իսկ տրամագիծը՝ D տառով, կստանանք հետևյալ բանաձևը.

$$\boxed{C \cong 3{,}14D}$$

Այդ բանաձևից ունենք՝

$$D\ \text{մոտ} = \frac{C}{3{,}14}.$$

Եթե 1:3,14 բաժանումը կատարենք, կստանանք մոտավորապես 0,318, կամ 0,32, ուրեմն

D մոտ=0,32C։

Օրինակ 1. Տակառի հիմքի տրամագիծը 0,60 մետր է։ Գտեք հիմքի շրջանագծի երկարությունը։

C մոտ=3,14·0,60 մոտ=1,9 մ։

Օրինակ 2. Ծառի բնի շրջանագիծը 150 սմ է։ Գտեք ծառի տրամագիծը։

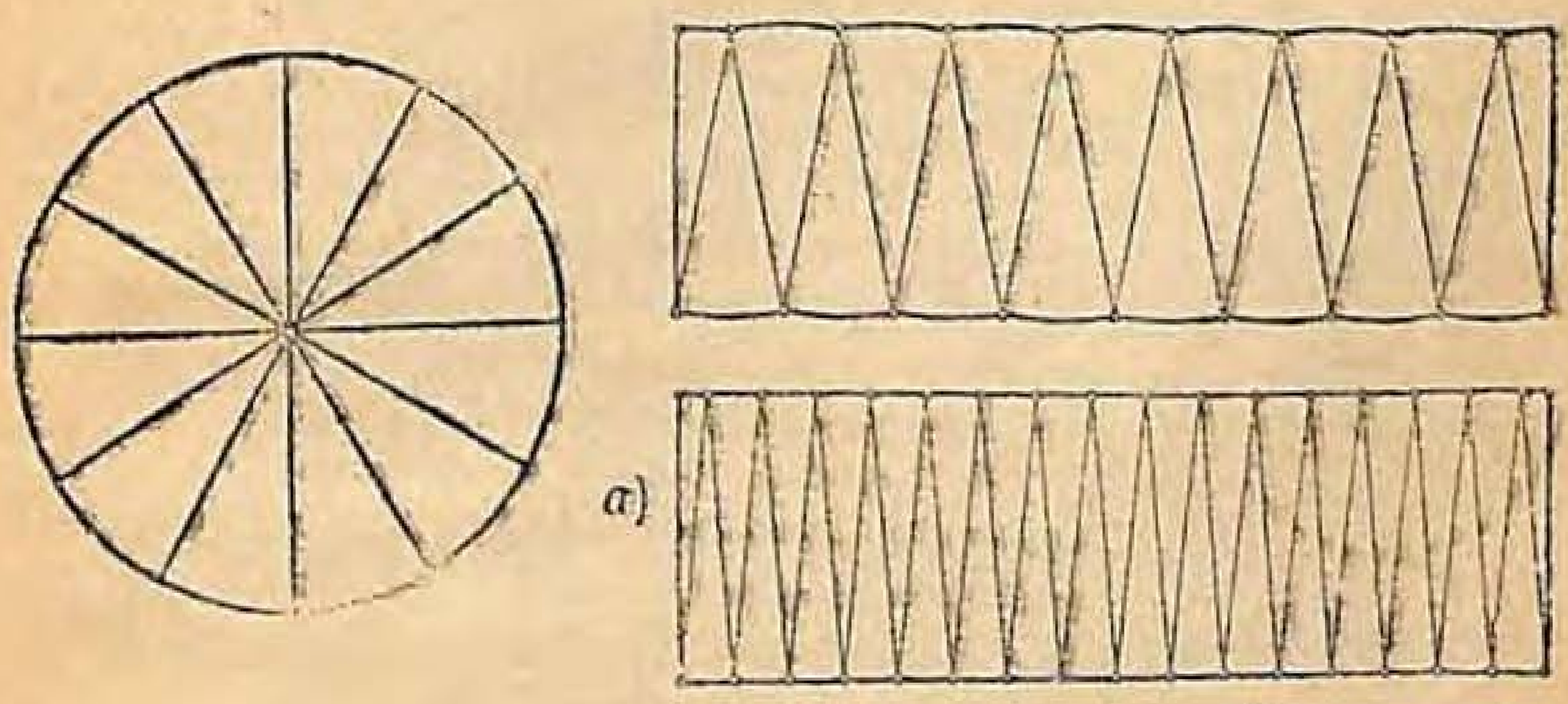
D մոտ=0,32·150 մոտ=48 սմ։

ՀԱՐՑԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչքա՞ն է այն շրջանագծի երկարությունը, որի տրամագիծն է D։
2. Ինչպե՞ս կարելի է շրջանագծի տված C երկարությունով գտնել նրա տրամագիծը, շառավիղը։
3. Շրջանագծի երկարությունը՝ C=28,6 սմ է։ Գտեք նրա 50° պարունակող աղեղի երկարությունը։
4. Տրված է երկու համակենտրոն շրջանագիծ, որոնցից մեկի տրամագիծը՝ D_1=15 սմ, իսկ մյուսի տրամագիծը՝ D_2=25 սմ։ Որոշեցեք յուրաքանչյուր շրջանագծի 10° պարունակող աղեղի երկարությունը։
5. Մի կիլոմետր անցնելիս քանի՞ պտույտ է կատարում հեծանվի 750 մմ տրամագիծ ունեցող անիվը։
6. Շոգեքարշի անիվը 1450 մ տարածության վրա 290 պտույտ է անում։ Գտեք անիվի տրամագիծը (սահքը հաշվի չի առնվում)։
7. Երկրի հասարակածի երկարությունը ընդունելով 40 000 կմ, հաշվեցեք Երկրի տրամագիծը։
8. Կրկեսի մրցասպարեզի տրամագիծը 15 մետր է։ Գտեք մրցասպարեզի շրջանագիծը։

§ 2. ՇՐՋԱՆԻ ՄԱԿԵՐԵՍԸ

Գծենք մի շրջան (նկ. 103) և փոխադարձաբար ուղղահայաց երկու տրամագծով այն բաժանենք 4 հավասար սեկտորի։ Դրանից հետո յուրաքանչյուր սեկտորը բաժանենք 4 հավասար մասի։ Այսպիսով ամբողջ շրջանը բաժանված կլինի 16 հավասար սեկտորի։ Կտրելով շրջանը և կտրատելով այն սեկտորների, դրանցից մեկը կիսենք և դրանք դասավորենք այնպես, ինչպես ցույց է տրված 103-րդ նկարում (աջից)։ Ստացվում է մի պատկեր, որը շատ նման է ուղղանկյան։ Այդ ուղղանկյան հիմքը (հավասար է շրջանագծի յերկարության կեսին, իսկ բարձրությունը՝ շառավիղին կամ տրամագծի կեսին։ Յեթե շըրջանը բաժանենք 32 հավասար սեկտորի և դասավորենք այնպես, ինչպես 103a նկարում է ցույց տրված, ապա դարձյալ կստանանք մի պատկեր, վորն ավելի ևս մոտ է ուղղանկյանը։ Ավելի շատ սեկտորների բաժանելով շրջանը և դասելով ինչպես առաջ, ստանում ենք մի պատկեր, վորն ավելի ևս մոտենում է ուղղանկյան ձևին։



Նկ. 103

Ուստի շրջանի մակերեսը հավասար է այն ուղղանկյան մակերեսին, վորի հիմքը կիսաշրջանագիծն է ($\frac{C}{2}$), իսկ բարձրությունը՝ շառավիղը ($\frac{D}{2}$)։ Շրջանի մակերեսը նշանակելով K տառով, մենք, այդպիսով, կունենանք՝

$$K=\frac{C}{2}\cdot\frac{D}{2}=\frac{C\cdot D}{4}=\frac{1}{4}C\cdot D.$$

Բայց

ուրեմն $C=3{,}14D$,

$$K=\frac{3{,}14D\cdot D}{4}=0{,}785D^2 \text{ (քառ. միավորներ)}։$$

Բայց $R=\frac{D}{2}$, ուստի և

$$K=\frac{C}{2}\cdot\frac{D}{2}=3{,}14R\cdot R=3{,}14R^2 \text{ (քառ. միավորներ)},$$

այսինքն՝

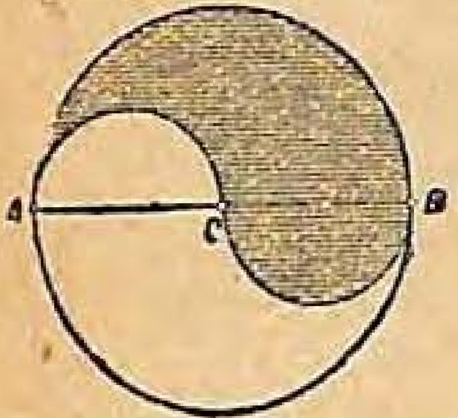
շրջանի մակերեսը հավասար է շրջանագծի յերկարության մեկ քառորդին՝ բազմապատկած տրամագծով, կամ շրջանի մակերեսը հավասար է շառավղի քառակուսուն՝ բազմապատկած 3,14-ով։

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ինչի՞ յե հավասար շրջանի մակերեսը։

2. Շրջանի մակերեսը՝ K=240 սմ²։ Վորքան է շրջանի այն սեկտորի մակերեսը, վորի աղեղը պարունակում է 80°, 120°։

3. Կլոր յերկաթի տրամագիծը 25 մմ է։ Գտեք նրա լայնության կտրվածքի մակերեսը։



Նկ. 104

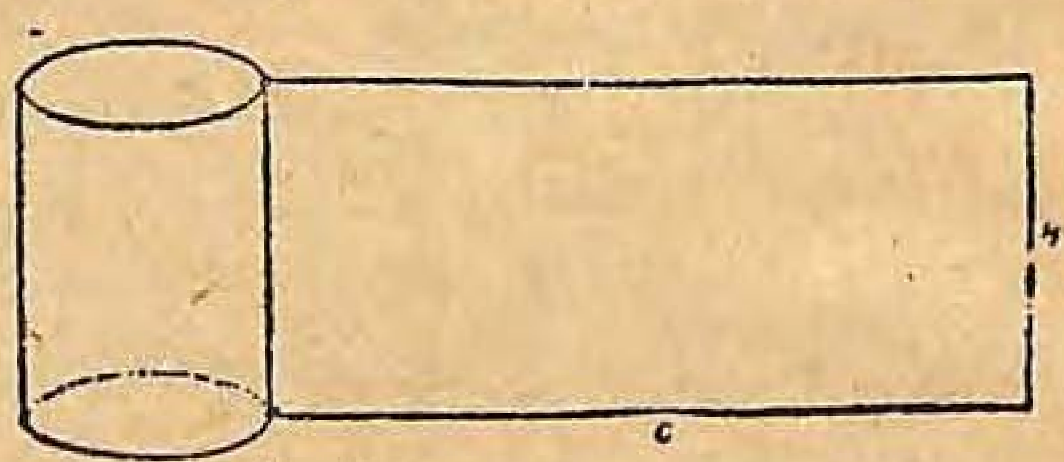
4. Տված է մի շրջան և նրա տրամագիծը՝ AB=10 սմ։ Այդ շրջանի ներսում շառավիղների վրա, տրամագծի զանազան կողմերում, կառուցված են կիսաշրջանագծեր (նկ. 104)։ Վորոշեցեք գծիկներով ծածկված պատկերի պարագիծը և մակերեսը։

5. Խողովակի ներքին տրամագիծը 12 մմ է, իսկ արտաքին տրամագիծը՝ 16 մմ։ Գտեք խողովակի լայնական կտրվածքի մակերեսը։ Գծագրեցեք նկարը։

X. ԳԼԱՆԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԸ ՅԵՎ ԾԱՎԱԼԸ

§ 1. ԳԼԱՆԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԸ

Վերցնենք մի գլան (նկ. 105) և պատենք թղթով՝ սեղմ փակցնելով նրա մակերևույթին։ Հետո դանակի սուր մասով



Նկ. 105

կտրենք թուղթը քանոնի օգնությամբ (քանոնը պետք է միանգամայն նստած լինի մակերևույթին) և այդ փռենք հարթության վրա։ Այդ փաթաթը ներկայացնում է մի ուղղանկյուն, որի մակերեսը հավասար է գլանի կողմնային մակերևույթին։ Ուղղանկյան հիմքը հավասար է գլանի հիմքի շրջանագծի C երկարության, իսկ բարձրությունը՝ գլանի բարձրության։

Հետևապես,

գլանի կողմնային մակերևույթը հավասար է իր հիմքի շրջանագծի և բարձրության արտադրյալին։

S կողմն.=C·H մոտ=3,14D·H մոտ=6,28 RH (քառ. միավորների)։

Գլանի լրիվ մակերևույթը հաշվելու համար պետք է նրա կողմնային մակերևույթին ավելացնենք երկու հիմքերի մակերեսները։

Օրինակ. Գլանի հիմքի տրամագիծը հավասար է 20,0 սմ-ի, իսկ բարձրությունը՝ 55,0 սմ-ի։ Հաշվեցեք նրա մակերևույթը։

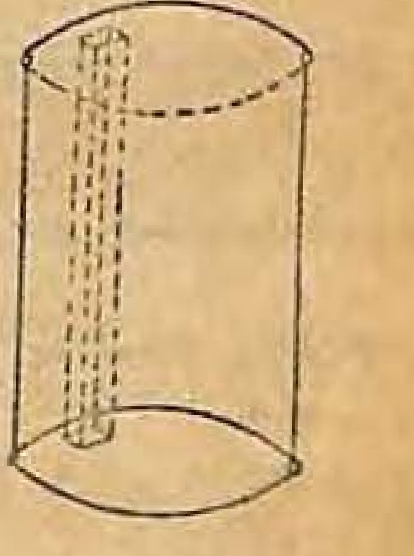
Կողմնային մակերևույթը հավասար է 3,14·20·55 մոտ=3450 սմ²։

Հիմքի (շրջանի) մակերեսը հավասար է 3,14·10²=314 սմ²։

Ուրեմն, գլանի լրիվ մակերևույթը S լրիվ=3450+2·314=3450+628=4078 մոտ=40 0 սմ²։

§ 2. ԳԼԱՆԻ ԾԱՎԱԼԸ

Տված է մի գլան (նկ. 106)։ Նրա ներսում անջատենք մի փոքրիկ պրիզմա, որի հիմքը եռանկյուն կամ քառանկյուն է, իսկ բարձրությունը՝ հավասար է գլանի բարձրության։ Պրիզմայի ծավալը հավասար է նրա հիմքի մակերեսին՝ բազմապատկած բարձրությամբ։



Նկ. 106

Ընդունենք, թե ամբողջ գլանը լցված է այդպիսի պրիզմաներով. այն ժամանակ գլանի ծավալը հավասար կլինի այդ բոլոր պրիզմաների ծավալների գումարին։ Այդ բոլոր պրիզմաները միևնույն բարձրությունն ունեն։ Այսպիսով, պետք է գումարել բոլոր պրիզմաների հիմքերի մակերեսները, դրանց գումարը հավասար է գլանի հիմքի մակերեսին, և այդ մակերեսը բազմապատկել բարձրությամբ։

Ուրեմն՝

գլանի ծավալը հավասար է իր հիմքի մակերեսի յեվ բարձրության արտադրյալին։

$$\boxed{V = Q \cdot H \cong 3{,}14 R^2 H}$$ *(քառ. միավորներով)։*

ՀԱՐՑԵՐ ՅԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Ի՞նչ է ներկայացնում գլանի կողմնային մակերևույթի փռվածքը։
2. Ինչի՞ է հավասար գլանի կողմնային մակերևույթը։
3. Ինչի՞ է հավասար գլանի ծավալը։
4. Գլանի հիմքի տրամագիծը D=20 սմ։ Գլանի բարձրությունը H=40 սմ։ Գտեք գլանի լրիվ մակերևույթը։
5. Գլանի չափերն են՝ D=1,2 մ և H=1,5 մ։ Հաշվեցեք գլանի ծավալը։
6. Ուղղանկյունը, վորի կողմերն են 3,0 դմ և 4,5 դմ, վոլորեցին գլանաձև։ Հաշվեցեք գլանի ծավալը (յերկու դեպք)։

ՉԱՓԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿ

I. Յերկրաչափության չափեր	1 կիլոմետր (կմ)=1000 մետրի (մ)
	1 մ=10 դմ=100 սմ=1000 մմ
	1 դմ= 10 սմ= 100 մմ
	1 սմ= 10 մմ
II. Մակերևույթի չափեր	1 կմ²=1 000 000 մ²=100 (ա)
	1 ա=100 ար
	1 ար=100 մ²
	1 մ²=100 դմ²=10 000 սմ²
	1 դմ²=100 սմ²
	1 սմ²=100 մմ²
III. Ծավալի չափեր	1 մ³=1000 դմ³=1 000 000 սմ³
	1 դմ³=100 սմ³=1 000 000 մմ³
	1 սմ³=1000 մմ³
IV. Ծանրության չափեր	1 մետրական տոննը (տ)=10 ցենտների
	1 ց=100 կգ
	1 կգ=1000 գ
V. Հեղուկների և ընդեղենների չափեր	1 լիտր (լ)=1 դմ³
	1 հեկտոլիտրը (հլ) =100 լ

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

ԷՋ 11

4. Նմանությունը՝ 1) յերկուսն էլ սահմանափակված են 6 նիստով, 2) յերկուսն էլ ունեն 12 կող և 8 գագաթ. տարբերությունը. 1) խորանարդի նիստերը քառակուսիներ են և բոլորն էլ հավասար. մինչդեռ ուղղանկյուն զուգահեռանիստի նիստերն ուղղանկյուններ են և միայն հակադիր զույգ նիստերն են իրար հավասար. խորանարդի չափումները բոլորն էլ հավասար են, զուգահեռանիստերը՝ տարբեր. Խորանարդը զուգահեռանիստի մասնավոր դեպքն է։

5. Նմանությունը. յերկուսն էլ քառանկյուններ են և նրանց անկյունները՝ բոլորն էլ հավասար։ Տարբերությունը. քառակուսու բոլոր կողմերը հավասար են, իսկ ուղղանկյան միայն հակադիր կողմերն են հավասար։ Քառակուսին ուղղանկյան մասնակի դեպքն է։

7. Այո, վորովհետև չորսուն պրիզմայի մասնակի դեպքն է, իսկ խորանարդը՝ վորպես չորսուի մասնակի դեպք, միաժամանակ հանդիսանում է պրիզմայի մասնակի դեպքը։

9. Վեցանկյուն պրիզման ունի 8 նիստ, վորից 6-ը կողմնային և յերկուսը՝ հիմքի. 18 կող, վորից 6-ը կողմնային և 6-ական յուրաքանչյուր հիմքին. և 12 գագաթ, ամեն մի հիմքին՝ 6-ական։

ԷՋ 23

1. $a+b=9{,}9$ սմ$=99$մմ։ $2\cdot a+b+b=8{,}9$ սմ։

6. Յեթե $a>b$-ից, ապա տարբերությունը կլինի $a-b$, իսկ յեթե $a<b$-ից ապա տարբերությունը կլինի $b-a$։

7. B հատվածը a-ի մեջ պարունակվում է 4,4 անգամ։

13. $a=\frac{n+m}{2}$, $b=\frac{n-m}{2}$։

ԷՋ 28

2. 1 ա=100 քառ. մետրի, ուստի համապատասխան քառակուսու կողմը 10 մետր է։ 1 հա=10 000 քառ. մետրի, ուստի համապատասխան քառակուսու կողմը 100 մետր է։

4. Երկու անգամ h-ը մեծացնելու դեպքում 2 անգամ էլ կմեծանա մակերեսը, իսկ 3 անգամ h-ը փոքրացնելիս մակերեսն էլ կփոքրանա 3 անգամ։

7. 1) 13,5 քառ. սմ. 2) մոտ=2,23 քառ. մ. 3) մոտ=110 քառ. մմ, 4) մոտ= =0,17 քառ. մ. 5) 25 000 քառ. մ=250 ա=2,5 հա, 6) 2,158 քառ. կմ։

8. 1008 ա=9·250 մ։

10. Քառակուսու պարագիծը հավասար է 600 մ, ուղղանկյան պարագիծը՝ 650 մ, հետևապես վերջինս 50 մ ավելի է քառակուսուց. ուրեմն ուղղանկյուն հողամասի ցանկապատն էլ 50 մետրով երկար է։

11. 1) 56 քառ. սմ, 2) 29,8 սմ, 3) 4 մմ, 4) մոտ=192 քառ. սմ, 5) 50 մ։

12. 1) 6 մ, 2) 15 սմ, 3) 1,2 մ, 13. մոտ=1,2 քառ. մ։

ԷՋ 34

1. 1) S կողմն.=36 քառ. սմ. S լր.=54 քառ. սմ.
   2) S կողմն.=400 քառ. սմ. S լր.=600 քառ. սմ.
   3) S կողմն.=$4a^2$ քառ. սմ. S լր.=$6a^2$ քառ. սմ.

3. 2·(8+5)·3=78 քառ. սմ կամ 2·(8+3)·5=110 քառ. սմ, կամ՝ 2·(5+3)·8=128 քառ. սմ։

4. 1) մոտ=270 քառ. սմ, մոտ=120 քառ. սմ,
   2) մոտ=1,5 քառ. մ, մոտ=2,3 քառ. մ,
   3) մոտ=7,3 քառ. մ, մոտ=15,4 քառ. մ,
   4) մոտ=59 քառ. մ, մոտ=65 քառ. սմ,
   5) մոտ=20 քառ. մ, մոտ=36 քառ. մ։

ԷՋ 37

3. 2160 խոր. սմ=2,2 խոր դմ.

5. կփոքրանա (կմեծանա) 16 անգամ.

7. 64 քառ. սմ, 96 քառ. սմ. 8. 3 մ.

9. 4194 խոր. սմ, մոտ=4100 խոր. սմ.

10. 0,70 խոր. մ. 11 մոտ=281կգ. 12. 2200 տուփ.

13. 30 լ. 14. 1) 1600 խոր. սմ. 2) 4 խոր. դմ. 3) 1000 լ.

15. 90 ճյ 16. դահլիճի երկարությունը՝ 50 մ, բարձրությունը՝ 5 մ։

ԷՋ 42

2. 3,3 սմ.

3. Այն կետերը, որոնց հեռավորությունը կենտրոնից 6 սմ է, ընկած են շրջանագծից դուրս. այն կետերը, որոնց հեռավորությունը կենտրոնից 3 սմ է, ընկած են շրջանագծի ներսում, այն կետերը, որոնց հեռավորությունը կենտրոնից 4 սմ է, ընկած են շրջանագծի վրա։

ԷՋ 44

1. 7,8 սմ, 19,5 սմ։
2. 6 հավասար աղեղների։ Վեցանկյուն։
3. Անթիվ բազմությամբ տրամագծեր։ Բոլոր տրամագծերը հավասար են իրար։
4. Երկու տրամագծեր փոխադարձաբար կիսում են իրար։
6. Ամենամեծ լարը 21 սմ է։
7. 6 սմ։

ԷՋ 50

1. Սուր անկյուն, ուղիղ անկյուն, բութ անկյուն. բացված անկյուն։
6. Ուղղանկյուն կամ քառակուսի։

ԷՋ 54

4. Ուղիղ անկյան $\frac{1}{90}$ մասը կոչվում է անկյունային աստիճան։
6. 1) 30^0, 2) 150^0.

ԷՋ 60

4. $22^0\ 30'$
5. $45^0\ 25'$ և $33^0\ 5'$
6. $50^0\ 5'$ և $39^0\ 55'$.
7. 40^0 և 140^0.
8. $59^0\ 20'$ և $120^0\ 40'$.
9. 40^0 կամ 140^0.
11. $69^0\ 35'$ և $110^0\ 25'$.

ԷՋ 62

2. 60^0 և 30^0, 90^0.

ԷՋ 68

2. 1461 ա.
4. մոտ=6,1 քառ. մ
6. 7,2 մ.

ԷՋ 73

3. 54 խոր. մ.
4. 560 խոր. մ.

ԷՋ 74

3. մոտ=4,0 սմ.
4. մոտ=1,3 սմ և 2,2 սմ.
5. 400-ից քիչ ավելի (425).
6. մոտ=1,6 մ.
7. մոտ=12920 կմ.
8. 47 մ.

ԷՋ 76

2. Մոտ=53 քառ. սմ. 80 քառ. սմ 3. Մոտ=4,9 քառ. սմ.

4. Պարագիծը հավասար է շրջանագծի յերկարությանը մոտ=3,1 սմ մակերեսը՝ շրջանի մակերեսի կեսին—3,9 քառ. սմ.

5. 28π քառ. մմ.

ԷՋ 78

4. 1000 π քառ. սմ. 5. 540 π խոր. դմ.

6. 3,2 խոր. դմ, 4,9 խոր. դմ

ՑԱՆԿ

I. Երկրաչափական հիմնական հասկացողություններ

VI. Անկյուններ

VII. Եռանկյունների և բազմանկյունների մակերեսների հաշվումը

VIII. Ուղիղ պրիզմայի մակերևույթը և ծավալը

IX. Շրջանագծի երկարությունը և շրջանի մակերեսը

X. Գլանի մակերևույթը և ծավալը

ԳԻՆԸ 1 ՌՈՒԲ.

Ю. О. ГУРВИЦ и Р. В. ГАНГНУС

НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

по

ГЕОМЕТРИИ

Учебник для неполной
средн. и средней школы